

**ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ, МАТЕМАТИКА
ИНСТИТУТИ ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР
БЕРУВЧИ DSc. 27.06.2017.ФМ.01.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ**

**ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ФАНЛАР АКАДЕМИЯСИ ЯДРО
ФИЗИКАСИ ИНСТИТУТИ**

ТОШПЎЛАТОВ САЪДУЛЛА МАМАРАЖАБОВИЧ

**НОГЕЙЗЕНБЕРГ МОДЕЛЛАРИДА ИККИ МАГНОНЛИ СИСТЕМА
ЭНЕРГИЯ ОПЕРАТОРИНИНГ СПЕКТРАЛ ХОССАЛАРИ**

01.01.01 – Математик анализ

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ ДОКТОРИ (DSc)
ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ**

Тошкент – 2018

**Физика-математика фанлари доктори (DSc)
диссертацияси автореферати мундарижаси**

**Оглавление автореферата диссертации
доктора физико-математических наук (DSc)**

**Contents of the dissertation abstract of doctor (DSc)
on physico-mathematical sciences**

Ташпулатов Саъдулла Мамаражабович Ноейзенберг моделларида икки магнонли система энергия операторининг спектрал хоссалари.	3
Ташпулатов Саъдулла Мамаражабович Спектральные свойства оператора энергии двухмагнонных систем в негейзенберговских моделях.	27
Tashpulatov Sadulla Mamarajabovich Spectral properties of the energy operator of two-magnon systems in the non-Heisenberg Models	51
Эълон қилинган ишлар рўйхати Список опубликованных работ List of published works	56

**ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ, МАТЕМАТИКА
ИНСТИТУТИ ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ
DSc. 27.06.2017.ФМ.01.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ**

**ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ФАНЛАР АКАДЕМИЯСИ ЯДРО
ФИЗИКАСИ ИНСТИТУТИ**

ТОШПЎЛАТОВ САЪДУЛЛА МАМАРАЖАБОВИЧ

**НОГЕЙЗЕНБЕРГ МОДЕЛЛАРИДА ИККИ МАГНОНЛИ СИСТЕМА
ЭНЕРГИЯ ОПЕРАТОРИНИНГ СПЕКТРАЛ ХОССАЛАРИ**

01.01.01– Математик анализ

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ ДОКТОРИ (DSc)
ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ**

Тошкент – 2018

Фан доктори (DSc) диссертацияси мавзуси Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамаси ҳузуридаги Олий аттестация комиссиясида B2017.2.DSc/FM56 рақам билан рўйхатга олинган.

Диссертация Ўзбекистон Фанлар академияси ядро физика институтида бажарилган.

Диссертация автореферати уч тилда (ўзбек, рус, инглиз (резюме)) Илмий кенгаш веб-саҳифасида (<http://fti-kengash.uz/>) ва «ZiyoNet» Ахборот таълим порталида (www.ziyounet.uz) жойлаштирилган.

Илмий маслаҳатчи:	Расулова Муҳайё Юнусовна физика-математика фанлари доктори
Расмий оппонентлар:	Лақаев Саидахмат Норжигитович физика-математика фанлари доктори, академик Ғанихўжаев Расул Набиевич физика-математика фанлари доктори, профессор Кудайбергенов Каримберген Кадирбергенович физика-математика фанлари доктори, профессор
Етакчи ташкилот:	Россия Фанлар Академияси В. А. Стеклов номидаги математика институти

Диссертация ҳимояси Ўзбекистон Миллий университети, Математика институти ҳузуридаги Dsc.27.06.2017.FM.01.01 рақамли Илмий кенгашнинг 2018 йил «27» сентябрь соат_10³⁰_ даги мажлисида бўлиб ўтади. (Манзил: 100174, Тошкент ш., Олмазор тумани, Университет кўчаси, 4-уй. Тел.: (99871) 227-12-24, факс: (99871) 246-53-21, 246-02-24, e-mail: nauka@nu.uz)

Диссертация билан Ўзбекистон Миллий университетининг Ахборот-ресурс марказида танишиш мумкин (___рақами билан рўйхатга олинган). (Манзил: 100174, Тошкент ш., Олмазор тумани, Университет кўчаси, 4-уй. Тел.: (99871) 246-02-24).

Диссертация автореферати 2018 йил «14» сентябрь куни тарқатилди.
(2018 йил «14_» сентябрь__даги № _7 рақамли реестр баённомаси)

А.С. Садуллаев
Илмий даражалар берувчи илмий кенгаш раиси, ф.-м.ф.д., академик

Ғ.И. Ботиров
Илмий даражалар берувчи илмий кенгаш илмий котиби, ф.-м.ф.н.

В.И. Чилин
Илмий даражалар берувчи илмий кенгаш ҳузуридаги илмий семинар раиси, ф.-м.ф.д., профессор

КИРИШ (докторлик диссертацияси аннотацияси)

Диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати. Жаҳон миқёсида олиб борилаётган кўплаб илмий-амалий тадқиқотлар аксарият ҳолларда чегараланган ёки чегараланмаган ўз-ўзига қўшма операторларнинг спектрал анализи масалаларига келтирилади. Квант механикасида асосий математик объектлар гильберт фазосида таъсир этувчи чегараланмаган ўз-ўзига қўшма оператор (гамильтониан) лардан иборатдир. Бундай гамилтонианларнинг нуқтавий спектри эса физик системанинг боғланган ҳолатларининг энергетик сатҳларига мос келади. Аниқ бир физик системалар гамилтонианларининг спектрал хоссаларини тадқиқ қилиш назарий физикада муҳим масалалардан биридир. Қаттиқ жисмлар физикаси, квант механикаси моделларида ва статистик физикада учрайдиган панжарадаги заррачалар системасининг гамилтонианларига мос келадиган Шредингер операторларини ўрганиш замонавий математик илмнинг долзарб муаммоларидан саналади.

Ҳозирги кунда жаҳонда панжарадаги кўп заррачали системалар гамилтонианларига мос дискрет Шредингер операторларини спектрал хоссаларини тадқиқ қилишга алоҳида эътибор қаратилмоқда. Бу йўналишда муҳим натижалар ногейзенберг ва ногейзенберг аралашмали моделларидаги икки магнонли системалар энергия операторларининг спектрал хоссаларини тавсифлашда олинди. Гейзенберг ва ногейзенберг аралашмали моделларида бир магнонли система энергия операторининг, ногейзенберг ферромагнит моделида икки магнонли система энергия операторининг спектрини ўзаро узок таъсирларда ўрганиш ва ўзаро узок таъсирларнинг системанинг спектрига таъсирини ўрганиш математик илмнинг бу соҳадаги долзарб масалаларидан бири ҳисобланади. Гейзенберг ва ногейзенберг аралашмали моделларида икки магнонли система энергия операторининг муҳим ва дискрет спектрини тадқиқ қилиш, хос қийматлар сони учун баҳолар олиш операторлар назариясида мақсадли илмий тадқиқотлардан ҳисобланади.

Мамлакатимизда фундаментал фанларнинг илмий ва амалий тадбиқига эга бўлган статистик физика ва квант механикаси, қаттиқ жисмлар физикасининг долзарб йўналишларига эътибор кучайтирилди. Жумладан Шредингер операторлари назарияси масалаларини ўрганишга алоҳида эътибор қаратилди. «Функционал анализ, математик физика, квант механикаси ва статистик физика» фанларининг устувор йўналишлари бўйича халқаро стандартлар даражасида илмий тадқиқотлар олиб бориш математика фанининг асосий вазибалар ва фаолият йўналишлари этиб белгиланди¹. Қарор ижросини таъминлашда дискрет Шредингер операторлари муҳим ва дискрет спектрларини тадқиқ этишни ривожлантириш муҳим аҳамиятга эга.

¹ Ўзбекистон Республикаси Вазирлар маҳкамасининг 2017 йил 18 майдаги “Ўзбекистон Республикаси Фанлар академиясининг янгидан ташкил этилган илмий тадқиқот муассасалари фаолиятини ташкил этиш тўғрисида” ги 292-сонли қарори.

Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2008 йил 15 июлдаги ПҚ-916-сон «Инновацион лойиҳалар ва технологияларни ишлаб чиқаришга татбиқ этишни рағбатлантириш борасидаги қўшимча чора-тадбирлар тўғрисида»ги, 2017 йил 17 февралдаги ПҚ-2789-сон «Фанлар академияси фаолияти, илмий-тадқиқот ишларини ташкил этиш, бошқариш ва молиялаштиришни янада такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида»ги Қарори ва 2017 йил 8 февралдаги ПФ-4947-сон «Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантириш бўйича ҳаракатлар стратегияси тўғрисида»ги Фармони ҳамда мазкур фаолиятга тегишли бошқа норматив-ҳуқуқий ҳужжатларда белгиланган вазифаларни амалга оширишга ушбу диссертация тадқиқоти муайян даражада хизмат қилади.

Тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устувор йўналишларига боғлиқлиги. Мазкур тадқиқот республика фан ва технологиялар ривожланишининг IV. «Математика, механика ва информатика» устувор йўналиши доирасида бажарилган.

Диссертация мавзуси бўйича хорижий илмий-тадқиқотлар шарҳи².

Кўп заррачали системаларнинг спектрал хоссаларини ўрганиш бўйича илмий изланишлар етакчи хорижий давлатларнинг илмий марказлари ва олий таълим муассасалари, жумладан, Москва давлат университети, Россия ФА математика институтининг Санкт-Петербург бўлими, Санкт-Петербург давлат университети, Нижний-Новгороддаги радиофизика илмий-текшириш институти, Украина миллий ФАнинг физика институти (Киев), Россия ФАнинг Москвадаги Ландау номли назарий физика институти, Россия ФА ахборотларни узатиш муаммолари институти, Universität Innsbruck (Австрия), University of Missouri, Princeton University, Harvard University (АҚШ), Université Paris Nord (Франция), Kyoto University ва Tokyo Metropolitan University (Япония), Indian National Science Academy, Япониянинг Ибараки университети, Оксфорд университети, University of Nantes (Франция), Берлин техника университети, Universität Mainz (Германия), University Roma (Италия), Калифорния университети, University of Basel (Швейцария), Universität Zürich (Switzerland), Мичиган университети, University of Pennsylvania, Academia Sinica, Hokkaido University, Страсбург ва Юта университетлари, Universiti Kuala Lumpur (Малайзия), Торонто университетида олиб борилмоқда.

² Диссертация мавзуси бўйича хорижий илмий-тадқиқотлар шарҳи: Arkiv Mathematics Astronomis, www.springer.com/journal/11512; Теор. и мат. физика, www.mathnet.ru/tmf; Физика низких температур, www.fntr.ilt.kharkov.ua; Phys. Rev., www.journals.aps.org/pr/; Infin. Dimens. Anal. Quantum. Probab. Relat. Top.; www.worldscientific.com/worldscinet/idaqp; Матем. Сборник www.mathnet.ru/msb; Canadian Journal of Physics, www.nrcresearchpress.com/journal/cjp; Journal of Annals of Physics, www.journals.elsevier.com/annals-of-physics; Journal of Mathematical Physics, www.aip.scitation.org/journal/jpm; Journal of Funct. Anal., www.journals.elsevier.com/journal-of-functional-analysis/; Физика металлов и металловедение, www.impo.imp.uran.ru/fmm/; J. Comm. Math. Physics, www.link.springer.com/journal/220 манбалар асосида ишлаб чиқилган.

Икки магنونли системалар гамильтонианларининг спектри ва боғланган ҳолатларини тадқиқ қилишга оид дунёда олиб борилган изланишлар натижасида қатор долзарб масалалар ечилган, жумладан қуйидаги натижалар олинган: Бир ўлчовли Гейзенберг изотроп ферромагнетик моделида ўзаро кўшни атомларгача бўлган таъсирда икки магنونли системалар боғланган ҳолатларга эга бўлиши исботланган (Страсбург университети, Германия), ихтиёрий ўлчовли панжарада Гейзенберг изотроп ферромагнетик моделида ўзаро кўшни атомларгача бўлган таъсирда икки магنونли системаларнинг спектри ўрганилган ва системанинг боғланган ҳолатлари сони топилган (University of California), бир ўлчовли Гейзенберг изотроп ферромагнетик моделида ўзаро кўшни ва иккинчи кўшни атомларгача бўлган таъсирда икки магنونли системалар спектри тадқиқ қилинган (Indian National Sciences Academy, Tokyo Metropolitan University, Харьков давлат университети), бир ўлчовли Гейзенберг изотроп ферромагнетик моделида учинчи кўшни атомларгача бўлган таъсирда системанинг тўлиқ квазиимпульсининг баъзи бир қийматларида икки магنونли системалар спектри тадқиқ қилинган (Ўзбекистон миллий университети), икки ва уч ўлчовли панжараларда икки магنونли системалар спектри ва боғланган ҳолатлари Гейзенберг ферромагнетларида кўшни ва иккинчи кўшни атомларгача бўлган таъсирда тадқиқ қилинган (Ўзбекистон республикаси фанлар академияси ядро физикаси институти, Тошкент); Гейзенберг ва ногейзенберг аралашмали моделларида бир магنونли системанинг спектри ва локал аралашмали ҳолатлари ўрганилган, локал аралашмали ҳолатларнинг мавжуд бўлиш шартлари, уларнинг мавжудлик соҳалари, бу локал аралашмали ҳолатларнинг сони, энергияларининг айланиш қарраликлари, ҳамда уларнинг узлуксиз спектрга нисбатан жойлашишлари, бир ўлчовли ҳолда эса бу локал аралашмали ҳолатлар энергияларининг қийматлари топилган (Ўзбекистон республикаси фанлар академияси ядро физикаси институти, Тошкент).

Дунёда бугунги кунда, панжарадаги икки ва уч заррачали системаларга мос Шредингер операторлари спектрини тадқиқ қилиш бўйича бир қатор, жумладан: панжарадаги икки заррачали системаларга мос Шредингер операторлари хос қийматлари сони, бу хос қийматларнинг айланиш қарраликлари, панжарадаги уч заррачали системаларга мос Шредингер операторларининг муҳим спектрини тавсифлаш, бу операторларнинг хос қийматлари мавжудлиги, улар сони учун қуйи ва юқори баҳолар олиш, дискрет спектрнинг чекли ёки чексизлигини аниқлаш каби устувор йўналишларда илмий тадқиқотлар олиб борилмоқда.

Муаммонинг ўрганилганлик даражаси. Қаттиқ жисмлар физикаси, квант механикаси, статистик физика, квант майдонлар назарияси, атом ва молекуляр физиканинг кўпгина масалалари Шредингер операторларини ўрганишга келтирилади. Узлуксиз ва дискрет Шредингер операторлари, ҳамда Фридрихс моделлари учун дискрет спектр мавжудлиги, хос қийматларнинг дискрет спектр атрофидаги ёйилмалари, ўзаро таъсир константасининг бўсағавий қийматларини аниқлаш масалалари М.Клауз, Б.Саймон, Е.Л.Лакштанов, Р.А.Минлос, С.Н.Лакаев, К.Макаровларнинг

ишларида ўрганилган. Бир магنونли системаларни Гейзенберг ва ногейзенберг аралашмали моделларида қаралганда, бу системаларга мос келувчи операторларнинг таъсири квазиимпульсли кўринишда умумлашган Фридрихс модели билан тавсифланади. Фридрихс модели илк бор К.О.Фридрихс ишларида қаралган. Кейинчалик эса О.А.Ладыженская ва Л.Д.Фаддеев, Л.Д.Фаддеев ишларида ривожлантирилган. Б.С.Павлов ва С.В.Петрасларнинг ишида сингуляр спектри чексиз бўлган операторга мисол қурилган. Операторнинг сингуляр спектрининг чекли бўлишлигининг янада аниқроқ шарти С.Н.Набоко ва С.И.Яковлевларнинг ишида берилган. Умумлашган Фридрихс моделининг спектрал хоссалари О.А.Ладыжинская ва Л.Д.Фаддеев, С.Н.Лакаевларнинг ишларида ўрганилган, чизикли операторларнинг кўзғалишлар назариясининг ўзи Т.Като, К.О.Фридрихсларнинг китобларида муфассал баён қилинган.

Икки магنونли система бир ўлчовли Гейзенберг изотроп ферромагнетик моделида илк бор Х.А.Бетъенинг ишларида ўрганилган. М.Уортис ўлчови ихтиёрий бўлган панжарада икки магنونли системани қараган ва бу системанинг боғланган ҳолатларини ўрганган. Икки магنونли системанинг спектри ва боғланган ҳолатлари Ф.Дайсон, В.Г.Барьяхтар, И.В.Барьяхтар, В.В.Вальков, А.И.Могильнер, И.Г.Гочев, Р.Силберглетт, Ж.Б.Торранс, Д.С.Маттис ва бошқа авторларнинг ишларида ҳам ўрганилган. И.Г.Гочев, С.К.Маюмдар, И.Оно, С.Микадо ва Т. Огучиларнинг ишларида икки магنونли система бир ўлчовли Гейзенберг ферромагнетида ўзаро қўшни ва иккинчи қўшни атомларгача бўлган таъсирда ўрганилган. Ногейзенберг ферромагнетикларининг хоссалари Ю.М.Сеидов, А.А.Бровин, Х.Х.Чин ва П.Леви, Р.Микнас, Д.А.Пинк, Р. Беллард, П.Тремблей ва бошқа авторларнинг ишларида ўрганилган. Магنونлар аралашма билан биргаликда Гейзенберг ва ногейзенберг моделларида Ю. А.Изюмов ва М.В.Медведев, Ю.Г.Окладной ва А.В.Кравченко, И.Оно ва Ю. Ендо, Б.Я.Благунов ва В.Г.Вакс, В.В.Ганн, Л.Г.Зазунов ва бошқа авторларнинг ишларида ўрганилган.

Уч заррачали узлуксиз Шредингер операторлари спектрал анализининг ажойиб натижаларидан бири бу системада Ефимов эффектининг мавжуд бўлишини исботланишидан иборатдир. Бу эффектнинг моҳияти шундан иборатки, кучсиз таъсирлашувчи уч заррачали системада уч заррачали узлуксиз спектрнинг чеккасида шу узлуксиз спектрнинг чеккасининг ўзида тўпланувчи чексиз кўп сондаги хос қийматлар пайдо бўлиши мумкин. Ефимов эффектининг мавжудлиги Р. Д.Амадо ва Ж.В.Ноблиларнинг ишларида амалга оширилган. Ефимов эффектининг мавжудлигининг изчил математик исботига эса С.А.Вугальтер ва Г.М.Жислин, Д.Р.Яфаев, А.В.Соболев, Ю.Н.Овчинников, И.М.Сигал, Х. Тамураларнинг серия ишлари бағишланган. Уч ўлчовли ҳол учун Д.Р.Яфаев Ефимов эффектининг изчил математик исботини берди. Гейзенберг гамильтонианида икки магنونли система энергия операторининг спектрини тадқиқ қилиш масалаларида кўп ишлар қилинган бўлсада, Гейзенберг ва ногейзенберг изотроп ферромагнетик аралашмали моделларида икки магنونли система энергия операторининг спектри, локал аралашмали ҳолатларини ўрганиш

масаласи ҳалигача муаммо бўлиб келмоқда. Ногейзенберг изотроп ферромагнетик моделида ўзаро қўшни, ўзаро қўшни ва иккинчи қўшни, худди шунингдек, то учинчи қўшни атомларгача бўлган ўзаро таъсирларда икки магнонли система энергия операторининг спектри ва боғланган ҳолатларини ўрганиш масаласи ҳалигача ечилмаган масалалардан бири бўлиб қолмоқда. Бундан ташқари, ўзаро узоқ таъсирларнинг мос операторлар спектрига қандай таъсир қилиши масаласи ҳал қилинмаган. Гейзенберг ва ногейзенберг ҳолларида мос системалар спектрининг ўзгариш картинаси қандай фарқ қилиши масаласи ҳам ойдинлаштирилмаган. Мавжуд ишларнинг таҳлилидан келиб чиқиб айтиш жоизки, ногейзенберг изотроп ферромагнит моделида икки магнонли система энергия операторининг спектри ва боғланган ҳолатларини тадқиқ қилиш масаласи ўз ечимини топишдан йироқдир. Бу муаммоларни бартараф этиш уларга бутунлай янгича ёндашувни талаб этади.

Диссертация тадқиқотининг диссертация бажарилган олий таълим муассасасининг илмий-тадқиқот ишлари режалари билан боғлиқлиги. Диссертация тадқиқоти Ўз. РФА ядро физикаси институтининг Ф 2.1.56. «Кўп заррачали системалар физик хоссаларини тадқиқ қилишнинг математик методларини яратиш» (2004-2007 йиллар), ФА. Ф1-Ф003+Ф067 «Кўп заррачали системаларнинг квант динамикаси, операторлар алгебрасида ноассоциатив ва топологик структуралар» (2007-2011 йиллар), Ф2-ФА-Ф 116 «Кўп заррачали системаларнинг кинетик ва магнит ва фаза ўтиш хоссаларини тадқиқ қилиш, ва эмирилиш бўсағаси яқинида уларнинг динамикаси» (2012-2016 йиллар) мавзуларидаги илмий-тадқиқот лойиҳалари доирасида бажарилган.

Тадқиқотнинг мақсади ν – ўлчовли панжара Z^{ν} да изотроп аралашмали ферромагнит Гейзенберг моделидаги, худди шунингдек, ногейзенберг аралашмали изотроп ферромагнит моделидаги икки магнонли система энергия операторининг муҳим спектри структурасини ва дискрет спектрини тавсифлашдан иборатдир.

Тадқиқотнинг вазифалари:

Гейзенберг ва ногейзенберг изотроп ферромагнит аралашмали моделларида бир магнонли система энергия операторининг спектри ва локал аралашмали ҳолатларини тавсифлаш;

Ногейзенберг изотроп ферромагнит моделида ўзаро қўшни атомларгача бўлган таъсирда икки магнонли система энергия операторининг спектри ва боғланган ҳолатларини тавсифлаш;

Ногейзенберг изотроп ферромагнит моделида ўзаро қўшни, иккинчи ва учинчи қўшни атомларгача бўлган таъсирда икки магнонли система энергия операторининг спектри ва боғланган ҳолатларини тавсифлаш;

аралашмали изотроп Гейзенберг ва ногейзенберг моделларида икки магнонли система гамильтонианининг боғланган ҳолатлари, локал аралашмали ҳолатлари ва сочилган ҳолатларини тавсифлаш;

Гейзенберг изотроп аралашмали ферромагнит моделида, худди шунингдек, ногейзенберг изотроп аралашмали ферромагнит моделида икки

магنونли система энергия операторининг муҳим спектри структураси ва дискрет спектрини ν -ўлчовли панжара Z^ν да тавсифлаш;

Тадқиқотнинг объекти ногейзенберг моделларидаги икки магنونли системалар, Гейзенберг аралашмали моделидаги бир магنونли система, ногейзенберг аралашмали ферромагнит моделидаги бир магنونли система, Гейзенберг аралашмали моделидаги икки магنونли система, ногейзенберг аралашмали ферромагнит моделидаги икки магنونли система, дискрет Шредингер оператори, ўз-ўзига қўшма операторларнинг дискрет, узлуксиз ва муҳим спектрлари, боғланган ҳолатлар ва локал аралашмали ҳолатлардан иборатдир.

Тадқиқотнинг предмети панжарадаги аралашмали ферромагнетик Гейзенберг ва ногейзенберг моделларида икки магنونли система гамильтонианларининг спектрини тадқиқ қилиш масалаларини ечишдан иборат.

Тадқиқотнинг усуллари. Тадқиқот ишида матрицалар назарияси, Гильберт фазосидаги чизиқли операторлар назарияси, Фурье алмаштириши, интеграл тенгламалар назарияси усуллари қўлланилган.

Тадқиқотнинг илмий янгилиги қуйидагилардан иборат:

изотроп аралашмали ферромагнетик Гейзенберг моделида бир магنونли система энергия оператори ν -ўлчовли бутун сонли панжара Z^ν да учтадан кўп бўлмаган типдаги локал аралашмали ҳолатларга эга бўлиши ва улар мос равишда, айнамаган, ν -каррали ва $(\nu-1)$ -каррали айниган бўлиши исботланган, бу локал аралашмали ҳолатлар энергиялари ҳар доим системанинг узлуксиз спектрига нисбатан бир томонда ётиши шартлари топилган;

изотроп аралашмали ферромагнетик ногейзенберг моделида бир магنونли система энергия оператори учтадан кўп бўлмаган типдаги локал аралашмали ҳолатларга эга бўлиши ва улар мос равишда, айнамаган, ν -каррали ва $(\nu-1)$ -каррали айниган бўлиши ва бу энергиялар мултипол ўзаро таъсир параметрларига ва спиннинг қийматига боғлиқ бўлиши исботланган;

анизотроп аралашмали ферромагнетик ногейзенберг моделида бир магنونли система энергия оператори қўшимча локал аралашмали ҳолатларга эга бўлиши ёки изотроп ҳол билан таққослаганда ўзининг локал аралашмали ҳолатларини йўқотиши мумкинлиги, шу билан биргаликда, бу локал аралашмали ҳолатлар энергиялари системанинг узлуксиз спектрига нисбатан турли томонларда ҳам ётиши мумкинлиги исботланган;

ν -ўлчовли ногейзенберг изотроп ферромагнетик моделида икки магنونли система энергия оператори $2\nu+1$ тадан кўп бўлмаган боғланган ҳолатларга эга бўлиши мумкинлиги ва системада ўзаро қўшни, иккинчи қўшни ва учинчи қўшни атомларгача бўлган таъсирларнинг қаралиши билан системада қўшишча боғланган ҳолатлар пайдо бўлиши мумкинлиги исботланган;

изотроп аралашмали ферромагнетик Гейзенберг моделида ва ногейзенберг моделида икки магنونли система энергия операторининг

муҳим спектри ν -ўлчовли панжарада тўрттадан ортиқ бўлмаган кесмаларнинг бирлашмасидан иборат бўлишлиги исботланган ва системанинг уч заррачали боғланган ҳолатлари сони учун қўйи ва юқори баҳолар олинган.

Тадқиқотнинг амалий натижалари тадқиқотлар натижасида олинган айниган ядроли ўз-ўзига қўшма интеграл ва қисман интеграл операторларнинг узлуксиз, дискрет спектрлари ва муҳим спектрлари структураси ва хос қийматлари сони учун олинган қўйи ва юқори баҳолар математик физика, квант механикаси ва статистик физика масалаларини ечишда, хусусан, Гейзенберг ва ногейзенберг ферромагнетикларининг энергетик спектрини, яъни магнит хоссаларини аниқлашда қўлланилган.

Тадқиқот натижаларининг ишончлилиги чизиқли операторлар назарияси ва чизиқли алгебранинг, матрицалар назарияси, интеграл тенгламалар назариясининг асосий теоремаларидан фойдаланилганлиги ҳамда математик мулоҳазаларнинг ва исботларнинг қабтиллиги билан асосланган.

Тадқиқот натижаларининг илмий ва амалий аҳамияти. Тадқиқот натижаларининг илмий аҳамияти квант физикаси, квант механикаси ва қаттиқ jismlar физикасида экспериментал кузатувлар ўтказишга назарий асос сифатида хизмат қилиши билан изоҳланади. Олинган натижалар магнитли ярим ўтказгичлар физикасида ҳам ўз тадбиқини топиши мумкин.

Тадқиқот натижаларининг амалий аҳамияти тадқиқотлар натижасида олинган айниган ядроли ўз-ўзига қўшма интеграл операторларнинг ва қисман интеграл операторларнинг узлуксиз, дискрет спектри ва муҳим спектрлари структураси ва хос қийматлари сони учун олинган қўйи ва юқори баҳолар уларга мос келувчи физик системалар энергетик спектрининг ўзгариш картинасини тадқиқ қилиш учун хизмат қилади.

Тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши: Ногейзенберг моделларида икки магنونли система энергия операторининг узлуксиз, дискрет спектрлари ва муҳим спектри структурасига, хос қийматлари сони учун олинган баҳоларга оид илмий натижалар қуйидаги йўналишларда амалиётга жорий қилинган:

Гейзенберг изотроп ферромагнетик аралашмали моделида ўзаро қўшни атомларгача бўлган таъсирда икки магنونли система энергия операторининг муҳим спектри структураси ва дискрет спектрига оид натижалар ERGS 13-024-0057 рақамли “П-адик статистик моделлар ва Бозе-Эйнштейн конденсатининг локал уйғониш динамикаси“ мавзусидаги илмий тадқиқот гранти лойиҳасида гамилтонианларнинг муҳим ва дискрет спектрларини тавсифлашда қўлланилган (Малайзия халқаро ислом университетининг 2016 йил 12 июлдаги маълумотномаси). Илмий натижаларнинг қўлланилиши Гейзенберг ферромагнетик модели билан боғлиқ бўлган бир қатор гамилтонианли системалар энергия операторларининг муҳим спектри структурасини ва дискрет спектрини тавсифлаш имконини берган;

Гейзенберг изотроп ферромагнетик аралашмали моделида ва ногейзенберг изотроп ферромагнетик аралашмали моделида ўзаро қўшни

атомларгача таъсирлашувчи бир магنونли ва икки магنونли системалар спектрига оид натижалардан STEM 1515-2016 рақамли "Топологик алгебралар ва тадбиқлари" мавзусидаги илмий тадқиқот гранти лойиҳасида Шредингер операторларининг спектрини тавсифлашда фойдаланилган (St. John's университети Математика ва Информацион технологиялар факультетининг 2016 йил 22 декабрдаги маълумотномаси). Илмий натижаларнинг қўлланилиши Шредингер операторларига доир эргодик типдаги теоремаларни тавсифлаш имконини берган;

Ногейзенберг изотроп ферромагнетик моделида ўзаро қўшни атомларгача таъсирлашувчи икки магنونли системалар спектрига оид натижалар РФФИ 15-11-30013 рақамли "Функционал фазолардаги оператор тенгламалар назарияси ва тадбиқлари" мавзусидаги илмий тадқиқот гранти лойиҳасида Гильберт фазосидаги операторларнинг муҳим ва дискрет спектрларини тавсифлашда қўлланилган (Россия Федерацияси В. И. Вернадский номли Қрим Федерал университети Таврия академиясининг 2016 йил 12 декабрдаги 3-29-18 сонли маълумотномаси). Илмий натижаларнинг қўлланилиши функционал фазолардаги Шредингер операторлари билан боғлиқ бўлган оператор тенгламаларни ечиш имконини берган.

Тадқиқот натижаларининг апробацияси. Мазкур тадқиқот натижалари 23 та халқаро илмий-амалий анжуманларда муҳокамадан ўтказилган.

Тадқиқот натижаларнинг эълон қилинганлиги. Диссертация мавзуси бўйича жами 61 та илмий иш чоп этилган, шулардан Ўзбекистон Республикаси Олий аттестацияси комиссиясининг докторлик диссертациялари асосий илмий натижаларини чоп этиш тавсия этилган илмий нашрларда 23 мақола, жумладан, 10 таси хорижий ва 13 таси республика журналларида нашр этилган.

Диссертациянинг тузилиши ва ҳажми. Диссертация кириш қисми, ҳар бири параграфларга бўлинувчи бешта боб, хулоса ва фойдаланилган адабиётлар рўйхатидан ташкил топган. Диссертацияда ҳар бир бобдаги теоремалар, леммалар, предложениялар, таърифлар, изоҳлар ва формулалар учта сондан иборат қилиб белгиланган, булардан биринчиси бобнинг, иккинчиси эса параграфнинг, учинчиси эса параграф ичидаги тартиб номерини билдиради. Диссертациянинг ҳажми 220 бетдан иборат.

ДИССЕРТАЦИЯНИНГ АСОСИЙ МАЗМУНИ

Кириш қисмида диссертация ишининг долзарблиги ва зарурати асосланган, тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устувор йўналишларига мослиги кўрсатилган, мавзу бўйича хорижий илмий тадқиқотлар шарҳи, муаммонинг ўрганганлик даражаси келтирилган, тадқиқот мақсади, вазифалари, объекти ва предмети тавсифланган, тадқиқотнинг илмий янгилиги ва амалий натижалари баён

этилган, олинган натижаларнинг назарий ва амалий аҳамияти очиб берилган, тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши ва ишончлилиги, нашр этилган ишлар ва диссертация тузилиши бўйича маълумотлар келтирилган.

Диссертациянинг **“Аралашмали ферромагнетик моделларда бир магنونли система энергия операторининг спектри ва локал аралашмали ҳолатлари”** деб номланувчи биринчи боби Гейзенберг ва ногейзенберг изотроп ферромагнетик аралашмали моделларидаги, шунингдек ногейзенберг анизотроп ферромагнетик аралашмали моделларидаги бир магنونли системалар энергия операторларининг спектри ва локал аралашмали ҳолатларини тавсифлашга бағишланган. Дастлаб диссертация ишининг асосий натижаларини баён қилиш учун зарур бўладиган квант механикаси, чизикли операторларнинг спектрал анализи, Фурье алмаштиришлари назарияси, Гильберт фазоларининг тензор кўпайтмаси ва Гильберт фазоларидаги чизикли операторларнинг тензор кўпайтмасига доир тушунчалар ва фактлар келтирилган.

Гейзенберг изотроп ферромагнетик аралашмали моделида ўзаро қўшни атомларгача бўлган таъсирда бир магنونли система энергия операторининг спектри ва локал аралашмали ҳолатлари ν -ўлчовли панжара Z^ν да тадқиқ қилинган. Системанинг локал аралашмали ҳолатлари, уларнинг мавжуд бўлиш шартлари, мавжудлик соҳалари ва улар энергияларининг айниш карраликлари топилган. Система энергияларининг қийматлари мос равишда, айнамаган, ν - каррали ва $(\nu-1)$ - каррали айниган учтадан кўп бўлмаган турдаги локал аралашмали ҳолатларга эга бўлиши исботланган. Шунини алоҳида таъкидлаш керакки, бу ҳолда барча локал аралашмали ҳолатлар энергиялари системанинг узлуксиз спектрига нисбатан фақатгина бир томонда ётади.

Қаралаётган системанинг гамильтониани қуйидаги кўринишда бўлади:

$$H = J \sum_{m,\tau} (\vec{S}_m \vec{S}_{m+\tau}) + (J_0 - J) \sum_{\tau} (\vec{S}_0 \vec{S}_{\tau}),$$

ва у симметрик Фок фазоси E да таъсир этади. Бу ерда $\vec{S}_m = (S_m^x; S_m^y; S_m^z)$, $m \in Z^\nu$ тугундаги $s=1/2$ атом спин оператори, $J > 0$ – Z^ν панжарадаги ўзаро қўшни атомлар орасидаги бичизикли алмашиш ўзаро таъсир параметри, $J_0 \neq 0$ – атомлар ва аралашма атоми орасидаги бичизикли алмашиш ўзаро таъсир параметри. Бу ҳолда S_m^x , S_m^y , S_m^z операторлари Паули матрицаларидан иборат бўлади. φ_0 орқали $S_m^+ \varphi_0 = 0$, $S_m^z \varphi_0 = (1/2)\varphi_0$, $\|\varphi_0\| = 1$ шартлари ёрдамида бир қийматли аниқланган вакуум векторини белгилаймиз. $S_m^- \varphi_0$ кўринишдаги векторлар m тугунда жойлашган бир магنونли системалар ҳолатини ифодалайди. E_1 орқали бу векторларга тортилган Гильберт фазосини белгилаймиз. У H операторнинг таъсирига нисбатан инвариант бўлади ва H операторнинг бир магنونли ҳолати фазоси деб аталади. H_1 орқали H операторнинг E_1 фазога қисқартирилганини белгилаймиз.

$F: L_2(Z^\nu) \rightarrow L_2(T^\nu) := \tilde{E}_1$ – орқали Фурье алмаштиришини белгилаймиз, бу ерда T^ν – нормалланган Лебег ўлчови $d\lambda$ билан таъминланган ν – ўлчовли тор: $\lambda(T^\nu) = 1$. $\tilde{H}_1 = FH_1F^{-1}$ деб оламиз. \tilde{H}_1 операторнинг \tilde{E}_1 фазодаги таъсири H_1 операторининг квазиимпульсли кўриниши деб аталади.

\tilde{H}_1 оператори квазиимпульсли кўринишда $L_2(T^\nu)$ фазода куйидаги формула ёрдамида таъсир этади:

$$(\tilde{H}_1 f)(x) = h(x)f(x) + \int_{T^\nu} h_1(x;t)f(t)dt,$$

бу ерда $h(x) = -2J\nu + 2J \sum_{i=1}^{\nu} \cos x_i$, $h_1(x;t) = -2\varepsilon\{\nu + \sum_{i=1}^{\nu} [\cos(x_i - t_i) - \cos x_i - \cos t_i]\}$,

$$\varepsilon = J_0 - J; x, t \in T^\nu.$$

\tilde{H}_1 операторнинг узлуксиз спектри $h_1(x;t)$ функцияга боғлиқ бўлмайди ва $[m_\nu; M_\nu]$ кесмани бутунлай тўлдиради, бу ерда $m_\nu = \min_x h(x)$, $M_\nu = \max_x h(x)$.

Таъриф 1. \tilde{H}_1 операторнинг $z \notin [m_\nu; M_\nu]$ хос қийматида мос келувчи $\varphi \in L_2(T^\nu)$ хос функцияси \tilde{H}_1 операторнинг локал аралашмали ҳолати деб, z – миқдори эса шу ҳолатнинг энергияси деб аталади.

P орқали $(J; \varepsilon)$ жуфтликни белгилаймиз ва $\nu = 1$ бўлганда бу P жуфтликнинг куйидаги саккизта тўпламини киритамиз: $G_1 = \{P: J < 0, 0 < \varepsilon \leq -J\}$, $G_2 = \{P: J > 0, -J \leq \varepsilon < 0\}$, $G_3 = \{P: J > 0, 0 < \varepsilon \leq J\}$, $G_4 = \{P: J < 0, J \leq \varepsilon < 0\}$, $G_5 = \{P:$

$$J > 0, \varepsilon > J\}, G_6 = \{P: J < 0, \varepsilon > -J\}, G_7 = \{P: J > 0, \varepsilon < -J\}, G_8 = \{P: J < 0, \varepsilon < J\}.$$

$$z_1 = \frac{(J + \varepsilon)(J - 3\varepsilon - \sqrt{D})}{2\varepsilon}, z_2 = -\frac{(J + \varepsilon)^2}{\varepsilon}, z_3 = \frac{(J + \varepsilon)(J - 3\varepsilon + \sqrt{D})}{2\varepsilon} \text{ деб оламиз,}$$

бу ерда $D = (J + \varepsilon)(J + 9\varepsilon)$.

Теорема 1. а). Агар $P \in G_1 \cup G_2$ бўлса, у ҳолда \tilde{H}_1 оператори локал аралашмали ҳолатларга эга бўлмайди, яъни \tilde{H}_1 оператори узлуксиз спектрдан ташқарида ётувчи хос қийматларга эга бўлмайди.

б). Агар $P \in G_3$ ($P \in G_4$) бўлса, у ҳолда \tilde{H}_1 оператори энергиясининг қиймати $z = z_1$ ($z = z_3$) га тенг бўлган ягона локал аралашмали ҳолат φ га эга бўлади. Бундан ташқари, $z_1 < m_1$ ($z_3 > M_1$) ва локал аралашмали ҳолат айнимагандир, яъни z хос қиймат оддийдир.

в). Агар $P \in G_5 \cup G_6$, ($P \in G_7 \cup G_8$) бўлса, у ҳолда \tilde{H}_1 оператори энергияларининг қийматлари мос равишда $z = z_1$ ва $z = z_2$ ($z = z_2$ ва $z = z_3$) ларга тенг бўлган иккита локал аралашмали ҳолатлар φ_1 ва φ_2 ларга эга бўлади. Шу билан биргаликда, $z_1 < z_2$ ($z_2 < z_3$) ва $z_i < m_1, i = 1, 2$ ($z_j > M_1, j = 2, 3$), бундан ташқари, бу энергияларнинг қийматлари айнимагандир.

$\nu = 2, 3$ бўлган ҳоллар учун шунга ўхшаш натижалар олинган, яъни, системанинг локал аралашмали ҳолатлари, уларнинг мавжуд бўлиш

шартлари топилган ва улар энергияларининг айниш карраликлари ҳисобланган.

Спинининг қиймати ихтиёрий бўлган ногейзенберг изотроп ферромагнетик аралашмали моделида бир магنونли система энергия операторининг спектри ва локал аралашмали ҳолатлари ўзаро қўшни атомларгача бўлган таъсирда тадқиқ қилинган. Системада энергияларининг қийматлари мос равишда айнамаган, ν –каррали ва $(\nu-1)$ –каррали айниган учтадан кўп бўлмаган турдаги локал аралашмали ҳолатлар мавжуд бўлиши исботланган. Бу локал аралашмали ҳолатларнинг энергиялари системанинг узлуксиз спектрига нисбатан фақатгина бир томонда ётиши аниқланган. Бу локал аралашмали ҳолатларнинг энергиялари мультитол алмашиш таъсир параметрларининг қийматларига ва спинга боғлиқ бўлади. Шундай ҳол борки, бу ҳолда система икки типдаги локал аралашмали ҳолатларга эга бўлади, бу локал аралашмали ҳолатларнинг энергиялари айнамаган ва $(2\nu-1)$ –каррали айнигандир.

Спинининг қиймати ихтиёрий бўлган ногейзенберг анизотроп ферромагнит аралашмали моделида бир магنونли система энергия операторининг спектри ва локал аралашмали ҳолатлари ўзаро қўшни атомларгача бўлган таъсирда тадқиқ қилинган.

Қаралаётган системанинг гамильтониани куйидаги кўринишда бўлади:

$$H = -\sum_{n=1}^{2s} J_n \sum_{m,\tau} [S_m^z S_{m+\tau}^z + \frac{\alpha}{2} (S_m^- S_{m+\tau}^+ + S_m^+ S_{m+\tau}^-)]^n - \sum_{n=1}^{2s} (J_n^0 - J_n) \sum_{\tau} [S_0^z S_{\tau}^z + \frac{\alpha}{2} (S_0^- S_{\tau}^+ + S_0^+ S_{\tau}^-)]^n,$$

ва у симметрик Фок фазоси E да таъсир этади. Бу ерда α – ҳақиқий сон, анизотропия параметри, $J_n, n = 1, 2, \dots, 2s$ – панжарадаги қўшни атомлар орасидаги ўзаро мультитол алмашиш таъсир параметрлари, $J_n^0, n = 1, 2, \dots, 2s$ – атомлар ва аралашма атоми орасидаги ўзаро мультитол алмашиш таъсир параметрларидир, τ эса ўзаро қўшни атомлар бўйича суммалашни билдиради, $\tau = \pm e_j, j = 1, 2, \dots, \nu$, бу ерда e_j бирлик ортлардир. Ногейзенберг анизотроп моделида системада қўшимча локал аралашмали ҳолатлар мавжуд бўлиши мумкинлиги ёки изотроп ҳол билан таққослаганда баъзи бир локал аралашмали ҳолатлар йўқолиши мумкинлиги исботланган.

Диссертациянинг “**Ўзаро қўшни атомларгача бўлган таъсирда икки магنونли система энергия операторининг спектри ва боғланган ҳолатлари**“ деб аталувчи иккинчи бобида спинининг қиймати ихтиёрий бўлган икки магنونли система энергия операторининг спектри ва боғланган ҳолатлари ўзаро қўшни атомларгача бўлган таъсирда ν – ўлчовли Z^{ν} панжарада ногейзенберг изотроп ферромагнетикларида тадқиқ қилинган.

Бичизикли ва биквадратик алмашиш таъсиридаги, яъни спинининг қиймати $s = 1$ бўлган икки магنونли система энергия операторининг спектри ва боғланган ҳолатлари ўзаро қўшни атомларгача бўлган таъсирда ν – ўлчовли ногейзенберг изотроп ферромагнетикларида тадқиқ қилинган.

Спиннинг S^z компонентаси берилган s да $s, s-1, \dots, -s$ қийматларини, яъни ҳаммаси бўлиб $2s+1$ та қиймат қабул қилади. Шунинг учун ҳам спинининг қиймати s бўлган атомнинг спинлари $2s+1$ та ориентацияга эга бўлади.

Диссертация ишида биз икки магنونли системанинг спектри ва боғланган ҳолатларини S^z компонентаси s га тенг қиймат қабул қилган секторда тадқиқ қиламиз.

Системанинг боғланган ҳолатларининг мавжуд бўлиш шартлари топилган ва бу боғланган ҳолатлар энергиялари ҳисобланган. Система $2\nu+1$ тадан кўп бўлмаган (улар энергияларининг айниш карралликларини ҳисобга олган ҳолда) боғланган ҳолатларга эга бўлиши мумкинлиги кўрсатилган.

Олинган натижалар шуни кўрсатадики, ногейзенберг ҳолида системанинг энергетик спектрининг сифатий ўзгариш картинаси системанинг Гейзенберг ҳолидаги энергетик спектрининг сифатий ўзгариш картинасидан кескин фарқ қилади. Хусусан, ногейзенберг ҳолида системада янги қўшимча боғланган ҳолатлар пайдо бўлади.

φ_0 орқали $S_m^+ \varphi_0 = 0, S_m^z \varphi_0 = s \varphi_0, \|\varphi_0\| = 1$ шартлари ёрдамида бир қийматли аниқланадиган вакуум векторни белгилаймиз, бу ерда $s = 1, 3/2, 2, 5/2, \dots$ - спиннинг қиймати, $S_m^\pm = S_m^x \pm i S_m^y$ деб оламиз. $S_m^- S_n^- \varphi_0$ векторлари $m, n \in Z^\nu$ тугунларда жойлашган икки магنونли системанинг ҳолатини ифодалайди.

E_2 орқали бу векторларга тортилган *Гильберт фазосини* белгилаймиз. Бу фазо H операторнинг *икки магنونли фазоси* деб аталади. H_2 орқали H операторнинг E_2 фазога қисқартирилганини белгилаймиз.

$F: L_2(Z^\nu \times Z^\nu) \rightarrow L_2(T^\nu \times T^\nu) := \tilde{E}_2$ - Фурье алмаштириши ва $\tilde{H}_2 = FH_2F^{-1}$ бўлсин.

H_2 оператори квазиимпульсли кўринишда \tilde{E}_2 фазода

$$(\tilde{H}_2 f)(x; y) = h(x; y) f(x; y) + \int_{T^\nu} h_1(x; y; t) f(t; x + y - t) dt$$

формула ёрдамида таъсир қилади, бу ерда $h(x; y)$ ва $h_1(x; y; t)$ лар 2π - даврли даврий, узлуксиз функциялардир.

Системанинг тўла квазиимпульси $x + y = \Lambda$ фиксирланган бўлсин. $L_2(\Gamma_\Lambda)$ орқали $\Gamma_\Lambda = \{(x; y) : x + y = \Lambda\} \subset T^\nu \times T^\nu$ тўпلامда квадратлари билан жамланувчи функциялар фазосини белгилаймиз.

\tilde{H}_2 оператори силжитиш оператори $(U_s f)(t) = f(t - s), t, s \in T^\nu, f \in L_2(T^\nu)$ билан коммутация қилгани учун ҳам, \tilde{H}_2 оператори диагоналландувчи оператордир, яъни, \tilde{H}_2 оператори ва \tilde{E}_2 фазосини $\tilde{H}_{2\Lambda}$ операторларининг ва $\tilde{E}_{2\Lambda}$ фазоларининг тўғри интегралларига ёйиш мумкин: $\tilde{H}_2 = \int_{T^\nu} \oplus \tilde{H}_{2\Lambda} d\Lambda,$

$\tilde{E}_2 = \int_{T^\nu} \oplus \tilde{E}_{2\Lambda} d\Lambda.$ $\tilde{H}_{2\Lambda}$ оператори ва $\tilde{E}_{2\Lambda}$ фазолари шундайки, $\tilde{E}_{2\Lambda}$ фазолари $\tilde{H}_{2\Lambda}$

операторларига нисбатан инвариант бўлади, $\tilde{H}_{2\Lambda}$ операторлари эса $\tilde{E}_{2\Lambda}$ фазоларида қуйидаги формула ёрдамида таъсир этади:

$$(\tilde{H}_{2\Lambda} f_\Lambda)(x) = h_\Lambda(x) f_\Lambda(x) + \int_{T^v} h_{1\Lambda}(x;t) f_\Lambda(t) dt, \quad h_\Lambda(x) = h(x; \Lambda - x), \quad h_{1\Lambda}(x;t) = h_1(x; \Lambda - x; t)$$

ва $f_\Lambda(x) = f(x; \Lambda - x)$.

$\tilde{H}_{2\Lambda}$ операторнинг узлуксиз спектри $h_{1\Lambda}(x;t)$ функцияга боғлиқ бўлмайди ва $[m_\Lambda^v; M_\Lambda^v] = G_\Lambda^v$ кесмадан иборат бўлади, бу ерда $m_\Lambda^v = \inf_{x \in T^v} h_\Lambda(x)$, $M_\Lambda^v = \sup_{x \in T^v} h_\Lambda(x)$.

Таъриф 2. $\tilde{H}_{2\Lambda}$ операторининг $z_\Lambda \notin G_\Lambda^v$ хос қийматига мос келувчи $\varphi_\Lambda \in L_2(T^v)$ хос функцияси \tilde{H}_2 операторининг Λ квазимпульсли боғланган ҳолати деб, z_Λ эса шу боғланган ҳолатларнинг энергияси деб аталади.

Теорема 2. $J = 2J_1$ ва ν ихтиёрий бўлсин. U ҳолда \tilde{H}_2 оператори энергиялари $z_1 = -2J_1$ ва $z_2 = -(4\nu + 2)J_1 - 4J_1 \sum_{i=1}^v \cos \Lambda_i$ ларга тенг бўлган иккита φ_1 ва φ_2 (улар энергияларининг айниш карраликларини ҳисобга олмаганда) боғланган ҳолатларга эга бўлади ва z_1 энергия ν каррали айниган, z_2 энергия эса айнимагандир ва барча $\Lambda \in T^v$ лар учун $z_i < m_\Lambda^v$, $i = 1, 2$, яъни бу боғланган ҳолатларнинг энергиялари узлуксиз спектрдан қуйида ётади.

Спинининг қиймати $s = 3/2$ бўлган икки магنونли система энергия операторининг спектри ва боғланган ҳолатлари ν -ўлчовли изотроп ногейзенберг ферромагнетикида ўзаро қўшни атомларгача бўлган таъсирда ўрганилган. Бу системанинг гамильтониани

$$H = -J \sum_{m,\tau} (\vec{S}_m \vec{S}_{m+\tau}) - J_1 \sum_{m,\tau} (\vec{S}_m \vec{S}_{m+\tau})^2 - J_2 \sum_{m,\tau} (\vec{S}_m \vec{S}_{m+\tau})^3,$$

кўринишга эга бўлади, бу ерда $J > 0$, $J_1 > 0$ ва $J_2 > 0$ – параметрлар, мос равишда, Z^v панжарадаги ўзаро қўшни атомлар орасидаги бичизиқли, биквадратик ва квадрупол алмашиш таъсир параметрлари.

J, J_1, J_2 ларнинг қандай қийматларида системанинг боғланган ҳолатлари мавжуд бўлиши, бу боғланган ҳолатлар энергияларининг қийматлари, айниш карраликлари топилган.

$\tilde{\pi} = (\pi; \pi; \dots; \pi) \in T^v$ ва $A = J - 3J_1 + 9J_2$, $C = J + J_1 - 23J_2$ деб белгилаймиз.

$\nu = 1$ ҳолни қараймиз ва $z_1 = 0$ ва $z_2 = 12A - \frac{2C^2 + 18A^2 \cos^2 \frac{\Lambda}{2}}{C}$ деб олаимиз.

Теорема 3. I. $A > 0, C > 0$ ва $\Lambda \in (0; \pi)$ ($\Lambda \in (\pi; 2\pi)$) бўлсин. U ҳолда

а). Агар $C \neq 3A \cos \frac{\Lambda}{2}$ ($C \neq -3A \cos \frac{\Lambda}{2}$) бўлса, U ҳолда \tilde{H}_2 оператори энергиялари $z_i < m_\Lambda^{(1)}$, $i = 1, 2$ ларга тенг бўлган иккита боғланган ҳолатга эга бўлади.

б). Агар $C = 3A \cos \frac{\Lambda}{2}$ ($C = -3A \cos \frac{\Lambda}{2}$) бўлса, у ҳолда \tilde{H}_2 оператори энергиясининг қиймати $z_1 < m_\Lambda^{(1)}$ га тенг бўлган ягона боғланган ҳолатга эга бўлади.

II. $A > 0, C < 0$ ва $\Lambda \in (0; \pi)$ ($\Lambda \in (\pi; 2\pi)$) бўлсин. У ҳолда

а). Агар $C \neq -3A \cos \frac{\Lambda}{2}$ ($C \neq 3A \cos \frac{\Lambda}{2}$) бўлса, у ҳолда \tilde{H}_2 оператори энергияларининг қийматлари z_1 ва z_2 ларга тенг бўлган иккита боғланган ҳолатларга эга бўлади, шу билан биргаликда $z_1 < m_\Lambda^{(1)}$ ва $z_2 > M_\Lambda^{(1)}$;

б). Агар $C = -3A \cos \frac{\Lambda}{2}$ ($C = 3A \cos \frac{\Lambda}{2}$) бўлса, у ҳолда \tilde{H}_2 оператори энергиясининг қиймати $z_1 < m_\Lambda^{(1)}$ га тенг бўлган ягона боғланган ҳолатга эга бўлади.

III. $A < 0, C > 0$ ва $\Lambda \in (0; \pi)$ ($\Lambda \in (\pi; 2\pi)$) бўлсин. У ҳолда

а). Агар $C \neq 3A \cos \frac{\Lambda}{2}$ ($C \neq -3A \cos \frac{\Lambda}{2}$) бўлса, у ҳолда \tilde{H}_2 оператори энергияларининг қийматлари z_1 ва z_2 ларга тенг бўлган иккита боғланган ҳолатларга эга бўлади, шу билан биргаликда $z_1 > M_\Lambda^{(1)}$ ва $z_2 < m_\Lambda^{(1)}$;

б). Агар $C = -3A \cos \frac{\Lambda}{2}$ ($C = 3A \cos \frac{\Lambda}{2}$) бўлса, у ҳолда \tilde{H}_2 оператори энергиясининг қиймати $z_1 > M_\Lambda^{(1)}$ га тенг бўлган ягона боғланган ҳолатга эга бўлади.

IV. $A < 0, C < 0$ ва $\Lambda \in (0; \pi)$ ($\Lambda \in (\pi; 2\pi)$) бўлсин. У ҳолда

а). Агар $C \neq 3A \cos \frac{\Lambda}{2}$ ($C \neq -3A \cos \frac{\Lambda}{2}$) бўлса, у ҳолда \tilde{H}_2 оператори энергияларининг қийматлари z_1 ва z_2 ларга тенг бўлган иккита боғланган ҳолатларга эга бўлади, шу билан биргаликда $z_1 > M_\Lambda^{(1)}$ ва $z_2 < m_\Lambda^{(1)}$;

б). Агар $C = -3A \cos \frac{\Lambda}{2}$ ($C = 3A \cos \frac{\Lambda}{2}$) бўлса, у ҳолда \tilde{H}_2 оператори энергиясининг қиймати $z_1 > M_\Lambda^{(1)}$ га тенг бўлган ягона боғланган ҳолатга эга бўлади.

Иккинчи бобнинг учинчи параграфиди спинининг қиймати $s = 2$ бўлган икки магнони система энергия операторининг спектри ва боғланган ҳолатлари ν -ўлчовли изотроп ногейзенберг ферромагнетикида ўзаро қўшни атомларгача бўлган таъсирда ўрганилган.

Системанинг гамильтониани куйидаги кўринишга эга бўлади:

$$H = -J \sum_{m,\tau} (\vec{S}_m \vec{S}_{m+\tau}) - J_1 \sum_{m,\tau} (\vec{S}_m \vec{S}_{m+\tau})^2 - J_2 \sum_{m,\tau} (\vec{S}_m \vec{S}_{m+\tau})^3 - J_3 \sum_{m,\tau} (\vec{S}_m \vec{S}_{m+\tau})^4,$$

бу ерда $J > 0$, $J_1 > 0$, $J_2 > 0$ ва $J_3 > 0$ – панжарадаги қўшни атомлар орасидаги мультитол алмашиш таъсир параметрлари.

Куйидаги белгилашлардан фойдаланилади:

$$\tilde{A} = J - 4J_1 + 16J_2 - 64J_3, \tilde{B} = J_1 - 11J_2 + 93J_3, \tilde{C} = J + 5J_1 - 83J_2 + 773J_3.$$

Теорема 4. $\tilde{A} = 0$ ва ν - ихтиёрий бўлсин. У ҳолда \tilde{H}_2 оператори энергияларининг қийматлари $z_1 = -18\tilde{B}$ ва $z_2 = -24\tilde{B}[\nu + 1 + \sum_{i=1}^{\nu} \cos \Lambda_i]$ ларга тенг бўлган иккита φ_1 ва φ_2 боғланган ҳолатларга (улар энергияларининг айниши карраликларини ҳисобга олмаганда) эга бўлади, шу билан биргаликда z_1 ν каррали айниган, z_2 эса айнимагандир ва $\Lambda \in T^\nu$ нинг барча қийматларида $z_i \notin G_\Lambda = [m_\Lambda^\nu; M_\Lambda^\nu]$, $i=1,2$; яъни, бу боғланган ҳолатларнинг энергиялари $\tilde{H}_{2\Lambda}$ операторининг узлуксиз спектридан ташқарида ётади. Агарда $\tilde{B} = 0$ бўлса, бу энергиялар узлуксиз спектрга ютилиб, йўқолади.

Спинининг қиймати $s = 5/2$ бўлган икки магнонли система энергия операторининг спектри ва боғланган ҳолатлари ногейзенберг изотроп ферромагнетигида ўзаро қўшни атомларгача бўлган таъсирда Z^ν да тадқиқ қилинган.

Қуйидаги белгилашлардан фойдаланилади:

$$\tilde{\tilde{A}} = J - 5J_1 + 25J_2 - 125J_3 + 625J_4, \tilde{\tilde{C}} = J + 11J_1 - 199J_2 + 2291J_3 - 23119J_4.$$

$\nu = 1$ бўлган ҳолда, \tilde{H}_2 операторининг энергетик спектрининг ўзгариш картинаси қуйидаги теоремалар орқали тавсифланади.

$$z_1 = 0 \text{ ва } z_2 = 20\tilde{\tilde{A}} - 2\tilde{\tilde{C}} - \frac{50\tilde{\tilde{A}}^2 \cos^2 \frac{\Lambda}{2}}{\tilde{\tilde{C}}} \text{ деб оламиз.}$$

Теорема 5. I. $\tilde{\tilde{A}} > 0, \tilde{\tilde{C}} > 0$ ва $\Lambda \in (0; \pi)$ ($\Lambda \in (\pi; 2\pi)$) бўлсин. У ҳолда

а). Агар $\tilde{\tilde{C}} \neq 5\tilde{\tilde{A}} \cos \frac{\Lambda}{2}$ ($\tilde{\tilde{C}} \neq -5\tilde{\tilde{A}} \cos \frac{\Lambda}{2}$) бўлса, у ҳолда \tilde{H}_2 оператори энергияларининг қийматлари z_1 ва z_2 ларга тенг бўлган иккита φ_1 ва φ_2 боғланган ҳолатларга эга бўлади, шу билан биргаликда $z_i < m_\Lambda^1, i=1,2$;

б). Агар $\tilde{\tilde{C}} = 5\tilde{\tilde{A}} \cos \frac{\Lambda}{2}$ ($\tilde{\tilde{C}} = -5\tilde{\tilde{A}} \cos \frac{\Lambda}{2}$) бўлса, у ҳолда \tilde{H}_2 оператори энергиясининг қиймати z_1 га тенг бўлган ягона φ_1 боғланган ҳолатга эга бўлади, шу билан биргаликда $z_1 < m_\Lambda^1$.

II. $\tilde{\tilde{A}} > 0, \tilde{\tilde{C}} < 0$ ва $\Lambda \in (0; \pi)$ ($\Lambda \in (\pi; 2\pi)$) бўлсин. У ҳолда

а). Агар $\tilde{\tilde{C}} \neq -5\tilde{\tilde{A}} \cos \frac{\Lambda}{2}$ ($\tilde{\tilde{C}} \neq 5\tilde{\tilde{A}} \cos \frac{\Lambda}{2}$) бўлса, у ҳолда \tilde{H}_2 оператори энергияларининг қийматлари z_1 ва z_2 ларга тенг бўлган иккита φ_1 ва φ_2 боғланган ҳолатларга эга бўлади, шу билан биргаликда $z_1 < m_\Lambda^1, z_2 > M_\Lambda^1$;

б). Агар $\tilde{\tilde{C}} = -5\tilde{\tilde{A}} \cos \frac{\Lambda}{2}$ ($\tilde{\tilde{C}} = 5\tilde{\tilde{A}} \cos \frac{\Lambda}{2}$) бўлса, у ҳолда \tilde{H}_2 оператори энергияси $z_1 < m_\Lambda^1$ га тенг бўлган ягона φ_1 боғланган ҳолатга эга бўлади.

III. $\tilde{A} < 0, \tilde{C} > 0$ ва $\Lambda \in (0; \pi)$ ($\Lambda \in (\pi; 2\pi)$) бўлсин. У ҳолда

а). Агар $\tilde{C} \neq 5\tilde{A} \cos \frac{\Lambda}{2}$ ($\tilde{C} \neq -5\tilde{A} \cos \frac{\Lambda}{2}$) бўлса, у ҳолда \tilde{H}_2 оператори энергияларининг қийматлари z_1 ва z_2 ларга тенг бўлган иккита φ_1 ва φ_2 боғланган ҳолатларга эга бўлади, шу билан биргаликда $z_1 > M_\Lambda^1$, $z_2 < m_\Lambda^1$;

б). Агар $\tilde{C} = -5\tilde{A} \cos \frac{\Lambda}{2}$ ($\tilde{C} = 5\tilde{A} \cos \frac{\Lambda}{2}$) бўлса, у ҳолда \tilde{H}_2 оператори энергияси $z_1 > M_\Lambda^1$ га тенг бўлган ягона φ_1 боғланган ҳолатга эга бўлади.

IV. $\tilde{A} < 0, \tilde{C} < 0$ ва $\Lambda \in (0; \pi)$ ($\Lambda \in (\pi; 2\pi)$) бўлсин. У ҳолда

а). Агар $\tilde{C} \neq 5\tilde{A} \cos \frac{\Lambda}{2}$ ($\tilde{C} \neq -5\tilde{A} \cos \frac{\Lambda}{2}$) бўлса, у ҳолда \tilde{H}_2 оператори энергияларининг қийматлари z_1 ва z_2 ларга тенг бўлган иккита φ_1 ва φ_2 боғланган ҳолатларга эга бўлади, шу билан биргаликда $z_1 > M_\Lambda^1$, $z_2 < m_\Lambda^1$;

б). Агар $\tilde{C} = -5\tilde{A} \cos \frac{\Lambda}{2}$ ($\tilde{C} = 5\tilde{A} \cos \frac{\Lambda}{2}$) бўлса, у ҳолда \tilde{H}_2 оператори энергияси $z_1 > M_\Lambda^1$ га тенг бўлган ягона φ_1 боғланган ҳолатга эга бўлади.

Бундан ташқари, §2.3 да спинининг қиймати s ихтиёрий бўлган икки магنونли система энергия операторининг спектри ва боғланган ҳолатлари ўзаро қўшни атомларгача бўлган таъсирда ногейзенберг изотроп ферромагнетикларида тадқиқ қилинган.

$s = 1$, $s = \frac{3}{2}$, $s = 2$ ва $s = \frac{5}{2}$ бўлган ҳолларда икки магنونли система

энергия операторининг квазиимпульсли кўринишдаги таъсири учун олинган формулалардан фойдаланиб, ихтиёрий s учун шунга ўхшаш формула олинган.

Ўтказилган тадқиқотлар кўрсатадики, спиннинг қиймати s – ярим бутун сон ва s – бутун сон бўлганида системанинг энергетик спектрининг ўзгариш картинаси тубдан фарқ қилади. Спиннинг $s > \frac{1}{2}$ қийматларида системанинг энергетик спектрининг ўзгариш картинаси спиннинг жуфт ва тоқ қийматларида бир хил бўлиши кўрсатилган.

Диссертациянинг “**Ўзаро қўшни ва иккинчи қўшни атомларгача бўлган таъсирда икки магنونли система энергия операторининг спектри ва боғланган ҳолатларини текшириш**“ деб аталувчи учинчи бобида спинининг қиймати ихтиёрий s бўлган икки магنونли система энергия операторининг спектри ва боғланган ҳолатлари ўзаро қўшни ва иккинчи қўшни атомларгача бўлган таъсирда бир ўлчовли ногейзенберг изотроп ферромагнетикларида тадқиқ қилинган.

Спинининг қиймати $s = 1$ бўлган икки магنونли система энергия операторининг спектри ва боғланган ҳолатлари иккинчи қўшни атомларгача бўлган таъсирда бир ўлчовли ногейзенберг изотроп ферромагнетикларида тадқиқ қилинган. Иккинчи қўшни атомгача бўлган таъсирнинг қўшилиши билан системада янги боғланган ҳолатлар пайдо бўлиши кўрсатилган.

Системанинг бу боғланган ҳолатларининг мавжуд бўлиш шартлари ва уларнинг энергиялари топилган.

Теорема 6. $J = 2J_1$ ва $\Lambda \in [0; 2\pi)$ бўлсин. У ҳолда \tilde{H}_2 оператори энергияларининг қийматлари $z_1 = -J_1[1 + \alpha + 4(\cos^2 \frac{\Lambda}{2} + \alpha \cos^2 \Lambda)] - \sqrt{D}$ ва $z_2 = -J_1[1 + \alpha + 4(\cos^2 \frac{\Lambda}{2} + \alpha \cos^2 \Lambda)] + \sqrt{D}$, бу ерда $D = J_1^2 \{(1 - \alpha)^2 + 16(\cos^2 \frac{\Lambda}{2} + \alpha \times \cos^2 \Lambda)^2 + 8[(1 - \alpha) \cos^2 \frac{\Lambda}{2} - \alpha(1 - \alpha) \cos^2 \Lambda]\}$ ларга тенг бўлган ва $\tilde{H}_{2\Lambda}$ операторининг узлуксиз спектридан қуйида ётувчи иккита φ_1 ва φ_2 боғланган ҳолатларга эга бўлади.

Спинининг қийматлари $s = \frac{3}{2}$, $s = 2$, $s = \frac{5}{2}$ ва $s > \frac{5}{2}$ бўлган икки магنونли система энергия операторининг спектри ва боғланган ҳолатлари иккинчи кўшни атомларгача бўлган таъсирларда бир ўлчовли ногейзенберг ферромагнетикларида тадқиқ қилинган. Системанинг боғланган ҳолатларининг мавжуд бўлиш шартлари ва бу боғланган ҳолатлар энергиялари ҳисоблаб топилган.

$J_n > 0, n = 1, 2, \dots, 2s$ параметрлари ва спиннинг қиймати s га боғлиқ бўлган коэффицентлар A', B', C' лардан фойдаланган ҳолда қуйидаги теорема ўринли бўлади.

Теорема 7. $\Lambda = \frac{\pi}{2}$, s – бутун сон ва $A' \equiv 0$ бўлсин. У ҳолда \tilde{H}_2 оператори энергиясининг қиймати $z_1 = -2\alpha C'$ ва $z_2 = -2C' - 4s(2s - 1)B'$ ларга тенг бўлган ва $\tilde{H}_{2\Lambda}$ операторининг узлуксиз спектридан ташқарида ётувчи иккита φ_1 ва φ_2 боғланган ҳолатларга эга бўлади;

Диссертациянинг “Ўзаро кўшни, иккинчи ва учинчи кўшни атомларгача бўлган таъсирда икки магنونли система энергия операторининг спектри ва боғланган ҳолатлари“ деб номланувчи тўртинчи бобида спинининг қиймати ихтиёрий s бўлган икки магنونли система энергия операторининг спектри ва боғланган ҳолатлари ўзаро кўшни, иккинчи кўшни ва учинчи кўшни атомларгача бўлган таъсирда бир ўлчовли ногейзенберг изотроп ферромагнетикларида тадқиқ қилинган.

Спини $s = 1$ бўлган икки магنونли система энергия операторининг спектри ва боғланган ҳолатлари ўзаро кўшни, иккинчи ва учинчи кўшни атомларгача бўлган таъсирда бир ўлчовли ногейзенберг изотроп ферромагнетикларида системанинг тўла квазиимпульси $\Lambda = \pi$ бўлганда тадқиқ қилинган. Учинчи кўшни атомгача бўлган таъсирнинг кўшилиши билан системада янги кўшимча боғланган ҳолатлар пайдо бўлиши кўрсатилган. Системанинг бу боғланган ҳолатларининг мавжуд бўлиш соҳалари топилган.

Теорема 8. а). $\Lambda = \pi, J = J_1$ ва $\alpha \in (0; 1], \beta \in (0; 1]$ бўлсин. У ҳолда \tilde{H}_2 оператори энергиясининг қиймати $z_1 = -8J_1(1 + \beta) - \frac{64\alpha J_1}{3}$ га тенг бўлган ва

$\tilde{H}_{2\Lambda}$ операторининг узлуксиз спектридан қуйида ётувчи ягона боғланган ҳолатга эга бўлади;

б). $\Lambda = \pi$, $J = 2J_1$ ва $\alpha, \beta \in (0; 1]$ бўлсин. У ҳолда \tilde{H}_2 оператори энергияларининг қийматлари $z_1 = -10\alpha J_1$, $z_2 = -2J_1$, $z_3 = -2\beta J_1$ ларга тенг бўлган ва $\tilde{H}_{2\Lambda}$ операторининг узлуксиз спектридан қуйида ётувчи учта боғланган ҳолатларга эга бўлади;

в). $\Lambda = \pi$, $J \neq J_1$, $J \neq 2J_1$ бўлсин. У ҳолда \tilde{H}_2 оператори энергияларининг қийматлари $\tilde{H}_{2\Lambda}$ операторининг узлуксиз спектридан таиқарида ётувчи бештадан кўп бўлмаган боғланган ҳолатларга эга бўлади.

Спинининг қийматлари $s = \frac{3}{2}$, $s = 2$, $s = \frac{5}{2}$ ва $s > \frac{5}{2}$ бўлган икки магنونли система энергия операторининг спектри ва боғланган ҳолатлари ўзаро қўшни, иккинчи ва учинчи қўшни атомларгача бўлган таъсирларда бир ўлчовли ногейзенберг ферромагнетикларида тадқиқ қилинган. Системанинг боғланган ҳолатларининг мавжуд бўлиш шартлари ва бу боғланган ҳолатлар энергиялари ҳисоблаб топилган.

Теорема 9. $A' = 0$ ва $\Lambda = \pi$ бўлсин. У ҳолда \tilde{H}_2 оператори энергияларининг қийматлари $z_1 = -2C'$, $z_2 = -2\beta C'$ ва $z_3 = -2\alpha C' - 8\alpha s(2s-1)B'$ ларга тенг бўлган учта φ_i , $i = 1, 2, 3$ боғланган ҳолатларга эга бўлади. Бу энергиялар $\tilde{H}_{2\Lambda}$ операторининг узлуксиз спектридан қуйида (юқорида) ётади, агарда $C' > 0$ ва $C' > -4s(2s-1)B'$ ($C' < 0$ ва $C' < -4s(2s-1)B'$) шартлари бажарилса.

Диссертациянинг “**Изотроп ферромагнетик аралашмали моделларда Z^v да ўзаро қўшни атомларгача таъсирлашувчи икки магنونли система энергия операторининг муҳим ва дискрет спектрлари**” деб номланувчи бешинчи бобида v – ўлчовли Гейзенберг изотроп аралашмали ферромагнетик моделида ва спинининг қиймати s ихтиёрий бўлган v – ўлчовли ногейзенберг изотроп аралашмали ферромагнетик моделида икки магنونли система энергия операторининг муҳим спектри структураси текширилган ва системанинг уч заррачали боғланган ҳолатлари сони учун қуйи ва юқори баҳолар олинган. Системанинг муҳим спектри тўрттадан кўп бўлмаган кесмаларнинг бирлашмасидан иборат бўлишлиги исботланган.

Дастлаб Гейзенберг ҳоли қаралган. Системанинг гамильтониани қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$H = J \sum_{m, \tau} (\vec{S}_m \vec{S}_{m+\tau}) + (J_0 - J) \sum_{\tau} (\vec{S}_0 \vec{S}_{\tau}),$$

бу ерда $J < 0$ ва $J_0 \neq 0$ – мос равишда, атомлар орасидаги ва атомлар ва аралашмали атом орасидаги бичизиқли алмашиш таъсир параметрларидир, \vec{S}_m – m номерли тугундаги спинининг қиймати $s = 1/2$ бўлган атом спини операторидир, τ эса ўзаро қўшни атомлар бўйича суммалашни англатади. φ_0 орқали эса $S_m^+ \varphi_0 = 0$, $S_m^z \varphi_0 = \varphi_0 / 2$ шартларни қаноатлантирувчи вакуум векторни белгилаймиз, бу ерда $\|\varphi_0\| = 1$. $S_m^{\pm} = S_m^x \pm iS_m^y$ деб оламиз, бу ерда S_m^+ ва

S_m^- – мос равишда, m номерли тугундаги магنونни ҳосил қилиш ва йўқотиш операторларидир. $S_m^- S_n^- \varphi_0$ m ва n тугунларида жойлашган, спинининг қиймати $s = 1/2$ бўлган икки магنونли система ҳолатини ифодалайди. E_2 орқали шу векторларга тортилган Гильберт фазосини белгилаймиз. H_2 орқали эса H операторнинг E_2 фазога қисқартирилганини белгилаймиз.

H_2 оператори квазиимпульсли кўринишда $L_2(T^v \times T^v)$ фазода қуйидаги формула ёрдамида таъсир этади:

$$(\tilde{H}_2 f)(x; y) = [-4Jv + 2J \sum_{i=1}^v (\cos x_i + \cos y_i)] f(x; y) - \varepsilon \int_{T^v} [v + \sum_{i=1}^v [\cos(x_i - s_i) - \cos x_i - \cos s_i]] \times \\ \times f(s; y) ds - \varepsilon \int_{T^v} [v + \sum_{i=1}^v [\cos(y_i - t_i) - \cos y_i - \cos t_i]] f(x; t) dt + J \int_{T^v} [4v - 2 \sum_{i=1}^v [\cos x_i + \cos y_i + \\ + \cos s_i + \cos(x_i + y_i - s_i) - \cos(x_i - s_i) - \cos(y_i - s_i)]] f(s; x + y - s) ds + \varepsilon \int_{T^v} \int_{T^v} \{2v + 2 \times \\ \times \sum_{i=1}^v \{[\cos(x_i - s_i) + \cos(y_i - t_i) + \cos(x_i + y_i - s_i - t_i)] - \cos t_i - \cos s_i - \cos x_i - \cos(x_i - s_i - t_i) - \\ - \cos y_i - \cos(y_i - s_i - t_i) - \cos(x_i + y_i - s_i) - \cos(x_i + y_i - t_i)\} f(s; t) ds dt, \text{ бу ерда } \varepsilon = J_0 - J.$$

Гильберт фазоларининг тензор кўпайтмаси ва гильберт фазоларидаги операторларнинг тензор кўпайтмаси тушунчаларидан фойдаланиб, шунга ишонч ҳосил қилиш мумкинки, \tilde{H}_2 оператори $\tilde{H}_2 = \tilde{H}_1 \otimes I + I \otimes \tilde{H}_1 + K_1 + K_2$ кўринишда тасвирланади, бу ерда $I - \tilde{E}_1$ фазодаги бирлик оператор, K_1 ва K_2 операторлари эса қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$(K_1 f)(x; y) = J \int_{T^v} [4v - 2 \sum_{i=1}^v [\cos s_i + \cos x_i + \cos y_i + \cos(x_i + y_i - s_i) - \cos(x_i - s_i) - \\ - \cos(y_i - s_i)]] f(s; x + y - s) ds;$$

$$(K_2 f)(x; y) = \varepsilon \int_{T^v} \int_{T^v} \{2v + \sum_{i=1}^v \{2[\cos(x_i - s_i) + \cos(x_i + y_i - s_i - t_i) + \cos(y_i - t_i)] - \cos t_i - \cos s_i - \\ - \cos x_i - \cos y_i - \cos(x_i - s_i - t_i) - \cos(y_i - s_i - t_i) - \cos(x_i + y_i - t_i) - \cos(x_i + y_i - s_i)\} f(s; t) ds dt.$$

Бу ерда $\varepsilon = J_0 - J$.

Икки магنونли қисм системанинг тўлиқ квазиимпульсининг фиксирланган қиймати $x + y = \Lambda$ да \tilde{H}_2 операторини ва \tilde{E}_2 фазони тўғри интегралларга ёйиш мумкин: $\tilde{H}_2 = \oplus \int_{T^v} \tilde{H}_{2\Lambda} d\Lambda$, $\tilde{E}_2 = \oplus \int_{T^v} \tilde{E}_{2\Lambda} d\Lambda$.

K_1 ва K_2 операторлар ифодасидан кўриниб турибдики, $K_{1\Lambda}$ ва K_2 операторлари чекли рангли операторлардир. Шунинг учун ҳам \tilde{H}_2 ва $\tilde{H}_1 \otimes I + I \otimes \tilde{H}_1$ операторларининг муҳим спектрлари устма-уст тушади. Маълумки, $\sigma(\tilde{H}_1 \otimes I + I \otimes \tilde{H}_1) = \{\lambda + \mu : \lambda \in \sigma(A), \mu \in \sigma(B)\}$. Олинган натижалардан шуни кўриш мумкинки, \tilde{H}_1 операторнинг спектри узлуксиз спектрдан ва учтадан кўп бўлмаган хос қийматлардан иборатдир, улар мос

равишда, айнамаган, ν -каррали ва $(\nu-1)$ -каррали айниган хос қийматлардир.

Теорема 10. Агарда $\nu=1$ ва $0 < \varepsilon \leq -J$ бўлса, у ҳолда \tilde{H}_2 операторнинг муҳим спектри ягона кесмадан иборат бўлади: $\sigma_{\text{ess.}}(\tilde{H}_2) = [0; -8J]$ ва системанинг уч заррачали боғланган ҳолатлари сони N учун $0 \leq N \leq 12$ тенгсизлик ўринли бўлади.

Теорема 11. Агарда $\nu=1$ ва $J \leq \varepsilon < 0$ бўлса, у ҳолда \tilde{H}_2 операторнинг муҳим спектри иккита кесманинг бирлашмасидан иборат бўлади: $\sigma_{\text{ess.}}(\tilde{H}_2) = [0; -8J] \cup [z_1; -4J + z_1]$ ва системанинг уч заррачали боғланган ҳолатлари сони N учун $1 \leq N \leq 13$ тенгсизлик ўринли бўлади.

Теорема 12. Агарда $\nu=1$ ва $\varepsilon > -J$ ёки $\varepsilon < J$ бўлса, у ҳолда \tilde{H}_2 операторнинг муҳим спектри учта кесманинг бирлашмасидан иборат бўлади: $\sigma_{\text{ess.}}(\tilde{H}_2) = [0; -8J] \cup [z_1; -4J + z_1] \cup [z_2; -4J + z_2]$ ва системанинг уч заррачали боғланган ҳолатлари сони N учун $3 \leq N \leq 15$ тенгсизлик ўринли бўлади.

Теорема 13. Агарда $\nu=2$ ва $\varepsilon > -\frac{25J}{9}$ ёки $\varepsilon \leq \frac{25J}{9}$ бўлса, у ҳолда \tilde{H}_2 операторнинг муҳим спектри тўртта кесманинг бирлашмасидан иборат бўлади: $\sigma_{\text{ess.}}(\tilde{H}_2) = [0; -8J] \cup [z_1; -4J + z_1] \cup [z_2; -4J + z_2] \cup [z_3; -4J + z_3]$ ва системанинг уч заррачали боғланган ҳолатлари сони N учун $6 \leq N \leq 28$ тенгсизлик ўринли бўлади.

Қуйидаги икки теоремада W сони Ватсон интегралининг қийматини билдиради ва $a = \int_{T^3} \frac{\sin^2 s_1 ds_1 ds_2 ds_3}{3 - \cos s_1 - \cos s_2 - \cos s_3}$, $b = \int_{T^3} \frac{(\cos s_1 - \cos s_2)^2 ds_1 ds_2 ds_3}{3 - \cos s_1 - \cos s_2 - \cos s_3}$.

Теорема 14. Агарда $\nu=3$ ва $0 < \varepsilon < -J$ ёки $\frac{J}{4W-3} < \varepsilon < 0$ бўлса, у ҳолда \tilde{H}_2 операторнинг муҳим спектри ягона кесмадан иборат бўлади: $\sigma_{\text{ess.}}(\tilde{H}_2) = [0; -24J]$ ва системанинг уч заррачали боғланган ҳолатлари сони N учун $0 \leq N \leq 32$ тенгсизлик ўринли бўлади.

Теорема 15. Агарда $\nu=3$ ва $\frac{J}{a} < \varepsilon \leq \frac{J}{4W-3}$, ёки $-J \leq \varepsilon < -\frac{J}{a}$ бўлса, у ҳолда \tilde{H}_2 операторнинг муҳим спектри иккита кесманинг бирлашмасидан бўлади: $\sigma_{\text{ess.}} = [0; -24J] \cup [z_1; -12J + z_1]$ ва системанинг уч заррачали боғланган ҳолатлари сони N учун $1 \leq N \leq 33$ тенгсизлик ўринли бўлади.

Теорема 16. Агарда $\nu=3$ ва $-\frac{J}{a} \leq \varepsilon \leq -\frac{2J}{b}$, ёки $\frac{2J}{b} \leq \varepsilon < \frac{J}{a}$ бўлса, у ҳолда \tilde{H}_2 операторнинг муҳим спектри учта кесманинг бирлашмасидан иборат бўлади: $\sigma_{\text{ess.}} = [0; -24J] \cup [z_1; -12J + z_1] \cup [z_2; -12J + z_2]$ ва системанинг уч заррачали боғланган ҳолатлари сони N учун $3 \leq N \leq 35$ тенгсизлик ўринли бўлади.

Теорема 17. Агарда $\nu=3$ ва $\varepsilon < \frac{2J}{b}$, ёки $\varepsilon > -\frac{2J}{b}$ бўлса, у ҳолда \tilde{H}_2

операторнинг муҳим спектри тўртта кесманинг бирлашмасидан иборат бўлади: $\sigma_{\text{ess.}}(\tilde{H}_2) = [0; -24J] \cup [z_1; -12J + z_1] \cup [z_2; -12J + z_2] \cup [z_3; -12J + z_3]$ ва системанинг уч заррачали боғланган ҳолатлари сони N учун $6 \leq N \leq 38$ тенгсизлик ўринли бўлади.

Сўнгра эса шунга ўхшаш масала ногейзенберг изотроп аралашмали ферромагнетик моделида спиннинг ихтиёрий қиймати s учун қаралган. Системанинг муҳим спектри тўрттадан кўп бўлмаган кесмаларнинг бирлашмасидан иборат бўлишлиги кўрсатилган ва системанинг уч заррачали боғланган ҳолатлари сони учун қуйи ва юқори баҳолар олинган. Системанинг дискрет спектри ҳар доим чекли бўлишлиги исботланган.

ХУЛОСА

Диссертация иши Гейзенберг ва ногейзенберг изотроп аралашмали ферромагнетик моделларида ўзаро қўшни атомларгача бўлган таъсирда икки магنونли система энергия операторининг муҳим спектри структураси ва дискрет спектрини тадқиқ қилиш, дискрет Шредингер операторларининг спектрал назариясини ривожлантириш, Гейзенберг изотроп ва ногейзенберг изотроп ва анизотроп аралашмали ферромагнетик моделларида ўзаро қўшни атомларгача бўлган таъсирда бир магنونли системанинг спектри ва локал аралашмали ҳолатларини Z^v да, ногейзенберг изотроп ферромагнетик моделидаги икки магنونли система энергия операторининг спектри ва боғланган ҳолатларини тадқиқ қилишга бағишланган.

Тадқиқотнинг асосий натижалари қуйидагилардан иборат.

1. Гейзенберг ва ногейзенберг изотроп аралашмали ферромагнетик моделларида бир магنونли система энергия оператори учтадан кўп бўлмаган типдаги локал аралашмали ҳолатларга эга бўлиши ва уларнинг энергиялари мос равишда айнамаган, ν – каррали ва $(\nu-1)$ –каррали айниган бўлишлиги кўрсатилган.

2. Изотроп ҳолда бу локал аралашмали ҳолатларнинг энергиялари ҳар доим узлуксиз спектрдан бир томонда ётиши исботланган.

3. Ногейзенберг анизотроп аралашмали ферромагнетик моделида бир магنونли система энергия оператори тўрттадан кўп бўлмаган типдаги локал аралашмали ҳолатларга эга бўлиши ва уларнинг энергиялари мос равишда иккитаси айнамаган, ν – каррали ва $(\nu-1)$ –каррали айниган бўлишлиги кўрсатилган.

4. Бу ҳолда локал аралашмали ҳолатлар энергиялари системанинг узлуксиз спектрининг турли томонларида ётиши ҳам мумкинлиги

исботланган.

5. Ноейзенберг изотроп ферромагнетик моделларида икки магنونли система энергия оператори ўзаро қўшни атомларгача бўлган таъсирда ν – ўлчовли панжарада $2\nu+1$ тадан кўп бўлмаган боғланган ҳолатларга эга бўлиши мумкинлиги исботланган.

6. Ноейзенберг изотроп ферромагнетик моделларида икки магنونли система энергия оператори ўзаро қўшни ва иккинчи қўшни, ҳамда учинчи қўшни атомларгача бўлган таъсирда бир ўлчовли панжарада қаралганда, системада қўшимча боғланган ҳолатлар пайдо бўлиши исботланган.

7. Ноейзенберг изотроп ферромагнетик моделларида икки магنونли система энергия оператори спектрининг сифатий ўзгариш картинаси спиннинг бутун ва ярим бутун қийматларида бир-биридан кескин фарқ қилиши ва бу картина спиннинг жуфт ва тоқ қийматларида бир хиллиги исботланган.

8. Гейзенберг ва ногейзенберг изотроп аралашмали ферромагнетик моделларида икки магنونли система энергия операторининг муҳим спектри тўртадан кўп бўлмаган кесмаларнинг бирлашмасидан иборатлиги кўрсатилган ва системанинг уч заррачали боғланган ҳолатлари сони N учун қуйи ва юқори баҳолар олинган.

**НАУЧНЫЙ СОВЕТ DSc. 27.06.2017.FM.01.01 ПО ПРИСУЖДЕНИЮ
УЧЕНОЙ СТЕПЕНЕЙ ПРИ НАЦИОНАЛЬНОМ УНИВЕРСИТЕТЕ
УЗБЕКИСТАНА, ИНСТИТУТЕ МАТЕМАТИКИ**

**ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН**

ТАШПУЛАТОВ САЪДУЛЛА МАМАРАЖАБОВИЧ

**СПЕКТРАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА ОПЕРАТОРА ЭНЕРГИИ
ДВУХМАГНОННЫХ СИСТЕМ В НЕГЕЙЗЕНБЕРГОВСКИХ
МОДЕЛЯХ**

01.01.01 – Математический анализ

**АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ
ДОКТОРА (DSc) ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК**

Ташкент – 2018

Тема докторской (DSc) диссертации зарегистрирована в Высшей аттестационной Комиссии при Кабинете Министров Республики Узбекистан за № B2017.2.DSc/FM56

Докторская диссертация выполнена в институте ядерной физики АН РУз.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, русский, английский (резюме)) размещен на веб-странице по адресу (<http://ik-fizmat.nuu.uz>) и на Информационно-образовательном портале «Ziyonet» по адресу (www.ziyonet.uz).

Научный консультант:

Расулова Мухайё Юнусовна
доктор физико-математических наук

Официальные оппоненты:

Лакаев Саидахмат Норжигитович
доктор физико-математических наук, академик

Ганиходжаев Расул Набиевич
доктор физико-математических наук, профессор

Кудайбергенов Каримберген Кадирбергенович
доктор физико-математических наук, профессор

Ведущая организация:

**Математический институт им. В. А. Стеклова
Российской академии наук (МИАН)**

Защита диссертации состоится «___» _____ 2018 г. в ___ часов на заседании научного совета DSc.27.06.2017.FM.01.01 при Национальном университете Узбекистана. (Адрес: 100174, Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 4. Тел.: (+99871)227-12-24, факс: (+99871) 246-53-21, e-mail: pauka@nu.uz).

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Национального университета Узбекистана (зарегистрирована за №___). (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 4. Тел.: (+99871) 246-02-24).

Автореферат диссертации разослан «___» _____ 2018 г.
(протокол рассылки №___ от _____ 2018 г.)

А.С. Садуллаев
Председатель научного совета
по присуждению учёных степеней,
д.ф.-м.н., академик

Г.И. Ботиров
Ученый секретарь научного совета по
присуждению учёных степеней,
к.ф.-м.н.

В.И. Чилин
Председатель научного семинара при
Научном совете по присуждению учёных
степеней, д.ф.-м.н., профессор

ВВЕДЕНИЕ (аннотация докторской диссертации)

Актуальность и востребованность темы диссертации. Многие научно-прикладные проблемы, исследуемые, на мировом уровне, во многих случаях, сводятся к задачам спектрального анализа ограниченных или неограниченных самосопряженных операторов. Основными математическими объектами в квантовой механике являются неограниченные самосопряженные операторы (гамильтонианы), действующие в гильбертовых пространствах. Точечный спектр таких гамильтонианов соответствует уровням энергии связанных состояний физических систем. Исследования спектральных свойств гамильтонианов конкретных физических систем становятся важной задачей в различных областях теоретической физики. Изучение операторов Шредингера, соответствующих гамильтонианам систем частиц на решетке, вст-речающихся в моделях физики твердого тела, квантовой механики, статистической физики и решетчатой теории поля, является одним из актуальных направлений в исследованиях современной математической науки.

В настоящее время, в мире, особое внимание уделяется изучению спектральных свойств дискретных операторов Шредингера, соответствующих гамильтонианам многочастичных систем на решетке. Значительные результаты в этом направлении были получены при описании спектральных свойств операторов энергии двухмагнанных систем в негейзенберговских моделях и двухмагнанных систем в гейзенберговских и негейзенберговских примесных моделях. Исследование спектра оператора энергии одномагнанных систем в гейзенберговской и негейзенберговской примесной модели, а также исследование спектра оператора энергии двухмагнанных систем с дальними взаимодействиями и изучение влияния дальних взаимодействий в спектре системы является одной из актуальных задач в этой области математических знаний. Исследование существенного и дискретного спектра оператора энергии двухмагнанных систем в гейзенберговском и негейзенберговском примесной модели, а также получение нижней и верхней оценки для количества собственных значений этих операторов относится к целевому научному исследованию задач спектрального анализа самосопряженных операторов.

В годы независимости в нашей стране было удалено особое внимание математическим моделям статистической физики, квантовой механики, и физики твердого тела. В частности, важное значение имеет изучение задач теории операторов Шредингера. Проведение научных исследований на международном уровне по таким важным направлениям, как «функциональный анализ», «математическая физика», «квантовая механика» и «статистическая физика» рассматривается как основная задача фундаментальных исследований³. Расширение исследований существенных и дискретных спектров дискретных операторов Шредингера играют важную роль при исполнении указанных ниже постановлений.

³ Постановление Кабинета Министров Республики Узбекистан от 18 мая 2017 года № 292 «О мерах по организации деятельности вновь созданных научно-исследовательских учреждений Академии наук Республики Узбекистан»

Настоящая диссертация, в определенной степени, служит решению задач, обозначенных в постановлениях Президента Республики Узбекистан №-ПП-916 «О дополнительных мерах по стимулированию внедрения инновационных проектов и технологий в производство» от 15 июля 2008 года, №-ПП-2789 «О мерах по дальнейшему совершенствованию деятельности Академии наук, организации, управления и финансирования научно-исследовательской деятельности» от 17 февраля 2017 года и №-УП- 4947 «О стратегии действий по дальнейшему развитию Республики Узбекистан» от 8 февраля 2017 года, а также других нормативно-правовых актов в данном направлении.

Соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики. Данное исследование выполнено в соответствии с приоритетным направлением развития науки и технологий Республики Узбекистан IV. «Математика, механика и информатика».

Обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации⁴.

Научные исследования по изучению спектральных свойств многочастичных систем ведутся в крупных научных центрах и высших учебных заведениях мира, в частности: в Московском государственном университете, Санкт-Петербургском отделении математического института РАН, Санкт-Петербургском государственном университете, Нижнем Новгороде в научно-исследовательском радиофизическом институте, институте физики НАН Украины (Киев), в Москве в институте теоретической физики РАН им. Ландау, институте проблем передачи информации РАН, Universität Innsbruck (Австрия), University of Missouri, Princeton University, Harvard University (США), Université Paris Nord (Франция), Kyoto University и Tokyo Metropolitan University (Япония), Indian National Science Academy, университете Ибараки (Япония), Universität Bonn (Германия), Оксфордский университете (США), University of Nantes (Франция), Технический университет Берлина (Германия), университет Калифорнии (США), Universität Mainz (Германия), University Roma (Италия), University of Basel (Швейцария), Universität Zürich (Switzerland), Мичиганский университет, Universidade de São Paulo (Бразилия), University of Pennsylvania, Academia Sinica, Hokkaido University, университет Страсбурга, университете Юта, университете Торонто (Канада), Universiti Kuala Lumpur (Малайзия).

⁴ Обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации: Arkiv Mathematics Astronomis, www.springer.com/journal/11512; Теор. и мат. физика, www.mathnet.ru/tmf; Физика низких температур, www.fntr.ilt.kharkov.ua; Phys. Rev., www.journals.aps.org/pr/; Infin. Dimens. Anal. Quantum. Probab. Relat. Top.; www.worldscientific.com/worldscinet/idaqp; Матем. Сборник www.mathnet.ru/msb; Canadian Journal of Physics, www.nrcresearchpress.com/journal/cjp; Journal of Annals of Physics, www.journals.elsevier.com/annals-of-physics; Journal of Mathematical Physics, www.aip.scitation.org/journal/jpm; Journal of Funct. Anal., www.journals.elsevier.com/journal-of-functional-analysis/; Физика металлов и металловедение, www.impo.imp.uran.ru/fmm/; J. Comm. Math. Physics, www.link.springer.com/journal/220, также были использованы и другие источники.

В результате исследований спектра и связанных состояний гамильтониана двухмагнанных систем, в мировом масштабе, получены фундаментальные результаты. В частности, доказано существование связанных состояний в одномерной изотропной ферромагнетной модели Гейзенберга с взаимодействием ближайших соседей (университет Страсбурга, Германия), исследован спектр двухмагнанных систем и найдено количество связанных состояний системы в изотропной ферромагнетной модели Гейзенберга с взаимодействием ближайших соседей (University of California), исследован спектр гамильтониана двухмагнанных систем в одномерном изотропном ферромагнетике Гейзенберга с взаимодействием ближайших и вторых соседей (Indian National Sciences Academy, Tokyo Metropolitan University, Харьковский государственный университет), описан спектр гамильтониана двухмагнанных систем в одномерном изотропном ферромагнетике Гейзенберга с взаимодействием до третьих соседей при некоторых значениях полного квазиимпульса системы (Национальный университет Узбекистана), исследован спектр и связанные состояния гамильтониана двухмагнанных систем в двумерной и трехмерной целочисленной решетке в изотропном и анизотропном ферромагнетике Гейзенберга с взаимодействием ближайших и вторых соседей (институт ядерной физики академии наук республики Узбекистан, Ташкент), описан спектр и локализованные примесные состояния одномагнанных систем в гейзенберговской и негейзенберговской примесной модели, найдены условия существования локализованных примесных состояний системы, а также их нахождения относительно непрерывного спектра системы (институт ядерной физики академии наук республики Узбекистан, Ташкент).

На мировом уровне проводится ряд научно-исследовательских работ в приоритетных направлениях по исследованию спектра операторов Шредингера для систем двух и трех частиц на решетке. В частности, выясняется расположение собственных значений в зависимости от размерности решетки, а также кратности вырождения этих собственных значений двухчастичного оператора Шредингера на решетке; дается описание существенного спектра трехчастичного оператора Шредингера на решетке; устанавливается существование трехчастичных связанных состояний; дается оценка для количества трехчастичных связанных состояний; выясняется конечность или бесконечность дискретного спектра системы.

Степень изученности проблемы. Многие задачи физики твердого тела, квантовой механики, статистической физики, квантовой теории поля, атомной и молекулярной физики сводятся к изучению операторов Шредингера. Задачи о существовании дискретного спектра, разложение собственных значений в окрестности непрерывного спектра, а также определения порогового значения константы связи для непрерывных и дискретных операторов Шредингера, а также для обобщенной модели Фридрихса рассматривались в работах М. Клауза, Б. Саймона, Е.Л. Лакштанова, Р.А. Минлоса, С.Н. Лакаева, К. Макарова. При рассмотрении одномагнанных систем в примесных моделях Гейзенберга и негейзенберговских примесных моделях, действие

соответствующего этим системам оператора в квазиимпульсном представлении описывается обобщенной моделью Фридрихса. Впервые модель Фридрихса рассмотрены в работах К.О.Фридрихса. Непосредственное развитие работа Фридрихса получили в трудах О.А.Ладыженской и Л.Д.Фаддеева, Л.Д.Фаддеева. В работах Б.С.Павлова и С.В.Петраса построен пример оператора с бесконечным сингулярным спектром. Более точное условие для конечности сингулярного спектра оператора дано в работе С.Н.Набоко и С.И.Яковлева. Спектральные свойства обобщенной модели Фридрихса изучены в работах О.А.Ладыжинская и Л.Д.Фаддеева, С.Н.Лакаева, а сама теория возмущений линейных операторов подробно изложена в книгах Т.Като, К.О.Фридрихса.

Двухмагنونная система в одномерной изотропной ферромагнитной модели Гейзенберга впервые была рассмотрена в работе Х. А. Бетье. М. Уортисом, где исследовались двухмагнанные системы в решетке произвольной размерности. Спектр и связанные состояния двухмагнанных систем изучались также в работах Ф.Дайсона, В.Г.Барьяхтара, И.В.Барьяхтара, В. В. Валькова, А.И.Могильнера, И.Г.Гочева, Р.Силберглетта, Ж.Б.Торранса, Д.С. Маттиса и других авторов. В работах И.Г.Гочева, С.К.Маюмдара, И.Оно, С.Микадо и Т.Огучи двухмагнанные системы исследованы в одномерном ферромагнетике Гейзенберга с взаимодействием ближайших и вторых соседей. Свойства негейзенберговских ферромагнетиков изучались в работах Ю.М.Сеидова, А.А.Бровина, Х.Х. Чина и П.Леви, Р.Микнаса, Д.А.Пинка, Р.Белларда, П.Трембля и других авторов. Магноны с примесями в гейзенберговской и негейзенберговской моделях рассмотрены в работах Ю.А.Изюмова, М.В.Медведева, Ю.Г.Окладной, А.В.Кравченко, И.Оно, Ю.Ендо, Б.Я.Благунова, В.Г.Вакса, В.В. Ганна, Л.Г.Зазунова и других авторов.

Одним из замечательных результатов спектрального анализа трехчастичного непрерывного оператора Шредингера является доказательство существования в системе эффекта Ефимова. Суть эффекта состоит в том, что в слабо взаимодействующей трехчастичной системе в крае непрерывного трехчастичного спектра может появляться бесконечное число собственных чисел, накапливающихся в самом крае непрерывного спектра системы. Независимая проверка существования эффекта Ефимова проведена в работах Р.Д.Амадо и Ж.В.Нобли. Строгому математическому доказательству существования эффекта Ефимова посвящена серия работ С.А.Вугальтера и Г.М.Жислина, Д. Р.Яфаева, А.В.Соболева, Ю.Н.Овчинникова, И.М.Сигала, Х. Тамура. Д.Р.Яфаев дал математически строгое доказательство существования эффекта Ефимова для трехмерного случая. Несмотря на большое количество проведенных исследований по изучению спектра оператора энергии двухмагнанных систем для гейзенберговского гамильтониана, описание спектров и локализованных примесных состояний операторов энергии двухмагнанных систем в гейзенберговских изотропных и негейзенберговских изотропных ферромагнитных моделях остаются нерешенной задачей. Аналогично,

полное описание спектров и связанные состояние операторов энергии двухмагнетонных систем в изотропных ферромагнитных негейзенберговских моделях с взаимодействиями ближайших, ближайших и вторых, а также до третьих соседей также остаются нерешенными задачами. Кроме того, не выяснено, как влияют дальние взаимодействия на спектры соответствующих операторов. Не исследован также вопрос о том, как меняется картина спектров соответствующих систем в гейзенберговском и негейзенберговском случае. Исходя из анализа существующих работ, необходимо отметить, что исследования спектров и связанных состояний двухмагнетонных систем в негейзенберговских изотропных ферромагнитных моделях далеки от завершения. Решение этих задач требует совершенно новых подходов.

Связь темы диссертации с научно-исследовательскими работами высшего образовательного учреждения, где выполнена диссертация. Диссертационная работа выполнена в соответствии с планом научного исследования Ф-2.1.56. «Разработка математических методов исследования физических свойств многочастичных систем» (2004-2007 гг.), ФА. Ф1-Ф003+Ф067 «Квантовая динамика многочастичных систем, неассоциативные и топологические структуры в операторных алгебрах» (2007-2011 гг.), Ф2-ФА-Ф 116 «Исследование кинетических и магнитных свойств и фазовых переходов в многочастичных системах и их динамика вблизи порога развала» (2012-2016 гг.) института ядерной физики АН Республики Узбекистан.

Целью исследования является описание структуры существенного и дискретного спектров оператора энергии двухмагнетонных систем в изотропной примесной ферромагнитной модели Гейзенберга, а также в изотропной негейзенберговской ферромагнитной примесной модели в ν -мерной решетке Z^ν .

Задачи исследования:

- описание спектра и локализованных примесных состояний оператора энергии одномагнетонных систем в изотропной ферромагнитной примесной модели Гейзенберга, а также в изотропной негейзенберговской ферромагнитной примесной модели;

- описание спектра и связанных состояний оператора энергии двухмагнетонной системы в негейзенберговском изотропном ферромагнетике с взаимодействием ближайших соседей;

- описание спектра и связанных состояний оператора энергии двухмагнетонной системы в одномерном изотропном негейзенберговском ферромагнетике с взаимодействием до вторых и до третьих соседей;

- описание связанных состояний, локализованных примесных состояний и рассеянных состояний гамильтониана двухмагнетонной системы в однопримесной модели Гейзенберга, а также в однопримесной изотропной негейзенберговской модели;

- описание структуры существенного спектра и дискретного спектра оператора энергии двухмагнетонных систем в изотропной примесной ферромагнитной модели Гейзенберга, а также в изотропной

негейзенберговской ферромагнитной примесной модели в ν -мерной целочисленной решетке Z^ν .

Объектом исследования являются двухмагنونная система в моделях Гейзенберга и негейзенберговских моделях, одномагنونная система в примесной модели Гейзенберга, одномагنونная система в примесной ферромагнитной негейзенберговской модели, двухмагنونная система в примесной ферромагнитной модели Гейзенберга, двухмагنونная система в примесной ферромагнитной негейзенберговской модели, дискретный оператор Шрёдингера, дискретный, непрерывный и существенный спектры самосопряженных операторов, связанные состояния, локализованные примесные состояния.

Предмет исследования является решение задач, связанных с исследованием спектра гамильтониана двухмагнанных систем в ферромагнитной примесной гейзенберговских и негейзенберговских моделях в целочисленных решетках.

Методы исследования. В диссертации использованы методы теории матриц, теории линейных операторов в гильбертовом пространстве, преобразования Фурье, методы интегральных уравнений.

Научная новизна исследования заключается в следующем:

- доказано, что оператор энергии одномагнанных систем в изотропной примесной ферромагнитной модели Гейзенберга в ν -мерной целочисленной решетке Z^ν имеет не более трех типов локализованных примесных состояний, которые, соответственно, невырождены, ν -кратно и $(\nu-1)$ -кратно вырождены, показано, что, при определенных условиях, энергии этих локализованных примесных состояний всегда лежат только в одной стороне относительно непрерывного спектра системы;

- показано, что оператор энергии одномагнанных систем в изотропной примесной негейзенберговской ферромагнитной модели также имеет не более чем трех типов локализованных примесных состояний, при этом, энергии этих локализованных примесных состояний соответственно, невырождены, ν -кратно и $(\nu-1)$ -кратно вырождены, и эти энергии зависят от параметров мультипольных обменных взаимодействий и значений спина;

- установлено, что оператор энергии одномагнанных систем в анизотропной примесной негейзенберговской ферромагнитной модели с произвольным значением спина имеет дополнительные локализованные примесные состояния или он теряет свои локализованные примесные состояния по сравнению с изотропным случаем, при этом, энергии этих локализованных примесных состояний могут лежать в различных сторонах относительно непрерывного спектра системы;

- показано, что оператор энергии двухмагнанных систем в ν -мерных негейзенберговских изотропных ферромагнитных моделях имеет не более чем $2\nu+1$ связанных состояний, при этом, с рассмотрением взаимодействия ближайших, вторых и третьих соседей в системе появляются дополнительные связанные состояния;

- показано, что существенный спектр оператора энергии двухмагнетонных систем в изотропной примесной ферромагнитной модели Гейзенберга, а также в негейзенберговской модели в ν - мерном решетке состоит из объединения не более четырех отрезков. Получены нижняя и верхняя оценка для числа трехчастичных связанных состояний системы.

Практические результаты исследования непрерывных, дискретных спектров и структуры существенного спектра, полученные нижняя и верхняя оценка для количества собственных значений интегральных и частично-интегральных самосопряженных операторов с вырожденными ядрами, полученные в результате исследований, применены в решение задач математической физики, квантовой механики и статистической физики, в частности применены для описания энергетических спектров, т.е., магнитных свойств гейзенберговских и негейзенберговских ферромагнетиков.

Достоверность результатов исследования обоснована строгостью математических рассуждений и доказательств, использованием известных теорем из теории линейных операторов и линейной алгебры, теории матриц, интегральных уравнений.

Научная и практическая значимость результатов исследования.

Научное значение результатов исследования заключается в том, что они могут служить теоретической основой для проведения экспериментальных наблюдений в квантовой физики, квантовой механике и физики твердого тела. Полученные результаты могут найти применение в физике магнитных полупроводников.

Практическая значимость диссертации состоит в том, что непрерывные, дискретные спектры и структура существенного спектра, полученные нижняя и верхняя оценка для количества собственных значений интегральных и частично-интегральных самосопряженных операторов с вырожденными ядрами, полученные в результате исследований, служат для описания картина изменения энергетического спектра, соответствующих им физических систем.

Внедрение результатов исследования: Полученные результаты для непрерывного и дискретного спектра, структур существенного спектра, установленные верхняя и нижняя оценки для количества собственных значений оператора энергии двухмагнетонных систем в негейзенберговских моделях были использованы в следующих научно-исследовательских проектах:

результаты, относящиеся к структуре существенного спектра и дискретного спектра оператора энергии двухмагнетонных систем в изотропных ферромагнитных примесных моделях Гейзенберга с взаимодействием ближайших соседей, использованы в исследованиях проекта ERGS 13-024-0057 “ p -адические статистические модели и динамики локального возбуждения конденсата Бозе-Эйнштейна“ при описании существенного спектра и дискретного спектра гамильтонианов (Международный Исламский университет Малайзии, справка от 12 июля 2016 года). Применение этих научных результатов дало возможность выяснить

структуру существенного спектра и дискретного спектра некоторых гамильтониановых систем, связанных с гейзенберговскими ферромагнитными моделями;

результаты, относящиеся к спектру оператора энергии одномагнитных и двухмагнитных систем в изотропных ферромагнитных примесных моделях Гейзенберга, а также негейзенберговских изотропных ферромагнитных примесных моделях с взаимодействием ближайших соседей, использованы в исследованиях проекта STEM 1515-2016 “Топологические алгебры и приложения” при описании спектра операторов Шредингера (Факультет Математики и информационных технологий Университета St. John’s, справка от 22.12.2016 года). Применение этих научных результатов дало возможность описать теоремы эргодического типа, относящиеся к операторам Шредингера;

результаты, относящиеся к спектру оператора энергии двухмагнитных систем в негейзенберговских изотропных примесных моделях с взаимодействием ближайших соседей, использованы в исследованиях проекта гранта РФФИ № 15-11-30013 “Теория операторных уравнений в функциональных пространствах и приложения” при описанных существенных и дискретных спектров операторов, действующих в гильбертовых пространствах (Крымский Федеральный университет им. В. И. Вернадского Российской Федерации, Таврическая академия, справка № 3-29-18 от 12.12.2016 года). Применение этих научных результатов дало возможность решить операторные уравнение, связанными операторами Шредингера в функциональных пространствах.

Апробация результатов исследования. Результаты диссертации были обсуждены на 23 международных научно-практических конференциях.

Публикация результатов исследования. По теме диссертации опубликовано 61 научная работа, из них 23 научных статьей входят в перечень научных изданий, предложенных Высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан для защиты докторских диссертаций, в том числе 10 опубликованы в зарубежных и 13 в журналах республики Узбекистан, и 27 тезисов.

Объем и структура диссертации. Диссертация состоит из введения, пяти глав, которые делятся на параграфы, заключения и списка использованной литературы. В диссертации теоремы, леммы, предложения, определения, замечания и формулы каждой главы нумеруются тремя цифрами, из которых первая означает номер главы, вторая номер параграфа, третий порядковый номер внутри параграфа. Объем диссертации составляет 220 страниц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обоснованы актуальность и востребованность темы диссертации, определено соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики, приведены обзор

зарубежных научных исследований по теме диссертации и степень изученности проблемы, сформулированы цели и задачи, выявлены объект и предмет исследования, изложены научная новизна и практические результаты исследования, раскрыта теоретическая и практическая значимость полученных результатов, даны сведения о внедрении и достоверности результатов исследования, об опубликованных работах и о структуре диссертации.

Первая глава диссертации, названная “Спектр и локализованные примесные состояния оператора энергии одномагнитной системы в примесных моделях”, посвящена описанию спектра и локализованные примесные состояния оператора энергии одномагнитных систем в гейзенберговских и негейзенберговских изотропных примесных ферромагнитных моделях, а также в анизотропных примесных негейзенберговских ферромагнитных моделях. Сначала приводятся необходимые для изложения основных результатов диссертации понятия и факты из квантовой механики, спектральной теории линейных операторов, теории преобразований Фурье, тензорных произведений гильбертовых пространств и тензорных произведений линейных операторов в гильбертовом пространстве.

Исследованы спектр и локализованные примесные состояния оператора энергии одномагнитных систем в изотропной ферромагнитной примесной модели Гейзенберга с взаимодействием ближайших соседей в ν -мерной решетке Z^ν . Найдены спектр и локализованные примесные состояния системы и их условия существования и области существования и кратности вырождений их энергии. Показано, что в этом случае система обладает не более трех типов локализованных примесных состояний, со значениями энергии, которые, соответственно, невырождены, ν -кратно и $(\nu-1)$ -кратно вырождены. Отметим, что, в этом случае, энергии всех локализованных примесных состояний лежат только с одной стороны относительно непрерывного спектра системы.

Гамильтониан рассматриваемой системы имеет вид

$$H = J \sum_{m,\tau} (\vec{S}_m \vec{S}_{m+\tau}) + (J_0 - J) \sum_{\tau} (\vec{S}_0 \vec{S}_{\tau}),$$

и он действует в симметрическом пространстве Фока E . Здесь $\vec{S}_m = (S_m^x; S_m^y; S_m^z)$ оператор атомного спина $s = \frac{1}{2}$ в узле $m \in Z^\nu$, $J > 0$ – параметр билинейного обменного взаимодействия между ближайшими атомами решетки Z^ν , $J_0 \neq 0$ – параметр билинейного обменного взаимодействия между атомами и примесями. В этом случае операторы S_m^x , S_m^y , S_m^z являются матрицами Паули. Обозначим через φ_0 вакуумный вектор, однозначно определяемый условиями: $S_m^+ \varphi_0 = 0$, $S_m^z \varphi_0 = \frac{1}{2} \varphi_0$, $\|\varphi_0\| = 1$. Векторы вида $S_m^- \varphi_0$ описывают состояния одного магнона, находящегося в узле m . Гильбертово пространство, натянутое на эти вектора, обозначим через E_1 . Оно является

инвариантным относительно действия оператора H и называется *пространством одномагнонных состояний оператора H* . Обозначим через H_1 сужение оператора H на инвариантное подпространство E_1 .

Пусть $F : L_2(Z^\nu) \rightarrow L_2(T^\nu) := \tilde{E}_1$ – преобразование Фурье, здесь $T^\nu - \nu$ -мерный тор, снабженный нормированной мерой Лебега $d\lambda : \lambda(T^\nu) = 1$

Положим $\tilde{H}_1 = FH_1F^{-1}$. Действие \tilde{H}_1 в \tilde{E}_1 называют квазиимпульсным представлением оператора H_1 .

Оператор \tilde{H}_1 в квазиимпульсном представлении действует в пространстве $L_2(T^\nu)$ по формуле

$$(\tilde{H}_1 f)(x) = h(x)f(x) + \int_{T^\nu} h_1(x;t)f(t)dt,$$

где $h(x) = -2J\nu + 2J \sum_{i=1}^{\nu} \cos x_i$, $h_1(x;t) = -2\varepsilon\{\nu + \sum_{i=1}^{\nu} [\cos(x_i - t_i) - \cos x_i - \cos t_i]\}$, здесь

$$\varepsilon = J_0 - J; x, t \in T^\nu.$$

Отметим, что непрерывный спектр оператора \tilde{H}_1 не зависит от функции $h_1(x;t)$ и заполняет весь отрезок $[m_\nu; M_\nu]$, где $m_\nu = \min_x h(x)$, $M_\nu = \max_x h(x)$.

Определение 1. Собственная функция $\varphi \in L_2(T^\nu)$ оператора \tilde{H}_1 , отвечающая собственному значению $z \notin [m_\nu; M_\nu]$, называется локализованным примесным состоянием оператора \tilde{H}_1 , а величина z – энергией этого состояния.

Обозначим через P пару $(J; \varepsilon)$ и при $\nu=1$ введем следующие восемь множеств значений этих пар P : $G_1 = \{P : J < 0, 0 < \varepsilon \leq -J\}$, $G_2 = \{P : J > 0, -J \leq \varepsilon < 0\}$, $G_3 = \{P : J > 0, 0 < \varepsilon \leq J\}$, $G_4 = \{P : J < 0, J \leq \varepsilon < 0\}$, $G_5 = \{P : J > 0, \varepsilon > J\}$, $G_6 = \{P : J < 0, \varepsilon > -J\}$, $G_7 = \{P : J > 0, \varepsilon < -J\}$, $G_8 = \{P : J < 0, \varepsilon < J\}$.

$$\text{Положим } z_1 = \frac{(J + \varepsilon)(J - 3\varepsilon - \sqrt{D})}{2\varepsilon}, z_2 = -\frac{(J + \varepsilon)^2}{\varepsilon}, z_3 = \frac{(J + \varepsilon)(J - 3\varepsilon + \sqrt{D})}{2\varepsilon},$$

где $D = (J + \varepsilon)(J + 9\varepsilon)$.

Теорема 1. а). Если $P \in G_1 \cup G_2$, то оператор \tilde{H}_1 не имеет локализованных примесных состояний, т. е. оператор \tilde{H}_1 не имеет собственных значений, лежащих вне области непрерывного спектра.

б). Если $P \in G_3$ ($P \in G_4$), то оператор \tilde{H}_1 имеет единственное локализованное примесное состояние φ со значением энергии $z = z_1$ ($z = z_3$). Кроме того, $z_1 < m_1$ ($z_3 > M_1$) и локализованное примесное состояние не вырождено, т. е. соответствующее собственное значение является простым.

в). Если $P \in G_5 \cup G_6$, ($P \in G_7 \cup G_8$), то оператор \tilde{H}_1 имеет ровно два локализованных примесных состояния φ_1 и φ_2 со значениями энергий, соответственно равными $z = z_1$ и $z = z_2$ ($z = z_2$ и $z = z_3$). Причем $z_1 < z_2$

($z_2 < z_3$) и $z_i < m_1, i = 1, 2$ ($z_j > M_1, j = 2, 3$), кроме того, значения этих энергий не вырождены.

В случае, когда $\nu = 2, 3$, в § 1 получены аналогичные результаты, т. е. найдены локализованных примесных состояний системы, условия их существования и кратности вырождений их энергии.

Исследован спектр и локализованных примесных состояний оператора энергии одномагнетонных систем в изотропной ферромагнитной примесной негейзенберговской модели с произвольным значением спина с взаимодействием ближайших соседей. Показано, что в системе существуют не более трех типов локализованных примесных состояний, значения энергий которых, соответственно, невырождены, ν – кратно и $(\nu - 1)$ – кратно вырождены. Установлено, что энергии этих локализованных примесных состояний лежат только в одной стороне относительно непрерывного спектра системы. Отметим, что энергии этих локализованных примесных состояний зависят от значений параметров мультипольных обменных взаимодействий и от значений спина. В этой ситуации есть случаи, когда система обладает ровно двумя типами локализованные примесные состояние, значения энергии которых, соответственно, невырождено и $(2\nu - 1)$ – кратно вырождено.

Исследован спектр и локализованные примесные состояние оператора энергии одномагнетонных систем в анизотропной ферромагнитной примесной негейзенберговской модели с произвольным значением спина и с взаимодействием ближайших соседей.

В этом случае, гамильтониан рассматриваемой системы имеет вид:

$$H = -\sum_{n=1}^{2s} J_n \sum_{m,\tau} [S_m^z S_{m+\tau}^z + \frac{\alpha}{2} (S_m^- S_{m+\tau}^+ + S_m^+ S_{m+\tau}^-)]^n - \sum_{n=1}^{2s} (J_n^0 - J_n) \sum_{\tau} [S_0^z S_{\tau}^z + \frac{\alpha}{2} (S_0^- S_{\tau}^+ + S_0^+ S_{\tau}^-)]^n,$$

и он действует в симметрическом пространстве Фока E . Здесь α – вещественное число, параметр анизотропии, $J_n, n = 1, 2, \dots, 2s$ – параметры мультипольного обменного взаимодействия между ближайшими атомами решетки, $J_n^0, n = 1, 2, \dots, 2s$ – параметры мультипольного обменного взаимодействия между атомом и примесями, а τ означает суммирование по ближайшим соседям, $\tau = \pm e_j, j = 1, 2, \dots, \nu$, где e_j единичные орты. Показано, что в анизотропном негейзенберговском случае в системе могут существовать дополнительные локализованные примесные состояние системы или они могут исчезать по сравнению с изотропным случаем.

Вторая глава диссертации, названная **“Спектр и связанные состояния оператора энергии двухмагнетонных систем с взаимодействием ближайших соседей”** исследованы спектр и связанных состояний оператора энергии двухмагнетонных систем в изотропном негейзенберговском ферромагнетике для произвольного значения спина с взаимодействием ближайших соседей в ν – мерной решетке Z^{ν} .

В первом параграфе второй главе исследованы спектр и связанные состояния оператора энергии двухмагнонной системы в ν -мерной изотропной ферромагнетике с билинейными и биквадратичными обменными взаимодействиями, т. е. со значением спина $s=1$ и с взаимодействиями ближайших соседей. При заданном s компонента S^z спина может пробегать значения $s, s-1, \dots, -s$, т. е. всего $2s+1$ значений. Поэтому спин атома со значением спина s имеет ровно $2s+1$ ориентацией.

В диссертационной работе исследуется спектр и связанные состояния двухмагнонной системы в секторе, где компонента S^z принимает значение равное s .

Найдены условия существования связанные состояния системы и вычислены энергии этих связанных состояний. Показано, что система обладает не более чем $2\nu+1$ связанные состояния (с учетом кратности вырождений их энергий).

Полученные результаты показывают, что качественная картина изменения энергетического спектра системы сильно отличается от качественной картины изменения энергетического спектра системы в гейзенберговском случаях. А именно, в этом случае в системе появляются новые связанные состояния системы.

Обозначим через φ_0 вакуумный вектор, однозначно определяемый условиями $S_m^+ \varphi_0 = 0, S_m^z \varphi_0 = s \varphi_0, \|\varphi_0\| = 1$, где $s = 1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, \dots$ - значения спина, $S_m^\pm = S_m^x \pm i S_m^y$. Векторы $S_m^- S_n^- \varphi_0$ описывают состояние системы двух магнонов, находящихся в узлах $m \in Z^\nu$ и $n \in Z^\nu$. Гильбертово пространство, натянутое на эти вектора, обозначим через E_2 . Оно называется *двухмагнонным пространством* оператора H . Обозначим через H_2 сужение оператора H на E_2 . Пусть $F: l_2(Z^\nu \times Z^\nu) \rightarrow L_2(T^\nu \times T^\nu) := \tilde{E}_2$ - преобразование Фурье и $\tilde{H}_2 = FH_2F^{-1}$.

Оператор H_2 в квазиимпульсном представлении в пространстве \tilde{E}_2 действует по формуле

$$(\tilde{H}_2 f)(x; y) = h(x; y) f(x; y) + \int_{T^\nu} h_1(x; y; t) f(t; x + y - t) dt, \text{ где функции } h(x; y) \text{ и } h_1(x; y; t) -$$

2π -периодические, непрерывные функции.

Пусть фиксирован полный квазиимпульс системы $x + y = \Lambda$. Обозначим через $L_2(\Gamma_\Lambda)$ пространства функций, квадратично интегрируемых на множестве $\Gamma_\Lambda = \{(x; y) : x + y = \Lambda\} \subset T^\nu \times T^\nu$.

Поскольку оператор \tilde{H}_2 коммутирует с операторами сдвига $(U_s f)(t) = f(t - s), t, s \in T^\nu, f \in L_2(T^\nu)$, то оператор \tilde{H}_2 диагонализуем, т. е. оператор \tilde{H}_2 и пространство \tilde{E}_2 можно разложить в прямой интеграл $\tilde{H}_2 = \int_{T^\nu} \oplus \tilde{H}_{2\Lambda} d\Lambda$,

$\tilde{E}_2 = \int_{T^\nu} \oplus \tilde{E}_{2\Lambda} d\Lambda$, операторов $\tilde{H}_{2\Lambda}$ и пространств $\tilde{E}_{2\Lambda}$ так, что пространства $\tilde{E}_{2\Lambda}$ окажутся инвариантными относительно операторов $\tilde{H}_{2\Lambda}$, а операторы $\tilde{H}_{2\Lambda}$ в

пространстве $\tilde{E}_{2\Lambda}$ действуют по формуле $(\tilde{H}_{2\Lambda} f_\Lambda)(x) = h_\Lambda(x) f_\Lambda(x) + \int_{T^v} h_{1\Lambda}(x;t) f_\Lambda(t) dt$, здесь $h_\Lambda(x) = h(x; \Lambda - x)$, $h_{1\Lambda}(x;t) = h_1(x; \Lambda - x; t)$ и $f_\Lambda(x) = f(x; \Lambda - x)$.

Непрерывный спектр оператора $\tilde{H}_{2\Lambda}$ не зависит от функций $h_{1\Lambda}(x;t)$ и состоит из отрезка $[m_\Lambda^v; M_\Lambda^v] = G_\Lambda^v$, где $m_\Lambda^v = \inf_{x \in T^v} h_\Lambda(x)$, и $M_\Lambda^v = \sup_{x \in T^v} h_\Lambda(x)$.

Определение 2. Собственная функция $\varphi_\Lambda \in L_2(T^v)$ оператора $\tilde{H}_{2\Lambda}$, отвечающая собственному значению $z_\Lambda \notin G_\Lambda^{(v)}$, называется связанными состояниями оператора \tilde{H}_2 с квазиимпульсом Λ , а величина z_Λ – энергией этого связанного состояния.

Теорема 2. Пусть $J = 2J_1$ и ν произвольно. Тогда оператор \tilde{H}_2 имеет два связанных состояний φ_1 и φ_2 (без учета кратности вырождений их энергии) со значениями энергии $z_1 = -2J_1$, $z_2 = -(4\nu + 2)J_1 - 4J_1 \sum_{i=1}^{\nu} \cos \Lambda_i$, причем z_1 имеет кратность вырождения ν , а z_2 не вырождено и $z_i < m_\Lambda^v$, $i = 1, 2$ для всех $\Lambda \in T^v$, т. е. энергия этих связанных состояний лежит ниже области непрерывного спектра оператора $\tilde{H}_{2\Lambda}$.

Во втором параграфе второй главе исследованы спектр и связанные состояния оператора энергии двухмаглонной системы в ν -мерной изотропной негейзенберговской ферромагнетике со значением спина $s = \frac{3}{2}$ с взаимодействием ближайших соседей.

Гамильтониан этой системы имеет вид

$$H = -J \sum_{m,\tau} (\vec{S}_m \vec{S}_{m+\tau}) - J_1 \sum_{m,\tau} (\vec{S}_m \vec{S}_{m+\tau})^2 - J_2 \sum_{m,\tau} (\vec{S}_m \vec{S}_{m+\tau})^3,$$

здесь $J > 0$, $J_1 > 0$ и $J_2 > 0$ – параметры, соответственно, билинейного, биквадратичного и квадрупольного обменного взаимодействия между ближайшими атомами решетке Z^v .

Выяснено, при каких значениях J, J_1, J_2 существует связанные состояния системы. Найдены значения энергии для этих связанных состояний и их кратности вырождения.

Обозначим $\vec{\pi} = (\pi; \pi; \dots; \pi) \in T^v$ и $A = J - 3J_1 + 9J_2$, $C = J + J_1 - 23J_2$.

Рассмотрим случай $\nu = 1$ и положим $z_1 = 0$ и $z_2 = 12A - \frac{2C^2 + 18A^2 \cos^2 \frac{\Lambda}{2}}{C}$.

Теорема 3. I. Пусть $A > 0, C > 0$ и $\Lambda \in (0; \pi)$ ($\Lambda \in (\pi; 2\pi)$). Тогда

а). Если $C \neq 3A \cos \frac{\Lambda}{2}$ ($C \neq -3A \cos \frac{\Lambda}{2}$), то оператор \tilde{H}_2 имеет ровно два связанных состояний со значениями энергии, равными $z_i < m_\Lambda^{(1)}$, $i = 1, 2$;

б). Если $C = 3A \cos \frac{\Lambda}{2}$ ($C = -3A \cos \frac{\Lambda}{2}$), то оператор \tilde{H}_2 обладает единственным связанным состоянием со значением энергии $z_1 < m_\Lambda^{(1)}$.

II. Пусть $A > 0, C < 0$ и $\Lambda \in (0; \pi)$ ($\Lambda \in (\pi, 2\pi)$). Тогда

а). Если $C \neq -3A \cos \frac{\Lambda}{2}$ ($C \neq 3A \cos \frac{\Lambda}{2}$), то оператор \tilde{H}_2 имеет два связанных состояния со значениями энергии, равными z_1 и z_2 , причем $z_1 < m_\Lambda^{(1)}$, а $z_2 > M_\Lambda^{(1)}$;

б). Если $C = -3A \cos \frac{\Lambda}{2}$ ($C = 3A \cos \frac{\Lambda}{2}$), то оператор \tilde{H}_2 обладает единственным связанным состоянием со значением энергии $z_1 < m_\Lambda^{(1)}$.

III. Пусть $A < 0, C > 0$ и $\Lambda \in (0; \pi)$ ($\Lambda \in (\pi, 2\pi)$). Тогда

а). Если $C \neq 3A \cos \frac{\Lambda}{2}$ ($C \neq -3A \cos \frac{\Lambda}{2}$), то оператор \tilde{H}_2 имеет два связанных состояний со значениями энергии, равными z_1 и z_2 , причем $z_1 > M_\Lambda^{(1)}$, а $z_2 < m_\Lambda^{(1)}$;

б). Если $C = -3A \cos \frac{\Lambda}{2}$ ($C = 3A \cos \frac{\Lambda}{2}$), то оператор \tilde{H}_2 обладает единственным связанным состоянием со значением энергии $z_1 > M_\Lambda^{(1)}$.

IV. Пусть $A < 0, C < 0$ и $\Lambda \in (0; \pi)$ ($\Lambda \in (\pi, 2\pi)$). Тогда

а). Если $C \neq 3A \cos \frac{\Lambda}{2}$ ($C \neq -3A \cos \frac{\Lambda}{2}$), то оператор \tilde{H}_2 имеет два связанных состояний со значениями энергии, равными z_1 и z_2 , причем $z_1 > M_\Lambda^{(1)}$, а $z_2 < m_\Lambda^{(1)}$;

б). Если $C = -3A \cos \frac{\Lambda}{2}$ ($C = 3A \cos \frac{\Lambda}{2}$), то оператор \tilde{H}_2 обладает единственным связанным состояний со значением энергии $z_1 > M_\Lambda^{(1)}$.

В третьем параграфе второй главы исследованы спектр и связанные состояние оператора энергии двухмаглонной системы в ν -мерной изотропной негейзенберговской ферромагнетике со значением спина $s = 2$ с взаимодействием ближайших соседей.

Гамильтониан этой системы имеет вид

$$H = -J \sum_{m,\tau} (\vec{S}_m \vec{S}_{m+\tau}) - J_1 \sum_{m,\tau} (\vec{S}_m \vec{S}_{m+\tau})^2 - J_2 \sum_{m,\tau} (\vec{S}_m \vec{S}_{m+\tau})^3 - J_3 \sum_{m,\tau} (\vec{S}_m \vec{S}_{m+\tau})^4,$$

здесь $J > 0$, $J_1 > 0$, $J_2 > 0$ и $J_3 > 0$ – параметры мультипольных обменных взаимодействий между ближайшими атомами решетки.

Используются следующие обозначения:

$$\tilde{A} = J - 4J_1 + 16J_2 - 64J_3, \quad \tilde{B} = J_1 - 11J_2 + 93J_3, \quad \tilde{C} = J + 5J_1 - 83J_2 + 773J_3.$$

Теорема 4. Пусть $\tilde{A}=0$ и ν – произвольное. Тогда оператор \tilde{H}_2 имеет два связанных состояния φ_1 и φ_2 (без учета кратности вырождений их энергии) со значениями энергии $z_1 = -18\tilde{B}$ и $z_2 = -24\tilde{B}[\nu+1 + \sum_{i=1}^{\nu} \cos \Lambda_i]$, причем z_1 имеет кратность вырождения ν , а z_2 не вырождено и $z_i \notin G_{\Lambda} = [m_{\Lambda}^{\nu}; M_{\Lambda}^{\nu}]$, $i=1,2$, для всех значений $\Lambda \in T^{\nu}$, т. е., значения энергии этих связанных состояний лежат вне области непрерывного спектра оператора $\tilde{H}_{2\Lambda}$. Если $\tilde{B}=0$, то эти связанные состояния исчезают, поглощаясь непрерывным спектром.

Также исследованы спектр и связанные состояния оператора энергии двухмаглонной системы в изотропном негейзенберговском ферромагнетике со значением спина $s = \frac{5}{2}$ с взаимодействием ближайших соседей в Z^{ν} .

Используются следующие обозначения: $\tilde{\tilde{A}} = J - 5J_1 + 25J_2 - 125J_3 + 625J_4$,
 $\tilde{\tilde{C}} = J + 11J_1 - 199J_2 + 2291J_3 - 23119J_4$.

В случае $\nu=1$, изменение энергетического спектра оператора \tilde{H}_2 описывается нижеследующей теоремой.

Положим $z_1 = 0$ и $z_2 = 20\tilde{\tilde{A}} - 2\tilde{\tilde{C}} - \frac{50\tilde{\tilde{A}}^2 \cos^2 \frac{\Lambda}{2}}{\tilde{\tilde{C}}}$.

Теорема 5. I. Пусть $\tilde{\tilde{A}} > 0, \tilde{\tilde{C}} > 0$ и $\Lambda \in (0; \pi)$ ($\Lambda \in (\pi, 2\pi)$). Тогда

а). Если $\tilde{\tilde{C}} \neq 5\tilde{\tilde{A}} \cos \frac{\Lambda}{2}$ ($\tilde{\tilde{C}} \neq -5\tilde{\tilde{A}} \cos \frac{\Lambda}{2}$), то оператор \tilde{H}_2 имеет ровно два связанных состояния со значениями энергии, равными z_1 и z_2 , причем $z_i < m_{\Lambda}^1, i=1,2$;

б). Если $\tilde{\tilde{C}} = 5\tilde{\tilde{A}} \cos \frac{\Lambda}{2}$ ($\tilde{\tilde{C}} = -5\tilde{\tilde{A}} \cos \frac{\Lambda}{2}$), то оператор \tilde{H}_2 обладает единственным связанным состоянием со значением энергии $z_1 < m_{\Lambda}^1$.

II. Пусть $\tilde{\tilde{A}} > 0, \tilde{\tilde{C}} < 0$ и $\Lambda \in (0; \pi)$ ($\Lambda \in (\pi, 2\pi)$). Тогда

а). Если $\tilde{\tilde{C}} \neq -5\tilde{\tilde{A}} \cos \frac{\Lambda}{2}$ ($\tilde{\tilde{C}} \neq 5\tilde{\tilde{A}} \cos \frac{\Lambda}{2}$), то оператор \tilde{H}_2 имеет два связанных состояния со значениями энергии, равными z_1 и z_2 , причем $z_1 < m_{\Lambda}^1$, а $z_2 > M_{\Lambda}^1$;

б). Если же $\tilde{\tilde{C}} = -5\tilde{\tilde{A}} \cos \frac{\Lambda}{2}$ ($\tilde{\tilde{C}} = 5\tilde{\tilde{A}} \cos \frac{\Lambda}{2}$), то оператор \tilde{H}_2 обладает единственным связанным состоянием со значением энергии z_1 , при этом $z_1 < m_{\Lambda}^1$.

III. Пусть $\tilde{\tilde{A}} < 0, \tilde{\tilde{C}} > 0$ и $\Lambda \in (0; \pi)$ ($\Lambda \in (\pi, 2\pi)$). Тогда

а). Если $\tilde{C} \neq 5\tilde{A} \cos \frac{\Lambda}{2}$ ($\tilde{C} \neq -5\tilde{A} \cos \frac{\Lambda}{2}$), то оператор \tilde{H}_2 имеет два связанные состояния со значениями энергии, равными z_1 и z_2 , причем $z_1 > M_\Lambda^1$, а $z_2 < m_\Lambda^1$;

б). Если же $\tilde{C} = -5\tilde{A} \cos \frac{\Lambda}{2}$ ($\tilde{C} = 5\tilde{A} \cos \frac{\Lambda}{2}$), то оператор \tilde{H}_2 обладает единственным связанным состоянием со значением энергии z_1 , при этом $z_1 > M_\Lambda^1$.

IV. Пусть $\tilde{A} < 0, \tilde{C} < 0$ и $\Lambda \in (0; \pi)$ ($\Lambda \in (\pi, 2\pi)$). Тогда

а). Если $\tilde{C} \neq 5\tilde{A} \cos \frac{\Lambda}{2}$ ($\tilde{C} \neq -5\tilde{A} \cos \frac{\Lambda}{2}$), то оператор \tilde{H}_2 имеет два связанные состояния со значениями энергии, равными z_1 и z_2 , причем $z_1 > M_\Lambda^1$, а $z_2 < m_\Lambda^1$;

б). Если $\tilde{C} = -5\tilde{A} \cos \frac{\Lambda}{2}$ ($\tilde{C} = 5\tilde{A} \cos \frac{\Lambda}{2}$), то оператор \tilde{H}_2 обладает единственным связанным состоянием со значением энергии z_1 , при этом $z_1 > M_\Lambda^1$.

Кроме того, в §2.3 исследованы спектр и связанные состояния оператора энергии двухмаглонной системы в изотропном негейзенберговском ферромагнетике с произвольным значением спина s и с взаимодействием ближайших соседей.

Используя полученные формулы для действия оператора энергии двухмаглонной системы в случаях $s=1$, $s=\frac{3}{2}$, $s=2$ и $s=\frac{5}{2}$ в квазиимпульсном представлении, выведены аналогичные формулы, в случае произвольного значения спина s .

Проведенное исследование показывает, что качественные картины изменения энергетического спектра системы различаются в случаях, когда s – полуцелое число и когда s – целое число. При значениях спина $s > \frac{1}{2}$ качественная картина изменения энергетического спектра системы для четных значений спина и нечетных значений спина одинакова.

В третьей главе диссертации, названной “Исследование спектра и связанные состояния оператора энергии двухмаглонных систем с взаимодействием ближайших и вторых соседей” исследованы спектр и связанные состояния оператора энергии двухмаглонных систем в негейзенберговских ферромагнетиках с взаимодействием ближайших и вторых соседей для произвольного значения спина s в одномерной решетке Z .

В первом параграфе третьей главы исследованы спектр и связанные состояния оператора энергии двухмаглонной системы в одномерном негейзенберговском ферромагнетике со значением спина $s=1$ с взаимодействием ближайших и вторых соседей. Показано, что с добавлением взаимодействия вторых соседей в системе появляются новые связанные

состояния системы. Найдены условия существования этих связанных состояний и вычислены их энергии.

Теорема 6. Пусть $J = 2J_1$ и Λ – произвольное число, $\Lambda \in [0; 2\pi)$. Тогда оператор \tilde{H}_2 имеет две связанные состояния φ_1 и φ_2 со значениями энергии

$$z_1 = -J_1[1 + \alpha + 4(\cos^2 \frac{\Lambda}{2} + \alpha \cos^2 \Lambda)] - \sqrt{D} \quad \text{и} \quad z_2 = -J_1[1 + \alpha + 4(\cos^2 \frac{\Lambda}{2} + \alpha \cos^2 \Lambda)] + \sqrt{D},$$

где $D = J_1^2 \{ (1 - \alpha)^2 + 16(\cos^2 \frac{\Lambda}{2} + \alpha \cos^2 \Lambda)^2 + 8[(1 - \alpha)\cos^2 \frac{\Lambda}{2} - \alpha(1 - \alpha)\cos^2 \Lambda] \}$, при этом, $z_1, z_2 < m_\Lambda$.

Во втором и третьем параграфе третьей главе исследованы спектр и связанные состояния оператора энергии двухмагнетонных систем в одномерном негеизенберговском ферромагнетике со значениями спина соответственно равными $s = \frac{3}{2}$, $s = 2$, $s = \frac{5}{2}$ и $s > \frac{5}{2}$ с взаимодействиями ближайших и вторых соседей. Найдены условия существования связанные состояния системы и вычислены энергии этих связанных состояний.

С использованием коэффициентов A', B', C' зависящих от параметров $J_n > 0, n = 1, 2, \dots, 2s$, и значений спина s , верна следующая

Теорема 7. Пусть $\Lambda = \frac{\pi}{2}$, s – целое и $A' \equiv 0$. Тогда оператор \tilde{H}_2 имеет две связанные состояния φ_1 и φ_2 , со значениями энергии, равными $z_1 = -2\alpha C'$ и $z_2 = -2C' - 4s(2s - 1)B'$. Энергии этих связанных состояний лежат вне области непрерывного спектра оператора $\tilde{H}_{2\Lambda}$.

В четвертой главе диссертации, названной “Спектр и связанные состояния оператора энергии двухмагнетонных систем с взаимодействием ближайших, вторых и третьих соседей” исследованы спектр и связанные состояния оператора энергии двухмагнетонных систем в одномерном изотропном негеизенберговском ферромагнетике для произвольного значения спина s с взаимодействием ближайших, вторых и третьих соседей.

В первом параграфе четвертой главы диссертации исследованы спектр и связанные состояния оператора энергии двухмагнетонной системы в одномерной изотропной негеизенберговской ферромагнетике со значением спина $s = 1$ с взаимодействием ближайших, вторых и третьих соседей для значений полного квазиимпульса системы $\Lambda = \pi$. Показано, что с включением взаимодействия до третьих соседей в системе появляются новые дополнительные связанные состояния. Найдены области существования этих связанных состояний системы.

Теорема 8. а). Пусть $\Lambda = \pi, J = J_1$ и $\alpha \in (0; 1], \beta \in (0; 1]$. Тогда оператор \tilde{H}_2 имеет единственная связанная состояния со значением энергии $z_1 = -8J_1(1 + \beta) - (64\alpha J_1 / 3)$, лежащим ниже области непрерывного спектра оператора $\tilde{H}_{2\Lambda}$;

б). Пусть $\Lambda = \pi, J = 2J_1$ и $\alpha, \beta \in (0;1]$. Тогда оператор \tilde{H}_2 имеет ровно три связанные состояния со значениями энергии, равными $z_1 = -10\alpha J_1, z_2 = -2J_1, z_3 = -2\beta J_1$ и лежащими ниже области непрерывного спектра оператора $\tilde{H}_{2\Lambda}$;

в). Пусть $\Lambda = \pi, J \neq J_1, J \neq 2J_1$. Тогда оператор \tilde{H}_2 может иметь не более пяти связанных состояний со значениями энергии, лежащими вне области непрерывного спектра оператора $\tilde{H}_{2\Lambda}$.

Во втором и третьем параграфе четвертой главе диссертации исследованы спектр и связанных состояний оператора энергии двухмагнанных систем в одномерном негейзенберговском ферромагнетике со значениями спина $s = \frac{3}{2}, s = 2, s = \frac{5}{2}$ и $s > \frac{5}{2}$, соответственно, и с взаимодействиями ближайших, вторых и третьих соседей. Найдены условия существования связанных состояний системы и вычислены энергии этих связанные состояния.

Теорема 9. Пусть $A' = 0$ и $\Lambda = \pi$. Тогда оператор \tilde{H}_2 имеет три связанные состояния $\varphi_i, i=1,2,3$, со значениями энергии, равными $z_1 = -2C', z_2 = -2\beta C'$ и $z_3 = -2\alpha C' - 8\alpha s(2s-1)B'$. Значения этих энергии лежат ниже (выше) области непрерывного спектра оператора $\tilde{H}_{2\Lambda}$, если $C' > 0$ и $C' > -4s(2s-1)B'$ ($C' < 0$ и $C' < -4s(2s-1)B'$).

В пятой главе диссертации, названной “**Существенный и дискретный спектр оператора энергии двухмагнанных систем в изотропных ферромагнитных примесных моделях с взаимодействием ближайших соседей в Z^v** “, исследована структура существенного спектра и получены нижняя и верхняя оценка для числа трехчастичных связанных состояний оператора энергии двухмагнонной системы в v -мерной изотропной ферромагнитной примесной модели Гейзенберга и в v -мерной изотропной негейзенберговской ферромагнитной примесной модели для произвольного значения спина.

Показано, что существенный спектр системы состоит из объединения не более четырех отрезков.

В § 5.1 рассматривается гейзенберговский случай. В этом случае гамильтониан системы имеет вид

$$H = J \sum_{m,\tau} (\vec{S}_m \vec{S}_{m+\tau}) + (J_0 - J) \sum_{\tau} (\vec{S}_0 \vec{S}_{\tau}),$$

где $J < 0$ и $J_0 \neq 0$ – параметры билинейного обменного взаимодействия между атомами и между атомами и примесями, соответственно, \vec{S}_m – оператор атомного спина величины $s = 1/2$ в узле m , а по τ ведется суммирование по ближайшим соседям. Обозначим через φ_0 вакуумный вектор, для которого $S_m^+ \varphi_0 = 0, S_m^z \varphi_0 = \varphi_0 / 2$, где $\|\varphi_0\| = 1$. Положим $S_m^{\pm} = S_m^x \pm iS_m^y$, где S_m^+ и S_m^- – соответственно, операторы рождения и уничтожения магнона в узле m . Вектор $S_m^- S_n^- \varphi_0$ описывает состояние системы двух магнонов, находящегося в узлах m и n со значением спина $s = 1/2$. Гильбертово пространство,

натянутое на эти векторы, обозначим через E_2 . Обозначим через H_2 сужение оператора H на E_2 .

Оператор H_2 в квазиимпульсном представлении в пространстве $L_2(T^v \times T^v)$ действует по формуле

$$\begin{aligned}
(\tilde{H}_2 f)(x; y) = & [-4J\nu + 2J \sum_{i=1}^v (\cos x_i + \cos y_i)] f(x; y) - \varepsilon \int_{T^v} [\nu + \sum_{i=1}^v [\cos(x_i - s_i) - \cos x_i - \cos s_i]] \times \\
& \times f(s; y) ds - \varepsilon \int_{T^v} [\nu + \sum_{i=1}^v [\cos(y_i - t_i) - \cos y_i - \cos t_i]] f(x; t) dt + J \int_{T^v} [4\nu - 2 \sum_{i=1}^v [\cos x_i + \cos y_i + \\
& + \cos s_i + \cos(x_i + y_i - s_i) - \cos(x_i - s_i) - \cos(y_i - s_i)]] f(s; x + y - s) ds + \varepsilon \int_{T^v T^v} \{2\nu + 2 \times \\
& \times \sum_{i=1}^v \{[\cos(x_i - s_i) + \cos(y_i - t_i) + \cos(x_i + y_i - s_i - t_i)] - \cos t_i - \cos s_i - \cos x_i - \cos(x_i - s_i - t_i) - \\
& - \cos y_i - \cos(y_i - s_i - t_i) - \cos(x_i + y_i - s_i) - \cos(x_i + y_i - t_i)\} f(s; t) ds dt, \\
& \text{здесь } \varepsilon = J_0 - J.
\end{aligned}$$

Используя понятия *тензорных произведений гильбертовых пространств и тензорных произведений операторов в гильбертовых пространствах*, можно убедиться, что оператор \tilde{H}_2 представляется в виде: $\tilde{H}_2 = \tilde{H}_1 \otimes I + I \otimes \tilde{H}_1 + K_1 + K_2$, где I – единичный оператор в пространстве \tilde{E}_1 , а операторы K_1 и K_2 имеют виды:

$$\begin{aligned}
(K_1 f)(x; y) = & J \int_{T^v} [4\nu - 2 \sum_{i=1}^v [\cos s_i + \cos x_i + \cos y_i + \cos(x_i + y_i - s_i) - \cos(x_i - s_i) - \\
& - \cos(y_i - s_i)]] f(s; x + y - s) ds; \\
(K_2 f)(x; y) = & \varepsilon \int_{T^v T^v} \{2\nu + \sum_{i=1}^v \{2[\cos(x_i - s_i) + \cos(x_i + y_i - s_i - t_i) + \cos(y_i - t_i)] - \cos t_i - \cos s_i - \\
& - \cos x_i - \cos y_i - \cos(x_i - s_i - t_i) - \cos(y_i - s_i - t_i) - \cos(x_i + y_i - t_i) - \cos(x_i + y_i - s_i)\} \times \\
& \times f(s; t) ds dt. \\
& \text{Здесь } \varepsilon = J_0 - J.
\end{aligned}$$

При фиксированном полном квазиимпульсе двухмагнетонной подсистемы $x + y = \Lambda$ оператор энергии двухмагнетонной подсистемы \tilde{H}_2 и пространство \tilde{E}_2 можно разложить в прямой интеграл: $\tilde{H}_2 = \bigoplus_{T^v} \tilde{H}_{2\Lambda} d\Lambda$, $\tilde{E}_2 = \bigoplus_{T^v} \tilde{E}_{2\Lambda} d\Lambda$.

Из выражения для операторов K_1 и K_2 видно, что операторы $K_{1\Lambda}$ и K_2 являются операторами конечного ранга. Поэтому *существенный спектр* оператора \tilde{H}_2 и оператора $\tilde{H}_1 \otimes I + I \otimes \tilde{H}_1$ совпадают. Ясно, что $\sigma(A \otimes I + I \otimes B) = \{\lambda + \mu : \lambda \in \sigma(A), \mu \in \sigma(B)\}$. Из полученных результатов видно, что спектр оператора \tilde{H}_1 состоит из непрерывного спектра и не более чем

трех собственных значений, которые невырождены, ν -кратно и $(\nu-1)$ -кратно вырождены.

Теорема 10. Если $\nu=1$ и $0 < \varepsilon \leq -J$, то существенный спектр оператора \tilde{H}_2 состоит из единственного отрезка $\sigma_{ess}(\tilde{H}_2) = [0; -8J]$, и для количества N трехчастичных связанных состояний имеют место неравенства $0 \leq N \leq 12$.

Теорема 11. Если $\nu=1$ и $J \leq \varepsilon < 0$, то существенный спектр оператора \tilde{H}_2 состоит из объединения двух отрезков: $\sigma_{ess}(\tilde{H}_2) = [0; -8J] \cup [z_1; -4J + z_1]$, и для количества N трехчастичных связанных состояний имеют место неравенства $1 \leq N \leq 13$.

Теорема 12. Если $\nu=1$ и $\varepsilon > -J$ или $\varepsilon < J$, то существенный спектр оператора \tilde{H}_2 состоит из объединения трех отрезков: $\sigma_{ess}(\tilde{H}_2) = [0; -8J] \cup [z_1; -4J + z_1] \cup [z_2; -4J + z_2]$, и для количества N трехчастичных связанных состояний имеют место неравенства $3 \leq N \leq 15$.

Теорема 13. Если $\nu=2$ и $\varepsilon > -\frac{25J}{9}$ или $\varepsilon \leq \frac{25J}{9}$, то существенный спектр оператора \tilde{H}_2 состоит из объединения четырех отрезков: $\sigma_{ess}(\tilde{H}_2) = [0; -8J] \cup [z_1; -4J + z_1] \cup [z_2; -4J + z_2] \cup [z_3; -4J + z_3]$, и для количества N трехчастичных связанных состояний имеют место неравенства $6 \leq N \leq 28$.

В нижеследующих двух теоремах число W означает значение интеграла Ватсона и

$$a = \int_{T^3} \frac{\sin^2 s_1 ds_1 ds_2 ds_3}{3 - \cos s_1 - \cos s_2 - \cos s_3}, \quad b = \int_{T^3} \frac{(\cos s_1 - \cos s_2)^2 ds_1 ds_2 ds_3}{3 - \cos s_1 - \cos s_2 - \cos s_3}.$$

Теорема 14. Если $\nu=3$ и $0 < \varepsilon < -J$ или $\frac{J}{4W-3} < \varepsilon < 0$, то существенный спектр оператора \tilde{H}_2 состоит из единственного отрезка $\sigma_{ess}(\tilde{H}_2) = [0; -24J]$, и для количества N трехчастичных связанных состояний верны неравенства $0 \leq N \leq 32$.

Теорема 15. Если $\nu=3$ и $\frac{J}{a} < \varepsilon \leq \frac{J}{4W-3}$, или $-J \leq \varepsilon < -\frac{J}{a}$, то существенный спектр оператора \tilde{H}_2 состоит из объединения двух отрезков: $\sigma_{ess} = [0; -24J] \cup [z_1; -12J + z_1]$ и для количества N трехчастичных связанных состояний имеют место неравенства $1 \leq N \leq 33$.

Теорема 16. Если $\nu=3$ и $-\frac{J}{a} \leq \varepsilon \leq -\frac{2J}{b}$, или $\frac{2J}{b} \leq \varepsilon < \frac{J}{a}$, то существенный спектр оператора \tilde{H}_2 состоит из объединения трех отрезков: $\sigma_{ess} = [0; -24J] \cup [z_1; -12J + z_1] \cup [z_2; -12J + z_2]$ и для количества N трехчастичных связанных состояний верны неравенства $3 \leq N \leq 35$.

Теорема 17. Если $\nu=3$ и $\varepsilon < \frac{2J}{b}$, или $\varepsilon > -\frac{2J}{b}$, то существенный спектр оператора \tilde{H}_2 состоит из объединения четырех отрезков: $\sigma_{ess}(\tilde{H}_2) = [0; -24J] \cup [z_1; -12J + z_1] \cup [z_2; -12J + z_2] \cup [z_3; -12J + z_3]$ и для количества

N трехчастичных связанных состояний имеют место неравенства $6 \leq N \leq 38$.

Рассмотрена аналогичная задача в негейзенберговской изотропной примесной ферромагнитной модели для произвольного значения спина. Показано, что существенный спектр системы состоит из объединения не более четырех отрезков и получены нижняя и верхняя оценка для количества трехчастичных связанных состояний системы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Диссертационная работа посвящена в развитие спектральной теорию дискретных операторов Шредингера, исследованию структуру существенного спектра и дискретный спектр оператора энергии двухмагнанных систем в изотропном примесном ферромагнитном гейзенберговском и негейзенберговском модели с взаимодействием ближайших соседей, а также спектра и локализованные примесные состояния оператора энергии одномагнанных систем в гейзенберговских и негейзенберговских изотропных примесных ферромагнитных моделей, негейзенберговских анизотропных примесных ферромагнитных моделей с взаимодействием ближайших соседей в Z^{ν} , а также исследованию спектра и связанных состояний оператора энергии двухмагнанных систем в негейзенберговских изотропных ферромагнетиках.

Основные результаты исследования состоят в следующем:

1. Доказана, что в изотропной примесной ферромагнитной модели Гейзенберга и негейзенберговской ферромагнитной модели одномагнанная система имеет не более трех типов локализованных примесных состояний. Энергии этих локализованных примесных состояний, соответственно, невырождены, ν –кратно и $(\nu - 1)$ –кратно вырождены.

2. Доказано, что в изотропном случае, энергии этих локализованных примесных состояний всегда лежат только в одной стороне относительно непрерывного спектра системы.

3. Доказана, что в негейзенберговских анизотропных примесных ферромагнитных модели оператор энергии одномагнанных систем имеет не более четырех типов локализованных примесных состояний и два из энергии этих локализованных примесных состояний невырождены, а остальные, соответственно, ν –кратно и $(\nu - 1)$ –вырождены.

4. Доказано, что в анизотропном случае энергии локализованных примесных состояний могут лежать и в различных сторонах относительно непрерывного спектра системы.

5. Установлено, что в изотропном ферромагнитном негейзенберговском модели оператор энергии двухмагнанных систем с взаимодействием ближайших соседей обладает не более чем $2\nu + 1$ связанных состояний.

6. Доказана, что оператор энергии двухмагнанных систем в негейзенберговском одномерном ферромагнетике с взаимодействием ближайших и вторых, а также до третьих соседей может обладать дополнительными связанными состояниями.

7. Доказано, что в негейзенберговском случае, картина изменения энергетического спектра системы такая же, как и в случае, когда спин системы четный или нечетный, картины изменения энергетического спектра различны в случаях, когда значения спина системы целое и полуцелое число.

8. Доказана, что существенный спектр двухмагнанных систем в изотропной примесной гейзенберговской и негейзенберговской ферромагнитной модели состоит из объединения не более четырех отрезков. Получены нижняя и верхняя оценка для числа трехчастичных связанных состояний системы.

**SCIENTIFIC COUNCIL AWARDING OF THE SCIENTIFIC DEGREES
DSc.27.06.2017.FM.01.01 AT NATIONAL UNIVERSITY OF UZBEKISTAN,
INSTITUTE OF MATHEMATICS**

**INSTITUTE OF NUCLEAR PHYSICS OF ACADEMY OF SCIENCES
OF REPUBLIK OF UZBEKISTAN**

TASHPULATOV SADULLA MAMARAJBOVICH

**SPECTRAL PROPERTIES OF THE ENERGY OPERATOR
OF TWO-MAGNON SYSTEMS IN THE NON-HEISENBERG MODELS**

01.01.01 – Mathematical analysis

**DISSERTATION ABSTRACT OF DOCTORAL DISSERTATION (DSc)
ON PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES**

Tashkent – 2018

The theme of doctoral dissertation (DSc) was registered at the Supreme Attestation Commission at the Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan under number B2017.2.DSc/FM56.

Dissertation has been prepared at the Institute of Nuclear Physics, Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan.

The abstract of the dissertation is posted in three languages (Uzbek, Russian and English (summary)) on the website <http://fti-kengash.uz/> and on the website of «ZiyoNet» information and educational portal <http://www.ziyo.net.uz/>.

Scientific consultant: **Rasulova Mukhayo Yunusovna**
Doctor of physical and mathematical sciences

Official opponents: **Lakaev Saidahmat Norjigitovich**
Doctor of physical and mathematical sciences, academician

Ganikhodjaev Rasul Nabievich
Doctor of physical and mathematical sciences, professor

Kudaybergenov Karimbergen Kadirbergenovich
Doctor of physical and mathematical sciences, professor

Leading organization: **The Steklov Mathematical Institute of RAS**

Defense will take place « ___ » _____ 2018 at _____ at the meeting of Scientific Council number DSc.27.06.2017.FM.01.01 at National University of Uzbekistan. (Address: 100174, Uzbekistan, Tashkent city, Almazar area, University str., 4, Ph.: (99871) 227-12-24, fax: (99871) 246-53-21, 246-02-24, e-mail: nauka@nuu.uz).

Doctoral dissertation is possible to review in Information-resource centre at National University of Uzbekistan (is registered № _____) (Address: 100174, Uzbekistan, Tashkent city, Almazar area, University str., 4, Ph.: (99871) 246-02-24).

Abstract of dissertation sent out on « ___ » _____ 2018.
(Mailing report № ___ on « ___ » _____ 2018).

A.S.Sadullaev
Chairman of Scientific Council
on award of scientific degrees,
D.Ph.-M.S., academician

G.I. Botirov
Scientific secretary of Scientific Council
on award of scientific degrees, C.Ph.-M.S.

V.I.Chilin
Chairman of the Scientific Seminar under
Scientific Council on award of scientific
degrees, D.Ph.-M.S., professor

INTRODUCTION (abstract of DSc thesis)

The urgency and relevance of the dissertation topic. Many scientific and applied studies, conducted at the world level, in many cases, are reduced to the study of spectral analysis of bounded or unbounded self-adjoint operators. The fundamental mathematical objects in the quantum mechanics be the unbounded self-adjoint operators (Hamiltonians) acting in the Hilbert spaces. The point spectrum of such Hamiltonians is corresponds of the energy levels of bound states of physical systems. The investigation of spectral properties of Hamiltonians of concrete physical systems is stand of important problems in the various fields of theoretical physics. In the particular, the studying of the Schrödinger operators, corresponding to the Hamiltonians of the system of particle in the lattice, the face in the models of solid-state physics, quantum mechanics, statistical physics, and lattice theory of fields, the presents one of important and priority directions.

The aim of the research work is a description of the structure of essential and discrete spectrum of the energy operator for two-magnon system in the isotropic impurity ferromagnetic Heisenberg model, as well as in the isotropic non-Heisenberg ferromagnetic impurity model in the ν -dimensional lattice Z^ν .

The tasks of research work:

The description of the spectrum and local impurity states of the energy operator for one-magnon system in the isotropic ferromagnetic impurity Heisenberg and isotropic non-Heisenberg ferromagnetic impurity model;

The description of the spectrum and bound states of the energy operator of two-magnon systems in the non-Heisenberg isotropic ferromagnet with interacting nearest-neighbors;

The description of the spectrum and bound states of the energy operator of two-magnon systems in the one-dimensional non-Heisenberg isotropic ferromagnet with interacting second and up to third nearest-neighbors;

The description of the bound states, local impurity states and scattered states of the Hamiltonian of two-magnon systems in the one-impurity Heisenberg model, as well as, in the one-impurity non-Heisenberg isotropic model;

The description of the structure of essential spectrum and the discrete spectrum of the energy operator for two-magnon systems in the isotropic impurity ferromagnetic Heisenberg model, as well as, in the non-Heisenberg isotropic ferromagnetic impurity model in the ν -dimensional lattice Z^ν .

The object of research work are the two-magnon systems in the Heisenberg and non-Heisenberg models, one-magnon systems in the impurity Heisenberg model, one-magnon systems in the non-Heisenberg impurity ferromagnetic model, two-magnon systems in the ferromagnetic Heisenberg impurity model, two-magnon systems in the impurity ferromagnetic non-Heisenberg model, the discrete Schrödinger operators, the discrete, continuous and essential spectra for self-adjoint operators, the bound states, the local impurity states.

Scientific novelty of the research work is as follows:

- It is proved, that the energy operator for one-magnon system in the isotropic impurity Heisenberg ferromagnetic model in the ν -dimensional lattice Z^ν has no

more than three types of local impurity states, which, respectively, are nondegenerate, ν -fold and $(\nu-1)$ -fold degenerate; it is shown that, under definite conditions, the energy of these local impurity states always lay at only one side with respect to the continuous spectrum of the system.

- It is shown that the energy operator of one-magnon systems in an isotropic non-Heisenberg ferromagnetic impurity model also has no more than three types of local impurity states, here the energy of these local impurity states respectively are nondegenerate, ν -fold and $(\nu-1)$ -fold degenerate, and these energies depend on the parameters of the multipole exchange interactions and the spin value.

- It is established that the energy operator of one-magnon system in the anisotropic non-Heisenberg ferromagnetic impurity model with arbitrary spin value has the additional local impurity states or it loses its local impurity states compared with the isotropic case, at the same time, the energy of these local impurity states may lie in different sides with respect to the continuous spectrum of the system.

- It is shown that the energy operator of two-magnon systems in the ν -dimensional non-Heisenberg isotropic ferromagnetic model has no more than $2\nu+1$ bound states; there are additional bound states, while considering the interactions with the nearest-neighbor, second and third nearest-neighbor in the system.

- It is shown that the essential spectrum of the energy operator for two-magnon systems in an isotropic Heisenberg impurity ferromagnet model, as well as, in non-Heisenberg model in the ν -dimensional lattice is consists of the union of not more than four segments; thus there were obtained the lower and upper estimations for the number of three-particle bound states of the system.

The outline of the thesis. The dissertation is devoted two-magnon bound states in the non-heisenberg ferromagnet model, one-magnon local impurity states in the Heisenberg and non-Heisenberg impurity models, two-magnon impurity states in the Heisenberg and non-heisenberg impurity models, and the structure of essential spectra of the energy operator of two-magnon systems in the Heisenberg and non-Heisenberg impurity models and the development of spectral theory of discrete Schrödinger operators.

The main results of the study are:

For the isotropic impurity ferromagnetic Heisenberg and non-Heisenberg models the one-magnon system has no more than three types local impurity states and the energies of these local impurity states are correspondingly nondegenerate, ν -fold and $(\nu-1)$ -fold degenerate are obtained.

In the isotropic case under certain conditions the energies of these local impurity states always lie in only one side with respect to the continuous spectrum of the system is given.

In the anisotropic non-Heisenberg impurity ferromagnetic model one-magnon system has no more than four type's local impurity states, the energies of these local impurity states of two from their nondegenerate, ν -fold and $(\nu-1)$ -fold degenerate are obtained.

In the anisotropic case the energy of these local impurity states can lie at different sides with respect to the continuous spectrum of the system.

In the isotropic ferromagnetic non-Heisenberg model the energy operator of two-magnon systems with nearest-neighbor interactions in the ν -dimensional lattice has no more than $2\nu + 1$ bound states are obtained.

The two-magnon system in the one-dimensional non-Heisenberg ferromagnetic the interactions with nearest-neighbors and next nearest-neighbor, as well as, up to third nearest-neighbors can have additional bound states is given.

These pictures of change of the energy spectrum of the system are different, when the spin value of the system is integer and half integer, this picture is same as in the case, when spin of the system is even and odd.

The essential spectrum of the two-magnon system in the isotropic impurity Heisenberg and the non-Heisenberg ferromagnetic model consists of the union of not more than four intervals. Here were obtained the lower and the upper estimates for the number of three-particle bound states of the system.

ЭЪЛОН ҚИЛИНГАН ИШЛАР РЎЙХАТИ
СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ
LIST OF PUBLISHED WORKS

I бўлим (1 часть; 1 part)

1. Ташпулатов С. М. Исследование спектра оператора энергии двухмагнетонной системы в одномерном негейзенберговском ферромагнетике с взаимодействием ближайших и вторых соседей со значениями спина $s = 1$. // Теор. и мат. физика.-1996. -Т.107.-№ 2. -С. 251-261. (№ 11. Springer. IF=0,80).
2. Ташпулатов С. М. Двухмагнетонные состояния в одномерном негейзенберговском ферромагнетике с взаимодействием до третьих соседей со значениями спина $s = 1$. // Теор. и мат. физика. – 1996.- Т. 107. - № 2. - С. 262-268. (№ 11. Springer. IF= 0,80).
3. Ташпулатов С. М. Исследование спектра оператора энергии двухмагнетонной системы в двумерном и трехмерном анизотропном ферромагнетиках Гейзенберга с взаимодействием до вторых соседей. // Узбекский математический журнал. – Ташкент, 1997.- № 2. - С. 88-98. (01.00.00; № 6)
4. Ташпулатов С. М. Одномагнетонные состояния в изотропной примесной негейзенберговской модели для произвольного значения спина s . // Узбекский математический журнал. – Ташкент, 1998. - № 3. - С. 62 -73. (01.00.00; № 6)
5. Ташпулатов С. М. О связанных состояниях и спектрах оператора энергии двухмагнетонных систем в двумерном ферромагнетике Гейзенберга. // Доклады АН РУз. – Ташкент, 1998.- № 11. - С. 4- 9. (01.00.00; № 7)
6. Ташпулатов С. М. Одномагнетонная состояния в анизотропной негейзенберговской примесной модели для произвольного значения спина s . // Узбекский математический журнал. – Ташкент, 1999.- № 4. - С. 35 - 44. (01.00.00; № 6)
7. Ташпулатов С. М. Двухмагнетонные состояния в одномерном негейзенберговском ферромагнетике с взаимодействием до третьих соседей со значением спина $s = \frac{3}{2}$. // Узбекский математический журнал. – Ташкент, 1999. - № 6. - С. 62- 70. (01.00.00; № 6)
8. Ташпулатов С. М. О спектрах и связанных состояниях оператора энергии двухмагнетонных систем в негейзенберговском ферромагнетике спина единица с взаимодействием ближайших соседей. // Теор. и мат. физика. – 2000.- Т. 125. - № 2. - С. 282-296. (№ 11. Springer. IF =0,93).
9. Ташпулатов С. М. Исследование спектра и связанных состояний оператора энергии двухмагнетонной системы в негейзенберговском ферромагнетике с взаимодействием ближайших соседей со значением

- спина $s=1$. // Доклады АН РУз. – Ташкент, 2000. - № 7. - С. 14- 18. (01.00.00; № 7)
10. Ташпулатов С. М. О спектрах и связанных состояниях оператора энергии двухмагнонных систем в двумерном анизотропном ферромагнетике Гейзенберга. // Узбекский математический журнал. – Ташкент, 2000.- № 3. - С. 26 -32. (01.00.00; № 6)
 11. Ташпулатов С. М. О спектрах и локально примесных состояниях одномагнонных систем в изотропной примесной ферромагнитной модели Гейзенберга. // Теор. и мат. физика. – 2001. - Т. 126. - № 3. – С. 482-488. (№ 11. Springer. IF =0,80).
 12. Ташпулатов С. М. Исследование спектра оператора энергии двухмагнонной системы в одномерном негейзенберговском ферромагнетике с взаимодействием ближайших и вторых соседей со значением спина $s = \frac{3}{2}$. // Узбекский математический журнал. – Ташкент, 2001.- № 3 - 4. - С. 36-44. (01.00.00; № 6)
 13. Ташпулатов С. М. О спектрах и связанных состояниях двухбозонных систем на решетке Z^v с взаимодействием ближайших соседей. // Доклады АН РУз. – Ташкент, 2003.- № 2. - С. 20- 24. (01.00.00; № 7)
 14. Ташпулатов С. М. Исследование спектра одного оператора Шредингера, описывающего двухбозонные системы на решетке с взаимодействием ближайших соседей. // Узбекский математический журнал. – Ташкент, 2003.- № 9. - С. 35- 42. (01.00.00; № 6)
 15. Tashpulatov S. M. Spectra and bound states of the energy operator of two-magnon system in a non-Heisenberg ferromagnet with spin $s = \frac{3}{2}$ and nearest-neighbor interactions. // Узбекский математический журнал. – Ташкент, 2004.- № 4. - С. 41 - 54. (01.00.00; № 6)
 16. Ташпулатов С. М. Одномагнонные системы в изотропной примесной негейзенберговской ферромагнитной модели.// Теор. и мат. физика. – 2005.- Т. 142. - № 1. - С. 83-92. (№ 11. Springer. IF=0,629)
 17. Ташпулатов С. М. О спектрах и связанных состояниях оператора энергии двухмагнонных систем в ν -мерном негейзенберговском ферромагнетике с произвольным значением спина s с взаимодействием ближайших соседей. // Доклады АН РУз. – Ташкент, 2005.- № 4. - С. 10-14. (01.00.00; № 7)
 18. Tashpulatov S. M. Spectra and Local Impurity States of One-magnon Systems in an Anisotropic Non- Heisenberg Ferromagnetic Impurity Model. // An Int. Journ. “Applied Mathematics & Information Sciences”. – 2007.-V. 1 (3). - P. 247 - 262. (№ 40. ResearchGate. IF=0,94).
 19. Tashpulatov S. M. Spectra and bound states of the energy operator of two-magnon systems in a isotropic Non-Heisenberg ferromagnet with nearest-neighbor interactions and arbitrary spin value s .// Узбекский математический журнал. – Ташкент, 2008. - № 1. - С. 95 - 111. (01.00.00; № 6)

20. Tashpulatov S. M. Spectra and bound states of the energy operator of two-magnon system in a non-Heisenberg Ferromagnet with spin $s = \frac{3}{2}$ and nearest-neighbor interactions.// Infinite Dimensional Analysis, Quantum Probability and Related Topics. World Scientific Publ. Comp., N. Y. 2009. V. 12. № 1. P. 117 - 133. (№ 2. Journal Impact Factor. IF =0,464).
21. Ташпулатов С. М. Спектр оператора энергии двухмагнонных систем в трехмерной изотропной примесной ферромагнитной модели Гейзенберга.// Теор. и мат. физика. – 2010.- Т. 162. - № 2. - С. 227-242. (№ 11. Springer. IF=0,707)
22. Ташпулатов С. М. О существенных и дискретных спектрах оператора энергии двухмагнонных систем в изотропной ферромагнитной примесной модели Гейзенберга.// Теор. и мат. физика. – 2010.- Т. 164. -№ 3. - С. 464-472. (№ 11. Springer. IF=0,707)
23. Tashpulatov S. M. Spectrum of Two-Magnon non-Heisenberg Ferromagnetic Model of Arbitrary Spin with Impurity. // Journal of Mathematical Physics, Analysis, Geometry.- Kharkov.- 2013.- V. 9.- № 2.- P. 239- 265. (№ 2. Journal Impact Factor. IF=0,432).

II бўлим (II часть; II part)

24. Ташпулатов С. М. О спектрах и связанных состояниях оператора энергии двухмагнонных систем в негейзенберговском ферромагнетике с взаимодействием ближайших соседей со значением спина $s = 1$.// Тезисы докладов. “1-съезд математиков Казахстана”. Шымкент- 1996. 11- 14 сентября 1996 г. С. 41- 42.
25. Ташпулатов С. М. О спектрах и связанных состояниях оператора энергии двухмагнонных систем в двумерных анизотропных ферромагнетиках Гейзенберга. // Тезисы докладов. “Третий Сибирский конгресс по прикладной и индустриальной математике“. Новосибирск- 1998 г. Часть 1. С. 98-99.
26. Tashpulatov S. M. Essential spectrum of energy operator of two-magnon system in the non-Heisenberg isotropic ferromagnetic impurity model with arbitrary spin values s in the ν -dimensional lattice Z^ν . // In the book of abstracts “ The fifth Int. Conf. “MPNP””. Samarqand. 2003. P. 221.
27. Tashpulatov S. M. Spectra and bound states (BS) of the energy operator of two-magnon system in a spin $s = 2$ One-dimensional non-Heisenberg ferromagnet with nearest-neighbor and next nearest-neighbors Interactions.// In the book of abstracts “Int. Silk Road Conf. “Quantum theory, partial differential Equation of mathematical physics and their applications”. Tashkent. 2003. P. 66 - 67.
28. Tashpulatov S. M. Essential spectra of energy operator of two-magnon system in the non-Heisenberg Anisotropic ferromagnetic impurity model with arbitrary spin values s .// In the book of abstracts “Int. Silk Road Conf. “Quantum theory, partial differential Equation of mathematical physics and their applications”. Tashkent. September 30 - October 3. 2003. P. 67- 68.

29. Tashpulatov S. M. Spectra and bound states of the energy operator of two-magnon system in a non-Heisenberg ferromagnet with spin $s = \frac{3}{2}$ and nearest-neighbor interactions.// В трудах Межд. научной конф. “Современные проблемы мат. физики и информационной технологии “, Ташкент- 2003. Т. 1. С. 202- 206.
30. Tashpulatov S. M. Spectra and bound states of the energy operator of two-magnon systems in a ν -dimensional Non-Heisenberg ferromagnetic with spin $s = \frac{5}{2}$ and nearest-neighbor interactions.// In the book of abstracts The Third Eurasian Conf., “Nuclear Science and its application”. 2004. Tashkent. P. 298.
31. Tashpulatov S. M. Investigation of the energy operator spectrum and bound states (BS) of the two-magnon system in a one-dimensional spin $s = 2$ Non-Heisenberg ferromagnetic with nearest and next nearest and third Nearest neighbors interactions.// In the book of abstracts The Third Eurasian Conf. “Nuclear Science and its applications”. 2004. Tashkent. P. 299- 300.
32. Tashpulatov S. M. Spectra and bound states of the energy operator of two-magnon system in a non-Heisenberg ferromagnetic with arbitrary spin values s and nearest-neighbor interactions.// In the book of abstracts The Third Eurasian Conf., “Nuclear Science and its application”. 2004. Tashkent. P. 300- 301.
33. Tashpulatov S. M. Spectra and bound states of the energy operator of two-magnon system in a non-Heisenberg ferromagnet with spin $s = 2$ and nearest-neighbor interactions.// В трудах Межд. научной конференции “Дифференциальные уравнения с частными производными и родственные проблемы анализа и информатики “. Ташкент-2004. Т. 1. С. 322- 326.
34. Ташпулатов С. М. О спектрах и связанных состояниях оператора энергии двухмагнонных систем в негейзенберговском ферромагнетике с произвольным значением спина s с взаимодействием ближайших соседей. // Тезисы докл. Межд. школа- семинар по геометрии и анализу памяти Н. В. Ефимова. Ростов- на- Дону 2004 г.. 5- 12 сентября, С. 222- 224.
35. Ташпулатов С. М. О спектрах и связанных состояниях и резонансах оператора энергии двухмагнонных систем в негейзенберговском ферромагнетике с произвольным значением спина s .// В трудах Межд. конференции “Современные проблемы мат. физики и информационных технологий “, 18 - 24 апреля 2005 г., Ташкент. Т. № 1. С. 178- 184.
36. Ташпулатов С. М. О существенном и дискретном спектре оператора энергии двухмагнонных систем в трехмерной изотропной примесной ферромагнитной модели Гейзенберга с взаимодействием ближайших соседей.// В трудах Межд. конференции “Современные проблемы мат. физики и информационных технологий“, 18- 24 апреля 2005 г., Ташкент. Т. № 1. С. 185- 189.
37. Tashpulatov S. M. About essential and discrete spectrum of the energy operator of two-magnon systems in a Three-dimensional isotropic ferromagnetic impurity non- Heisenberg model with arbitrary spin values s and Nearest-

- neighbor interactions.// In the Abstracts of the Int. Conf. “Operator algebras and quantum probability”, September. 7- 10. 2005. Tashkent. P. 184 - 187.
38. Tashpulatov S. M. Of essential and discrete spectrum of the energy operator of two- magnon systems in a Three-dimensional isotropic ferromagnetic impurity Non- Heisenberg model with nearest-neighbor interactions.// In the book of abstracts of Int. Conf. “MPNP”. Tashkent. September 19- 22. 2006. С. 219- 221.
39. Tashpulatov S. M. Spectra and bound states of the energy operator of two- magnon systems in a Non- Heisenberg ferromagnet with arbitrary spin values s and nearest-neighbor interactions.// In the book of abstracts of Int. Conf. “MPNP”. Tashkent. September 19- 22., 2006. С. 221- 222.
40. Ташпулатов С. М. О существенном и дискретном спектрах оператора энергии двухмагнонных систем в изотропной примесной ферромагнитной модели Гейзенберга с взаимодействием ближайших соседей.// In the book of abstracts of Int. Conf. “Tikhonov and Contemporary Mathematics”, Section 1, Functional analysis and differential equations”. 318 p.. Moscow. 2006. P. 273-275.
41. Ташпулатов С. М. Исследование существенного и дискретного спектра оператора энергии двухмагнонных систем в трехмерном изотропном ферромагнитном примесном негейзенберговском модели для произвольного значения спина s с взаимодействием ближайших соседей.// В сборниках тезисов Межд. школы семинара по алгебре и анализу, посвященной в памяти Н. В. Ефимова. Ростов-на- Дону. 5- 11 сентября 2006 г. С. 204- 206.
42. Tashpulatov S. M. Spectra and bound states of the energy operator of a two- magnon system in a Non-Heisenberg ferromagnet with spin $s = \frac{3}{2}$ and nearest- neighbor interactions. // International Journal of Theoretical Physics, Group theory and Nonlinear Optics. 2007. V. 12. № 1. P. 59-72.
43. Tashpulatov S. M. One-magnon Systems in an Anisotropic Non-Heisen- berg Ferromagnetic Impurity Model. // International Journal of Theoretical Physics, Group theory and Nonlinear Optics. 2007. V. 12. № 3. P. 162–172.
44. Ташпулатов С. М. О спектрах, связанных состояниях и резонансах оператора энергии двухмагнонных систем в одномерном негейзенберговском ферромагнетике с взаимодействием ближайших соседей с произвольным значением спина s .// Тезисы докл. на Межд. Конф. “Дифференциальные уравнения, теория функций и приложения“. 2007. Новосибирск. С. 474- 475.
45. Ташпулатов С. М. О существенных и дискретных спектрах одного дискретного оператора Шредингера на трехмерной решетке.// Тезисы докл. на Межд. Конф. “Дифференциальные уравнения, теория функций и приложения“. 2007. Новосибирск. С. 476-477.
46. Ташпулатов С. М. О существенных и дискретных спектрах одного дискретного трехчастичного оператора Шредингера в трехмерной решетке Z^3 .// В материалах Межд. Конф. “Новые направления в теории

динамических систем и некорректных задач”. 2007 г. Самарканд. С. 235-237.

47. Tashpulatov S. M. Of essential and discrete spectrum of the energy operator of two-magnon systems in a three-dimensional isotropic Non-Heisenberg ferromagnetic impurity model with nearest-neighbor interactions.// In the book of abstracts The “2. Turk Dunyasi sempozyumu”, 4- 7 temmez 2007. Sakarya. - P. 244.
48. Tashpulatov S. M. Spectra and Bound States (BS) of the energy Operator of Two-Magnon System in a Non-Heisenberg ferromagnet with Arbitrary Spin values s and Nearest-Neighbor Interactions.// In the book of Abstracts The “Magnetic and Superconducting Materials MSM 07”. September 2007. Khiva, Uzbekistan. P. 64.
49. Ташпулатов С. М. О существенном и дискретном спектре оператора энергии двухмагнонных систем в трехмерной изотропной примесной модели Гейзенберга с взаимодействием ближайших соседей.// В трудах участников Межд. Конф. “Порядковый анализ и смежные вопросы математического моделирования”. Владикавказ. 2008. 28 июня- 5 июля. - С. 279 -289.
50. Tashpulatov S. M. Investigation of Spectrum and bound states of the energy operator of two-magnon system in non-Heisenberg Ferromagnet with spin $s = 2$ and nearest-neighbor interactions. // Mathematical bulletin of the Shevchenko Scientific Society. - 2008. - V. 5. - P. 284 - 303. (IF в журнале РИНЦ 0,008).
51. Ташпулатов С. М. О существенных и дискретных спектрах одного трехчастичного оператора Шредингера в трехмерной решетке Z^3 .// Сборник тезисов Межд. Конф. “Дифференциальные уравнения. Функциональные пространства. Теория приближений“. Новосибирск. 2008. С. 364.
52. Ташпулатов С. М. О спектрах и связанных состояниях оператора энергии двухмагнонных систем в одномерном негейзенберговском ферромагнетике с произвольным значением спина s с взаимодействием ближайших и вторых соседей.// В трудах Межд. школы-семинара по геометрии и анализу. Ростов- на-Дону. 2008. С. 196- 198.
53. Tashpulatov S. M. Of essential and discrete spectrum of the energy operator of two-magnon systems in a Three-dimensional isotropic Non-Heisenberg ferromagnetic impurity model with nearest-neighbor interactions and arbitrary spin value s .// In the Program& Abstracts in “LUMS 2nd Int. Conf. on Mathematics and its Applications in Information Technology”. March 9-12., 2008. Lahore. Pakistan. P. 75.
54. Ташпулатов С. М. Оценка количества точек дискретного спектра и структура существенного спектра одного трехчастичного дискретного оператора Шредингера в ν -мерной решетке.// В сборнике тезисов Межд. научной конф. “Современные проблемы вычислительной математики и математической физики”. Москва. 2009. С. 264-265.
55. Tashpulatov S. M. Number of three-particle bound states and structure of essential spectra of the energy Operator of two-magnon system in a isotropic

- ferromagnetic impurity Heisenberg Model.// В трудах Межд. Конф. “Актуальные проблемы прикладной математики и информационных технологий-Аль Хорезми 2009“. 18 - 21 сентября. Ташкент. Т. 2. С. 168-173.
56. Tashpulatov S. M. Number of three-particle bound states and structure of essential spectra of the energy Operator of two-magnon systems in a one-dimensional isotropic ferromagnetic impurity Heisenberg model. // In the Book of abstracts of Int. Conf. “Of the third congress of the world mathematical society of Turkic Countries”. Almaty. June 30- July 4. 2009. V. 1. P. 136.
57. Tashpulatov S. M. Number of three-particle bound states and structure of essential spectra of the energy Operator of two-magnon systems in a isotropic ferromagnetic impurity Heisenberg model.// In the book of Abstracts of the Int. Bogolyubov Conf. “Problems of Theoretical and Mathematical Physics”. August 21- 27., 2009. Moscow-Dubna. P. 92 - 93.
58. Tashpulatov S. M. Number of three-particle bound states and structure of essential spectra of the energy operator of two-magnon system in a three-dimensional isotropic ferromagnetic impurity Heisenberg Model.// In the book of abstracts of Seventh Int. Conf. “MPNP”. Tashkent -2009. P. 115 - 116.
59. Tashpulatov S. M. Number of three-particle bound states and structure of essential spectra of the energy Operator of two-magnon systems in a isotropic ferromagnetic impurity Heisenberg model with arbitrary spin value s .// Ukrainian Mathematical Congress. Kiev-2009. Abstracts: <http://imath.kiev.ua/congress2009/>.
60. Tashpulatov S. M. Spectra and bound states of the energy operator of two-magnon system in a non-Heisenberg ferromagnet with spin s and nearest-neighbor interactions. // International Journal of Theoretical Physics, Group theory and Nonlinear Optics. 2011. V. 15. № 1/2 - P. 25 - 40.
61. Tashpulatov S. M. Lower and upper estimates for the number of three particle bound states and structure of essential spectra of the energy operator of two-magnon systems in a non-Heisenberg ferromagnet with arbitrary spin value s and nearest-neighbor interactions.// In the book of abstracts of “IV Congress of the Turkic World Mathematical Society (TWMS)”. Baky. Azerbaijan. 1 -3 July. 2011. P. 128.

Автореферат “Ўзбекистон Математика Журнали” журнали таҳририятида
таҳрирдан ўтказилди (13.09.2018 йил)

Босишга рухсат этилди: 14.09.2018. Ҳажми 4 босма табоқ,
Бичими $60 \times 84 \frac{1}{16}$, «Times New Roman»
Гарнитурда рақамли босма усулида босилди.
Адади 100 нусха. Буюртма: № 169.

М. Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий Университети
босмахонасида чоп этилди

