

ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ
ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ
DSc.27.06.2017.FM.01.02 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

САМАРҚАНД ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

ФАЙЗИЕВ БЕКЗОДЖОН МУРТАЗАЕВИЧ

ҒОВАК МУҲИТЛАРДА ЧЎКМА ҲОСИЛ БЎЛИШИНING КЎП
БОСҚИЧЛИ КИНЕТИКАСИ АСОСИДА СИЗИШ ВА МОДДА
КЎЧИШИ ЖАРАЁНЛАРИНИ МОДЕЛЛАШТИРИШ

05.01.07 – Математик моделлаштириш. Сонли усуллар ва дастурлар мажмуи

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD)
ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

ТОШКЕНТ–2018

**Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD)
диссертацияси автореферати мундарижаси**

**Оглавление автореферата диссертации
доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам**

**Contents of dissertation abstract of doctor of philosophy (PhD) on
physical-mathematical sciences**

Файзиев Бекзоджон Муртазаевич

Говак муҳитларда чўкма ҳосил бўлишининг кўп босқичли кинетикаси
асосида сизиш ва модда кўчиши жараёнларини моделлаштириш 3

Файзиев Бекзоджон Муртазаевич

Моделирование процессов фильтрации и переноса веществ в пористых
средах с многоступенчатой кинетикой осадкообразования 19

Fayziev Bekzodjon Murtazaevich

Modelling of processes of filtration and mass transfer in porous media with
multistage deposition kinetics 35

Эълон қилинган ишлар рўйхати

Список опубликованных работ

List of published works 38

**ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ
ХУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ
DSc.27.06.2017.FM.01.02 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ**

САМАРҚАНД ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

ФАЙЗИЕВ БЕКЗОДЖОН МУРТАЗАЕВИЧ

**ҒОВАК МУҲИТЛАРДА ЧЎКМА ҲОСИЛ БЎЛИШИНING КЎП
БОСҚИЧЛИ КИНЕТИКАСИ АСОСИДА СИЗИШ ВА МОДДА
КЎЧИШИ ЖАРАЁНЛАРИНИ МОДЕЛЛАШТИРИШ**

05.01.07 – Математик моделлаштириш. Сонли усуллар ва дастурлар мажмуи

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD)
ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ**

ТОШКЕНТ–2018

Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (Doctor of Philosophy) диссертацияси мавзуси Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамаси ҳузуридаги Олий аттестация комиссиясида В2018.2.PhD/FM203 рақам билан рўйхатга олинган.

Диссертация Самарқанд давлат университетида бажарилган.

Диссертация автореферати уч тилда (ўзбек, рус, инглиз (резюме)) Илмий кенгаш веб-саҳифаси (<http://ik-fizmat.nuu.uz/>) ва «Ziyonet» Ахборот таълим порталида (www.ziyonet.uz) жойлаштирилган.

Илмий раҳбар:

Хўжаёров Бахтиёр

физика-математика фанлари доктори, профессор

Расмий оппонентлар:

Нормуродов Чори Бегалиевич

физика-математика фанлари доктори

Жабборов Насридин Мирзоодилович

физика-математика фанлари доктори

Етакчи ташкилот:

**Тошкент ахборот технологиялари университети
ҳузуридаги Ахборот-коммуникация
технологиялари илмий-инновацион маркази**

Диссертация ҳимояси Ўзбекистон Миллий университети ҳузуридаги DSc.27.06.2017.FM.01.02 рақамли Илмий кенгашнинг «___» _____ 2018 йил соат ___ даги мажлисида бўлиб ўтади. (Манзил: 100174, Тошкент ш., Олмазор тумани, Университет кўчаси, 4-уй. Тел.: (+99871) 227-12-24, факс: (+99871) 246-53-21, 246-02-24, e-mail: nauka@nuu.uz).

Диссертация билан Ўзбекистон Миллий университетининг Ахборот-ресурс марказида танишиш мумкин (___ рақами билан рўйхатга олинган). (Манзил: 100174, Тошкент ш., Олмазор тумани, Университет кўчаси, 4-уй. Тел.: (+99871) 246-02-24).

Диссертация автореферати 2018 йил «___» _____ куни тарқатилди.
(2018 йил «___» _____ даги _____ рақамли реестр баённомаси).

А. Р. Марахимов

Илмий даражалар берувчи Илмий
кенгаш раиси, т.ф.д., профессор

З. Р. Рахмонов

Илмий даражалар берувчи Илмий
кенгаш илмий котиби, ф.-м.ф.д.

М.М.Арипов

Илмий даражалар берувчи Илмий
кенгаш қошидаги илмий семинар
раиси, ф.-м.ф.д., профессор

КИРИШ (фалсафа доктори (PhD) диссертацияси аннотацияси)

Диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати. Жаҳон миқёсида олиб борилаётган кўплаб илмий-амалий тадқиқотлар аксарият ҳолларда бир жинсли бўлмаган суюқликлар фильтрацияси назарияси масалаларига келтирилади. Хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар системаси кўринишида ифодаланувчи математик моделлар суюқлик ва газ механикаси, гидрогеология, экология каби соҳалардаги тадқиқотларнинг объектидир. Ичимлик ва оқава сувларни тозалаш, нефт-газ конлари самарадорлигини оширишда ғовак муҳитларда бир жинсли бўлмаган суюқликларнинг сизиш моделлари ва уларни сонли тадқиқ этиш усуллари асос сифатида хизмат қилади. Шунинг учун, ғовак муҳитларда бир жинсли бўлмаган суюқликлар сизиши ва модда кўчиши жараёнларига таъсир этувчи барча асосий омилларни ҳисобга олган ҳолда адекват математик моделлар яратиш ва тадқиқ этиш математик моделлаштиришнинг муҳим вазифаларидан бири бўлиб қолмоқда.

Ҳозирги кунда жаҳонда бир жинсли бўлмаган суюқликлар сизиши жараёни механизмларини чуқурроқ ўрганиш, суспензиядаги муаллақ заррачаларнинг ғовак муҳитларда кўчиши, ушбу заррачаларнинг ғовак муҳит скелети юзаси билан ўзаро таъсирлашувини тадқиқ қилиш суюқлик ва газ механикасининг долзарб масалаларидан бири ҳисобланади. Суюқлик ва газларнинг сизиш жараёнларининг математик моделларини куриш ва уни сонли тадқиқ қилиш фильтрация назариясида муҳим аҳамият касб этмоқда. Бу борада: ғовак муҳитларда суспензия сизиши ва модда кўчиши жараёнларининг такомиллаштирилган математик моделларини яратиш, самарали ҳисоблаш алгоритмлари ва қулай интерфейсга эга дастурий мажмуалар яратиш мақсадли тадқиқотлардан ҳисобланади.

Мамлакатимизда фундаментал фанларнинг илмий ва амалий аҳамиятга эга бўлган суюқлик ва газ механикасининг долзарб йўналишларига эътибор кўчайтирилди. Жумладан, туташ муҳитлар механикаси масалаларни ечишда математик моделлаштириш ва ҳисоблаш математикаси усулларидан фойдаланган ҳолда назарий тадқиқотлар ҳамда амалий ишланмалар яратишга алоҳида эътибор қаратилмоқда. Бир жинсли бўлмаган суюқликларнинг ғовак муҳитларда сизиши ва модда кўчиши жараёнларини математик моделлаштириш муаммоларини тадқиқ қилиш ва долзарб назарий ҳамда амалий масалаларни ечишда салмоқли натижаларга эришилди. “Динамик тизимлар назарияси, амалий математика ва математик моделлаштириш” фанларининг устувор йўналишлари бўйича халқаро стандартлар даражасида илмий тадқиқотлар олиб бориш амалий математиканинг асосий вазифалар ва фаолият йўналишлари этиб белгиланди¹. Қарор ижросини таъминлашда оқава ва ичимлик сувларини тозалаш, нефть ва газ конларига сув ҳайдаш жараёнларини моделлаштириш ва ҳисоблаш экспериментларини ўтказиш имкониятини берувчи дастурий мажмуалар яратиш муҳим аҳамиятга эга.

¹ Ўзбекистон Республикаси Вазирлар маҳкамасининг 2017 йил 18 майдаги «Ўзбекистон Республикаси Фанлар академиясининг янгидан ташкил этилган илмий тадқиқот муассасалари фаолиятини ташкил этиш тўғрисида»ги 292-сонли қарори.

Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2008 йил 15 июлдаги ПҚ-916-сон «Инновацион лойиҳалар ва технологияларни ишлаб чиқаришга татбиқ этишни рағбатлантириш борасидаги қўшимча чора-тадбирлар тўғрисида»ги, 2017 йил 17 февралдаги ПҚ-2789-сон «Фанлар академияси фаолияти, илмий-тадқиқот ишларини ташкил этиш, бошқариш ва молиялаштиришни янада такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида»ги Қарори ва 2017 йил 8 февралдаги ПФ-4947-сон «Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантириш бўйича ҳаракатлар стратегияси тўғрисида»ги фармони ҳамда мазкур фаолиятга тегишли бошқа норматив-ҳуқуқий ҳужжатларда белгиланган вазифаларни амалга оширишга ушбу диссертация тадқиқоти муайян даражада хизмат қилади.

Тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устувор йўналишларига боғлиқлиги. Мазкур тадқиқот республика фан ва технологиялар ривожланишининг IV. «Математика, механика ва информатика» устувор йўналиши доирасида бажарилган.

Муаммонинг ўрганилганлик даражаси. Бир жинсли бўлмаган суюқликларнинг ғовак муҳитларда сизишини қаттиқ заррачаларнинг ўтириб қолиши ва қайта суюқлик оқимида қўшилишини ҳисобга олган ҳолда ўрганиш бўйича назарий тадқиқотлар дастлаб ўтган асрда ўтказилган ва Т.Иwasакининг ишлари билан боғлиқ. Д.М.Минцнинг ишларида таркибида муаллақ заррачалари бўлган суюқликнинг ғовак муҳитда ҳаракати учун модда баланси тенгламаси тузилган. Баланс тенгламасига қўшимча равишда муаллақ заррачаларнинг ўтириб қолиши ва қайта суюқлик оқимида қўшилиши интенсификация тенгламаси қаралади. Охириги йилларда бир жинсли бўлмаган суюқликларнинг ғовак муҳитларда сизиши моделларини ишлаб чиқиш ва такомиллаштириш, шунингдек уларни сонли ечиш усуллари куйидаги олимларнинг ишларида қаралган: K.Ives, M.Sharma, M.Elimelech, J.Bear, Ch.Tien, P.Bedrikovetsky, A.Adin, M.Rebhun, J.Herzig, V.Gitis, Г.Баренблат, А.Х.Мирзаджанзаде, Е.В.Венецианов, К.С.Басниев, Д.Михайлов, А.Никифоров ва бошқалар.

Қаттиқ муаллақ заррачали суюқликлар сизиши жараёнлари биринчи марта Ю.М.Шехтман томонидан тизимли равишда тадқиқ этилган. Ҳаракат ва узлуксизлик тенгламалари асосида кичик концентрацияли суспензиялар учун баланс тенгламаси тузилган. Е.В.Венецианов томонидан суспензия сизиши моделларини адсорбция жараёнлари моделларига ўхшаш кўринишда тузиш таклиф қилинган.

Ўзбекистонда суюқлик ва газларнинг ғовак муҳитларда сизиши жараёнлари математик моделлари ва ҳисоблаш усуллари ишлаб чиқишда Ф.Б.Абуталиев, Ж.Ф.Файзуллаев Н.М.Муҳидинов, Р.Садуллаев, И.Алимов, Ж.Акилов, Б.Х.Хўжаёров, И.К.Хужаев, Н.Равшанов, Ш.Қаюмов, В.Ф.Бурнашев ва бошқа олимларнинг улкан ҳиссалари қўшилган. Хусусан, Б.Хўжаёров томонидан колматацион-суффозион сизиш учун динамик омилларни ҳисобга олувчи янги кинетика тенгламаси таклиф қилинган.

Диссертация тадқиқотининг диссертация бажарилган олий таълим муассасасининг илмий-тадқиқот ишлари режалари билан боғлиқлиги. Диссертация тадқиқоти Ўзбекистон Республикаси Фанлар Академияси Самарқанд бўлими Минтақавий муаммолар комплекс илмий тадқиқот институтининг ФА-Ф1-Ф042 “Биржинслимас суюқликларнинг ғовак муҳитларда сизиши гидродинамик моделларини тузиш ва тадқиқ этиш” (2007-2011) ва Самарқанд Давлат университетининг Ф4-Ф078 “Биржинслимас суюқликларнинг ғовак муҳитларда сузилиши ва сизишининг гидродинамик масалалари” (2012-2016) мавзуларидаги илмий тадқиқот лойиҳалари доирасида бажарилган.

Тадқиқотнинг мақсади динамик, диффузион омиллар, “эскириш” ва “юкланиш” ҳодисалари ҳисобидан чўкма ҳосил бўлиш жараёнининг кўп босқичли бўлишини ҳисобга олиб, суспензияларнинг ғовак муҳитларда сизиши ва модда кўчиши жараёнининг математик моделларини такомиллаштириш ва сонли ечишдан иборат.

Тадқиқотнинг вазифалари:

суспензияларнинг ғовак муҳитларда сизиши масаласини “эскириш” ва “юкланиш” ҳодисаларини ҳисобга олиб математик моделини такомиллаштириш ва масалаларни сонли ечиш;

динамик омиллар, диффузия ва чўкма ҳосил бўлиш кинетикаси кўп босқичлилигини ҳисобга олиб суспензияларнинг ғовак муҳитларда сизиши ва модда кўчиши жараёнлари моделини такомиллаштириш ва масалани сонли тадқиқ этиш;

икки компонентли суспензияларнинг ғовак муҳитларда сизиши жараёнининг динамик омиллар ва диффузияни ҳисобга олган ҳолда математик модели ва сонли алгоритмини тузиш;

бир ва икки компонентли суспензияларнинг ғовак муҳитларда сизиши масаласини чўкма ҳосил бўлишининг кўп босқичли кинетикасини ҳисобга олиб ечиш учун дастурий восита яратиш.

Тадқиқотнинг объекти ғовак муҳит ва унда чўкма ҳосил қилиб сизувчи бир жинсли бўлмаган суюқликдан иборат.

Тадқиқотнинг предмети ғовак муҳитларда суспензиялар сизиши жараёнларининг математик моделлари, ҳисоблаш алгоритмлари, дастурий воситалари ва гидродинамик таҳлилдан иборат.

Тадқиқотнинг усуллари. Диссертацияда математик моделлаштириш, ҳисоблаш математикаси ва ҳисоблаш эксперименти усулларидан фойдаланилган.

Тадқиқотнинг илмий янгилиги қуйидагилардан иборат:

суспензияларнинг ғовак муҳитларда сизиши жараёнининг математик модели “эскириш”, “юкланиш” ҳодисалари ва динамик омилларни ҳисобга олган ҳолда такомиллаштирилган ва масалаларни чекли ва ярим чексиз қатламларда чекли айирмалар усули асосида ечиш учун ҳисоблаш алгоритми ишлаб чиқилган;

суспензияларнинг ғовак муҳитларда сизишида чўкма ҳосил бўлиши кинетикасининг кўп босқичлилигини ҳисобга олиб, математик модели

такомиллаштирилган ва масалани ечишнинг самарали алгоритми ишлаб чиқилган;

динамик омиллар, “эскириш” ва “юкланиш” ҳодисаларининг сизиш характеристикаларига таъсири баҳоланган;

икки компонентли суспензия сизиши модели динамик омилларни ҳисобга олган ҳолда такомиллаштирилган.

Тадқиқотнинг амалий натижалари суспензияларнинг ғовак муҳитларда сизиши жараёнининг такомиллаштирилган математик моделлари, ҳисоблаш схемаси, алгоритми ва дастурий воситаси туташ муҳитлар механикаси ва гидрогеология масалаларини ечишда қўлланилган.

Тадқиқот натижаларининг ишончилиги Сизиш моделларини тузишда кўп фазали тизимлар учун фундаментал сақланиш қонунларидан фойдаланилган, улар физик корректликни таъминлаш мақсадида фенемонологик муносабатлар билан тўлдирилган. Муаллақ заррачаларнинг ғовак муҳитларда ўтириб қолиши ва қайта суюқлик оқимида кўшилишининг янги кинетик тенгламасини тузишда фенемонологик ёндашувдан фойдаланилган ва ҳар бир фараз синчиклаб асосланган. Сонли усулларни қўллашда уларнинг турғунлиги текширилган ва талаб қилинган аниқликдаги аппроксимациялардан фойдаланилган. Олинган натижалар физик жиҳатдан батафсил таҳлил қилинган ва уларнинг реал физик жараёнларга мослиги баҳоланган.

Тадқиқот натижаларининг илмий ва амалий аҳамияти. Тадқиқот натижаларининг илмий аҳамияти кўплаб ҳодисаларни ҳисобга олган ҳолда яратилган назарий асос ва математик моделлар, сонли усул ва алгоритмлар ғовак муҳитларда бир жинсли бўлмаган суюқликлар сизиши назариясига ҳисса қўшиши билан изоҳланади.

Олинган натижаларнинг амалий аҳамияти оқова ва ичимлик сувларини тозалаш, нефт ва газ конларига иккиламчи ишлов бериш, гидрогеология каби соҳалардаги сизиш жараёнларини сифат ва миқдор жиҳатдан баҳолашга хизмат қилади.

Тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши. Ғовак муҳитларда бир жинсли бўлмаган суюқликлар сизиши жараёнларининг такомиллаштирилган моделлари ҳамда ҳисоблаш алгоритмларига асосида:

хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар системасини сонли ечиш алгоритми ва дастурий восита QJ130000.2626.14K72 рақамли “Solvability problem of periodic solutions for second order differential equations with piecewise constant arguments” хорижий грант лойиҳасида кечикувчан аргументли дифференциал тенгламаларни сонли ечишда фойдаланилган (Малайзия технология университети, 2018 йил 26 мартдаги UTM.J.06/17.16/1/5 did.8(31) – сон маълумотномаси). Илмий натижаларнинг қўлланилиши кечикувчан аргументли дифференциал тенгламалар ечимларининг мавжудлик ва ягоналик критерияларини аниқлаш имконини берган.

суспензияларнинг ғовак муҳитларда сизиши жараёнининг такомиллаштирилган математик моделлари ва ишлаб чиқилган ҳисоблаш

алгоритми ҳамда ғовак муҳитларда икки компонентли суспензияларни сизиши жараёнида суспензиядаги муаллақ заррачалар концентрациясини ва ўтириб қолган чўкма концентрациясини ҳисобловчи дастурий восита Ф4-ФА-Ф005 рақамли «Мураккаб чегарали соҳалар учун математик физиканинг кўп ўлчовли ночизиқ синф масалаларининг моделларини такомиллаштириш ҳамда ечишнинг алгоритмик усулини яратиш ва тадқиқ қилиш» фундаментал грант лойиҳасида мураккаб чегарали соҳалар учун математик физиканинг кўп ўлчовли ночизиқ синф масалаларининг моделларини такомиллаштириш ҳамда ечишнинг алгоритмик усулини яратишда фойдаланилган (Олий ва ўрта махсус таълим вазирлигининг 2018 йил 16 майдаги 89-03-1887-сон маълумотномаси). Илмий натижаларнинг қўлланилиши мураккаб чегарали соҳалар учун математик физиканинг кўп ўлчовли ночизиқ синф масалаларини сонли ечиш ва натижаларни визуаллаштириш имконини берган.

Тадқиқот натижаларининг апробацияси. Мазкур тадқиқот натижалари, 9 та илмий-амалий анжуманларда, жумладан 5 та халқаро ва 4 та республика илмий-амалий анжуманларида муҳокамадан ўтказилган.

Тадқиқот натижаларининг эълон қилинганлиги. Диссертация мавзуси бўйича жами 18 та илмий иш чоп этилган, шулардан, Ўзбекистон Республикаси Олий Аттестация комиссиясининг докторлик диссертациялари асосий илмий натижаларини чоп этиш тавсия этилган илмий нашрларда 8 та мақола, жумладан, 2 таси хорижий ва 6 таси республика журналларида нашр этилган.

Диссертациянинг ҳажми ва тузилиши. Диссертация кириш қисми, учта боб, хулоса ва фойдаланилган адабиётлар рўйхатидан ташкил топган. Диссертациянинг ҳажми 108 бетни ташкил этган.

ДИССЕРТАЦИЯНИНГ АСОСИЙ МАЗМУНИ

Кириш қисмида диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати асосланган, тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устувор йўналишларига мослиги кўрсатилган, мавзу бўйича хорижий илмий-тадқиқотлар шарҳи, муаммонинг ўрганилганлик даражаси келтирилган, тадқиқот мақсади, вазифалари, объекти ва предмети тавсифланган, тадқиқотнинг илмий янгилиги ва амалий натижалари баён қилинган, олинган натижаларнинг назарий ва амалий аҳамияти очиқ берилган, тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши, нашр этилган ишлар ва диссертация тузилиши бўйича маълумотлар келтирилган.

Диссертациянинг «**Ғовак муҳитларда бир жинсли бўлмаган суюқликларнинг сизиши механизмлари ва моделлари**» деб номланувчи биринчи бобида ғовак муҳитларда бир жинсли бўлмаган суюқликларнинг сизиши жараёнларини моделлаштириш муаммоларининг таҳлили ўтказилган. Муаллақ заррачаларнинг ғовак муҳит деворларида ўтириб қолиши ва қайта суюқлик оқимида қўшилиши механизмлари ва кинетикаси кўриб ўтилган.

Ғовак муҳитларда бир жинсли бўлмаган суюқликларнинг сизиши масалаларини сонли ечиш усуллари таҳлил қилинган.

1.1 параграфда бир жинсли бўлмаган суюқликларнинг сизиши масалалари тез-тез учраб турадиган соҳалар ҳақида маълумотлар келтирилган.

1.2 параграфда заррачаларни тутиб қолишнинг турли механизмлари, ғовак муҳитларда суспензиялар сизишининг математик ифодаси қаралган. Заррачаларни тутиб қолишни тавсифловчи сизиш механизмлари филтърнинг сизиш жараёни бошланишидаги ва сизиш жараёни давомидаги самарадорлигини баҳолаш учун математик моделлар тузишда муҳим аҳамият касб этади. Адабиётларда суспензия сизиши жараёнида асосан олти хил механизмлар воситасида кўчирилиши учрайди: уриниш механизми, диффузия, седиментация, инерция, гидродинамик механизм ва ион атмосфераларининг ўзаро таъсири.

1.3 параграф заррачаларнинг ғовак муҳитда ўтириб қолиш кинетикасига бағишланган. Кинетика тенгламаси сизиш жараёнининг асосий характерли ўзига хосликларини тавсифлайди. Адабиётларда бир қанча турдаги кинетика тенгламалари учрайди: кўчиб чиқмаслик кинетикаси, ўтириб қолиш ва қайта оқимга қўшилишни бир вақтда ҳисобга олувчи кинетика ва кўп босқичли кинетика.

1.4 параграфда ғовак муҳитларда бир жинсли бўлмаган суюқликларнинг сизиши жараёнини моделлаштиришнинг турли ёндашувлари келтирилган. Уларни шартли равишда қуйидаги гуруҳларга ажратиш мумкин: тўрли моделлар, заррача траекторияси таҳлили моделлари, стохастик моделлар ва эмперик моделлар.

1.5 параграфда бир жинсли бўлмаган суюқликлар сизиши моделларини сонли ечиш усуллари келтирилган. Хусусан, сизиш масалаларини аналитик ва сонли ечиш усуллари қиёсий таҳлили келтирилган.

Диссертациянинг «**Ғовак муҳитларда бир компонентли суспензиялар сизиши моделларини тузиш ва сонли таҳлил қилиш**» деб номланувчи иккинчи бобида ғовак муҳитларда бир компонентли суспензиялар сизишининг “эскириш”, “юкланиш” ҳодисалари, диффузия ва динамик омилларни, шунингдек чўкма ҳосил бўлишининг кўп босқичлилигини ҳисобга олган ҳолда такомиллаштирилган моделлари ва масаланинг сонли ечиш натижалари келтирилган.

2.1 параграфда суспензия сизиши масаласи “эскириш”, “юкланиш” ҳодисаларини ҳисобга олган ҳолда сонли ечилган. Ғовак муҳитларда ҳосил бўладиган чўкмалар икки хил бўлади: ювилмайдиган ва ювилиб кетадиган. Филтърнинг бундай зоналари мос равишда актив ва пасив зоналар дейилади. Актив зонада ҳосил бўлаётган ювилиб кетадиган чўкма концентрациясини ρ_a билан, пасив зонада ҳосил бўладиган ювилмайдиган чўкма концентрациясини ρ_n билан белгилаймиз. Филтърнинг тўлиқ сиғимини ρ_0 билан белгилаймиз. Юқорида айтилганларга кўра $\rho_0 = \rho_{a0} + \rho_{n0}$, бу ерда ρ_{a0} ва ρ_{n0} мос равишда актив ва пасив зонларнинг сиғимлари.

Говак мухитларда суспензия сизиши жараёнининг Е.В.Венецианов томонидан таклиф қилинган модели тенгламалар системаси баланс ва кинетика тенгламаларидан иборат бўлади, бир ўлчамли ҳолда уни қуйидагича олиш мумкин:

$$m_0 \frac{\partial c}{\partial t} + v \frac{\partial c}{\partial x} + \frac{\partial \rho_a}{\partial t} + \frac{\partial \rho_n}{\partial t} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho_a}{\partial t} = \beta_a \left(c - \frac{\rho_a}{\rho_{a0}} c_0 \right), \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho_n}{\partial t} = \beta_n(\rho_n) c, \quad (3)$$

бу ерда c - суспензия концентрацияси, ($\text{м}^3/\text{м}^3$), v – сизиш тезлиги, m_0 - мухит говаклиги, β_a – актив зонада ўтириб қолишни характерловчи коэффициент, β_n – чўкма “эскириши” ни ифодаловчи коэффициент ва $\beta_n = \alpha(\rho_n) \beta_{n0}$.

$$\alpha(\rho_n) = \begin{cases} 1, & \rho_n \leq \rho_{n1}, \\ f(\rho_n), & \rho_{n1} \leq \rho_n \leq \rho_{n0}, \\ 0, & \rho_n > \rho_{n0}, \end{cases} \quad (4)$$

бу ерда $f(\rho_n)$ монотон камаювчи функция бўлиб, “эскириш” ҳодисасини характерлайди

$$f(\rho_n) = \frac{\rho_{n1}}{\rho_n}. \quad (5)$$

“Юкланиш” ҳодисаси чўкманинг дастлабки ҳосил бўлишида, фазода эндигина муаллақ заррачалар чўкишидан моноқатлам ҳосил бўлганда кузатилади. Бу вақтда “эскириш” ҳодисасини ҳисобга олмаслик мумкин. Шунинг учун чўкма ҳосил бўлиш кинетик хоссалари жуда тез ўзгаради ва β_{n0} кинетика коэффициентини $0 \leq \rho_n \leq \rho_{n1}$ ораликда қуйидаги поғанали функция ёрдамида аппроксимация қилиш мумкин.

$$\beta(\rho_n) = \begin{cases} \beta_{n3}, & 0 < \rho_n < \rho_{n3}, \\ \beta_{n0}, & \rho_{n3} \leq \rho_n < \rho_{n1}. \end{cases}$$

$\rho_n \geq \rho_{n1}$ бўлганда (5) асосида “эскириш” ҳисобга олинади. У ҳолда (3) тенгламада $\beta(\rho_n)$ юқорида айтилганни ҳисобга олган ҳолда қуйидагича ёзилади:

$$\beta(\rho_n) = \begin{cases} \beta_{n3}, & 0 < \rho_n < \rho_{n3}, \\ \beta_{n0}, & \rho_{n3} \leq \rho_n < \rho_{n1}, \\ \beta_{n0} \rho_{n1} / \rho_n, & \rho_{n1} \leq \rho_n < \rho_{n0}, \\ 0, & \rho_n = \rho_{n0}. \end{cases} \quad (6)$$

(1)-(6) система қуйидаги бошланғич ва чегаравий шартларда ечилган

$$c(x,0) = 0, \quad \rho_a(x,0) = \rho_n(x,0) = 0, \quad c(0,t) = c_0 = const. \quad (7)$$

Масалани ечиш учун чекли айирмалар усули қўлланилган.

$D = \{0 \leq x < \infty, 0 \leq t \leq T\}$ соҳада тўр киритамиз, бу ерда T – жараён ўрганилаётган вақтнинг энг катта қиймати. Бунинг учун $[0, \infty)$ ораликни h кадам билан, $[0, T]$ ораликни эса τ кадам билан бўлакларга бўлиб чиқамиз. Натижада $\omega_{h\tau} = \{(x_i, t_j), x_i = ih, i = 0, 1, \dots, t_j = j\tau, j = 0, 1, \dots, J, \tau = T/J\}$ тўрға эга бўламиз.

$c(t, x)$, $\rho_a(t, x)$, $\rho_n(t, x)$ функциялар ўрнига тўр функциялардан фойдаланамиз. Тўр функцияларнинг (x_i, t_j) тугун нуқталардаги қийматларини мос равишда c_i^j , $\rho_{a,i}^j$, $\rho_{n,i}^j$ лар билан белгилаймиз.

(1) тенгламани $\omega_{h\tau}$ тўрда қуйидагича аппроксимация қиламиз

$$m_0 \frac{c_i^{j+1} - c_i^j}{\tau} + v \frac{c_i^{j+1} - c_{i-1}^{j+1}}{h} + \frac{\rho_{a,i}^{j+1} - \rho_{a,i}^j}{\tau} + \frac{\rho_{n,i}^{j+1} - \rho_{n,i}^j}{\tau} = 0. \quad (8)$$

(2) тенглама қуйидагича аппроксимация қилинади

$$\frac{\rho_{a,i}^{j+1} - \rho_{a,i}^j}{\tau} = \beta_a \left(c_i^j - \frac{\rho_{a,i}^j}{\rho_{a0}} c_0 \right). \quad (9)$$

(3) тенглама учун

$$\frac{\rho_{n,i}^{j+1} - \rho_{n,i}^j}{\tau} = \alpha (\rho_{n,i}^j) \beta_{n0} c_i^j. \quad (10)$$

(7) бошланғич ва чегаравий шартлар ҳам тўрли кўринишда ифодаланади

$$\begin{aligned} \rho_{a,i}^j &= 0, \quad i = \overline{0, I}, \quad j = 0, \\ \rho_{n,i}^j &= 0, \quad i = \overline{0, I}, \quad j = 0, \\ c_i^j &= 0, \quad i = \overline{0, I}, \quad j = 0, \\ c_i^j &= c_0, \quad i = 0, \quad j = \overline{0, J}, \end{aligned} \quad (11)$$

бу ерда I - етарлича катта сон бўлиб, $c_I^j = 0$ шарт тақрибан бажарилади.

(8)-(10) схемаларнинг бошланғич маълумотлар бўйича турғунлиги тадқиқ этилган. Турғунлик шартлари қуйидаги теоремада ифодаланган.

1-теорема. (8), (9) схемалар бошланғич маълумотлар бўйича турғунлигининг етарли шarti қуйидагича

$$\begin{cases} \tau \leq \min \left\{ \frac{2\rho_{a0}}{\beta_a c_0}, \frac{2m_0 h}{\beta_a h - v + h\alpha(\rho_{n,i}^j)\beta_0} \right\}, \\ v < h(\beta_a + \alpha(\rho_{n,i}^j)\beta_0), \end{cases}$$

(10) схема эса шартсиз турғун.

(8)-(10) айирмали схемаларни ўзгартириб, қуйидагига эга бўламиз

$$c_i^{j+1} = \frac{h}{v\tau + hm_0} \left(\frac{v\tau}{h} c_{i-1}^{j+1} + m_0 c_i^j - (\rho_{a,i}^{j+1} - \rho_{a,i}^j + \rho_{n,i}^{j+1} - \rho_{n,i}^j) \right), \quad (12)$$

$$\rho_{a,i}^{j+1} = \rho_{a,i}^j + \tau\beta_a \left(c_i^j - \frac{\rho_{a,i}^j}{\rho_{a0}} c_0 \right), \quad (13)$$

$$\rho_{n,i}^{j+1} = \rho_{n,i}^j + \tau\alpha \left(\rho_{n,i}^j \right) \beta_{n0} c_i^j. \quad (14)$$

(12)-(14) системани (11) бошланғич ва чегаравий шартларда ечамиз.

Ҳисоблашлар куйидаги кетма-кетликда бажарилади. Дастлаб (11) шартларга кўра $\rho_{a,i}^0$, $\rho_{n,i}^0$ ва c_i^0 лар аниқланади. (13) ва (14) дан $\rho_{a,i}^{j+1}$ ва $\rho_{n,i}^{j+1}$ ларнинг қийматлари $\rho_{a,i}^j$, $\rho_{n,i}^j$ ва c_i^j ларнинг куйи қатламдаги қийматлари орқали топилади. Кейин эса (12) дан c_i^{j+1} топилади.

Бу масалани ечиш учун самарали алгоритм ва дастур тузилган, шунингдек натижаларнинг сонли таҳлили ўтказилган. “Эскириш” ва “юкланиш” ҳодисаларининг сизиш характеристикаларига таъсири ўрганилган.

2.2 параграфда ғовак муҳитларда суспензия сизиши масаласи диффузияни ҳисобга олган ҳолда қаралган. (1) тенглама ўрнига диффузия ҳисобга олинган куйидаги баланс тенгласидан фойдаланимиз

$$m_0 \frac{\partial c}{\partial t} + v \frac{\partial c}{\partial x} + \frac{\partial \rho_a}{\partial t} + \frac{\partial \rho_n}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}, \quad (15)$$

бу ерда D – диффузия коэффиценти.

(2)-(6), (15) масала ҳам (7) шартларда чекли айирмалар усулида ечилган. Бу ҳолда (15) куйидаги ошқормас схема ёрдамида аппроксимация қилинади

$$m_0 \frac{c_i^{j+1} - c_i^j}{\tau} + v \frac{c_i^{j+1} - c_{i-1}^{j+1}}{h} + \frac{\rho_{a,i}^{j+1} - \rho_{a,i}^j}{\tau} + \frac{\rho_{n,i}^{j+1} - \rho_{n,i}^j}{\tau} = D \frac{c_{i-1}^{j+1} - 2c_i^{j+1} + c_{i+1}^{j+1}}{h^2}. \quad (16)$$

(16) схемани ўзгартириб, куйидаги чизиқли алгебраик тенгламалар системасини ҳосил қиламиз

$$Ac_{i-1}^{j+1} - Bc_i^{j+1} + Ec_{i+1}^{j+1} = -F_i^j, \quad i = \overline{1, I-1}, \quad j = \overline{0, J-1}, \quad (17)$$

бу ерда

$$A = D \frac{\tau}{h^2} + v \frac{\tau}{h}, B = 2D \frac{\tau}{h^2} + v \frac{\tau}{h} + m_0, E = D \frac{\tau}{h^2}, F = m_0 c_i^j - (\rho_{a,i}^{j+1} - \rho_{a,i}^j) - (\rho_{n,i}^{j+1} - \rho_{n,i}^j).$$

(17) системани ҳайдаш усули билан ечамиз:

$$c_i^{j+1} = \alpha_{i+1} c_{i+1}^{j+1} + \beta_{i+1}, \quad i = \overline{1, I-1}, \quad j = \overline{0, J-1}, \quad (18)$$

бу ерда

$$\alpha_{i+1} = \frac{C}{B - A\alpha_i}, \quad \beta_{i+1} = \frac{A\beta_i + F_i^j}{B - A\alpha_i}.$$

Чегаравий шартлардан куйидагига эга бўламиз:

$$c_0^{j+1} = \alpha_1 c_1^{j+1} + \beta_1 = c_0, \quad \text{бундан } \alpha_1 = 0, \quad \beta_1 = c_0. \quad (19)$$

2.3 параграфда (2) тенглама ўрнига актив зонада муаллақ заррачаларнинг ўтириб қолиши ва қайта оқимга қўшилиши кинетикасини

динамик омилларни ҳисобга олган ҳолда умумлашмаси қуйидаги кўринишда таклиф қилинган

$$\frac{\partial \rho_a}{\partial t} = \frac{\beta_a}{1 + \gamma |\nabla p|} c - \beta_a \frac{\rho_a (1 + \omega |\nabla p|)}{\rho_{a0}} c_0, \quad (20)$$

бу ерда γ , ω – ўзгармас коэффициентлар, $|\nabla p|$ – босим градиенти модули.

Босим градиенти модулини ҳисоблаш учун Дарси қонунидан фойдаланилди

$$v = K(m) |\nabla p|, \quad m = m_0 - (\rho_a + \rho_n), \quad (21)$$

бу ерда $K(m)$ – фильтрация коэффициенти.

$K(m)$ ни ҳисоблаш учун эса Карман-Козен қонунидан фойдаланилди

$$K(m) = k_0 m^3 / (1 - m)^2, \quad k_0 = const. \quad (22)$$

Сонли натижалар асосида динамик факторларнинг сизиш характеристикаларига таъсири таҳлил қилинди.

2.4 параграфда ғовак муҳитларда суспензия сизиши масаласи кинетика тенгламасини такомиллаштирилган ҳолда қаралган. (4) ва (5) дан кўринадикки, $\rho_n = \rho_{n0}$ бўлганда пассив зонада чўкма ҳосил бўлиши бир онда тўхтайди. Бу эса, умуман олганда, жараённинг физик тавсифига зид. Шунинг учун, чўкма ҳосил бўлиши кинетикасини унинг ўзгариш динамикасида узлуксизлик таъминланадиган қилиб ўзгартириш эҳтиёжи бор. Шу мақсадда $f(\rho_n)$ ни қуйидагича танлаш таклиф этилмоқда:

$$f(\rho_n) = \frac{\rho_{n1}}{\rho_{n0} - \rho_{n1}} \left(\frac{\rho_{n0}}{\rho_n} - 1 \right), \quad (23)$$

ёки

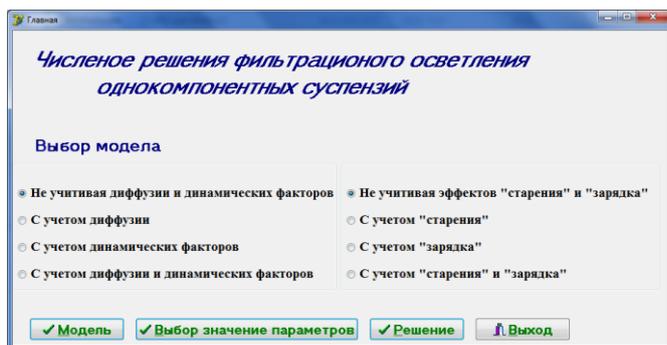
$$f(\rho_n) = \frac{\exp(-\lambda \rho_n) - \exp(-\lambda \rho_{n0})}{\exp(-\lambda \rho_{n1}) - \exp(-\lambda \rho_{n0})}, \quad (24)$$

бу ерда $\lambda = const$ “эскириш” ходисасининг интенсивлигини характерловчи параметр.

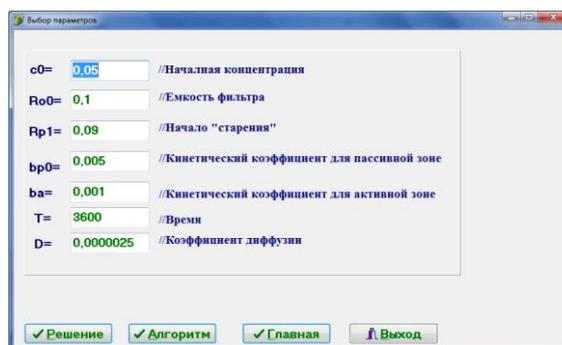
Бу параграфда ҳам масала сонли ечилиб, $f(\rho_n)$ ни силлиқлаштириш ва динамик омилларнинг сизиш ва ғовак муҳитда модда кўчиши характеристикаларига таъсири ўрганилган.

2.5 параграфда юкорида келтирилган масалаларни ечиш учун “Бир компонентли суспензияларни филтрлаб тиндириш масаласини сонли ечиш” номли дастурий мажмуа яратилган.

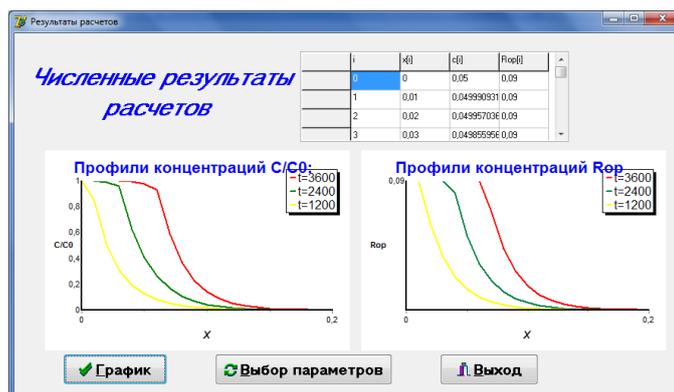
Дастур суспензия концентрациясини ўзгариш профилини, ювиладиган ва ювиш мумкин бўлмаган чўкиндини сонли ва график шаклда олиш имконини беради. Дастур график интерфейс билан жиҳозланган, диалог режимида ишлайди, барча натижалар матнли файлда сақланади, бу уларни турли шаклларда ишлатишга имкон беради.



1-Расм. Бошқарув ойнаси



2-расм. Бошланғич маълумотларни киритиш ойнаси



3-расм. Натижаларни жадвал ва график кўринишда чиқариш ойнаси

2.6 параграфда ғовак муҳитларда суспензия сизишининг чўкма ҳосил бўлиш кинетикасининг кўп босқичли эканлигини ҳисобга олган ҳолда яна бир такомиллаштирилган модел берилган. Суспензия оқимидаги муаллақ заррачаларнинг баланс тенгламаси ва Дарси қонуни бир ўлчамли ҳол учун қуйидагича

$$m_0 \frac{\partial c}{\partial t} + v \frac{\partial c}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}, \quad (25)$$

$$v = K(m) |\nabla p|, \quad m = m_0 - \rho, \quad (26)$$

бу ерда ρ – чўкма концентрацияси.

Бу модел V.Gitis томонидан таклиф қилинган моделнинг такомиллаштирилган варианты. Бу ерда чўкма ҳосил бўлиш кинетикаси қуйидагича олинган

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \begin{cases} \beta_1 v c, & 0 < \rho \leq \rho_1, \\ \frac{\beta_2 v c}{(1 + \gamma_1 |\nabla p|)} - \beta_3 (1 + \gamma_2 |\nabla p|) \rho, & \rho_1 < \rho < \rho_0, \\ 0, & \rho = \rho_0. \end{cases} \quad (27)$$

Бошланғич ва чегаравий шартлар қуйидагича

$$c(x, 0) = 0, \quad \rho(x, 0) = 0, \quad c(0, t) = c_0 = const, \quad \frac{\partial c}{\partial x} = 0, \quad x = L, \quad t > 0. \quad (28)$$

Бу параграфда ҳам масала чекли айирмалар усули ёрдамида сонли ечиблиб, кўп босқичли кинетика ва динамик омилларнинг сизиш ва ғовак муҳитда модда кўчиши характеристикаларига таъсири ўрганилган.

Диссертациянинг «**Ғовак муҳитларда икки компонентли суспензиялар сизиши моделларини тузиш ва сонли таҳлил қилиш**» деб аталувчи учинчи бобида ғовак муҳитларда икки компонентли суспензиялар сизишининг моделлари “эскириш”, “юкланиш” ходисалари, диффузия ва динамик омилларни, шунингдек чўкма ҳосил бўлишининг кўп босқичлилигини ҳисобга олган ҳолда такомиллаштирилган ва сонли таҳлил қилинган.

3.1 параграфда қаралган икки компонентли суспензия сизиш модели бир компонентли худди шундай моделнинг умумлашмасидан иборат бўлиб, баланс тенгламаси ҳар бир фракция учун алоҳида ёзилади ($i = 1, 2$)

$$m_0 \frac{\partial c^{(i)}}{\partial t} + v \frac{\partial c^{(i)}}{\partial x} + \frac{\partial \rho_a^{(i)}}{\partial t} + \frac{\partial \rho_n^{(i)}}{\partial t} = 0, \quad (29)$$

ювилиб кетувчи чўкма кинетика тенгламаси

$$\frac{\partial \rho_a^{(i)}}{\partial t} = \beta_a^{(i)} \left(c^{(i)} - \frac{\rho_a^{(i)}}{\rho_{a0}^{(i)}} c_0^{(i)} \right) \quad (30)$$

ва ювилиб кетмайдиган чўкма кинетика тенгламаси

$$\frac{\partial \rho_n^{(i)}}{\partial t} = \beta_n^{(i)} \phi_i \left(\rho_n^{(1)}, \rho_n^{(2)} \right) c^{(i)}, \quad (31)$$

бу ерда

$$\phi_1 \left(\rho_n^{(1)}, \rho_n^{(2)} \right) = \begin{cases} 1, & 0 < \rho_n^{(1)} \leq \rho_{n1}^{(1)}, \\ \rho_{n1}^{(1)} / \rho_n^{(1)}, & \rho_{n1}^{(1)} < \rho_n^{(1)}, \rho_n^{(1)} + \rho_n^{(2)} < \rho_{n0}, \\ 0, & \rho_n^{(1)} + \rho_n^{(2)} = \rho_{n0}, \end{cases}$$

$$\phi_2 \left(\rho_n^{(1)}, \rho_n^{(2)} \right) = \begin{cases} 1, & 0 < \rho_n^{(2)} \leq \rho_{n1}^{(2)}, \\ \rho_{n1}^{(2)} / \rho_n^{(2)}, & \rho_{n1}^{(2)} < \rho_n^{(2)} < \rho_{n0}, \rho_n^{(1)} + \rho_n^{(2)} < \rho_{n0}, \\ 0, & \rho_n^{(1)} + \rho_n^{(2)} = \rho_{n0}, \end{cases}$$

бу ерда $\rho_{n1}^{(i)}$ – чўкма концентрациянинг шундай чегаравий қийматики, $\rho_n^{(i)} > \rho_{n1}^{(i)}$ дан бошлаб пассив зонада мос равишда ҳар бир компонент учун “эскириш” ходисаси бошланади.

3.2 параграфда ғовак муҳитларда икки компонентли суспензиялар сизишининг моделлари актив зонада динамик омиллар ҳисобга олган ҳолда такомиллаштирилган ва сонли таҳлил этилган. Икки компонентли суспензия учун актив зонада чўкма ҳосил бўлиш кинетикасини қуйидагича такомиллаштирамиз

$$\frac{\partial \rho_a^{(i)}}{\partial t} = \frac{\beta_a^{(i)}}{1 + \gamma^{(i)} |\nabla p|} c^{(i)} - \beta_a^{(i)} \frac{\rho_a^{(i)} (1 + \omega^{(i)} |\nabla p|)}{\rho_{a0}^{(i)}} c_0^{(i)}, \quad i = 1, 2. \quad (32)$$

Босим градинтининг модулини Дарси қонунидан аниқлаймиз, бунда сизиш коэффициентини топиш учун Карман-Козен қонунидан фойдаланамиз

$$|\nabla p| = \frac{v_0 \left(1 - m_0 + \left(\rho_a^{(1)} + \rho_a^{(2)} + \rho_n^{(1)} + \rho_n^{(2)} \right) \right)^2}{k_0 \left(m_0 - \left(\rho_a^{(1)} + \rho_a^{(2)} + \rho_n^{(1)} + \rho_n^{(2)} \right) \right)^3}. \quad (33)$$

Ушбу масала ҳам чекли айирмалар усули билан ишланган.

3.3 параграфда ғовак муҳитларда икки компонентли суспензиялар сизишининг моделлари пассив зонада “эскириш” ҳодисаси, актив зоналарда динамик омиллар, шунингдек диффузион омилларни ҳисобга олган ҳолда математик модел тузилган. Бу ҳолда тенгламалар системасидаги (29) тенглама ўрнига қуйидаги тенгламадан фойдаланамиз

$$m_0 \frac{\partial c^{(i)}}{\partial t} + v \frac{\partial c^{(i)}}{\partial x} + \frac{\partial \rho_a^{(i)}}{\partial t} + \frac{\partial \rho_n^{(i)}}{\partial t} = D^{(i)} \frac{\partial^2 c^{(i)}}{\partial x^2}. \quad (34)$$

3.4 параграфда ғовак муҳитларда икки компонентли суспензиялар сизишининг моделлари пассив зонада “юкланиш” ҳодисаси, динамик ва диффузион омилларни ҳисобга олган ҳолда математик модел тузилган. Бу ҳолда тенгламалар системасидаги (31) тенгламадаги “юкланиш” ҳодисасини характерловчи $\beta_n^{(i)}(\rho_n^{(1)}, \rho_n^{(2)})$ ўрнига қуйидаги ифодани ишлатамиз

$$\beta_n^{(1)}(\rho_n^{(1)}, \rho_n^{(2)}) = \begin{cases} \beta_{n1}^{(1)}, & 0 < \rho_n^{(1)} \leq \rho_{n3}^{(1)}, \\ \beta_{n2}^{(1)}, & \rho_{n3}^{(1)} < \rho_n^{(1)}, \rho_n^{(1)} + \rho_n^{(2)} < \rho_{n0}, \\ 0, & \rho_n^{(1)} + \rho_n^{(2)} = \rho_{n0}, \end{cases}$$

$$\beta_n^{(2)}(\rho_n^{(1)}, \rho_n^{(2)}) = \begin{cases} \beta_{n1}^{(2)}, & 0 < \rho_n^{(2)} \leq \rho_{n3}^{(2)}, \\ \beta_{n2}^{(2)}, & \rho_{n3}^{(2)} < \rho_n^{(2)} < \rho_{n0}^{(2)}, \rho_n^{(1)} + \rho_n^{(2)} < \rho_{n0}, \\ 0, & \rho_n^{(1)} + \rho_n^{(2)} = \rho_{n0}. \end{cases}$$

Масала сонли ечилган ва натижалар таҳлили ўтказилган.

ХУЛОСА

Ушбу диссертация ғовак муҳитларда бир ва икки компонентли суспензиялар сизиши ва модда кўчиши жараёнларини турли омилларни, жумладан, “эскириш”, “юкланиш” ҳодисалари, динамик ва диффузион омиллар, чўкма ҳосил бўлишининг кўп босқичли кинетикасини ҳисобга олиб моделлаштириш ва сонли тадқиқ қилишга бағишланган.

Тадқиқотнинг асосий натижалари куйидагилардан иборат:

1. Ғовак муҳитларда бир компонентли суспензиялар сизишининг “эскириш”, “юкланиш” ҳодисалари ва диффузия ҳисобга олган ҳолда такомиллаштирилган моделлари тузилган. Масалани сонли ечиш учун самарали алгоритм ишлаб чиқилган.

2. Ғовак муҳитларда бир компонентли суспензиялар сизиши модели динамик омилларни ҳисобга олган ҳолда такомиллаштирилган. Динамик омиллар ҳисобга олинганда актив зона сиғими тўлиқ чўкма билан қопланмайди, лекин чўкма ҳосил бўлиши тўхтайдди, яъни вақт бирлиги ичида ўтириб қолаётган ва қайта суюқлик оқимиға қўшиладиган заррачалар миқдори тенг бўлиб, динамик мувозанат ҳолатига эришилган.

3. Ғовак муҳитларда суспензиялар сизишининг “эскириш” ҳодиса ҳисобга олиб тузилган модели такомиллаштирилган ва сонли ечилган. Пассив зонада чўкма ҳосил бўлиш кинетикасидаги сакраб ўзгаришларни бартараф этувчи ўзгариш таклиф этилган. $f(\rho_n)$ да узлуксиз муносабатларнинг олиниши ечимнинг “силлиқланиш”ига олиб келган.

4. Ғовак муҳитларда икки компонентли суспензиялар сизишининг моделлари “эскириш”, ҳодисаси, диффузия ва динамик омилларни ҳисобга олиб такомиллаштирилган ва сонли тадқиқ этилган.

5. Ғовак муҳитларда икки компонентли суспензиялар сизишининг моделлари чўкма ҳосил бўлишининг кўп босқичлилигини ҳисобга олиб такомиллаштирилган. Чўкма ҳосил бўлишининг кўп босқичлилигини ҳисобга олиш бир босқичли кинетикада кузатилмайдиган ҳолатлар билан юз бериши кўрсатилган. Хусусан, чўкма ҳосил бўлиш динамикасининг маълум бир нуқталардаги динамикасида монотонлик йўқолгангини кузатилган.

6. Ғовак муҳитларда бир ва икки компонентли суспензиялар сизиши масалаларини ечиш самарали сонли алгоритмлар яратилган, сонли усулларнинг яқинлашувчилиги ва турғунлиги текширилган, шунингдек ушбу масалаларни ечиш учун дастурий мажмуалар яратилган.

**НАУЧНЫЙ СОВЕТ DSc.27.06.2017.FM.01.02 ПО ПРИСУЖДЕНИЮ
УЧЕНЫХ СТЕПЕНЕЙ ПРИ НАЦИОНАЛЬНОМ УНИВЕРСИТЕТЕ
УЗБЕКИСТАНА**

САМАРКАНДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ФАЙЗИЕВ БЕКЗОДЖОН МУРТАЗАЕВИЧ

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ФИЛЬТРАЦИИ И ПЕРЕНОСА
ВЕЩЕСТВ В ПОРИСТЫХ СРЕДАХ С МНОГОСТУПЕНЧАТОЙ
КИНЕТИКОЙ ОСАДКООБРАЗОВАНИЯ**

**05.01.07 – Математическое моделирование. Численные методы и комплексы
программ**

**АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ ДОКТОРА ФИЛОСОФИИ (PhD)
ПО ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИМ НАУКАМ**

ТАШКЕНТ–2018

Тема диссертации доктора философии (Doctor of Philosophy) по физико-математическим наукам зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Кабинете Министров Республики Узбекистан за № B2018.2.PhD/FM203

Диссертация выполнена в Самаркандском государственном университете.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, русский, английский (резюме)) размещен на веб-странице Научного совета (www.nuu.uz) и на Информационно-образовательном портале «Ziyonet» (www.ziyonet.uz).

Научный руководитель:	Хужаёров Бахтиёр доктор физико-математических наук, профессор
Официальные оппоненты:	Нормуродов Чори Бегалиевич доктор физико-математических наук Жабборов Насридин Мирзоодилович доктор физико-математических наук
Ведущая организация:	Научно-инновационный центр информационно-коммуникационных технологий при Ташкентском университете информационных технологий

Защита диссертации состоится «_____» _____ 2018 года в _____ часов на заседании научного совета DSc.27.06.2017.FM.01.02 при Национальном университете Узбекистана (Адрес: 100174, Ташкент, ВУЗ Городок, ул. Университет–4. Тел.:(99871) 246–02–24; факс:(99871) 246–53–21; e–mail: info@nuu.uz).

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно–ресурсном центре Национального университета Узбекистана (регистрационный номер ____). (Адрес: 100174, Ташкент, ВУЗ Городок, ул. Университет–4. Тел.:(99871) 246–02–24; факс:(99871) 246–53–21; e–mail: info@nuu.uz).

Автореферат диссертации разослан «_____» _____ 2018 года.
(протокол рассылки № _____ от «_____» _____ 2018 года).

А. Р. Марахимов
Председатель Научного совета по присуждению ученой степени, д.т.н., профессор

З.Р.Рахмонов
Ученый секретарь Научного совета по присуждению ученой степени, д.ф.–м.н.

М.М.Арипов
Председатель научного семинара при Научном совете по присуждению ученой степени, д.ф.–м.н., профессор

ВВЕДЕНИЕ (аннотация диссертации доктора философии(PhD))

Актуальность и востребованность темы диссертации. Многие научно-практические исследования, проводимые в мировом масштабе, в большинстве случаев приводятся к задачам теории фильтрации неоднородных жидкостей. Математические модели, выраженные в виде системы дифференциальных уравнений с частными производными являются объектом исследования в таких сферах как механика жидкости и газа, гидрогеологии, экологии и т.п. Модели фильтрации неоднородной жидкости в пористых средах и методы их численного исследования служат теоретических основой для процессов очистки питьевых и сточных вод, повышения эффективности нефте-газо добычи и др. Поэтому разработка адекватных математических моделей фильтрации неоднородной жидкости и перенос веществ в пористых средах, а также их исследование являются важными задачами математического моделирования.

В настоящее время в мире исследования механизмов фильтрации жидкости, переноса взвешенных частиц суспензии в пористых средах, взаимодействие этих частиц с поверхностью скелета пористой среды являются одной из актуальных задач механики жидкости и газа. Построение математических моделей процессов фильтрации жидкости и газа, а также их численное исследование имеет важное значение в теории фильтрации. В этом направлении: создание усовершенствованных математических модели фильтрации суспензии и переноса веществ в пористых средах, а также создание программных пакетов имеющих удобный интерфейс и эффективных численных алгоритмов являются целевыми научными исследованиями.

В нашей стране усиленное внимание уделяется фундаментальным наукам, имеющим прикладное применение. В частности, ведутся исследования по анализу различных технологических процессов и созданию прикладных разработок с использованием методов математического моделирования и вычислительной математики. Получены весомые результаты в области математического моделирования процессов фильтрации и переноса веществ, неоднородных жидкостей в пористых средах. Было постановлено, что проведение научных исследований по приоритетным направлениям «теории динамических систем, прикладной математики и математическому моделированию» на уровне международных стандартов является основной задачей и направлением деятельности². Моделирование процессов очистки питьевых и сточных вод, заводнения нефти-газовых пластов и создание программных продуктов, позволяющих проведение вычислительных экспериментов, играет важную роль в исполнении постановления.

² Постановление Кабинета Министров Республики Узбекистан от 18 мая 2017 года №292 «О мерах по организации деятельности вновь созданных научно-исследовательских учреждений академии Наук Республики Узбекистан»

Настоящая диссертация, в определенной степени, служит осуществлению задач, обозначенных в Постановлениях Президента Республики Узбекистан №-ПП-916 «О дополнительных мерах по стимулированию внедрения инновационных проектов и технологий в производство» от 15 июля 2008 года, №-ПП-2789 «О мерах по дальнейшему совершенствованию деятельности Академии наук, организации, управления и финансирования научно-исследовательской деятельности» от 17 февраля 2017 года и Указа Президента №-УП-4947 «О стратегии действий по дальнейшему развитию Республики Узбекистан» от 8 февраля 2017 года а также в других нормативно-правовых актах по данной деятельности.

Соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики. Данное исследование выполнено в соответствии с приоритетным направлением развития науки и технологий в Республике Узбекистан IV. «Математика, механика и информатика».

Степень изученности проблемы. Первые теоретические предпосылки фильтрации дисперсных жидкостей в пористой среде с учетом осаждения и освобождения твердых частиц разработаны в прошлом веке и связаны с работами Т.Iwasaki. В работе Д.М.Минца составлено уравнение баланса вещества при движении жидкости с твердыми частицами в пористой среде. Дополнительно к уравнению баланса рассматривается уравнение интенсивности процесса осаждения и освобождения частиц. За последние годы разработка и усовершенствование математических моделей процессов фильтрации суспензии в пористых средах и численных методов рассмотрены в работах таких ученых, как K.Ives, M.Sharma, M.Elimelech, J.Bear, Ch.Tien, P.Bedrikovetsky, A.Adin, M.Rebhun, J.Herzig, V.Gitis, Г.Баренблат, А.Х.Мирзаджанзаде, Е.В.Венецианов, К.С.Басниев, Д.Михайлов, А.Никифоров и др.

Первые систематические исследования процесса фильтрации суспензии проведены Ю.М.Шехтманом. На основе уравнений движения и неразрывности для малоцентрированных суспензий получено уравнение баланса. Е.В.Венециановом предложена модель фильтрации суспензии подобно сорбционным.

В Узбекистане в разработку математических моделей и вычислительных методов для исследования процессов фильтрации жидкости и газа в пористых средах внесли огромный вклад такие отечественные ученые, как Ф.Б.Абуталиев, Ж.Ф.Файзуллаев Н.М.Мухидинов, Р.Садуллаев, И.Алимов, Ж.Акилов, Б.Х.Хужаёров, И.К.Хужаев, Н.Равшанов, Ш.Каюмов, В.Ф.Бурнашев и др. В частности, Б.Х.Хужаёровым предложено новое кинетическое уравнение для кольматационно-суффозионной фильтрации с учётом динамических факторов.

Связь темы диссертации с научно-исследовательскими работами высшего учебного заведения, в которой выполняется диссертация. Диссертационная работа выполнена в соответствии с темой научно-исследовательских работ ФА-Ф1-Ф042 «Разработка и исследование гидродинамических моделей фильтрации неоднородных жидкостей в

пористых средах» (Организация-исполнитель - Комплексный научно-исследовательский институт региональных проблем Самаркандского отделения АН РУз, 2007-2011 гг.) и Ф4-Ф078 «Гидродинамические задачи фильтрации и фильтрации неоднородных жидкостей в пористых средах» (Организация-исполнитель - Самаркандский государственный университет, 2012-2016 гг.).

Целью исследования является моделирование и численное исследование процессов фильтрации суспензии в пористой среде с учетом динамических, диффузионных факторов и многоэтапности процесса осаждения и освобождения частиц в пористой среде за счет эффектов «старения», «зарядки».

Задачи исследования:

усовершенствование модели и численное решение задачи фильтрации суспензии с учетом эффектов «старения» и «зарядки»;

усовершенствование модели и численное исследование задачи фильтрации однокомпонентной суспензии с учетом динамических факторов, диффузии и многоэтапности кинетике осадкообразования;

разработка математической модели и численного алгоритма фильтрации двухкомпонентной суспензии в пористой среде с учетом динамических факторов и диффузионных эффектов;

разработка программных средств для решения задач фильтрации однокомпонентной и двухкомпонентной суспензии в пористой среде, с учетом многоступенчатой кинетики осадкообразования.

Объектом исследования являются пористые среды и осадкообразующие неоднородные жидкости, фильтрующиеся в пористой среде.

Предмет исследования. Математические модели, вычислительные алгоритмы, программные средства и гидродинамический анализ процессов фильтрации суспензии в пористой среде.

Методы исследования. В ходе исследовательской работы использованы методы математического моделирования, численные методы и вычислительный эксперимент.

Научная новизна диссертационного исследования заключается в следующем:

усовершенствована математическая модель процесса фильтрации суспензии в пористой среде с учетом эффектов «старения», «зарядки» и динамических факторов и разработан вычислительный алгоритм решения задач на основе метода конечных разностей в полубесконечном и конечном пластах;

усовершенствована математическая модель фильтрации суспензии в пористой среде с учётом многоэтапности кинетики осадкообразования и разработан эффективный численный алгоритм решения задачи;

установлены характерные особенности динамики фильтрационных процессов;

усовершенствована модель фильтрации двухкомпонентных суспензий с учетом динамических факторов;

Практические результаты исследования заключаются в следующем:

усовершенствованы математические модели и разработаны вычислительные алгоритмы для процессов фильтрации суспензии в пористых средах;

разработано программное средство, предназначенное для решения задач фильтрационного осветления одно и двухкомпонентных суспензий в пористой среде.

Достоверность результатов исследования При составлении моделей фильтрации использованы фундаментальные законы сохранения для многофазных систем с дополнительными феноменологическими соотношениями, что обеспечивает их физическую корректность. При предложении новых кинетических уравнений осаждения и освобождения частиц в пористой среде использован феноменологический подход с тщательным обоснованием каждого допущения. При применении численных методов проверена их устойчивость, соблюдена необходимая точность аппроксимации. Тщательно проведен физический анализ полученных результатов, оценено их соответствие реальным физическим процессам.

Научная и практическая значимость результатов исследования.

Научная значимость результатов исследования заключается в разработке теоретических основ и математических моделей, численных методов и алгоритмов, вносящих вклад в развитие теории фильтрации суспензий в пористой среде учитывая различные явления.

Практическая значимость диссертации в том, что полученные результаты могут быть использованы при качественном и количественном анализе процессов очистки сточных вод и питьевой воды, добычи нефти и газа вторичными методами, гидрологии, где происходит фильтрация суспензии в пористых средах.

Внедрение результатов исследования.

Алгоритмы и программный продукт решения системы дифференциальных уравнений в частных производных использованы в исследованиях гранта QJ130000.2626.14J72 для исследования определения критерия существования решения дифференциальных уравнений с запаздывающим коэффициентом (Университет технологии Малайзии, справка от 26 марта 2018 года). Применение этих научных результатов дало возможность определить критерий существования и единственность решения дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом.

Усовершенствованные математические модели, разработанные вычислительные алгоритмы и разработанная программа, рассчитывающая изменение концентрации суспензии и осаждаемых частиц в процессе фильтрации двухкомпонентных суспензий в пористой среде, использованы в исследованиях фундаментального гранта под номером Ф4-ФА-Ф005 при усовершенствовании моделей и разработки алгоритмических методов решения задач математической физики для областей сложной конфигурации

(Министерство высшего и среднего специального образования, справка от 16 мая 2018 года). Применение этих научных результатов позволили численно решить и визуализировать результаты задач математической физики для областей сложной конфигурации.

Апробация результатов исследования. Результаты данного исследования были обсуждены на 9 научных конференциях, в том числе на 5 международных и 4 республиканских.

Публикация результатов исследования. По теме диссертации опубликовано 18 научных работ, из них 8 входят в перечень научных изданий, предложенных Высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан для защиты докторских диссертаций, в том числе 2 опубликованы в зарубежных журналах и 6 – в республиканских научных изданиях.

Объём и структура диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка использованной литературы. Объем диссертации составляет 108 страницы.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обоснована актуальность и востребованность темы диссертации, определено соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики, приведен обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации и степень изученности проблемы, сформулированы цели и задачи, выявлен объект и предмет исследования, изложены научная новизна и практические результаты исследования, раскрыта теоретическая и практическая значимость полученных результатов, даны сведения о внедрении результатов исследования, об опубликованных работах и о структуре диссертации.

В первой главе диссертации, названной «Механизмы и модели фильтрации неоднородных жидкостей в пористых средах» приводится анализ по проблемам моделирования процесса фильтрации неоднородных жидкостей в пористых средах. Рассматриваются механизмы и кинетика осаждения частиц в порах и их освобождение. Проведен анализ численных методов решения задачи фильтрации суспензии в пористой среде.

В параграфе 1.1 приведены некоторые сведения о направлениях, в которых процессы фильтрации дисперсных систем реализуются достаточно часто.

В параграфе 1.2 рассматривались различные механизмы удаления частиц, математическая формулировка фильтрации суспензий в пористой среде. Механизмы фильтрации, ответственные за удаление частиц, играют важную роль в разработке математических моделей для оценки эффективности фильтра в начале и во время процесса фильтрации. В литературных источниках встречается шесть наиболее распространенных механизмов переноса частиц суспензии в процессе фильтрации: механизм касания, диффузия, седиментации, инерции, гидродинамический механизм и взаимодействие ионных атмосфер.

Параграф 1.3 посвящен кинетике осаждения частиц в порах. Уравнение кинетики описывает основные характерные особенности процесса фильтрации. В литературных источниках встречаются различные уравнения кинетики: безотрывная кинетика, кинетика, одновременно учитывающая осаждение и освобождение и многоступенчатая кинетика.

В параграфе 1.4 приведены различные подходы для моделирования процесса фильтрации неоднородных жидкостей в пористых средах. Их можно условно разделить на так называемые решеточные модели, модели анализа траектории частиц, стохастические модели и эмпирические модели.

В параграфе 1.5 приведены методы численной реализации моделей фильтрации неоднородных жидкостей. В частности, дан сравнительный анализ методов аналитического и численного решения задачи фильтрации.

Во второй главе диссертации, названной «Составление и численный анализ моделей фильтрации однокомпонентных суспензий в пористых средах» приведены усовершенствованные модели и результаты численных решений задач фильтрации однокомпонентной суспензии в пористой среде с учётом явления «старение», «зарядка», диффузионных эффектов и динамических факторов, а также многоэтапность кинетики осадкообразования.

В параграфе 2.1 рассмотрено численное решение задачи фильтрации суспензии с учетом эффектов «старение» и «зарядка». Осадок в пористом пространстве имеет две формы – вымываемую и невымываемую. Соответственно зоны фильтра называются активными и пассивными. Активные зоны, омываемые струйной составляющей потока, формируют вымываемый осадок с концентрацией ρ_a , пассивные зоны, являющиеся застойными, формируют невымываемый осадок с концентрацией ρ_n . Обозначим полную емкость фильтра через ρ_0 . Из изложенного следуют $\rho_0 = \rho_{a0} + \rho_{n0}$, где ρ_{a0} и ρ_{n0} - емкости соответственно активных и пассивных зон. Математическая модель фильтрации суспензий в пористой среде, предложенная Е.В.Венециановом, состоит из уравнения баланса, уравнения кинетики в активной и пассивной зонах, которая в одномерном случае имеет вид

$$m_0 \frac{\partial c}{\partial t} + v \frac{\partial c}{\partial x} + \frac{\partial \rho_a}{\partial t} + \frac{\partial \rho_n}{\partial t} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho_a}{\partial t} = \beta_a \left(c - \frac{\rho_a}{\rho_{a0}} c_0 \right), \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho_n}{\partial t} = \beta_n(\rho_n) c, \quad (3)$$

где c – концентрация суспензии ($\text{м}^3/\text{м}^3$), v – скорость фильтрации ($\text{м}/\text{с}$), m_0 – пористость среды, β_a – коэффициент, характеризующий кинетику в активной зоне, совпадающий с линейной моделью фильтрации,

β_n – коэффициент, связанный с эффектом уплотнения (старения) осадка и $\beta_n = \alpha(\rho_n)\beta_{n0}$,

$$\alpha(\rho_n) = \begin{cases} 1 & \text{для } \rho_n \leq \rho_{n1}, \\ f(\rho_n) & \text{для } \rho_{n1} \leq \rho_n \leq \rho_{n0}, \\ 0 & \text{для } \rho_n > \rho_{n0}, \end{cases} \quad (4)$$

$f(\rho_n)$ функция, монотонно убывающая, характеризующая эффект «старение» и

$$f(\rho_n) = \frac{\rho_{n1}}{\rho_n}. \quad (5)$$

Эффект зарядки проявляется при первоначальном накоплении осадка, когда образуется монослой на поверхности загрузки и влиянием старения можно пренебречь. Поэтому кинетические свойства меняются относительно быстро и это изменение кинетического коэффициента β_{n0} на участке $0 \leq \rho_n \leq \rho_{n1}$ можно аппроксимировать ступенчатой функцией

$$\beta(\rho_n) = \begin{cases} \beta_{n3}, & 0 < \rho_n < \rho_{n3}, \\ \beta_{n0}, & \rho_{n3} \leq \rho_n < \rho_{n1}. \end{cases}$$

При $\rho_n \geq \rho_{n1}$ учитывается влияние старения осадка в соответствии с (4). Тогда коэффициент – $\beta(\rho_n)$ в (3) выражается с учетом вышеуказанного в виде:

$$\beta(\rho_n) = \begin{cases} \beta_{n3}, & 0 < \rho_n < \rho_{n3}, \\ \beta_{n0}, & \rho_{n3} \leq \rho_n < \rho_{n1}, \\ \beta_{n0}\rho_{n1} / \rho_n, & \rho_{n1} \leq \rho_n < \rho_{n0}, \\ 0, & \rho_n = \rho_{n0}. \end{cases} \quad (6)$$

Система (1) - (6) решена при начальных и граничных условиях $c(x,0) = 0, \quad \rho_a(x,0) = \rho_n(x,0) = 0, \quad c(0,t) = c_0 = const. \quad (7)$

Для решения задачи (1) – (7) применен метод конечных разностей.

В области $D = \{0 \leq x < \infty, 0 \leq t \leq T\}$ вводим сетку, где T – максимальное время, в течение которого исследуется процесс. Для этого интервал $x \in [0, \infty)$ разбиваем с шагом h , а $t \in [0, T]$ разбиваем на J частей с шагом τ . В результате имеем сетку

$$\omega_{h\tau} = \left\{ (x_i, t_j), x_i = ih, i = 0, 1, \dots, t_j = j\tau, j = 0, 1, \dots, J, \tau = T/J \right\}.$$

Вместо функций $c(t, x), \rho_a(t, x), \rho_n(t, x)$ будем рассматривать сеточные функции, значения которых в узлах (x_i, t_j) соответственно обозначим через $c_i^j, \rho_{a,i}^j, \rho_{n,i}^j$.

Уравнение (1) аппроксимируется на сетке $\omega_{h\tau}$ в следующем виде

$$m_0 \frac{c_i^{j+1} - c_i^j}{\tau} + v \frac{c_i^{j+1} - c_{i-1}^{j+1}}{h} + \frac{\rho_{a,i}^{j+1} - \rho_{a,i}^j}{\tau} + \frac{\rho_{n,i}^{j+1} - \rho_{n,i}^j}{\tau} = 0. \quad (8)$$

Разностная схема для уравнение (2) будет иметь вид:

$$\frac{\rho_{a,i}^{j+1} - \rho_{a,i}^j}{\tau} = \beta_a \left(c_i^j - \frac{\rho_{a,i}^j}{\rho_{a0}} c_0 \right). \quad (9)$$

Разностная схема для уравнение (3):

$$\frac{\rho_{n,i}^{j+1} - \rho_{n,i}^j}{\tau} = \alpha \left(\rho_{n,i}^j \right) \beta_{n0} c_i^j. \quad (10)$$

Начальные и граничные условия (7) также представляются в сеточном виде

$$\begin{aligned} \rho_{a,i}^0 = 0, \quad \rho_{n,i}^0 = 0, \quad c_i^0 = 0, \quad i = \overline{0, I}, \\ c_0^j = c_0, \quad j = \overline{0, J}, \end{aligned} \quad (11)$$

где I - достаточно большое число, для которого приблизительно выполняется $c_I^j = 0$.

Исследована устойчивость схем (8)-(10) по начальным данным. Доказана следующая

Теорема 1. Достаточными условиями устойчивости по начальным данным схем (8), (9) являются

$$\begin{cases} \tau \leq \min \left\{ \frac{2\rho_{a0}}{\beta_a c_0}; \frac{2m_0 h}{\beta_a h - v + h\alpha(\rho_{n,i}^j)\beta_0} \right\}, \\ v < h(\beta_a + \alpha(\rho_{n,i}^j)\beta_0), \end{cases}$$

а схема (10) безусловно устойчива.

Преобразуя разностные схемы (7) – (9) получаем

$$c_i^{j+1} = \frac{h}{v\tau + hm_0} \left(\frac{v\tau}{h} c_{i-1}^{j+1} + m_0 c_i^j - \left(\rho_{a,i}^{j+1} - \rho_{a,i}^j + \rho_{n,i}^{j+1} - \rho_{n,i}^j \right) \right), \quad (12)$$

$$\rho_{a,i}^{j+1} = \rho_{a,i}^j + \tau \beta_a \left(c_i^j - \frac{\rho_{a,i}^j}{\rho_{a0}} c_0 \right), \quad (13)$$

$$\rho_{n,i}^{j+1} = \rho_{n,i}^j + \tau \alpha \left(\rho_{n,i}^j \right) \beta_{n0} c_i^j, \quad (14)$$

Систему (12) – (14) решаем при известных начальных и граничных условиях (11). Вычисления проводятся в следующей последовательности. Согласно (13) и (14) определяются значения $\rho_{a,i}^{j+1}$ и $\rho_{n,i}^{j+1}$ через известные величины $\rho_{a,i}^j$, $\rho_{n,i}^j$ и c_i^j нижнего слоя в соответствующих точках, из (12) находятся c_i^{j+1} .

Создан эффективный алгоритм и компьютерная программа для решения этой задачи, а также приведен численный анализ результатов. Анализировано влияние эффектов «старения» и «зарядка» на характеристики фильтрации.

В параграфе 2.2 рассматривается задача фильтрации суспензии в пористой среде с учетом диффузионных эффектов. Вместо уравнения (1) используем уравнение баланса с учетом диффузии в виде

$$m_0 \frac{\partial c}{\partial t} + v \frac{\partial c}{\partial x} + \frac{\partial \rho_a}{\partial t} + \frac{\partial \rho_n}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}, \quad (15)$$

где D – коэффициент диффузии.

Задача (2) - (6), (15) решается при условиях (7) методом конечных разностей. В этом случае уравнения (15) аппроксимируется неявной схемой

$$m_0 \frac{c_i^{j+1} - c_i^j}{\tau} + v \frac{c_i^{j+1} - c_{i-1}^{j+1}}{h} + \frac{\rho_{a,i}^{j+1} - \rho_{a,i}^j}{\tau} + \frac{\rho_{n,i}^{j+1} - \rho_{n,i}^j}{\tau} = D \frac{c_{i-1}^{j+1} - 2c_i^{j+1} + c_{i+1}^{j+1}}{h^2}. \quad (16)$$

Преобразуем схему (16) и получаем следующую систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)

$$Ac_i^{j+1} - Bc_i^{j+1} + Ec_{i+1}^{j+1} = -F_i^j, \quad i = \overline{1, I-1}, \quad j = \overline{0, J-1}, \quad (17)$$

где

$$A = D \frac{\tau}{h^2} + v \frac{\tau}{h}, B = 2D \frac{\tau}{h^2} + v \frac{\tau}{h} + m_0, E = D \frac{\tau}{h^2}, F = m_0 c_i^j - (\rho_{a,i}^{j+1} - \rho_{a,i}^j) - (\rho_{n,i}^{j+1} - \rho_{n,i}^j)$$

Данную систему (17) решаем методом прогонки при известных $\rho_{a,i}^{j+1}$ и $\rho_{n,i}^{j+1}$:

$$c_i^{j+1} = \alpha_{i+1} c_{i+1}^{j+1} + \beta_{i+1}, \quad i = \overline{1, I-1}, \quad j = \overline{0, J-1}, \quad (18)$$

где

$$\alpha_{i+1} = \frac{C}{B - A\alpha_i}, \quad \beta_{i+1} = \frac{A\beta_i + F_i^j}{B - A\alpha_i}.$$

Из граничного условия имеем:

$$c_0^{j+1} = \alpha_1 c_1^{j+1} + \beta_1 = c_0, \quad \text{откуда } \alpha_1 = 0, \quad \beta_1 = c_0. \quad (19)$$

В параграфе 2.3 вместо уравнения (2) предложено обобщенное кинетическое уравнение характеризующее осаждение и освобождение твердых частиц в вымываемой зоне пористой среды и учитывающее динамические факторы, в виде

$$\frac{\partial \rho_a}{\partial t} = \frac{\beta_a}{1 + \gamma |\nabla p|} c - \beta_a \frac{\rho_a (1 + \omega |\nabla p|)}{\rho_{a0}} c_0, \quad (20)$$

где γ , ω – постоянные коэффициенты, $|\nabla p|$ – модуль градиента давления.

Для вычисления модуля градиента давления используется обобщенный закон Дарси

$$v = K(m) |\nabla p|, \quad m = m_0 - (\rho_a + \rho_n), \quad (21)$$

где $K(m)$ – коэффициент фильтрации.

Для вычисления $K(m)$ используем закон Кармана-Козени

$$K(m) = k_0 m^3 / (1 - m)^2, \quad k_0 = const. \quad (22)$$

На основе численных результатов анализировано влияние динамических факторов на характеристики фильтрации.

В параграфе 2.4 рассматриваются задачи фильтрации суспензии в пористой среде с учетом усовершенствованного уравнения кинетики. Из (4) и (5) видно, что начиная с $\rho_n = \rho_{n0}$ происходит мгновенное прекращение осадкообразования в пассивной зоне. Это, в общем, противоречит физической картине процесса. Поэтому есть необходимость изменения кинетики осадкообразования, для того чтобы сохранить непрерывность в его динамике. С этой целью предлагается следующий выбор функции $f(\rho_n)$:

$$f(\rho_n) = \frac{\rho_{n1}}{\rho_{n0} - \rho_{n1}} \left(\frac{\rho_{n0}}{\rho_n} - 1 \right), \quad (23)$$

или

$$f(\rho_n) = \frac{\exp(-\lambda \rho_n) - \exp(-\lambda \rho_{n0})}{\exp(-\lambda \rho_{n1}) - \exp(-\lambda \rho_{n0})}, \quad (24)$$

где $\lambda = const$ характеризует интенсивность «старения».

Оценена роль сглаживания $f(\rho_n)$ и динамических факторов на фильтрационные свойства и характеристики переноса вещества в пористой среде.

В параграфе 2.5 разработан программный комплекс «Численное решение задачи фильтрационного осветления однокомпонентных суспензий», который позволяет решить задачи, приведенные в предыдущих параграфах. Программа позволяет получить профили изменения концентрации суспензии, вымываемого и невымываемого осадка в численном (в виде таблицы в отдельном файле) и графическом видах. Программа оснащена графическим интерфейсом, работает в диалоговом режиме, все результаты хранятся в текстовые файлы, что позволяет использовать их в различных формах.

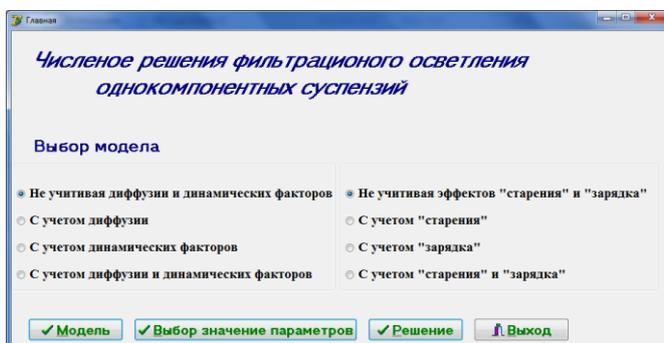


Рис.1. Управляющая форма

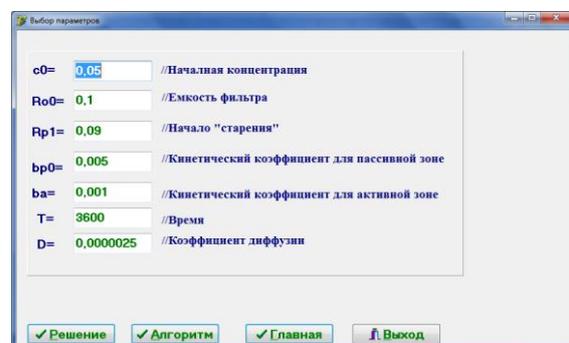


Рис.2. Окно ввода данных

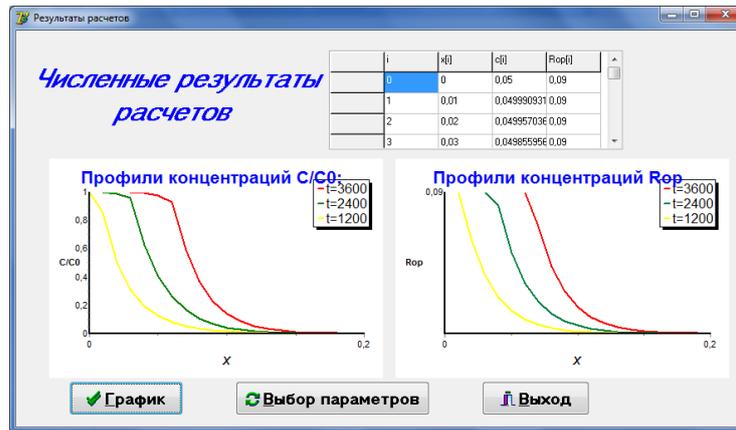


Рис. 3. Форма для вывода результатов расчетов в табличном и графическом виде

В параграфе 2.6 предложена другая усовершенствованная модель фильтрации суспензии в пористой среде с учетом многоступенчатого осадкообразования. Уравнение баланса массы взвешенных частиц в потоке суспензии и закон Дарси в одномерном случае имеют вид

$$m_0 \frac{\partial c}{\partial t} + v \frac{\partial c}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}, \quad (25)$$

$$v = K(m) |\nabla p|, \quad m = m_0 - \rho, \quad (26)$$

где ρ – концентрация осадка, $K(m)$ – коэффициент фильтрации.

Эта модель является модификацией известной модели V.Gitis. Кинетика осадкообразования здесь принимается в виде

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \begin{cases} \beta_1 v c & \text{для } 0 < \rho \leq \rho_1, \\ \frac{\beta_2 v c}{(1 + \gamma_1 |\nabla p|)} - \beta_3 (1 + \gamma_2 |\nabla p|) \rho & \text{для } \rho_1 < \rho < \rho_0, \\ 0 & \text{для } \rho = \rho_0, \end{cases} \quad (27)$$

где ρ_0 – полная емкость фильтра, ρ_1 – значение ρ , при котором «зарядка» завершается, β_1 – коэффициент, связанный с эффектом «зарядки», β_2 – коэффициент, связанный с осаждением частиц, β_3 – коэффициент, связанный с освобождением частиц, γ_1, γ_2 – постоянный коэффициенты.

Начальные и граничные условия имеют вид

$$c(x, 0) = 0, \quad \rho(x, 0) = 0, \quad c(0, t) = c_0 = const, \quad \frac{\partial c}{\partial x} = 0, \quad x = L, \quad t > 0. \quad (28)$$

Задача (25) - (28) решена методом конечных разностей. На основе численного решения задач оценена роль динамических факторов на фильтрационные и транспортные характеристики.

В третьей главе диссертации составлены и численно анализированы модели процесса фильтрации двухкомпонентной суспензии в пористой среде с учётом эффектов «старение», «зарядка», диффузионных эффектов и

динамических факторов, а также многоступенчатости кинетики осадкообразования.

Математическая модель осветления двухкомпонентных суспензий является обобщением соответствующей однокомпонентной модели и состоит из уравнений баланса для каждой фракции ($i = 1, 2$)

$$m_0 \frac{\partial c^{(i)}}{\partial t} + v \frac{\partial c^{(i)}}{\partial x} + \frac{\partial \rho_a^{(i)}}{\partial t} + \frac{\partial \rho_n^{(i)}}{\partial t} = 0, \quad (29)$$

уравнений кинетики формирования вымываемой

$$\frac{\partial \rho_a^{(i)}}{\partial t} = \beta_a^{(i)} \left(c^{(i)} - \frac{\rho_a^{(i)}}{\rho_{a0}^{(i)}} c_0^{(i)} \right) \quad (30)$$

и невымываемой частей осадка

$$\frac{\partial \rho_n^{(i)}}{\partial t} = \beta_n^{(i)} \phi_i(\rho_n^{(1)}, \rho_n^{(2)}) c^{(i)}, \quad (31)$$

где

$$\phi_1(\rho_n^{(1)}, \rho_n^{(2)}) = \begin{cases} 1 & \text{для } 0 < \rho_n^{(1)} \leq \rho_{n1}^{(1)}, \\ \rho_{n1}^{(1)} / \rho_n^{(1)} & \text{для } \rho_{n1}^{(1)} < \rho_n^{(1)}, \rho_n^{(1)} + \rho_n^{(2)} < \rho_{n0}, \\ 0 & \text{для } \rho_n^{(1)} + \rho_n^{(2)} = \rho_{n0}, \end{cases}$$

$$\phi_2(\rho_n^{(1)}, \rho_n^{(2)}) = \begin{cases} 1 & \text{для } 0 < \rho_n^{(2)} \leq \rho_{n1}^{(2)}, \\ \rho_{n1}^{(2)} / \rho_n^{(2)} & \text{для } \rho_{n1}^{(2)} < \rho_n^{(2)} < \rho_{n0}^{(2)}, \rho_n^{(1)} + \rho_n^{(2)} < \rho_{n0}, \\ 0 & \text{для } \rho_n^{(1)} + \rho_n^{(2)} = \rho_{n0}, \end{cases}$$

$\beta_a^{(i)}$ – коэффициенты, характеризующий кинетику в активной зоне, β_n – коэффициенты, связанный с эффектом уплотнения (старения) осадка, $\rho_{n1}^{(i)}$ – предельные концентрации, при $\rho_n^{(i)} > \rho_{n1}^{(i)}$ начинается уплотнение (старение) невымываемого осадка соответствующей фракцией суспензии.

В параграфе 3.2 поставлена и численно решена задача фильтрации двухкомпонентной суспензии с учетом динамических факторов. Обобщаем уравнение кинетики процесса осаждения и освобождения частиц в вымываемой зоне осадка для бинарной суспензии в следующем образом

$$\frac{\partial \rho_a^{(i)}}{\partial t} = \frac{\beta_a^{(i)}}{1 + \gamma^{(i)} |\nabla p|} c^{(i)} - \beta_a^{(i)} \frac{\rho_a^{(i)} (1 + \omega^{(i)} |\nabla p|)}{\rho_{a0}^{(i)}} c_0^{(i)}, \quad i = 1, 2. \quad (32)$$

Градиент давления определяется из закона Дарси, в котором для выражения коэффициента фильтрации используем закон Кармана-Козени

$$|\nabla p| = \frac{v_0 \left(1 - m_0 + \left(\rho_a^{(1)} + \rho_a^{(2)} + \rho_n^{(1)} + \rho_n^{(2)} \right) \right)^2}{k_0 \left(m_0 - \left(\rho_a^{(1)} + \rho_a^{(2)} + \rho_n^{(1)} + \rho_n^{(2)} \right) \right)^3}. \quad (33)$$

Эта задача также решается методом конечных разностей.

В параграфе 3.3 составлена математическая модель фильтрации бинарной суспензии в пористой среде с учетом явлений старения невымываемой части осадка, динамических и диффузионных факторов. В этом случае в системе уравнений вместе (30) использовано

$$m_0 \frac{\partial c^{(i)}}{\partial t} + v \frac{\partial c^{(i)}}{\partial x} + \frac{\partial \rho_a^{(i)}}{\partial t} + \frac{\partial \rho_n^{(i)}}{\partial t} = D^{(i)} \frac{\partial^2 c^{(i)}}{\partial x^2}. \quad (34)$$

В параграфе 3.4 составлена математическая модель фильтрации бинарной суспензии в пористой среде с учетом явлений «зарядка» невымываемой части осадка, динамических и диффузионных факторов. В этом случае в системе уравнений вместе (31) использованы коэффициенты, характеризующие эффект «зарядка», которые выражаются в виде

$$\beta_n^{(1)} \left(\rho_n^{(1)}, \rho_n^{(2)} \right) = \begin{cases} \beta_{n1}^{(1)}, & 0 < \rho_n^{(1)} \leq \rho_{n3}^{(1)}, \\ \beta_{n2}^{(1)}, & \rho_{n3}^{(1)} < \rho_n^{(1)}, \rho_n^{(1)} + \rho_n^{(2)} < \rho_{n0}, \\ 0, & \rho_n^{(1)} + \rho_n^{(2)} = \rho_{n0}, \end{cases}$$

$$\beta_n^{(2)} \left(\rho_n^{(1)}, \rho_n^{(2)} \right) = \begin{cases} \beta_{n1}^{(2)}, & 0 < \rho_n^{(2)} \leq \rho_{n3}^{(2)}, \\ \beta_{n2}^{(2)}, & \rho_{n3}^{(2)} < \rho_n^{(2)} < \rho_{n0}^{(2)}, \rho_n^{(1)} + \rho_n^{(2)} < \rho_{n0}, \\ 0, & \rho_n^{(1)} + \rho_n^{(2)} = \rho_{n0}. \end{cases}$$

Модель реализована численно и полученные результаты анализированы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Данная диссертация посвящена разработке и численному исследованию моделей процессов фильтрации и переноса веществ в пористых средах с многоступенчатой кинетикой осадкообразования.

Основные результаты исследования заключаются в следующем:

1. Составлена усовершенствованная математическая модель процесса фильтрации однокомпонентной суспензии в пористой среде с учетом эффектов старения, зарядки, диффузии. Разработан эффективный вычислительный алгоритм для решения задач.

2. Усовершенствована модель фильтрации однокомпонентной суспензии в пористой среде с учетом динамических факторов. Установлено, что учет динамических факторов в основном влияет на профили изменения концентрации вымываемой части осадка. В случае, когда не учтены

динамические факторы с течением времени емкость активной зоны полностью насыщается осадком, здесь вблизи точки $x = 0$ с течением времени увеличивается ρ_a , потом уменьшается и будет $\partial\rho_a/\partial t = 0$, т.е. предельная емкость полностью не насыщается осадком.

3. Составлена математическая модель и численно решена задача фильтрации суспензии в пористой среде с учетом эффекта «старения». На основе предложенной обобщенной модели, устраняющей скачкообразное изменение в кинетике осадкообразования в пассивной зоне, установлено что переход на непрерывную и гладкую зависимость $f(\rho_n)$ приводит к сглаживанию решений.

4. Усовершенствована математическая модель и численно решены задачи фильтрации двухкомпонентной суспензии в пористой среде с учетом эффектов старения и диффузии.

5. Усовершенствована модель процесса переноса веществ при течении двухкомпонентных суспензий в пористых средах с образованием пассивных и активных зон осадков с многоступенчатой динамикой осадкообразования. Показано, что многоступенчатость кинетики осаждения может приводить к различным эффектам, не характерным для переноса однокомпонентных суспензий с одноэтапной кинетикой осаждения частиц. В частности, для распределения концентрации взвешенных частиц в подвижной жидкости получены немонотонные динамики в отдельных точках среды.

6. Разработан эффективный алгоритм решения задач фильтрации однокомпонентной и двухкомпонентной суспензии в пористой среде, с учетом многоступенчатой кинетики осадкообразования, проверены устойчивость и сходимость численных методов, а также и разработан программных средств для решение задач.

**SCIENTIFIC COUNCIL AWARDING SCIENTIFIC DEGREES
DSc.27.06.2017.FM.01.02 NATIONAL UNIVERSITY OF UZBEKISTAN**

SAMARKAND STATE UNIVERSITY

FAYZIEV BEKZODJON MURTAZAEVICH

**MODELLING OF PROCESSES OF FILTRATION AND MASS
TRANSFER IN POROUS MEDIA WITH MULTISTAGE DEPOSITION
KINETICS**

05.01.07 – Mathematical simulation. Numerical methods and software

**ABSTRACT OF DISSERTATION OF THE DOCTOR OF
PHILOSOPHY (PhD) ON PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES**

TASHKENT-2018

The theme of dissertation of doctor of philosophy (PhD) on physical and mathematical sciences was registered at the Supreme Attestation Commission at the Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan under number B2018.2.PhD/FM203 .

Dissertation has been prepared at Samarkand State University.

The abstract of the dissertation is posted in three languages (uzbek, russian, english (resume)) on the website (www.ik-fizmat.nuu.uz) and the “Ziyonet” Information and educational portal (www.ziyonet.uz).

Scientific supervisor: **Khuzhayorov Bakhtiyor**
Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor

Official opponents: **Normurodov Chori Begalievich**
Doctor of Physical and Mathematical Sciences

Jabborov Nasridin Mirzoodilovich
Doctor of Physical and Mathematical Sciences

Leading organization: **Scientific and Innovation Center of Information and Communication Technologies at the Tashkent University of Information Technologies**

Defense will take place « ____ » _____ 2018 at _____ at the meeting of Scientific Council number DSc.27.06.2017.FM.01.02 at National University of Uzbekistan, Institute of Mathematics. (Address: University str. 4, Almazar area, Tashkent, 100174, Uzbekistan, Ph.: (+99871) 227-12-24, fax: (+99871) 246-53-21, e-mail: nauka@nuu.uz).

Dissertation is possible to review in Information-resource centre at National University of Uzbekistan (is registered № ____) (Address: University str. 4, Almazar area, Tashkent, 100174, Uzbekistan, Ph.: (+99871) 246-02-24).

Abstract of dissertation sent out on « ____ » _____ 2018 year
(Mailing report № _____ on « ____ » _____ 2018 year)

A. R. Maraximov
Chairman of scientific council
on award of scientific degrees,
D.T.S., professor

Z. R. Raxmonov
Scientific secretary of scientific council
on award of scientific degrees, D.F.-M.S.

M.M.Aripov
Chairman of scientific Seminar under Scientific
Council on award of scientific degrees,
D.F.-M.S., professor

INTRODUCTION (abstract of PhD thesis)

The aim of the research work is modelling and numerical investigation of the suspension filtration processes in a porous medium taking into account dynamic, diffusion factors and the multistage deposition kinetics due to the effects of "aging", "charging".

The objects of the research work are porous media and deposit-forming inhomogeneous liquids that are filtered in a porous medium.

Scientific novelty of the research work is as follows:

- the mathematical model of the filtration process of the suspension in a porous medium improved, taking into account the effects of "aging", "charging", dynamic factors, and a computational algorithm for solving problems based on the method of finite differences in the semi-infinite and finite porous media has been developed;

- the mathematical model of filtration of a suspension in a porous medium with the account of multistage kinetics of sedimentation was improved and an effective numerical algorithm for solving the problem has been developed;

- the characteristic features of the dynamic factors on filtration processes are established;

- the model of filtration of two-component suspensions with the account of dynamic factors is improved.

Implementation of the research results. The results obtained during the dissertation research are practiced in the following grant:

numerical algorithm and the software product for solving the system of partial differential equations were used in the research of the grant QJ130000.2626.14J72 "Solvability problem of periodic solutions for a numerical solution of differential equations with a retarded coefficient" (University of Technology of Malaysia, reference No. UTM.J.06 / 17.16 / 1/5 did.8 (31) of 26 March 2018). The application of these scientific results allowed to obtain criteria of existence and uniqueness of solution of differential equations with retarded argument.

improved mathematical models, developed computational algorithms and a developed program that calculates the change in the concentration of a suspension and precipitated particles during the filtration of two-component suspensions in a porous medium have been used in studies of the fundamental grant numbered F4-FA-F005 in improving models and developing algorithmic methods for solving mathematical physics problems for areas of complex configuration (Ministry of Higher and Secondary Special Education, reference No. 89-03-1887 from 16 May 2018). The application of these scientific results made it possible to numerically solve and visualize the results of problems of mathematical physics for areas of complex configuration.

The structure and volume of the thesis. The thesis consists of an introduction, three chapters, conclusion and bibliography. The volume of the thesis is 108 pages.

ЭЪЛОН ҚИЛИНГАН ИШЛАР РЎЙХАТИ
СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ
LIST OF PUBLISHED WORKS

I бўлим (1 часть; part 1)

1. Хужаёров Б.Х., Махмудов Ж.М., Файзиев Б.М. Фильтрация двухкомпонентных суспензий в пористой среде с двумя зонами осадкообразования // Узбекский журнал «Проблемы механики», 2012, №1. С. 46-51. (05.00.00; № 6).

2. Файзиев Б.М. Задачи фильтрации суспензии в пористой среде с учетом явления «старения» и динамических факторов // Узбекский журнал «Проблемы механики», 2012, №1. С. 92-95. (05.00.00; № 6).

3. Хужаёров Б.Х., Махмудов Ж.М., Файзиев Б.М. Задача фильтрации суспензии в пористой среде с учетом явления «зарядки» и динамических факторов // Доклады Академии наук РУз, 2012, №2, 34-38 стр. (05.00.00; № 9).

4. Файзиев Б.М. Задача фильтрации суспензии в пористой среде с модифицированной кинетикой осадкообразования // Узб.журнал “Проблемы механики”, 2013, № 2, С. 34-37. (05.00.00; № 6).

5. Хужаёров Б.Х., Махмудов Ж.М., Файзиев Б.М., Сагдуллаев О.К. Задача фильтрации суспензии в пористой среде с модифицированной кинетикой осадкообразования // Научный вестник СамГУ, 2013, №3, С.29-33. (01.00.00; № 2).

6. Khuzhayorov B., Fayziev B. A model of suspension filtration in porous media with multistage accumulation kinetics // International Journal of Advanced Research in Science, Engineering and Technology, 2017, Vol. 4, Issue 10, 4643-4648 p. (05.00.00; № 8, Scientific Journal Impact Factor=4.332)

7. Файзиев Б.М. Математическая модель фильтрации суспензии в пористой среде с модифицированной кинетикой осадкообразования // Информационные технологии моделирования и управления, 2018, № 2 (110), С.126-134. (05.00.00; № 43).

8. Хужаёров Б.Х., Файзиев Б.М. Численное моделирование процесса фильтрации двухкомпонентной суспензии в пористой среде с учетом явления «зарядка» // Проблемы вычислительной и прикладной математики, 2018, №2, С.5-19. (05.00.00; № 23).

II бўлим (2 часть; part 2)

9. Хужаёров Б.Х., Махмудов Ж.М., Файзиев Б.М. Фильтрация двухкомпонентных суспензий в пористой среде с учетом явления «зарядки». // “Математик анализнинг долзарб муаммолари”, Республика илмий анжумани материаллари. – Урганч, 2012. – 130-133б

10. Хужаёров Б.Х., Махмудов Ж.М., Файзиев Б.М. Задача фильтрации суспензии в пористой среде с многоступенчатой кинетикой

осадкообразования // Материалы республиканской научно конференции «Актуальные вопросы математики, математического моделирования и информационных технологий» . – Термиз, 2012. – с. 155-158.

11. Хужаёров Б.Х., Махмудов Ж.М., Файзиев Б.М. Моделирование процессов фильтрации суспензии в пористой среде с образованием осадка // “Амалий математика ва информацион технологияларнинг долзарб муаммолари – ал – Хоразмий 2012” Халқаро илмий конференцияси материаллари. - Тошкент, 2012. – 267-270 .

12. Файзиев Б.М., Холияров Э.Ч., Жураев О.Ж., Сагдуллаев О.К. Обратная коэффициентная задача фильтрования суспензии с учетом эффекта старения // “Материаллар, конструкциялар, грунтлар механикаси ва реологик мураккаб системаларнинг долзарб муаммолари”, халқаро илмий-техник конференцияси материаллари. – Самарқанд, 2013.

13. Khuzhayorov B., Fayziev B. A Suspension Filtration Model in a Porous Medium with Effects of “Oldening” and “Charging” // International seminar on mathematics and natural sciences Organized by Samarkand state university and Malaysian Mathematical sciences society, Samarkand, 2013.

14. Файзиев Б.М., Рустамов Ш. Моделирование фильтрации суспензий с учетом явления «старения» // VIII Казахстанско-Российской международной научно-практической конференции «Математическое моделирование в научно-технологических и экологических проблемах нефтегазовой отрасли», Атырау, 2014. С. 123.

15. Fayziev B., Rustamov Sh. Numerical modeling of suspension flow with deposition in porous media // Тезисы докладов международная конференция «Прикладной и геометрический анализ», Самарканд, 2014. С.15.

16. Файзиев Б.М. Ғовак муҳитларда биржинслимас суюкликлар сизиши жараёнини моделлаштириш ва дастурий таъминот яратиш // «Ахборот-коммуникация технологияларининг ривожланиш истиқболлари» мавзусидаги республика илмий-амалий анжуман маърузалар тўплами, Қарши, 2018.

17. Хужаёров Б.Х., Юлдашев Т.Р., Файзиев Б.М. Моделирование процессов многоэтапного осадкообразования при заводнении нефтяных пластов // “Нефть ва газ комплексида бурғилаш, қазиб олиш ва қайта ишлаш жараёнларининг замонавий технологиялари”, Республика илмий-технике анжумани материаллари тўплами, Қарши, 2018.

18. Хужаёров Б.Х., Файзиев Б.М. Численное решения задачи фильтрационного осветления однокомпонентных суспензии, № DGU 04928, Ўзбекистон Республикаси Интеллектуал Мулк Агентлиги, Тошкент, 2017.

Автореферат Ўзбекистон Миллий университетининг «ЎзМУ хабарлари»
журнали таҳририясида 2018 йил 20 июнда таҳрирдан ўтказилди.

.

Босишга рухсат этилди 21.06.2018 йил. Ҳажми 2,75 босма табоқ.
Бичими 60x84 1/16. Адади: 100 нусха. Буюртма 112.

М.Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий университети
босмахонасида чоп этилди.

