ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ
ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ
DSc.03/30.12.2019.FM.01.02 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ

АБДУЛЛАЕВА ЗАМИРА ШАМШАДДИНОВНА

ЮҚОРИ ТАРТИБЛИ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР УЧУН ИЧКИ ВА ЧЕГАРАВИЙ МАСАЛАЛАРНИ ТАДҚИҚ ҚИЛИШ ВА СОНЛИ ЕЧИШ АЛГОРИТМИ

05.01.07 – Математик моделлаштириш. Сонли усуллар ва дастурлар мажмуи
(физика-математика фанлари)

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

ТОШКЕНТ – 2020

УДК: 519.63 (517.9)

Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD) диссертацияси автореферати мундарижаси

Оглавление автореферата диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам

Contents of dissertation abstract of doctor of philosophy (PhD) on physical-mathematical sciences

ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ
ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ
DSc.03/30.12.2019.FM.01.02 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ

АБДУЛЛАЕВА ЗАМИРА ШАМШАДДИНОВНА

ЮҚОРИ ТАРТИБЛИ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР УЧУН ИЧКИ ВА ЧЕГАРАВИЙ МАСАЛАЛАРНИ ТАДҚИҚ ҚИЛИШ ВА СОНЛИ ЕЧИШ АЛГОРИТМИ

05.01.07 – Математик моделлаштириш. Сонли усуллар ва дастурлар мажмуи
(физика-математика фанлари)

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧАФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

ТОШКЕНТ – 2020

Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (Doctor of Philosophy) диссертацияси мавзуси Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамаси ҳузуридаги Олий аттестация комиссиясида B2018.2.PhD/FM268 рақам билан рўйхатга олинган.

Диссертация Мирзо Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий университетида бажарилган.

Диссертация автореферати уч тилда (ўзбек, рус, инглиз (резюме)) Илмий кенгаш веб-саҳифаси (http:ik-fizmat.nuu.uz) ва «Ziyonet» Ахборот таълим порталида (www.ziyonet.uz) жойлаштирилган.

Илмий раҳбар:	**Фаязов Кудратилло Садридинович** физика-математика фанлари доктори, профессор
Расмий оппонентлар:	**Тахиров Жозил Останович** физика-математика фанлари доктори, профессор
	Нормуродов Чори Бегалиевич физика-математика фанлари доктори, профессор
Етакчи ташкилот:	**Бухоро давлат университети**

Диссертация ҳимояси Ўзбекистон Миллий университети ҳузуридаги DSc.03/30.12.2019.FM.01.02 рақамли Илмий кенгашнинг 2020 йил 25 январь соат 14:00 даги мажлисида бўлиб ўтади. (Манзил: 100174, Тошкент ш., Олмазор тумани, Университет кўчаси, 4- уй. Тел.: (+99871) 227-12-24, факс: (+99871) 246-53-21, 246-02-24, e-mail: nauka@nuu.uz).

Диссертация билан Ўзбекистон Миллий университетининг Ахборот-ресурс марказида танишиш мумкин (___ рақами билан рўйхатга олинган). Манзил: 100174, Тошкент ш., Олмазор тумани, Университет кўчаси, 4-уй. Тел.: (+99871) 246-02-24.

Диссертация автореферати 2020 йил 11 январь куни тарқатилди.
(2019 йил 24 декабрдаги 15 рақамли реестр баённомаси).

А. Р. Марахимов
Илмий даражалар берувчи Илмий кенгаш раиси, т.ф.д., профессор

З. Р. Рахманов
Илмий даражалар берувчи Илмий кенгаш илмий котиби, ф.-м.ф.д.

М. Арипов
Илмий даражалар берувчи Илмий кенгаш ҳузуридаги илмий семинар раиси, ф.-м.ф.д., профессор

КИРИШ (фалсафа доктори (PhD) диссертацияси аннотацияси)

Диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати. Жаҳон миқёсида олиб борилаётган кўплаб илмий-амалий тадқиқотлар хусусий ҳосилали ноклассик тенгламалар учун тескари ва нокоррект масалаларни ечиш, тақрибий ечимларини қуриш, аниқ ечим билан тақрибий ечим орасидаги фарқ нормасини баҳолаш масалаларига келтирилади. Хусусий ҳосилали ички-чегаравий нокоррект масалалар ва уларнинг математик моделлари геофизик кузатувлар соҳасида турли амалий масалалар, хусусан газ динамикаси, аралаш муҳит механикаси масалалари, акустик тўлқинларнинг тарқалиш масаласи, математик биология муаммолари каби турли ҳил соҳалардаги тадқиқотларнинг объектидир. Ушбу масалаларни ўз ичига қамраб олувчи оператор тур коэффициентли дифференциал тенгламаларни сонли ечиш алгоритмлари ва амалий дастурлар мажмуини яратиш муҳим вазифаларидан бири бўлиб қолмоқда.

Ҳозирги кунда жаҳонда математик моделларни табиий ва техник фанларга тадбиқ этиш масалаларига ҳамда аниқ амалий масалаларни ечишга алоҳида эътибор қаратилмоқда. Кўпгина татбиқий масалаларнинг моделлари хусусий ҳосилали дифференциал тенгламаларга оид масалаларга, шу жумладан математик физиканинг тескари ва нокоррект масалаларига келтирилади. Қайд этиш жоизки, тескари ва нокоррект масалаларнинг тадқиқи ва уларни сонли ҳисоблари математик физиканинг модел тенгламалари учун амалга оширилади. Янги моделларнинг тадқиқоти ва уларнинг ноклассик тенгламалар учун сонли тадбиғи ҳамда ички-чегаравий ва абстракт масалаларнинг шартли корректлигини ўрнатиш мақсадли илмий тадқиқотлардан ҳисобланади.

Мамалакатимизда фундаментал фанларнинг илмий ва амалий тадбиқига эга бўлган амалий математиканинг долзарб йўналишларига эътибор кучайтирилди, хусусан, нокоррект ички-чегаравий масалаларни сонли ечиш усулларини ишлаб чиқиш ва уларни турли ҳил физик жараёнларни таърифловчи масалаларини ечишга татбиқ этишга алоҳида эътибор қаратилди. Бу борада мақсадли илмий-тадқиқотларни, шу жумладан, тескари ва нокоррект масалалар назарияси бўйича олинган натижаларни геофизика ва товушли газ оқимлари яқинидаги жараёнларни математик моделлаштиришга кенг татбиқ этиш муҳим вазифалардан бири ҳисобланади. Бугунги кунда мамлакатимизда “Математик физика, амалий математика ва математик моделлаштириш” фанларининг устувор йўналишлари бўйича халқаро стандартлар даражасида илмий тадқиқотлар олиб бориш асосий вазифалар ва фаолият йўналишлари” этиб белгиланди.[1]. Қарор ижросини таминлашда иссиқлик тарқалиши ҳамда диффузион жараёнларни моделлаштиришда

[1] Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамасининг 2017 йил 18 майдаги “Ўзбекистон Республикаси Фанлар академиясининг янгидан ташкил этилган илмий-тадқиқот муассасалари фаолиятини ташкил этиш тўғрисида”ги 292-сон қарори

ички-чегаравий ва абстракт масалаларни ечиш усулларини такомиллаштириш муҳим аҳамиятга эга.

Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2017 йил 7 февралдаги ПҚ-4947-сон «Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантириш бўйича ҳаракатлар стратегияси тўғрисида»ги, 2017 йил 17 февралдаги ПҚ-2789-сон «Фанлар академияси фаолияти, илмий-тадқиқот ишларини ташкил этиш, бошқариш ва молиялаштиришни янада такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида»ги, 2017 йил 20 апрелдаги ПҚ-2909-сон «Олий таълим тизимини янада ривожлантириш чора чора-тадбирлари тўғрисида»ги ва 2018 йил 27 апрелдаги ПҚ-3682-сон «Инновацион ғоялар, технологиялар ва лойиҳаларни амалиётга жорий қилиш тизимини янада такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида»ги қарорлари, Ўзбекистон Республикаси Президенти Ш.М. Мирзиёевнинг 2019 йил 24 май куни Ўзбекистон Миллий университетида таълим ва илм-фан соҳаси вакиллари билан бўлиб ўтган учрашувидаги маърузаси ҳамда мазкур фаолиятга тегишли бошқа норматив-ҳуқуқий хужжатларда белгиланган вазифаларни амалга оширишда ушбу диссертация тадқиқоти муайян даражада хизмат қилади.

Тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланиши устувор йўналишларига боғлиқлиги. Мазкур тадқиқот республика фан ва технологиялар ривожланишининг IV. «Математика, механика ва информатика» устувор йўналиши доирасида бажарилган.

Муаммонинг ўрганилганлик даражаси. Дифференциал-оператор тур тенгламалар учун ички-чегаравий масалаларни ўрганиш математик физиканинг ноклассик тенгламалари учун хос вазифаларни ўз ичига олади. Диссертацияда ўз-ўзига қўшма оператор коэффициентли янги синфга мансуб дифференциал-оператор тур тенгламалар ўрганилган. Охирги йилларда математик моделларга мос келувчи тескари ва нокоррект масалаларни ўрганиш бўйича изчил ишлар олиб борилмоқда. Нокоррект масалалар назариясиниг назарий асослари А. Н. Тихонов, М. М. Лаврентьев, В. К. Иванов ва Ф. Джон сингари математикларнинг ишларида ёритилган. Бу назарияга кўра, тескари ва нокоррект масалаларни тадқиқ этишда одатда ечимнинг мавжудлиги фараз қилиниб, масаланинг ягоналиги ва шартли турғунлиги исботланади. Бу назарияга мувофиқ ўзининг аҳамиятига эга бўлган кўплаб амалий масалалар ўрганилган.

Математик физиканинг тескари ва нокоррект масалаларини ўрганишга кўплаб муаллифларнинг ишлари бағишланган бўлиб, шу жумладан А. Н. Тихонов, М. М. Лаврентьев, В. Г. Романов, С. И. Кабанихин, А. П. Ягола, А.И. Кожанов, А. Л. Бухгейм, В. Исаков, М. Клибанов, Alemdar Hasanoglu, H. Levine, A. K. Louis, E. Schock, В.В. Васин, В.П. Танан, С.П. Шишатский, Б.И. Пташник, Ю.Н. Валицкий, К.С. Фаязов ва бошқаларнинг ишларини алоҳида қайд этиб ўтиш жоиз. Кўпгина ички масалаларнинг ўзига хос жиҳати шундаки, улар классик маънода нокоррект ҳисобланади. Дифференциал тенгламалар учун ички масаланинг анъанавий мисоли сифатида аналитик давомийлик масаласини кўрсатиб ўтиш мумкин. У биринчи маротаба М. М. Лаврентьев томонидан ўрганилган бўлиб, унинг таърифига кўра, ички масалалар деганда тенглама ечимини регулярлик соҳаси ичида маълум қийматларга кўра аниқланиши, ички-чегаравий масалалар деганда бошланғич берилганларнинг регулярлик соҳа ичида ҳамда соҳа чегарасида берилиши тушунилади. Оператор коэффициентли дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни ўрганиш С.Г. Крейн, H. A. Levine, S. Agmon, L. Nirenberg, L. Hormander, А.Л.Бухгейм, С.Г. Пятков, Н. В Кислов, К. С. Фаязов ва бошқаларнинг тадқиқот мавзуси бўлиб ҳисобланади. Регулярлашган ечимларни қуриш билан кўпгина математиклар, шу жумладан С.Г.Крейн, О. Прозоровская, А.Б. Бакушинский, П.Н. Вабищевич, К.С. Фаязов ва бошқалар изланишлар олиб борган.

Бугунги кунга келиб абстракт масалалар, ички ҳамда чегаравий масалалар назариясида априор баҳоларни олиш ҳамда корректлик тўпламида шартли турғунлик ва ягоналик теоремаларини баҳолаш масаласига катта эътибор қаратилган. Ю.Н. Валицкийнинг ишларида ички ва чегаравий шартли абстракт тўпламларда кўп нуқтали масалалар қаралган. Юқори тартибли дифференциал-оператор тип тенгламалар учун чегаравий масалалар М.Х. Аламиновнинг ишларида тадқиқ қилинган. И.О. Хажиевнинг ишида аралаш-тузилмали турдаги хусусий ҳосилали тенгламалар учун нокоррект масалалар тадқиқ қилинган. Ш. Ярмухаммедов, Б. Амонов, Т. Ишонкулов, Э. Саттаров ва бошқаларнинг ишлари нокоррект чегаравий ечимларни қуриш масаласига бағишланган. Тескари масалалар ва интеграл геометрияга оид тадқиқотларни Д. Дурдиев, А. Бегматов ва бошқаларнинг ишларида кўриб чиқилган. Учинчи тартибли псевдо-параболик тенгламалар учун тескари масалаларнинг корректлиги А.И. Кожанов, С. Г. Пятков, А. Асанов, Б. С. Аблабеков, М. Ш. Мамаюсупов, С. Н. Шергинлар томонидан исботланган.

Диссертация тадқиқотининг диссертация бажарилган олий таълим муассасасининг илмий-тадқиқот ишлари режалари билан боғлиқлиги. Диссертация тадқиқоти Ўзбекистон Миллий университетининг Ф-4-30 «Оператор тип коэффициентли дифференциал-оператор тенгламалар учун ички ва чегаравий масалалар» (2012-2016) мавзусидаги илмий тадқиқот лойиҳаси доирасида бажарилган.

Тадқиқотнинг мақсади дифференциал – оператор тур тенгламалар учун нокоррект масалаларнинг корректлик тўпламида шартли турғунлигини аниқлаш ва тақрибий ечимларини қуриш, ички ва чегаравий масалаларнинг сонли моделлаштириш алгоритмларини қуриш ҳамда дастурий мажмуаларини яратишдан иборат.

Тадқиқотнинг вазифалари:

ўнг томони ночизиқли бўлган иккинчи тартибли хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар билан тасвирланувчи математик моделлар учун априор баҳо олиш;

юқори тартибли дифференциал-оператор тур тенгламалар учун ички-чегаравий масаланинг ягоналиги ва шартли турғунлик теоремаларини исботлаш;

аралаш ва тузилмали турдаги тўртинчи тартибли хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар учун ички-чегаравий масаланинг турғунлиги ва ечимининг ягоналигини исботлаш;

дифференциал-оператор тур тенгламалар учун ички-чегаравий масалаларнинг тақрибий ечимларини қуриш ва сонли ечиш;

мос функционал фазоларда тақрибий ечимларни топиш, аниқ ва тақрибий ечимлар ўртасидаги фарқ нормасини баҳолаш.

Тадқиқотнинг объекти дифференциал-оператор тур тенгламалар, тузилмали ва аралаш турдаги хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар билан ифодаланувчи математик моделлар.

Тадқиқотнинг предмети дифференциал-оператор тур тенгламалар учун нокоррект ички-чегаравий масалалар, тузилмали ва аралаш турдаги хусусий ҳосилали дифференциал тенглама учун ички масалаларни ечиш алгоритмлари ва дастурий мажмуаларини яратишдан иборат.

Тадқиқотнинг усуллари. Тадқиқот усуллари нокоррект масалалар назарияси, спектрал ёйилмалар, логарифмик қавариқлик, Альманси тақдимоти, Карлеман баҳо, математик физика ва дифференциал тенгламаларни ечиш усуллари, регуляризация ва бошқа тақрибий ечиш усулларига асосланади. Ҳисоблаш экспериментларини ўтказиш учун замонавий дастурлаш технологиясидан фойдаланилган.

Тадқиқотнинг илмий янгилиги қуйидагилардан иборат:

бикалорик тенгламага олиб келинадиган модель математик таҳлил қилинган;

иккинчи тартибли дифференциал-оператор тур тенгламаларга олиб келинадиган татбиқий масаланинг шартли корректлиги ўрнатилган;

тўртинчи тартибли бир жинсли бўлмаган чегаравий масала ечимининг ягоналиги ва шартли турғунлиги исботланган ҳамда унинг тақрибий ечими қурилган;

ўз-ўзига қўшма оператор коэффициентли иккинчи тартибли бир жинсли бўлмаган тузилмали абстракт дифференциал тенглама учун ички-чегаравий масаланинг шартли корректлиги исботланган;

ўз-ўзига қўшма оператор коэффициентли иккинчи тартибли дифференциал-оператор тур тенглама учун ички-чегаравий масала ечимининг корректлик тўпламида ягоналик ва турғунлик теоремаси исботланган ҳамда тақрибий ечими қурилган;

тўртинчи тартибли хусусий ҳосилали аралаш турдаги ва учинчи тартибли тузилмали дифференциал тенгламалар учун чегарада ва регулярлик соҳаси ичида берилганларни ўз ичига олган ички масалалар сонли ечилган.

Тадқиқотнинг амалий натижалари назарий аҳамиятга эга. Олинган натижалар дифференциал тенгламалар учун нокоррект масалалар назарияси билан шуғулланувчи мутахассиларнинг илмий тадқиқотларида, абстракт, ички ва чегаравий масалаларга мос моделларни сонли ечишда қўлланилган.

Тадқиқот натижаларининг ишончлилиги математик мулоҳазалар ва исботларнинг қатъийлиги, математик физиканинг тескари ва нокоррект масалалар назариясининг усулларидан фойдаланиш, регуляризация ва квазитескари усул ёрдамида олинган назарий натижаларнинг компьютерли моделлаштириш натижаларига мутаносиблиги, масаланинг аниқ ечим билан таққосланиши ва ҳисоблаш экспериментини ўтказиш билан асосланган.

Тадқиқот натижаларининг илмий ва амалий аҳамияти. Иш назарий характерга эга бўлиб, диссертация натижаларини хусусий ҳосилали дифференциал-оператор тур тенгламалар назариясини келгусида шакллантиришда, ҳамда тескари ва нокоррект масалаларни сонли моделлаштириш натижаларига дастурлар мажмуининг яратилганлиги билан изоҳланади.

Тадқиқот давомида олинган натижаларнинг амалий аҳамияти уларнинг тузилмали ва аралаш турдаги дифференциал тенгламалар учун нокоррект ички ва чегаравий масалалар орқали ифодаланувчи геофизик кузатув моделларига, газ динамикаси, математик биологияда, аралаш муҳит механикасида, акустик тўлқинларнинг тарқалиши ҳамда шунга ўхшаш амалий масалаларга нисбатан ҳамда математик моделлаштиришда тадбиқ этилиши орқали изоҳланади.

Тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши:

Нокоррект масалаларнинг ечимлари учун шарли турғунлик баҳосини аниқлаш ва мос корректлик тўпламида тақрибий ечимларини қўлланилиши асосида:

аралаш турдаги учинчи ва тўртинчи тартибли тенгламалар учун ички чегаравий масалаларнинг ечими учун олинган априор баҳо ҳамда ечимларнинг шартли турғунлиги MRU-OT-1/2017 рақамли «Нелокальные краевые и обратные задачи для неклассических дифференциальных и операторно-дифференциальных уравнений» Ўзбекистон-Россия грант лойиҳасида аралаш турдаги учинчи ва тўртинчи тартибли тенгламалар учун ички чегаравий масалаларнинг тақрибий ечимларини қуришда фойдаланилган (Ўзбекистон Республикаси олий ва ўрта махсус таълим вазирлигининг 2019 йил 11 июлдаги 89-03-2741-сонли маълумотномаси). Илмий натижаларнинг қўлланилиши учинчи ва тўртинчи тартибли тенгламалар учун ички-чегаравий масалаларнинг сонли ечимларини визуаллаштириш имконини берган.

иккинчи тартибли дифференциал-оператор тур тенглама учун ички-чегаравий масаланинг ягоналиги ва шартли турғунлиги теоремаларидан ОТ-Ф-4-(36+32) рақамли «Математик физика ва оптимал бошқарув масалаларини ечишнинг янги усулларини ишлаб чиқиш. Тоқ тартибли хусусий ҳосилали тенгламалар учун ноклассик бошланғич ва спектрал масалалар ва уларнинг тадбиқлари» грант лойиҳасида ўнг томони ночизиқли бўлган иккинчи тартибли хусусий ҳосилали дифференциал тенгламаларнинг мос функционал фазоларда тақрибий ечимларини топишда фойдаланилган (Ўзбекистон Республикаси олий ва ўрта махсус таълим вазирлигининг 2019 йил 2 декабрдаги 89-03-4677-сонли маълумотномаси). Илмий натижаларнинг қўлланилиши аниқ ва тақрибий ечимлар орасидаги фарқнинг нормасини баҳолаш имконини берган.

Тадқиқот натижаларининг апробацияси. Мазкур диссертация тадқиқот натижалари 15 та илмий-амалий анжуманларда, жумладан 9 та халқаро ва 6 та республика илмий - амалий анжуманларида муҳокамадан ўтказилган.

Тадқиқот натижаларининг эълон қилинганлиги. Диссертация мавзуси бўйича жами 23 та илмий иш чоп этилган, шулардан, Ўзбекистон Республикаси Олий аттестатция комиссиясининг докторлик диссертациялари асосий илмий натижаларини чоп этиш тавсия этилган илмий нашрларда 7 та мақола, жумладан, 1 таси хорижий ва 6 таси республика журналларида нашр этилган ва ЭҲМ учун яратилган дастурнинг расмий рўйхатдан ўтказилганлиги тўғрисидаги 1 та гувоҳнома олинган.

Диссертациянинг тузилиши ва ҳажми. Диссертация кириш қисми, учта боб, хулоса, фойдаланилган адабиётлар рўйхати ва иловадан ташкил топган. Диссертациянинг ҳажми 108 бетни ташкил этади.

ДИССЕРТАЦИЯНИНГ АСОСИЙ МАЗМУНИ

Кириш қисмида диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати асосланган, тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устивор йўналишларига мослиги кўрсатилган, муаммонинг ўрганилганлик даражаси келтирилган, тадқиқот мақсади, вазифалари, объекти ва предмети тавсифланган, тадқиқотнинг илмий янгилиги ва амалий натижалари баён қилинган, олинган натижаларнинг назарий ва амалий аҳамияти очиб берилган, тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши, нашр этилган ишлар ва диссертация тузилиши бўйича маълумотлар келтирилган.

Диссертациянинг «Дифференциал-оператор тенгламалар учун нокоррект масалаларнинг тадқиқоти ва сонли ечиш усуллари” деб номланувчи биринчи боби диссертациянинг асосий натижаларини баён қилишда зарур бўладиган ёрдамчи маълумотлар, Гильберт фазосида асосий таърифлар, иккинчи ва тўртинчи тартибли дифференциал-оператор тур тенгламаларни ўрганиш, уларнинг тақрибий ечимини қуриш ва компьютерда сонли ҳисобларни бажаришга бағишланган.

1.1 параграфда диссертация мавзуси бўйича қилинган тадқиқотларни умумлаштирувчи қисқача маълумот, коррект ва нокоррект масала тушунчаси, шартли корректлик таърифи, А.Н.Тихонов теоремаси, логарифмик қавариқ функция, l-корректлик ва регулярлаштириш оператори таърифи келтирилган.

1.2 параграфда тузилмали бир жинсли бўлмаган хусусий ҳосилали дифференциал тенглама учун тескари Коши масаласи ўрганилади. $Q=\{(0<t<T)\times(0<x<\pi)\}$ соҳада

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)^2 u(x,t)=f(x,t,u) \qquad (1)$$

тенгламани ҳамда қуйидаги бошланғич

$$u\big|_{t=0}=0,\ u_t\big|_{t=0}=0,\quad 0\le x\le\pi, \qquad (2)$$

ва чегаравий

$$u\big|_{x=0}=0,\quad u\big|_{x=\pi}=0,\quad 0\le t\le T, \qquad (3)$$
$$u_{xx}\big|_{x=0}=0,\quad u_{xx}\big|_{x=\pi}=0,\quad 0\le t\le T,$$

шартларини қаноатлантирувчи $u(x,t)$ функцияни топамиз.

Қаралаётган масаланинг намунаси сифатида амалий иссиқлик тарқалиши жараёни моделини қурамиз.

Фараз қиламиз $u(x,t)$ узунлиги π стержннинг ҳарорати ва унинг ичида $f(x,t)$ кўринишида манба берилсин.

(1)-(3) математик моделни ечиш учун $v(x,t)=\dfrac{\partial u}{\partial t}+\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ белгилаш киритамиз. У ҳолда

$$\begin{cases}\dfrac{\partial v}{\partial t}+\dfrac{\partial^2 v}{\partial x^2}=f(x,t), & \{0<x<\pi,\ 0<t<T\},\\ v(x,0)=0, & 0\le x\le\pi,\\ v(0,t)=0,\ v(\pi,t)=0, & 0\le t\le T,\end{cases} \qquad (4)$$

яъни стержннинг бошланғич вақтдаги ҳарорати нолга тенг. Белгилашлардан сўнг, дастлабки масаламиз қуйидаги кўринишга келади:

$$\begin{cases}\dfrac{\partial u}{\partial t}+\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}=v(x,t),\\ u(x,0)=0, & 0\le x\le\pi,\\ u(0,t)=0,\ u(\pi,t)=0, & 0\le t\le T,\end{cases} \qquad (5)$$

Бу масала, ушбу вақтдаги маълум ҳароротдан ўтган вақтдаги муҳитнинг ҳароротини аниқлаш масаласига мос келади. Чегаравий шартлар чегарада ноль ҳароротга мос келади ва дастлабки вақтда ҳарорат нолга тенг. Маълумки, бу масала нокоррект, яъни ечимларнинг берилганларга узлуксиз боғликлиги йўқ.

Таъриф 1. (1)-(3) масаланинг ечими деганда $\tilde{Q}$ соҳада узлуксиз функция тушунилиб, у (1) тенгламани ҳамда (2), (3) шартларни қаноатлантирувчи узлуксиз ҳосилаларга эга бўлган функция сифатида қаралади.

Таъриф 2. $Au = f$ масала $\forall \varepsilon > 0$ да $\forall u \in C(Q) \bigcap C(l)$ бўлганда

$$\|u\| \le \varepsilon l(u) + c(\varepsilon)\|Au\|$$

баҳолаш ўринли бўладиган $c(\varepsilon)$ мусбат ўзгармас мавжуд бўлса l-коррект дейилади.

Лемма 1. (5) масала ечими учун қуйидаги баҳолаш ўринли бўлади

$$\int_0^T \int_0^\pi u^2(x,t)dxdt \le \frac{1}{2s}\int_0^\pi u_x^2(x,T)dx + \frac{1}{2s^2}\int_0^\pi (u_{tx}(x,T)+u_{xxx}(x,T))^2 dx + \\ + \frac{e^{4T^2 s}}{16 s^4}\int_0^T \int_0^\pi f_1(x,t)dxdt \tag{6}$$

ёки

$$\int_0^T \int_0^\pi u^2(x,t)dxdt \le \omega_m(\delta), \tag{7}$$

бу ерда $w_m(\delta) = \inf\limits_{\varepsilon>0}(\varepsilon m + c(\varepsilon)\delta)$, $\varepsilon = s^{-1}$, $c(\varepsilon) = e^{4T^{2/\varepsilon}} / 16\varepsilon^{-4}$, $\int_0^T \int_0^\pi f_1^2(x,t)dxdt \le \delta$,

$$l(u) = \int_0^\pi u_x^2(x,T)dx + \int_0^\pi (u_{tx}(x,T)+u_{xxx}(x,T))^2 dx \le m .$$

Теорема 1. (1)-(3) масаланинг ечими ягона.

Теорема 2. (1)-(3) масаланинг ечими $l(u) \le m$ тўпламда турғун бўлиб ва (7) турғунлик баҳоси ўринли.

(1)-(3) масаланинг тақрибий ечимлари ўзгарувчиларни ажратиш усули ёрдамида қурилган. Аниқ ва тақрибий ечим ўртасидаги фарқ баҳоси аниқланган

$$\int_0^T \|u - u_{N\varepsilon}\|^2 d\tau \le 2\left\{\int_0^T \|u - u_N\|^2 d\tau + \int_0^T \|u_N - u_{N\varepsilon}\|^2 d\tau\right\} \le C(T,s)\gamma(N,m) + C_1(T)e^{N^2 T}\varepsilon$$

бу ерда $C(T,s)$- T ва s га боғлиқ ўзгармас, $C_1(T)$- T га боғлиқ ўзгармас, $N \to \infty$ да $\gamma(N,m) \to 0$ интилади.

Иссиқлик манбаини x нуқтадаги t вақтда

$$f(x,t) = x^3(\pi - x)^3 \exp(-t), \quad f(x,t) = \sin(\pi - x)\exp(-t),$$

кўринишда, тақрибий берилганларни

$$f(x,t) = x^3(\pi - x)^3 \exp(-t)(1+\varepsilon), \quad f(x,t) = \sin(\pi - x)\exp(-t)(1+\varepsilon),$$

N ни фарқ баҳосидан $\inf\limits_{N>0}\left(C(T,s)\gamma(N,m) + C_1(T)e^{N^2 T}\varepsilon\right)$

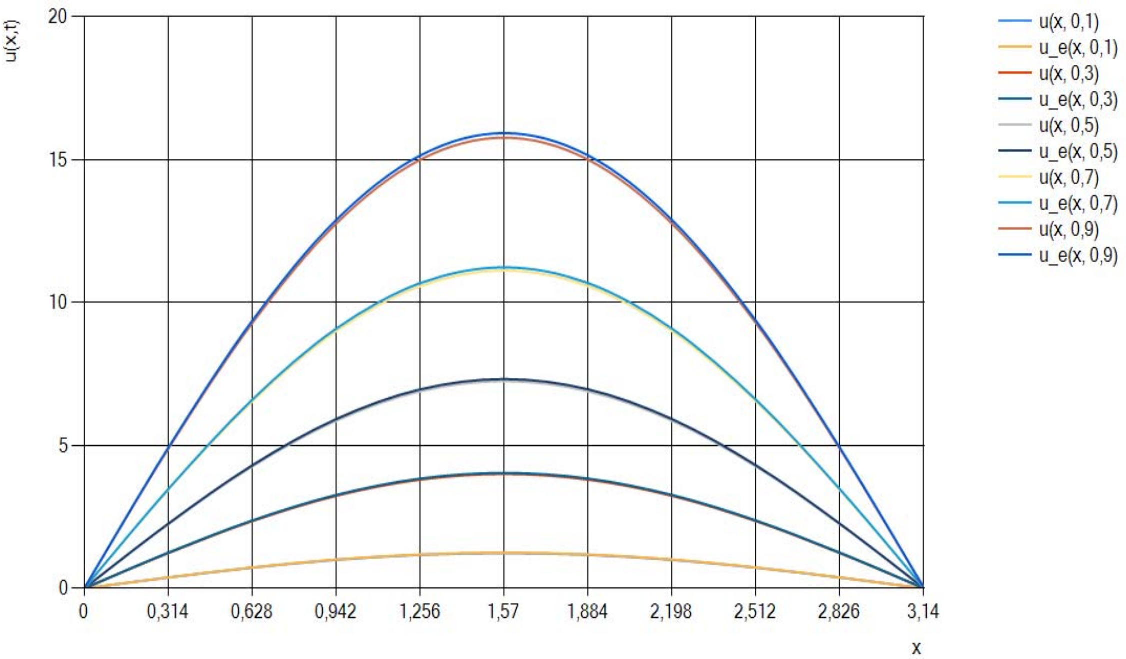
танлаймиз.

Мисол сифатида қуйидагиларни олайлик

$$m = 1000, T = 1, \varepsilon = 10^{-3}, N = 3, \ m = 2000, T = 3, \varepsilon = 10^{-2}, N = 1,$$
$$m = 5000, T = 2, \varepsilon = 10^{-3}, N = 2.$$

Бу ерда m ихтиёрий равишда танланган, одатда эса у аниқ моделга қараб аниқланади.

$m=1000,\ \ T=1,\ \ \varepsilon=0.001,\ \ N=2,$ да масала ечимининг қийматлари биринчи ва иккинчи жадвалларда келтирилган ҳамда 1-расмда акслантирилган. Қуйида келтирилган жадвал ва графиклардан тақрибий ечимнинг сонли қийматлари ва тақрибий маълумотлар бўйича тақрибий ечимлар бир-бирига жуда яқин жойлашганлиги кўриниб турибди.



1-расм. Аниқ ва тақрибий берилганлар бўйича тақрибий ечим графиги.

1-жадвал

Аниқ берилганларга мос келувчи $u_N(x,t)$ тақрибий ечим

x \ t	$t=0$	$t=0.1$	$t=0.3$	$t=0.5$	$t=0.7$	$t=0.9$	$t=1$
$x=0$	0	0	0	0	0	0	0
$x=2\pi/10$	0	1,5087	5,3472	10,8421	18,9357	31,0217	39,1758
$x=4\pi/10$	0	2,4411	8,6519	17,5429	30,6385	50,1941	63,3878
$x=6\pi/10$	0	2,4411	8,6519	17,5429	30,6385	50,1941	63,3878
$x=\pi$	0	0	0	0	0	0	0

2-жадвал

Тақрибий берилганларга мос келувчи $u_{N\varepsilon}(x,t)$ тақрибий ечим

x \ t	$t=0$	$t=0.1$	$t=0.3$	$t=0.5$	$t=0.7$	$t=0.9$	$t=1$
$x=0$	0	0	0	0	0	0	0
$x=2\pi/10$	0	1,5102	5,3525	10,8529	18,9546	31,0527	39,2150
$x=4\pi/10$	0	2,4436	8,6606	17,5604	30,6692	50,2443	63,4512
$x=6\pi/10$	0	2,4436	8,6606	17,5604	30,6692	50,2443	63,4512
$x=\pi$	0	0	0	0	0	0	0

1.3 параграфда қуйидаги чегаравий масала қаралади: қуйидаги шартларни қаноатлантирувчи $u(t)$, $t\in(0,T)$ функция топилсин:

$$\left(\frac{d}{dt}-A\right)^2 u=f(t,u), \tag{8}$$

$$u|_{t=0}=0, \qquad u_t|_{t=0}=0. \tag{9}$$

A операторига мисоллар:

1. $Au=-\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2},\ u|_{x=0}=0, u|_{x=\pi}=0,$
2. $Au=-\Delta u,\ u|_S=0,$
3. $Au=(\Delta)^2 u,\ u|_S=0.$

Ушбу татбиқий масалаларнинг математик модели, диффузия жараёнлари, атроф-муҳит ифлосланишининг масалалари ва бошқаларни тавсифлайди.

Теорема 3. $f(t,u)$ иккала аргумент бўйича узлуксиз функция бўлиб, $|f(t,u)-f(t,v)|<|f_1(t)||u-v|$ шартларни қаноатлантирсин, бу ерда $\forall t$ ларда $|f_1(t)|<1$. (8), (9) масаланинг ечими ягона.

Теорема 4. $f(t,u)$ $\int_0^T\|f_1\|^2\,dt\le\delta$ да $\int_0^T\|f(t,u)\|^2\,dt\le\int_0^T\alpha_1\|f_1\|^2\,dt+\int_0^T\alpha_2\|u\|^2\,dt,$ шартни қаноатлантирсин, (8), (9) масаланинг ечими $l(u)\le m$ тўпламда турғун бўлиб, $\int_0^T\|u\|^2\,dt\le\omega_m(\delta)$ турғунлик баҳоси ўринли бўлади, бунда

$$\omega_m(\delta)=\inf_{\varepsilon>0}(\varepsilon m+c(\varepsilon)\delta), \qquad \varepsilon=s^{-1}, \qquad c(\varepsilon)=\frac{e^{\frac{4T^2}{\varepsilon}}\varepsilon^4}{16}, \qquad \int_0^T\|f_1\|^2\,dt\le\delta$$

$$l(u)=\left|\left(Au(T),u(T)\right)\right|+\left|\left(Au_t(T)-A^2u(T),\,u_t(T)-Au(T)\right)\right|\le m\,.$$

Фараз қиламиз $f(t,u)=f(t),$ $\int_0^T\|f(t)-f_\delta(t)\|^2\,dt\le\delta$ бўлсин, $u\in M_s=\{u\in D(l)\,|\,l(u)\le s\}$, $s>0$ шарт асосида аниқ ва тақрибий ечим ўртасидаги баҳолашни топамиз.

У ҳолда аниқ ва тақрибий бошланғич берилганлар бўйича қурилган тақрибий ечимлар, мос функционал фазодаги айирма қуйидаги тенгсизликни қаноатлантиради:

$$\left\{\int_0^T\left\|u(t)-u(t)^{(N\delta)}\right\|^2 dt\right\}^{1/2}\le(C(s)\gamma(N,m))^{1/2}+(C_1(T)e^{2\lambda_N T}\delta^2)^{1/2}$$

бу ерда $\gamma(N,m)\to0,$ $N\to\infty,$ $C(s)-$ s га боғлиқ ўзгармас, $C_1(T)$- T га боғлиқ бўлган ўзгармас сон.

Охирги тенгсизликнинг ўнг қисмини δ бўйича минималлаштириб, $\delta>0$ учун N регуляризация параметри формуласини топамиз .

Биринчи бобнинг 1.4 параграфида қуйидаги масала қаралади:

Қуйидаги дифференциал тенгламанинг ечими

$$\left(\frac{d}{dt}-A\right)^2 u=f(t),\ 0<t<T\,, \tag{10}$$

шартларни қаноатлантирсин:

$$\begin{aligned} u|_{t=0} &= \phi_1, \\ u|_{t=l_1} &= \phi_2, \end{aligned} \tag{11}$$

бу ерда A- H да $D(A)$ зич аниқланиш соҳасига эга ва $0<l_1<T$ бўлган ўз-ўзига қўшма оператор. Амалиётдан келиб чиққан ҳолда

$$Au=-\frac{\partial^2 u}{\partial x^2},\ u|_{x=0}=0,\ u|_{x=\pi}=0,$$

бундан ташқари, ҳароротнинг дастлабки ҳалоти берилган функцияга тенг ва стержн ичидаги ҳарорат маълум.

Ҳароротнинг даслабки ҳалоти берилган функцияга тенг. Бу маълумотлардан стержннинг исталган нуқтаси ичидаги ҳароротнинг қийматини аниқлаш талаб қилинади. Назарий жиҳатдан масаланинг нокорректлиги исботланган. Қаралаётган масаланинг математик модели шартли коррект ва тенглама ечими учун априор баҳо олинди. Ечим ягоналиги ва шартли турғунлик теоремалар исботланди.

Масалани квазитескари усул ёрдамида тақрибий ечиш

A оператор ўз-ўзига қўшма оператор бўлиб, у тўла ортонормаллашган хос функциялар системаси $\{\xi_k\}_{k=1}^{\infty}$ ва шунга мос хос қийматлар системаси $\{\lambda_k\}_{k=1}^{\infty}$ га эга бўлиб, улар ўсиш тартибида жойлашган бўлсин: $\lambda_1\le\lambda_2\le\lambda_3\le\ldots$.

(10), (11) масаланинг айрим махсус ҳолларини қарайлик.

А) (10), (11) масалада $\phi_2=0,\ f(t)=0,\ u\in M$ бўлсин. У ҳолда аниқ ва тақрибий ечимлар ўртасидаги айирма нормасининг якуний баҳоси қуйидагича бўлади

$$\left\|u(t)-u^{(\alpha\varepsilon)}(t)\right\|\le\frac{l_1-t}{l_1-T}e^{-2}\,\frac{4\alpha tm}{(T-t)^2}+\left(1-\frac{t}{l_1}\right)e^{\frac{t}{4\alpha}}\varepsilon\,.$$

Б) (10), (11) масалада $\phi_1=0,\ f(t)=0,\ u\in M$ бўлсин, демак аниқ ва тақрибий ечимлар нормаси учун қуйидаги баҳога эга бўламиз

$$\left\|u(t)-u^{(K\varepsilon)}(t)\right\|\le\frac{t}{T}e^{-2}\times\frac{4\alpha(t-l_1)m}{(T-t)^2}+\frac{t}{l_1}e^{\frac{(t-l_1)}{4\alpha}}\varepsilon\,.$$

Охирги тенгсизликнинг ўнг томонини ε бўйича минимумлаштириб, $\varepsilon>0$ да K регуляризация параметри учун формулага эга бўламиз.

Диссертациянинг иккинчи боби **«Иккинчи ва юқори тартибли дифференциал тенгламаларнинг бошланғич-чегаравий ва ички масалалари ва уларнинг сонли реализацияси»** деб номланиб, унда иккинчи ва ундан юқор тартибли дифференциал-оператор тур тенглама учун берилганлар соҳа ичида қаралади. Қаралаётган тенглама ечими учун априор баҳо олинди. Ечим ягоналиги ва шартли турғунлик теоремалар исботланди. А.Н.Тихоновнинг регуляризация усули ёрдамида тақрибий ечим қурилди.

Иккинчи бобнинг биринчи параграфида ушбу дифференциал тенгламанинг ечими

$$\left(\frac{d^2}{dt^2}-A^2\right)u(t)=f(t) \tag{12}$$

$D=\{0<l<T\}$ соҳада ва қуйидаги шартларни қаноатлантирувчи:

$$u\big|_{t=0}=\varphi,\quad u\big|_{t=l}=\psi, \tag{13}$$

бу ерда A- H да зич $D(A)$ аниқланиш соҳасига эга бўлган ўз-ўзига қўшма мусбат оператор бўлсин.

Ушбу масалага мос келадиган амалий моделни иссиқлик тарқалиш масаласини қараймиз.

Фараз қиламиз $Au=-\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2},\ u\big|_{x=0}=0,\ u\big|_{x=\pi}=0$ бўлсин. У ҳолда белгилашлар натижасида қаралаётган масала қўйидага кўринишга келтирилади:

$$\begin{aligned}
&\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}-\frac{\partial^4}{\partial x^4}\right)u(x,t)=f(x,t),\\
&u\big|_{t=0}=0,\qquad u\big|_{t=l}=\psi(x),\ 0\le x\le\pi,\\
&u\big|_{x=0}=0,\qquad u\big|_{x=\pi}=0,\qquad 0\le t\le T,\\
&u_{xx}\big|_{x=0}=0,\quad u_{xx}\big|_{x=\pi}=0,\quad 0\le t\le T.
\end{aligned} \tag{14}$$

$v(x,t)=\left(\dfrac{\partial}{\partial t}+\dfrac{\partial^2}{\partial x^2}\right)u(x,t)$ белгилаш киритамиз у ҳолда (14) масаланинг ечими қуйидагига олиб келинади

$$\begin{aligned}
&\left(\frac{\partial}{\partial t}-\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)v(x,t)=f(x,t), && \left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)u(x,t)=v(x,t),\\
&v\big|_{t=0}=\varphi_1, && u\big|_{t=0}=0,\\
&v\big|_{x=0}=0,\qquad v\big|_{x=\pi}=0, && u\big|_{x=0}=0,\qquad u\big|_{x=\pi}=0.
\end{aligned}$$

Шартли корректлигини исботлагандан сўнг, стержн ичидаги ҳароротни аниқлайдиган маълум бир манба ёрдамида сонли ҳисоблашлар амалга оширилди.

Фараз қиламиз A ўз-ўзига қўшма оператор, тўла ортонормал $\{\xi_n\}_{n=1}^{\infty}$ хос функциялар системасига ҳамда мусбат $\{\lambda_n\}_{n=1}^{\infty}$ хос қийматлар системасига эга ва $\lambda_1\le\lambda_2\le\lambda_3\le\ldots$ ўсиш тартибида жойлашган бўлсин.

Фараз қиламиз (12), (13) масалада $\varphi=0,\ f=0, u\in M$ бўлсин. У ҳолда аниқ ва тақрибий бошланғич берилганлар бўйича тақрибий ечимлар қурилади, мос функционал фазодаги фарқ эса қуйидаги тенгсизликни қаноатлантиради:

$$\left\| u(t) - u^{(N\varepsilon)}(t) \right\| \le C(\lambda_N, T) e^{\lambda_N (t-T)} m + e^{\lambda_N (t-l)} \varepsilon . \qquad (15)$$

Қуйидаги келтирилган жадвал ва расмлардан маълумки, тақрибий ечим ва тақрибий берилганларга мос тақрибий ечимнинг сонли қийматлари етарлича бир-бирига яқин.

1. $\varepsilon = 10^{-2}$, ва $\psi = x^2(x-\pi)^2$, $\psi_\varepsilon = x^2(x-\pi)^2(1+\varepsilon)$ берилган.
2. Корректлик тўпламининг ўзгармаси берилган (илованинг шартидан тангланади
3. Ушбу берилганлар асосида (15) эффективлик баҳосидан t, T, l, m, ε нисбатан регуляризация параметри топилади.

3-жадвал

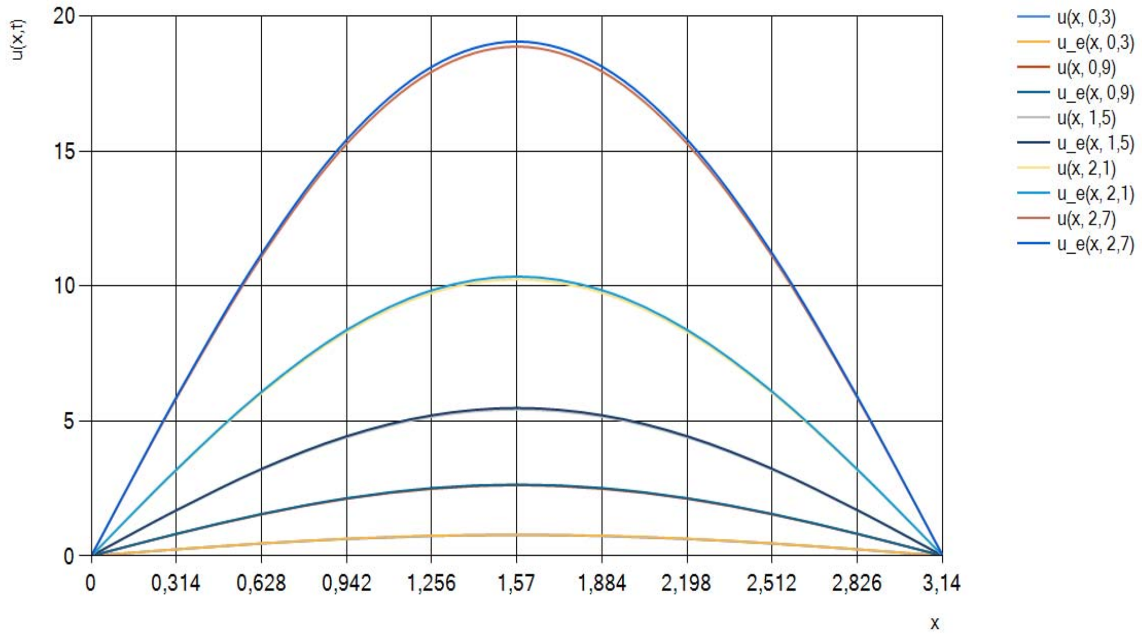
Аниқ берилганларга мос келувчи тақрибий ечим

x \ t	t=0	t=0,5	t=1	t=1,5	t=2	t=2,5	t=3
x=0	0	0	0	0	0	0	0
x=0,5236	0	0,6638	1,4971	2,7125	4,6203	7,7074	12,7618
x=1,0472	0	1,1498	2,593	4,6982	8,0026	13,3496	22,1042
x=1,5708	0	1,3277	2,9942	5,425	9,2406	15,4148	25,5237
x=2,0944	0	1,1498	2,593	4,6982	8,0026	13,3496	22,1042
x=3,1416	0	0	0	0	0	0	0

4-жадвал

Тақрибий берилганларга мос келувчи тақрибий ечим

x \ t	t=0	t=0,5	t=1	t=1,5	t=2	t=2,5	t=3
x=0	0	0	0	0	0	0	0
x=0,5236	0	0,6705	1,5121	2,7396	4,6665	7,7845	12,8895
x=1,0472	0	1,1613	2,619	4,7452	8,0826	13,4831	22,3252
x=1,5708	0	1,3409	3,0241	5,4793	9,333	15,5689	25,7789
x=2,0944	0	1,1613	2,619	4,7452	8,0826	13,4831	22,3252
x=3,1416	0	0	0	0	0	0	0



2-расм. Аниқ ва тақрибий берилганларга мос тақрибий ечим графиги.

Мазкур бобнинг иккинчи параграфида аниқланиш соҳасида бошланғич вақт моментида қийматлари берилган ўз-ўзига қўшма оператор коэффициентли дифференциал-оператор тур ифодаларни кўпайтиришдан ташкил топган учинчи тартибли абстракт тузилмали дифференциал тенгламанинг ечими ўрганилади.

Бунда $D=\{0<l_1<l_2<T\}$ соҳада

$$\left(\frac{d}{dt}+A\right)^3 u(t)=0,\ \ 0<t<T, \tag{16}$$

қуйидаги шартларни қаноатлантирувчи:

$$\begin{aligned} &u|_{t=0}=\varphi,\\ &u|_{t=l_1}=\varphi_1,\\ &u|_{t=l_2}=\varphi_2, \end{aligned} \tag{17}$$

тенгламанинг ечимини қараймиз, бу ерда A H да зич $D(A)$ аниқланиш соҳасига эга бўлган ўз-ўзига қўшма мусбат оператор бўлсин.

Теорема 5. Фараз қиламиз A ўз-ўзига қўшма мусбат оператор бўлсин, у ҳолда (16), (17) масаланинг ечими ягона.

Теорема 6. Фараз қиламиз A ўз-ўзига қўшма мусбат оператор бўлсин, $u\in M$, ва $\|\varphi-\varphi_\varepsilon\|<\varepsilon,$ $\|\varphi_1-\varphi_{1\varepsilon}\|<\varepsilon,$ $\|\varphi_2-\varphi_{2\varepsilon}\|<\varepsilon,$ бу ерда $\varphi_\varepsilon,\varphi_{1\varepsilon},\varphi_{2\varepsilon}$ мос равишда $\varphi,\varphi_1,\varphi_2$ нинг тақрибий кўринишлари ва u_ε $\varphi_\varepsilon,\varphi_{1\varepsilon},\varphi_{2\varepsilon}$ берилганлар асосида (16), (17) масаланинг ечими бўлсин. У ҳолда ечим айирмаси учун қуйидаги баҳолаш ўринли бўлсин

$$\left\| u(t) - u_\varepsilon(t) \right\| \le \begin{cases} \omega(\varepsilon, m), & 0 < t < l, \\ \omega_1(\varepsilon, m), & l_1 < t < l_2, \\ \omega_2(\varepsilon, m), & l_2 < t < T, \end{cases}$$

бу ерда $\omega(\varepsilon, m) = \mu_1 \varepsilon + \mu_2 l_1 (2m)^{(1-t/l_1)} \varepsilon^{t/l_1} + \mu_3 l_1^2 (2m)^{(1-t/l_2)} \varepsilon^{t/l_2}$,

$\omega_1(\varepsilon, m) = \left(\mu_1 + \mu_2 l_2\right)\varepsilon + \mu_3 l_2^2 (2m)^{(1-t/l_2)} \varepsilon^{t/l_2}$, $\omega_2(\varepsilon, m) = \left(\mu_1 + T + T^2 \mu_3\right)\varepsilon.$

2.3 параграфда тақрибий ечим қурилган бўлиб, A операторга қўйилган шартлар унда тўла ортонормаллашган хос функциялар системаси $\left\{\xi_k\right\}_{k=1}^{\infty}$ ҳамда мусбат хос қийматлар системаси $\left\{\lambda_k\right\}_{k=1}^{\infty}$ мавжуд эканлигини ва $\lambda_1 \le \lambda_2 \le \lambda_3 \le \ldots$ ўсиш тартибида жойлашганлигини англатади.

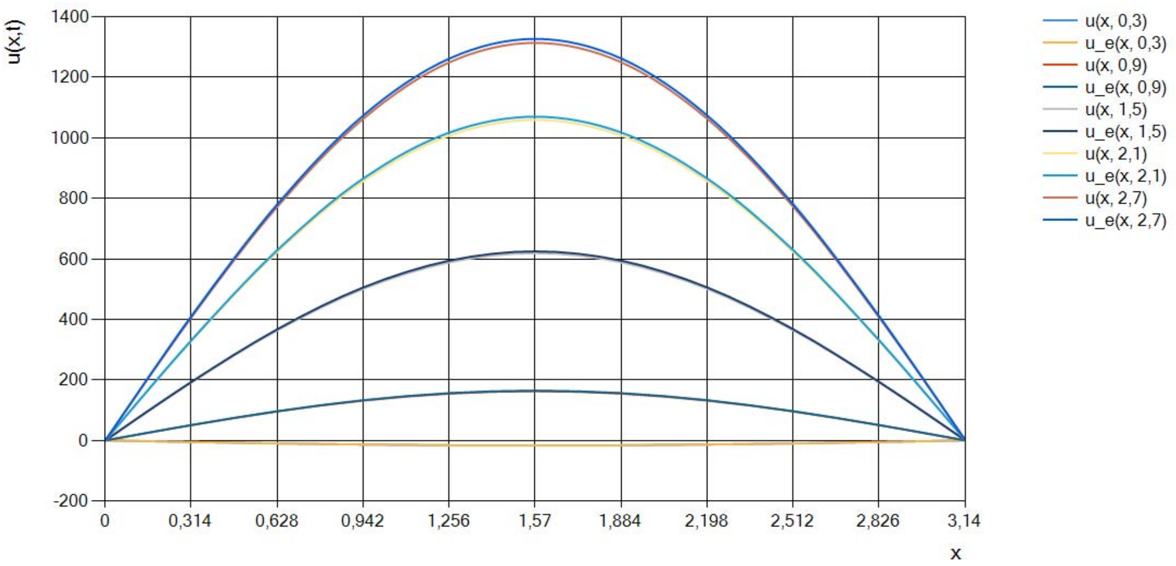
Аниқ ва тақрибий ечим орасидаги фарқ нормаси эффективлик баҳоси олинди

$$\left\| u(t) - u^{(N\varepsilon)}(t) \right\| \le \left\| u(t) - u^{(N)}(t) \right\| + \left\| u^{(N)}(t) - u^{(N\varepsilon)}(t) \right\| \le C(T, m)\gamma(N) + \omega(N, \varepsilon)$$

бу ерда $C(T, m)$ T, m га боғлиқ ўзгармас, жумладан $N \to \infty$ да $\gamma(N) \to 0$.

Қуйидаги келтирилган расмдан маълумки, тақрибий ечимнинг сонли қийматлари ва тақрибий берилганларнинг тақрибий ечимлари етарлича бир-бирига яқин.

1. $\varepsilon = 10^{-2}$, ва $\varphi = x^5 (x-\pi)^5$, $\varphi_\varepsilon = x^5 (x-\pi)^5 (1+\varepsilon)$, $\varphi_1 = \sin(x-\pi)$, $\varphi_{1\varepsilon} = \sin(x-\pi)(1+\varepsilon)$, $\varphi_2 = x^5 (x-\pi)^5$, $\varphi_{2\varepsilon} = x^5 (x-\pi)^5 (1+\varepsilon)$ берилган.
2. Корректлик тўпламининг ўзгармаси берилган (илованинг шартидан тангланади.
3. Ушбу t, T, ε, m берилганлар асосида эффективлик баҳосига нисбатан регуляризация параметри топилади.
4. Бу берилганларга асосланиб тақрибий ечим тақрибий берилганлар асосида ҳисобланади.



3-расм. Аниқ ва тақрибий берилганларга мос тақрибий ечим графиги.

Диссертациянинг **“Аралаш турдаги хусусий ҳосилали тенгламалар учун нокоррект чегаравий масалаларга мос келувчи амалий масалаларнинг моделини ўрганиш»** номли учинчи бобида тўртинчи тартибли аралаш тур ва учинчи тартибли тузилмали берилганлари соҳа ичидаги нокоррект чегаравий масала ўрганилди. Қаралаётган тенглама ечими учун априор баҳо олинди. Ўрганилаётган масалаларнинг шартли турғунлиги ва ечими ягоналиги ҳақида учун теоремалар исботланди.

3.1 параграфда 4-тартибли аралаш турдаги хусусий ҳосилали дифференциал тенглама учун Адамар маъносида нокоррект кўп нуқтали масала қараб чиқилган.

Масаланинг қўйилиши.

$\Omega = \{-1 < x < 1,\ 0 < t < T,\ x \neq 0\}$ соҳада қуйидаги тенгламани қараймиз

$$sign\,x \frac{\partial^4 u(x,t)}{\partial t^4} + \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = 0 \qquad (18)$$

унинг ечими қуйидаги:

бошланғич ва ички

$$\begin{gathered} u(x,t_1) = \varphi_1(x),\ u(x,t_2) = \varphi_2(x), \\ u(x,t_3) = \varphi_3(x),\ u(x,t_4) = \varphi_4(x),\ \ 0 = t_1 < t_2 < t_3 < t_4 = T, \end{gathered} \qquad (19)$$

чегаравий

$$u(-1,t) = u(1,t) = 0\,, \qquad (20)$$

тикиш

$$u(-0,t) = u(+0,t),\ u_x(-0,t) = u_x(+0,t) \qquad (21)$$

шартларни қаноатлантирсин.

Қаралаётган масала Лаврентьев-Бицадзе математик моделининг умумлашган кўриниши ҳисобланади. Лаврентьев-Бицадзе масаласига параллел товушолди оқимлар учун иккита масала олиб келиниши мумкинлигини кўрсатамиз. Бу ҳолатда масала

$$\eta\frac{\partial^2\psi}{\partial\theta^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial\eta^2}+b(\eta)\frac{\partial\psi}{\partial\eta}=0,$$

Чаплыгин тенгламасига нисбатан ечилиши керак, бу ерда η-товушдан кичик тезликларда мусбат ва товушдан катта тезликларда манфий оқим тезлиги функцияси, θ - тезликнинг эгилиш бурчаги ва ψ -ток функциясидир.

Теорема 7. Масала ечимининг ягоналиги учун

$$\sqrt{\mu_k}t_0=m\pi,\ \sqrt{\mu_k}\,t_0=\sqrt{2}q\pi,$$

тенгламалар m,q бутун сонларда ечимга эга бўлмаслиги зарур ва етарли.

Теорема 8. Ҳар бир $\dfrac{\sqrt{\mu_k}t_0}{\pi}$ сон учун шундай $M>0$ ва $s\in N$ ўзгармаслар мавжуд бўлсинки, уларга нисбатан барча $m_q\ \ (q=1,2)$ ва $k\neq 0$ бутун сонлар жуфтлиги учун

$$\left|\frac{\sqrt{\mu_k}t_0}{\pi}-m_q(\mu_k)\right|\geq M\left|\mu_k\right|^{-s}$$

тенгсизликлар бажарилсин ва фараз қиламиз $\|\phi_1-\phi_{1\varepsilon}\|\leq\varepsilon$ бўлсин, бу ерда $\phi_{1\varepsilon}$ ϕ_1 га мос тақрибий берилган u_ε эса $\phi_{1\varepsilon}$ берилган асосида (18)-(21) масаланинг ечими. У ҳолда

$$\|U(x,t)\|^2=\|u(x,t)-u_\varepsilon(x,t)\|^2\leq\begin{cases} n\left((\varepsilon)^{2(1-w_1)}\left(m_1\right)^{2w_1}+(\varepsilon)^{2(1-w_1)}\left(m_2\right)^{2w_1}\right), & 0\leq t\leq t_0,\\ n\left(\left(m_1\right)^2+\left(m_2\right)^2\right), & t_0\leq t\leq T.\end{cases}$$

3.2 параграфда учинчи тартибли тенглама учун ички-чегаравий масаланинг турғунлиги ва ягоналигини ўрганишга бағишланган. Ўрганилаётган масаланинг баҳолаш маъносида самарали тақрибий ечимини қуриш муаммоси ўрганилади.

Масаланинг қўйилиши. $D=\{(x,t)|\ \ 0<x<\pi,\ \ 0<t<T\}$ соҳада

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}+\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)u(x,t)=0,\tag{22}$$

тенгламани ва қуйидаги чегаравий шартларни:

$$\begin{aligned} &u|_{x=0}=0, \quad u|_{x=\pi}=0, \quad 0\leq t\leq T,\\ &u_{xx}|_{x=0}=0,\ \ u_{xx}|_{x=\pi}=0,\ \ 0\leq t\leq T,\end{aligned}\tag{23}$$

ҳамда

$$
\begin{aligned}
&u\big|_{t=0} = \phi_1(x), && 0 \le x \le \pi, \\
&u\big|_{t=t_0} = \phi_2(x), && 0 \le x \le \pi, \\
&u\big|_{t=2t_0} = \phi_3(x), && 0 \le x \le \pi,
\end{aligned}
\tag{24}
$$

шартларни қаноатлантирувчи функция $u(x,t)$ ечимни қараймиз.

Мазкур параграфда масала ички чегаравий дейилади, чунки t бўйича берилганлар регулярлик соҳасининг ичида берилган. Умуман олганда масала Адамар маъносида нокоррект бўлиб, қаралаётган тенглама учун Коши масаласига олиб келиш орқали шартли корректликка текширилади. Ягоналик ва шартли турғунлик теоремалари исботланди.

3.3 параграфида регуляризация усули ёрдамида тақрибий ечим қурилган аниқ ва тақрибий ечим ўртасидаги фарқ нормаси хатолигининг баҳоси олинди. Регуляризация параметри масаланинг аниқ ва регулярлашган ечимлари ўртасидаги фарқ баҳосининг минимумлик шартидан топилади. $u \in M = \int_0^{\pi} (u^2(x,T) + u_{tt}^2(x,T) + u_{xx}^2(x,T))dx \le m^2$ шарт асосида аниқ ва тақрибий ечим ўртасидаги баҳони топамиз ва қуйидаги тенгсизликка эга бўламиз

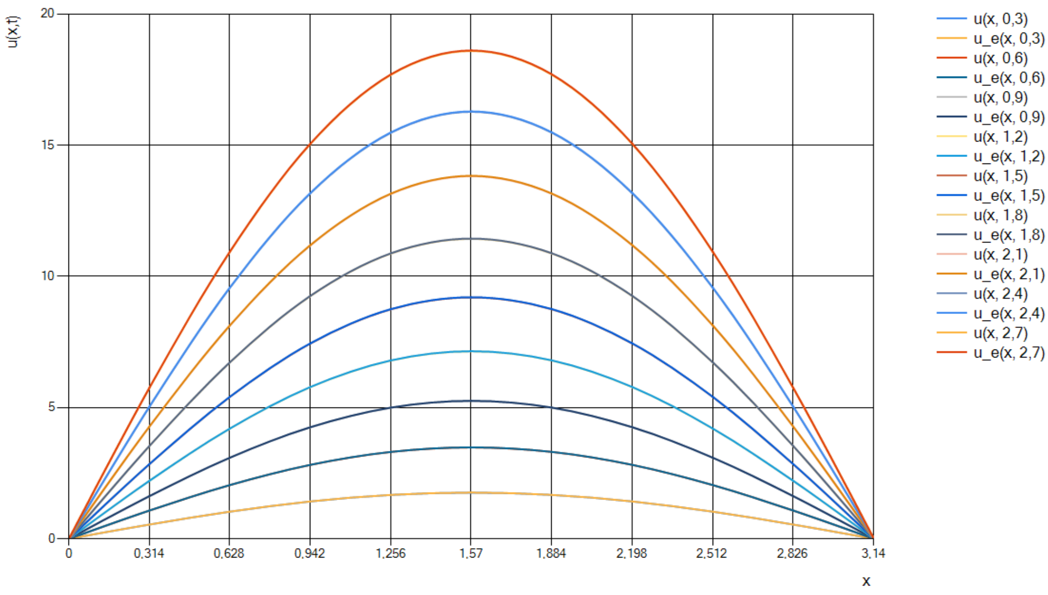
$$
\left\| u(x,t) - u^{(N\varepsilon)}(x,t) \right\|^2 \le e^{2(N+1)^2(2t_0-T)} m^2 + Ce^{4(N)^2 t_0} \varepsilon^2
$$

бу ерда C ўзгармас.

Регуляризация параметри қуйидаги формуладан топилади

$$
N = \left[-1.0 + \sqrt{\frac{(T-2t_0)^2}{T^2} - \frac{T-2t_0}{T} - \ln\left(\frac{4\varepsilon^2 / m^2}{2T} \right)} \right].
$$

1. ε ва $\varphi_{3\varepsilon} = (x-\pi)^2 x^2$ берилган.
2. Корректлик тўпламининг ўзгармаси берилган (илованинг шартидан тангланади.
3. Бу берилганларга $T = 3,\ t_0 = 1.5,\ \varepsilon = 10^{-3},\ m = 5$ асосланиб тақрибий ечим тақрибий берилганлар асосида ҳисобланади.



4-расм. Аниқ ва тақрибий берилганларга мос тақрибий ечим графиги.

3.4 парагрфда тескари дифференциал тенглама учун берилганлар регулярлик соҳаси ичидан олинган масала, псевдопараболик тенгламалар билан боғлиқ спектрал масалалар қаралади. Масаланинг ечими ягона эканлиги исботланган, корректлик тўпламида масала ечимининг шартли турғунлик баҳоси олинган. Вақт бўйича йўналишини ўзгартирувчи псевдо-параболик тенглама учун ички масалани ўрганамиз.

Фараз қиламиз $u(x,t)$ функция $D=\{-\pi \le x \le \pi, \quad t \ge 0\}$ ярим тасмада аниқланган бўлиб

$$\operatorname{sgn} x u_t = u_{xxt}(x,t) + u_{xx}(x,t) \tag{25}$$

тенгламанинг ечими бўлсин.

Масала. $D_1=\{-\pi < x < \pi,\ x \ne 0, \quad t > 0\}$ соҳада (25) тенгламани қуйидаги

$$u(-\pi,t)=u(\pi,t)=0, \quad u(-0,t)=u(+0,t), \quad u_x(-0,t)=u_x(+0,t), \tag{26}$$

$$u(x^*,t)=\varphi(t), \tag{27}$$

шартларни қаноатлантирувчи $u(x,t)$ функцияни топамиз, бу ерда x^*- $[-\pi,\pi]$ оралиқда берилган сон, жумладан $x^* \ne 0$, $\varphi(t)$- берилган функция.

Теорема 9. Фараз қиламиз $u(x,t)\in U(M)$ бўлиб, (25)-(27) масаланинг ечими бўлсин. У ҳолда, агар $|\varphi(t)| \le \varepsilon$ ва x^*/π $\left|\dfrac{x^*}{\pi}-\dfrac{p}{q}\right| \ge \dfrac{\lambda(x^*/\pi)}{q^m}$, тенгсизлигини қаноатлантирсин, бу ерда p, q- бутун рационал сонлар, m- натурал сон, у ҳолда $|u(x,t)| \le \omega(\varepsilon_0, M)$, тенгсизлик ўринли бўлади, бу ерда

$$\omega(\varepsilon_0,M)=\inf_{\varepsilon>0}\left\{\frac{N^m\varepsilon_0(1+\pi e^{\mu_N x^*})}{24\lambda(x^*/\pi)}+4MN^{-2}\right\},\ \varepsilon_0=\left(\varepsilon s_0^{-1}\right)^{\omega_0}(MCn)^{1-\omega_0},\quad 0<\omega_0<1.$$

ХУЛОСА

Абстракт масалалар назариясида ички ва чегаравий берилганлар асосидаги масалаларда априор баҳони олиш, корректлик тўпламидаги ягоналик ва шартли турғунлик теоремаларини исботлашга доир саволларга кўпроқ эътибор қаратилади.

Тадқиқотнинг асосий натижалари қуйидагилардан иборат:

1. Ўнг томони ночизиқли бўлган иккинчи тартибли хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар учун нокоррект чегаравий масала ечимининг априор баҳолари аниқланган.

2. Иккинчи тартибли нокоррект чегаравий масаланинг ягоналиги ва шартли турғунлиги теоремалари исботланган.

3. Ўз-ўзига қўшма оператор коэффициентли тузилмали бир жинсли бўлмаган дифференциал-оператор тип тенглама учун ички масалалар ўрганиган.

4. Юқори тартибли дифференциал-оператор тип тенгламалар учун ички-чегаравий масаланинг ягоналиги ва шартли турғунлиги теоремалари исботланган.

5. Тўртинчи тартибли хусусий ҳосилали аралаш типтаги ва учинчи тартибли тузилмали дифференциал тенгламалар учун ички-чегаравий масалаларнинг ягоналиги ва шартли турғунлиги ўрганилган.

6. Тузилмали хусусий ҳосилалаи дифференциал-оператор тип тенгламалар учун нокоррект чегаравий масалаларнинг тақрибий ечимлари кетма-кетлик кўринишида қурилиб, аниқ ечим ва тақрибий ечим орасидаги яқинликни билдирувчи фарқ нормаси аниқланган.

7. Қаралаётган чегаравий масалалрга мос моделларга мисол ва иловалар келтирилди.

8. Тақрибий ечимларни қуриш учун регулярлаштириш параметрини ҳисоблаш формуласи аниқланган.

9. Аниқланган ҳисоблаш алгоритмлари асосида бошланғич берилганларга мос масалаларнинг аниқ ва тақрибий ечимларини сонли, график кўринишда чиқариш дастури тузилган.

Тихонов бўйича шартли корректлик таърифига асосан қаралаётган масала корректлик тўпламида ягона ва шартли турғун ечимларга эга. Ҳисоблашлардан маълумки, агар регуляризация параметрини аниқ ечим билан тақрибий ечим нормаси фарқини минималлаштириб танласак тақрибий ечимлар аниқ ечимларга яқинлиги келиб чиқади.

**НАУЧНЫЙ СОВЕТ DSc.03/30.12.2019.FM.01.02
ПО ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЕНЫХ СТЕПЕНЕЙ ПРИ
НАЦИОНАЛЬНОМ УНИВЕРСИТЕТЕ УЗБЕКИСТАНА**

НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ УЗБЕКИСТАНА

Абдуллаева Замира Шамшаддиновна

ИССЛЕДОВАНИЯ И АЛГОРИТМ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ВНУТРЕННИХ И ГРАНИЧНЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА

05.01.07-Математическое моделирование. Численные методы и комплексы программ

**АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ ДОКТОРА ФИЛОСОФИИ (PhD)
ПО ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИМ НАУКАМ**

ТАШКЕНТ – 2020

Тема диссертации доктора философии (Doctor of Philosophy) по физико-математическим наукам зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Кабинете Министров Республики Узбекистан за №B2018.2.PhD/FM268.

Диссертация выполнена в Национальном университете Узбекистана имени Мирзо Улугбека.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, русский, английский (резюме)) размещен на веб-странице Научного совета (http://ik-fizmat.nuu.uz) и на Информационно-образовательном портале «Ziyonet» (www.ziyonet.uz).

Научный руководитель:	**Фаязов Кудратилло Садридинович** доктор физико-математических наук, профессор
Официальные оппоненты:	**Тахиров Жозил Останович** доктор физико-математических наук, профессор
	Нормуродов Чори Бегалиевич доктор физико-математических наук, профессор
Ведущая организация:	**Бухарский государственный университет**

Защита диссертации состоится 25 января 2020 года в 14:00 часов на заседании Научного совета DSc.03/30.12.2019.FM.01.02 при Национальном университете Узбекистана (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 4. Тел.: (+99871) 227-12-24, факс: (+99871) 246-53-21, e-mail: nauka@nuu.uz).

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Национального университета Узбекистана (зарегистрирована за №_____). (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 4. Тел.: (+99871) 246-02-24).

Автореферат диссертации разослан 11 января 2020 года.
(протокол рассылки № 15 от 24 декабря 2019 года).

А.Р.Марахимов
Председатель научного совета по
присуждению ученых степеней,
д.т.н., профессор

З.Р. Рахмонов
Ученый секретарь научного совета по
присуждению ученых степеней, д.ф.-м.н.

М. Арипов
Председатель научного семинара при
научном совете по присуждению ученых
степеней, д.ф.-м.н., профессор

ВВЕДЕНИЕ (аннотация диссертации доктора философии(PhD))

Актуальность и востребованность темы диссертации. В мире во многих областях науки и техники, научные и практические исследования, сводится к решению обратных и некорректных задач для неклассических уравнений с частными производными, построению приближенных решений, и получение оценки нормы разности между точным и приближенным решениями. Внутренне-краевые и некорректные задачи с частными производными, и их математические модели являются объектами исследований в различных областях, которые связанно с разнообразными прикладными проблемами, в области геофизических наблюдений, в частности с задачами газовой динамики, механики сплошной среды, задач распространения акустических волн, математической биологии, а также различных других прикладных задач. Включая эти вопросы, алгоритмы численного решения и приложения является одним из важных задач для решения дифференциальных уравнений с операторными коэффициентами.

В мире на данный момент особое внимание уделяется вопросам приложениям математических моделей к задачам естественных и технических наук, а также решению конкретных прикладных задач. Хорошо известно, что модели большинства задач приложений сводятся к задачам для уравнений в частных производных, а также к обратным и некорректным задачам математической физики. Заметим, что исследования обратных и некорректных задач и их численная реализация проведены в основном для модельных уравнений математической физики. Исследования новых моделей и их численная реализация для неклассических уравнений, а также установление условной корректности внутренне-краевых и абстрактных задач является актуальной проблемой научных исследований.

В нашей стране усилено внимание научным направлениям прикладной математики, которые имеют важное научное и прикладное значение для фундаментальных наук, в частности, разработка методов численного решения внутренне-краевых некорректных задач и их применения к решению задач, описывающих различные физические процессы. Одной из важных задач является широкое применение целевых исследований в этой области, в том числе результатов теории обратных и некорректных задач при математическом моделировании процессов геофизики и околозвуковых течений газа. Проведение научных исследований на международном уровне по важным направлениям «Математической физики, прикладной математики и математического моделирования» выделено как основная задача фундаментальных исследований[1]. Для обеспечения исполнения данного постановления имеет важное значение исследование математических моделей внутренне-краевых и абстрактных задач приложения связанные с процессами теплопроводности и диффузии.

[1] Постановление №292 Кабинета Министров Республики Узбекистан от 18 мая 207 года “Об организации деятельности научно-исследовательских заведений Академии наук”

Данная диссертация, в определенной степени, служит осуществлению задач, обозначенных в Указе Президента Республики Узбекистан №-УП-4947 от 7 февраля 2017 года «О стратегии действий по дальнейшему развитию Республики Узбекистан», в постановлении №-ПП-2789 от 17 февраля 2017 года «О мерах по дальнейшему совершенствованию деятельности Академии наук, организации, управления и финансирования научно-исследовательской деятельности», №-ПП-2909 от 20 апреля 2017 года «О мерах по дальнейшему развитию системы высшего образования», №-ПП-3682 от 27 апреля 2018 года «О мерах по дальнейшему совершенствованию системы практического внедрения иновационных идей, технологий и проектов», доклад Президента Республики Узбекистан Ш. М. Мирзиёева 24 мая 2019 года на встрече с представителями науки и образования в Национальном университете Узбекистана, а также в других нормативно-правовых актах по данной деятельности.

Соответствие исследований приоритетным направлениям развития науки и технологий республики. Данное исследование выполнено в соответствии с приоритетными направлениями развития науки и технологий в Республике Узбекистан IV. «Математика, механика и информатика».

Степень изученности проблемы. Исследования внутренне-краевых задач для дифференциально-операторных уравнений обычно содержат в себе соответствующие задачи для неклассических уравнений математической физики. В диссертации рассмотрены дифференциально-операторные уравнения с новыми классами самосопряженных операторных коэффициентов. В последнее время ведутся интенсивные работы по исследованию обратных и некорректных задач, соответствующих математическим моделям. Теоретические основы теории некорректных задач были заложены в работах таких математиков, как А. Н. Тихонов, М. М. Лаврентьев, В. К. Иванов и Ф. Джон. Согласно этой теории, при исследовании обратных и некорректных задач обычно существование решения предполагается, а единственность и условная устойчивость задачи доказываются. На основе этой теории было исследовано большое количество моделей практических задач, которые имеют свое значение.

Исследованию обратных и некорректных задач математической физики посвящены работы многих авторов, в том числе можно отметить работы А.Н.Тихонова, М. М. Лаврентьева, В.Г. Романова, С.И. Кабанихина, А.П. Яголы, А.И. Кожанова, А.Л. Бухгейма, В. Исакова, М. Клибанова, Hasanoglu Alemdar, H. Levine, A. K. Louis, P. E. Schock, В.В. Васин, В.П.Танана, С. П. Шишатского, Б. И. Пташника, Ю. Н. Валицкого, К.С. Фаязова и других. Характерной особенностью многих внутренних задач является их некорректность в классическом смысле. В качестве классического примера внутренней задачи для дифференциальных уравнений можно указать задачу аналитического продолжения. По-видимому, впервые она как некорректная задача была рассмотрена М. М. Лаврентьевым. По определению М. М. Лаврентьева, под внутренними задачами понимают определение решения уравнения по её известным значениям внутри области регулярности, а под внутренне-краевыми задачами, когда задаются исходные данные как внутри области регулярности, так и на границе области. Исследования краевых задач для дифференциальных уравнений с операторными коэффициентами были предметом исследований С. Г. Крейна, H. A. Levine, S. Agmon, L. Nirenberg, L. Hormander, А. Л.Бухгейма, С. Г. Пяткова, Н. В Кислова, К. С. Фаязова и других. Построением регулизированных решений занимались многие математики, в том числе С. Г.Крейн, О. Прозоровская, А. Б. Бакушинский, П.Н. Вабищевич, К. С. Фаязов и другие.

На сегодняшний день в теории абстрактных задач и задач с внутренними и граничными данными больше внимания уделяют вопросам получения априорных оценок, и доказательству теорем о единственности и условной устойчивости на множестве корректности. В работах Ю.Н. Валицкого были рассмотрены различные многоточечные задачи в абстрактных пространствах с внутренними и граничными условиями. Краевые задачи для дифференциально-операторных уравнений высокого порядка были исследованы в работах М. Х. Аламинова. В работах И. О. Хажиева были исследованы некорректные задачи для уравнений в частных производных смешанно-составного типа. Вопросам построения приближенных решений некорректных краевых задач посвящены работы Ш. Ярмухаммедова, Б. К. Амонова, Т. Ишонкулова, Э. Саттарова и других. Обратные задачи и интегральной геометрии были исследованы в работах Д. Дурдиева, А. Бегматова и других. Вопросы корректности одномерных обратных задач для псевдо-параболических уравнений третьего порядка были исследованы в работах А. И. Кожанова, С. Г. Пяткова, А. Асанова, Б. С. Аблабекова, М. Ш. Мамаюсупова, С. Н. Шергина и других.

Связь темы диссертации с научно-исследовательскими работами высшего учебного заведения, в которой выполняется диссертация. Диссертационная работа выполнена в соответствии с плановой темой научно-исследовательских работ Ф-4-30 «Внутренние и краевые задачи для дифференциально-операторных уравнений с операторными типами коэффициентов» Национального университета Узбекистана (2012-2016 гг.).

Целью исследования является установление условной корректности и нахождение приближенных решений на множестве корректности некорректных задач для дифференциально-операторных уравнений, а также построение алгоритма численного моделирования для внутренних и граничных задач и их комплексы программ.

Задачи исследования:

получение априорной оценки для математических моделей, которые описываются частными производными второго порядка для дифференциального уравнения, с нелинейной правой частью;

теоремы о единственности и условной устойчивости внутренне-краевой задачи для абстрактного дифференциального уравнения высокого порядка;

исследование устойчивости и единственности решения внутренне-краевой задачи для дифференциальных уравнений в частных производных четвертого порядка смешанного и составного типов;

-построение приближенных решений внутренне-краевых задач для дифференциально-операторных уравнений;

-нахождение приближенных решений, и оценки эффективности приближенных методов в соответствующих функциональных пространствах.

Объектом исследования являются дифференциально-операторные уравнения, математические модели, характеризующиеся частными производными дифференциальных уравнений смешанного и составного типов.

Предметом исследования являются некорректные внутренне-краевые задачи для дифференциально-операторных уравнений, алгоритм численного решения внутренних задач и создание комплексов программ для уравнений в частных производных смешанного типа.

Методы исследования. Методы исследования опираются на концепции и результаты теории некорректных задач, спектрального разложения, логарифмической выпуклости, представления Альманси, Карлемановская оценка, теории интегральных уравнений, методы решений дифференциальных уравнений, регуляризации и другие методы приближенного решения. Для проведения вычислительных экспериментов применялись современные технологии программирования.

Научная новизна исследования состоит в следующем:

приведен математический анализ модели задач, сводящийся к бикалорическому уравнению;

установлено условная корректность задач приложения сводящийся к дифференциально-операторного уравнени второго порядка;

единственность и условная устойчивость краевой задачи для неоднородного составного дифференциального уравнения четвертого порядка и ее приближенное решение;

условная корректность внутренне-краевой задачи для неоднородного составного абстрактного дифференциального уравнения второго порядка самосопряженным операторным коэффициентом и ее численная реализация;

теоремы о единственности и устойчивость на множестве корректности решения внутренне-краевой задачи для дифференциально-операторного уравнения второго порядка с самосопряженным операторным коэффициентом, построение приближенного решения;

единственность и условная устойчивость задач с данными на границе и внутри области регулярности для уравнений в частных производных четвертого порядка смешанного типа и третьего порядка составного дифференциального уравнения и их численная реализация.

Практические результаты исследования носят теоритический характер. Полученные результаты могут быть использованы в научных исследованиях специалистами, занимающиеся теориями некорректных задач для дифференциальных уравнений, при численном решении абстрактных, внутренних и граничных задач соответствующих моделей задач приложений.

Достоверность результатов исследования обоснована строгостью математических рассуждений и доказательств, использованием методов теории обратных и некорректных задач математической физики, соответствием полученных теоритических результатов результатам компьютерного моделирования, медотом регуляризации и квази-обращением, и сравнением с точным решением тестовой задачи и проведением численных экспериментов.

Научная и практическая значимость результатов исследования. Работа имеет теоритической характер и результаты диссертации можно использовать для дальнейшего развития теории дифференциально-операторных уравнений в частных производных, а также в теории обратных и некорректных задач.

Практическая значимость полученных в исследовании результатов обосновываются возможностью применения к моделям геофизических наблюдений, в газовой динамике, механике сплошной среды, распространении акустических волн и подобным прикладным задачам, которые выражаются некорректными внутренними и граничными задачами для дифференциальных уравнений составного и смешанного типов, а также при математическом моделировании.

Внедрение результатов исследования:

На основе определения условной устойчивости и нахождения приближенных решений на соответствующем множестве корректности для решений некорректных задач:

априорная оценка решения внутренне-краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных третьего и четвертого порядков использованы в рамках гранта MRU-OT-1/2017 (справка № 89-03-2741 от 11 июля 2019 года Министерства высшего и среднего образования Республики Узбекистан) по построению приближенных решений внутренне-краевых задач для дифференциальных уравнений третьего и четвертого порядков смешанного типа. Применения научных результатов дали возможность визуализировать численные решения внутренне-краевых задач для дифференциальных уравнений третьего и четвертого порядков;

теоремы о единственности и условной устойчивости внутренне-краевой задачи для дифференциально-операторного уравнения второго порядка использованы в рамках гранта ОТ-Ф-4-(36+32) по нахождению приближенных решений в соответствующих функциональных пространствах, для дифференциальных уравнений в частных производных, с нелинейной правой частью. (справка № 89-03-4677 от 2 декабря 2019 года Министерства высшего и среднего образования Республики Узбекистан) Применение научных результатов дали возможность оценить норму разности между точными и приближенными решениями.

Апробация результатов исследования. Результаты данного исследования были обсуждены на 15 научно-практических конференциях, в том числе на 9 международных и 6 республиканских.

Публикация результатов исследования. По теме диссертации опубликовано 23 научных работ, из них 7 научных статей, в том числе 1 в зарубежных и 6 в республиканских журналах, рекомендованных высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан для защиты докторских диссертаций и 1 авторское свидетельство на программе для ЭВМ.

Объём и структура диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка использованной литературы и приложения. Объем диссертации составляет 108 страниц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обоснована актуальность и востребованность темы диссертации, определено соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики, приведен обзор зарубежных научных исследований, степень изученности проблемы, сформулированы цели и задачи, выявлены объект и предмет исследования, изложены научная новизна и практические результаты исследования, раскрыта теоретическая и практическая значимость полученных результатов, даны сведения о внедрении результатов исследования, об опубликованных работах и о структуре диссертации.

В первой главе диссертации, названной **«Исследование и численные методы решения некорректных задач для дифференциально-операторных уравнений»**, приведены необходимые предварительные сведения, основные определения, теоремы и леммы для некорректных задач, которые будут использованы при изложении результатов диссертации, а также исследованы краевые задачи для дифференциально-операторных уравнений второго и четвертого порядков в гильбертовых пространствах, построены их приближенные решения и численные реализации на компьютере.

В параграфе 1.1 представлен краткий обзор выводов по теме диссертации, приведены методы решения некорректных задач, определение условной корректности, теорема А.Н. Тихонова, функция логарифмической выпуклости, определение l-корректности и регуляризирующего оператора.

В параграфе 1.2 исследуется обратная задача Коши для составного дифференциального уравнения в частных производных с нелинейной правой частью.

Найти функцию $u(x,t)$ удовлетворяющую уравнению

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)^2 u(x,t)=f(x,t,u) \qquad (1)$$

в области $Q=\{(0<t<T)\times(0<x<\pi)\}$ и, следующим условиям:

начальным

$$u|_{t=0}=0,\ u_t|_{t=0}=0,\quad 0\le x\le \pi, \tag{2}$$

и граничным

$$\begin{aligned} &u|_{x=0}=0,\quad u|_{x=\pi}=0, \qquad 0\le t\le T,\\ &u_{xx}|_{x=0}=0,\quad u_{xx}|_{x=\pi}=0,\quad 0\le t\le T, \end{aligned} \tag{3}$$

В качестве примера рассматриваемой задачи рассмотрим модель приложения, процесс распространения тепла.

Пусть $u(x,t)$ температура стержня длины π и задан источник в виде $f(x,t)$ внутри стержня.

Введем обозначение $v(x,t)=\dfrac{\partial u}{\partial t}+\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ для решения математической модели (1)-(3). Тогда

$$\begin{cases} \dfrac{\partial v}{\partial t}+\dfrac{\partial^2 v}{\partial x^2}=f(x,t),\ \ \{0<x<\pi,\ 0<t<T\},\\ v(x,0)=0, \qquad\qquad 0\le x\le \pi,\\ v(0,t)=0,\ v(\pi,t)=0,\ 0\le t\le T, \end{cases} \tag{4}$$

то есть температура начальный момент в стержне нулевая. После обозначения наша первоначальная задача примет вид:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t}+\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}=v(x,t),\\ u(x,0)=0, \qquad\qquad 0\le x\le \pi,\\ u(0,t)=0,\ u(\pi,t)=0,\ 0\le t\le T. \end{cases} \tag{5}$$

Таким образом, это соответствует задаче приложения определения температуры среды в прошлом времени по известной температуре в данный момент. Граничные условия соответствуют нулевой температуре на границе и в начальный момент температура равна нулю. Хорошо известно, что данная задача некорректна, а именно отсутствует непрерывная зависимость решений от данных.

Определение 1. Под решением задачи (1)-(3) понимаем непрерывную $\tilde{Q}$ функцию, имеющую непрерывные производные входящие в уравнение, удовлетворяющее уравнению (1) и условиям (1), (3).

Определение 2. Задача $Au=f$ называется l-корректной, если $\forall\varepsilon>0$ существует положительная постоянная $c(\varepsilon)$ такая, что $\forall u\in C(Q)\bigcap C(l)$ имеет место оценка

$$\|u\|\le \varepsilon l(u)+c(\varepsilon)\|Au\|.$$

Лемма 1. Для решения задачи (5) верна оценка

$$\int_0^T\int_0^\pi u^2(x,t)dxdt \le \frac{1}{2s}\int_0^\pi u_x^2(x,T)dx + \frac{1}{2s^2}\int_0^\pi (u_{tx}(x,T)+u_{xxx}(x,T))^2 dx + \\ + \frac{e^{4T^2 s}}{16s^4}\int_0^T\int_0^\pi f_1(x,t)dxdt \tag{6}$$

или

$$\int_0^T\int_0^\pi u^2(x,t)dxdt \le \omega_m(\delta), \tag{7}$$

где $w_m(\delta)=\inf_{\varepsilon>0}(\varepsilon m + c(\varepsilon)\delta)$, $\varepsilon = s^{-1}$, $c(\varepsilon)=e^{4T^{2/\varepsilon}}/16\varepsilon^{-4}$, $\int_0^T\int_0^\pi f_1^2(x,t)dxdt \le \delta$,

$$l(u)=\int_0^\pi u_x^2(x,T)dx + \int_0^\pi (u_{tx}(x,T)+u_{xxx}(x,T))^2 dx \le m.$$

Теорема 1. Решение задачи (1)- (3) единственно.

Теорема 2. Решение задачи (1)-(3) на множестве $l(u)\le m$ устойчива и верна оценка устойчивости (7).

Построены приближенные решения задачи (1)-(3) методом разделения переменных. Определена оценка разности между точным и приближенным решениями

$$\int_0^T \left\|u-u_{N\varepsilon}\right\|^2 d\tau \le 2\left\{\int_0^T \left\|u-u_N\right\|^2 d\tau + \int_0^T \left\|u_N-u_{N\varepsilon}\right\|^2 d\tau\right\} \le C(T,s)\gamma(N,m)+C_1(T)e^{N^2T}\varepsilon,$$

где $C(T,s)$-постоянная зависящая от T и s, $C_1(T)$- постоянная зависящая от T, $\gamma(N,m)\to 0$ при $N\to\infty$.

Выбираем источник тепла в момент t точке x в виде

$$f(x,t)=x^3(\pi-x)^3\exp(-t), \quad f(x,t)=\sin(\pi-x)\exp(-t),$$

а приближенные данные

$$f(x,t)=x^3(\pi-x)^3\exp(-t)(1+\varepsilon), \quad f(x,t)=\sin(\pi-x)\exp(-t)(1+\varepsilon),$$

N выберем из условия

$$\inf_{N>0}\left(C(T,s)\gamma(N,m)+C_1(T)e^{N^2T}\varepsilon\right).$$

В качества примера рассмотрим

$$m=1000,\, T=1,\varepsilon=10^{-3},N=3,\ \ m=2000,\, T=3,\varepsilon=10^{-2},N=1,$$
$$m=5000,\, T=2,\varepsilon=10^{-3},N=2.$$

Здесь m выбран произвольно, а обычно он определяется в зависимости от конкретной модели.

При $m=1000$, $T=1$, $\varepsilon=0.001$, $N=2$, значениях решения задачи приведены в таблицах 1 и 2, а также отражены на рисунке Рис. 1.

Из ниже приведенных таблиц и графика видно, что численные значения приближенного решения и приближенного решения по приближенным данным достаточно близки друг другу.

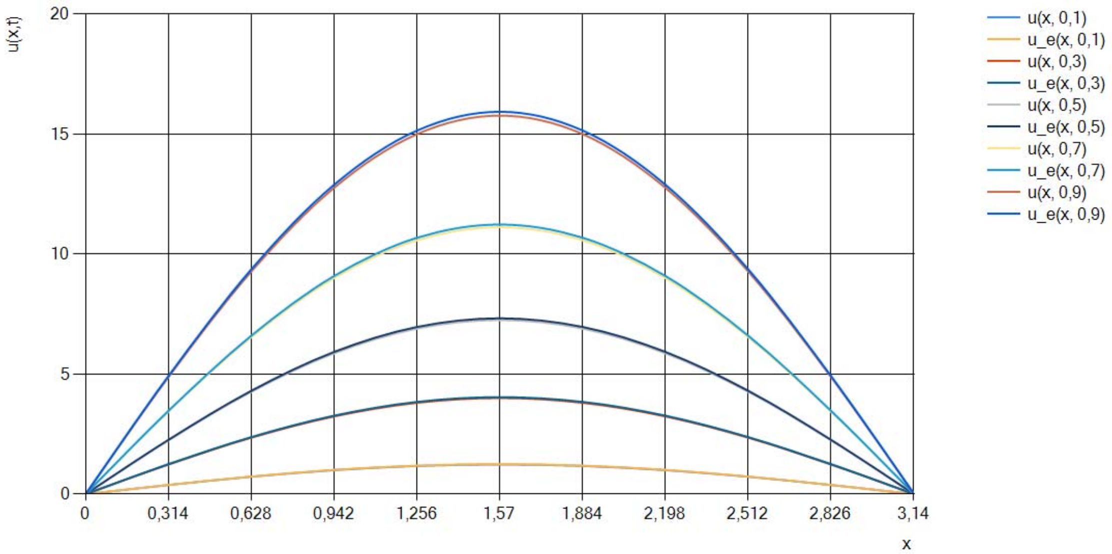


Рис. 1. График приближенного решение по точным и приближенным данным

Таблица 1

Приближенное решение $u_N(x,t)$ соответствующим точным данным

$x \quad t$	$t=0$	$t=0.1$	$t=0.3$	$t=0.5$	$t=0.7$	$t=0.9$	$t=1$
$x=0$	0	0	0	0	0	0	0
$x=2\pi/10$	0	1,5087	5,3472	10,8421	18,9357	31,0217	39,1758
$x=4\pi/10$	0	2,4411	8,6519	17,5429	30,6385	50,1941	63,3878
$x=6\pi/10$	0	2,4411	8,6519	17,5429	30,6385	50,1941	63,3878
$x=8\pi/10$	0	1,5087	5,3472	10,8421	18,9357	31,0217	39,1758
$x=\pi$	0	0	0	0	0	0	0

Таблица 2

Приближенное решение $u_{N\varepsilon}(x,t)$ соответствующим приближенным данным

$x \quad t$	$t=0$	$t=0.1$	$t=0.3$	$t=0.5$	$t=0.7$	$t=0.9$	$t=1$
$x=0$	0	0	0	0	0	0	0
$x=2\pi/10$	0	1,5102	5,3525	10,8529	18,9546	31,0527	39,2150
$x=4\pi/10$	0	2,4436	8,6606	17,5604	30,6692	50,2443	63,4512
$x=6\pi/10$	0	2,4436	8,6606	17,5604	30,6692	50,2443	63,4512
$x=8\pi/10$	0	1,5102	5,3525	10,8529	18,9546	31,0527	39,2150
$x=\pi$	0	0	0	0	0	0	0

В параграфе 1.3 рассматривается следующая краевая задача: найти функцию $u(t)$, $t \in (0,T)$ удовлетворяющую следующим условиям:

$$\left(\frac{d}{dt} - A\right)^2 u = f(t,u), \tag{8}$$

$$u|_{t=0} = 0, \qquad u_t|_{t=0} = 0. \tag{9}$$

Рассматриваемая нами математическая модель предыдущего параграфа является примерами задачи приложения когда

1. $Au = -\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2},\ u|_{x=0} = 0, u|_{x=\pi} = 0,$
2. $Au = -\Delta u,\ u|_S = 0,$
3. $Au = (\Delta)^2 u,\ u|_S = 0.$

Данной математической моделью могут быть описаны задачи приложений, диффузионные процессы, задачи загрязнений окружающей среды и другие.

Теорема 3. Пусть $f(t,u)$ непрерывная функция по обоим аргументам и удовлетворяет условию $|f(t,u) - f(t,v)| < |f_1(t)||u-v|$, где $|f_1(t)| < 1$ для $\forall t$. Решения задачи (8), (9) единственно.

Теорема 4. Пусть $f(t,u)$ удовлетворяет условию $\int_0^T \|f(t,u)\|^2 dt \le \int_0^T \alpha_1 \|f_1\|^2 dt + \int_0^T \alpha_2 \|u\|^2 dt$ с $\int_0^T \|f_1\|^2 dt \le \delta$, решение задачи (8), (9) на множестве $l(u) \le m$ устойчива и верна оценка устойчивости $\int_0^T \|u\|^2 dt \le \omega_m(\delta)$,

где $\omega_m(\delta) = \inf\limits_{\varepsilon>0}(\varepsilon m + c(\varepsilon)\delta), \quad \varepsilon = s^{-1}, \quad c(\varepsilon) = \dfrac{e^{\frac{4T^2}{\varepsilon}} \varepsilon^4}{16}, \quad \int_0^T \|f_1\|^2 dt \le \delta,$

$l(u) = \left|\left(Au(T), u(T)\right)\right| + \left|\left(Au_t(T) - A^2 u(T), u_t(T) - Au(T)\right)\right| \le m$.

Пусть $f(t,u) = f(t), \quad \int_0^T \|f(t) - f_\delta(t)\|^2 dt \le \delta$ находим оценку между точным и приближенным решением, при условии, что $u \in M_s = \{u \in D(l) | l(u) \le s\},\ s > 0$.

Тогда построены приближенные решения по точным и приближенным начальным данным, а разность, в соответствующем функциональном пространстве, удовлетворяет следующему неравенству:

$$\left\{\int_0^T \left\|u(t) - u(t)^{(N\delta)}\right\|^2 dt\right\}^{1/2} \le (C(s)\gamma(N,m))^{1/2} + (C_1(T) e^{2\lambda_N T} \delta^2)^{1/2}$$

где $\gamma(N,m) \to 0,\ N \to \infty,\ C(s) -$ постоянная зависящая от s, $C_1(T)$- постоянная зависящая от T.

Минимизируя правую часть последнего неравенства по δ, для $\delta > 0$ находим формулу для параметра регуляризации N.

В параграфе 1.4 первой главы рассматривается следующая задача: Ищется решение уравнения

$$\left(\frac{d}{dt}-A\right)^2 u=f(t),\ \ 0<t<T\ , \tag{10}$$

удовлетворяющим следующим условиям:

$$\begin{aligned} u|_{t=0}&=\phi_1, \\ u|_{t=l_1}&=\phi_2, \end{aligned} \tag{11}$$

где A- самосопряженный оператор с плотной в H областью определения $D(A)$ и $0<l_1<T$. В качестве приложений возьмём

$$Au=-\frac{\partial^2 u}{\partial x^2},\ u|_{x=0}=0,\ u|_{x=\pi}=0,$$

причём начальный момент температура равна заданной функций и известно значений температуры внутри стержня. Стержень предполагается однородным. По этим данным требуется определить значение температуры внутри любой точки стержней. Теоритический доказано, что данная задача некорректна. Рассматриваемой математической модель данной задачи условно корректно получена априорная оценка для решения рассматриваемой задачи. Доказаны теоремы о единственности и условной устойчивости задачи (10), (11).

Приближенное решение задачи методом квази-обращения.

Пусть A самосопряженный оператор, имеющий полную ортонормированную систему собственных функций $\{\xi_k\}_{k=1}^{\infty}$ и соответствующую систему собственных значений $\{\lambda_k\}_{k=1}^{\infty}$ расположенных в порядке оценка нормы разности между точным и приближенным решениями возрастания: $\lambda_1\le\lambda_2\le\lambda_3\le\ldots$.

Рассмотрим некоторые специальные случаи задачи (10), (11).

А) Пусть в задаче (10), (11) $\phi_2=0,\ \ f(t)=0,\ \ u\in M$. Тогда окончательно имеем

$$\left\|u(t)-u^{(\alpha\varepsilon)}(t)\right\|\le\frac{l_1-t}{l_1-T}e^{-2}\,\frac{4\alpha tm}{(T-t)^2}+\left(1-\frac{t}{l_1}\right)e^{\frac{t}{4\alpha}}\varepsilon\,.$$

Б) Пусть в задаче (10), (11) $\phi_1=0,\ f(t)=0,\ u\in M$, следовательно, нормы разности между точным и приближенным решениями имеем

$$\left\|u(t)-u^{(K\varepsilon)}(t)\right\|\le\frac{t}{T}e^{-2}\times\frac{4\alpha(t-l_1)m}{(T-t)^2}+\frac{t}{l_1}e^{\frac{(t-l_1)}{4\alpha}}\varepsilon\,.$$

Минимизируя правую часть последнего неравенство по ε, для $\varepsilon>0$ находим формулу для параметра K регуляризации.

Вторая глава диссертации, названная **«Начально-краевые и внутренние задачи для дифференциальных уравнений второго и высокого порядков и их численная реализация»,** рассматривается задачи с данными внутри области для дифференциально-операторного уравнения второго и более высокого порядков. Получены априорные оценки для решения рассматриваемых задач. Доказаны теоремы о единственности и условной устойчивости. Построено приближенное решение методом регуляризации А.Н.Тихонова.

Во второй главе первого параграфа рассматривается решение дифференциального уравнения

$$\left(\frac{d^2}{dt^2} - A^2\right)u(t) = f(t) \tag{12}$$

в области $D = \{0 < l < T\}$ и удовлетворяющей следующим условиям:

$$u|_{t=0} = \varphi, \quad u|_{t=l} = \psi, \tag{13}$$

где A - самосопряженный положительный оператор с плотной в H областью определения $D(A)$.

Моделью приложений соответствующей данной задаче можно рассмотреть также задачу распространений тепла.

Пусть $Au = -\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, $u|_{x=0} = 0$, $u|_{x=\pi} = 0$.

Тогда с помощью замены искомая задача сводится к следующим задачам:

$$\begin{gathered}
\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^4}{\partial x^4}\right)u(x,t) = f(x,t), \\
u|_{t=0} = 0, \quad u|_{t=l} = \psi(x), \quad 0 \le x \le \pi, \\
u|_{x=0} = 0, \quad u|_{x=\pi} = 0, \quad 0 \le t \le T, \\
u_{xx}|_{x=0} = 0, \quad u_{xx}|_{x=\pi} = 0, \quad 0 \le t \le T.
\end{gathered} \tag{14}$$

Введем обозначения $v(x,t) = \left(\dfrac{\partial}{\partial t} + \dfrac{\partial^2}{\partial x^2}\right)u(x,t)$ тогда решения задачи (14) сводиться к следующему

$$\begin{aligned}
&\left(\frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)v(x,t) = f(x,t), && \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)u(x,t) = v(x,t), \\
&v|_{t=0} = \varphi_1, && u|_{t=0} = 0, \\
&v|_{x=0} = 0, \quad v|_{x=\pi} = 0, && u|_{x=0} = 0, \quad u|_{x=\pi} = 0.
\end{aligned}$$

После доказательство условной корректности произведен численный расчет с конкретно заданным источником, который определяет значение температуры внутри стержня.

Пусть A самосопряженный оператор, имеющий полную ортонормированную систему собственных функций $\{\xi_n\}_{n=1}^{\infty}$ и соответствующую систему положительных собственных значений $\{\lambda_n\}_{n=1}^{\infty}$ расположенных в порядке возрастания: $\lambda_1 \le \lambda_2 \le \lambda_3 \le \ldots$.

Пусть в задаче (12), (13) $\varphi = 0,\ f = 0, u \in M$. В этом случае нами построены приближенные решения по точным и приближенным начальным данным, а разность, в соответствующем функциональном пространстве, удовлетворяет следующему неравенству:

$$\left\| u(t) - u^{(N\varepsilon)}(t) \right\| \le C(\lambda_N, T) e^{\lambda_N (t-T)} m + e^{\lambda_N (t-l)} \varepsilon . \qquad (15)$$

Из нижеприведенных таблиц и графика видно, что численные значения приближенного решения и приближенного решения по приближенным данным достаточно близки друг другу

1. Задается $\varepsilon = 10^{-2}$, и $\psi = x^2 (x-\pi)^2$, $\psi_\varepsilon = x^2 (x-\pi)^2 (1+\varepsilon)$.
2. Задается константа множества корректности (выбирается из условия приложения).
3. По этим данным из оценки эффективности (15) находится параметр регуляризации в зависимости от t, T, l, m, ε.

Таблица 3

Приближенное решение по точным данным

x \ t	t=0	t=0,5	t=1	t=1,5	t=2	t=2,5	t=3
x=0	0	0	0	0	0	0	0
x=0,5236	0	0,6638	1,4971	2,7125	4,6203	7,7074	12,7618
x=1,0472	0	1,1498	2,593	4,6982	8,0026	13,3496	22,1042
x=1,5708	0	1,3277	2,9942	5,425	9,2406	15,4148	25,5237
x=2,0944	0	1,1498	2,593	4,6982	8,0026	13,3496	22,1042
x=2,618	0	0,6638	1,4971	2,7125	4,6203	7,7074	12,7618
x=3,1416	0	0	0	0	0	0	0

Таблица 4

Приближенное решение по приближенным данным

x \ t	t=0	t=0,5	t=1	t=1,5	t=2	t=2,5	t=3
x=0	0	0	0	0	0	0	0
x=0,5236	0	0,6705	1,5121	2,7396	4,6665	7,7845	12,8895
x=1,0472	0	1,1613	2,619	4,7452	8,0826	13,4831	22,3252
x=1,5708	0	1,3409	3,0241	5,4793	9,333	15,5689	25,7789
x=2,0944	0	1,1613	2,619	4,7452	8,0826	13,4831	22,3252
x=2,618	0	0,6705	1,5121	2,7396	4,6665	7,7845	12,8895
x=3,1416	0	0	0	0	0	0	0

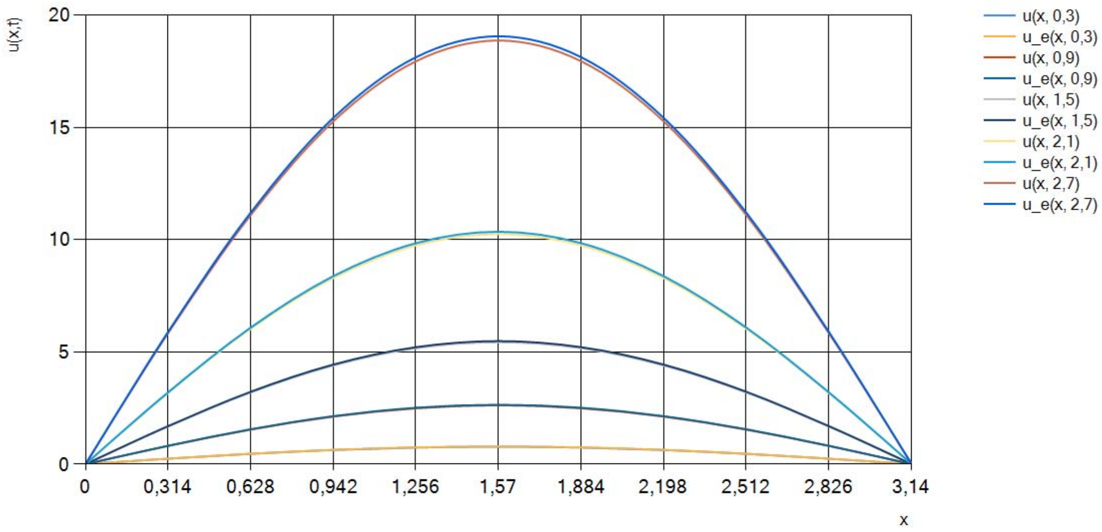


Рис. 2. График приближенного решения по точным и приближенным данным.

Во втором параграфе данной главы исследуется решение абстрактного составного дифференциального уравнения третьего порядка, состоящего из умножения дифференциально-операторных выражений с самосопряженными операторными коэффициентами с известными значениями в начальный момент времени и при фиксированном моменте времени внутри области определения.

Рассмотрим решение дифференциального уравнения

$$\left(\frac{d}{dt}+A\right)^3 u(t)=0,\ \ 0<t<T, \tag{16}$$

в области $D=\{0<l_1<l_2<T\}$ и удовлетворяющую следующим условиям:

$$\begin{aligned} &u|_{t=0}=\varphi, \\ &u|_{t=l_1}=\varphi_1, \\ &u|_{t=l_2}=\varphi_2, \end{aligned} \tag{17}$$

где A самосопряженный положительный оператор с плотной в H областью определения $D(A)$.

Теорема 5. Пусть A самосопряженный положительный оператор, тогда решение задачи (16), (17) единственно.

Теорема 6. Пусть A самосопряженный положительный оператор, $u\in M$ и пусть $\|\varphi-\varphi_\varepsilon\|<\varepsilon$, $\|\varphi_1-\varphi_{1\varepsilon}\|<\varepsilon$, $\|\varphi_2-\varphi_{2\varepsilon}\|<\varepsilon$, где $\varphi_\varepsilon, \varphi_{1\varepsilon}, \varphi_{2\varepsilon}$ приближенные $\varphi, \varphi_1, \varphi_2$ соответственно, и u_ε решение задачи (16), (17) с данными $\varphi_\varepsilon, \varphi_{1\varepsilon}, \varphi_{2\varepsilon}$. Тогда для разности решений имеет место оценка

$$\|u(t)-u_\varepsilon(t)\|\le\begin{cases}\omega(\varepsilon,m), & 0<t<l,\\ \omega_1(\varepsilon,m), & l_1<t<l_2,\\ \omega_2(\varepsilon,m), & l_2<t<T,\end{cases}$$

здесь $\omega(\varepsilon,m)=\mu_1\varepsilon+\mu_2 l_1(2m)^{(1-t/l_1)}\varepsilon^{t/l_1}+\mu_3 l_1^2(2m)^{(1-t/l_2)}\varepsilon^{t/l_2}$,

$\omega_1(\varepsilon,m)=\left(\mu_1+\mu_2 l_2\right)\varepsilon+\mu_3 l_2^2(2m)^{(1-t/l_2)}\varepsilon^{t/l_2}$, $\omega_2(\varepsilon,m)=\left(\mu_1+T+T^2\mu_3\right)\varepsilon$.

В параграфе 2.3 построено приближенное решение условия налагаемые на оператор A, означают, что у него имеются полная ортонормированная система собственных функций $\{\xi_k\}_{k=1}^{\infty}$ и соответствующая система положительных собственных значений $\{\lambda_k\}_{k=1}^{\infty}$ расположенных в порядке возрастания: $\lambda_1\le\lambda_2\le\lambda_3\le\ldots$.

Получена следующая оценка эффективности между точными и приближенными решениями

$$\left\|u(t)-u^{(N\varepsilon)}(t)\right\|\le\left\|u(t)-u^{(N)}(t)\right\|+\left\|u^{(N)}(t)-u^{(N\varepsilon)}(t)\right\|\le C(T,m)\gamma(N)+\omega(N,\varepsilon)$$

где $C(T,m)$ постоянная зависящая от T,m причем $\gamma(N)\to 0$ при $N\to\infty$.

Из нижеприведенного графика видно, что численные значения приближенного решения и приближенного решения по приближенным данным достаточно близки друг другу.

1. Задается $\varepsilon=10^{-2}$ и $\varphi=x^5(x-\pi)^5$, $\varphi_\varepsilon=x^5(x-\pi)^5(1+\varepsilon)$, $\varphi_1=\sin(x-\pi)$, $\varphi_{1\varepsilon}=\sin(x-\pi)(1+\varepsilon)$, $\varphi_2=x^5(x-\pi)^5$, $\varphi_{2\varepsilon}=x^5(x-\pi)^5(1+\varepsilon)$.
2. Задается константа множества корректности (выбирается из условия приложения).
3. По этим данным из оценки эффективности находится параметр регуляризации в зависимости от t, T, ε, m.
4. По этим данным вычисляется приближенное решение по приближенным данным

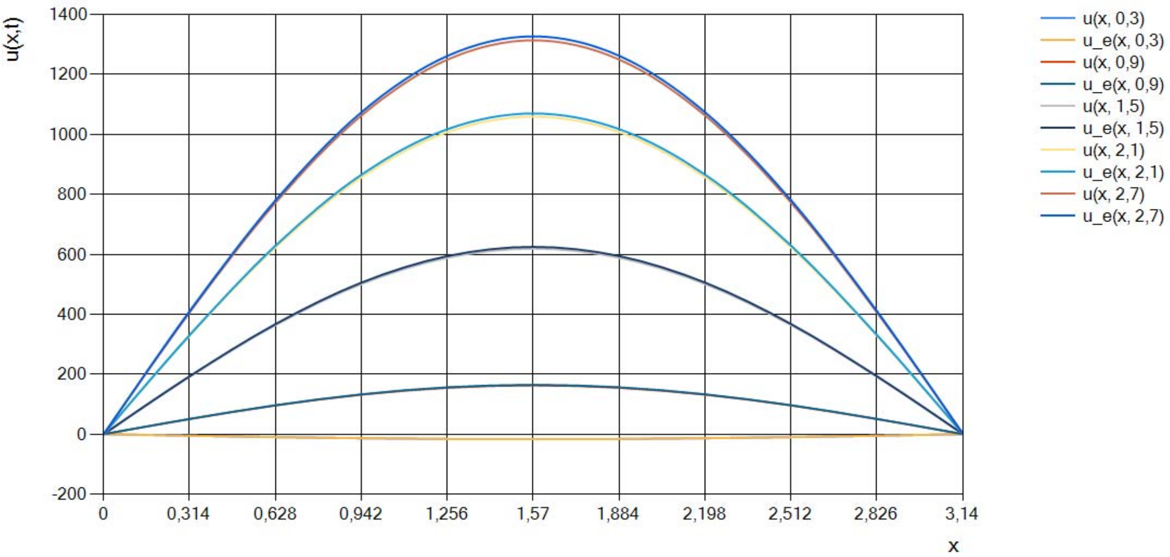


Рис. 3. График приближенного решения по точным и приближенным данным.

В третьей главе диссертации, названной «**Исследование моделей задач приложения соответствующих некорректным краевым задачам для уравнения в частных производных смешанного типа**» исследована некорректная краевая задача с данными внутри области для смешенного типа четвертого порядка и составного типа третьего порядка. Получены априорные оценки для решения рассматриваемого уравнения. Доказаны теоремы о единственности решения и условной устойчивости решения исследуемой задачи.

В параграфе 3.1 рассматривается многоточечная задача некорректная в смысле Адамара для дифференциального уравнения в частных производных смешанно типа 4-го порядка.

Постановка задачи. В области $\Omega = \{-1 < x < 1,\ 0 < t < T,\ x \neq 0\}$ рассмотрим следующее уравнение

$$sign\,x \frac{\partial^4 u(x,t)}{\partial t^4} + \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = 0 \qquad (18)$$

и пусть ее решение удовлетворяет следующим условиям:
начальным и внутренним

$$\begin{gathered} u(x,t_1) = \varphi_1(x),\ u(x,t_2) = \varphi_2(x), \\ u(x,t_3) = \varphi_3(x),\ u(x,t_4) = \varphi_4(x),\ \ 0 = t_1 < t_2 < t_3 < t_4 = T, \end{gathered} \qquad (19)$$

граничным

$$u(-1,t) = u(1,t) = 0 \qquad (20)$$

а также условиям склеивания

$$u(-0,t) = u(+0,t),\ u_x(-0,t) = u_x(+0,t). \qquad (21)$$

Нами рассматриваемая задача является обобщением математической модели Лаврентьева-Бицадзе. Покажем здесь, что к задаче Лаврентьева-Бицадзе могут быть сведены две задачи для плоскопараллельных околозвуковых течений. В этом случае задача должна быть решена для уравнения Чаплыгина

$$\eta \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} + b(\eta) \frac{\partial \psi}{\partial \eta} = 0,$$

где η-некоторая функция скорости потока, положительная при дозвуковых и отрицательная при сверхзвуковых скоростях, θ- угол наклона скорости и ψ - функция тока.

Теорема 7. Для единственности решения задачи необходимо и достаточно, чтобы уравнения

$$\sqrt{\mu_k}\,t_0 = m\pi,\ \sqrt{\mu_k}\,t_0 = \sqrt{2}q\pi,$$

не имели решений в целых числах m, q.

Теорема 8. Пусть для каждого числа $\frac{\sqrt{\mu_k}t_0}{\pi}$ существует константа $M>0$ и $s\in N$, при которых выполняются неравенства

$$\left|\frac{\sqrt{\mu_k}t_0}{\pi}-m_q(\mu_k)\right|\geq M\left|\mu_k\right|^{-s}$$

для всех (кроме конечного числа) пар целых чисел m_q $(q=1,2)$ и $k\neq 0$, и пусть $\left\|\phi_1-\phi_{1\varepsilon}\right\|\leq\varepsilon$ где $\phi_{1\varepsilon}$ приближенные к ϕ_1 соответственно, а u_ε решение задачи (18)-(21) с данными $\phi_{1\varepsilon}$. Тогда

$$\left\|U(x,t)\right\|^2=\left\|u(x,t)-u_\varepsilon(x,t)\right\|^2\leq\begin{cases}n\left((\varepsilon)^{2(1-w_1)}\left(m_1\right)^{2w_1}+(\varepsilon)^{2(1-w_1)}\left(m_2\right)^{2w_1}\right), & 0\leq t\leq t_0,\\ n\left(\left(m_1\right)^2+\left(m_2\right)^2\right), & t_0\leq t\leq T.\end{cases}$$

Параграф 3.2 посвящен исследованию устойчивости и единственности решения внутренне-краевых задач для уравнения третьего порядка. Рассматривается вопрос о построении эффективного в смысле оценки приближенного решения исследуемой задачи.

Постановка задачи. Ищется функция $u(x,t)$ удовлетворяющая уравнению

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}+\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)u(x,t)=0, \tag{22}$$

в области $D=\{(x,t)|\ \ 0<x<\pi,\ \ 0<t<T\}$ и граничным условиям:

$$\begin{aligned}&u|_{x=0}=0, && u|_{x=\pi}=0, && 0\leq t\leq T,\\ &u_{xx}|_{x=0}=0, && u_{xx}|_{x=\pi}=0, && 0\leq t\leq T,\end{aligned} \tag{23}$$

а также следующим условиям

$$\begin{aligned}&u|_{t=0}=\phi_1(x), && 0\leq x\leq\pi,\\ &u|_{t=t_0}=\phi_2(x), && 0\leq x\leq\pi,\\ &u|_{t=2t_0}=\phi_3(x), && 0\leq x\leq\pi,\end{aligned} \tag{24}$$

где $0<t_0<2t_0<T$.

В данном параграфе задача называется внутренней краевой, так как данные по t заданы внутри области регулярности. Вообще говоря, это задача некорректно в смысле Адамара, исследуется на условную корректность сведением к задаче Коши для рассматриваемого уравнения. Доказаны теоремы о единственности и условной устойчивости.

В параграфе 3.3 построено приближенное решение методом регуляризации и получена оценка погрешности нормы разности точного и приближенного решения. Параметр регуляризации вычисляется из условия минимума оценки разности нормы между точным и регуляризованным решениями задачи. Находим оценку между точным и приближенным решением при условии, что $u \in M = \int_0^\pi (u^2(x,T) + u_{tt}^2(x,T) + u_{xx}^2(x,T))dx \le m^2$ и имеем

$$\left\| u(x,t) - u^{(N\varepsilon)}(x,t) \right\|^2 \le e^{2(N+1)^2(2t_0-T)} m^2 + Ce^{4(N)^2 t_0} \varepsilon^2$$

где C константа.

Параметр регуляризации определяется по следующей формуле

$$N = \left[-1.0 + \sqrt{\frac{(T-2t_0)^2}{T^2} - \frac{T-2t_0}{T} - \ln\left(\frac{4\varepsilon^2 / m^2}{2T}\right)} \right].$$

1. Задается ε и $\varphi_{3\varepsilon} = (x-\pi)^2 x^2$.
2. Задается константа множества корректности (выбирается из условия приложения).
3. По этим данным $T = 3,\ t_0 = 1.5,\ \varepsilon = 10^{-3},\ m = 5$ вычисляется приближенное решение по приближенным данным

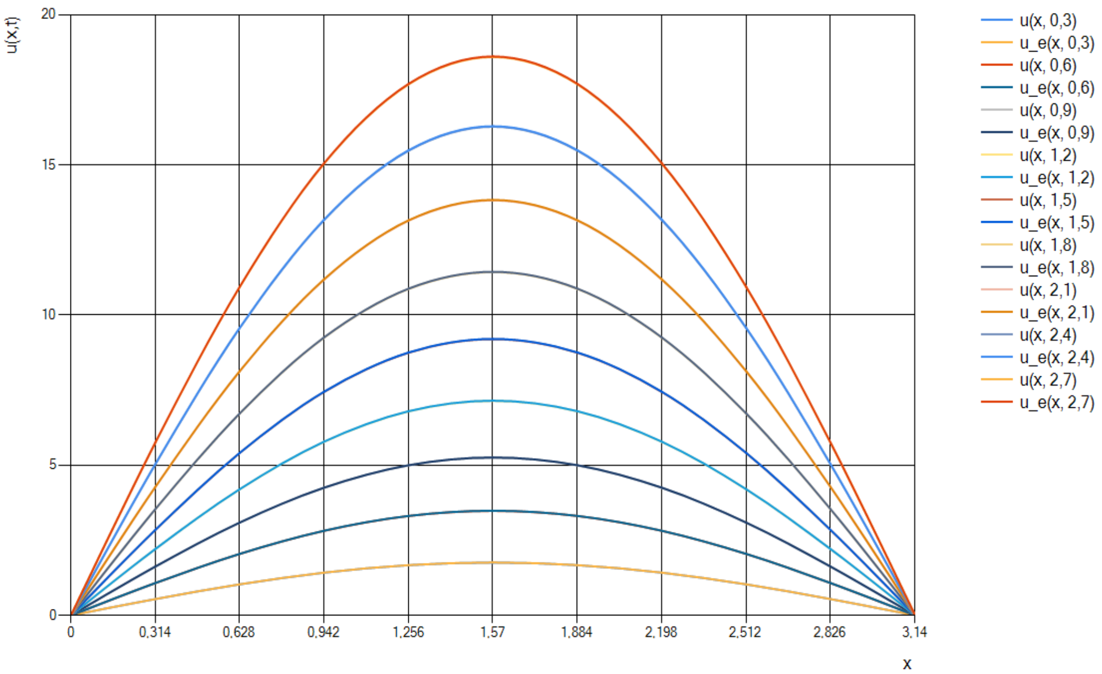


Рис. 4. График приближенного решения по точным и приближенным данным.

В параграфе 3.4. рассматривается задача с данными внутри области регулярности для псевдопараболического уравнения, спектральные вопросы, связанные с псевдопараболическими уравнениями. Доказано единственность решения задачи, получена оценка условной устойчивости решения задачи на множестве корректности. Нами исследуется внутренняя задача для псевдо-параболического уравнения с меняющимся направлением времени.

Пусть $u(x,t)$ определена в полу полосе $D=\{-\pi \le x \le \pi, \quad t \ge 0\}$ и является решением уравнения

$$\operatorname{sgn} x u_t = u_{xxt}(x,t) + u_{xx}(x,t). \qquad (25)$$

Задача. Ищется функция $u(x,t)$ удовлетворяющая уравнению (25) в области $D_1=\{-\pi < x < \pi,\, x \ne 0, \quad t > 0\}$ по следующим условиям:

$$u(-\pi,t)=u(\pi,t)=0, \quad u(-0,t)=u(+0,t), \quad u_x(-0,t)=u_x(+0,t), \qquad (26)$$

$$u(x^*,t)=\varphi(t), \qquad (27)$$

где x^*-заданное число промежутка $[-\pi,\pi]$ причём $x^* \ne 0$, $\varphi(t)$- заданная функция.

Теорема 9. Пусть, $u(x,t)\in U(M)$, и является решением задачи (25)-(27). Тогда если $|\varphi(t)| \le \varepsilon$ и x^*/π такое, что $\left|\frac{x^*}{\pi}-\frac{p}{q}\right| \ge \frac{\lambda(x^*/\pi)}{q^m}$, где p, q- целые рациональные числа, m- натуральное число, то $|u(x,t)| \le \omega(\varepsilon_0, M)$, где

$$\omega(\varepsilon_0,M)=\inf_{\varepsilon>0}\left\{\frac{N^m \varepsilon_0 (1+\pi e^{\mu_N x^*})}{24\lambda(x^*/\pi)} + 4MN^{-2}\right\}, \varepsilon_0 = \left(\varepsilon s_0^{-1}\right)^{\omega_0}\left(MCn\right)^{1-\omega_0}, \quad 0<\omega_0<1.$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В теории абстрактных задач и задач с внутренними и граничными данными больше внимания уделяют вопросам получения априорных оценок, и доказательству теорем о единственности и условной устойчивости на множестве корректности.

Основными результатами исследования являются:

1. Априорная оценка решения некорректной краевой задачи для дифференциального уравнения в частных производных второго порядка, с нелинейной правой частью.
2. Теоремы единственности и условной устойчивости для решений некорректных краевых задач для дифференциальных уравнений второго порядка.
3. Изучены задачи с внутренними данными для составного неоднородного дифференциально-операторного уравнения с самосопряженными операторными коэффициентами.
4. Теоремы о единственности и условной устойчивости внутренне-краевой задачи для дифференциально-операторного уравнения высокого порядка.
5. Изучены устойчивость и единственность решения внутренне-краевой задачи для дифференциальных уравнений в частных производных четвертого порядка смешанного типа и составного дифференциального уравнения третьего порядка.

6. Приближенные решения построены в виде последовательностей и соответственно определена норма разности, которая означает близость между точными и приближенными решениями некорректных внутренне-краевых задач для составного дифференциально-операторного уравнения, а также дифференциальных уравнений в частных производных смешанного типа.

7. Для рассмотренных краевых задач приведены примеры моделей соответствующих задач приложения

8. Приведены расчетные формулы, для численной регуляризации учитывающие зависимость параметра регуляризации от погрешности данных.

9 Реализовано программное обеспечение для численного решения, которое устойчиво относительно погрешности данных, результаты выведены в виде таблиц и сравнительно графиков.

На основании определения условной корректности по Тихонову показано, что рассматриваемые задачи имеют единственное и условно-устойчивое решение на множествах корректности. Расчеты показывают, что приближенные решения близки к точному решению, если мы выбираем параметр регуляризации из оценки минимизации нормы разности между точным и приближенным решениям.

SCIENTIFIC COUNCIL AWARDING SCIENTIFIC DEGREES
DSc.03/30.12.2019.FM.01.02 NATIONAL UNIVERSITY OF UZBEKISTAN

NATIONAL UNIVERSITY OF UZBEKISTAN

Abdullayeva Zamira Shamshaddinovna

INVESTIGATION AND ALGORITHM FOR NUMERICAL SOLUTION OF INTERNAL AND BOUNDARY VALUE PROBLEMS FOR HIGH ORDER DIFFERENTIAL EQUATIONS

05.01.07-Mathematical simulation. Numerical methods and software

ABSTRACT OF DISSERTATION OF THE DOCTOR OF PHILOSOPHY (PhD) ON PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

TASHKENT-2020

The theme of dissertation of doctor of philosophy (PhD) on physical and mathematical sciences was registered at the Supreme Attestation Commission at the Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan under number B2018.2.PhD/FM268.

Dissertation has been prepared at National University of Uzbekistan.

The abstract of the dissertation is posted in three languages (uzbek, russian, english (resume)) on the website (www.ik-fizmat.nuu.uz) and the "Ziyonet" Information and educational portal (www.ziyonet.uz).

Scientific supervisor:	**Fayazov Kudratillo Sadridinovich** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor
Official opponents:	**Takhirov Jozil Ostanovish** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor
	Normurodov Chori Begaliyevich Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor
Leading organization:	**Bukhara State University**

The defense will take place on 25 January 2020 at 14:00 at the meeting of Scientific Council number DSc.03/30.12.2019.FM.01.02 at National University of Uzbekistan (Address: University str. 4, Almazar area, Tashkent, 100174, Uzbekistan, Ph.: (+99871) 227-12-24, fax: (+99871) 246-53-21, e-mail: nauka@nuu.uz).

Dissertation is possible to review in Information-resource centre at National University of Uzbekistan (is registered №____) (Address: University str. 4, Almazar area, Tashkent, 100174, Uzbekistan, Ph.: (+99871) 246-02-24).

Abstract of dissertation sent out on 11 January 2020 year.
(Mailing report No.15 on 24 December 2019 year)

M.R. Marakhimov
Chairman of scientific council
on award of scientific degrees,
D.T.S., professor

Z.R. Rakhmonov
Scientific secretary of scientific council
on award of scientific degrees, D.F.-M.S.

M.Aripov
Chairman of scientific seminar under
scientific council on award of scientific
degrees, D.F.-M.S., professor

INTRODUCTION (abstract of PhD thesis)

The aim of the research work. Theory of ill-posed and inverse problems for non-classical partial differential equations is the most intensively developing area of the theory differential equations. Giving field is actually intensive developing area of mathematical modeling, which is associated with a wide variety of applied problems in the field of geophysical observations, in particular with problems of gas dynamics, continuum mechanics, problems of acoustic wave propagation, mathematical biology, as well as in mathematical modeling of various other applied problems. Research of new models and their numerical implementation for non-classical equations, as well as the establishment of conditional correctness of internal-boundary value and other problems are an urgent problem of mathematical modeling.

The object of the research work is to establish conditional correctness and find approximate solutions on the set of correctness of ill-posed problems for differential operator equations, boundary-value and internal problems for high-order differential equations with self-adjoint operator coefficients, as well as the construction of an algorithm for the numerical solution of problems and their numerical implementation on a computer.

Scientific novelty of research work is as follows:

- theorems on the uniqueness and conditional stability of a boundary value problem for an inhomogeneous composite differential-operator equation of the second order with a self-adjoint operator coefficient;

-uniqueness and conditional stability of a boundary value problem for an inhomogeneous composite fourth-order differential equation and its approximate solution;

-conditional correctness of the inner-boundary value problem for a heterogeneous composite abstract second-order differential equation with a self-adjoint operator coefficient and its numerical implementation;

- uniqueness theorems and stability on the well-posedness set of solving an inner-boundary value problem for a second-order differential operator equation with a self-adjoint operator coefficient, constructing an approximate solution;

- uniqueness and conditional stability of problems with data on the boundary and inside the regularity region for fourth-order partial differential equations of mixed and composite types and their numerical implementation;

The structure and volume of the thesis: Dissertation consists of an introduction, three chapters, conclusion, list of references and applications. Volume of the dissertation is 108 pages.

ЭЪЛОН ҚИЛИНГАН ИШЛАР РЎЙХАТИ
СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ
LIST OF PUBLISHED WORKS

I бўлим (1 часть; part 1)

1. Фаязов К.С., Абдуллаева З. Ш. L-корректность краевой задачи для дифференциального уравнения в частных производных четвертого порядка и его приближенное решение// Вестник ННУз. –Ташкент, 2010. – №3. –С. 238-239.(01.00.00 №8)

2. Фаязов К.С., Абдуллаева З. Ш. L correctness of boundary value problem for second order differential-operator equation // Узбекский Математический Журнал. –Ташкент, 2011. –№3 –С. 168-175. (01.00.00 №6)

3. Абдуллаева З. Ш. Внутренне-краевая задача для дифференциального уравнения второго порядка с самосопряженным оператором. //Вестник НУУз. –Ташкент, 2013. –№2. –С. 16-20. (01.00.00 №8)

4. Фаязов К.С., Абдуллаева З. Ш. Задача с внутренними и граничными данными для дифференциально-операторного уравнения третьего порядка. //Вестник НУУз. –Ташкент, 2013. –№2. –С. 177-183. (01.00.00 №8)

5. Фаязов К.С., Абдуллаева З.Ш. Многоточечная задача для дифференциального уравнения смешанного типа четвертого порядка. //УзМЖ –Ташкент, 2016. –№3. –С. 125-135. (01.00.00 №6)

6. Фаязов К.С., Абдуллаева З.Ш. Внутренняя краевая задача для уравнения в частных производных третьего порядка составного типа. //Проблемы вычислительной и прикладной математики. –Ташкент, 2017. –№4 –С. 68-75. (05.00.00 №23)

7. Fayazov K. S., Abdullayeva Z. Sh. Two point problem for the abstract differential equation of the second order. //The international journal of science and technoledge, 2019. Vol. 7, Issue 9, pp. 47-56. DOI:10.24940/theijst/2019/v7/i9/ST1909-018. ((6) International Impact Factor Services. IF=1.002)

II бўлим (2 часть; part 2)

8. Абдуллаева З.Ш. Устойчивость и единственность решения внутренне- краевой задачи для дифференциально-операторного уравнения второго порядка// Международная конференция молодых ученых «Математическое моделирование фрактальных процессов, родственные проблемы анализа и информатики» Кабардино-Балкарская Республика, г. Нальчик 5-8 декабря 2011г. –С. 28-32.

9. Абдуллаева З.Ш. Внутренняя краевая задача для дифференциального уравнения второго порядка// СамДиф-2011 Конференция

«Дифференциальные уравнения и их приложения» – Самара, 26-30 июня 2011г. –С. 11-12.

10. Абдуллаева З.Ш. С внутренними и граничными данными для дифференциально-операторного уравнения третьего порядка// Каракалпакский государственный университет имени Бердаха, материалы Республиканской конференции «Современные проблемы комплексного и функционального анализа», – Нукус, 10-12 мая 2012, 10-12 мая. –С. 15.

11. Фаязов К.С., Абдуллаева З.Ш. Задача с внутренними и граничными данными для дифференциально-операторного уравнения n-го порядка.// «Обратные и некорректные задачи математической физики» Международная конференция, посвященная 80-летию со дня рождения академика М.М. Лаврентьева, Новосибирск, Россия, 5-12 августа 2012 г. –С. 155.

12. Абдуллаева З.Ш. Краевая задача с внутренними и граничными данными для дифференциально-операторного уравнения третьего порядка// X Школа молодых ученых «Нелокальные краевые задачи и проблемы современного анализа и информатики» Кабардино-Балкарская Республика Эльбрус-2012 г. –С. 10-13.

13. Абдуллаева З.Ш. Устойчивость и единственность внутренне-краевой задачи для дифференциально-операторного уравнения второго порядка. //Вестник Каракалпакского отделения Академии наук Республики Узбекистан. – Нукус, 2012. –№1. –С. 10-12.

14. Абдуллаева З.Ш. Внутренняя задача для уравнения смешанно-составного типа третьего порядка // Международная конференция Актуальные проблемы прикладной математики и информационных технологий-Аль Хоразмий 2012. Ташкент 19-22 декабря, –С. 74-75.

15. Фаязов К.С., Абдуллаева З.Ш. Условная корректность и приближенное решение внутренне-краевой задачи для уравнения четвертого порядка// «Современные проблемы дифференциальных уравнений и их приложения» – Ташкент, 21-23 ноября 2013 г. –С. 193-194.

16. Абдуллаева З.Ш. Двухточечная задача для абстрактного дифференциального уравнения второго порядка// Международная научная конференция «Актуальные проблемы прикладной математики и информационных технологий –Аль Хорезми 2014», –Самарканд, том №1, –С. 195-198.

17. Фаязов К.С., Абдуллаева З.Ш. Многоточечная задача для абстрактного дифференциального уравнения высокого порядка// Международная конференция на тему «Дифференциальные уравнения и математическое моделирование» Тезисы докладов Улан-Удэ – Байкал, Россия, 22 – 27 июня 2015 года, –С. 293-294.

18. Фаязов К.С., Абдуллаева З.Ш. Многоточечная задача для уравнения смешанного типа четвертого порядка// Тезисы докладов республиканской

научной конференция с участием зарубежных ученых «Современные методы математической физики и их приложения» – Ташкент, 15-17 апреля 2015 г. – С. 226-228.

19. Фаязов К. С., Абдуллаева З.Ш. Внутреннее краевая задача для составного уравнения 3-го порядка в частных производных// Бухарский государственный университет материалы республиканской научной конефернции, Математическая физика и родственные проблемы современного анализа, –Бухара, 26-27 ноября 2015 г. –С. 281-282.

20. Фаязов К.С., Абдуллаева З.Ш. Условная корректность внутреннее краевой задачи для уравнения параболического типа с меняющимся направлением времени // Тезисы докладов республиканский конференции с участием зарубежных ученых “Актуальные проблемы дифференциальных уравнений и их приложения”. – Ташкент, Узбекистан, 15-17 декабря 2017 г. – С. 196-197.

21. Абдуллаева З. Ш. Алгоритм и численное решение внутренней краевой задачи для уравнения третьего порядка составного типа// Агентство по интеллектуальной собственности РУз. Свидетельство №DGU 0412, 2018.

22. Фаязов К.С., Абдуллаева З.Ш. The boundary-internal problem for a system of the second-order equations of a mixed type// National University of Uzbekistan Holon Institute Of Technology Eye From Zion, – Medical Humanitarian Mission Abstracts of the Joint// International Conference STEMM Science – Technology – Education – Mathematics – Medicine, May 13–17, Bukhara-Samarkand-Tashkent 2019, P. 46-47.

23. Фаязов К.С., Абдуллаева З.Ш. Задача с внутренними и граничными данными для составного дифференциально-операторного уравнения n -го порядка// Международная научная конференция «Актуальные проблемы прикладной математики и информационных технологий», – Ташкент, 14-15 ноября 2019 г. –С. 176.

Автореферат «ТАТУ Хабарлари» илмий-техника ва ахборот-таҳлилий журнали таҳририяти таҳриридан ўтқазилди ва ўзбек, рус тилларидаги матнларини мослиги текширилди.

Босишга рухсат этилди: 8.01.2020 йил
Бичими: 60x84 $^{1}/_{16}$. Рақамли босма усули. Times гарнитураси.
Шартли босма табоғи: 3. Адади 100 нусха. Буюртма №16.

Гувохнома reestr №10-3719
«Тошкент кимё-технология институти» босмахонасида чоп этилган.
Босмохона манзили: 100011, Тошкент ш., Навоий кўчаси, 32-уй.