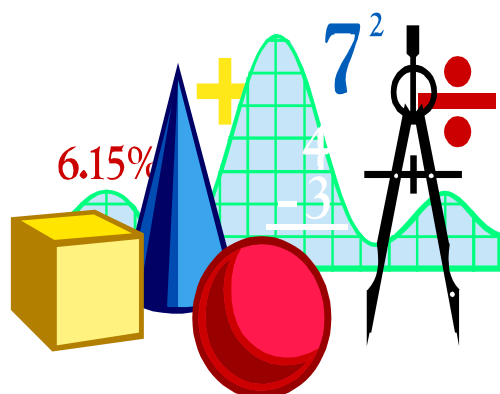


Romitan tumanidagi 41-  
maktab-internat 11-A sinf  
o'quvchisi Hakimov  
Oybekning  
“ Matematikadan harakatga  
oid matnli masalalar  
yechish” mavzusida yozgan

REFERATI



Romitan

2006 yil

Matematikada harakatga oid tenglama tuzib yechiladigan masalalarni quyidagi turlarga ajratish mumkin.

Reja:

- 1) To'g'ri chiziqli tekis harakat.
- 2) Aylana bo'ylab harakat .
- 3) Tekis tezlanuvchan harakat

Matematika va fizika fanlari bir-biri bilan bog'liq bo'lganligi uchun masalalarni yechish qulayligi uchun quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

S-masofa ,  $v, v_1, v_2, \dots$  -tezliklar ,  $t, t_1, t_2$ -vaqtlar , a-tezlanish

### 1) To'g'ri chiziqli tekis harakat .

1.Harakat tekis deb tushuniladi; Tekis harakatda bosib o'tilgan yo'l  $S=t \cdot v$  ya'ni jism tezligi bilan ketgan vaqt ko'paytiriladi.

2.Burulishda vaqt yo'qotilmaydi ya'ni vaqt o'zgarmaydi , tezlik zudlik bilan o'zgaradi.

3.Daryodagi harakatda ;

u qayiq(teploxad , kema) tezligi,  $v$  – oqim tezligi (ko'lda oqim yo'q  $v=0$  )

$w_1=u+v$  – qayiqning oqim bo'yicha tezligi , bu yerda  $u>v$

$w_2=u-v$  – qayiqning oqimga qarshi tezligi , bu yerda  $u>v$  .

Agar sol haqida fikr yuritilsa, solning tezligi oqim tezligiga teng (sol – inson tomonidan daraxtlarni kesib , tayyorlangan qurilma).

Tekis harakatga oid masalalarga ikki jism bir-biriga qarab yoki bir nuqtadan bir-biriga qarshi, yoki bir-birini quvib ketish holatlari uchraydi .Agar bu holda jismlar o'rtasidagi masofa S ga teng , tezliklari  $v_1, v_2$  bo'lsa , unda :

a) Bir-biriga qarab harakatlanayotgan ikki jism qachon uchrashishini formulasi:

$$\frac{S}{v_1 + v_2} ;$$

b) Jismlar bir tomonga harakat qilinsa, ( $v_1 > v_2$  ) , qachon biri ikkinchisini quvib

yetadi:  $\frac{S}{v_1 - v_2}$

### 1-masala:

Motorli qayiq birinchi marta oqim bo'yicha 60 km, oqimga qarshi 30 km yurish uchun 7 soat sarfladi. Ikkinchi marta oqim bo'yicha 30 km va oqimga qarshi 20 km yurish uchun 4 soat sarfladi.

Motorli qayiqning turg'un suvdagi o'rtacha tezligi va oqimning tezligi topilsin.  
Yechish.

Qayiqning turg'un suvdagi o'rtacha tezligi  $x$  km, oqim tezligi  $y$  km/soat qayiqning oqim

bo'yicha tezligi  $(x+y)$  km/soat, oqimga qarshi tezligi  $(x-y)$  km/soat. Qayiq oqim bo'yicha

60 km ni  $\frac{60}{x+y}$  soatda, oqimga qarshi 30 km ni  $\frac{30}{x-y}$  soatda yuradi. qayiq oqim

bo'yicha 60 km, oqimga qarshi 30 km yurish uchun  $\frac{60}{x+y} + \frac{30}{x-y} = 7$  soat sarf

qilgan. Qayiq oqim bo'yicha 30 km ni  $\frac{30}{x+y}$  soatda, oqimga qarshi 20 km ni

$\frac{20}{x-y}$  soatda yuradi. Qayiq oqim bo'ylab 30 km ni, oqimga qarshi 20 km yurish uchun

$\frac{30}{x+y} + \frac{20}{x-y} = 4$  soat sarf qilgan. Bu ikki tenglamadan quyidagi sistema hosil

bo'ladi. 
$$\begin{cases} \frac{60}{x+y} + \frac{30}{x-y} = 7 \\ \frac{30}{x+y} + \frac{20}{x-y} = 4 \end{cases}$$
 bunda  $\frac{1}{x+y} = u; \frac{1}{x-y} = v$  deb belgilasak: 
$$\begin{cases} 60u + 30v = 7 \\ 30u + 20v = 4 \end{cases} \quad 1-$$

tenglikni -1 (yoki 2) ga, 2-tenglikni 2 (yoki -3) ga ko'paytirib qo'shib quyidagini hosil

qilamiz  $10v=1, v=\frac{1}{10}$ ;  $30u=2, u=\frac{1}{15}$  u bilan  $v$  ning qiymatini o'rniga

qo'ysak: 
$$\begin{cases} x+y=15 \\ x-y=10 \end{cases}$$
 sistemani hosil qilamiz va uni yechsak:  $x=12,5, y=2,5$

*Javob:* Qayiqning turg'un suvdagi tezligi soatiga 12,5 km,  
oqim tezligi soatiga 2,5 km

### 2-masala:

Paroxod oqim bo'yicha 60 km masofaga borib, 32 km orqasiga qaytishi uchun 4,5 soat ketdi. Oqim tezligi soatiga 4 km bo'lsa, paroxodning turg'un suvdagi tezligini toping.

Yechish.

Paroxodning turg'un suvdagi tezligi soatiga  $x$  km, oqim bo'yicha tezligi  $(x+4)$  km, oqimga qarshi tezligi soatiga  $(x-4)$  km. Paroxod oqim bo'yicha 60 km ni  $\frac{60}{x+4}$

soatda , oqimga qarshi 32 km ni  $\frac{32}{x-4}$  soatda o'tgan. Borib qaytish uchun  $4,5 = \frac{9}{2}$  soat

ketgan , ya'ni :  $\frac{60}{x+4} + \frac{32}{x-4} = \frac{9}{2}$

Masala shartiga ko'ra  $x > 4$ . Tenglamani normal holga keltirsak:  $9x^2 - 184x + 80 = 0$   
bundan:

$$x_{1,2} = \frac{92 \pm \sqrt{8464 - 720}}{9} = \frac{92 \pm \sqrt{7744}}{9} = \frac{92 \pm 88}{9}, \quad x_1 = 20; \quad x_2 = -4/9 \quad x_2 \text{ masalaga javob bo'la}$$

olmaydi (chunki,  $x > 4$  shartni qanoatlantirmaydi)

*Javob:* Paroxodning turg'un suvdagi tezligi 20km/soat

*Javobni tekshirish:*

Paroxodning oqim bo'yicha tezligi soatiga  $(20+4)=24$  km . Oqimga qarshi tezligi soatiga

$20-4=16$  km . Paroxod oqim bo'yicha 60 km ni  $60/24 = 2.5$  soatda , oqimga qarshi 32 km ni esa  $32/16 = 2$  soatda o'tadi . U holda borib qaytishga  $2,5+2=4,5$  soat ketadi.

### 3-masala:

Orasidagi masofa 24 km bo'lgan A va B qishloqlardan bir vaqtda ikki avtomobil bir-biriga qarab jo'nadi. Ular uchrashgandan keyin A dan chiqqan avtomobil B qishlog'iga 16 min da, B dan chiqqan avtomobil esa A ga 4 min da yetib keldi. Har bi avtomobilning tezligini toping .

*Yechish:*

A dan B gacha bo'lgan masofani AB bilan belgilaymiz . Avtomobillar C punktda uchrashgan

bo'lsin.  $AC=x$  deb belgilasak ,  $CB = 24-x$  (km) bo'ladi. 4 min =  $1/15$  soat , 16 min =  $4/15$  soat, bo'lgani uchun , A qishloqdan chiqqan avtomobilning tezligi soatiga

$$\frac{24-x}{\frac{4}{5}} = \frac{15(24-x)}{4} \text{ (km), B qishloqdan chiqqan avtomobilning tezligi esa soatiga}$$

$x:1/15=15x$ (km) ga teng . Uchrashguncha birinchi avtomobil  $x: \frac{15(24-x)}{4} = \frac{4x}{15(24-x)}$  soat,

ikkinchisi esa  $(24-x) : 15x = \frac{24-x}{15x}$  buni soddalashtirsak;  $x^2 + 16x - 192 = 0$

Tenglamani ildizlari:  $x_1 = 8$   $x_2 = -24$  Masofa(x) manfiy son bilan ifodalanmaganligi uchun

$x_2 = -24$  masalaga javob bo'lmaydi . U holda  $AC = 8$  km bo'lib avtomobillardan birinchisining

tezligi soatiga  $15(24-8):4=60$  km , ikkinchisining tezligi soatiga  $15 \cdot 8=120$  km

*Javob.* Birinchi avtomobilning tezligi soatiga 60 km , ikkinchisining tezligi esa soatiga 120 km.

*Javobni tekshirish.* Avtomobillar A dan 8 km masofada uchrashgan bo'lib , birinchisi qolgan 16 km ni  $16/60=4/15$  soatda yoki  $4:15 \cdot 60=16$  min da , ikkinchisi qolgan 8 km ni esa  $8:120 = 1:15$  soatda yoki 4 min da o'tgan .

### 4-masala.

Oralaridagi masofa 600km bo'lgan A va B shaharlaridan ikki poyezd bir-biriga qarab bir vaqtda yo'lga chiqdi . Ikkinchi poyezd A ga kelishidan 3 soat oldin birinchi

poyezd B ga yetib keladi. Birinchi poyezd 250 km yurganda ikkinchi poyezd 200 km yuradi. Har qaysi poyezdning tezligi topilsin.

Yechish .

Birinchi poyezdning tezligi soatiga  $x$  km , ikkinchi poyezdning tezligi

$$\frac{200}{250}x = \frac{4}{5}x \text{ (km/soat).}$$

600 km ni birinchi poyezd  $600:x$  soatda , ikkinchi poyezd esa  $600/(4:5)x=750:x$  soatda bosib o'tadi . Masalaning shartiga ko'ra  $600:x+3=750:x$ . Bu tenglamani yechsak ,  $x=50$   $(4:5)x=40$ .

*Javob:* Birinchi poyezdning tezligi soatiga 50 km , ikkinchisining tezligi esa soatiga 40 km .

### 5-masala.

Soatiga 40 km tezlik bilan poyezdda ketayotgan kishi qarshi tomondan kelayotgan poyezd uning yonidan 3 sek da o'tib ketganini aniqladi. Qarshi tomondan kelayotgan poyezdning uzunligi 65 m , uning tezligini toping .

Yechish .**I usul** ,

qarshi tomondan kelayotgan poyezd tezligi soatiga

$$x \text{ km/soat} = x \cdot 1000 : 3600 \text{ m/s} = 5x : 18 \text{ m/s} :$$

$$40 \text{ km/soat} = 40000 : 3600 \text{ m/s} = 100 : 9 \text{ m/s}$$

Har ikki poyezdning tezliklari yig'indisi  $(5x:18+100:9)\text{m/s}$ . Har ikki poyezd 3 sek ichida 75 m yurgani uchun  $(5x:18+100:9) \cdot 3 = 75$  bu tenglamani yechsak ,  $x=50$  km/soat

**II usul** .

Tezliklar yig'indisi  $(x+40)$  km/soat 3 sek = 3soat:3600=1:1200 soat, 75 m = 75km :1000=

=3:40 km bolgani uchun  $(x+40) \cdot 1:1200 = 3:40$ . Bu tenglama yechilsa  $x=50$  km/soat

*Javob;* Qarshi tomondan kelayotgan poyezdning tezligi soatiga 50 km .

Harakatga oid masalalarni yechishda noma'lum o'zgaruvchi sifatida masofani olish (agar u berilmagan bo'lsa) jismlar tezliklarini olish qulay.

## 2) Aylana bo'ylab harakat .

Agar ikki jism  $R$  radiusli aylana bo'ylab  $v_1$  va  $v_2$  doimiy tezliklar bilan turli yo'nalishlarda harakat qilayotgan bo'lsa , ularning uchrashish vaqti  $\frac{2\pi R}{v_1+v_2}$  formula bilan topiladi. Agar ikki jism  $R$  radiusli aylana bo'ylab  $v_1$  va  $v_2$  doimiy tezliklar bilan bir xil yo'nalishda ( $v_1 > v_2$ ) harakat qilayotgan bo'lsa , u holda ularning uchrashish vaqti  $\frac{2\pi R}{v_1-v_2}$  formula bilan hisoblanadi.

### 1-masala.

Uzunligi 1 m bo'lgan aylana bo'ylab ikki jism turli yo'nalishda doimiy tezliklar bilan harakatlanib har 6 sek da uchrashadi. Agar bir yo'nalishda harakat qilishsa , birinchi jism har 48 sek ikkinchi jismni quvib yetadi. Jismlarning tezliklarini toping .

Yechish. Jismlar tezliklarini  $v_1$  va  $v_2$  deb boshlaymiz masala shartiga asosan quyidagi tenglamalar hosil bo'ladi .

$$1\text{-shartdan } 1:(v_1+v_2)=6 \quad v_1+v_2=1/6$$

$$2\text{-shartdan } 1:(v_1-v_2)=48 \quad v_1-v_2=1/48$$

$$\text{tenglamalar sistemasidan } v_1=3/32 \text{ m/s } \quad v_2=7/96 \text{ m/s}$$

## 2-masala.

Ikki jism aylana bo'ylab bir tomonga harakat qilib , har 56 min biri ikkinchisi bilan uchrashib o'tadi. Agar ular shu tezliklari bilan qarama-qarshi tomonga harakat qilsa , har 8 min uchrashar edi. Undan tashqari qarama-qarshi tomonga harakat qilganda yaqinlashayotgan jismlar orasidagi masofa (aylana bo'ylab) 24 sek 40 m dan 26 m gacha kamayishi ma'lum . Har qaysi jism min da necha m yo'l bosadi va aylananing uzunligi qancha ?

Yechish .

Birinchi jism tezligi min da  $x$  m , ikkinchisining tezligi min  $y$  m ,  $x > y$  bo'lsa. Jismlar bir tomonga harakat qilsa , uchrashguncha  $56x$  m va  $56y$  m yo'l yuradi .  $56x-56y$  aylananing uzunligi bo'ladi (tez yuradigan jism orqadagisini quvib yetishi uchun bir aylana ortiq aylanishi kerak) jismlar qarama –qarshi harakat qilsa ,  $8x$  m va  $8y$  m yo'l yurib ikkalasi birgalikda  $8x+8y$  aylana uzunligi qadar yo'l yuradi , ya'ni:  $56x-56y = 8x+8y$

24 sek da jismlar orasidagi masofa  $40-26 = 14$  m qisqardi. Bu 24 sek da jismlar uchrashmaydi; shuning uchun masofaning kamayishi jismlarning 24 sek da (2:5 min ) o'tgan yo'llari ( $2:5x$  va  $2:5y$ ) yig'indisiga teng , ya'ni :  $2:5x+2:5y=14$

$$\text{Quyidagi } \begin{cases} 56x - 56y = 8x + 8y \\ 2:5x + 2:5y = 14 \end{cases} \text{ yoki } \begin{cases} 3x - 4y = 0 \\ x + y = 35 \end{cases} \text{ tenglamalar sistemasini tuzamiz va uni}$$

$$\text{yechsak : } x=20\text{m/min ; } y=15 \text{ m/min}$$

$$8 \cdot 20 + 8 \cdot 15 = 160 + 120 = 280 \text{ (m)}$$

Javob: 20 m/min , 15m/min , 280m .

## 3-masala.

Uzunligi 2 km bo'lgan aylanma yo'lda 2 konkichi bir tomonga harakat qiladi va har 20 min da uchrashadi. Agar birinchi konkichi aylanani ikkinchisidan 1 min oldin bisib o'tishi ma'lum bo'lsa , konkichilarning tezligi topilsin.

Yechish.

birinchi konkichining tezligi  $x$  (km/min ) ikkinchisining  $y$  (km/min) bo'lsin. U holda butun yo'lni birinchisi  $2/x$  min , ikkinchisi esa  $2/y$  min da bosib o'tadi. Birinchisi yo'lni 1 min tezroq bosib o'tgani uchun :  $2/y-2/x=1$  tenglamani tuza olamiz.

Konkichilar orasidagi masofa min da  $x-y$  ga ortadi. 20 min da esa  $20(x-y)=2$  km ga ortadi.

$$\begin{cases} 2/y - 2/x = 1 \\ 20(x-y) = 2 \end{cases} \text{ yoki } \begin{cases} 2(x-y) = xy \\ x-y = \frac{1}{10} \end{cases} \text{ bundan } \begin{cases} x-y = 1/10 \\ xy = \frac{1}{5} \end{cases} \text{ sistemani yechsak , } x_1=1/2 ,$$

$$y_1=2/5 ,$$

$$x_2=-2/5 \text{ va } y_2=-1/2 \text{ (} x_2 \text{ va } y_2 \text{ masalani javobi bo'la olmaydi). } 1/2 \text{ km/min}=30 \text{ km/soat , } 2/5 \text{ km/min}=24 \text{ km/soat}$$

Javob:30 km/soat, 24 km/soat

### 3) Tekis tezlanuvchan harakat.

Tekis tezlanuvchan harakatga oid masalalarni yechishda quyidagi formulalardan foydalaniladi  $S=v_0t+at^2/2$  ,  $a=(v-v_0)/t$  bu yerda agar tekis tezlanuvchan harakat bo'lsa,  $a>0$ , aks holda tekis sekinlanuvchan harakat bo'lsa,  $a<0$  .

#### 1-masala.

Avtomobil A nuqtadan B nuqtaga 42 km/soat doimiy tezlik bilan harakatlanmoqda. B nuqtada u tekis sekinlanuvchan harakatga o'tdi va har soatda uning tezligi a km/soatga kamaydi,

hamda to'xtaguncha harakatlandi. So'ngra u darrov tekis tezlanuvchan harakatni a km/s<sup>2</sup> tezlanishda boshladi . Harakat boshlangandan 3 soat keyin B nuqtaga eng yaqin bo'lish uchun a ning qiymati qanday bo'lishi kerak?

Yechish. B nuqtadan avtomobil to'xtash joyigacha bo'lgan masofa  $S_1$  (km), B nuqtadan chiqib , to'xtashgacha o'tgan vaqt  $t_1$  (s) bo'lsin harakat boshlangandan 3 soat keyin bosib o'tilgan yo'l

$S_2$  (km) bo'lsin , masala shartini kiritilgan o'zgaruvchilardan foydalanib quyidagicha tuzamiz.

Masala sharti	tenglama
Tezligi 42 km/soat bo'lgan avtomobil B punkt-da u tekis sekinlanuvchan harakatga o'tdi.	$42/t_1=a$
Har sekundda tezligi a km/s ga kamaydi.	$S_1=42t_1-at_1^2/2$
Avtomobil tekis tezlanuvchan harakatda 3 soat a tezlanishda tekis tezlanuvchan harakat qildi.	$S_2=a\cdot 3^2/2$

Shunday qilib, 3 ta tenglamadan iborat sistema hosil qildik.

$$a=42/t_1, S_1=42t_1-at_1^2/2, S_2=9a/2$$

a,  $t_1$ ,  $S_1$  va  $S_2$  noma'lumlarni topish kerak. Bu tenglamadan a ni topa olmaymiz.

Ammo masala shartida yana bir narsa borki, a ni topa olamiz, ya'ni a ning qanday qiymatida  $S_1+S_2$  yig'indi eng kichik bo'ladi.  $S_1+S_2$  yig'indini a ning fuksiyasi sifatida qaraymiz .  $f(a)=S_1+S_2=42^2:2a +9a/2$  f(a) funksiya  $(0;\infty)$  oraliqda a=14 da eng kichik qiymatga erishadi.

Javob:  $a=14$  km/s<sup>2</sup>