ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ DSc.03/30.12.2019.FM.01.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ

МАМАДАЛИЕВ НУМАНЖОН

КЕЧИКУВЧИ АРГУМЕНТЛИ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР БИЛАН ТАВСИФЛАНУВЧИ ЗИДДИЯТЛИ ҲОЛАТЛАРНИ ҲАЛ ЭТИШ

01.01.02 — Дифференциал тенгламалар ва математик физика
(физика-математика фанлари)

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ ДОКТОРИ (DSc) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

Тошкент шаҳри - 2020 йил

УДК: 517.957

Докторлик (DSc) диссертацияси автореферати мундарижаси
Оглавление автореферата докторской (DSc) диссертации
Contents of the Doctoral (DSc) Dissertation Abstract

ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ DSc.03/30.12.2019.FM.01.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ

МАМАДАЛИЕВ НУМАНЖОН

КЕЧИКУВЧИ АРГУМЕНТЛИ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР БИЛАН ТАВСИФЛАНУВЧИ ЗИДДИЯТЛИ ҲОЛАТЛАРНИ ҲАЛ ЭТИШ

01.01.02 — Дифференциал тенгламалар ва математик физика
(физика-математика фанлари)

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ ДОКТОРИ (DSc) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

Тошкент шаҳри - 2020 йил

Докторлик (Doctor of Science) диссертацияси мавзуси Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамаси ҳузуридаги Олий аттестация комиссиясида B2017.1.DSc/FM9 рақам билан рўйҳатга олинган.

Докторлик диссертацияси Ўзбекистон Миллий университетида бажарилган.

Диссертация автореферати уч тилда (ўзбек, рус, инглиз(резюме)) Илмий кенгаш веб-саҳи-фасида (http://ik-fizmat.nuu.uz/) ва "ZIYONET" ахборот таълим тармоғида (http://www.ziyonet.uz/) жойлаштирилган.

Илмий маслаҳатчи: **Тухтасинов Муминжон**
физика–математика фанлари доктори,профессор

Расмий оппонентлар: **Азамов Абдулла Азамович**
физика–математика фанлари доктори, академик

Ухоботов Виктор Иванович
физика–математика фанлари доктори,профессор
(Челябинск давлат университети, Россия)

Саматов Бахром Таджиахматович
физика–математика фанлари доктори,профессор

Етакчи ташкилот: **РФА Урал бўлими Н.Н.Красовский номидаги Математика ва механика институти.**

Диссертация ҳимояси Ўзбекистон Миллий университети, ҳузуридаги DSc.03/30.12.2019.FM.01.01 рақамли Илмий кенгашнинг "-----"--------- 2020 йил соат "------" даги мажлисида бўлиб ўтади. (Манзил: 100174. Тошкент ш., Олмазор тумани, Университет кўчаси, 4 - уй. Тел.: (998 71) 227-12-24, факс: (99871) 246-53-21, e-mail: nauka@nuu.uz).

Диссертация билан Ўзбекистон Миллий университетининг Ахборот-ресурс марказида танишиш мумкин (№---- рақами билан рўйҳатга олинган). (Манзил: 100174. Тошкент ш., Олмазор тумани,Университет кўчаси, 4 - уй. Тел.: (99871) 246-02-24).

Диссертация автореферати 2020 йил “____”___________куни тарқатилди.
(2020 йил “___”_____________даги ----рақамли реестр баённомаси).

А.С.Садуллаев
Илмий даражалар берувчи
Илмий кенгаш раиси,
ф.-м.ф.д.,академик

Н.К.Мамадалиев
Илмий даражалар берувчи
Илмий кенгаш илмий котиби,
ф.-м.ф.ф.д.(PhD)

Ш.А.Алимов
Илмий даражалар берувчи Илмий
кенгаш ҳузуридаги илмий семинар
раиси, ф.-м.ф.д., академик

КИРИШ (докторлик диссертацияси аннотацияси)

Диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати. Жаҳон миқёсида олиб борилаётган кўп сонли илмий-амалий тадқиқотлар натижасида юзага келадиган кўплаб амалий ва назарий муаммоларни ҳал қилиш аксарият ҳолларда (асосан) кечикувчи аргументли дифференциал тенглама билан тавсифланувчи зиддиятли бошқариладиган жараёнларни ўрганиш масалаларига келади. Мазкур назарияда олинган натижалар иссиқлик алмашинувини бошқариш масаласи, механик кучланишлар, иншоотларни сейсмик мустаҳкамлиги, математик биология, юқумли касалликлар иммунилогияси ва иқтисодиётда узоқ муддатли олдиндан айтиб бериш ва бошқа муаммоларни тадқиқ қилишга асос сифатида хизмат қилади. Шунинг учун ҳам кечикувчи аргументли дифференциал тенглама билан тавсифланувчи зиддиятли ҳолатларнинг бошқарув пареметрларига геометрик, интеграл ва турли чегаралар қўйилган ҳолларда тадқиқ қилиш, кўп қийматли акслантиришнинг кучли ва кучсиз инвариант бўлишлигини кўрсатиш, математик физиканинг барча типдаги тенгламалари учун зиддиятли ҳолатларни ҳал этиш масалаларини ечиш ҳозирги куннинг долзарб муаммоларидан ҳисобланади.

Ҳозирги кунда жаҳонда олиб борилаётган илмий тадқиқотларда кечикувчи аргументли дифференциал тенгламалар билан тавсифланувчи зиддиятли зиддиятли ҳолатларни ҳал этиш масалаларини ечиш муҳим аҳамият касб этмоқда. Кечикувчи аргументли дифференциал тенглама билан тавсифланувчи зиддиятли зиддиятли ҳолатларни ҳал этиш усулларини бошқа соҳаларнинг турли масалаларига тадбиқ қилиш, шу жумладан, иқтисодиётда узоқ муддатли олдиндан айтиб бериш, математик ва популяцион биология, юқумли касалликлар динамикаси каби масалаларни ечишда мазкур усуллардан фойдаланиш мақсадли илмий тадқиқотлардан ҳисобланади.

Мустақиллик йилларида мамлакатимизда фундаментал фанларнинг амалий тадбиқига эга бўлган долзарб илмий йўналишларга эътибор кучайтирилди. Жумладан, кечикувчи аргументли дифференциал тенглама билан тавсифланувчи дифференциал ўйинлар назариясига алоҳида эътибор қаратилди. Мазкур йўналишни ривожланиши натижасида математик физика, механика, математик биология ва иқтисодиёт масалаларидан келиб чиқувчи, кечикишли дифференциал тенглама билан тавсифланувчи зиддиятли ҳолатларни ҳал этиш масалаларини ечиш бўйича салмоқли натижаларга эришилди. “Функционал анализ, дифференциал тенгламалар ва математик физика, динамик тизмлар назарияси, амалий математика ва математик моделлаштириш”[1] фанларининг устивор йўналишлари бўйича халқаро стандартлар даражасида илмий тадқиқотлар олиб бориш математика фанининг асосий вазифалари ва фаолият йўналишлари этиб белгиланди. Қарор ижросини таъминлашда кечикувчи аргументли дифференциал тенглама билан тавсифланувчи зиддиятли ҳолатларни ҳал этиш масалалари устида олиб борилган тадқиқотлар муҳим

[1] Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Махкамасининг 2017 йил 18 майдаги “Ўзбекистон Республикаси Фанлар академиясининг янгидан ташкил этилган илмий тадқиқот муассасалари фаолиятини ташкил этиш чора-тадбирлари тўғрисида” ги 292-сонли қарори.

аҳамиятга эга.

Ушбу диссертация тадқиқоти Ўзбекистон Республикаси Президентиниг 2017 йил 7 февралдаги “Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантириш бўйича Ҳаракатлар стратегияси тўғрисида”ги ПФ-4947-сонли Фармони, 2017 йил 17 февралдаги “Фанлар академияси фаолияти, илмий-тадқиқот ишларини ташкил этиш, бошқариш ва молиялаштиришни янада такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги ПҚ-2789-сонли Қарори, 2018 йил 27 апрелдаги “Инновацион ғоялар, технологиялар ва лойихаларни амалий жорий қилиш тизимини янада такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги ПҚ-3682-сонли Қарори, 2019 йил 17 июндаги “2019-2023 йилларда Мирзо Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий университетида талаб юқори бўлган малакали кадрлар тайёрлаш тизимини тубдан такомиллаштириш ва илмий салоҳиятни ривожлантириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги ПҚ-4358-сонли Қарори, 2019 йил 8 октябрдаги “Ўзбекистон Республикаси Олий таълим тизимини 2030 йилгача ривожлантириш концепциясини тасдиқлаш тўғрисида”ги ПФ-5847-сонли Қарорлари ҳамда мазкур соҳа фаолиятига тегишли бошқа норматив-ҳуқуқий хужжатларда белгиланган вазифаларни амалга оширишга муайян даражада ҳизмат қилади.

Тадқиқоднинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг асосий устувор йўналишларига боғлиқлиги. Мазкур диссертация республика фан ва технологиялари ривожланишининг IV. "Математика, механика ва информатика" устувор йўналиши доирасида бажарилган.

Диссертация мавзуси бўйича хорижий илмий-тадқиқотлар шарҳи.[2]

Кечикувчи аргументли дифференциал тенглама билан тавсифланувчи зиддиятли ҳолатларни ҳал этиш назариясининг умумий ечиш усулларини топиш ва уларни ривожлантириш бўйича йўналтирилган илмий изланишлар жаҳоннинг етакчи илмий марказлари ва олий таълим муассасалари, жумладан: Mathematical center after named Stefan Banah, International institute for applied systems analysis(IIASA), Universite de Paris-Dauphine, RAND Corporation, University of Toronto, University of Princeton, University of Central Florida, University of Illinois, University of Cambridge, University Putra Malaysia, Москва давлат университети, Россия Фанлар академиясиниг Математика институти, Урал бўлими Математика ва механика институти, Урал федерал университети, Санкт-Петербург давлат университети, Россиянинг халқлар дўстлиги университети, Челябинск давлат университети, Украина фанлар Миллий академиясининг Кибернетика илмий-тадқиқот институтларида олиб борилмоқда.

Жаҳон миқёсида дифференциал ўйинлар назарияси ва унинг тадбиқлари

[2] Диссертация мавзуси бўйича хорижий илмий-тадқиқотлар шарҳи: www.math.prinston.edu, www.umb.edu, www.bw.edu, www.nsu.ru, www.mi.ras.ru, http://mi.mathnet.ru/rus/msb/v136/i4/p567, Isaacs R. (197l): Differential Games. New York. John Wiley; Petrosyan L.A. (l993):Differential games of pursuit. London.World Scientific PuЫ.Co Pte.Ltd.;Williams J.D, (2007):The Compleat Strategyst: Being a Primer on the Theory of Games of Strategy, New York.RAND Corporation, USA.;Yeung D., Petrosyan L.A. (2006): Cooperative Stochastic Differential Games. New York. Springer; Haurie A., Krawczyk J., Zaccour G. (2012): Games and Dynamic Games. London,World Scientific Publ. Co.Pte.Ltd.; Yong J. (2015) ва бошқа манбалар асосида ишлаб чиқилган.

бўйича қуйидаги устувор йўналишларда қатор илмий-тадқиқот ишлари олиб борилмоқда, жумладан: ўйинчиларнинг бошқарувларига турли чегаралар қўйилган кечикувчи аргументли дифференциал тенглама билан тавсифланувчи зиддиятли ҳолатларнинг қувиш-қочиш масалалари, амалиётда кўп учрайдиган, зиддиятли шароитлардан келиб чиқувчи, физик жараёнларни адекват акс эттирувчи, бошқарув параметрларига турли чегаралар қўйилган хусусий ҳосилали дифференциал тенгламаларга қувиш масаласининг ечиш усулларини тадбиқ этиш; кечикишли дифференциал ўйинда гуруҳли қувиш–қочиш масалаларини ечиш; кечикувчи аргументли дифференциал тенглама билан тавсифланувчи дифференциал ўйин масалаларини сонли ечиш усулларини ишлаб чиқиш.

Муаммонинг ўрганилганлик даражаси. Зиддиятли бошқарилувчи жараёнлар назарияси замонавий математиканинг жадал ривожланаётган бўлимларидан ҳисобланади. Мазкур назарияда зиддиятли шароитларда динамик жараёнларни бошқариш масалалари тадқиқ этилади. Хусусан, Р. Айзекснинг RAND коорпорациясининг ёпиқ илмий лойиҳаси бўйича 20-асрнинг иккинчи ярмида бажарилган тадқиқотлари кўп сонли амалий масалаларни ўз ичига олган бўлиб, унда муаммонинг асосий принципиал қийинчиликлари етарлича чуқур тахлил қилинган.

Дифференциал ўйинлар назариясининг мунтазам ривожланиши XX асрнинг 50-йиллар охири ва 60-йилларнинг бошларига тўғри келади. Дифференциал ўйинлар назариясининг ривожи энг аввало Л.С.Понтрягин, Н.Н. Красовский, Р.Айзекс номлари билан боғлиқ. Дифференциал ўйинлар назариясининг ривожига Е.Ф.Мищенко, Ю.С.Осипов, Р.В.Гамкрелидзе, А.И.Субботин, А.Б.Куржанский, А.В.Кряжимский,Ф.Л.Черноусько, В.Н.Ушаков, А.Г. Ченцов, Н.Ю.Лукоянов, Б.Н. Пшеничний, Н.Ю.Сатимов, А.А.Азамов, Н.Н. Субботина, В.Е.Третьяков, А.А.Чикрий, Л.А.Петросянлар катта ҳисса қўшган. А.Я.Азимов, Н.Л. Григоренко, П.Б.Гусятников, Г.И.Ибрагимов, А.Ш. Кучкаров, В.И.Максимов, М.Ш.Маматов, А.А.Меликян, М.С.Никольский, Н.Ник.Петров, Е.С.Половинкин, В.И. Ухоботов, М.Тўхтасинов, А.З.Фозилов, Л.П. Югай ва уларнинг ўқувчилари томонидан қизиқарли натижаларга эришилган.

Дифференциал ўйинлар назариясига Л.С.Понтрягин ва Н.Н.Красовскийларнинг илмий мактаблари катта ҳисса қўшган. Н.Н.Красовский ва унинг илмий мактаби вакиллари томонидан дифференциал ўйинга позицияли ёндашув таклиф қилинган ва ривожлантирилган. Тескари алоқали бошқарувнинг конструктив қонунларига асосланган мазкур ёндашув позицияли дифференциал ўйинлар назариясининг марказий натижаси - альтернатива ҳақидаги теоремани ифодалаб исботлашга имкон берди.

Н.Н.Красовский, Ю.С.Осипов, А.Б.Куржанский, А.В.Кряжимский, В.И. Максимов, М.С.Никольского, Е.С. Половинкина, А.А.Чикрия, Г.Ц.Чикрия, А.П.Коновалов, Л.В. Барановскаяларнинг тадқиқотлари дифференциал-айирмали тенгламалар билан тавсифланувчи дифференциал ўйинларни ўрганишга бағишланган. Бу тадқиқотларда дифференциал-айирмали ўйинни тугаллаш учун етарли шартлар келтирилган, яқинлашишнинг экстремал стратегиясининг тузилиши тушунтирилган, альтернатива ҳақидаги теоремалар исбот қилинган.

Ю.С.Осиповнинг ишларида дифференциал-айирмали ўйинни яқинлашишини тугаллаш учун етарли шартлар олинган бўлиб, ундаги ғоя ва мулоҳазалар “минимакс дастурий сингдириш” тушунчасига асосланган.

А.А.Чикрий, Г.Ц.Чикрийлар иши кечикишли дифференциал ўйинда гуруҳли қувиш масаласига бағишланган. А.А.Чикрий, Г.Ц.Чикрий, В.В.Остапенко, А.П.Яковлева, А.В.Кряжимский, А.П.Коноваловларнинг тадқиқотларида ўйинчиларнинг бошқарувларига геометрик чегаралар қўйилган ҳолларда дифференциал-айирмали ўйинда қочиш масалалари ёритилган.

Диссертация мавзусининг диссертация бажарилаётган олий таълим муассасасининг илмий-тадқиқот ишлари билан боғлиқлиги. Диссертация тадқиқоти Ўзбекистон Миллий университетининг Ф - 4 - 02 "Дифференциал операторлар назарияси асосида математик физика ва оптимал бошқарув масалаларини ечишнинг янги усулларини ишлаб чиқиш" (2012-2016 йиллар) ва ОТ-Ф-4-(36+32) “Математик физика ва оптимал бошқарув масалаларини ечишнинг янги усулларини ишлаб чиқиш. Тоқ тартибли ҳусусий ҳосилали тенгламалар учун ноклассик бошланғич ва спектрал масалалар ва уларнинг тадбиқлари” (2017-2020 йиллар) ҳамда ОТ-Ф4-33 “Дифференциал тенгламалар билан тавсифланувчи зиддиятли ҳолатларни бошқаришнинг янги усулларини яратиш ва уларни сонли амалга ошириш” (2017-2020 йиллар) мавзусидаги илмий-тадқиқот лойиҳалари доирасида бажарилган.

Тадқиқотнинг мақсади. Мазкур диссертация ишининг асосий мақсади ўйинчиларнинг бошқарувларига геометрик, интеграл ва турли чегаралар қўйилган ҳолларда кечикувчи аргументли дифференциал тенглама билан тавсифланувчи зиддиятли ҳолатларга нисбатан дифференциал ўйинлар назариясининг қувиш масалаларини янги синфини ечишдан(ҳал этишдан), ўйинчиларнинг бошқарувларига турли чегаралар қўйилган ҳолларда тақсимланган параметрли бошқарилувчи системалар синфида қувиш ва учрашишдан четлашишнинг ўйин масалаларини ечишдан ҳамда тақсимланган параметрли бошқарилувчи системага нисбатан бошқарувга геометрик ва интеграл чегаралар қўйилган ҳолларда берилган ўзгармас кўп қийматли акслантиришнинг кучли ва кучсиз инвариант бўлишлигини тадқиқ қилишдан иборат.

Тадқиқотнинг вазифалари:

ўйинчиларнинг бошқарувларига геометрик чегара қўйилган кечикишли чизиқли дифференциал ўйинда қувишни тугаллаш учун янги етарли шартларни топиш. Қувиш масаласининг биринчи ва учинчи усулларини модификациясини ишлаб чиқиб, ўйинни тугаллаш мумкин бўлишлиги учун янги етарли шартларни топиш учун турли янги ёндашувларни ўрнатиш;

кечикувчи аргументли дифференциал тенглама билан тавсифланган чизиқли масалани ҳал этиш учун Л.С.Понтрягин, М.С.Никольский ва Н.Ю. Сатимов кўринишидаги етарли шартларни топиш; ўйинчиларнинг бошқарувларига турли чегаралар қўйилган ҳолда ўйинни тугалланиши мумкин бўлишлиги учун янги ёндашувларни ишлаб чиқиш;

ўйинчиларнинг бошқарувларига геометрик, интеграл ва турли чегаралар қўйилган кечикишли чизиқли дифференциал ўйинда траекториялар дастасини бошқаришнинг ўйин масаласини ечиш. Қувиш масаласининг биринчи, иккинчи ва учинчи усулларини модификациясини ишлаб чиқиб, траекториялар дастасини бошланғич тўпламдан терминал тўпламга олиб келиш мумкин бўлишлиги учун янги етарли шартларни топиш;

ўйинчиларнинг бошқарувларига геометрик чегара қўйилган кечикишли квазичизиқли дифференциал ўйинда қувиш масаласининг биринчи, иккинчи ва учинчи усулларини аналогини ишлаб чиқиш ва уни траекториялар дастасини бошқаришнинг ўйин масаласини ечишга тадбиқ этиш;

ўйинчиларнинг бошқарувларига турли чегаралар қўйилган тақсимланган параметрли бошқарилувчи системаларда қувиш ва учрашишдан четлашишнинг ўйин масалалари учун янги етарли шартларни олиш;

тақсимланган параметрли системага нисбатан кечикишли иссиқлик тарқалишнинг учинчи чегаравий масаласи учун берилган кўп қийматли акслантиришни кучли ва кучсиз инвариант бўлишлигини кўрсатиш. Бошқарувга геометрик ва интеграл чегаралар қўйилган ҳолларда берилган кўп қийматли акслантиришни тақсимланган параметрли бошқарилувчи системаларга нисбатан кучли ва кучсиз инвариант бўлишлиги учун янги зарурий ва етарли шартларни олиш.

Тадқиқотнинг объекти - ўйинчиларнинг бошқарувларига геометрик, интеграл ва турли чегаралар қўйилган ҳолларда кечикувчи аргументли дифференциал тенглама билан тавсифланувчи системага нисбатан дифференциал ўйинлар назариясининг қувиш масалалари, ўйинчиларнинг бошқарувларига турли чегаралар қўйилган ҳолларда тақсимланган параметрли бошқарилувчи системалар синфида қувиш ва учрашишдан четлашишнинг ўйин масалалари, тақсимланган параметрли бошқарилувчи системага нисбатан бошқарувга геометрик, интеграл чегаралар қўйилган ҳолларда берилган ўзгармас кўп қийматли акслантиришнинг кучли ва кучсиз инвариантлигини тадқиқ қилиш тадқиқотнинг объектлари ҳисобланади.

Тадқиқотнинг предмети - ўйинчиларнинг бошқарувларига геометрик, интеграл ва турли чегаралар қўйилган ҳолларда кечикувчи аргументли дифференциал тенглама билан тавсифланувчи ҳамда ўйинчиларнинг бошқарувларига турли чегаралар қўйилган тақсимланган параметрли бошқарилувчи системалар синфида қувиш ва учрашишдан четлашишнинг ўйин масалаларида зиддиятли ҳолатларни ҳал этиш, берилган ўзгармас кўп қийматли акслантиришни кучли ва кучсиз инвариант бўлишлигини кўрсатиш тадқиқотнинг предмети ҳисобланади.

Тадқиқотнинг усуллари. Диссертацияда кечикишли дифференциал тенглама билан тавсифланувчи системага нисбатан зиддиятли ҳолат масалаларини ҳал этиш учун йўналиш бўйича қувиш усули, дифференциал ва дифференциал-айирмали тенгламалар аппарати, оптимал жараёнлар математик назариясининг усуллари, математик физика усуллари, дифференциал ўйин қувиш назариясининг усуллари, кўп қийматли акслантиришлар назарияси-нинг элементлари ва қабариқ тахлил воситаларидан кенг фойдаланилган.

Тадқиқотнинг илмий янгилиги қуйидагилардан иборат:

ўйинчиларнинг бошқарувларига геометрик чегара қўйилган кечикишли дифференциал ўйиннинг қувиш масаласини ечиш учун янги етарли шартлар олинган. Қувишнинг биринчи ва учунчи усуллари модификация қилиниб, ўйинни тугаллаш мумкин бўлишида янги етарли шартларни олиш учун турли янги ёндашувлар таклиф қилинган;

ўйинчиларнинг бошқарувларига интеграл ва турли чегаралар қўйилган ҳолда қувиш масаласининг биринчи ва учунчи усуллари модификация қилинган. Чизиқли ўйин масаласини ечиш учун осон текширилувчи Л.С. Понтрягин, М.С. Никольский ва Н.Ю.Сатимов шартлари кўринишидаги етар-ли шартлар олинган. Кечикишли чизиқли дифференциал ўйин масаласида қувишни тугаллаш мумкин бўлиши учун янги етарли шартлар олинган;

ўйинчиларнинг бошқарувларига геометрик чегара қўйилган кечикишли чизиқли дифференциал ўйинда траекториялар дастасини бошқаришнинг ўйин масаласи ечилган. Қувишнинг биринчи, иккинчи ва учунчи усуллари модификация қилинган ва улар ёрдамида траекториялар дастасини бошқа-ришнинг ўйин масаласи ечилган. $W_i(t),\ i=1,2,$ ва $W_j(t),\ j=3,4,$ тўпламлар орасидаги муносабатлар тадқиқ қилинган;

ўйинчиларнинг бошқарувларига геометрик чегара қўйилган квазичизиқ-ли дифференциал ўйинда қувиш назариясининг биринчи, иккинчи ва учинчи усулларининг аналоги ишлаб чиқилган ва у ёрдамида траекториялар дастаси-ни бошқаришнинг ўйин масаласи ечилган. Ўйинчиларнинг бошқарувларига интеграл чегара қўйилган кечикишли чизиқли дифференциал ўйинда ўйинни тугаллаш мумкин бўлиши учун янги етарли шартлар олинган;

ўйинчиларнинг бошқарувларига турли чегаралар қўйилган тақсимланган бошқарилувчи системаларда қувиш ва учрашишдан четлашиш масаласи ечилган. Қувиш масаласи ҳамда учрашишдан четлашиш мумкин бўлиши учун янги етарли шартлар олинган, қувловчининг ҳамда қочувчининг аниқ кўринишдаги бошқарувлари қурилган;

кечикишли иссиқликни тарқалиш масаласи учун берилган ўзгармас кўп қийматли акслантиришни кучли ва кучсиз инвариант бўлиш масаласи ечилган. Бошқарувга геометрик чегара қўйилган ҳолда берилган тўпламнинг инвариант бўлиши учун зарурий ва етарли шартлар олинган, бошқарувга интеграл чегара қўйилган ҳолда эса янги етарли шартлар олинган. Берилган кўп қийматли акслантириш инвариант бўлишлигини осон текширувчи шарт-лар келтирилган.

Тадқиқотнинг амалий натижаси кечикувчи аргументли дифференциал тенгламалар билан тавсифланувчи бошқарилувчи системаларга нисбатан дифференциал ўйинлар назариясини ривожлантириш асосида зиддиятли шароитларда юзага келувчи тиббиётнинг турли масалаларини, ижтимоий-иқтисодий соҳадаги узоқ муддатли олдиндан айтиб бериш муаммоларини, қатор биофизик муаммоларни, стержнда иссиқликни тарқалиши масалаларини, техник масалаларда физик жараёнлар ва бошқа масалаларни ечиш имконини беришдан иборатдир.

Тадқиқот натижаларининг ишончлилиги. Диссертацияда олинган тадқиқот натижаларнинг ишончлилиги унда математик мулоҳазаларнинг қатъийлиги, дифференциал тенгламалар назарияси, оптимал бошқарув назарияси, математик физика, функционал анализ, кечикишли дифференциал тенгламалар назарияси ва дифференциал ўйинлар назариясининг усулларидан фойдаланилганлиги билан асосланган.

Тадқиқот натижаларининг илмий ва амалий аҳамияти. Тадқиқот натижаларининг илмий аҳамияти шундан иборатки, кечикувчи аргументли тенглама билан тавсифланувчи бошқарилувчи системага нисбатан қувиш-қочиш назариясининг кейинги ривожида қўлланиши мумкинлиги билан изоҳланади.

Тадқиқот натижаларининг амалий аҳамияти, диссертацияда олинган илмий натижаларнинг зиддиятли ҳолатларда юзага келувчи бошқарилувчи жараёнлар математик назариясининг амалий масалаларига, физика, биология, техника, автоматик бошқарув ва иқтисодиёт масалаларига тадбиқ этишга ҳизмат қилиши билан белгиланади.

Тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши. Диссертация тадқиқоти жараёнида олинган илмий натижалар қуйидаги йўналишларда амалиётга жорий қилинган:

ўйинчиларнинг бошқарувларига геометрик, интеграл ва турли чегаралар қўйилган ҳолда йўналиш бўйича қувиш ва паралел қувиш усуллари 01-01-16-1840FR фундаментал илмий лойиҳасида бошқарувлари интеграл ва турли чегарали бўлган кечикишли дифференциал ўйиннинг қувиш масаласини ечишда қўлланилган. Бундан ташқари Усман Вазирийнинг “Differential games described by infinite system of differential equations in Hilbert space” PhD (2017) мавзусидаги диссертациясида, Путери Аиззат Камал Мустафанинг “Pursuit differential game described by first order infinite 2 - systems of differential equations” мавзусидаги магистрлик диссертациясида (2017) ва Карапананнинг “Pursuit and evasion differential games of two pursuers and one evader with coordinate-wise integral constraints” мавзусидаги илмий ишларида фойдаланилган. (Малайзиянинг Путра университетининг 2017 йил 13 июлдаги маълумотномаси). Илмий натажаларнинг қўлланиши кечикувчи аргументли дифференциал тенглама билан тавсифланувчи зиддиятли ҳолатларда ўйинчиларнинг бошқарувларига интеграл ва турли чегаралар қўйилган ҳолларда масалаларни ечиш имконини берган;

қувувчи ва қочувчининг бошқарувларига ҳам геометрик, ҳам интеграл ҳамда турли чегараланишлар қўйилган ҳолдаги зиддиятли ҳолат масаласини ечиш бўйича олинган натижалар Россия фундаментлар тадқиқотлар фондининг ҳамда Россия илмий фондининг илмий грантларида чизиқли масалаларни динамик оптимизациялашда ўйинчиларнинг бошқарувларига интеграл ва турли чегаралар қўйилган ҳолларни тадқиқ қилишда фойдаланилган. (Россия Фанлар академияси Урал бўлимининг Математика ва механика институтининг 2017 йил 24 ноябрь № 16343/10-207 – сонли маълумотномаси). Илмий натижаларнинг қўлланиши функционал-дифференциал системаларда динамик оптимизациянинг сонли алгоритмларини тест ва таҳлил қилиш имконини берган;

тақсимланган параметрли системаларда қувувчи ва қочувчининг бошқарувларига бир вақтнинг ўзида ҳам геометрик, ҳам интеграл чегаралар қўйилган ҳолдаги зиддиятли ҳолат масаласини ечиш бўйича олинган натижалар Россия фан ва таълим вазирлигининг ҳамда Россия фундаментлар тадқиқотлар фондининг (РФТФ) илмий грантларида тақсимланган параметрли системаларда ўйинчиларнинг бошқарувларига геометрик, интеграл ва турли чегаралар қўйилган ҳолларни тадқиқ қилишда фойдаланилган. (Россия фан ва таълим вазирлиги акад. С.П.Королев номидаги “Самара Миллий тадқиқод университети” нинг 2017 йил 27 ноябрь № 104-6503 - сонли маълумотномаси). Илмий натижаларнинг қўлланиши кечикувчи аргументли дифференциал тенгламалар билан тавсифланувчи дельта-манбали иссиқлик тарқалиши ҳамда алмашинув жараёнларининг масалаларини ечимини топиш имконини берган.

ўйинчиларнинг бошқарувларига геометрик, интеграл ҳамда турли чегараланишлар қўйилган ҳолларда кечикувчи аргументли дифференциал тенгламалар билан тавсифланувчи зиддиятли ҳолат масаласини ечиш бўйича олинган натижалар Қозоқстон Республикаси таълим ва фан вазирлигининг (ҚРТФ) илмий грантларида фойдаланилган. (Қозоқстон Республикаси таълим ва фан вазирлиги, Ҳ.А.Яссавий номидаги қозоқ-турк халқаро университетининг 2018 йил 25 апрель № 300 – сонли маълумотномаси). Диссертацияда ишлаб чиқилган кечикишли зиддиятли динамик системаларни бошқариш масалаларини ечиш усулларини қўлланиши Институтда ишлаб чиқилган, коэффициентларни осцилляцияловчи ва кечикувчи аргументли функционал-дифференциал ва сингуляр бузилган, интеро-дифференциал системаларда динамик оптимизациянинг асимптотик ва сонли алгоритмларини тест ва таҳлил қилиш имконини берган;

ўйинчиларнинг бошқарувларига геометрик, интеграл ва турли хил чегаралар қўйилган ҳолда кечикувчи аргументли дифференциал тенгламалар билан тавсифланувчи зиддиятли ҳолатларни ҳал қилиш бўйича олинган натижалар № 01 13TJ00320 рақамли “Қайта тикланадиган энергия манбаларига асосланган электр ва иссиқлик энергиясини ишлаб чиқариш учун гибрид инновацион тизмлар ва қурилмаларни яратиш” ва № 0117TJ0084 рақамли “Инновацион ва илмий-техник фаолиятга оид русча-тожикча изоҳли луғат” хорижий лойиҳаларда фойдаланилган. (Тожикистон Республикаси Фанлар академиясининг Фан ва янги технологияларни инновацион ривожланиш марказининг 2019 йил 21 ноябрь № 1001/1-94 - сонли маълумотномаси). Илмий натижаларнинг қўлланилиши Марказда ишлаб чиқарилаётган фотоэлектрик қурилмалар ва тизимларнинг математик моделларини синаб кўриш ва таҳлил қилиш имконини берган.

Тадқиқот натижаларининг апробацияси. Мазкур тадқиқод натижалари 34 та илмий-амалий анжуманларда, жумладан 19 та халқаро ва 15 та республика илмий-амалий анжуманларда мухокамадан ўтказилган.

Тадқиқот натижаларининг эълон қилиниши. Диссертация мавзуси бўйича жами 55 та илмий иш чоп этилган, шулардан, Ўзбекистон Республикаси Олий аттестация комиссиясининг докторлик диссертациялари асосий илмий натижаларини чоп этиш тавсия этилган илмий нашрларда 21 та мақола, жумладан, 10 таси хорижий ва 11 таси республика журналларида нашр этилган.

Диссертациянинг ҳажми ва тузилиши. Диссертация таркиби кириш қисми, тўртта боб, хулоса ва фойдаланилган адабиётлар рўйҳатидан ташкил топган. Диссертациянинг ҳажми 188 бетни ташкил этади.

ДИССЕРТАЦИЯНИНГ АСОСИЙ МАЗМУНИ

Кириш қисмида диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати асосланган, тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устивор йўналишларига мослиги кўрсатилган, мавзу бўйича хорижий илмий-тадқиқотлар шарҳи, муаммонинг ўрганилганлик даражаси келтирилган, тадқиқот мақсади, вазифалари, объекти ва предмети тавсифланган, тадқиқотнинг илмий янгилиги ва амалий натижалари баён қилинган, олинган натижаларнинг назарий ва амалий аҳамияти очиб берилган, тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши, нашр этилган ишлар ва диссертация тузилиши бўйича маълумотлар келтирилган.

Диссертациянинг **Кечикишли дифференциал ўйинда қувиш** деб номланувчи биринчи боби тўрт параграфдан иборат бўлиб, у йўналиш бўйича қувиш усулига бағишланган. Қувишнинг назариясининг биринчи ва учинчи усуллари ўйинчиларнинг бошқарув параметрларига геометрик, интеграл ва турли чегаралар қўйилган ҳолларда модификация қилиниб, қувиш масаласига тадбиқ қилинган. Чизиқли қувиш масаласини ечиш учун янги етарли шартлар олиш учун турли ёндашувлар таклиф қилинган.

Биринчи бобнинг биринчи параграфида кечикувчи аргументли тенгламалар системаси билан тавсифланувчи чизиқли дифференциал ўйин қаралади

$$\dot{z}(t) = Az(t) + Bz(t-h) - Cu(t) + Dv(t), \tag{1}$$

бу ерда $z(t) \in \mathbb{R}^n$, $n \geq 1$, $u(t) \in \mathbb{R}^p, v(t) \in \mathbb{R}^q$, $t \geq 0$; $h > 0$ – фиксирланган ҳақиқий сон; $A, B,$ - $(n \times n), (n \times n)$, C, D -$(n \times p), (n \times q)$, тартибли ўзгармас матрицалар. $u(t), v(t),$- функциялар мос равишда қувловчи ва қочувчиларнинг бошқарувлари дейилади. Улар $[0, \infty)$ оралиқда аниқланган

$$u(t) \in P,\ v(t) \in Q,\ 0 \leq t < +\infty, \tag{2}$$

геометрик чегараланишни қаноатлантирувчи ўлчовли вектор-функциялар синфидан танланади, бунда P ва Q – мос равишда $\mathbb{R}^p$, $\mathbb{R}^q$ фазоларнинг бўш бўлмаган компакт қисм тўплам остилари.

$\tau > 0$ – иҳтиёрий фиксирланган сон бўлсин, $t \in [0, \tau]$. Келгусида доимо фараз қилинади: (2) шартни қаноатлантирувчи $u = u(t),\ \ v = v(t),\ \ 0 \le t < \infty$, ўлчовли функцияларни мос равишда қувловчи ва қочувчи ўйинчиларнинг *жоиз бошқарувлари* деб атаймиз; M терминал тўплам $M = M_0 + M_1$, кўринишга эга, бунда $M_0 -$ R^n фазосининг чизиқли қисм фазоси, $M_1 - L$ қисм фазонинг қабариқ компакт қисм тўплами, $L -$ M_0 чизиқли қисм фазонинг R^n фазодаги ортогонал тўлдирувчиси (яъни $M_0 \oplus L = \mathrm{R}^n$); $\pi -$ R^n фазодан L қисм фазога ортогонал проекция матрицасини белгилаймиз, яъни $L:\ \pi : \mathrm{R}^n \to L$; $\underline{*}$ амални геометрик айирма деб тушинилади; (1) системанинг бошланғич ҳолати $[-h, 0]$ кесмада аниқланган n ўлчамли абсолют узлуксиз $z_0(t) \in X$, функция бўлади,

$$X = \{z_0(t) : z(t) = z_0(t),\ t \in [-h, 0],\ z_0(0) \in R^n \setminus M\}. \tag{3}$$

$K(t), -\infty < t \le \tau, -$ орқали қуйидаги ҳоссаларга эга бўлган матрицали функцияни белгилаймиз: а) $K(t) = \tilde{0},\ \ t < 0,\ \ \tilde{0} - n \times n -$ тартибли нол матрица; б) $K(0) = E$, $E - n \times n -$ тартибли бирлик матрица; в) $K(t),\ 0 \le t \le \tau$, матрицанинг элементлари $C^1[0, \tau]$ синфга тегишли; г) $K(t)$ функция қуйидаги

$$\dot{K}(t) = AK(t) + BK(t-h),\ t > 0, \tag{4}$$

матрицали дифференциал тенгламани қаноатлантиради.

а) – б) шартларни қаноатлантирувчи $K(t), -\infty < t \le \tau, -$ матрицали функцияни мавжуд ва ягоналигини (4) тенгламани кема-кет интеграллаш усули орқали исботлаш мумкин.

Қувиш $z_0(\cdot) \in X$ бошланғич ҳолатидан бошланиб, t^* моментда тугади деб ҳисобланади, қачонки, биринчи марта $z(t^*) \in M$ тегишлилик ўринли бўлса. Қочувчининг мақсади ўйинни тугаш вақтини мумкин қадар чўзишдан иборат.

1-таъриф. *Айтамизки, (1), (2) ўйинда* $z_0(\cdot) \in X$ *бошланғич ҳолатдан* $T = T(z_0(\cdot)),\ \ 0 \le T < +\infty$, *вақтда қувишни туғаллаш мумкин дейилади, агарда* P, *тўпламдан қийматларини қабул қилувчи шундай* $u = u(t, v),\ 0 \le t \le T(z_0(\cdot)),\ \ v \in Q$, *функция мавжуд бўлсаки, ихтиёрий* $v = v(t),\ 0 \le t \le T(z_0(\cdot)),\ v(t) \in Q$, *функция учун* $u(t, v(t)),\ 0 \le t \le T(z_0(\cdot))$, *функция ўлчовли бўлса ва (1) системанинг (3) боланғич шарт остидаги* $z(t)$ *мос ечими қандайдир* $t = t^* \in [0, T]$ *вақтда* M *терминал тўпламга келиб тушса, яъни* $z(t^*) \in M$ *тегишлилик ўринли бўлса. Бунда қувишни амалга ошириш учун қувловчи объект тўғрисидаги маълумотни билиши зарур. Қувловчи: ҳар бир* $t \ge 0$ *вақт моментида* $z(s)$ *ечимни* $t - h \le s \le t$, *кесмада ва ҳар бир* $t \ge 0$ *да* $v(t)$ *бошқарувни билади деб фараз қилинади.* Число $T(z_0(\cdot))$ сони $z_0(\cdot) \in X$ бошланғич ҳолатдан қувлаш вақти, $u = u(t, v)$ функция қувлаш функцияси дейилади.

Айтайлик $F(t) : L \to L$, $t \in [0, \tau] -$ ν ўлчамли t га боғлиқ юқоридан ярим узлуксиз квадрат матрица бўлсин, $\nu = \dim L$, $M_2(\tau)$, L қисм фазонинг қуйидаги кўринишда аниқланган қавариқ компакт қисм тўплами бўлсин

$$M_2(\tau) = M_1 \underline{*} \int_0^{\tau} [E - F(\tau - t)] \pi K(\tau - t) DQ\, dt,$$

бунда $E -\ \nu \times \nu$ ўлчамли бирлик матрица. $M(t),\quad 0 \le t \le \tau, -$ қуйидаги шартни

$$\int_0^{\tau} M(t)dt \subset M_2(\tau), \tag{5}$$

қаноатлантирувчи ўлчовли ёпиққийматли кўпқийматли акслантириш бўлсин. Қуйидаги

$$\hat{w}(M(t), t) = [M(\tau - t) + \pi K(\tau - t) CP] \underline{*} F(\tau - t) \pi K(\tau - t) DQ,\ \ 0 \le t \le \tau,$$

тўпламни киритамиз.

1-фараз. $F(t),\ t \in [0, \tau],$ *матрица ва (5) шартни қаноатлантирувчи кўп қийматли акслантириш* $M(t) \subset L,\ \ 0 \le t \le \tau,$ *мавжудки барча* $t \in [0, \tau]$ *лар учун* $M_2(\tau),\ \ \hat{w}(M(t), t)$ *тўпламлар бўш эмас.*

Қандайдир $z_0(\cdot) \in X$ бошланғич ҳолатни фиксирлаймиз.

$$\xi[\tau, z_0(\cdot)] = \pi K(\tau) z_0(0) + \int_{-h}^{0} \pi K(\tau - t - h) B z_0(t) dt - \int_0^{\tau} w(\tau - t) dt,$$

бўлсин, бунда $w(t) \in \hat{w}(M(t), t),\ 0 \le t \le \tau,\ \ \eta[\tau, z_0(\cdot)]$ вектор-функцияни қуйидагича аниқлаймиз

$$\eta[\tau, z_0(\cdot)] = \begin{cases} \dfrac{\xi[\tau, z_0(\cdot)]}{\left|\xi[\tau, z_0(\cdot)]\right|}, & \text{агар } \xi[\tau, z_0(\cdot)] \ne 0, \\ \eta^0, & \text{агар } \xi[\tau, z_0(\cdot)] = 0, \end{cases}$$

бу ерда $\eta^0 \in L -$ бирлик вектор.

Агар қандайдир мусбат τ учун $\xi[\tau, z_0(\cdot)] = 0$ бўлса, у ҳолда қувиш масаласи τ моментда ҳал этилишини кўрсатиш қийин эмас. Шунинг учун, кейинчалик барча $\tau > 0$ учун $\xi[\tau, z_0(\cdot)] \ne 0$ деб фараз қилинади. Қуйидаги сонли функцияни аниқлаймиз:

$$\lambda(z_0(\cdot), \tau, t, v) = \begin{cases} \sup\{\lambda \ge 0 : \lambda \eta[\tau, z_0(\cdot)] \in [M(\tau - t) + \pi K(\tau - t) CP] - \\ - F(\tau - t) \pi K(\tau - t) Dv - w(\tau - t)\}, & \text{àãàð } \xi[\tau, z_0(\cdot)] \ne 0, \\ \tau^{-1}, & \text{àãàð } \xi[\tau, z_0(\cdot)] = 0. \end{cases}$$

Қуйидаги $\lambda(z_0(\cdot), \tau, t) = \inf\{\lambda(z_0(\cdot), \tau, t, v) : v \in Q\}$ белгилашни киритамиз.

2-фараз. $z_0(\cdot) \in X$ *бошланғич ҳолат учун шундай* $\tau_1(z_0(\cdot)) > 0$ *сон мавжудки,* $|\xi[\tau_1, z_0(\cdot)]| \le \int_0^{\tau_1} \lambda(z_0(\cdot), \tau_1, t) dt$ *тенгсизлик бажарилади.*

Теорема 1. *Агар 1, 2 фаразларнинг шартлари бажарилса, у ҳолда (2) чегараланишли (1) ўйинда* $T = \tau_1(z_0(\cdot))$ *чекли вақтда* $z_0(\cdot) \in X$ *бошланғич ҳолатдан қувишни тугаллаш мумкин.*

3-фараз. $F(t), t \in [0,\tau]$ *матрица, қандайдир* $\delta \in [0,1)$ *ўзгармас,* $\beta \in L$ *вектор,*

$$\int_0^{\tau} M(t)dt \subset \delta M_1 \qquad (6)$$

шартни қаноатлантирувчи иҳтиёрий ўлчовли ёпиққийматли кўп қийматли $M(t), 0 \le t \le \tau$, *акслантириш мавжудки, барча* $t \in [0,\tau]$ *лар учун* $\hat{w}(M(t),t)$, *тўплам бўш эмас.*

$\lambda(z_0(\cdot),\tau,\beta,t,v)$ сонли функцияни аниқлаймиз:

$$\lambda(z_0(\cdot),\tau,\beta,t,v) = \begin{cases} \sup\{\lambda \ge 0 : \lambda\xi\left[\tau,\beta,z_0(\cdot)\right] \in \left[M(\tau-t) + \pi K(\tau-t)CP\right] - \\ -F(\tau-t)\pi K(\tau-t)Dv - w(\tau-t)\}, & \text{àãàð } \xi[\tau,\beta,z_0(\cdot)] \ne 0, \\ \tau^{-1}, & \text{àãàð } \xi[\tau,\beta,z_0(\cdot)] = 0. \end{cases}$$

Қуйидаги $\lambda(z_0(\cdot),\tau,\beta,t) = \inf\{\lambda(z_0(\cdot),\tau,\beta,t,v) : v \in Q\}$ белгилашни киритамиз.

4-фараз. *а)* $z_0(\cdot) \in X$ *бошланғич ҳолат учун шундай* $\tau_2(z_0(\cdot)) > 0$ *сон мавжудки,* $1 \le \int_0^{\tau_2} \lambda(z_0(\cdot),\tau_2,\beta,t,)dt$ *тенгсизлик ўринли бўлади; б) қочувчи ўйинчининг жоиз* $v = v(t),\ 0 \le t \le \tau_2$, *бошқаруви учун қуйидаги*

$$\int_0^{\tau_2} [E - F(\tau_2 - t)]\pi K(\tau_2 - t)Dv(t)dt \in \beta + (1-\delta)M_1,$$

тегишлилик ўринли бўлади.

Теорема 2. *Агар 3,4 фаразларларнинг шартлари бажарилса, у ҳолда (1), (2) ўйинда* $T = \tau_2(z_0(\cdot))$ *чекли вақтда* $z_0(\cdot) \in X$ *бошланғич ҳолатдан қувишни тугаллаш мумкин.*

Параграф охирида олинган натижалар аниқ мисолга тадбиқ этилган.

Биринчи бобнинг иккинчи параграфида биринчи ва учинчи усулларнинг модификацияси ёрдамида кечикишли чизиқли ўйин ўйинчиларининг бошқарувларига интеграл чегара қўйилган ҳолда қувиш масаласи ечилган. Чекли вақт оралиғида берилган бошланғич холатдан қувишни тугаллаш мумкинлигини кафолатловчи қатор теоремалар келтирилиб исбот қилинган.

(1) чизиқли дифференциал ўйинни қуйидаги интеграл чеклашлар қўйилган ҳолда қараймиз:

$$\|u(\cdot)\|_{L_2[0,\infty)} \le \rho, \quad \|v(\cdot)\|_{L_2[0,\infty)} \le \sigma, \qquad (7)$$

бунда ρ ва σ – манфиймас ўзгармаслар. Терминал M тўплам биринчи параграфдаги каби кўринишда бўлади.

2-таъриф. *Айтамизки, (1), (5) ўйинда* $z_0(\cdot) \in X$ *бошланғич ҳолатдан* $T = T(z_0(\cdot)) > 0$, *вақтда қувишни тугаллаш мумкин дейилади, агарда* $u = u(t,v)$, $0 \le t < +\infty$, $v \in R^q$, $u(t,v) \in R^p$, *функция мавжуд бўлиб,* $\|v(\cdot)\|_{L_2[0,+\infty)} \le \sigma$, *шартни қаноатлантирувчи квадрати билан жамланувчи иҳтиёрий* $v(t), 0 \le t < +\infty, v(t) \in R^q$, *функ-*

ция учун $u = u(t, v(t)), 0 \le t < +\infty$, *функция* $\|u(\cdot)\|_{L_2[0,+\infty)} \le \rho$ *шартни қаноатлантирувчи квадрати билан жамланувчи функция бўлса ва (1) системанинг (3) болангич шарт остидаги* $z(t), 0 \le t < +\infty$, *ечими* t *вақтнинг* $T(z_0(\cdot))$ *моментигача* M *тўпламга келиб тушса: яъни қандайдир* $t = t^* \in [0, T(z_0(\cdot))]$ *вақтда* $z(t^*) \in M$ *тегишлилик ўринли бўлса. Бунда қувловчи: ҳар бир* $t \ge 0$ *вақт моментида* $z(s)$ *ечимни* $t - h \le s \le t$, *кесмада ва ҳар бир* $t \ge 0$ *да* $v(t)$ *бошқарувни билади деб фараз қилинади.*

Айтайлик $\alpha \in [0, \rho / \sigma)$,– ихтиёрий ўзгармас, $\mu(t)$, $0 \le t \le \tau$,

$$\int_0^\tau \mu^2(\tau - t)dt \le (\rho - \alpha\sigma)^2 \tag{8}$$

шартни қаноатлантирувчи квадрати билан жамланувчи манфий бўлмаган скаляр функция бўлсин. Айтайлик $M_2(\tau) - L$ қисм фазонинг қуйидаги кўринишда аниқланган қаварик компакт қисм тўплами бўлсин

$$M_2(\tau) = M_1 \stackrel{*}{-} \bigcup_{\|v(\cdot)\|_{L_2} \le \sigma} \int_0^\tau [E - F(\tau - t)]\pi K(\tau - t)Dv(t)dt. \tag{9}$$

Айтайлик $M(t) \subset L$, $0 \le t \le \tau_2$,

$$\int_0^\tau M(t)dt \subset M_2(\tau) \tag{10}$$

шартни қаноатлантирувчи ихтиёрий ўлчовли ёпиққийматли кўпқийматли акслантириш бўлсин ((9) га қаранг). Қуйидаги тўпламни киритамиз

$$\hat{w}(M(t), t) = \bigcap_{v \in R^q} \{\left[M(\tau - t) + \pi K(\tau - t)CS_{\alpha|v| + \mu(\tau - t)}\right] - F(\tau - t)\pi K(\tau - t)Dv\},$$

бунда S_Δ – маркази 0 да бўлган p ўлчовли Δ радиусли ёпиқ шар.

5-фараз. *Шундай* $F(t), t \in [0, \tau]$, *матрица, ўзгармас* $\alpha \in [0, \rho / \sigma)$, $\mu(t)$, $0 \le t \le \tau$, *функция ва* $M(t), 0 \le t \le \tau$, *кўп қийматли акслантириш мавжудки, барча* $t \in [0, \tau]$ *лар учун* $M_2(\tau)$, $\hat{w}(M(t), t)$ *тўпламлар бўш эмас.*

Қандайдир $z_0(\cdot) \in X$ бошланғич ҳолатни фиксирлаймиз. Сўнгра, қуйидаги вектор - функцияни киритамиз

$$\xi[\tau, z_0(\cdot)] = \pi K(\tau)z_0(0) + \int_{-h}^0 \pi K(\tau - t - h)Bz_0(t)dt - f(t),\ f(\tau) \in W(\tau).$$

5-Фаразга асосан шундай жамланувчи функция $w(t) \in \hat{w}(M(t), t)$, $t \in [0, \tau]$, мавжудки, қуйидаги $f(\tau) = \int_0^\tau w(\tau - t)dt$ тенглик ўринли бўлади. У ҳолда вектор-функция $\xi[\tau, z_0(\cdot)] = \pi K(\tau)z_0(0) + \int_{-h}^0 \pi K(\tau - t - h)Bz_0(t)dt - \int_0^\tau w(\tau - t)dt$, кўринишга эга бўлади. $\lambda(z_0(\cdot), \tau, t, v)$ сонли функцияни қуйидагича аниқлаймиз:

$$\lambda(z_0(\cdot),t,\tau,v)=\begin{cases}\sup\{\lambda\geq 0:\lambda\eta[\tau,z_0(\cdot)]\in[M(\tau-t)+\pi K(\tau-t)CS_{\alpha|v|+\mu(\tau-t)}]-\\ -F(\tau-t)\pi K(\tau-t)Dv-w(\tau-t)\}, & \text{àãàð } \xi\left[\tau,z_0(\cdot)\right]\neq 0,\\ \tau^{-1}, & \text{àãàð } \xi\left[\tau,z_0(\cdot)\right]=0.\end{cases}$$

6-фараз. $z_0(\cdot)\in X$ *бошланғич ҳолат учун шундай* $\tau_1(z_0(\cdot))>0$ *сон мавжуд-ки,* $\left|\xi[\tau_1,z_0(\cdot)]\right|\leq\inf\left\{\int\limits_0^{\tau_1}\lambda(z_0(\cdot),t,\tau_1,v(t))dt:\mathrm{P}v(\cdot)\mathrm{P}_{L_2[0,\tau_1]}\leq\sigma\right\}$ *тенгсизлик бажарилади.*

Теорема 3. *Агар 5,6, фаразларнинг шартлари бажарилса, у ҳолда (1),(7), ўйинда* $T=\tau_1(z_0(\cdot))$ *вақтда* $z_0(\cdot)\in X$ *бошланғич ҳолатдан қувишни тугаллаш мумкин.*

Биринчи бобнинг учинчи параграфи ўйинчиларининг бошқарувларига турли чегаралар қўйилган ҳолда дифференциал ўйиннинг қувиш масаласини ечишга бағишланган бўлиб, қувиш масаласини биринчи ва учинчи ечиш усулларини турли модификациялари баён этилган, ўйинни тугашлаш мумкин бўлиши учун янги етарли шартлар келтирилган.

Мазкур параграфда кейинчалик қувувчининг $u(t),\ 0\leq t<\infty,$ бошқарувини қуриш учун М. С.Никольский ишидаги ғоядан фойдаланилган. У ерда биринчи бўлиб v бошқарувни ҳар бир $t\geq 0$ вақтдаги $v(t)$ қийматини иккита $v_1(t),$ $v_2(t),\ t\geq 0,$ ўлчовли функцияларнинг йиғиндиси кўринишида ифодалаш таклиф қилинган. $v(\cdot)$ бошқарувни бундай кўринишда ифодаланиши қўйилган масалани ечиш учун M_1 тўпламдан қўшимча фойдаланиш имконини беради.

Энди ўйинчиларнинг $u(\cdot),\ v(\cdot)$ бошқарувларига қуйидаги чегараланишлар қўйилган

$$u(t)\in P,\ \ \mathrm{P}v(\cdot)\mathrm{P}_{L_{2[0,+\infty)}}\leq\sigma, \qquad (11)$$

$$\mathrm{P}u(\cdot)\mathrm{P}_{L_2[0,+\infty)}\leq\rho,\ \ v(t)\in Q, \qquad (12)$$

(1) дифференциал ўйинни қараймиз, бу ерда P ва Q тўпламлар мос равишда R^p, R^q фазоларнинг бўш бўлмаган компакт, қисм тўплам остилари, ρ ва $\sigma-$ манфий бўлмаган ўзгармаслар. Терминал M тўплам биринчи параграфдаги каби кўринишда бўлади.

3-таъриф. *Айтамизки, (1),(11) (ёки (1),(12)) ўйинда* $\tau=\tau(z_0(\cdot))>0$ *вақтда* $z_0(\cdot)\in X$ *бошланғич ҳолатдан қувишни тугаллаш мумкин дейилади, агарда, қочувчининг иҳтиёрий* $v(t),0\leq t\leq\tau,$ *жоиз бошқаруви учун қувувчининг шундай* $u=u(t,v(s)),0\leq s\leq t,$ *бошқаруви мавжуд бўлсаки, (1) системанинг (3) боланғич шарт остидаги* $z(t),\,0\leq t\leq\tau,$ *ечими қандайдир* $t=t^*\in[0,\tau]$ *вақтда* M *тўпламга келиб тушса.*

$\alpha(t),\,t\in[0,\tau],-$ орқали иҳтиёрий манфий бўлмаган ўлчовли функцияни белгилаймиз. $v(t),0\leq t<+\infty,-$ қочувчининг жоиз бошқаруви бўлсин. $[0,\tau]$ кесмада $v(t)$ бошқарувни $v(t)=v_1(t)+v_2(t),$ кўринишда ифодалаймиз, бу ерда

$v_1(t),\, v_2(t)$ функциялар қуйидаги кўринишда аниқлнади:

$$v_1(t)=\begin{cases} v(t), & \text{агар } \left|v(t)\right| \le \alpha(t), \\ \alpha(t)\dfrac{v(t)}{|v(t)|}, & \text{агар } \left|v(t)\right| > \alpha(t), \end{cases} \qquad v_2(t)=\begin{cases} 0, & \text{агар } \left|v(t)\right| \le \alpha(t), \\ \left[1-\dfrac{\alpha(t)}{|v(t)|}\right]v(t), & \text{агар } \left|v(t)\right| > \alpha(t). \end{cases}$$

Қуйидаги функцияни киритамиз $\varphi(\cdot): \mathrm{R}^1 \to \mathrm{R}^1,\ \varphi(\tau)=max\{0,\tau\},\ \varphi(-\infty)=0.$

$\Omega(v(\cdot))$ орқали $[0,\tau]$ кесманинг $|v(t)|>\alpha(t)$ тенгсизлик ўринли бўлган t нуқталар тўпламини белгилаймиз, бу ерда $v(t), 0 \le t \le \tau,-$ қочувчининг жоиз бошқаруви. $G(\tau)$ тўпламни қуйидагича киритамиз:

$$G(\tau)=\left\{\int_0^\tau \pi K(t)Dv_2(t)dt : \|v_2(\cdot)\|_{L_2} \le \sigma\right\}=\left\{\int_{\Omega(v(\cdot))}\varphi\left[1-\frac{\alpha(t)}{|v(t)|}\right]\pi K(t)Dv(t)dt : \|v(\cdot)\|_{L_2} \le \sigma\right\}.$$

Қуйидаги тўпламларни тузамиз:

$$\hat{w}(M(t),t)=[M(t)+\pi K(t)CP] \,\underline{*}\, \pi K(t)DS_{\alpha(t)},\ W(\tau)=\bigcup_{M(\cdot)}\int_0^\tau \hat{w}(M(t),t)dt,\ W(0)=M_1,$$

бу ерда $S_\Delta - q -$ ўлчовли маркази координата бошида бўлган Δ радиусли ёпиқ шар, бирлашма $\int_0^\tau M(t)dt \subset [M_1 \underline{*} G(\tau)]$ шартни қаноатлантирувчи барча ёпиққийматли кўп қийматли $M(t), t \in [0,\tau],$ акслантиришлар бўйича олинган. Қуйидаги белгилашни киритамиз: $H(\tau)z_0(\cdot)=K(\tau)z_0(0)+\int_{-h}^0 K(\tau-t-h)Bz_0(t)dt.$

9-фараз. *Шундай манфий бўлмаган ўлчовли $\alpha(t), 0 \le t \le \tau,$ функция мавжудки, барча $t \in [0,\tau]$ лар учун $W(\tau)$ тўплам бўш эмас.*

Теорема 5. *$z_0(\cdot) \in X$ бошланғич ҳолат учун 9 фараз бажарилсин ва шундай вақт моменти $\tau_1[z_0(\cdot)]>0$ мавжуд бўлсинки, $\tau=\tau_1[z_0(\cdot)]$ да $H(\tau)z_0(\cdot) \in W(\tau)$ тегишлилик ўринли бўлсин. У ҳолда (1),(11) ўйинда τ_1 вақтда $z_0(\cdot) \in X$ бошланғич ҳолатдан қувишни тугаллаш мумкин.*

10-фараз. *Айтайлик, $\tau_2(z_0(\cdot))>0$ сон, $F(t),\quad t \in [0,\tau_2],$ матрица, $\alpha \in [0,\rho/\sigma)$ ўзгармас, $\int_0^{\tau_2}\mu^2(t)d \le [\rho-\alpha\chi(\tau_2)]^2$ шартни қаноатлантирувчи квадрати билан жамланувчи манфий бўлмаган скаляр $\mu(t),\ 0 \le t \le \tau_2,$ функция ва (5) шартни қаноатлантирувчи кўп қийматли $M(t), 0 \le t \le \tau_2,$ акслантириш мавжудки, барча $t \in [0,\tau_2]$ лар учун*

$$\hat{w}(M(t),t)=\bigcap_{v \in Q}\{[M(\tau_2-t)+\pi K(\tau_2-t)CS_{\alpha|v|+\mu(\tau_2-t)}] \,\underline{*}\, F(\tau_2-t)\pi K(\tau_2-t)Dv\},$$

тўплам бўш эмас, бунда $\chi(\tau_2)-$ қуйидаги сонниг арифметик илдизи

$$\chi^2(\tau_2) = \sup\left\{ \int_0^{\tau_2} |F(t)v(t)|^2 \, dt : v(t) \in Q, 0 \le t \le \tau_2 \right\},$$

$S_\Delta - p -$ *ўлчовли маркази* 0 *да бўлган* $\alpha|v| + \mu(\tau_2 - t)$ *радиусли ёпиқ шар.* Энди $\lambda(z_0(\cdot), \tau_2, t, v)$ сонли функцияни қуйидагича аниқлаймиз:

$$\lambda(z_0(\cdot), \tau_2, t, v) = \begin{cases} \sup\{\lambda \ge 0 : \lambda\eta[\tau_2, z_0(\cdot)] \in [M(\tau_2 - t) + \pi K(\tau_2 - t) C S_{\alpha|v| + \mu(\tau_2 - t)}] - \\ - F(\tau_2 - t)\pi K(\tau_2 - t) D v - w(\tau_2 - t)\}, & \text{àãàð } \xi[\tau_2, z_0(\cdot)] \ne 0, \\ \tau_2^{-1}, & \text{àãàð } \xi[\tau_2, z_0(\cdot)] = 0. \end{cases}$$

Қуйидаги $\lambda(z_0(\cdot), \tau_2, t) = \inf\{\lambda(z_0(\cdot), \tau_2, t, v) : v \in Q\}$ белгилашни киритамиз.

11-фараз. $z_0(\cdot) \in X$ *бошланғич ҳолат учун* $|\xi[\tau_2, z_0(\cdot)]| \le \int_0^{\tau_2} \lambda(z_0(\cdot), \tau_2, t) dt$ *тенг-сизлик бажарлади.*

Теорема 6. *Агар* $z_0(\cdot) \in X$ *бошланғич ҳолат учун 10,11 фаразларнинг шартлари бажарилса, у ҳолда (1),(12) ўйинда* $T = \tau_2(z_0(\cdot))$ *вақтда* $z_0(\cdot) \in X$ *бошланғич ҳолатдан қувишни тугаллаш мумкин.*

Биринчи бобнинг тўртинчи параграфида биринчи ва учинчи усуллар ёрдамида ўйинчиларининг бошқарувларига интеграл ҳамда турли чегаралар қўйилган ҳолда чизиқли дифференциал ўйин татқиқ этилган. Қувиш масаласини ҳал этиш учун янги етарли шартлар олиш учун турли ёндашувлар таклиф қилинган.

Диссертациянинг **Кечикишли чизиқли дифференциал ўйинда қувишнинг ечиш усуллари** деб номланувчи иккинчи боби ўйинчиларнинг бошқарувларига геометрик, интеграл ва турли чегаралар қўйилган ҳолда кечикишли чизиқли қувиш масаласини ечишга бағишланган бўлиб, у тўрт параграфдан иборат.

Иккинчи бобнинг биринчи параграфида ўйинчиларнинг бошқарувлари (7) чегараланишли (1) ўйинда қувиш масаласи ечилган. Бу ерда қувиш масаласининг учунчи усули модификация қилинган. Чекли вақт оралиғида қувишнинг тугаллаш мумкин бўлишлигини кафолатловчи янги етарли шартлар келтирилган. Олинган натижалар аниқ мисолларга тадбиқ қилинган.

Айтайлик, $\tau > 0 -$ сон бўлсин, $t \in [0, \tau]$, $\alpha \in [0, \rho/\sigma) -$ иxтиёрий ўзгармас, (8) шартни қаноатлантирувчи $\mu(t)$, $0 \le t \le \tau_2$, функция, $F(t)$, $t \in [0, \tau_2]$, матрица ва M^2 шундай қабариқ компакт тўплам учун, $M_1 \overset{*}{-} M^2 \ne \varnothing$, $G(\tau) \overset{*}{\subset} M^2$, лар ўринли бўлсин. $M^*(t)$, $0 \le t \le \tau, -$ орқали $\int_0^\tau M^*(t) dt \subset M^2 \overset{*}{-} G(\tau)$, шартни қаноатлантирувчи ўлчовли ёпиққийматли кўп қийматли акслантиришни белгилаймиз, $G(\tau)$ тўпламни қуйидагича аниқлаймиз:

$$G(\tau) = \left\{ \int_0^\tau [E - F(\tau - t)]\pi K(\tau - t) D v(t) dt : \|v(\cdot)\|_{L_2[0,\tau]} \le \sigma \right\}.$$

$M_3(\subset M_1 \underline{*} M^2)$ – қабариқ компакт ва $m \in M_3$ тўплам бўлсин. Қуйидаги тўпламни тузамиз $\hat{w}(M^*(t),t) = \bigcap_{v \in \mathbb{R}^q} \{[M^*(t) + \pi K(t) C S_{\alpha|v| + \mu(t)}] - F(t) \pi K(t) D v\}$.

Функция $\xi[\tau, z_0(\cdot)] = \pi K(\tau) z_0(0) + \int_{-h}^{0} \pi K(\tau - t - h) B z_0(t) dt - \int_0^{\tau} w(\tau - t) dt$ кўринишда бўлсин. $\lambda(z_0(\cdot), \tau, t, v)$ сонли функцияни қуйидагича аниқлаймиз:

$$\lambda(z_0(\cdot),\tau,t,v) = \begin{cases} \sup\{\lambda \ge 0 : \lambda[\xi[\tau, z_0(\cdot)] - m] \in [M^*(\tau - t) + \pi K(\tau - t) C S_{\alpha|v| + \mu(\tau - t)}] - \\ - F(\tau - t) \pi K(\tau - t) D v + w(\tau - t)\}, & \text{àãàð} \quad \xi[\tau, z_0(\cdot)] \ne m, \\ \tau^{-1}, & \text{àãàð} \quad \xi[\tau, z_0(\cdot)] = m. \end{cases}$$

12-фараз. *$z_0(\cdot) \in X$ бошланғия ҳолат учун, шундай $\tau_1(z_0(\cdot)) > 0$ сон, $F(t)$, $t \in [0, \tau_1]$, матрица, $\mu(t), 0 \le t \le \tau_1$, функция, кўп қийматли $M^*(t)$, $0 \le t \le \tau_1$, акслантириш мавжудки: а) барча $t \in [0, \tau_1]$ лар учун $\hat{w}(M(t), t)$ тўплам бўш эмас; b)* $1 - \inf\left\{ \int_0^{\tau_1} \lambda(z_0(\cdot), \tau_1, t, v(t)) dt : \| v(\cdot) \|_{L_2[0,\tau_1]} \le \sigma \right\} \le 0$ *тенгсизлик бажарилади.*

Теорема 7. *Агар $z_0(\cdot) \in X$ бошланғич ҳолат учун 12 фаразнинг барча шартлари бажарилса, у ҳолда (1),(7) ўйинда $\tau_1(z_0(\cdot))$ вақтда қувишни тугаллаш мумкин.*

Иккинчи бобнинг иккинчи параграфида (2),(7) чегараланишли (1) дифференциал ўйинда қувиш масаласи ечилган. Қувиш масаласини ечиш учун ўйинчиларнинг бошқарувларига мос равишда, ҳам геометрик, ҳам интеграл чегаралар қўйилган ҳолларда янги етарли шартлар олинган.

$M_2(\tau)$, L – қисм фазонинг қуйидаги кўринишда аниқланган қавариқ компакт қисм тўплами бўлсин $M_2(\tau) = M_1 \underline{*} \int_0^{\tau} [D - C F_2(\tau, \tau - t)] \pi K(\tau - t) Q dt$.

Қуйидаги $\hat{w}(M(t),t) = M(\tau - t) + \pi K(\tau - t) C [P \underline{*} F_2(\tau, \tau - t) Q]$ тўпламни оламиз.

13-фараз. *$z_0(\cdot) \in X$ бошланғич ҳолат учун шундай t бўйича чизиқли $F_2(\tau,t)$: $\mathbb{R}^q \to \mathbb{R}^p$, $t \in [0,\tau]$, акслантириш ва (5) шартни қаноатлантирувчи кўп қийматли $M(t)$, $0 \le t \le \tau$, акслантириш мавжудки: а) барча $t \in [0,\tau]$ лар учун қуйидаги $M_2(\tau)$, $\hat{w}(M(t),t)$ тўпламлар бўш эмас. б) шундай ўлчовли $\gamma(\tau,t) \in P \underline{*} F_2(\tau, \tau - t) Q$, $0 \le t \le \tau$, функция мавжудки, қуйидаги тенгсизлик*

$|\xi[\tau, z_0(\cdot)]| - \inf\left\{ \int_0^{\tau} \lambda(z_0(\cdot), \tau, t, v(t)) dt : v(\cdot) \in Q \right\} \le 0$, *бажарилади.*

Охирги ифодада $\lambda(z_0(\cdot), \tau, t, v)$ функция қуйидагича аниқланади

$$\lambda(z_0(\cdot),\tau,t,v) = \sup\{\lambda \ge 0 : \pi K(\tau - t) C \gamma(\tau, \tau - t) + \lambda \eta[\tau, z_0(\cdot)] \in \hat{w}(M(t), t)\}.$$

Теорема 8. *$z_0(\cdot) \in X$ бошланғич ҳолат учун шундай $\tau_2(z_0(\cdot)) > 0$ вақт моменти мавжудки, $\tau = \tau_2(z_0(\cdot))$ вақтда 13 фаразнинг барча шартлари бажарил-*

син. У ҳолда (1), (2) ўйинда $\tau_2(z_0(\cdot))$ вақтда қувишни тугаллаш мумкин.

Иккинчи бобнинг учинчи ва тўртинчи параграфларида шундай янги етарли шартлар келтирилганки, улар бажарилганда қувловчи чекли T вақтда берилган бошланғич ҳолатдан $z_0(\cdot) \in X$ ўйинни тугаллаши мумкин, T вақтни аниқлаш учун тенгсизлик кўринишидаги муносабат келтирилган.

Диссертациянинг **Траекториялар дастасини бошқаришнинг кечикишли ўйин масаласи** деб номланувчи учинчи боби тўрт параграфдан иборат бўлиб, унда чизиқли ва квазичизиқли дифференциал ўйин масаласи ечилган.

Учинчи бобнинг биринчи параграфида ўйинчиларнинг бошқарувларига геометрик чегара қўйилган ҳолда чизиқли дифференциал ўйинда траекториялар дастасини бошқаришни ўйин масаласини ечиш учун турли кўринишдаги янги етарли шартлар таклиф қилинган.

(2) чегараланишли (1) дифференциал ўйинни қарайлик. Бу ерда терминал тўпламнинг биринчи параграфдан фарқи M_1 $L-$ қисм фазонинг ихтиёрий бўш бўлмаган қисм тўплами. $\mathbf{R}^n$ фазосида M тўпламдан ташқари (1) ўйиннинг траекториялари чиқувчи $N(X(\cdot))$ тўплам берилади. Бу тўплам бошланғич тўплам деб аталади. Бошланғич тўплам сифатида $X(s), -h \le s \le 0,$ кўп қийматли акслантиришнинг бир қийматли шохларининг тўплами олинади.

Траекториялар дастасини бошқариш масаласи, шундай $T \ge 0$ сони ва ҳар бир $0 \le t < +\infty$ да u параметрнинг $u(t)$ қийматини қуришдан иборатки, натижада $Z(u(\cdot), v(\cdot), N(X(\cdot)))$ дастанинг ҳар бир траекторияси T дан ошиб кетмаган вақтда M терминал тўпламга келиб тушса, яъни қандайдир $t^* \in [0, T]$ вақтда $z(t^*) \in M$ тегишлилик муносабати ўринли бўлса. T сони келиб тушиш вақти дейилади.

Учинчи бобнинг иккинчи параграфида ўйинчиларнинг бошқарувлари геометрик чегара қўйилган ҳолда квазичизиқли дифференциал ўйинда траекториялар дастасини бошқаришнинг ўйин масаласи ечилган.

$\omega -$ $[0, \tau]$ кесманинг ихтиёрий бўлаклари бўлсин: $\omega = \{0 = t_0 < t_1 < \ldots < t_k = \tau\},$ $v_i(t),$ $t_{i-1} \le t \le t_i, i = 1, 2, \ldots, k, -$ қийматларини Q тўпламдан қабул қилувчи ихтиёрий ўлчовли функция. Ω - $M_1 \overset{*}{-} H[\tau, N(X(\cdot))]$ тўпламнинг ихтиёрий ёпиқ қисм тўплами бўлсин. $A_0 = \Omega$ деб олиб,

$$A_i = \bigcap_{v_i(\cdot)} \left[A_{i-1} + \int_{t_{i-1}}^{t_i} \pi K(t) f(P, v_i(t)) dt \right], A_k(\Omega, \omega) = A_k, W(\Omega, \tau) = \bigcap_{\omega} A_k(\Omega, \omega),$$

тўпламни тузамиз, бунда кесишма $[0, \tau]$ кесманинг барча мумкин бўлган ω бўлаклари бўйича олинган. Таърифга кўра $W(\Omega, 0) = \Omega$ деб оламиз ва қуйидаги $W_2[M_1 \overset{*}{-} H[\tau, N(X(\cdot))], \tau] = \bigcup_{\Omega} W(\Omega, \tau),\ \tau > 0,$ тўпламни қараймиз.

Теорема 9. *Фараз қилайлик, бирор $\tau = \tau_3$ вақтда $0 \in W_2[M_1 \overset{*}{-} H[\tau, N(X(\cdot))], \tau]$ ўринли бўлсин. У ҳолда (2) чегараланишли (1) ўйинда $T = \tau_3$ вақтда траекто-*

риялар дастасини $N(X(\cdot))$ *тўпламдан* M *тўпламга олиб келиш мумкин. Бунда* $u[t]$ *бошқарувни қуриш учун* $u(r),\ 0 \le r < t$ *ва* $v(r),\ 0 \le r \le t+\varepsilon$, *қиймат-лардан фойдаланилади, бунда* ε *- иxтиёрий фиксирланган мусбат сон.*

Аввалгидек $i = 1, 2, \dots, k$, ва

$$M^{(i)} = \bigcup_{M_{i-1}(\cdot)} \int_{t_{i-1}}^{t_i} \bigcap_{v \in Q} [M_{i-1}(t) + \pi K(t) f(P, v))] dt,$$

бўлсин, бу ерда $M_0(t),\ t_0 \le t \le t_1,-$ иxтиёрий ёпиқ қийматли кўп қийматли $\int_{t_0}^{t_1} M_0(t) dt \subset M^{(0)}$, шартни қаноатлантирувчи акслантириш, $M^{(0)} = M_1 \underline{*} H[\tau, N(X(\cdot))]$;

$M_{i-1}(t),\ \ t_{i-1} \le t \le t_i, i > 1,-$ ўлчовли ёпиққийматли функция, $\int_{t_{i-1}}^{t_i} M_{i-1}(t) dt \subset M^{(i-1)}$,

$M^{(k)}(\omega) = M^{(k)},\ W_3[M_1 \underline{*} H[\tau, N(X(\cdot))], \tau] = \bigcup_{\omega} M^{(k)}(\omega)$, бўлсин.

Теорема 10. *Фараз қилайлик, бирор* $\tau = \tau_4$ *вақтда* $0 \in W_3[M_1 \underline{*} H[\tau, N(X(\cdot))], \tau]$ *ўринли бўлсин. У ҳолда (2) чегараланишли (1) ўйинда* $T = \tau_4$ *вақтда траекто-риялар дастасини* $N(X(\cdot))$ *тўпламдан* M *тўпламга олиб келиш мумкин.*

Учинчи бобнинг учинчи ва тўртинчи параграфларида ўйинчиларнинг бошқарувларига интеграл ва турли чегаралар қўйилган ҳолда траекториялар дастасини бошқаришнинг ўйин масаласини ечиш учун янги етарли шартлар олинган, ўйинни тугаллаш мумкин бўлишлиги учун янгича ёндашувлар таклиф қилинган.

Диссертациянинг **Тўла бўлмаган маълумотда зиддиятни ва тақсим-ланган параметрли системаларда ўзгармас кўп қийматли акслантириш-нинг инивариантлигини ҳал этиш** деб номланувчи тўртинчи боби тўрт параграфдан иборат бўлиб, унда ўйинчиларнинг бошқарувларига турли чегаралар қўйилган ҳолда чизиқли дифференциал ўйинда қувиш масаласи ҳамда тақсимланган параметрли системаларда қувиш ва учрашишдан четлашиш масалалари ечилган.

Тўртинчи бобнинг биринчи параграфида қочувчи ҳақида маълумот кечиккан шароитда дифференциал ўйинни қувиш масаласини ечиш учун қувиш масаласининг биринчи ва учинчи усулларининг аналоглари таклиф қилинган ҳамда ўйинчиларнинг бошқарувларига геометрик ҳамда интеграл чегаралар қўйилган ҳолларда берилган нуқтадан ўйинни тугаллаш мумкин бўлишлиги учун янги етарли шартлар олинган.

Тўртинчи бобнинг иккинчи параграфида тақсимланган параметрли бошқарилувчи системанинг бошқарув параметрларига турли чегаралар қўйилган ҳолда қувиш ва учрашувдан четлашишнинг ўйин масаласи ечилган.

$L_2(\Omega)$ фазода $Az=-\sum_{i,j=1}^{n}\frac{\partial}{\partial x_i}(a_{ij}(x)\frac{\partial z}{\partial x_j}), x\in\Omega, a_{ij}(x)=a_{ji}(x)\in C^1(\bar{\Omega}),$ кўринишдаги A дифференциал оператор қаралади, бунда Ω - R^n, $n\geq 1$, фазода бўлакли силлиқ чегарага эга бўлган соҳа. $D(A)$ - A операторнинг аниқланиш соҳаси, (икки марта узлуксиз дифференциалланувчи финит функциялар) $\overset{o}{C}{}^2(\Omega)$ бўлади. $a_{ij}(x)$ коэффициентлар қуйидаги шартни қаноатлантиради: шундай $\gamma\neq 0$ ўзгармас мавжудки, барча $x\in\Omega$ ва $(\xi_1,\xi_2,...,\xi_n)\in R^n$ векторлар учун $\sum_{i,j=1}^{n}a_{i,j}(x)\xi_i\xi_j\geq\gamma^2\sum_{i=1}^{n}\xi_i^2$ тенгсизлик бажарилади. $r\geq 0$ - иҳтиёрий сон бўлсин,

$$\ell_r=\left\{\alpha=(\alpha_1,\alpha_2,...):\sum_{i=1}^{\infty}\lambda_i^r\alpha_i^2<\infty\right\}, H_r(\Omega)=\left\{f\in L_2(\Omega): f=\sum_{i=1}^{\infty}\alpha_i\varphi_i, \alpha\in\ell_r\right\}.$$

$C([0,T];H_r(\Omega))(L_2([0,T];H_r(\Omega)))$ орқали $[0,T]$ кесмада аниқланган қиймати $H_r(\Omega)$, фазода бўлган, узлуксиз фунуциялардан ташкил топган (квадрати билан жамланувчи ўлчовли) фазони белгилаймиз, бунда $T>0$ ўзгармас.

Қуйидаги тақсимланган параметрли зиддиятли бошқарув системасини (тақсимланган дифференциал ўйин) қараймиз:

$$\frac{dz(t)}{dt}+Az(t)=-u(t)+v(t)+f(t), 0<t\leq T, \tag{13}$$

бунда $u(\cdot), v(\cdot), f(\cdot)\in L_2([0,T];H_r(\Omega)), z(0)=z_0\in H_{r+1}(\Omega)$. $u(\cdot)$ ва $v(\cdot)$ функциялар мос равишда биринчи (қувловчи) ва иккинчи (қочувчи) ўйинчиларнинг бошқарувлари деб аталади, $f(\cdot)$ маълум ва фиксирланган функция. $u(\cdot)$ ва $v(\cdot)$ бошқарувлар қуйидаги чегараланишлардан бирини қаноатлантиради:

$$\|u(t)\|_{H_r(\Omega)}\leq\rho, \quad \|v(t)\|_{H_r(\Omega)}\leq\sigma, \quad 0\leq t\leq T; \tag{14}$$

$$\|u(\cdot)\|_{L_2([0,T];H_r(\Omega))}\leq\rho, \quad \|v(\cdot)\|_{L_2([0,T];H_r(\Omega))}\leq\sigma, \tag{15}$$

бунда ρ ва σ – манфий бўлмаган ўзгармаслар. (14) ва (15) шартлардан бирини қаноатлантирувчи бошқарувлар жоиз бошқарувлар дейилади.

Энди (13), (14) ва (13), (15) ўйинларда қувишни тугаллаш мумкинлиги ҳамда учрашишдан четлашиш ҳақидаги таърифларни келтирамиз.

4-таъриф. *(13), (14) ўйинда (ёки (13), (15) ўйинда)* z_0, *бошланғич ҳолатдан қувишни тугаллаш мумкин дейилади, агарда шундай мусбат* $T=T(z_0)$ *сон ва* $u(z_0,v)$ *функция мавжуд бўлсаки: 1) иҳтиёрий* $v(t), 0\leq t\leq T, (\|v(t)\|\leq\sigma)$ $(\|v(\cdot)\|\leq\sigma)$ *функция учун* $u(t)=u(z_0,v(t)),\ 0\leq t\leq T$, *функция* $\|u(t)\|\leq\rho$ $(\|u(\cdot)\|\leq\rho)$; *тенгсизликни қаноатлантиради; 2) (13),(14) масаланинг* $z(t), 0\leq t\leq T$, *ечими бирор* $t=t^*\in[0,T]$ *моментда нолга айланса.*

Қувиш масаласи ўйинни тугаллаш мумкин бўлган z_0 нуқталар тўпламини топишдан ҳамда қувловчини $u(z_0,v)$ бошқарувини аниқ қуришдан иборат.

5-таъриф. *(13), (14) ўйинда (ёки (13), (15) ўйинда)* $z_0, z_0\neq 0$, *бошланғич ҳолатдан учрашишдан (охирги нол ҳолатдан) четлашиш мумкин деб айта-*

миз, агарда иҳтиёрий $T > 0$ *учун шундай* $v(z_0, u)$, *функцияни қуриш мумкин бўлсаки: 1) иҳтиёрий* $u(t)$, $\|u(t)\| \le \rho$ $(\|u(\cdot)\| \le \rho)$, *учун* $v(t) = v(z_0, u(t))$, $0 \le t \le T$, *функция* $\|v(t)\| \le \sigma$ $(\|v(\cdot)\| \le \sigma)$, *тенгсизликни қаноатлантиради; 2) (13), (15) масаланинг* $z(t), 0 \le t \le T$, *ечими нолга айланмайди:* $[0, T]$ *кесмада* $z(t) \ne 0$.

Учрашишдан четлашиш масаласи: 1) учрашишдан четлашиш мумкин бўлган z_0, $z_0 \ne 0$ нуқталар тўпламини топишдан; 2) қочувчининг $v(z_0, u)$, бошқарувини аниқ кўринишда қуришдан иборат. Энди

$$f(t) = \sum_{i=1}^{\infty} f_i(t)\varphi_i,\ e_{0i}(t) = e^{\lambda_i t},\ e_{1i}(t) = \int_0^t e_{0i}(s)ds,\ i = 1, 2, \dots, t \in [0, T], \text{ бўлсин.}$$

Теорема 11. $\rho > \sigma$ *ва шундай* $T > 0$ *сони мавжуд бўлсинки, барча* $i = 1, 2, \dots$ *учун* $\left|\int_0^T e_{0i}(t) f_i(t) dt\right| \le \gamma_i$, *бўлади, бунда (13), (14) ўйин учун* $\gamma_i = (\rho - \sigma) e_{1i}(T)(2^i \lambda_i^r)^{-1/2}$, *(13), (15) ўйин учун* $\gamma_i = (\rho - \sigma) e_{1i}(T)(2^i \lambda_i^r T)^{-1/2}$. *У ҳолда (13), (14) ва (13),(15) ўйинларда чексиз кўп бошланғич ҳолатдан қувишни тугаллаш мумкин.*

Теорема 12. *Агар* $\sigma > \rho$ *бўлса, у ҳолда (13),(14) ва (13),(15) ўйинларда иҳтиёрий* z_0, $z_0 \ne 0$, *бошланғич ҳолатдан учрашишдан четлашиш мумкин.*

Тўртинчи бобнинг учинчи ва тўртинчи параграфларида кечикишли иссиқлик тарқалиш тенгламасига нисбатан ўзгармас кўп қийматли акслантиришни кучли ва кучсиз инвариант бўлишлиги ҳақидаги масала ечилган. Бошқарувга геометрик чегара қўйилган ҳолда берилган тўпламнинг инвариант бўлиши учун зарурий ва етарли шартлар олинган, бошқарувга интеграл чегара қўйилган ҳолда эса етарли шартлар ҳамда берилган ўзгармас кўп қийматли акслантириш инвариант бўлишлигини осон текширувчи шартлар олинган.

Қуйидаги чегаравий ва бошланғич шартлар билан берилган кечикувчи аргументли иссиқлик алмашинуви масаласини қараймиз

$$\frac{\partial z(t)}{\partial t} + Az(t) = z_0(t - h) + u(t), \quad 0 < t \le T, \tag{16}$$

$$Pz(t) = 0,\ 0 \le t \le T,\ x \in \partial\Omega, \text{ (чегаравий)}, \tag{17}$$

$$z(0) = z_0(0), \text{ (бошланғич)}, \tag{18}$$

бунда $z_0(\cdot) \in X$, $X = \{z(\cdot) : z(t) \in H_r(\Omega), -h \le t \le 0\}$.

(16)-(18) масалани $u(\cdot)$ бошқарувни қуйидаги шартларнинг бирини қаноатлантириши нуқтаи назаридан қараймиз:

$$\text{ёки } \|u(t)\|_{H_r(\Omega)} \le \rho,\ 0 \le t \le T, \tag{19}$$

$$\text{ёки } u(\cdot) \in L_2([0, h]; H_r(\Omega)),\ \|u(\cdot)\|_{L_2([0,h];H_r(\Omega))} \le \rho. \tag{20}$$

6-таъриф. $W \subset R^1$ *тўплам* $[0, T]$ *вақт оралиғида (16) - (18), (20) масалага нисбатан кучли инвариант дейилади, агарда иҳтиёрий* $z_0(t)$, $\|z_0(t)\|_{H_r(\Omega)} \in W$, $t \in [-h, 0]$, *ва* $u(t)$, $\|u(\cdot)\|_{L_2([0,T];H_r(\Omega))} \le \rho$ *да* $t \in [0, T]$ *учун* $\|z(t)\|_{H_r(\Omega)} \in W$, *тегишлилик* *бажарилса.*

Теорема 13. $W=[0,b]$ *тўплам* $[0,T]$ *вақт оралиғида (16) - (18),(20) масалага нисбатан кучли инвариант бўлади фақат ва фақат шу ҳолдаки, қачонки,* $\rho \le (\lambda_1 - 1)b$ *тенгсизлик ўринли бўлса.*

7-таъриф. $W \subset R^1$ *тўплам* $[0,T]$ *вақт оралиғида (16) - (18), (20) масалага нисбатан кучсиз инвариант дейилади, агарда иҳтиёрий* $z_0(t)$, $\| z_0(t) \|_{H_r(\Omega)} \in W$, $t \in [-h,0]$, *учун шундай* $u(t)$, $\| u(\cdot) \|_{L_2([0,T];H_r(\Omega))} \le \rho$ *мавжудки, барча* $t \in [0,T]$ *учун* $\| z(t) \|_{H_r(\Omega)} \in W$, *тегишлилик бажарилса.*

Теорема 14. *Агар* $\lambda_1 \ge 1$ *бўлса, у ҳолда* $W=[0,b]$ *тўплам* $[0,T]$ *вақт оралиғида (16) - (18), (20) масалага нисбатан кучсиз инвариант бўлади.*

Х У Л О С А

Диссертацияда ўйинчиларнинг бошқарувларига геометрик, интеграл ва турли чегаралар қўйилган кечикувчи аргументли дифференциал тенгламалар билан тавсифланувчи зиддиятли ҳолатларни ҳамда тақсимланган параметрли бошқарилувчи системалар синфида қувиш ва учрашишдан четлашиш масалаларини ечиш тадқиқ қилинган.

Тадқиқотнинг асосий натижалари қуйидагилардан иборат.

1. Ўйинчиларнинг бошқарувларига геометрик чегара қўйилган кечикишли чизиқли дифференциал ўйинни қувиш масаласини ечиш учун янги етарли шартлар олинган. Қувиш масаласининг биринчи ва учинчи усуллари модификация қилиниб ва чекли вақтда қувишни тугаллаш мумкинлигини ҳал этиш учун янги етарли шартларнинг турли кўринишлари таклиф қилинган. Олинган натижалар мисолга тадбиқ қилинган.

2. Ўйинчиларнинг бошқарувларига интеграл ва турли чегаралар қўйилган дифференциал ўйин қувиш масаласининг биринчи ва учинчи усуллари модификация қилинган. Чизиқли ўйинни ечиш учун осон текширилувчи Л.С.Понтрягин, М.С.Никольский ва Н.Ю.Сатимов шартлари кўринишидаги етарли шартлар олинган. Кечикишли чизиқли дифференциал ўйин масаласида қувишни тугаллаш мумкин бўлиши учун янги етарли шартларни олишда турли ёндашувлар таклиф қилинган.

3. Кечикишли чизиқли дифференциал ўйинда ўйинчиларнинг бошқарувларига геометрик чегара қўйилган ҳолда траекториялар дастасини бошқаришнинг ўйин масаласи ечилган. Қувишнинг биринчи, иккинчи ва учинчи усуллари модификация қилинган ва улар ёрдамида бошқарувларига геометрик чегара қўйилган ҳолда траекториялар дастасини бошқаришнинг ўйин масаласи ечилган.

4. Кечикишли квазичизиқли дифференциал ўйинда ўйинчиларнинг бошқарув параметрларига геометрик чегара қўйилган ҳолда қувиш назариясининг биринчи, иккинчи ва учинчи усуллари модификацияси ишлаб чиқилиб, траекториялар дастасини бошқаришнинг ўйин масаласига тадбиқ этилди. Бошқарувларга интеграл чегара қўйилган ҳолда траекториялар дастасини бошқаришнинг ўйин масаласини ечиш учун Н.Л.Григоренко ва Н.Ю.Сатимов

шартлари кўринишидаги янги етарли шартлар олинган.

5. Ўйинчиларнинг бошқарувларига турли чегаралар қўйилган тақсимланган бошқарилувчи системаларда қувиш ва учрашишдан четлашиш масалалари ечилган. Системани бир ҳолатдан бошқа ҳолатга ўтказиш учун, ҳусусан координата бошига келтириш учун янги етарли шартлар олинган, қувловчининг аниқ кўринишдаги бошқаруви қурилган.

6. Кечикишли тақсимланган параметрли системаларга нисбатан берилган ўзгармас кўп қийматли акслантиришни кучли ва кучсиз инвариант бўлиш масалалари ечилган. Бошқарувга геометрик чегара қўйилган ҳолда берилган тўпламнинг инвариант бўлиши учун янги зарурий ва етарли шартлар олинган, бошқарувга интеграл чегара қўйилган ҳолда эса янги етарли шартлар олинган.

Муаллиф диссертация тадқиқотларини олиб боришидаги ёрдами, қўллаб-қувватлаганликлари ва эътибори учун академик А.А.Азамовга ҳамда профессор М. Тўхтасиновга ўзининг чуқур миннатдорчилигини билдиради.

НАУЧНЫЙ СОВЕТ DSc.03/30.12.2019.FM.01.01 ПО ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЁНЫХ СТЕПЕНЕЙ ПРИ НАЦИОНАЛЬНОМ УНИВЕРСИТЕТЕ УЗБЕКИСТАНА

НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ УЗБЕКИСТАНА

МАМАДАЛИЕВ НУМАНЖОН

РАЗРЕШЕНИЕ КОНФЛИКТНЫХ СИТУАЦИЙ, ОПИСЫВАЕМЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМИ УРАВНЕНИЯМИ С ЗАПАЗДЫВАЮЩИМ АРГУМЕНТОМ

01.01.02 — Дифференциальные уравнения и математическая физика (физико-математические науки)

АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ ДОКТОРА (DSc) ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК

город Ташкент - 2020 год

Тема диссертации доктора наук (Doctor of Science) зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Кабинете Министров Республики Узбекистан за номером B2017.1.DSc/FM9.

Диссертация выполнена в Национальном университете Узбекистана.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, русский, английский (резюме)) размещен на веб-странице Научного совета (http://ik-fizmat.nuu.uz/) и на Информационно- образовательном портале "Ziyonet" (www.ziyonet.uz).

Научный консультант: **Тухтасинов Муминжан**
доктор физико-математических наук, профессор

Официальные оппоненты: **Азамов Абдулла Азамович**
доктор физико - математических наук, академик

Ухоботов Виктор Иванович
доктор физико-математических наук, профессор
(Челябинский государственный университет, Рос.**)**

Саматов Бахром Таджиахматович
доктор физико-математических наук, профессор

Ведущая организация: **Институт математики и механики имени Н.Н.Красовского Уральского отделении РАН**

Защита диссертации состоится "-----"---------2020 года в "------" часов на заседании Научного совета DSc.03/30.09.2019.FM.01.01 при Национальном университете Узбекистана. (Адрес: 100174. г.Ташкент, Алмазарский район, ул.Университетская, 4. Тел.:(99871) 227-12-24, факс: (99871) 246-53-21, (99871) 246-02-24, e-mail:nauka@nuu.uz).

С докторской диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Национального университета Узбекистана (зарегистрирована за №----).(Адрес: 100174. г.Ташкент, Алмазарский район, ул.Университетская, 4. Тел.:(99871) 246-02-24).

Автореферат диссертации разослан «--------»--------2020 года.
(протокол рассылки №----от «-------»------ 2020 года).

\

А.С.Садуллаев
Председатель научного совета
по присуждению учёных степеней,
д.ф.-м.н., академик

Н.К.Мамадалиев
Учёный секретарь Научного
совета по присуждению учёных
степеней, д.ф.ф.-м.н.(PhD)

Ш.А.Алимов
Председатель научного семинара при
научном совете по присуждению учёных
степеней, д.ф.-м.н.,академик

ВЕДЕНИЕ (аннотация докторской диссертации)

Актуальность и востребованность темы диссертации. Решения многих прикладных проблем, возникающих в результате многочисленных научно-прикладных исследований, проводимых на мировом уровне, в основном приводятся к задачам изучения конфликтных управляемых процессов, которые описываются дифференциальными уравнениями с запаздывающим аргументом. Результаты, относящиеся к теории конфликтных ситуаций, описываемых дифференциальными уравнениями с запаздывающим аргументом, используются в задачах долгосрочного прогнозирования, в экономике, в математической и популяционной биологии при изучении динамики инфекционных заболеваний и др. Поэтому на сегодняшний день в мире одними из важнейших проблем являются исследования разрешений конфликтных ситуаций, описываемых дифференциальными уравнениями с запаздывающим аргументом при геометрических, интегральных и различных ограничениях на управляющие параметры игроков, изучение задачи сильной и слабой инвариантности многозначного отображения и исследования задачи конфликтных ситуаций всех типов уравнений математической физики.

В настоящее время в мире актуальным является исследования, разрешение конфликтных ситуаций, описываемых дифференциальными уравнениями с запаздывающим аргументом. Применение методов теория дифференциальных игр описываемых дифференциальными уравнениями с запаздывающим аргументом преследования-убегания к различным областям, в частности используются для решений задач долгосрочного прогнозирования в экономике, в математической и популяционной биологии при изучении динамики инфекционных заболеваний, являются важнейщими научными направлениями.

В нашей стране в годы независимости большое внимание уделяется актуальным направлениям, имеющим прикладное значение, в частности, теории дифференциальных игр описываемых дифференциальными уравнениями с запаздывающим аргументом с геометрическими, интегральными и различными ограничениями на управления игроков. В результате развития этого направления получены весомые результаты в разрешении задач дифференциальных игр преследования, вытекающих из задач математической физики, механики, математической биологии и экономики. Основными задача-ми и направлениями деятельности математической науки являются проведения научных исследований на уровне международных стандартов по приоритетным направлениям “Функциональный анализ, дифференциальные уравнения и математическая физика, теория динамических систем”[3]. Развитие дальнейшего исследования задач преследования-убегания в теории дифференциальных игр, описываемых дифференциальными уравнениями с запаздывающим аргументом, играет важную роль в обеспечении реализации данного постановления.

---

[3] Постановление Кабинета Министров Республики Узбекистан «О мерах по организации деятельности вновь созданных научно-исследовательских учреждений Академии наук Республики Узбекистан» от 18 мая 2018 года № 292.

Исследования данной диссертации в определенной степени служат решению задач, указанных в Постановлениях Президента Республики Узбекистан № УП-4947 от 7 февраля 2017 года “О стратегии действия по дальнейшему развитию Республики Узбекистан”, № УП-2789 от 17 февраля 2017 года “О мерах по дальнейшему совершенствованию деятельности Академии наук, организации, управления и финансирования научно-исследовательской деятельности”, № ПП-3682 от 27 апреля 2018 года “О мерах по дальнейшему совершенствованию системы практического внедрения инновационных идей, технологий и проектов”, № ПП-4358 от 17 июня 2019 года “О мерах по коренному совершенствованию системы подготовки востребованных квалифицированных кадров и развитию научного потенциала в Национальном университете Узбекистана имени Мирзо Улугбека в 2019-2023 годах” и № УП-5847 от 8 октября 2019 года “Об утверждении концепции развития системы высшего образования Республики Узбекистан до 2030 года”, а также в других нормативно-правовых актах, относящихся к данной области деятельности.

Соответствие исследования приоритетными направлениями развития науки и технологий республики. Данная диссертация выполнена в соответствии с приоритетными направлениями развития науки и технологий Республики Узбекистан IV. “Математика, механика и информатика”.

Обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации.[4] Научные исследования по нахождению общего метода развития теории конфликтных ситуаций, описываемых дифференциальными уравнениями с запаздывающим аргументом при различных ограничениях на управления игроков, ведутся в крупных научных центрах высших учебных заведений мира, в частности: в Mathematical center after named Stefan Banah, International institute for applied systems analysis(IIASA), University de Paris-dauphine, RAND Corporation, University of Toronto, University of Princeton, University of Central Florida, University of Illinois, University of Cambridge, University Putra Malaysia, Московском Государственном университете, Математическом институте Российской академии наук, Институте математики и механики УрО РАН, Уральском федеральном университете, Санкт-Петербургском Государственном университете, Российском университете дружбы народов, Институте математики Национальной академии наук Украины, Челябинском Государственном университете, Институте Кибернетики НАН Украины.

На мировом уровне осуществляются научно-исследовательские работы по теории дифференциальных игр и их приложений, в частности, осуществляются разработки в таких приоритетных направлениях, как задачи конфликтных ситуаций, описываемых дифференциальными уравнениями с запаздывающим аргументом, когда на управления игроков налагаются разно-

[4] Обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации: www.math.prinston.edu, www.bw.edu, www.nsu.ru, www.mi.ras.ru, Petrosyan L.A. (l993):Differential games of pursuit. London.World Scientific PuЬl.Co Pte.Ltd.;Williams J.D, (2007):The Compleat Strategyst: Being a Primer on the Theory of Games of Strategy, New York.RAND Corporation, USA.; Haurie A., Krawczyk J., Zaccour G. (2012): Games and Dynamic Games. London,World Scientific Publ. Co.Pte.Ltd.; Yong J. (2015)., были использованы и другие источники.

типные ограничения; исследования методов решения задач теории конфликтов применительно к уравнениям в частных производных с различными ограничениями на управляющие параметры, более адекватно отражающие реальные физические процессы, протекающие в условиях конфликта, с которыми приходится сталкиваться на практике; решения задач группового преследования-убегания при наличии запаздывания; разработка численных методов решения задач конфликтных ситуаций, описываемых дифференциальными уравнениями с запаздывающим аргументом.

Степень изученности проблемы. Теория конфликтно управляемых процессов представляет собой интенсивно развивающийся раздел современной математики. В данной теории исследуются задачи управления динамическими процессами в условиях конфликта, который предполагает наличие двух или более сторон, способных воздействовать на процесс с противо-положными или несовпадающими целями и оптимизировать заданные функ-ционалы качества процесса. В частности, исследования Айзекса по проекту коорпорации RAND, выполненные в начале второй половины 20-го века, которая содержит большое количество примеров и в них достаточно глубоко выяснены все основные принципиальные трудности проблемы.

Систематическое развитие теории дифференциальных игр началось в конце 50-х и начале 60-х годов XX столетия. Прогресс теории дифференциальных игр связан прежде всего с именами Л.С.Понтрягина, Н.Н. Красовского и Р.Айзекса. Крупный вклад в развитие теории дифференциальных игр внесли Е.Ф.Мищенко, Ю.С.Осипов, Р.В.Гамкрелидзе, А.И.Субботин, А.Б. Куржанский, А.В.Кряжимский, Ф.Л.Черноусько, В.Н.Ушаков, А.Г.Ченцов, Н. Ю.Лукоянов, Б.Н.Пшеничный, Н.Ю.Сатимов, А.А.Азамов, Н.Н.Субботина, В.Е.Третьяков, А.А.Чикрий, Л.А.Петросян. Интересные результаты полу-чены в исследованиях А.Я.Азимова, Н.Л.Григоренко, П.Б.Гусятникова, Г.И. Ибрагимова, А.Ш.Кучкарова, В.И.Максимова, М.Ш.Маматова, А.А. Мелик-яна, М.С. Никольского, Н.Ник. Петрова, Е.С.Половинкина, В.И. Ухоботова, М.Тухтасинова, А.З.Фазылова, Л.П. Югая и их учеников.

Основополагающий вклад в развитие теории дифференциальных игр внесли школы Л.С.Понтрягина и Н.Н.Красовского. Н.Н.Красовским и представителями его научной школы был предложен и развит позиционный подход к дифференциальным играм. Этот подход, основанный на конструктивных законах управления с обратной связью, позволил сформулировать и доказать центральный результат теории позиционных дифференциальных игр - теорему об альтернативе.

Изучению дифференциальных игр, описываемых дифференциально-разностными уравнениями, посвящены работы Н.Н. Красовского, Ю.С.Осипова, А.Б. Куржанского, А.В.Кряжимского, В.И. Максимова, М.С.Никольского, Е.С. Половинкина, А.А.Чикрия, Г.Ц.Чикрия, А.П.Коновалова, Л.В. Барановской и др. В этих работах приводятся достаточные условия успешного завершения дифференциально-разностной игры сближения, выясняется структура экстремальных стратегий сближения, доказан ряд теорем об альтернативе, изучаются дифференциально-разностные игры преследования при геометрических и интегральных ограничениях на управления игроков.

В работе Ю.С.Осипова даются достаточные условия завершения дифференциально - разностной игры сближения, в основе лежит понятие минимаксного программного поглощения, модифицированное для приложения к изучаемому кругу вопросов.

В работе А.А.Чикрия, Г.Ц.Чикрия изучаются дифференциально-разностные игры преследования многих лиц. Работы А.А.Чикрия, Г.Ц.Чикрия, В.В. Остапенко, А.П.Яковлева, А.В. Кряжимского, А.П.Коновалова освещают вопросы убегания в дифференциально - разностных играх при геометричес-ких ограничениях на управление игроками.

Связь темы диссертации с научно-исследовательскими работами высшего учебного заведения, в котором выполняется диссертация. Диссертационная работа выполнена в соответствии с плановой темой Национального университета Узбекистана и отражена в фундаментальном научном проекте Ф - 4 - 02 “Разработка новых решений задач математичес-кой физики и оптимального управления на основе спектральной теории дифференциальных операторов” (2012-2016 гг.), Ф-4-02 “Разработка новых решений задач математической физики и оптимального управления на основе спектральной теории дифференциальных операторов” (2012-2016гг.) и ОТ-Ф-4-(36+32) “Разработка новых методов решения задач математической физики и оптимального управления”, “Неклассические начально-краевые и спектральные задачи для уравнений с частными производными нечетного порядка и их приложения”(2017-2020 гг.), а также ОТ-Ф4-33 “Создание новых методов для управления конфликтами, описываемых дифференциальными уравнениями и их численная реализация”, Национальный университет Узбекистана (2017-2020 гг.).

Целью исследования является получение достаточных условий разрешимости новых классов игровых задач, описываемых дифференциальными уравнениями с запаздывающим аргументом с геометрическими, интегральными и различными ограничениями на управления игроков. В работе также получены достаточные условия для игровых задач преследования - уклоне-ния от встречи в классе распределенных управляемых систем с различными ограничениями на управления игроков. Кроме того решены сильная и слабая инвариантности заданного многозначного отображения относительно системы с распределенными параметрами с геометрическими, интегральными ограничениями на управление при наличии запаздывания.

Задачи исследования, решаемые в данной работе, следующие:

найти новые достаточные условия для завершения преследования в линейных дифференциальных играх с геометрическими ограничениями на управления игроков при наличии запаздывания. Разработка модификации первого и третьего методов задачи преследования и установление различных подходов для получения новых достаточных условий для возможности завершения преследования;

разработать различные подходы для возможности завершения преследования с геометрическими, интегральными и различными ограничениями на управления игроков. Найти достаточные условия типа Л.С.Понтрягина, М.С.Никольского и Н.Ю.Сатимова для разрешимости линейной задачи преследования, описываемых дифференциальными уравнениями с запаздывающим аргументом;

решить игровые задачи управления пучками траекторий в линейных дифференциальных играх с геометрическими ограничениями на управления игроков при наличии запаздывания;

решить игровые задачи управления пучками траекторий в квазилинейных дифференциальных играх с геометрическими ограничениями при наличии запаздывания. Разработка модификации первого, второго и третьего методов преследования и нахождение новых достаточных условий для возможности перевода пучка траекторий из начального множества на терминальное множество;

решить игровые задачи управления пучками траекторий в линейных дифференциальных играх с интегральными ограничениями на управления игроков при наличии запаздывания, нахождение новых достаточных условий для возможности перевода пучка траекторий из начального множества на терминальное множество;

получить новые достаточные условия для игровых задач преследования и уклонения от встречи в классе распределенных управляемых систем при различных ограничениях на управляющие параметры игроков;

установить сильную и слабую инвариантности данного постоянного многозначного отображения относительно системы с распределенными параметрами для третьей краевой задачи теплопроводности при наличии запаздывания. Получить новые необходимые и достаточные условия для инвариантности заданного многозначного отображения относительно системы с распределенными параметрами при геометрическом и интегральном ограничении на управление.

Объектами исследования являются задачи теории дифференциальных игр преследования относительно системы, описываемой дифференциальными уравнениями с запаздывающим аргументом, задачи преследования-уклонения в классе распределенных управляемых систем при наличии различных ограничений на управляющие параметры, а также изучение слабой и сильной инвариантности данного постоянного многозначного отображения относительно системы с распределенными параметрами с геометрическими, интегральными ограничениями при наличии запаздывания.

Предметом исследования диссертации является разрешение конфликтных ситуаций, описываемых дифференциальными уравнениями с запаздывающим аргументом с геометрическими, интегральными и различными ограничениями на управления игроков, преследования-уклонения в классе распределенных управляемых систем при наличии различных ограничений на управляющие параметры, а также установление слабой и сильной инвариантности данного постоянного многозначного отображения относительно системы с распределенными параметрами с геометрическими, интегральными ограничениями при наличии запаздывания.

Методы исследования. В работе широко используется метод преследования по направлению при решении задачи преследования и аппарат дифференциальных и дифференциально-разностных уравнений, методы математической теории оптимальных процессов, методы теории дифференциальных игр, методы математической физики, факты теории многозначных отображений и выпуклого анализа.

Научная новизна исследования состоят в следующем:

найдены новые достаточные условия для решения задачи преследования в линейных дифференциальных играх, описываемых дифференциальными уравнениями с запаздывающим аргументом при геометрических ограничениях на управляющие параметры игроков. Разработаны модификации первого и третьего методов задачи преследования и предложены различные подходы для получения достаточных условий для возможности завершения преследования за конечное время;

разработан аналог первого и третьего методов преследования в линейных дифференциальных играх с интегральными и различными ограничениями на управления игроков. Найдены легко проверяемые новые достаточные условия типа Л.С.Понтрягина, М.С. Никольского и Н.Ю.Сатимова для решения линейной задачи. Предложены новые достаточные условия для возможности завершения преследования в линейных дифференциальных играх преследования при наличии запаздывания;

решены игровые задачи управления пучками траекторий в линейных дифференциальных играх при наличии запаздывания. С помощью модификации первого, второго и третьего методов задачи преследования найдены новые достаточные условия для игровых задач управления пучками траекторий при геометрических ограничениях на управления игроков. Исследуется связь между множествами $W_i(t),\ i=1,2$ и $W_j(t),\ j=3,4$;

разработан аналог первого, второго и третьего методов преследования для решения задачи квазилинейных игр с геометрическими ограничениями на управления игроков и применен для решения игровой задачи управления пучками траекторий. Найдены новые достаточные условия для решения игровой задачи управления пучками траекторий с интегральными ограничениями;

получены новые достаточные условия для решения задачи преследования и уклонения от встречи в классе распределенных управляемых систем при наличии различных ограничений на управляющие параметры, а также в явном виде построены управления преследования и уклонения;

установлены слабая и сильная инвариантности данного многозначного отображения относительно системы с распределенными параметрами при наличии запаздывания. Получены необходимые и достаточные условия для инвариантности заданного множества при геометрическом ограничении и достаточные условия при интегральном ограничении на управление.

Практические результаты исследования состоят в развитии основ теории дифференциальных игр преследования относительно управляемых систем, описываемых дифференциальными уравнениями с запаздывающим аргументом, позволяющих решать различные задачи медицины, автоматического управления, проблем долгосрочного прогнозирования в социально-экономической сфере, ряда биофизических проблем, распространения тепла стержня, реальных физических процессов в технических задачах, протекающих в условиях конфликта и др.

Достоверность результатов исследования обоснована строгостью математических рассуждений и доказательств с использованием известных методов теории дифференциальных уравнений, математической теории оптимального управления, методов математической физики, методов теории дифференциальных и дифференциально-разностных игр преследования, а также методов функционального анализа.

Научная и практическая значимость результатов исследования. Научное значение результатов исследования заключается в том, что полученные в диссертации результаты могут быть использованы для дальнейшего развития теории дифференциальных игр преследования и убегания относительно конфликтных управляемых систем, описываемых дифференциальными уравнениями с запаздывающим аргументом.

Практическая значимость диссертационного исследования определяется применением полученных в работе научных результатов в решении практических задач математической теории управляемых процессов, протекающих в условиях конфликта, а также в физике, технике, медицине и системах автоматического управления как с сосредоточенными, так и с распределенными параметрами при наличии запаздывания.

Внедрение результатов исследования. Полученные в диссертации результаты были использованы в следующих научно-исследовательских проектах:

методы преследования по направлению и паралельного преследования при геометрическом, интегральном и различных ограничениях на управления игроков были использованы в фундаментальном исследовательском проекте 01-01-16-1840FR для решения задачи дифференциальных игр преследования с запаздывающим аргументом при интегральных и различных ограничениях на управления игроков. Кроме того, использованы в диссертации PhD(2017) Усмана Вазирий под названием “Differential games described by infinite system of differential equations in Hilbert space”, в магистерской диссертации (2017) Путери Аиззата Камала Мустафы под названием “Pursuit differential game described by first order infinite 2-systems of differential equations” и в научных работах Карапанании под названием “Pursuit and evasion differential games of two pursuers and one evader with coordinate-wise integral constraints” (Университет Путра, Малайзия, справка от 13 июля 2017 года). Применение этих научных результатов дало возможность для разрешения задачи конфликтных ситуаций, описываемых дифференциальными уравнениями с запаздывающим аргументом при интегральных и различных ограничениях на управления игроков;

результаты диссертационной работы, полученные относительно разрешения задачи конфликтных ситуаций, когда на управление преследователя и убегающего игрока налагаются геометрические, интегральные и различные ограничения, были использованы при выполнении научных проектов, поддерживаемых грантами Российского фонда фундаментальных исследований (РФФИ) и Российского научного фонда (РНФ) в исследовании для линейных задач динамической оптимизации, когда на управляющее воздействие наложены интегральные и различные ограничения (Институт математики и механики УрО РАН, справка №16343/10-207 от 24 ноября 2017 года). Применение этих научных результатов дало возможность для тестирования и анализа численных алгоритмов динамической оптимизации гарантии в функционально-дифференциальных системах;

результаты диссертационной работы, полученные относительно разрешения задачи конфликтных ситуаций в классе системы с распределенными параметрами, когда на управления преследователя и убегающего игрока налагаются одновременно и геометрические, и интегральные ограничения, были использованы при выполнении научных проектов, поддерживаемых грантами Министерсва образования и науки России, Российского фонда фундаментальных исследований (РФФИ) в исследовании задачи конфликтных ситуаций в классе системы с распределенными параметрами, когда на управления игроков наложены геометрические, интегральные и различные ограничения (Министерство образования и науки, Самарский национальный исследовательский университет имени С.П.Королева, справка № 104-6503 от 27 ноября 2017 года). Применение этих научных результатов дало возмож-ность найти решения задач теплопроводности с дельта-источниками и переходных процессов, описываемых дифференциальными уравнениями с запаздывающим аргументом;

результаты диссертационной работы, полученные относительно разрешения задачи конфликтных ситуаций описываемых дифференциальными уравнениями с запаздывающим аргументом при геометрическом, интегральном и различных ограничениях на управления игроков были использованы при выполнении научных проектов, поддерживаемых грантами Министерсва образования и науки республики Казахстан (МОН РК). (Министерсва образования и науки республики Казахстан, Международный казахско-турецкий университет им.Х.А.Ясави, справка № 300 от 25 апреля 2018 года). Разработанные в диссертации методы решения задач конфликтного управления динамическими системами с запаздыванием применяются для тестирования и анализа разрабатываемых в Институте асимптотических и численных алгоритмов динамической оптимизации гарантии в функционально-дифференциальных и сингулярно возмущенных, интегро-дифференциальных системах с быстро осциллирующими коэффициентами и запаздывающими аргументами.

результаты диссертационной работы, полученные относительно разрешения конфликтных управляемых систем, описываемых дифференциальными уравнениями с запаздывающим аргументом при геометрическом, интегральном и различных ограничениях на управления игроков были использованы в зарубежных грантах № 0113TJ00320 на тему “Разработка и создание гибридных инновационных систем и устройств для производства электрической и тепловой энергии на основе возобновляемых энерго-ресурсов” и № 0117TJ0084 на тему “Русско-таджикский толковый словарь по инновационной и научно-технологической деятельности” (Центр инновационного развития науки и новых технологий Академии наук Республики Таджикистан, справка №1001/1-94 от 21 ноября 2019 года). Применение этих научных результатов позволило тестировать и анализировать разрабатываемые в Центре математические модели фотоэлектрических устройств и систем.

Апробация результатов исследования. Результаты данного исследования были обсуждены на 34 научных и научно-практических конференциях, в том числе, на 19 международных и 15 республиканских.

Опубликованность результатов исследования. По теме диссертации опубликовано 55 научные работы: из них 21 входят в перечень научных изданий, предложенных Высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан для защиты докторских диссертаций, в том числе из них 10 опубликованы в зарубежных журналах и 11 в республиканских изданиях.

Объём и структура диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка использованной литературы. Общий объем диссертации составляет 188 страниц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении диссертации обоснованы актуальность и востребованность темы диссертации, определено соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики. Приведены обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации и степень изученности проблемы, сформулированы цели и задачи, выявлены объект и предмет исследования, изложены научная новизна и практические результаты исследования, раскрыта теоретическая и практическая значимость полученных результатов, даны сведения о внедрении результатов исследования, об опубликованных работах и о структуре диссертации.

Первая глава диссертации, названная **"Линейные дифференциальные игры преследования с запаздыванием",** посвящена методу преследования по направлению. Она состоит из четрех параграфов. Разработаны модификации первого и третьего методов задачи преследования и применяются при решении задач преследования при геометрических, интегральных и различных ограничениях на управляющие параметры игроков. Для разрешения линейной задачи преследования предложены различные подходы для получения достаточных условий для возможности завершения преследования.

Рассматривается линейная дифференциальная игра, описываемая системой уравнений с запаздывающим аргументом

$$\dot{z}(t) = Az(t) + Bz(t-h) - Cu(t) + Dv(t), \tag{1}$$

где $z(t) \in \mathrm{R}^n$, $n \geq 1$, $u(t) \in \mathrm{R}^p, v(t) \in \mathrm{R}^q, t \geq 0$; $h > 0 -$ фиксированное действительное число; A, B - постоянные матрицы порядка $n \times n, n \times n$; C, D - постоянные матрицы порядка $n \times p$, $n \times q$. Функции $u(t), v(t)$ - называются *управлениями* преследующего и убегающего игроков, соответственно. Управления $u(\cdot)$, $v(\cdot)$, определенные на $[0, \infty)$, выбираются из класса измеримых векторных функций, удовлетворяющих ограничениям

$$u(t) \in P, \quad v(t) \in Q, \ 0 \le t < \infty, \tag{2}$$

где P и Q – компактные подмножества R^p и R^q, соответственно.

Пусть $\tau > 0$ - произвольное фиксированное число, $t \in [0, \tau]$. Всюду в дальнейшем предполагается: измеримые функции $u = u(t)$, $v = v(t)$, $0 \le t < \infty$, удовлетворяющие ограничениям (2), назовем *допустимыми управлениями* преследующего и убегающего игроков, соответственно; терминальное множество M имеет вид $M = M_0 + M_1$, где M_0 – линейное подпространство пространства R^n, M_1 – выпуклое компактное подмножество подпространства L, L – ортогональное дополнение к подпространству M_0 в R^n (т.е. $M_0 \oplus L = R^n$); через π – обозначим матрицу оператора ортогонального проектирования из R^n на L; под операцией $\underline{*}$ понимается операция геометрической разности; начальным положением для системы (1) является n – мерная абсолютно непрерывная функция $z_0(t) \in X$, определенная на отрезке $[-h, 0]$, множество таких начальных положений обозначим через

$$X = \{z_0(t) : z(t) = z_0(t), t \in [-h, 0], z_0(0) \in R^n \setminus M\}. \tag{3}$$

Через $K(t), -\infty < t \le \tau$, – обозначим матричную функцию, обладающую следующими свойствами: а) $K(t) = \tilde{0}$, $t < 0$, $\tilde{0}$ – нулевая матрица порядка $n \times n$; б) $K(0) = E$, E – единичная матрица порядка $n \times n$; в) элементы матрицы $K(t)$, $0 \le t \le \tau$, принадлежат классу $C^1[0, \tau]$; г) $K(t)$ удовлетворяет следующему мат-ричному дифференциальному уравнению

$$\dot{K}(t) = AK(t) + BK(t-h), \ t > 0. \tag{4}$$

Существование и единственность матричной функции $K(t), -\infty < t \le \tau$, удовлетворяющей условиям а) - б) может быть доказана обычном методом интегрирования по шагам уравнения (4).

Преследование считается законченным, когда фазовая точка $z(t)$ впервые попадает на множество M, т.е. имеет место включение $z(t^*) \in M$. Цель убегаюшего игрока состоит в том, чтобы по возможности оттянуть окончание игры.

Определение 1. *Будем говорить, что в игре (1), (2) из начального положения* $z_0(\cdot) \in X$ *возможно завершение преследования за время* $T = T(z_0(\cdot))$, $0 \le T < +\infty$, *если существует функция* $u = u(t, v)$, $0 \le t \le T(z_0(\cdot))$, $v \in Q$, *принимающая значения из множества* P, *такая, что для произвольной функции* $v = v(t)$, $0 \le t \le T(z_0(\cdot))$, $v(t) \in Q$, *функция* $u(t, v(t))$, $0 \le t \le T(z_0(\cdot))$, *является измеримой* *и соответствующее решение* $z = z(t),\ \ 0 \le t < +\infty,$ *уравнения (1) с учетом начального условия (3) при некотором* $t = t^* \in [0, T]$ *попадает на множество* M *: т.е. верно включению* $z(t^*) \in M$. *При этом для ведения преследования догоняющему нужно знать информацию об объектах. Предполагается, что преследователь знает: в каждый момент времени* $t \ge 0$ *решение* $z(s),$ *на отрезке* $t - h \le s \le t$ *и управление* $v(s)$ *в каждый момент времени* $t \ge 0$. Число $T(z_0(\cdot))$ называется временем преследования из точки $z_0(\cdot) \in X$, функция $u = u(t, v),$ $0 \le t \le T(z_0(\cdot)),\ v \in Q$ – функцией преследования.

Пусть $F(t): L \to L,\ \ t \in [0, \tau]$ – квадратная матрица размерности ν, полунепрерывна сверху, зависящая от $t,\ \ \nu = \dim L,\ \ M_2(\tau)$ – выпуклое компактное подмножество подпространства L, определенное следующим образом

$$M_2(\tau) = M_1 \overset{*}{\underline{\ }} \int_0^{\tau} [E - F(\tau - t)] \pi K(\tau - t) D Q\, dt,$$

где E – единичная матрица размерности $\nu \times \nu$.

Пусть $M(t),\ \ 0 \le t \le \tau$, произвольное измеримое замкнутозначное многозначное отображение, удовлетворяющее условию

$$\int_0^{\tau} M(t)\, dt \subset M_2(\tau). \tag{5}$$

Введем множество $\hat{w}(M(t), t) = [M(\tau - t) + \pi K(\tau - t) C P] \overset{*}{\underline{\ }} F(\tau - t) \pi K(\tau - t) D Q,\ \ 0 \le t \le \tau.$

Предположение 1. *Существуют матрица* $F(t),\ \ t \in [0, \tau]$, *и многозначное отображение* $M(t),\ 0 \le t \le \tau$, *такие, что для всех* $t \in [0, \tau]$ *непусты множества* $M_2(\tau),\ \hat{w}(M(t), t)$.

Зафиксируем некоторое начальное положение $z_0(\cdot) \in X$. Пусть

$$\xi[\tau, z_0(\cdot)] = \pi K(\tau) z_0(0) + \int_{-h}^{0} \pi K(\tau - t - h) B z_0(t)\, dt - \int_0^{\tau} w(\tau - t)\, dt,$$

где $w(t) \in \hat{w}(M(t), t), 0 \le t \le \tau$. Положим

$$\eta[\tau, z_0(\cdot)] = \begin{cases} \dfrac{\xi[\tau, z_0(\cdot)]}{\left|\xi[\tau, z_0(\cdot)]\right|}, & \text{если } \xi[\tau, z_0(\cdot)] \ne 0, \\ \eta^0, & \text{если } \xi[\tau, z_0(\cdot)] = 0, \end{cases}$$

где η^0 – единичный вектор из L. Легко показать, что если для некоторого положительного τ, $\xi[\tau, z_0(\cdot)] = 0$, то разрешима задача преследования к момен-ту τ. Поэтому в дальнейшем предполагается, что $\xi[\tau, z_0(\cdot)] \ne 0$ для всех $\tau > 0$. Определим следующую числовую функцию $\lambda(z_0(\cdot), \tau, t, v)$:

$$\lambda(z_0(\cdot), \tau, t, v) = \begin{cases} \sup\{\lambda \ge 0 : \lambda \eta[\tau, z_0(\cdot)] \in [M(\tau - t) + \pi K(\tau - t) C P] - \\ - F(\tau - t) \pi K(\tau - t) D v - w(\tau - t)\}, & \text{åñëè } \xi[\tau, z_0(\cdot)] \ne 0, \\ \tau^{-1}, & \text{åñëè } \xi[\tau, z_0(\cdot)] = 0, \end{cases}$$

обозначим через $\lambda(z_0(\cdot),\tau,t) = \inf\{\lambda(z_0(\cdot),\tau,t,v) : v \in Q\}$.

Предположение 2. *Для начального положения* $z_0(\cdot) \in X$ *существует число* $\tau_1(z_0(\cdot)) > 0$ *такое, что справедливо неравенство* $\left|\xi[\tau_1, z_0(\cdot)]\right| \le \int\limits_0^{\tau_1} \lambda(z_0(\cdot),\tau_1,t)\,dt$.

Теорема 1. *Если выполнены условия предположений 1,2, то в игре (1) при ограничениях (2) возможно завершение преследования из начального положения* $z_0(\cdot) \in X$ *за конечное время* $T = \tau_1(z_0(\cdot))$.

Предположение 3. *Существуют матрица* $F(t)$, $t \in [0,\tau]$, *некоторая константа* $\delta \in [0,1)$, *вектор* $\beta \in L$ *и измеримое замкнутозначное многозначное отображение* $M(t) \subset L$, $0 \le t \le \tau$, *удовлетворяющее условию*

$$\int\limits_0^{\tau} M(t)\,dt \subset \delta M_1 \tag{6}$$

такие, что для всех $t \in [0,\tau]$ *множество* $\hat{w}(M(t),t)$ *непусто.*

Определим числовую функцию $\lambda(z_0(\cdot),\tau,\beta,t,v)$:

$$\lambda(z_0(\cdot),\tau,\beta,t,v) = \begin{cases} \sup\{\lambda \ge 0 : \lambda\xi[\tau,\beta,z_0(\cdot)] \in [M(\tau-t) + \pi K(\tau-t)CP] - \\ -F(\tau-t)\pi K(\tau-t)Dv - w(\tau-t)\}, & \text{åñëè } \xi[\tau,\beta,z_0(\cdot)] \ne 0, \\ \tau^{-1}, & \text{åñëè } \xi[\tau,\beta,z_0(\cdot)] = 0, \end{cases}$$

обозначим через $\lambda(z_0(\cdot),\tau,\beta,t) = \inf\{\lambda(z_0(\cdot),\tau,\beta,t,v) : v \in Q\}$.

Предположение 4. *а) Для начального положения* $z_0(\cdot) \in X$ *существует число* $\tau_2(z_0(\cdot)) > 0$ *такое, что справедливо неравенство* $1 \le \int\limits_0^{\tau_2} \lambda(z_0(\cdot),\tau_2,\beta,t)\,dt$; *б) для любого допустимого управления* $v = v(t)$, $0 \le t \le \tau_2$, *убегающего игрока имеет место включение* $\int\limits_0^{\tau_2} [E - F(\tau_2 - t)]\pi K(\tau_2 - t)Dv(t)\,dt \in \beta + (1-\delta)M_1$.

Теорема 2. *Если выполнены условия предположений 3,4, то в игре (1), (2) из начального положения* $z_0(\cdot) \in X$ *возможно завершение преследования за время* $T = \tau_2(z_0(\cdot))$.

В конце параграфа полученные результаты проиллюстрированы на конкретном примере.

Во втором параграфе первой главы с помощью модификаций первого и третьего методов задачи преследования исследуются линейные игры с интегральными ограничениями на управления игроков при наличии запаздывания. Формулируются и доказываются ряд теорем, устанавливающих новые достаточные условия, при выполнении которых возможно завершение преследования из заданного начального положения.

Рассматривается линейная дифференциальная игра (1) при следующих интегральных ограничениях на управления игроков

$$\|u(\cdot)\|_{L_2[0,+\infty)} \le \rho, \quad \|v(\cdot)\|_{L_2[0,+\infty)} \le \sigma, \tag{7}$$

где ρ и σ – неотрицательные константы. Терминальное множество M имеет такой же вид как в первом параграфе.

Определение 2. *Будем говорить, что в игре (1),(7) из начального положения* $z_0(\cdot) \in X$ *возможно завершение преследования за время* $T = T(z_0(\cdot)) > 0$, *если существует функция* $u = u(t,v), 0 \le t < +\infty, v \in R^q$, $u(t,v) \in R^p$, *такая,что для произвольной суммируемой с квадратом функции* $v(t), 0 \le t < +\infty, v(t) \in R^q$, *удовлетворяющей неравенству* $\|v(\cdot)\|_{L_2[0,+\infty)} \le \sigma$, *функция* $u(t) = u(t,v(t)), 0 \le t < +\infty$, *является функцией, суммируемой с квадратом, удовлетворяет неравенству* $\|u(\cdot)\|_{L_2[0,+\infty)} \le \rho$, *и траектория* $z(t), 0 \le t < +\infty$, *уравнения (1) с учетом начального условия (3) до момента* $T(z_0(\cdot))$ *времени* t *попадает на множество* $M: z(t) \in M$ *при некотором* $t = t^* \in [0, T(z_0(\cdot))]$. *Предполагается, что преследователь знает: в каждый момент времени* $t \ge 0$ *решение* $z(s)$ *на отрезке* $t - h \le s \le t$ *и в каждый момент времени* $t \ge 0$ *управление* $v(t)$.

Пусть $\alpha \in [0, \rho/\sigma)$ – произвольная константа; $\mu(t),\ 0 \le t < +\infty$ – суммируемая с квадратом неотрицательная скалярная функция, удовлетворяющая условию

$$\int_0^\tau \mu^2(\tau - t)\,dt \le (\rho - \alpha\sigma)^2. \tag{8}$$

Пусть $M_2(\tau)$, выпуклое компактное подмножество подпространства L, определенное следующим образом

$$M_2(\tau) = M_1 \overset{*}{-} \bigcup_{\|v(\cdot)\|_{L_2[0,\tau]} \le \sigma} \int_0^\tau [E_\nu - F(\tau - t)]\pi K(\tau - t) D v(t)\,dt. \tag{9}$$

Пусть $M(t),\ \ 0 \le t \le \tau$, – произвольное измеримое замкнутозначное многозначное отображение удовлетворяющее условию (см.(9))

$$\int_0^\tau M(t)\,dt \subset M_2(\tau). \tag{10}$$

Введем следующее множество

$$\hat{w}(M(t),t) = \bigcap_{v \in R^q} \{[M(\tau - t) + \pi K(\tau - t) C S_{\alpha|v| + \mu(\tau - t)}] - F(\tau - t)\pi K(\tau - t) D v\},$$

где S_Δ – p – мерный замкнутый шар радиуса Δ с центром в начале координат, E_ν – квадратная единичная матрица размерности $\nu \times \nu$.

Предположение 5. *Существуют матрица* $F(t), 0 \le t \le \tau$, *функция* $\mu(t)$, $0 \le t \le \tau$, *константа* $\alpha \in [0, \rho/\sigma)$, *многозначное отображение* $M(t), 0 \le t \le \tau$, *такие, что для всех* $t \in [0, \tau]$ *непусты множества* $M_2(\tau)$, $\hat{w}(M(t),t)$.

Зафиксируем некоторое начальное положение $z_0(\cdot) \in X$. Далее, введем в рассмотрение следующую вектор - функцию

$$\xi[\tau, z_0(\cdot)] = K(\tau)z_0(0) + \int_{-h}^{0} K(\tau - t - h)Bz_0(t)dt - f(\tau),\ f(\tau) \in W(\tau).$$

Из предположения 5 следует существование измеримого по Борелю суммируемого селектора $w(t) \in \hat{w}(M(t), t),\ t \in [0, \tau],$ такого, что выполнено равенство $f(\tau) = \int_0^{\tau} w(\tau - t)dt.$ Зафиксируем его. Тогда вектор - функция $\xi[\tau, z_0(\cdot)]$ имеет вид

$$\xi[\tau, z_0(\cdot)] = K(\tau)z_0(0) + \int_{-h}^{0} K(\tau - t - h)Bz_0(t)dt - \int_0^{\tau} w(\tau - t)dt.$$

Определим числовую функцию $\lambda(z_0(\cdot), t, \tau, v)$ следующим образом:

$$\lambda(z_0(\cdot), t, \tau, v) = \begin{cases} \sup\{\lambda \geq 0 : \lambda\eta[\tau, z_0(\cdot)] \in [M(\tau - t) + \pi K(\tau - t)CS_{\alpha|v| + \mu(\tau - t)}] - \\ -F(\tau - t)\pi K(\tau - t)Dv - w(\tau - t)\}, & \text{åñëè } \xi[\tau, z_0(\cdot)] \neq 0, \\ \tau^{-1}, & \text{åñëè } \xi[\tau, z_0(\cdot)] = 0. \end{cases}$$

Предположение 6. *Для начального положения* $z_0(\cdot) \in X$ *существует число* $\tau_1(z_0(\cdot)) > 0,$ *такое, что выполнено неравенство*

$$\left|\xi[\tau_1, z_0(\cdot)]\right| \leq \inf\left\{ \int_0^{\tau_1} \lambda\left(z_0(\cdot), t, \tau_1, v(t)\right) dt : \left\|v(\cdot)\right\|_{L_2[0,\tau_1]} \leq \sigma \right\}$$

Теорема 3. *Если выполнены условия предположений 5,6, то в игре (1),(7) из заданного начального положения* $z_0(\cdot) \in X$ *возможно завершение преследования за время* $T = \tau_1(z_0(\cdot)).$

Третий параграф первой главы посвящен решению задачи преследования для дифференциальных игр с различными ограничениями на управления игроков. Излагаются различные модификации методов решения задачи преследования, первый и третий методы, приводятся достаточные условия для завершения преследования. В этом параграфе всюду в дальнейшем для построения управления $u(t), 0 \leq t < \infty,$ преследующего игрока, использованы идеи из работы М.С.Никольского. Там же впервые предлагается представить значение $v(t)$ управления v убегающего игрока в каждый момент времени $t \geq 0$ в виде суммы двух измеримых функций $v_1(t), v_2(t), t \geq 0.$ Такое представ-ление управления $v(\cdot)$ дает дополнительную возможность использовать мно-жество M_1 для решения поставленной задачи.

Рассматривается линейная дифференциальная игра преследования (1), на управления игроков $u(\cdot),\ v(\cdot)$ наложены следующие ограничения

$$u(t) \in P,\ \|v(\cdot)\|_{L_2[0,+\infty)} \leq \sigma, \tag{11}$$

$$\|u(\cdot)\|_{L_2[0,+\infty)} \leq \rho, \quad v(t) \in Q, \tag{12}$$

здесь P и Q – непустые компактные подмножества пространств R^p и R^q, соответственно, ρ и σ – неотрицательные константы. Терминальное множество M имеет такой же вид, как в § 1.

Определение 3. *Будем говорить, что в игре (1), (11) (или (1), (12)) из начального положения* $z_0(\cdot) \in X$ *возможно завершение преследования, если существует положительное число* $T = T(z_0(\cdot)),\ \ 0 \le T < +\infty$, *такое, что для любого допустимого управления убегающего* $v(t),\ 0 \le t \le T(z_0(\cdot))$, *существует допустимое управление* $u[t] = u(t, v(r)),\ \ 0 \le r \le t,\ \ 0 \le t \le T(z_0(\cdot))$, *преследователя такое, что соответствующее решение* $z(t),\ \ 0 \le t \le T(z_0(\cdot))$, *уравнение (1) с учетом начального условия (3) при некотором* $t = t^* \in [0, T(z_0(\cdot))]$ *удовлетворяет условию* $z(t^*) \in M$.

Через $\alpha(t), t \in [0,\tau] -$ обозначим некоторую неотрицательную измеримую функцию. Пусть $v(t), 0 \le t < \infty -$ произвольное допустимое управление убегающего игрока. На отрезке $[0,\tau]$ управление $v(t)$ представим в виде суммы двух функций $v_1(t), v_2(t)$, т.е. $v(t) = v_1(t) + v_2(t)$, где функции $v_1(t), v_2(t)$ определя-ются следующим образом:

$$v_1(t) = \begin{cases} v(t), & \text{åñëè } \left|v(t)\right| \le \alpha(t), \\ \alpha(t)\dfrac{v(t)}{|v(t)|}, & \text{åñëè } \left|v(t)\right| > \alpha(t), \end{cases} \qquad v_2(t) = \begin{cases} 0, & \text{åñëè } \left|v(t)\right| \le \alpha(t), \\ \left[1 - \dfrac{\alpha(t)}{|v(t)|}\right] v(t), & \text{åñëè } \left|v(t)\right| > \alpha(t). \end{cases}$$

Введем следующую функцию $\varphi(\cdot) : \mathrm{R}^1 \to \mathrm{R}^1,\ \varphi(\tau) = max\{0, \tau\},\ \varphi(-\infty) = 0.$

Через $\Omega(v(\cdot))$ обозначим множество тех точек t отрезка $[0,\tau]$, для которых $|v(t)| > \alpha(t)$, где $v(t), 0 \le t \le \tau, -$ допустимое управление убегающего игрока. Определим множество $G(\tau)$ следующим образом:

$$G(\tau) = \left\{ \int_0^\tau \pi K(t) D v_2(t) dt : \left\|v_2(\cdot)\right\|_{L_2[0,\tau]} \le \sigma \right\} =$$

$$= \left\{ \int_{\Omega(v(\cdot))} \varphi\left[1 - \frac{\alpha(t)}{|v(t)|}\right] \pi K(t) D v(t) dt : \left\|v(\cdot)\right\|_{L_2[0,\tau]} \le \sigma \right\}.$$

Пусть $\hat{w}(M(t), t) = \left[M(t) + \pi K(t) CP\right] \stackrel{*}{-} \pi K(t) D S_{\alpha(t)}$, где $M(t), t \in [0,\tau] -$ замкнутозначное многозначное отображение такое, что $\int_0^\tau M(t) dt \subset \left[M_1 \stackrel{*}{-} G(\tau)\right]$, $S_\Delta - q -$ мерный замкнутый шар радиуса Δ с центром в начале координат. Составим следующее множество $W(\tau) = \bigcup\limits_{M(\cdot)} \int_0^\tau \hat{w}(M(t), t) dt,\ W(0) = M_1$, где объединение берется по всем отображениям, удовлетворяющим включению $\int_0^\tau M(t) dt \subset \left[M_1 \stackrel{*}{-} G(\tau)\right]$.

Введем обозначение $H(\tau) z_0(\cdot) = K(\tau) z_0(0) + \int_{-h}^0 K(\tau - t - h) B z_0(t) dt.$

Предположение 9. *Существует неотрицательная измеримая функция* $\alpha(t), 0 \le t \le \tau$, *такая, что множество* $W(\tau)$ *непусто.*

Теорема 5. *Пусть для* $z_0(\cdot) \in X$ *начального положения выполнено предположение 9 и существует момент времени* $\tau_1(z_0(\cdot)) > 0$ *такой, что при* $\tau = \tau_1(z_0(\cdot))$ *имеет место включение* $H(\tau)z_0(\cdot) \in W(\tau)$. *Тогда в игре (1),(11) возможно завершение преследования из заданного начального положения* $z_0(\cdot) \in X$ *за время* $T = \tau_1(z_0(\cdot))$.

Предположение 10. *Существуют матрица* $F(t)$, *некоторая константа* $\alpha \in [0, \rho/\sigma)$, *суммируемая с квадратом неотрицательная скалярная функция* $\mu(t),\ 0 \le t \le \tau$, *удовлетворяющая условию* $\int\limits_0^\tau \mu^2(t)dt \le [\rho - \alpha\chi(\tau)]^2$, *и измеримое замкнутозначное многозначное отображение* $M(t),\ 0 \le t \le \tau$, *удовлетворяющее условию (5) такие, что для всех* $t \in [0, \tau]$ *непусто множество*

$$\hat{w}(M(t),t) = \bigcap_{v \in Q} \{[M(\tau - t) + \pi K(\tau - t)CS_{\alpha|v| + \mu(\tau - t)}] \overset{*}{-} F(\tau - t)\pi K(\tau - t)Dv\},$$

где $\chi(\tau)$ – *арифметический корень следующего числа*

$$\chi^2(\tau) = \sup\left\{ \int\limits_0^\tau \left|F(t)v(t)\right|^2 dt : v(t) \in Q,\ 0 \le t \le \tau \right\},$$

$S_{\alpha|v|+\mu(t)}$ – p – *мерный замкнутый шар радиуса* $\alpha\,|v| + \mu(t)$, *с центром в* 0.

Далее, определим числовую функцию $\lambda(z_0(\cdot),\tau,t,v)$ следующим образом:

$$\lambda(z_0(\cdot),\tau,t,v) = \begin{cases} \sup\{\lambda \ge 0 : \lambda\eta[\tau, z_0(\cdot)] \in [M(\tau - t) + \pi K(\tau - t)CS_{\alpha|v| + \mu(\tau - t)}] - \\ - F(\tau - t)\pi K(\tau - t)Dv - w(\tau - t)\}, & \text{åñëè } \xi[\tau, z_0(\cdot)] \ne 0, \\ \tau^{-1}, & \text{åñëè } \xi[\tau, z_0(\cdot)] = 0, \end{cases}$$

обозначим через $\lambda(z_0(\cdot),\tau,t) = \inf\{\lambda(z_0(\cdot),\tau,t,v) : v \in Q\}$.

Предположение 11. *Для любого начального положения* $z_0(\cdot) \in X$ *существует число* $\tau_2(z_0(\cdot)) > 0$, *выполнено неравенство* $\left|\xi[\tau_2, z_0(\cdot)]\right| \le \int\limits_0^{\tau_2} \lambda(z_0(\cdot),\tau_2,t)dt.$

Теорема 6. *Если для начального положения* $z_0(\cdot) \in X$ *выполнены условия предположений 10,11, то в игре (1),(12) из начального положения* $z_0(\cdot) \in X$ *возможно завершение преследования за время* $T = \tau_2(z_0(\cdot))$.

В четвертом параграфе первой главы с помощью первого и третьего методов преследования исследуется линейная дифференциальная игра при интегральных и различных ограничениях на управляющие параметры игроков. Предлагаются различные схемы получения новых достаточных условий для разрешимости задачи преследования.

Вторая глава диссертации, **"Методы решения линейных дифференциальных игр преследования при наличии запаздывания",** посвящена решению линейной задачи преследования с геометрическими, интегральными и различными ограничениями на управления игроков при наличии запаздывания.

В первом параграфе второй главы рассматриваются линейные дифференциальные игры преследования (1) при ограничениях (7). Разработан аналог третьего метода преследования с интегральными ограничениями на управления игроков, а также приведены достаточные условия, гаранти-рующие окончание преследования за конечное время. Приведено правило построения управления преследователя. Полученные результаты проиллюс-трированы на конкретных модельных примерах.

Пусть τ – положительное число, $t \in [0,\tau]$, $\alpha \in [0,\rho/\sigma)$ – произвольная константа, $\mu(t), 0 \le t \le \tau$ – суммируемая с квадратом неотрицательная скалярная функция, удовлетворяющая условию (8) и пусть матрица $F(t): L \to L$, $t \in [0,\tau]$ – полунепрерывно сверху, зависит от t и M_2 выпуклое компактное множество такое, что $M_1 \overset{*}{-} M_2 \ne \varnothing$, $G(\tau) \overset{*}{\subset} M_2$, $M_2 \overset{*}{-} G(\tau) \ne \varnothing$, где множество $G(\tau)$ определяется следующим образом:

$$G(\tau) = \left\{ \int_0^\tau [E - F(\tau - t)]\pi K(\tau - t) D v(t)dt : \left\| v(\cdot) \right\|_{L_2[0,\tau]} \le \sigma \right\}.$$

Через $M^*(t)$, $0 \le t \le \tau$,– обозначим измеримое замкнутозначное многознач-ное отображение, удовлетворяющее условию $\int_0^\tau M^*(t)dt \subset M_2 \overset{*}{-} G(\tau)$.

Пусть $M_3 (\subset M_1 \overset{*}{-} M_2)$ – выпуклое замкнутое множество и $m \in M_3$. Положим

$$\hat{w}(M^*(t),t) = \bigcap_{v \in \mathrm{R}^q} \{ [M^*(t) + \pi K(t) C S_{\alpha|v| + \mu(t)}] - F(t)\pi K(t) D v\},$$

$$\xi[\tau, z_0(\cdot)] = \pi K(\tau) z_0(0) + \int_{-h}^{0} \pi K(\tau - t - h) B z_0(t)dt - \int_0^\tau w(\tau - t)dt.$$

Определим числовую функцию $\lambda(z_0(\cdot), \tau, t, v)$ следующим образом:

$$\lambda(z_0(\cdot),\tau,t,v) = \begin{cases} \sup\{\lambda \ge 0 : \lambda\left[\xi[\tau, z_0(\cdot)] - m\right] \in [M^*(\tau - t) + \pi K(\tau - t) C S_{\alpha|v| + \mu(\tau - t)}] - \\ - F(\tau - t)\pi K(\tau - t) D v + w(\tau - t)\}, \quad \text{åñëè} \quad \xi[\tau, z_0(\cdot)] \ne m, \\ \tau^{-1}, \quad \text{åñëè} \quad \xi[\tau, z_0(\cdot)] = m. \end{cases}$$

Предположение 12. *Для начального положения* $z_0(\cdot) \in X$ *существуют число* $\tau_1(z_0(\cdot)) > 0$, *матрица* $F(t)$, $0 \le t \le \tau_1$, *функция* $\mu(t)$, $0 \le t \le \tau_1$, *многозначное отображение* $M^*(t)$, $0 \le t \le \tau_1$, *такие, что: а) множество* $\hat{w}(M^*(t),t)$ *непусто для всех* $t \in [0,\tau_1]$; *b) справедливо неравенство*

$$1 - \inf \left\{ \int_0^{\tau_1} \lambda(z_0(\cdot), \tau_1, t, v(t))dt : \mathrm{P} v(\cdot) \mathrm{P}_{L_2[0,\tau_1]} \le \sigma \right\} \le 0.$$

Теорема 7. *Если выполнены условия предположения 12, то в игре (1), (7)* *из начального положения* $z_0(\cdot) \in X$ *возможно завершение преследования за время* $\tau_1(z_0(\cdot))$.

Во втором параграфе второй главы продолжено решение дифференциальной игры преследования (1) с ограничениями вида (2) и (7). Получены новые достаточные условия для разрешимости задачи преследования при геометрических и интегральных ограничениях на управления преследующим и убегающим игроками, соответственно.

Пусть $M_2(\tau)$ выпуклое компактное подмножество подпространства L, определенное следующим образом $M_2(\tau) = M_1 \underline{*} \int\limits_0^\tau [D - CF(\tau, \tau - t)] \pi K(\tau - t) Q dt$.

Положим $\hat{w}(M(t), t) = M(\tau - t) + \pi K(\tau - t) C [P \underline{*} F(\tau, \tau - t) Q]$.

Предположение 13. *Для начального положения* $z_0(\cdot) \in X$ *существуют линейное измеримое по* t *отображение* $F(\tau, t) : \mathrm{R}^q \to \mathrm{R}^p$, $t \in [0, \tau]$ *и измеримое замкнутозначное многозначное отображение* $M(t)$, *удовлетворяющее условию* (5) *такие, что: а) для всех* $t \in [0, \tau]$ *непусты множества* $\hat{w}(M(t), t)$, $M_2(\tau)$; *б) существует измеримая функция* $\gamma(\tau, t) \in P \underline{*} F(\tau, \tau - t) Q$, $0 \le t \le \tau$, *такая, что имеет место неравенство* $\left|\xi[\tau, z_0(\cdot)]\right| - \inf \left\{ \int\limits_0^\tau \lambda(z_0(\cdot), \tau, t, v(t)) dt : v(\cdot) \in Q \right\} \le 0$, *где* $\lambda(z_0(\cdot), \tau, t, v)$ *определяется следующим образом:*

$$\lambda(z_0(\cdot), \tau, t, v) = \sup\{\lambda \ge 0 : \pi K(\tau - t) C \gamma(\tau, \tau - t) + \lambda \eta[\tau, z_0(\cdot)] \in \hat{w}(M(t), t)\}.$$

Теорема 8. *Пусть для начального положения* $z_0(\cdot) \in X$ *существует момент времени* $\tau_2(z_0(\cdot)) > 0$ *такой, что при* $\tau = \tau_2(z_0(\cdot))$ *выполнены условия предположения 13. Тогда в игре (1),(2) из начального положения* $z_0(\cdot) \in X$ *возможно завершение преследования за время* $\tau_2(z_0(\cdot))$.

В третьем и четвертом параграфах второй главы приведены достаточные условия, при выполнении которых преследователь сможет из заданного начального состояния построить свое управление таким образом, чтобы вывести фазовую точку за время T на терминальное множество. Для определения времени T выписаны соотношения в виде неравенств. Полученные достаточные условия иллюстрируются при решении конкретного модельного примера.

В третьей главе диссертации под названием «**Игровые задачи управления пучками траекторий при наличии запаздывания»** решены игровые задачи управления пучками траекторий в линейных и квазилинейных дифференциальных играх при наличии запаздывания.

В первом параграфе третьей главы решены игровые задачи управления пучками траекторий в линейных дифференциальных играх при геометрических ограничениях на управляющие параметры. Предложены новые достаточные условия для игровых задач управления пучками траекторий и в конце параграфа приведен пример.

Рассматривается дифференциальная игра (1) при ограничениях (2). В данном параграфе терминальное множество M, в отличие от первого параграфа, содержит множество M_1, являющееся произвольным непустым подмножеством L. В R^n, кроме множества M выделено множество $N(X(\cdot))$, из точек которого исходят траектории игры (1), называемое начальным множеством. В качестве начального множества $N(X(\cdot))$, берется множество измеримых однозначных ветвей многозначного отображения $X(s)$.

Задача управления пучками траекторий состоит в нахождении числа $T \geq 0$ и конструировании при каждом $t \in [0,+\infty)$ значения $u(t)$ параметра u так, чтобы каждая траектория $z(t),\ 0 \leq t < +\infty$, пучка $Z(u(\cdot),v(\cdot),N(X(\cdot)))$, попала на терминальное множество M за время, не превосходящее T. Число T называется *временем перевода*.

Во втором параграфе третьей главы исследованы игровые задачи управления пучками траекторий в квазилинейных дифференциальных играх при геометрических ограничениях на управляющие параметры.

Пусть ω – произвольное разбиение отрезка $[0,\tau]:\omega=\{0=t_0<t_1<\ldots<t_k=\tau\}$, $v_i(t),\ t_{i-1}\leq t\leq t_i,\ i=1,2,\ldots,k,$ – произвольная измеримая функция со значениями из множества Q. Ω – замкнутое подмножество множества $M_1 \underline{*} H[\tau,N(X(\cdot))]$ Положим $A_0=\Omega$, и

$$A_i=\bigcap_{v_i(\cdot)}\left[A_{i-1}+\int_{t_{i-1}}^{t_i}\pi K(t)f(P,v_i(t))dt\right],\ A_k(\Omega,\omega)=A_k,\ W(\Omega,\tau)=\bigcap_{\omega}A_k(\Omega,\omega),$$

где пересечение берется по всевозможным разбиениям ω отрезка $[0,\tau]$. По определению положим $W(\Omega,0)=\Omega$, и рассмотрим множество

$$W_2[M_1 \underline{*} H[\tau,N(X(\cdot))],\tau]=\bigcup_{\Omega}W(\Omega,\tau),\ \tau>0.$$

Теорема 9. *Предположим, что при некотором* $\tau=\tau_3$ *имеет место включение* $0\in W_2[M_1 \underline{*} H[\tau,N(X(\cdot))],\tau]$. *Тогда в игре (1) при ограничениях (2) можно перевести пучок траекторий из множества* $N(X(\cdot))$ *на множество* M *за время* $T=\tau_3$. *При этом для построения управления* $u[t]$ *в каждый момент времени* t *используются функции* $z(s),\ t-h\leq s\leq t$, *и* $v(s),\ t\leq s\leq t+\varepsilon$, *где* ε – *произвольное фиксированное малое положительное число.*

Пусть по-прежнему $i=1,2,\ldots,k$, а

$$M^{(i)}=\bigcup_{M_{i-1}(\cdot)}\int_{t_{i-1}}^{t_i}\bigcap_{v\in Q}[M_{i-1}(t)+\pi K(t)f(P,v)]dt,$$

где $M_0(t),\ t_0\leq t\leq t_1,$ – произвольная измеримая замкнутозначная многозначная функция, удовлетворяющая условию $\int_{t_0}^{t_1}M_0(t)dt\subset M^{(0)},\ M^{(0)}=M_1 \underline{*} H[\tau,N(X(\cdot))];\quad M_{i-1}(t),$

$t_{i-1} \le t \le t_i,\ \ i > 1,-$ измеримая замкнутозначная многозначная функция, для которой $\int_{t_{i-1}}^{t_i} M_{i-1}(t)dt \subset M^{(i-1)}$. Пусть $M^{(k)}(\omega) = M^{(k)}$, $W_3[M_1 \underline{*} H[\tau, N(X(\cdot))], \tau] = \bigcup_{\omega} M^{(k)}(\omega)$.

Теорема 10. *Предположим, что при некотором* $\tau = \tau_4$ *имеет место включение* $0 \in W_3[M_1 \underline{*} H[\tau, N(X(\cdot))], \tau]$. *Тогда в игре (1) при ограничениях (2) можно перевести пучок траекторий из множества* $N(X(\cdot))$ *на множество* M *за время* $T = \tau_4$. *При этом для конструирования* $u[t]$ *используются* t, *значения* $u(r)$, $0 \le r < t$, *и* $v(r)$, $0 \le r \le t$.

В третьем и четвертом параграфах третьей главы получены достаточные условия для решения игровых задач управления пучками траекторий с интегральными и различными ограничениями на управление игроков, а также предложен новый подход для возможности завершения преследования.

В четвертой главе диссертации, «**Решение конфликта при неполной информацией и инвариантности постоянного многозначного отображения в распределенных системах»,** решаются задачи дифференциальных игр преследования при условиях запаздывания информации об управлении убегающего игрока и преследования - уклонения от встречи в системе с распределенными параметрами, когда на управления игроков наложены различные ограничения.

В первом параграфе четвертой главы предлагаются аналоги первого и третьего методов решения задачи дифференциальных игр преследования при условиях запаздывания информации об управлении убегающего игрока. Получены достаточные условия для возможности завершения преследования из данной точки при геометрических и интегральных ограничениях на управляющие параметры.

Во втором параграфе четвёртой главы решены игровые задачи преследования и уклонения от встречи в классе распределенных управляемых систем при наличии различных ограничений на управляющие параметры.

В пространстве $L_2(\Omega)$ рассматривается дифференциальный оператор A вида $Az = -\sum_{i,j=1}^{n} \frac{\partial}{\partial x_i}\left(a_{ij}(x) \frac{\partial z}{\partial x_j} \right)$, $\ x \in \Omega$, $\ a_{ij}(x) = a_{ji}(x) \in C^1(\overline{\Omega})$, где Ω – ограниченная с кусочно гладкой границей область в R^n, $n \ge 1$. Областью определения $D(A)$ оператора A является $\overset{o}{C}{}^2(\Omega)$ (пространство дважды непрерывно дифференцируемых финитных функций). Коэффициенты $a_{ij}(x)$ удовлетворяют следующему условию: существует постоянная $\gamma \ne 0$ такая, что для всех $x \in \Omega$ и $(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n) \in R^n$ выполнено неравенство $\sum_{i,j=1}^{n} a_{i,j}(x)\xi_i\xi_j \ge \gamma^2 \sum_{i=1}^{n} \xi_i^2$. Пусть r – произвольное неотрицательное число,

$$\ell_r = \left\{ \alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots) : \sum_{i=1}^{\infty} \lambda_i^r \alpha_i^2 < \infty \right\}, \quad H_r(\Omega) = \left\{ f \in L_2(\Omega) : f = \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i \varphi_i, \alpha \in \ell_r \right\}.$$

Через $C([0,T];H_r(\Omega))(L_2([0,T];H_r(\Omega)))$ обозначим пространство, состоящее из непрерывных (суммируемых с квадратом, измеримых) функций, опре-деленных на отрезке $[0,T]$ и со значениями в $H_r(\Omega)$, где T – некоторая положительная константа.

Рассмотрим следующую конфликтно управляемую распределенную систему (распределенную дифференциальную игру):

$$\frac{dz(t)}{dt} + Az(t) = -u(t) + v(t) + f(t),\ 0 < t \le T, \tag{13}$$

где $u(\cdot), v(\cdot), f(\cdot) \in L_2([0,T];H_r(\Omega)),\ z(0) = z_0 \in H_{r+1}(\Omega)$. Функции $u(\cdot)$ и $v(\cdot)$ называются управлениями первого (преследующего) и второго (убегающего) игроков, соответственно. Функция $f(\cdot)$ считается известной и фиксирован-ной. Они удовлетворяют одному из следующих ограничений:

$$\|u(t)\|_{H_r(\Omega)} \le \rho, \quad \|v(t)\|_{H_r(\Omega)} \le \sigma, \quad 0 \le t \le T, \tag{14}$$

$$\|u(\cdot)\|_{L_2([0,T];H_r(\Omega))} \le \rho, \quad \|v(\cdot)\|_{L_2([0,T];H_r(\Omega))} \le \sigma, \tag{15}$$

где ρ и σ – неотрицательные константы. Управления $u(\cdot)$ и $v(\cdot)$, удовлетворяющие одному из условий (14) и (15), назовем *допустимыми*.

Теперь сформулируем определения возможности завершения преследо-вания и уклонения от встречи в играх (13), (14) и (13), (15).

Определение 4. *Будем говорит, что в игре (13), (14) (или в игре (13), (15)) возможно завершение преследования из начального положения* z_0, *если существуют положительное число* $T = T(z_0)$ *и функция* $u(z_0, v)$ *такие, что: 1) для произвольного управления* $v(t), 0 \le t \le T, (\|v(t)\| \le \sigma)\ (\|v(\cdot)\| \le \sigma)$ *функция* $u(z_0, v(t))$, $0 \le t \le T$, *удовлетворяет неравенству* $\|u(t)\| \le \rho\ (\|u(\cdot)\| \le \rho)$; *2) решение* $z(t), 0 \le t \le T$, *задачи (13),(14) при некотором* $t = t^* \in [0,T]$ *обращается в* 0.

Задача преследования состоит в нахождении множества начальных положений z_0, из которых возможно завершение преследования, а также в явном построении управления преследования $u(z_0, v)$

Определение 5. *Будем говорить, что в игре (13), (14) (или в игре (13), (15)) возможно уклонение от встречи (с конечным положением 0) из начального положения* $z_0, z_0 \ne 0$, *если для произвольного* $T > 0$ *можно построить такую функцию* $v(z_0, u)$, *что:1) для произвольного управления* $u(t), 0 \le t \le T$, $\|u(t)\| \le \rho\ (\|u(\cdot)\| \le \rho)$, *функция* $v(t) = v(z_0, u(t))$, $0 \le t \le T$, *удовлетворяет неравенству* $\|v(t)\| \le \sigma\ (\|v(\cdot)\| \le \sigma)$, *2) решение* $z(t), 0 \le t \le T$, *задачи (13),(15) не обращается в 0:* $z(t) \ne 0$ на $[0,T]$.

Решение задачи уклонения от встречи предполагает нахождение: 1) множества начальных положений $z_0, z_0 \ne 0$ из которых возможно уклонение от встречи; 2) явного вида управления уклонения $v(z_0, u)$,

Пусть $t \in [0,T]$, $f(t) = \sum_{i=1}^{\infty} f_i(t)\varphi_i$, $e_{0i}(t) = e^{\lambda_i t}$, $e_{1i}(t) = \int_0^t e_{0i}(s)ds$, $i = 1, 2, \ldots$

Теорема 11. *Пусть* $\rho > \sigma$ *и существует число* $T > 0$ *такое, что для всех* $i = 1, 2, \ldots$ $\left| \int_0^T e_{0i}(t) f_i(t) dt \right| \le \gamma_i$, *где* $\gamma_i = (\rho - \sigma) e_{1i}(T)(2^i \lambda_i^r)^{-1/2}$, *для игр (13), (14) и* $\gamma_i = (\rho - \sigma) e_{1i}(T)(2^i \lambda_i^r T)^{-1/2}$ *для игры (13), (15). Тогда в играх (13), (14) и (13), (15) возможно завершение преследования из бесконечного множества начальных положений.*

Теорема 12. *Если* $\sigma > \rho$ *то в играх (13), (14) и (13), (15) возможно уклонение от встречи из любого начального положения* z_0, $z_0 \ne 0$.

В третьем и четвертом параграфах четвёртой главы рассмотрен вопрос о сильной и слабой инвариантности постоянного многозначного отображения для третьей краевой задачи теплопроводности при наличии запаздывания. Получены необходимые и достаточные условия для инвариантности заданного постоянного многозначного отображения при геометрическом ограничении и достаточные условия при интегральном ограничении на управления.

Рассмотрим следующую задачу управления теплообмена с запаздыво-ющим аргументом

$$\frac{\partial z(t)}{\partial t} + Az(t) = z_0(t - h) + u(t), \quad 0 < t \le T, \tag{16}$$

с граничным $Pz(t) = 0,\ 0 \le t \le T,\ x \in \partial\Omega$, (17)

и начальным $z(0) = z_0(0)$, (18)

условиями, где $z_0(\cdot) \in X$, $X = \{z(\cdot) : z(t) \in H_r(\Omega), -h \le t \le 0\}$. Задачу (16) - (18) рассмотрим с точки зрения управления. $u(\cdot)$ удовлетворяют условиям,

либо $\|u(t)\|_{H_r(\Omega)} \le \rho,\ 0 \le t \le T$, (19)

либо $u(\cdot) \in L_2([0,h]; H_r(\Omega))$, $\|u(\cdot)\|_{L_2([0,h];H_r(\Omega))} \le \rho$. (20)

Определение 6. *Множество* $W \subset R^1$ *называется сильно инвариантным на отрезке времени* $[0,T]$ *относительно задачи (16) - (18), (19), если для любых* $z_0(t)$, *с* $\| z_0(t) \|_{H_r(\Omega)} \in W$, *и* $u(t)$, *с* $\| u(t) \|_{H_r(\Omega)} \le \rho$ *выполняется включение вида* $\| z(t) \|_{H_r(\Omega)} \in W$, *на отрезке времени* $[0,T]$.

Теорема 13. *Множество* $W = [0,b]$ *сильно инвариантно на отрезке вре-мени* $[0,T]$ *относительно задачи (16) - (18),(19) тогда и только тогда, когда имеет место неравенство* $\rho \le (\lambda_1 - 1)b$.

Определение 7. *Множество* $W \subset R^1$ *называется слабо инвариантным на отрезке времени* $[0,T]$ *относительно задачи (16) - (18), (19,) если для любых* $z_0(t)$ *с* $\| z_0(t) \|_{H_r(\Omega)} \in W$, $t \in [-h,0]$, *существует* $u(t)$, *с* $\| u(t) \|_{H_r(\Omega)} \le \rho$ *такое, что выполняется включение* $\| z(t) \|_{H_r(\Omega)} \in W$, *на отрезке времени* $[0,T]$.

Теорема 14. *Если* $\lambda_1 \ge 1$ *то множество* $W = [0,b]$ *слабо инвариантно относительно задачи (16) - (18), (19) на отрезке времени* $[0,T]$.

З А К Л Ю Ч Е Н И Е

Основные результаты исследования состоят в следующем.

1. Найдены новые достаточные условия разрешимости задачи преследования в линейных дифференциальных играх, описываемых дифференциальными уравнениями с запаздывающим аргументом при геометрических ограничениях на управляющие параметры игроков. Разработаны модификации первого и третьего методов задачи преследования и предложены различные подходы для получения достаточных условий для возможности завершения преследования за конечное время.

2. Разработан аналог первого и третьего методов преследования в линейных дифференциальных играх с интегральными и различными ограничениями на управления игроков. Найдены легко проверяемые новые достаточные условия типа Л.С.Понтрягина, М.С. Никольского и Н.Ю.Сатимова для разрешимости линейной задачи. Предложены новые достаточные условия для возможности завершения преследования в линейных дифференциальных играх преследования при наличии запаздывания.

3. Решены игровые задачи управления пучками траекторий в линейных дифференциальных играх при наличии запаздывания. С помощью первого, второго и третьего методов преследования найдены достаточные условия для игровых задач управления пучками траекторий при геометрических ограничениях на управления игроков.

4. Разработан аналог метода преследования по направлениям для решения задачи квазилинейных игр с геометрическими ограничениями на управления игроков и применен для решения игровой задачи управления пучками траекторий. Найдены новые достаточные условия типа Н.Л.Григоренко и Н.Ю.Сатимова для решения игровой задачи управления пучками траекторий с интегральными ограничениями.

5. Получены новые достаточные условия для осуществления перевода системы из одного положения в другое, в частности, в начало координат, для игровой задачи преследования в классе распределенных управляемых систем при наличии различных ограничений на управляющие параметры, а также в явном виде построено управление преследования.

6. Установлены слабая и сильная инвариантность данного многозначного отображения относительно системы с распределенными параметрами для третьей краевой задачи теплопроводности при наличии запаздывания. Получены необходимые и достаточные условия для инвариантности заданного множества при геометрическом ограничении и достаточные условия при интегральном ограничении на управление.

Диссертант выражает глубокую благодарность академику А.А. Азамову и профессору М.Тухтасинову за помощь, поддержку, и внимание при работе над диссертационным исследованием.

SCIENTIFIC COUNCIL AWARDING OF THE SCIENTIFIC EGREES DSc.03/30.12.2019.FM.01.01 AT NATIONAL UNIVERSITY OF UZBEKISTAN

NATIONAL UNIVERSITY OF UZBEKISTAN

MAMADALIEV NUMANJON

RESOLUTION OF CONFLICT SITUATIONS DESCRIBED BY DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH LANDING ARGUMENT

01.01.02 - Differential equations and mathematical physics
(Physical and mathematical sciences)

DISSERTATION ABSTRACT
OF DOCTORAL DISSERTATION (DSc) ON FHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

Tashkent - 2020

The subject of dissertation(DSc) is registered in the Supreme Attestation Commission at the Cabinet of Ministers of the Republic of the Uzbekistan under number B2017.1. DSc./FM9

Doctoral dissertation is carried out at National University of Uzbekistan.

Abstract of dissertation in three languages (Uzbek, Russian and English(summary)) is placed on web page of Scientific Council (http://fti-kengash.uz/) and information- educational portal "ZIYONET" (www.ziyonet.uz/).

Scientific adviser: **Tukhtasinov Muminjon**
doctor of physical and mathematical sciences, professor

Official opponents: **Azamov Abdulla Azamovich**
doctor of physical and mathematical sciences, academician

Ukhobotov Viktor Ivanovich
doctor of physical and mathematical sciences, professor
(Chelyabinsk state university, Russia)

Samatov Bahrom Tadjiahmatovich
doctor of physical and mathematical sciences, professor

Leading organization: **N.N.Krasovskii Institute of Mathematical and Mechanics of the Ural Branch of the Russian Akademy of Sciences.**

Defense will take place "-----"---------2020 at "------ " at the meeting of Scientific Council number DSc.03/30.12.2019.FM.01.01 at National University of Uzbekistan. (Address: University str. 4, Almazar area, Tashkent, 100174, Uzbekistan, Ph.:(99871)227-12-24, fax: (99871) 246-53-21, e-mail: nauka@nuu.uz).

Doctoral dissertation is possible to review in information-resource centre at National University of Uzbekistan (is registered №…).(Address: University str. 4, Almazar area, Tashkent, 100174, Uzbekistan, Ph.:(99871)246-02-24).

Abstract of dissertation sent out on «--------»--------2020 year
(Mailing report №----on «-------»------ 2020 year)

A.S.Sadullaev
Chairman of Scientific Council
on award of scientific degrees,
D.F.-M.S., academician

N.K.Mamadaliev
Scientific secretary of Scientific Council
on award of scientific degrees,
PhD in Math.and Physics

SH.A.Alimov
Chairman of Scientific Seminar under Scientific
Council on award of scientific degrees,
D.F.-M.S., academician

INTRODUCTION (abstract of DSc thesis)

The urgence and relevance of the dissertation topic. The theory of conflict-controlled processes is an intensively developing division of modern mathematics. In this theory, we study problems of control dynamic processes in a conflict situation, which involves the presence of two or more parties capable of influencing the process with opposite or non-coinciding goals and optimizing the given process quality functionals. Conflict-controlled processes, described by differential equations, are called differential games. Differential games are one of the most important sections of mathematical control theory, in which the control of an object in conflict situations is studied. Differential games have their source of practical problems.

New results in this direction, their practical importance and great theoretical interest, stimulating the intensive development of the theory of conflict situations, are relevant, both for the theory itself and for its numerous applications. The application of the methods of the theory of differential games described by differential equations with a delayed pursuit-escape argument to various fields, in particular, are used to solve long-term forecasting problems in economics, in mathematical and population biology in studying the dynamics of infectious diseases, are important scientific directions.

The aim of the research. The main results of this thesis are conditions for solvability of new classes of game problems for conflict situations with respect to a system described by differential equations with a lagging argument with geometric, integral and various constraints on the control of players, as well as the development and generalization of methods for solving the pursuit problem and the development of new approaches that allow to obtain new sufficient conditions for the possibility of completing the persecution.

Research problems of this work are following:

find new sufficient conditions for completing prosecution in directions in linear differential games in the presence of delay with geometric, integral and various constraints on the control of players;

find sufficient conditions of the type of L.S. Pontryagin, M.S. Nikolskii, and N.Yu. Satimov for solvability of the linear problem in the presence of delay. Develop different approaches to the possibility of completing the pursuit under various restrictions on the control of players;

solve game problems for controlling trajectory beams in linear and quasilinear differential games with geometric and integral constraints on the control of players in the presence of delay;

develop an analogue of the prosecution method in the directions for solving the problem of quasilinear games with geometric constraints on the control of players and apply the control of the trajectory beams to solve the game problem;

obtain new sufficient conditions for gaming problems of pursuit and evasion from meeting in the class of distributed controled systems under various conditions on the control parameters of players;

establish the weak and strong invariance of the given multivalued mapping with respect to the system with distributed parameters for the third boundary value problem of heat conduction in the presence of delay;

obtain necessary and sufficient conditions for the invariance of the given multivalued mapping with respect to the system with distributed parameters.

The objects of the research work are problems of the theory of differential games of pursuit with respect to the system described by differential equations with a retarded argument, which are new direction in the mathematical theory of control.

Scientific novelty of the research work is as follows:

- sufficient conditions for solvability of the pursuit problem in differential games with a retarded argument under geometric, integral and various constraints on the control parameters of players was found. The modified first and third methods, various sufficient conditions was found for solvability of the pursuit problem in finite time;

- an analog of the third method of pursuit was developed and applied to solve the problem of pursuit. The obtained results develop and generalize a number of known sufficient conditions from the theory of pursuit and differ from the results obtained previously on the awareness of the pursuer;

- game problems of control of trajectory beams in linear and quasilinear differential games was solved in the presence of delay. The modifying of the first, second, and third methods, sufficient conditions was found for the possibility of translating the trajectory bundle from the initial set to the terminal set;

- an analog of the method of pursuit in the direction for solving the problem of quasilinear games with geometric, integral and various constraints on the control of players was developed and applied to solve the game problem of controlling trajectories;

- new sufficient conditions for the game pursuit problem in the class of controlled systems with distributed parameters in the presence of various constraints on the control parameters was obtained. The control of pursuit is explicitly constructed. New sufficient conditions are proposed for possibility of evading the meeting, the evasion control is explicitly constructed;

- the weak and strong invariance of the given multivalued mapping relative to the third boundary value problem of heat conduction in the presence of delay was established;

- necessary and sufficient conditions was obtained for the invariance of a given set under geometric constraints and sufficient conditions for an integral control constraint. Easily verifiable conditions for the invariance of a given constant multivalued mapping are obtained.

The results obtained in this dissertational work are recommended to be used to resolve conflicts encountered in military affairs, medicine, sociology, economics, in solving engineering problems and other controllable applied processes whose mathematical models are systems of differential equations with retarded arguments. Scientific values of the obtained research results used to construct strategies with various restrictions on the control of players in the presence of delay and their application. We note that the results obtained by their content form the basis of a new direction in the theory of controlling conflict situations with delays.

Implementation of the research results. Methods of directional pursuit and parallel pursuit with geometric, integral and various restrictions on player controls were used in the fundamental research project 01-01-16-1840FR to solve the problem of differential pursuit games with a delayed argument under integral and various restrictions on player controls. In addition, Usman Waziri used the dissertation Ph.D. (2017) under the title “Differential games described by infinite system of differential equations in Hilbert space”, in the master's thesis (2017) of Aizzat Kamal Mustafa’s Puteur named “Pursuit differential game described by first order infinite 2-systems of differential equations ”and in the scientific papers of Karapanania under the title“ Pursuit and evasion differential games of two pursuers and one evader with coordinate-wise integral constraints ”(Putra University of Malaysia, certificate of July 13, 2017). The application of these scientific results made it possible to solve the problem of conflict situations described by differ-rential equations with a delayed argument with integral and various restrictions on the controls of the players;

the results of this thesis obtained regarding the solution of the problem of conflict situations, when geometric, integral and various restrictions are imposed on the control of the pursuer and the runaway player, were used in carrying out scientific projects supported by grants from the Russian Foundation for Basic Research (RFBR) and the Russian Science Foundation (RNF) in a study for linear dynamic optimization problems when integral and various constraints are imposed on the control action (Institute athematic and furship UB RAS, a certificate dated 24 November 2017). Application of these scientific results made it possible to test and analyze numerical algorithms for dynamic optimization of guarantees in functional differential systems;

the results of the thesis, obtained regarding the solution of the problem of conflict situations in a class of a system with distributed parameters, when both geometrical and integral constraints are imposed on the control of the pursuer and the runaway player, were used in carrying out scientific projects supported by grants from the Ministry of Education and Science of Russia, Russian Foundation for Basic Research (RFBR) in the study of the problem of conflict situations in the class of a system with distributed parameters, to when geometric, integral, and various restrictions are imposed on player controls (Ministry of Education and Science, S.P. Korolev Samara National Research University, certificate dated November 27, 2017). The application of these scientific results made it possible to find solutions to heat conduction problems with delta sources and transition processes described by differential equations with a delayed argument;

the results of the thesis obtained regarding the solution of the problem of conflict situations described by differential equations with a delayed argument with geometric, integral and various restrictions on player control were used in carrying out scientific projects supported by grants from the Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan (MES RK). (Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan, International Kazakh-Turkish University named after H.A. Yasavi, certificate No. 300 dated April 25, 2018). The methods developed in the dissertation for solving the problems of conflict control of dynamic systems with delay are used to test and analyze the asymptotic and numerical algorithms for dynamic optimization of guarantees developed in the Institute in functionally differential and singularly perturbed, integro-differential systems with rapidly oscillating coefficients and retarded arguments.

the results of the thesis obtained regarding the resolution of conflicting controlled systems described by differential equations with a delayed argument with geometric, integral and various restrictions on player controls were used in foreign grants No. 0113TJ00320 on the theme “Development and creation of hybrid innovative systems and devices for production of electric and thermal energy based on renewable energy resources ”and No. 0117TJ0084 on the topic“ Russian-Tajik Dictionary of Innovation and Innovation” of scientific and techno-logical activity ”(Center for innovative development of science and new technologies of the Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan, certificate No. 1001 / 1-94 of November 21, 2019). The application of these scientific results allowed us to test and analyze the mathematical models of photoelectric devices and systems being developed at the Center.

The structure and volume of the dissertation. The dissertation consists of the introduction, four chapters, conclusion and bobliography. The total volume of the dissertation is 188 pages.

ЭЪЛОН КИЛИНГАН ИШЛАР РЎЙХАТИ
СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ
LIST OF PUBLISHED WORKS
I бўлим(часть I; part I)

1. Мамадалиев Н. Задача преследования для линейных игр с интегральными ограничениями на управления игроков//Известия вузов. Математика. Казан. 2020. № 3. С. 12 - 28. English translation: The Pursuit problem for linear Games with Integral Constraints on Players' Controls//*Russian Matematics (Iz.vuz)*. Springer (США), 2020. vol. 64. No. 3. pp. 9 - 24. (№3. Scopus. IF=0,34).

2. Мамадалиев Н. О задачах преследования в линейных дифференциальных играх при наличии запаздываний//Известия вузов. Математика. Казан. 2010. № 6. С. 16 - 22. English translation: Pursuit problems in linear differential games with delay//*Russian Matematics (Iz. vuz)*. Springer (США), 2010. vol. 54. No 6. pp. 13 - 18. (№3. Scopus. IF=0,34).

3. Мамадалиев Н. Об одной линейной задаче преследования при наличии запаздывания// Сибирский журнал индустриальной математики. Новосибирск. 2010. Том 13. № 3. С. 86 - 101. English translation: On a linear pursuit-evasion problem with delay//*Journal of Applied and industrial Mathematics*. Springer (США), 2010. vol. 13. No 3. pp. 86 - 101. (№ 3. Scopus. IF=0.580).

4. Мамадалиев Н. Линейные дифференциальные игры с интегральными ограничениями при наличии запаздываний//Математические заметки. 2012. № 5. С.750 - 760. English translation: Linear Differential Pursuit Games with Integral Constraints in the Presence of Delay//*Mathematical Notes.* 2012. vol. 91, No 5. pp. 704 - 713. (№3. Scopus. IF=0,612).

5. Мамадалиев Н. О задаче преследования для линейных дифференциальных игр с различными ограничениями на управления игроков//Дифференциальные уравнения. 2012. Т. 48. № 6. С. 860 - 873. English translation: On the Pursuit Problem for Linear Differential Games with Distinct Constraints on the Players' Controls//*Differential Equations.* 2012. vol. 48, No 6. pp. 867 - 880. (№1. Scopus. IF=0,659).

6. Мамадалиев Н. О линейных дифференциальных играх преследования при различных ограничениях на управления игроков//Докл. АН РУз. Ташкент, 2011. № 2. С. 15 - 18. (01.00.00; №7).

7. Мамадалиев Н.,Тухтасинов М. К методам решения задачи преследования при задержке поступления информации об убегающем//Докл. АН РУз. Ташкент, 2011. № 3. С.10 - 12. (01.00.00; №7).

8. Мамадалиев Н. Линейная задача преследования при наличии запаздывания//Вестник НУУз. Ташкент, 2009. № 3. С. 114 - 118. (01.00.00; №8).

9. Мамадалиев Н.,Тухтасинов М. Об одной задаче преследования при задержке поступления информации об убегающем// Вестник НУУз. Ташкент, 2010. № 3. С. 116 - 120. (01.00.00; №8).

10. Мамадалиев Н. О линейных дифференциальных играх преследования при задержке поступления информации об убегающем//Вестник НУУз.

Ташкент, 2010. №3. С.120 - 125. (01.00.00; №8).
11. Мамадалиев Н. Преследования по направлению в линейных дифференциальных играх при наличии запаздывания//Вестник НУУз.Ташкент, 2011. №3.С.79-84.(01.00.00; №8).
12. Мамадалиев Н. Об одном способе преследования в линейных дифференциальных играх с интегральными и разнотипными ограничениями на управления игроков//Вестник НУУз. Ташкент,2011.№4/1.С.139-144.(01.00.00; №8).
13. Мамадалиев Н. Об игровых задачах управления пучками траекторий при наличии запаздывания//Кибернетика и системный анализ. Киев. 2012. № 5. С. 154 - 164. English translation: Game Problems of Control of a Pencil of trajectories with Delays//*Cybernetics and Systems Analysis.* Springer (США), Kiev. September. 2012. vol. 48. No 5. pp. 774 - 783. (№41, Scopus. IF=0,29).
14. Tukhtasinov M.,Ibragimov G.I.,Mamadaliev N.O. On an Invariant Set in the Heat Conductivity Problem with Time Lag// *Abstract and Applied Analysis* Volume 2013, Article ID108482,7 pages.(№ 3. Scopus. IF=1,730).
15. Мамадалиев Н. Управления пучками траекторий при разнотипных ограничениях на управляющие параметры//Докл. АН РУз. Ташкент, 2013. № 3. С. 5 - 8. (01.00.00; №7).
16. Мамадалиев Н. Об одной задаче преследования с интегральными ограничениями на управления игроков//Сибирский математический журнал. Январь - февраль. Новосибирск. 2015. Т.56. № 1. С. 129 - 148. English translation: On a pursuit problem with integral constraints on the players' controls// *Siberian Mathematical Journal.* Springer (США), 2015. vol. 56. No 1. pp. 107 - 124. (№1. Scopus. IF=0,738).
17. Мамадалиев Н. Групповое преследования в дифференциально-разностьных играх с интегральными ограничениями на управления//Вестник НУУз. Ташкент, 2011. №4/1. С. 173 - 180. (01.00.00; №8).
18. Мамадалиев Н. Задача группового преследования в линейных дифференциальных играх с интегральными ограничениями при наличии запаздывания//Вестник НУУз. Ташкент, 2013. №2. С. 99 - 104. (01.00.00; №8).
19. Тухтасинов М.,Мамадалиев Н.О.,Мустапокулов Х.Я. Об инвариантном постоянном многозначном отображении в задаче теплопроводности с запаздыванием//Узбекский математический журнал, Ташкент, 2017. № 3. С. 129 - 141. (01.00.00; №6).
20. Mamadaliev N.,Tukhtasinov M. On game problems of control of pencil trajectories// ROMAI J. 2007. vol.3. No 1. pp. 171 - 185. (01.00.00; №).
21. Tukhtasinov M.,Mamadaliev N. On the problems of pursuit and deviation from meeting in the class of the distributed control systems//ROMAI J. 2011. vol.7. No 2. pp. 161 - 168. (01.00.00; №).

II бўлим (часть II; part II)

22. Mamadaliev N., Tukhtasinov M. Линейная дифференциальная игра пучками траекторий//Dinamical sistem modelling and stability investigetion. Thesis of conference reports. Kiev. 2007. May 22 - 25, p. 66.

23. Мамадалиев Н., Тухтасинов М. Линейная дифференциальная игра преследования с запаздывающим аргументам//Материалы международной конференции посвященной памяти Ш.Ярмухамедова,"Новые направления в теории динамических систем и некорректных задач", Самарканд, 19 - 20 октября, 2007 г., С. 57 - 58.

24. Мамадалиев Н. Линейные дифференциальные игры преследования с интегральными ограничениями при наличии запаздывании//Международная конференция "Дифференциальные уравнения и топология." посвящённая 100 - летию акад. Л.С. Понтрягина. Москва, 17 - 22 июня, 2008 г., С. 363 - 364.

25. Mamadaliev N.,Tukhtasinov M. About problem of pursuit for linear differential games with by integrated restrictions//Of the third congress of the world mathematical society of Turkic countries, Almaty, june 30-july 4, 2009. p. 250.

26. Мамадалиев Н. О задаче преследования при наличии запаздывания информации//Международная конференция."Управление и оптимизация динамических систем-CODS-2009", Ташкент, 28 - 30 сентября, 2009 г., С. 66-67.

27. Мамадалиев Н. О задаче преследования с интегральными ограничениями на управления//Международная конференция "Дифференциальные уравнения и их приложения". Самара, 29 июня - 02 июля, 2009 г., С. 38 - 39.

28. Mamadaliev N.,Tukhtasinov M. On the linear pursuit problem//Ukrainian mathematical congress - 2009. Dedicated to the Centennial of N. N. Bogoliubov, Kyiv, Institute of Mathematics of NASU, August 27-29, 2009. p.131 - 132.

29. Мамадалиев Н.,Тухтасинов М. Об одной задаче преследования с запаздыванием//Материалы научной конференции "Вычислительные технологии и математическое моделирование". Ташкент,27-30 апреля,2009 г.,С.45-46.

30. Мамадалиев Н. Игровые задачи управления пучками траекторий// SamDiff-2011. Международная конференция "Дифференциальные уравнения и их приложения", Самара, 26 - 30 июня, 2011 г., С. 71 - 72.

31. Мамадалиев Н.,Тухтасинов М. К задаче преследования при наличии запаздывания//Материалы II - международная конференции, "Математическая физика и ее приложения".Самара,29 августа-4 сентября,2010г.,С.206-208.

32. Мамадалиев Н. Преследования в задаче управления пучками траекторий//Материалы международная конференции, "Современные проблемы математики, механики и их приложений", посвященная 70 - летию академика В. А. Садовничего, 30 марта - 02 апреля, Москва, 2009 г., С. 173 - 174.

33. Мамадалиев Н.,Тухтасинов М. Об одной задаче преследования с запаздыванием//Материалы международная конференции, "Современные проблемы вычислительной математики и математической физики", памяти академика А.А.Самарского к 90 - летию со дня рождения. Москва, МГУ, 16 - 18 июня, 2009 г., С. 207 - 208.

34. Мамадалиев Н.,Тухтасинов М. Об одной задаче преследования при наличии запаздывания//Международный Российско-Абхазский симпозиум "Уравнения смешанного типа и родственные проблемы анализа и информатики". Нальчик, 17 - 22 мая, 2009 г., С. 156 - 158.

35. Мамадалиев Н. Об одном методе преследования по направлению в

линейных дифференциальных играх//Материалы 6 - Ферганской конференции " Предельные теоремы теории вероятностей и их приложения". Фергана, 2011 г., С. 228 - 232.

36. Мамадалиев Н.Об одной задаче преследования с интегральными ограничениями на управления игроков//Материалы международной научной конференции "Актуальные проблемы прикладной математики и информационных технологий - Аль -Хорезми - 2012". Ташкент, 19 - 22 декабря, 2012 г., т. 1. С. 305 - 309.

37. Мамадалиев Н. Управление пучками траекторий при различных ограничениях на управляющие параметры игроков//Материалы международной научной конференции "Актуальные проблемы прикладной математики и информационных технологий - Аль -Хорезми - 2014". Самарканд, 15 - 17 сентября, 2014 г., С. 52 - 53.

38. Мамадалиев Н.А. Об одной задаче преследования с интегральными ограничениями на управления игроков//Второй Международный Российско-Абхазский симпозиум "Уравнения смешанного типа и родственные проблемы анализа и информатики". Нальчик, 28 мая - 01 июня, 2012 г., С. 170 - 173.

39. Мамадалиев Н. Об одной игровой задаче управления пучками траекторий с интегральными ограничениями//Тезисы докладов Республиканской научной конференции с участием зарубежных ученых "Проблемы современной топологии и ее приложения", Ташкент, 2013 г., С. 187 - 189.

40. Мамадалиев Н. Линейные дифференциально-разностные игры преследования//Sam Diff - 2013, Международная конференция "Дифференциальные уравнения и их приложения", Самара, 29 июня-3 июля, 2013 г.,С. 56 - 58.

41. Мамадалиев Н. Об одной задаче преследования с геометрическими ограничениями на управления игроков//Тезисы докладов Республиканской научной конференции с участием ученых из стран СНГ "Современные проблемы дифференциальных уравнений и их приложения", Ташкент, 21 - 23 ноября, 2013 г., С. 274 - 276.

42. Мамадалиев Н. Об одной задаче управления пучками траекторий// Тезисы докладов Республиканской научной конференции с участием зарубежных ученых "Неклассические уравнения математической физики и их приложения", Ташкент, 23-25 октября, 2014 г., С. 282 - 284.

43. Мамадалиев Н. Линейные дифференциальные игры преследования при наличии запаздывания//Тезисы докладов Республиканской научной конференции с участием зарубежных ученых "Современные методы математической физики и их приложения".Ташкент,15-17 апреля,2015г.,Т.2.С.141-144.

44. Мамадалиев Н. Об одной задаче преследования управления пучками траекторий с интегральными ограничениями на управления игроков//Тезисы докладов Республиканской научной конференции с участием зарубежных ученых "Актуальные проблемы дифференциальных уравнений и их приложения ", Ташкент, 15 - 17 декабря, 2017 г., С.127 - 129.

45. Мамадалиев Н.,Тухтасинов М. Об инвариантном постоянном многозначном отображении в задаче теплопроводности с запаздыванием//Матери-

алы республиканской научно-практической конференции "Актуальные проблемы математики". Андижан, 16 мая, 2016 г., С. 214 - 218.

46. Мамадалиев Н. Исследование линейной задачи преследования с геометрическими ограничениями на управления игроков//Материалы Республиканской конференции с участием зарубежных ученых "Проблемы современной топологии и ее приложения", Ташкент, 11 - 12 мая, 2017 г., С. 218 - 221.

47. Mamadaliev N. On one game problem pensil of trajectoty//"Moderrn problems of dinamical systems and their applications". Abstracts of the republican scientific conference with participiation of foreign scientists. Tashkent. May, 1 - 3, 2017. P. 133 - 135.

48. Мамадалиев Н. Управления пучками траекторий в квазилинейных дифференциальных играх преследования//Тезисы докладов Республиканской научной конференции с участием зарубежных ученых "Актуальные проблемы дифференциальных уравнений и их приложения", Ташкент, 15 - 17 декабря, 2017 г., С. 129 - 131.

49. Мамадалиев Н. Дифференциальные игры преследования с интегральными ограничениями//Тезисы докладов Республиканской научной конференции "Проблемы современной топологии и ее приложения", Ташкент, 11 - 12 сентября, 2018 г., С. 137 - 139.

50. Мамадалиев Н. Об одной задаче преследования с интегральными ограничениями//V-Международная конференция, посвященная к 80-летию Адама Маремовича Нахушева "Нелокальные краевые задачи и родственные проблемы математической биологии, информатики и физики", Нальчик, 4 - 7 декабря, 2018 г., С.131.

51. Мамадалиев Н. Задача преследования с интегральными ограничениями на управления игроков//Материалы республиканской научной конференции «Современные проблемы теории вероятностей и математической статистики», Ташкент, 30 апреля - 01 мая, 2019 г., С.160 - 162.

52. Мамадалиев Н. Об одной задаче преследования при наличии запаздывания//Тезисы докладов Узбекско-Российская научная конференция "Неклассические уравнения математической физики и их приложения", Ташкент, 24 - 26 октября, 2019 г., С.185 -187.

53. Мамадалиев Н. Модификация третьего метода для дифференциально-разностных игр преследования нейтрального типа//Материалы международная конференции "Актуальные проблемы прикладной математики и информационных технологий". Ташкент, 14-15 ноября, 2019 г., С. 163-164.

54. Мамадалиев Н. К задаче преследования в линейных дифференциальных играх//Материалы международная научная конференции "Современные проблемы геометрии и топологии и их приложения", Ташкент, 21 - 23 октября, 2019 г., С.145 - 148.

55. Мамадалиев Н. О линейной задаче преследования//Материалы международной конференции "Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики", Воронеж, 11-13 ноября, 2019 г., С. 107-110.

Автореферат “ЎзМУ хабарлари журнали” таҳририятида таҳрирдан ўтказилди “...” июн 2020 йил

Босишга рухсат этилди: ... ... 2020 йил.
Бичими 60х45 1/16, “Times New Roman”
Гарнитурада рақамли босма усулида босилди.
Шартли босма табоғи ... . Адади: 100.Буюртма: № ... .

Мирзо Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий университети босмахонасида чоп этилди