**ФАРҒОНА ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ**
**ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ**
**PhD.03/30.12.2019.FM.05.04 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ**

**ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ**
**ТОШКЕНТ ДАВЛАТ ТЕХНИКА УНИВЕРСИТЕТИ**

**МУСТАПОҚУЛОВ ХАМДАМ ЯНГИБОЕВИЧ**

# ТАҚСИМЛАНГАН ПАРАМЕТРЛИ СИСТЕМАЛАРДА ЭВОЛЮЦИОН ЖАРАЁНЛАРНИНГ БОШҚАРИШ МАСАЛАЛАРИНИ ЕЧИШ

**01.01.02 – Дифференциал тенгламалар ва математик физика**

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ**

**Фарғона – 2020**

*УДК: 517.977.56*

**Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD) диссертацияси автореферати мундарижаси**

**Оглавление автореферата диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам**

**Contents of dissertation abstract of doctor of philosophy (PhD) on physical-mathematical sciences**

**ФАРҒОНА ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ**
**ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ**
**PhD.03/30.12.2019.FM.05.04 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ**

---

**ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ**
**ТОШКЕНТ ДАВЛАТ ТЕХНИКА УНИВЕРСИТЕТИ**

**МУСТАПОҚУЛОВ ХАМДАМ ЯНГИБОЕВИЧ**

# ТАҚСИМЛАНГАН ПАРАМЕТРЛИ СИСТЕМАЛАРДА ЭВОЛЮЦИОН ЖАРАЁНЛАРНИНГ БОШҚАРИШ МАСАЛАЛАРИНИ ЕЧИШ

**01.01.02. – Дифференциал тенгламалар ва математик физика**

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (DOCTOR OF PHILOSOPHY) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ**

**Фарғона – 2020**

**Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD) диссертацияси мавзуси Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамаси ҳузуридаги Олий аттестация комиссиясида B2017.1.PhD/FM9 рақам билан рўйхатга олинган.**

Диссертация Ўзбекистон Миллий университети ва Тошкент давлат техника университетида бажарилган.

Диссертация автореферати уч тилда (ўзбек, рус, инглиз(резюме)) Илмий кенгаш вебсаҳифаси (www.fdu.uz) ва «ZiyoNet» таълим ахборот тармоғида (http://www.ziyonet.uz/) жойлаштирилган.

| | |
|---|---|
| **Илмий раҳбар:** | **Тўхтасинов Мўминжон**<br>физика-математика фанлари доктори, профессор |
| **Расмий оппонентлар:** | **Саматов Бахром Таджиахматович**<br>физика-математика фанлари доктори, профессор |
| | **Рахманов Асқар Тажибаевич**<br>физика-математика фанлари номзоди, доцент |
| **Етакчи ташкилот:** | **ЎзР ФА В.И.Романовский номидаги Математика институти** |

Диссертация ҳимояси Фарғона давлат университети ҳузуридаги PhD.03/30.12.2019.FM.05.04 рақамли Илмий кенгашнинг 2020 йил «___»___________ соат____ даги мажлисида бўлиб ўтади. (Манзил: 150100, Фарғона шаҳар, Мураббийлар кўчаси, 19 уй. Тел.: (+99873) 244-44-02, факс: (+99873) 244-44-93, e-mail: fardu_info@umail.uz).

Диссертация билан Фарғона давлат университетининг Ахборот-ресурс марказида танишиш мумкин (___ рақами билан рўйхатга олинган). (Манзил: 150100, Фарғона шаҳар, Мураббийлар кўчаси, 19 уй. Тел.: (+99873) 244-44-94).

Диссертация автореферати 2020 йил «____» _______________куни тарқатилди.

(2020 йил «____» ___________ даги _______ рақамли реестр баённомаси).

**А.К.Уринов**
Илмий даражалар берувчи илмий кенгаш
раиси, ф.-м.ф.д., профессор

**И.У.Хайдаров**
Илмий даражалар берувчи илмий кенгаш
илмий котиби, ф.-м.ф.н.

**Ш.Т.Каримов**
Илмий даражалар берувчи илмий кенгаш
қошидаги илмий семинар раиси,
ф.-м.ф.д., доцент

## КИРИШ (фалсафа доктори (PhD) диссертацияси аннотацияси)

**Диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати.** Жаҳон миқёсида олиб борилаётган кўплаб илмий-амалий тадқиқотлар, аксарият ҳолларда, тақсимланган параметрли системаларда эволюцион жараёнларнинг бошқариш масалаларини ўрганишга келтирилади. Тақсимланган параметрли системалар дифференциал тенгламалар назариясининг объекти бўлсада, бу назария муҳим хусусияти билан ажралиб туради. У ҳам бўлса, тадқиқ этиш учун дифференциал геометрия ва алгебра, функционал анализ ва топология, бугунги шарт-шароитда эса, ҳисоблаш математикаси ва компьютер технологияларининг ҳам методларини қўллашни талаб этишидадир. Ўз навбатида, бошқарилувчи тақсимланган параметрли системалардаги эволюцион жараёнларнинг математик назарияси ва унинг татбиқлари математик физика назарияси методларига таянади. Техника ва табиатдаги жараёнларнинг кўпчилиги эволюцион характерга эга бўлгани учун тақсимланган параметрли системалар ёрдамида адекват тарзда моделлаштирилади, шу сабабли тақсимланган параметрли системаларда эволюцион жараёнларнинг бошқариш масалаларини ўрганиш замонавий математиканинг долзарб йўналишларидан биридир.

Ҳозирги кунда жаҳонда мураккаб техник объектлардаги иссиқлик ўтказиш ёки тебраниш жараёнларини бошқаришнинг математик моделларини такомиллаштириш муҳим масалалардан бири ҳисобланади. Бу борада, манба ёки чегара бошқариладиган иссиқлик ўтказиш масалалари учун температурани ёки иссиқлик миқдорини, тебраниш масаласи учун эса мувозанатдан оғиш чегарасини маълум оралиқда сақлашда бошқарувни чегаралайдиган параметрларни баҳолаш масалаларини ўрганиш мақсадли илмий тадқиқотлардан ҳисобланади.

Мамлакатимизда фундаментал фанларнинг амалий татбиққа эга бўлган долзарб йўналишларига эътибор кучайтирилмоқда. Илм-фан олдига фундаментал тадқиқотларни амалиётга яқинлаштириш масаласи муҳим вазифа сифатида қўйилган. Реал объектлардаги жараёнларни моделлаштирувчи тақсимланган параметрли системаларда эволюцион жараёнларнинг бошқарувини тадқиқ этиш масалаларига оид салмоқли натижаларга эришилди. «Математика, физика, амалий математика» фанларининг устувор йўналишлари бўйича халқаро стандартлар даражасида илмий тадқиқотлар олиб бориш асосий вазифалар ва фаолият йўналишлари этиб белгиланди[1]. Қарор ижросини таъминлашда тақсимланган параметрли системаларда эволюцион жараёнларнинг бошқарув назариясини ривожлантириш муҳим аҳамиятга эга.

Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2017 йил 7 февралдаги «Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантириш бўйича Ҳаракатлар стратегияси тўғрисида»ги ПФ-4947-сонли Фармони, 2017 йил 17 февралдаги

[1]Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамасининг 2017 йил 18 майдаги №292 «Ўзбекистон Республикаси фанлар академиясининг янгидан ташкил этилган илмий-тадқиқот муассасалари фаолиятини ташкил этиш чора-тадбирлари тўғрисида»ги қарори.

«Фанлар академияси фаолияти, илмий-тадқиқот ишларини ташкил этиш, бошқариш ва молиялаштиришни янада такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида»ги ПҚ-2789-сонли Қарори, 2018 йил 27 апрелдаги «Инновацион ғоялар, технологиялар ва лойихаларни амалий жорий қилиш тизимини янада такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида»ги ПҚ-3682-сонли Қарори ва 2019 йил 9 июлдаги «Математика таълими ва фанларини янада ривожлантиришни давлат томонидан қўллаб-қувватлаш, шунингдек, Ўзбекистон Республикаси Фанлар академиясининг В.И. Романовский номидаги Математика институти фаолиятини тубдан такомиллаштириш чоратадбирлари тўғрисида»ги ПҚ-4387-сонли Қарорлари ҳамда мазкур фаолиятга тегишли бошқа норматив-ҳуқуқий ҳужжатларда белгиланган вазифаларни амалга оширишга ушбу диссертация тадқиқоти муайян даражада хизмат қилади.

**Тадқиқотнинг республика фан ва технологияларни ривожлантиришнинг устувор йўналишларига боғлиқлиги.** Мазкур тадқиқот иши республика фан ва технологияларни ривожлантиришнинг IV. “Математика, механика ва информатика” устувор йўналиши доирасида бажарилган.

**Муаммонинг ўрганилганлик даражаси.** Тўқнашувдан қочиш масаласида қочувчининг мақсади яшовчанлик соҳаси $G$ нинг чегараси билан учрашмаслик ёки учрашув вақтини иложи борича узоқроқ чўзишдан иборат. Тўқнашувдан қочиш масалалари дастлаб Р.Айзекс[2] монографиясида келтирилиб, бу йўналишда олинган натижалар баён этилган. Қуйидаги масалалар шу типга таълуқли бўла олади: ҳаракатланувчи объектларнинг тўқнашувдан қочиши; тўсиқдан оғиши; тўсиқни айланиб ўтиши; бошқарилаётган объектларнинг авария ҳолатида эҳтиёт чораларини кўриши ва яшовчанликнинг турли масалалари.

Оддий дифференциал тенгламалар орқали тавсифланган бошқарув масалалари J.-P.Aubin, A.Feuer, M.Heymann, G.Haddad, P.Cardaliaguet, H.Frankowska, M.Falcon, Z.Kannai, P.Saint-Pierr, P.Loreti, L.Mazzini, Х.Г.Гусейнов, В.Н.Ушаков, Н.Ю.Сатимов, А.Азамов, А.З.Фозилов, М.Тўхтасинов, М.Ш.Маматов, Ғ.И.Ибрагимов ва бошқалар томонидан ўрганилган.

Шу билан бирга тақсимланган параметрли бошқарув системаларига доир масалаларни А.Г.Бутковский, Ж.Лионс, К.Лурье, А.И.Егоров, Ф.Л.Черноусько, В.А.Ильин, Е.И.Моисеев, Н.Ю.Сатимов, Ш.А.Алимов ва бошқалар ишларида кўриш мумкин. Ш.А.Алимов (2011) томонидан чегарага қўйилган конвектор радиатори орқали соҳани иссиқлик билан таъминлашнинг муҳим бошқарув амалий масалалари ўрганилган. М.Тўхтасинов ва У.Ибрагимов (2011) лар томонидан параболик типдаги тенглама билан тавсифланган бошқарув системаларига нисбатан инвариант тўплам бўлишининг етарлилик шартлари олинган. Н.Мамадалиев (2013) томонидан ўнг томонида кечикиш ҳолати бўлгандаги параболик типдаги тенглама билан

[2]Айзекс Р. Дифференциальные игры.-М.: Мир. 1967.-480 с.

тавсифланган бошқарув системаларига нисбатан инвариант бўлган тўпламлар ўрганилган.

**Диссертация мавзусининг диссертация бажарилган илмий тадқиқот муассасасининг илмий-тадқиқот ишлари режалари билан боғлиқлиги.**

Диссертация иши Тошкент давлат техника университетининг ЁФ4–13 “Спектрал ёйилманинг жамланувчанлиги ва уларни тақсимланган параметрли оптимал бошқарув масалаларида қўллашнинг янги усулларини ишлаб чиқиш” (2014-2015) ва Мирзо Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий университети илмий-тадқиқот ишлари режасининг ОТ-Ф4-33 “Дифференциал тенгламалар билан тавсифланувчи зиддиятли ҳолатларни бошқаришнинг янги усулларини яратиш ва уларни сонли амалга ошириш” (2017-2020) фундаментал лойиҳалари доирасида бажарилган.

**Тадқиқотнинг мақсади** параболик ва гиперболик типдаги тенгламалар билан тавсифланган бошқарув системаларига нисбатан кўп қийматли акслантиришнинг инвариантлигини ўрганиш, чексиз дифференциал тенгламалар системаси орқали берилган бошқарув масалалари учун бошланғич нуқтадан нол нуқтага ўтиш учун оптимал бошқарувни қуриш ва оптимал вақтни аниқлашдан иборат.

**Тадқиқотнинг вазифалари:**

манба ёки чегара орқали бошқариладиган параболик типдаги тенгламалар билан тавсифланган системага нисбатан кўп қийматли акслантиришнинг кучли ёки кучсиз инвариант бўлишлиги учун зарурий, етарли шартлар олиш;

манба ёки чегара орқали бошқариладиган гиперболик типдаги тенгламалар билан тавсифланган системага нисбатан кўп қийматли акслантиришнинг кучли ёки кучсиз инвариант бўлишлиги учун зарурий, етарли шартлар олиш;

бошқарув функцияси импульсли характерга эга бўлган параболик типдаги тенгламалар билан тавсифланган бошқарув системаларга нисбатан кўп қийматли акслантиришнинг кучли ёки кучсиз инвариант бўлишлигининг етарлилик шартларини аниқлаш;

чексиз дифференциал тенгламалар системаси орқали тавсифланган бошқарув масаласи учун бошланғич нуқтадан нол нуқтага ўтишни таъминлайдиган оптимал вақт ва бошқарувни аниқлаш.

**Тадқиқотнинг объекти** параболик ва гиперболик типдаги дифференциал тенгламалар билан тавсифланган бошқарув системалари, импульсли бошқарув жараёнлари ва чексиз дифференциал тенгламалардан иборат.

**Тадқиқотнинг предмети** параболик ва гиперболик типдаги тенгламалар билан тавсифланган бошқарув системаларига нисбатан берилган кўп қийматли акслантиришнинг инвариантлигини аниқлаш ҳамда чексиз дифференциал тенгламалар системаси орқали бошқарув объектлари учун бошланғич нуқтадан нол нуқтага ўтиш масаласини ечишдан иборат.

**Тадқиқоднинг усуллари.** Диссертация ишида моментлар усули, функционал анализ, дискрет тенгламалар, математик моделлаштириш, оптимал башқарув, дифференциал тенгламалар ва математик физика, кўп қийматли акслантиришлар назариялари усулларидан фойдаланилган.

**Тадқиқотнинг илмий янгилиги** қуйидагилардан иборат:

манба орқали бошқариладиган параболик типдаги тенгламалар билан тавсифланган бошқарув системаларига нисбатан инвариантлиги текширилаётган кўп қийматли акслантириш икки сирт оралиғи кўринишида танланганда, хусусан текисликлар бўлганда, кучли ва кучсиз инвариант бўлишлигининг зарурий шартлари олинган;

манба ёки чегара бошқариладиган параболик типдаги тенгламалар билан тавсифланган бошқарув системаларига нисбатан инвариантлиги текширилаётган ўзгармас кўп қийматли акслантиришлар, жоиз бошқарув интеграл ва геометрик чегаралар орқали танланганда кўп қийматли акслантиришнинг кучли ва кучсиз инвариант бўлишлигининг етарлилик шартлари олинган;

ташқи таъсир ёки чегараси бошқариладиган гиперболик типдаги тенгламалар билан тавсифланган бошқарув системаларига нисбатан инвариантлиги текширилаётган кўп қийматли акслантиришлар ва жоиз бошқарув интеграл ва геометрик чегаралалар орқали танланганда кўп қийматли акслантиришнинг кучли ва кучсиз инвариант бўлишининг етарлилик шартлари олинган;

гиперболик типдаги тенгламалар билан тавсифланган бошланғич бошқарув масаласига нисбатан берилган кўп қийматли акслантиришнинг кучли инвариант бўла олмаслик шарти, аммо доимо кучсиз инвариант бўлишлиги кўрсатилган;

бошқарувнинг таъсири импульсли характерга эга параболик типдаги тенгламалар билан тавсифланган бошқарув системаларига нисбатан кўп қийматли акслантиришнинг кучли ва кучсиз инвариант бўлишлигининг етарлилик шартлари топилган;

чексиз дифференциал тенгламалар системаси орқали тавсифланган бошқарув масаласи учун бошланғич нуқтадан нол нуқтага ўтказувчи оптимал вақт ва бошқарув топилган.

**Тадқиқотнинг амалий натижалари** қуйидагилардан иборат: математик физика ва бошқарувли эволюцион жараёнлар назарияси асосларини реал жараёнларга мутаносиб равишда ривожлантирган ҳолда, бошқарувли иссиқлик ўтказиш ва тебраниш масалаларининг математик моделлари таҳлил этилган ва такомиллаштирилган.

**Тадқиқот натижаларининг ишончлилиги** математикада қабул қилинган дедуктив хулосаларга, шу жумладан теоремаларнинг қатъий ва тўлиқ исботланганлигига асосланади.

**Тадқиқот натижаларининг илмий ва амалий аҳамияти.** Тадқиқот натижаларининг илмий аҳамияти тақсимланган параметрли системаларда эволюцион жараёнларнинг бошқариш назарияларини ривожлантиришда қўлланилиши билан изоҳланади.

**Тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши.** Тақсимланган параметрли системаларда эволюцион жараёнларнинг бошқариш масалаларини ечишга оид олинган илмий натижалар қуйидаги лойиҳаларда жорий қилинган:

тақсимланган параметрли системаларга нисбатан кўп қийматли акслантиришнинг инвариантлиги бўйича олинган натижалар Россия фундаментал тадқиқотлар фондининг 18-51-41005 ва Россия илмий фондининг 1.5211.201718 рақамли илмий грантларида хусусий ҳосилали тенгламалар билан тавсифланган тақсимланган параметрли бошқарув системалариги нисбатан ечимнинг яшовчанликка текширишда фойдаланилган (Удмурт давлат университетининг 2019 йил 3 июндаги 7873-5939/31-сон маълумотномаси). Илмий натижаларнинг қўлланилиши тақсимланган параметрли системаларда эволюцион жараёнларнинг траекториясини берилган соҳада сақлаб туриш муаммосини ҳал этиш имконини берган;

чексиз дифференциал тенгламалар орқали тавсифланган бошқарув системалари учун бошланғич нуқтадан нол нуқтага ўтиш мумкин бўлган оптимал вақт ва бошқарувни топиш масаласини ечиш бўйича олинган натижалар ОТ-Ф-4-(36+32) «Математик физика ва оптимал бошқарув масалаларини ечишнинг янги усулларини ишлаб чиқиш. Тоқ тартибли хусусий хосилали тенгламалар учун ноклассик бошланғич ва спектрал масалалар ва уларнинг тадбиқлари» грант лойиҳада ночизиқли бошқарилувчи қувиш дифференциал ўйинларни тадқиқ қилишда фойдаланилган (Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим вазирлигининг 2020 йил 14 январдаги 89-03-206-сон маълумотномаси). Бу илмий натижаларнинг қўлланилиши параболик типдаги тенгламалар билан тавсифланган ночизиқли бошқарилувчи дифференциал ўйинларни ечишнинг янги усулларини яратиш имконини берган.

**Тадқиқот натижаларининг апробацияси.** Диссертациянинг асосий натижалари 5 та халқаро ва 6 та республика миқёсидаги илмий анжуманларда муҳокамадан ўтказилган.

**Тадқиқот натижаларининг эълон қилинганлиги.** Тадқиқот мавзуси бўйича жами 21 та илмий иш чоп этилган, шулардан, Ўзбекистон Республикаси Олий Аттестация комиссиясининг фалсафа доктори диссертациялари асосий илмий натижаларини чоп этиш тавсия этилган илмий нашрларда 8 та мақола, жумладан, 1 таси хорижий ва 7 таси республика миқиёсидаги илмий журналларда ҳамда 1 та халқаро анжуман мақолалар тўпламида чоп этилган.

**Диссертациянинг тузилиши ва ҳажми.** Диссертация кириш, учта боб, хулоса ва фойдаланилган адабиётлар рўйхатидан ташкил топган. Диссертациянинг ҳажми 87 бетни ташкил этган.

## ДИССЕРТАЦИЯНИНГ АСОСИЙ МАЗМУНИ

Ишнинг **кириш** қисмида мавзунинг долзарблиги ва зарурати асосланган, тадқиқотнинг Республика фан ва технологиялари ривожланишининг устивор йўналишларига мувофиқлиги кўрсатилган, диссертация мавзуси бўйича хорижда олиб борилаётган илмий тадқиқотларнинг тахлили берилган, муаммонинг ўрганилганлик даражаси баён этилган, тадқиқотнинг мақсад ва вазифалари, объекти ва предмети кўрсатилган, тадқиқот натижаларининг илмий янгилиги очиб берилган, олинган натижаларнинг назарий ва амалий аҳамияти ошкор этилган, тадқиқот натижаларининг тадбиғи, шунингдек нашр этилган илмий ишлар ва диссертациянинг таркиби ҳақидаги маълумотлар келтирилган.

Диссертациянинг **«Параболик типдаги тенгламалар билан тавсифланган бошқарув системаларида кўп қийматли акслантиришнинг инвариантлиги»** деб номланган биринчи бобида параболик типдаги тенгламалар билан тавсифланган бошқарув системаларига нисбатан берилган кўп қийматли акслантиришнинг кучли ва кучсиз инвариант бўлишлиги тадқиқ қилинган.

Қуйидаги кўринишдаги дифференциал операторни қарайлик:

$$A\varphi=\sum_{i,j=1}^{\infty}\frac{\partial}{\partial x_i}\left(a_{ij}(x)\frac{\partial\varphi}{\partial x_j}\right), \tag{1}$$

бу ерда $\varphi=\varphi(x),\ x\in\Omega\subset R^n$ функция $A$ эллиптик операторнинг аниқланиш соҳасидан олинган.

Параболик тенгламалар билан тавсифланган қуйидаги бошқарувли масалаларни қараймиз: манба бошқариладиган

$$u_t(t,x)=Au(t,x)+\mu(t,x),\quad (t,x)\in Q_T; \tag{2}$$

$$u(0,x)=u^0(x),\ x\in\Omega;\quad u(t,x)\big|_{S_T}=0 \tag{3}$$

ва чегаравий бошқариладиган

$$u_t(t,x)=Au(t,x),\quad (t,x)\in Q_T; \tag{4}$$

$$u(0,x)=u^0(x),\ \ x\in\Omega;\ \ Pu(t,x)=\nu(t,x),\ \ (t,x)\in S_T \tag{5}$$

масалалар. Бу ерда

$$Pu(t,x)=\left(\frac{\partial u(t,x)}{\partial n}+h(x)u(t,x)\right),\ (t,x)\in S_T, \tag{6}$$

$h(x)$-берилган функция; $u=u(t,x)-$номаълум функция; $x=(x_1,x_2,...,x_n)\in\Omega\subset R^n,\ n\ge 1,\ \Omega-$чегараланган соҳа, $t\in[0,T],\ T-$ихтиёрий мусбат ўзгармас; $\mu=\mu(t,x),\nu=\nu(t,x)-$ бошқарув функциялари (бошқарув), $\mu(\cdot,\cdot)\in L_2(Q_T)$, $\nu(\cdot,\cdot)\in L_2(S_T)$, $Q_T=\{(t,x)|\,t\in(0,T),\,x\in\Omega\}-R^{n+1}$ фазода очиқ цилиндр; $u^0(\cdot)\in L_2(\Omega)-$бошланғич ҳолат, $S_T=\{(t,x)|\,t\in(0,T),\,x\in\partial\Omega\}-Q_T$ цилиндрнинг ён сирти, $\partial\Omega-\ \Omega$ соҳанинг чегараси бўлиб, бўлакли-силлиқ ҳисобланади.

*1-таъриф.* $D:[0,T]\to 2^R,\ R=(-\infty,\infty)$ кўп қийматли акслантириш (2)-(3) ((4)-(5)) масалага нисбатан кучли инвариант дейилади, агар ихтиёрий $u^0(\cdot)\in L_2(\Omega),\ \langle u^0(\cdot)\rangle_{L_2(\Omega)}\in D(0)$ ва $\mu(\cdot,\cdot)\in M\ \ (\nu(\cdot,\cdot)\in N)$ лар учун барча

$0 < t \le T$ ларда $\langle u(t,\cdot)\rangle \in D(t)$ ўринли бўлса. Бу ерда $\langle\rangle -$мос норма, $u(\cdot,\cdot)-$эса мос равишда (2)-(3) ((4)-(5)) масаланинг ечими.

*2-таъриф.* $D:[0,T]\to 2^R,\ R=(-\infty,\infty)$ кўп қийматли акслантириш (2)-(3) ((4)-(5)) масалага нисбатан кучсиз инвариант дейилади, агар ихтиёрий $u^0(\cdot)\in L_2(\Omega),\ \langle u^0(\cdot)\rangle_{L_2(\Omega)} \in D(0)$ учун шундай жоиз бошқарув $\mu(\cdot,\cdot)\in M$ $(\nu(\cdot,\cdot)\in N)$ мавжуд бўлиб, барча $0<t\le T$ ларда $\langle u(t,\cdot)\rangle \in D(t)$ ўринли бўлса.

Ўзгармас кўп қийматли акслантириш $D(t)=[0,b],\ 0\le t\le T$ кўринишда бўлсин, бу ерда $b-$мусбат ўзгармас сон.

**1.2.1** бандда манба орқали бошқариладиган иссиқлик ўтказиш жараёнини бошқариш масаласига, яъни (2)-(3) нисбатан $D(t)=[0,b],\ 0\le t\le T$ ўзгармас кўп қийматли акслантиришнинг инвариантлиги ўрганилган.

$M$ орқали барча жоиз бошқарувлар тўпламини белгилаймиз ва бу тўплам мусбат $\rho$ сонга боғлиқ ҳолда аниқланади.

Биз турли ҳолларда $D(t)=[0,b],\ 0\le t\le T$ кўп қийматли акслантириш (2)-(3) масалага нисбатан кучли ёки кучсиз инвариант бўлишлигини таъминловчи $T, b, \rho$ параметрларнинг ўзаро боғланишларини топамиз.

*1-ҳолат.* $\langle u(t,\cdot)\rangle = \|u(t,\cdot)\|_{L_2(\Omega)},\ 0\le t\le T$ ва $M=\{\mu(\cdot,\cdot)\mid \|\mu(t,\cdot)\|_{L_2(\Omega)}\le\rho,$ $0\le t\le T\}$ бўлсин.

*1-теорема.* Агар $\rho\le\lambda_1\cdot b$ бўлса, у ҳолда $D(t)=[0,b],\ 0\le t\le T$ кўп қийматли акслантириш (2)-(3) масалага нисбатан кучли инвариант бўлади.

*2-ҳолат.* $\langle u(\cdot,\cdot)\rangle = \|u(\cdot,\cdot)\|_{L_2(Q_T)}$ ва $M=\left\{\mu(\cdot,\cdot)\mid \|\mu(\cdot,\cdot)\|_{L_2(Q_T)}\le\rho\right\}$ бўлсин.

*2-теорема.* Агар $\rho\le b\sqrt{2\lambda_1(1-T)/T}$ тенгсизлик ўринли бўлса, у ҳолда $D(t)=[0,b],0\le t\le T$ кўп қийматли акслантириш (2)-(3) масалага нисбатан кучли инвариант бўлади.

*3-теорема.* Агар $2\lambda_1\ge1$ тенгсизлик ўринли бўлса, у ҳолда $D(t)=[0,b],\ 0\le t\le T$ кўп қийматли акслантириш (2)-(3) масалага нисбатан кучсиз инвариант бўлади.

*3-ҳолат.* $\langle u(\cdot,\cdot)\rangle = \|u(\cdot,\cdot)\|_{L_2(Q_T)}$ ва $M=\left\{\mu(\cdot,\cdot)\middle\| \|\mu(t,\cdot)\|_{L_2(\Omega)}\le\rho, 0\le t\le T\right\}$ бўлсин.

*4-теорема.* Агар ёки $\rho\le\lambda_1 b,\ T\le1,$ ёки $1<\rho/(\lambda_1 b)\le\left(1-\sqrt{T}e^{-\lambda_1 T}\right)\Big/$ $\left(\sqrt{T}\left(1-e^{-\lambda_1 T}\right)\right)$ шартлар бажарилса, у ҳолда $D(t)=[0,b],0\le t\le T$ кўп қийматли акслантириш (2)-(3) масалага нисбатан кучли инвариант бўлади.

*5-теорема.* Агар $2\lambda_1\ge1$ шарт бажарилса, у ҳолда $D(t)=[0,b],0\le t\le T$ кўп қийматли акслантириш (2)-(3) масалага нисбатан кучсиз инвариант бўлади.

*4-ҳолат.* $\langle u(t,\cdot)\rangle=\|u(t,\cdot)\|_{L_2(\Omega)}$ ва $M=\left\{\mu(\cdot,\cdot)\middle|\|\mu(\cdot,\cdot)\|_{L_2(Q_T)}\le\rho\right\}$ бўлсин.

*6-теорема.* Агар $\rho>0$ бўлса, у ҳолда $D(t)=[0,b],\,0\le t\le T$ кўп қийматли акслантириш (2)-(3) масалага нисбатан кучли инвариант бўлмайди.

**1.2.2** бандда чегараси бошқариладиган иссиқлик ўтказиш жараёнини бошқариш масаласи, яъни (4)-(5) масалага нисбатан инвариантлик худди 1.2.1 банддаги каби турли ҳолатларда ўрганилди.

Диссертациянинг **«Гиперболик типдаги тенгламалар билан тавсифланган бошқарув системаларида кўп қийматли акслантиришнинг инвариантлиги»** деб номланган иккинчи бобида гиперболик типдаги тенгламалар билан тавсифланган бошқарув системаларига нисбатан кўп қийматли акслантиришнинг кучли ва кучсиз инвариант бўлишлиги ўрганилган.

Қуйидаги иккита масалани қараймиз: манба бошқариладиган

$$u_{tt}(t,x)=Au(t,x)+\mu(t,x),\ (t,x)\in Q_T; \tag{7}$$

$$u(0,x)=u^0(x),\ u_t\big|_{t=0}=u^1(x),\ x\in\Omega;\ u(t,x)=0,\,(t,x)\in S_T \tag{8}$$

ва чегараси бошқариладиган

$$u_{tt}(t,x)=Au(t,x),\ (t,x)\in Q_T; \tag{9}$$

$$u(0,x)=u^0(x),\ u_t\big|_{t=0}=u^1(x),\ x\in\Omega;\ Pu(t,x)=\nu(t,x),\,(t,x)\in S_T \tag{10}$$

бу ерда $u=u(t,x)-$номаълум функция; $T-$ихтиёрий мусбат ўзгармас; (7)-(8) биринчи аралаш масала учун $\mu\in L_2(Q_T),\ u^0\in\overset{0}{W}{}_2^1(\Omega)$, $u^1\in L_2(\Omega)$ ва (9)-(10) учинчи (иккинчи) аралаш масала учун $\nu\in L_2(S_T),\ u^0\in W_2^1(\Omega)$, $u^1\in L_2(\Omega)$; $A$ ва $P$ операторлар мос равишда (1) ва (6) каби аниқланган.

$M$ ва $N$ орқали барча жоиз бошқарувлар тўпламини белгилаймиз ва улар мос равишда $\rho$ ва $\sigma$ мусбат сонлар орқали аниқланади.

*3-таъриф.* $D:[0,T]\to 2^R,\,R=(-\infty,\infty)$ кўп қийматли акслантириш (7)-(8) ((9)-(10)) масалага нисбатан кучли инвариант дейилади, агар ихтиёрий $\|u^0(\cdot)\|\in D(0),\ \|u^1(\cdot)\|\le c$ ва $\mu(\cdot,\cdot)\in M\ (\nu(\cdot,\cdot)\in N)$ учун барча $0<t\le T$ ларда $\langle u(t,\cdot)\rangle\in D(t)$ ўринли бўлса. Бу ерда $\langle\rangle-$мос норма, $c-$берилган мусбат сон, $u(\cdot,\cdot)-$эса мос равишда (7)-(8)((9)-(10)) масаланинг ечими.

*4-таъриф.* $D:[0,T]\to 2^R,\,R=(-\infty,\infty)$ кўп қийматли акслантириш (7)-(8) ((9)-(10)) масалага нисбатан кучсиз инвариант дейилади, агар ихтиёрий $\|u^0(\cdot)\|\in D(0),\ \|u^1(\cdot)\|\le c$ учун шундай жоиз бошқарув $\mu(\cdot,\cdot)\in M\ (\nu(\cdot,\cdot)\in N)$ мавжуд бўлиб, барча $0<t\le T$ ларда $\langle u(t,\cdot)\rangle\in D(t)$ ўринли бўлса.

Бизнинг мақсадимиз, $D(t)=[0,b]$ кўп қийматли акслантиришнинг $[0,T]$ оралиқда (7)-(8) ((9)-(10)) масалага нисбатан кучли ёки кучсиз инвариант бўлишлигини таъминлайдиган $T,b,c,\rho$ (ёки $T,b,c,\sigma$) параметрлар орасидаги боғланишни аниқлашдан иборат.

**2.1.1** бандда $D(t)=[0,b]$ кўп қийматли акслантиришнинг $[0,T]$ оралиқда (7)-(8) масалага нисбатан инвариантлиги текширилган.

*1-ҳолат.* $\langle u(\cdot,\cdot)\rangle=\|u(\cdot,\cdot)\|_{L_2(Q_T)}, M=\left\{\mu(\cdot,\cdot)\,|\,\|\mu(t,\cdot)\|_{L_2(\Omega)}\leq\rho, t\in[0,T]\right\}$ бўлсин.

*7-теорема.* Агар $\rho\leq\dfrac{\sqrt{\lambda_1 b^2(1-2T)-2c^2T}}{T}$ бўлса, у ҳолда $D(t)=[0,b]$, $0\leq t\leq T$ кўп қийматли акслантириш (7)-(8) масалага нисбатан кучли инвариант бўлади.

*8-теорема.* Агар $c\leq b\sqrt{\lambda_1\dfrac{1-T}{T}}$ бўлса, у ҳолда $D(t)=[0,b], 0\leq t\leq T$ кўп қийматли акслантириш (7)-(8) масалага нисбатан кучсиз инвариант бўлади.

*2-ҳолат.* $\langle u(\cdot,\cdot)\rangle=\|u(\cdot,\cdot)\|_{L_2(Q_T)}$, $M=\left\{\mu(\cdot,\cdot)\,|\,\|\mu(\cdot,\cdot)\|_{L_2(Q_T)}\leq\rho\right\}$ бўлсин.

*9-теорема.* Агар $\rho\leq\sqrt{\dfrac{\lambda_1 b^2(1-2T)}{T}-c^2}$ бўлса, у ҳолда $D(t)=[0,b]$, $0\leq t\leq T$ кўп қийматли акслантириш (7)-(8) масалага нисбатан кучли инвариант бўлади.

*10-теорема.* Агар $\rho\leq b\sqrt{\lambda_1\dfrac{1-T}{T}}$ бўлса, у ҳолда $D(t)=[0,b], 0\leq t\leq T$ кўп қийматли акслантириш (7)-(8) масалага нисбатан кучсиз инвариант бўлади.

*3-ҳолат.* $\langle u(t,\cdot)\rangle=\|u(t,\cdot)\|_{L_2(\Omega)}, t\in[0,T]$, $M=\left\{\mu(\cdot,\cdot)\|\mu(t,\cdot)\|_{L_2(\Omega)}\leq\rho,\right.$ $\left.t\in[0,T]\right\}$ бўлсин.

*11-теорема.* $D(t)=[0,b], 0\leq t\leq T$ кўп қийматли акслантириш $[0,T]$ вақт оралиғида (7)-(8) масалага нисбатан кучли инвариант бўлмайди.

**2.1.2** бандда чегараси бошқариладиган тебраниш жараёнини бошқариш масаласи, яъни (9)-(10) масалага нисбатан инвариантлик худди 2.1.1 банддагидек турли ҳолатларда ўрганилди.

Диссертациянинг **«Импульсли бошқарув ва тез ҳаракатга доир экстремал масалалар»** деб номланган учинчи боби иккита параграфдан иборат.

**3.1** бандда бошқарув импульсли характерга эга бўлиб, яъни Диракнинг дельта функцияси орқали ифодаланган ҳолда тақсимланган параметрли системаларга нисбатан берилган кўп қийматли акслантиришнинг кучли ва кучсиз инвариантлиги ўрганилган.

Қуйидаги иссиқлик алмашинув масаласини қараймиз:

$$u_t(t,x)=Au(t,x)+F(t,x,\mu),\ (t,x)\in Q_T; \tag{11}$$

$$u(0,x)=u^0(x),\ x\in\Omega.;\ \ u(t,x)=0,\ (t,x)\in S_T. \tag{12}$$

Бу ерда $u=u(t,x)-$номаълум функция, $F(t,x,\mu)$ ва $u^0(x)-$берилган функциялар, $\mu-$ бошқарув параметри.

Фараз қилайлик, ташқи таъсир (11) системага фақат берилган $\{t_i\}$ вақт моментларида таъсир этсин ва унинг таъсири импульсли характерга эга бўлиб, Диракнинг дельта-функцияси орқали ифодалансин:

$$F(t,x,\mu(\cdot))=\sum_{i=0}^{\infty}\mu(x)\delta(t-t_i),\ x\in\Omega, t\geq 0$$

бу ерда $\mu(\cdot)-$бошқарув ўлчовли функция.

*5-таъриф.* $\sum_{k=1}^{\infty}\Big(\int_{\Omega}\mu(\xi)\varphi_k(\xi)ds\Big)^2=\sum_{k=1}^{\infty}\mu_k^2\leq\rho^2$ шартни қаноатлантирувчи $\mu(\cdot)$ функцияга жоиз бошқарув дейилади. Бу ерда $\rho-$ мусбат ўзгармас, $\mu_k-$ $\mu(\cdot)$ функциянинг $\{\varphi_k\}$ система бўйича Фурье коэффициентлари.

*6-таъриф.* $D:[0,T]\to 2^R, R=(-\infty,\infty)$ кўп қийматли акслантириш (11)-(12) масалага нисбатан $[0,T]$ кесмада кучли инвариант дейилади, агар ихтиёрий $\langle u^0(\cdot)\rangle\in D(0)$ ва $\mu(\cdot)$ жоиз бошқарув учун барча $0<t\leq T$ да $\langle u(t,\cdot)\rangle\in D(t)$ ўринли бўлса. Бу ерда $\langle\rangle-$ мос норма, $u(t,x)-$ эса (11)-(12) масаланинг ечими.

*7-таъриф.* $D:[0,T]\to 2^R, R=(-\infty,\infty)$ кўп қийматли акслантириш (11)-(12) масалага нисбатан $[0,T]$ кесмада кучсиз инвариант дейилади, агар ихтиёрий $\langle u^0(\cdot)\rangle\in D(0)$ учун шундай $\mu(\cdot)$ жоиз бошқарув топилсаки, барча $0<t\leq T$ да $\langle u(t,\cdot)\rangle\in D(t)$ ўринли бўлса.

Бу параграфда ҳам $D(t)=[0,b],\ 0\leq t\leq T$ кўринишдаги кўп қийматли акслантиришнинг кучли ва кучсиз инвариантлиги текширилади, бу ерда $b-$ мусбат ўзгармас сон.

Кейинги мақсадимиз $[0,T]$ кесмада $D(t)=[0,b],\ 0\leq t\leq T$ кўп қийматли акслантиришнинг (11)-(12) масалага нисбатан кучли ёки кучсиз инвариант бўлиши учун $T,b,\rho$ ва $\lambda_i$ параметрлар орасидаги боғланишни топишдан иборат.

$N(t)=\max\{i\in N\cup\{0\}:t_i\leq t\leq T\}$ белгилашни киритамиз.

*1-ҳолат.* $\langle u(t,\cdot)\rangle=\| u(t,\cdot)\|_{L_2(\Omega)},\ t\in[0,T]$ бўлсин.

*12-теорема.* $1^{\circ}$. $t_0>T$, у ҳолда ихтиёрий $\rho\geq 0$ учун $D(t)=[0,b]$ кўп қийматли акслантириш (11)-(12) масалага нисбатан $[0,T]$ кесмада кучли инвариант бўлади;

$2^{\circ}$. $t_0\leq T$ ва $\rho\leq b\cdot\left(e^{\lambda_1 t_0}-1\right)/\left(\sum_{i=0}^{N(T)}e^{\lambda_1 t_i}\right)$ бўлсин, у ҳолда $D(t)=[0,b]$ кўп қийматли акслантириш (11)-(12) масалага нисбатан $[0,T]$ кесмада кучли инвариант бўлади.

*2-ҳолат.* $\langle u(\cdot,\cdot)\rangle=\| u(\cdot,\cdot)\|_{L_2(Q_T)}$ бўлсин.

*13-теорема.* $1^\circ$. $t_0 > T$ ва $2\lambda_1 \le 1$ бўлсин, у ҳолда $D(t) = [0, b]$ кўп қийматли акслантириш (11)-(12) масалага нисбатан $[0, T]$ кесмада кучли инвариант бўлади;

$2^\circ$. $t_0 \le T$ ва $\rho \le b \cdot \left( \sqrt{\dfrac{2\lambda_1}{1 - e^{-2\lambda_1 T}}} - 1 \right) / \left( \sum\limits_{i=0}^{N(T)} e^{\lambda_1 t_i} \right)$ бўлсин, у ҳолда $D(t) = [0, b]$ кўп қийматли акслантириш (11)-(12) масалага нисбатан $[0, T]$ кесмада кучли инвариант бўлади.

**3.2** бандда чексиз дифференциал тенгламалар системаси билан тавсифланган тез ҳаракат масаласи ўрганилган.

$\lambda_1, \lambda_2, \ldots -$ ўзгармас сонлар кетма-кетлиги бўлсин.

Қуйидаги масалани қараймиз:

$$\dot{u}_k = -\lambda_k u_k - \mu_k,\ u_k(0) = u_{k0},\ k = 1, 2, \ldots, \tag{13}$$

бу ерда $u_k, \mu_k, u_{k0} \in R^1,\ u_0 = (u_{10}, u_{20}, \ldots) \ne 0$; $\mu = (\mu_1, \mu_2, \ldots) -$ бошқарилувчи параметр ва $\mu_k(\cdot) \in L_2(0, T),\ T -$ ўзгармас сон.

*8-таъриф.* $\mu(\cdot) = (\mu_1(\cdot), \mu_2(\cdot), \ldots)$ функция ёки

$$\|\mu(t)\| = \sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} \mu_k^2(t)} \le \rho,\ 0 \le t \le T, \tag{14}$$

ёки

$$\|\mu(\cdot)\| = \sqrt{\int_0^T \|\mu(t)\|^2 dt} \le \rho \tag{15}$$

шартларни қаноатлантирса, у ҳолда бу функция жоиз бошқарув дейилади, бу ерда $\rho -$берилган ихтиёрий мусбат сон.

*9-таъриф.* (13) масалада $u_0 \ne 0$ нуқтадан охирги $0$ нуқтага ўтиш мумкин дейилади, агар шундай $\tau = \tau(z_0) \le T$ сон ва $\mu(t), t \in [0, T]$ жоиз бошқарув мавжуд бўлиб, мос $u(t), t \in [0, T]$ траектория учун $u(0) = u_0, u(\tau) = 0$ шартлар ўринли бўлса. $\tau$ сони ўтиш вақти дейилади.

*10-таъриф.* $\tau^* = inf_\mu \tau(u_0)$ бўлсин. Агар ихтиёрий $\mu(\cdot)$ жоиз бошқарув учун $t \in [0, \tau^*)$ да $u(t) \ne 0$ муносабат бажарилса, у ҳолда $\tau^*$ оптимал ўтиш вақти ва мос $\mu^*(t), t \in [0, T]$ оптимал бошқарув дейилади.

Мақсад (14) (ёки (15)) бошқарувга эга (13) масала учун $u_0$ бошланғич нуқтадан $0$ нуқтага ўтиш мумкин бўлган оптимал вақт ва бошқарувни топиш.

$\mu(\cdot) = (\mu_1(\cdot), \mu_2(\cdot), \ldots)$ бошқарув (14)-шартни қаноатлантирсин.

*14-теорема.* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} (\lambda_k)^2 \cdot |u_{k0}|^2 < \rho^2$ бўлсин, у ҳолда (13) масалада ихтиёрий бошланғич нуқта $u_0 \ne 0$ дан нолга оптимал ўтказиш мумкин.

$\mu(\cdot) = (\mu_1(\cdot), \mu_2(\cdot), \ldots)$ бошқарув (15) шартни қаноатлантирсин.

*15-теорема.* Агар $\sum_{k=1}^{\infty}\left(-2\lambda_k\right)\cdot\left|u_{k0}\right|^2<\rho^2$ бўлса, у ҳолда (13) масалада ихтиёрий бошланғич нуқта $u_0\neq 0$ дан нолга оптимал ўтиш мумкин.

## ХУЛОСА

Ушбу диссертация иши тақсимланган параметрли системаларда эволюцион жараёнларнинг бошқариш масалаларини тадқиқ қилишга бағишланган.

Тадқиқот натижасида олинган асосий натижалар қуйидагилардан иборат:

1. Манбаси ёки чегараси бошқариладиган параболик типдаги тенгламалар билан тавсифланган бошқарув системаларига нисбатан кўп қийматли акслантиришнинг кучли ва кучсиз инвариант бўлишининг зарурий ёки етарлилик шартлари олинган.

2. Манбаси ёки чегараси бошқариладиган гиперболик типдаги тенгламалар билан тавсифланган бошқарув системаларига нисбатан кўп қийматли акслантиришнинг кучли ва кучсиз инвариант бўлишининг етарлилик шартлари олинган.

3. Бошқарув функцияси импульсли характерга эга параболик типдаги тенгламалар билан тавсифланган бошқарув системаларга нисбатан кўп қийматли акслантиришнинг кучли ва кучсиз инвариант бўлиши учун етарли шартлар келтирилган.

4. Чексиз дифференциал тенгламалар системаси орқали ёзиладиган бошқарув масаласи учун бошланғич нуқтадан нол нуқтага ўтиш мумкин бўлган оптимал вақт ва бошқарувни топиш масаласи ечилган.

**НАУЧНЫЙ СОВЕТ PhD.03/30.12.2019.FM.05.04**
**ПО ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЁНЫХ СТЕПЕНЕЙ**
**ПРИ ФЕРГАНСКОМ ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ**

---

**НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ УЗБЕКИСТАНА**
**ТАШКЕНТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**МУСТАПОКУЛОВ ХАМДАМ ЯНГИБОЕВИЧ**

# РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ ЭВОЛЮЦИОННЫМИ ПРОЦЕССАМИ В СИСТЕМАХ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

**01.01.02 – Дифференциальные уравнения и математическая физика**

**АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ ДОКТОРА ФИЛОСОФИИ (PhD)**
**ПО ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИМ НАУКАМ**

**Фергана – 2020**

**Тема диссертации доктора философии (Doctor of Philosophy) по физико-математическим наукам зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Кабинете Министров Республики Узбекистан за № B2017.1.PhD/FM9.**

Диссертация выполнена в Национальном университете Узбекистана и в Ташкентском государственном техническом университете.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, русский, английский (резюме)) размещен на веб-странице Научного совета (www.fdu.uz) и на Информационно-образовательном портале «Ziyonet» (www.ziyonet.uz)

| | |
|---|---|
| **Научный руководитель:** | **Тухтасинов Муминжон**<br>доктор физико-математических наук, профессор |
| **Официальные оппоненты:** | **Саматов Бахром Таджиахматович**<br>доктор физико-математических наук, профессор |
| | **Рахманов Аскар Тажибаевич**<br>кандидат физико-математических наук, доцент |
| **Ведущая организация:** | **Институт математики имени В.И.Романовского АН РУз** |

Защита диссертации состоится «____» _____________2020 года в ____ часов на заседании Научного совета PhD.03/30.12.2019.FM.05.04 при Ферганском государственном университете. (Адрес: 150100, г. Фергана, ул. Мураббийлар, 19. Тел.: (+99873) 244-44-02, факс: (+99873) 244-44-93, e-mail: fardu_info@umail.uz).

С докторской диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Ферганского государственного университета (зарегистрирована за №___). (Адрес: 150100, г. Фергана, ул. Мураббийлар, 19. Тел.: (+99873) 244-44-94).

Автореферат диссертации разослан «____» _______________2020 года.

(протокол рассылки № ___ от «___» ______ 2020 года).

**А.К. Уринов**
Председатель научного совета по присуждению научных степеней, д.ф.-м.н., профессор

**И.У. Хайдаров**
Ученый секретарь научного совета по присуждению научных степеней, к.ф.-м.н.

**Ш.Т. Каримов**
Председатель научного семинара при научном совете по присуждению научных степеней, д.ф.-м.н., доцент

## ВВЕДЕНИЕ (аннотация диссертации доктора философии(PhD))

**Актуальность и востребованность темы диссертации.**

Многочесленные научные исследования, проводимые в научном мире, посвящены изучению проблем управления эволюционными процессами в системах с распредленными параметрами. Системы с распредленными параметрами являются объектом изучения теории дифференциальных уравнений и обладают рядом важных особенностей. При этом для исследования необходимо применение методов дифференциальной геометрии, алгебры, функционального анализа и топологии, а также вычислительной математики и компютерных технологий, что продиктовано современными требованиями. В свою очередь математическая теория управления эволюционными процессами в системах с распредленными параметрами и её приложения основываются на методах теории математической физики. В природе и технике большинство процессов носит эволюценный характер и поэтому моделируются с помощью систем с распредленными параметрами, и по этой причине изучение задач управления эволюционными процессами систем с распредленными параметрами является одним из актуальных направлений современной математики.

На сегодняшний день на сложных технических объектах в мире разработка математических моделей управления процессами передачи тепла или колебания является одной из важнейших проблем. В этом контексте сохранение температуры или величины тепла для задачи управления передачи тепла и сохранение амплитуды для задачи колебания в известном промежутке времени представляет собой нерешенных задачи.

В нашей стране уделается большое внимание прикладным аспектам фундаментальных наук. Перед фундаментальной наукой поставлена важная задача применения полученных важных теоретических результатов на решения практических задач. Для управления эволюционными процессами, которые являются моделями реальных объектов, получены значимые результаты. В соответствии с международными стандартами проведение научных исследований в приоритетных направлениях «математики, физики, прикладной математики» признано как основополагающее[3]. Во исполнении указанных задач, важное значение приобретает проведение исследований по изучению в теории управления эволюционными процессами с распределенными параметрами.

Исследования данной диссертации в определенной степени служат решению задач, указанных в Указе Президента Республики Узбекистан УП-4947 от 7 февраля 2017 года «О Стратегии действий по дальнейшему развитию Республики Узбекистан», и в Постановленыях Президента Республики Узбекистан ПП-2789 от 17 февраля 2017 года «О мерах по дальнейшему совершенствованию деятельности Академии наук, организации, управления и

---

[3]Постановление Кабинета Министров Республики Узбекистан от 18 мая 2017 года №292 «О мерах по организации деятельности вновь созданных научно-исследовательских учреждений Академии наук Республики Узбекистан».

финансирования научно-исследовательской деятельности» и ПП-4387 от 9 июля 2019 года «О мерах государственной поддержки дальнейшего развития математического образования и науки, а также коренного совершенствования деятельности института математики имени В.И. Романовского академии наук Республики Узбекистан», а также в других нормативно-правовых актах, относящихся к данной области деятельности.

**Соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики.** Данное исследование выполнено в соответствии с приоритетным направлением развития науки и технологий в Республике Узбекистан IV. «Математика, механика и информатика».

**Степень изученности проблемы.** Задача избежания столкновений является задачей оптимального управления в определенном смысле противоположная задаче быстродействия. Цель управления в задаче для избежания столкновений сводится к тому, чтобы как можно дольше удержать фазовую точку в пределах заданного множества-области выживаемости. Задача избежания столкновений, о которой, по-видимому, впервые упомянуто в книге Р.Айзекса[4], мало исследована. Типичными примерами задач такого типа являются: проблема избежания столкновений движущихся объектов; уклонение от препятствия; предотвращение аварийных состояний управляемых объектов; различные задачи живучести.

Задачи управления, описываемые обыкновенными дифференциальными уравнениями изучали J.-P.Aubin, A.Feuer, M.Heymann, G.Haddad, P.Cardaliaguet, H.Frankowska, M.Falcon, Z.Kannai, P.Saint-Pierr, P.Loreti, L.Mazzini, Х.Гусейнов, В.Н.Ушаков, Н.Ю.Сатимов, А.Азамов, А.З.Фазылов, М.Тухтасинов, М.Ш.Маматов, Г.И.Ибрагимов и др.

В то же время вопросы управления в распределенных систем ставили А.Г.Бутковский, Дж.Лионс, К.Лурье, А.И.Егоров, Ф.Л.Черноусько, В.А.Ильин, Е.И.Моисеев, Н.Ю.Сатимов, Ш.А.Алимов и другие. Ш.А.Алимов (2011) изучил важные практические вопросы управления теплоснабжением в полевых условиях, с помощью конвективного излучателя на границе. М.Тухтасинов и У.Ибрагимов (2011) получили достаточные условия для инвариантности множества систем управления, описываемых уравнением параболического типа. Н.Мамадалиев (2013) исследовал инвариантные множества систем управления, характеризуемых уравнением параболического типа с условием запаздывания справа.

**Связь темы диссертации с научно-исследовательскими работами учреждением высшего образования, где выполнялась диссертация.**

Диссертационная работа выполнена в рамках плана научно-исследовательских работ Ташкентского государственного технического университета ЁФ4–13 «Разработки новых методов суммируемости спектральных разложений и их применение в задачах оптимального управления с распределенными параметрами» (2014-2015) и Национального университета Узбекистана им. Мирзо Улугбека ОТ-

[4]Айзекс Р. Дифференциальные игры.-М.: Мир. 1967.-480 с.

Ф4-33 «Создание новых способов для управления конфликтами, описываемых дифференциальными уравнениями и их численная реализация» (2017-2020).

**Целью исследования** является изучение многозначных отображений в управляемых системах, описываемыми уравнениями параболического и гиперболического типов, а также определение оптимального времени перехода от начальной точки к нулевой точке и оптимального управления в управляемой задаче, описываемой бесконечной системой дифференциальных уравнений.

**Задачи исследования:**

получение необходимых или достаточных условий для того, чтобы многозначное отображение было сильным и(или) слабым инвариантом относительно системы, описываемой уравнениями параболического типа при управления источником или границей;

получить необходимые или достаточные условия для того, чтобы многозначное отображение было сильным и(или) слабым инвариантом относительно системы, описываемой уравнениями гиперболического типа при управления источником или границей;

определение достаточных условий сильной и(или) слабой инвариантности постоянного многозначного отображения относительно системы, описываемой уравнениями параболического типа, в которых управляющее воздействие имеет импульсный характер;

определить оптимальное время и управление для задачи управления, описываемой бесконечной системой дифференциальных уравнений, которое обеспечивает переход из начальной точки к нулевой точке.

**Объектом исследования** являются управляемые системы, описываемыми дифференциальными уравнениями параболического и гиперболического типов, процессы импульсного управления и бесконечные дифференциальные уравнения.

**Предметом исследования** являются определение инвариантности данного многозначного отображения относительно управляемых систем, описываемых уравнениями параболического и гиперболического типов, а также решение задачи перевода для управляемых объектов из начальной точки в нуль системой бесконечных дифференциальных уравнений.

**Методы исследования.** В диссертации используются методы: метод моментов, функционального анализа, дискретного уравнения, математического моделирования, оптимального управления, дифференциального уравнения и математической физики, теории многозначного отображения.

**Научная новизна исследования** состоит в следующем:

получены необходимые условия сильной и слабой инвариантности многозначного отображения при выборе вида между двумя поверхностями, в частности плоскостями, относительно управляемыми источником системы, описываемой уравнениями параболического типа;

получены достаточные условия сильной и слабой инвариантности постоянного многозначного отображения относительно управляемыми источником или границей системы, описываемой уравнениями параболического типа с выбором допустимого управления геометрического или интегрального ограничениям;

получены достаточные условия сильной и слабой инвариантности многозначного отображения относительно управляемыми источником или границей системы, описываемой уравнениями гиперболического типа с управлением внешнего эффекта или границами при геометрическом или интегральном ограничениях;

показано условие не сильно инвариантности, но всегда слабо инвариантности данного многозначного отображения для задачи стартового управления, описываемого уравнениями гиперболического типа;

найдены достаточные условия сильной и слабой инвариантности многозначного отображения относительно системы, описываемой уравнениями параболического типа, в которых управляющее воздействие имеет импульсный характер;

найдены оптимальное время и управление, переводящие от начальной точки к нулевой точке, для задачи управления, описываемой бесконечной системой дифференциальных уравнений.

**Практические результаты исследования** состоят в следующем: математические модели управления теплопередачей и вибрацией были проанализированы и усовершенствованы с развитием основ математической физики и теории эволюционных процессов, соответствующих реальным процессам.

**Достоверность результатов исследования** обоснована на дедуктивных выводах, сделанных в математике, включая строгое и полное доказательство теорем.

**Научная и практическая значимость результатов исследования.** Научное значение результатов исследования обусловлена применением теории управления эволюционными процессами в системах с распределенными параметрами.

**Внедрение результатов исследования.** Научные результаты, полученные при решении задач управления эволюционными процессами в системах с распределенными параметрами использованы в следующих проектах:

результаты диссертационной работы, относящиеся об инвариантности многозначных отображений относительно систем с распределенными параметрами, были использованы в научных грантах Российского фонда фундаментальных исследований под номером 18-51-41005 и в Российском научном фонде под номером 1.5211.201718 для проверки выживаемости решений относительно систем управлений с распределенными параметрами, описываемых уравнениями в частных производных (Справка из Удмуртского государственного университета, № 7873-5939/31, 3 июня 2019 г.). Применение этих научных результатов позволило решить задачи удержания траектории в желаемой области эволюционных процессов в системах с распределенными параметрами;

результаты диссертационной работы, полученные при решении задачи нахождения оптимального времени и управления перевода от начальной точки к нулевой в системе бесконечных дифференциальных уравнений, а также при исследовании, нелинейных дифференциальных игр преследования, были использованы при выполнении научных проектов, поддерживаемых грантами ОТ-Ф-4-(36+32) «Разработка новых способов решения задач математической физики и оптимального управления. Неклассическое начальное и спектральные задачи и их приложения для уравнений в частных производных нечетного порядка» (Справка министерства высшего и среднего специального образования Республики Узбекистан № 89-03-206 от 14 января 2020 года). Применение этих научных результатов дала возможность для создания новых способов решения нелинейных управляемых дифференциальных игр, описываемых уравнениями параболического типа.

**Апробация результатов исследования.** Основное содержание диссертации обсуждалось на 5 международных и 6 республиканских научно-практических конференциях.

**Публикация результатов исследования.** По теме диссертации опубликовано 21 научные работы, из них 8 входят в перечень научных изданий, предложенных Высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан для защиты диссертаций доктора философии, в том числе, из них 1 опубликованы в зарубежном журнале и 7 в республиканских научных изданиях, а также 1 на труды международной научной конференции.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка использованной литературы. Объем диссертации составляет 87 страницы.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во **Введении** обоснованы актуальность и востребованность темы диссертации, отмечено соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики, дан обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации, описана степень изученности проблемы, сформулированы цели и задачи, указаны объект и предмет исследования, изложены научная новизна и практические результаты исследования, раскрыта теоретическая и практическая значимость полученных результатов, даны сведения о внедрении результатов исследования, об опубликованных работах и о структуре диссертации.

В первой главе диссертации, озаглавленной **«Инвариантность многозначного отображения в управляемых систем, описываемой уравнениями параболического типа»,** исследуются сильной и слабой инвариантности постоянного многозначного отображения относительно, описываемой уравнениями параболического типа.

Посмотрим следующие дифференциальные оператор

$$A\varphi = \sum_{i,j=1}^{\infty} \frac{\partial}{\partial x_i}\left( a_{ij}(x) \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right), \tag{1}$$

где $\varphi = \varphi(x),\ x \in \Omega \subset R^n$ функция из области определения эллиптического оператора $A$.

Рассматриваются следующие задачи для распределенной системы, описываемая параболическим уравнением:

$$u_t(t,x) = Au(t,x) + \mu(t,x),\ \ (t,x) \in Q_T; \tag{2}$$

$$u(0,x) = u^0(x),\ x \in \Omega;\ \ \ u(t,x)\big|_{S_T} = 0 \tag{3}$$

и с граничным управлением

$$u_t(t,x) = Au(t,x),\ \ (t,x) \in Q_T; \tag{4}$$

$$u(0,x) = u^0(x),\ \ x \in \Omega;\ \ Pu(t,x) = \nu(t,x),\ \ (t,x) \in S_T, \tag{5}$$

где

$$Pu(t,x) = \left( \frac{\partial u(t,x)}{\partial n} + h(x)u(t,x) \right),\ (t,x) \in S_T, \tag{6}$$

$h(x)$-заданная функция; $u = u(t,x) -$ неизвестная функция; $x = (x_1, x_2, ..., x_n) \in \Omega \subset R^n,\ \ n \geq 1,\ \ \Omega -$ ограниченная область, $t \in [0,T],\ T -$ произвольная, но фиксированная положительная константа; $\mu = \mu(t,x), \nu = \nu(t,x) -$ управляющие функции (управления), $\mu(\cdot,\cdot) \in L_2(Q_T)$, $\nu(\cdot,\cdot) \in L_2(S_T)$, $Q_T = \{(t,x) |\ t \in (0,T),\ x \in \Omega\} -$ открытый цилиндр в $R^{n+1}$; $u^0(\cdot) \in L_2(\Omega)$, $S_T = \{(t,x) |\ t \in (0,T),\ x \in \partial\Omega\} -$ боковая поверхность цилиндра $Q_T$, $\partial\Omega -$ граница области $\Omega$, она считается кусочно-гладкой.

*Определение 1.* Многозначное отображение $D : [0,T] \to 2^R$, где $R = (-\infty, \infty)$, называется сильно инвариантным относительно задачи (2)-(3) ((4)-(5)), если для любых $u^0(\cdot) \in L_2(\Omega)$ с $\langle u^0(\cdot) \rangle_{L_2(\Omega)} \in D(0)$ и $\mu(\cdot,\cdot) \in U$ $(\nu(\cdot,\cdot) \in V)$ выполняется включение $\langle u(t,\cdot) \rangle \in D(t)$ при всех $0 < t \leq T$, где $\langle \rangle -$ соответствующая норма, $u(\cdot,\cdot) -$ соответствующее решение задачи (2)-(3) ((4)-(5)).

*Определение 2.* Многозначное отображение $D : [0,T] \to 2^R$, $R = (-\infty, \infty)$, называется слабо инвариантным относительно задачи (2)-(3) ((4)-(5)), если для любого $u^0(\cdot) \in L_2(\Omega)$ с $\langle u^0(\cdot) \rangle \in D(0)$ существует управление $\mu(\cdot,\cdot) \in U$ $(\nu(\cdot,\cdot) \in V)$ такое, что $\langle u(t,\cdot) \rangle \in D(t)$ при всех $0 < t \leq T$.

Пусть, $D(t)$ постоянное многозначное отображение вида

$$D(t) = [0,b],\ 0 \leq t \leq T,$$

где $b -$ положительная константа.

В разделе **1.2.1** рассматривается инвариантность многозначного отображения $D(t) = [0,b],\ 0 \leq t \leq T$ относительно задачи (2)-(3), т.е.

относительно управляемой распределенной системы, описываемая параболическим уравнением с управлением источника.

Через $M$ обозначим совокупность всех допустимых управлений, которая определяется положительным числом $\rho$.

В разных случаях мы будем найти связь между параметрами $T, b, \rho$ таким образом, чтобы обеспечить сильную или слабую инвариантность данного многозначного отображения $D(t)=[0,b]$ на отрезке времени $[0,T]$ относительно задачи (2)-(3).

*1-случай.* Пусть $\langle u(t,\cdot)\rangle=\|u(t,\cdot)\|_{L_2(\Omega)}$, $0\le t\le T$ и

$M=\left\{\mu(\cdot,\cdot)\,|\,\|\mu(t,\cdot)\|_{L_2(\Omega)}\le\rho,\ 0\le t\le T\right\}$.

*Теорема 1.* Пусть $\rho\le\lambda_1\cdot b$, то многозначное отображение $D(t)=[0,b]$, $0\le t\le T$ сильно инвариантно относительно задачи (2)-(3).

*2-случай.* Пусть $\langle u(\cdot,\cdot)\rangle=\|u(\cdot,\cdot)\|_{L_2(Q_T)}$ и $M=\left\{\mu(\cdot,\cdot)\,|\,\|\mu(\cdot,\cdot)\|_{L_2(Q_T)}\le\rho\right\}$.

*Теорема 2.* Если $\rho\le b\sqrt{2\lambda_1(1-T)/T}$, то многозначное отображение $D(t)=[0,b]$, $0\le t\le T$ сильно инвариантно относительно системы (2)-(3).

*Теорема 3.* Если $2\lambda_1\ge1$, то многозначное отображение $D(t)=[0,b]$, $0\le t\le T$ слабо инвариантно относительно задачи (2)-(3).

*3-случай.* Пусть $\langle u(\cdot,\cdot)\rangle=\|u(\cdot,\cdot)\|_{L_2(Q_T)}$ и $M=\left\{\mu(\cdot,\cdot)\|\mu(t,\cdot)\|_{L_2(\Omega)}\le\rho,\right.$ $\left.0\le t\le T\right\}$.

*Теорема 4.* Если, либо $\rho\le\lambda_1 b,\ T\le1$, либо $1<\rho/(\lambda_1 b)\le$ $\left(1-\sqrt{T}e^{-\lambda_1 T}\right)\Big/\left(\sqrt{T}\left(1-e^{-\lambda_1 T}\right)\right)$ то многозначное отображение $D(t)=[0,b]$, $0\le t\le T$ сильно инвариантно относительно задачи (2)-(3).

*Теорема 5.* Если $2\lambda_1\ge1$, то многозначное отображение $D(t)=[0,b]$, $0\le t\le T$ слабо инвариантно относительно системы (2)-(3).

*4-случай.* Пусть $\langle u(t,\cdot)\rangle=\|u(t,\cdot)\|_{L_2(\Omega)}$ и $M=\left\{\mu(\cdot,\cdot)\|\mu(\cdot,\cdot)\|_{L_2(Q_T)}\le\rho\right\}$.

*Теорема 6.* Если $\rho>0$, то многозначное отображение $D(t)=[0,b]$, $0\le t\le T$ не является сильно инвариантным относительно задачи (2)-(3) на отрезке времени $[0,T]$.

В разделе **1.2.2** исследуется инвариантности для задачи теплопроводности граничного управления, т.е. изучался постоянного многозначного отображения относительно (4)-(5), в различных случаях, аналогично в разделе 1.2.1.

Во второй главе диссертации, озаглавленной «**Инвариантность многозначного отображения в управляемых систем, описываемой уравнениями гиперболического типа»,** исследуются сильной и слабой инвариантности постоянного многозначного отображения относительно задачи, описываемой уравнениями гиперболического типа.

Рассмотрим следующие две задачи управляемой распределенной системы, описываемая гиперболическим уравнением: с внешним управлением

$$u_{tt}(t,x) = Au(t,x) + \mu(t,x),\ (t,x) \in Q_T; \tag{7}$$

$$u(0,x) = u^0(x),\ u_t\big|_{t=0} = u^1(x),\ x \in \Omega;\ u(t,x) = 0,\ (t,x) \in S_T \tag{8}$$

и с граничным управлением,

$$u_{tt}(t,x) = Au(t,x),\ (t,x) \in Q_T; \tag{9}$$

$$u(0,x) = u^0(x),\ u_t\big|_{t=0} = u^1(x),\ x \in \Omega;\ Pu(t,x) = v(t,x),\ (t,x) \in S_T, \tag{10}$$

где $u = u(t,x)$ − неизвестная функция; $T$ − произвольная положительная константа; $\mu \in L_2(Q_T)$, $u^0 \in \overset{0}{W}{}_2^1(\Omega)$, $u^1 \in L_2(\Omega)$ в случае первой смешанной задачи (7)-(8) и $v \in L_2(S_T)$, $u^0 \in W_2^1(\Omega)$, $u^1 \in L_2(\Omega)$ в случае третьей (второй) смешанной задачи (9)-(10); $A$ и $P$ операторы, определенные как (1) и (6), соответственно.

Через $M$ и $N$ обозначим совокупность всех допустимых управлений, которая соответственно определяется положительными числами $\rho$ и $\sigma$.

*Определение 3.* Многозначное отображение $D:[0,T] \to 2^R$, $R = (-\infty,\infty)$ называется сильно инвариантным относительно задачи (7)-(8) ((9)-(10)), если для любых $\|u^0(\cdot)\| \in D(0)$, $\|u^1(\cdot)\| \le c$ и $\mu(\cdot,\cdot) \in M$ $(v(\cdot,\cdot) \in N)$ выполняется включение $\langle u(t,\cdot)\rangle \in D(t)$ при всех $0 \le t \le T$, где $\langle\ \rangle$ − соответствующая норма, $c$ − положительная константа, $u(\cdot,\cdot)$ − соответствующее решение задачи (7)-(8) ((9)-(10)).

*Определение 4.* Многозначное отображение $D:[0,T] \to 2^R$, $R = (-\infty,\infty)$ называется слабо инвариантным относительно задачи (7)-(8) ((9)-(10)), если для любых $\|u^0(\cdot)\| \in D(0)$, $\|u^1(\cdot)\| \le c$ существует управление $\mu(\cdot,\cdot) \in M$ $(v(\cdot,\cdot) \in N)$ такое, что $\langle u(t,\cdot)\rangle \in D(t)$ при всех $0 \le t \le T$.

Наша дальнейшая цель является нахождений связи между параметрами $T, b, c, \rho$ (или $T, b, c, \sigma$) таким образом, чтобы обеспечить сильную или слабую инвариантность многозначное отображение $D(t) = [0,b]$ на отрезке времени $[0,T]$ относительно задачи (7)-(8) ((9)-(10)).

В разделе **2.1.1** исследуется инвариантность многозначного отображения $D(t) = [0,b]$ на отрезке времени $[0,T]$ относительно задачи (7)-(8).

*1-случай.* Пусть $\langle u(\cdot,\cdot)\rangle = \|u(\cdot,\cdot)\|_{L_2(Q_T)}$ и $M = \Big\{\mu(\cdot,\cdot) \,\big|\, \|\mu(t,\cdot)\|_{L_2(\Omega)} \le \rho,$ $t \in [0,T]\Big\}$.

*Теорема 7.* Если $\rho \le \dfrac{\sqrt{\lambda_1 b^2(1-2T) - 2c^2 T}}{T}$, то многозначное отображение $D(t) = [0,b],\ 0 \le t \le T$ сильно инвариантно относительно задачи (7)-(8).

*Теорема 8.* Если $c \le b\sqrt{\lambda_1 \dfrac{1-T}{T}}$, то многозначное отображение $D(t) = [0,b],\ 0 \le t \le T$ слабо инвариантно относительно задачи (7)-(8).

*2-случай.* Пусть $\langle u(\cdot,\cdot)\rangle = \|u(\cdot,\cdot)\|_{L_2(Q_T)}$ и $M = \Big\{ \mu(\cdot,\cdot) \,\big|\, \|\mu(\cdot,\cdot)\|_{L_2(Q_T)} \le \rho\Big\}$.

*Теорема 9.* Если $\rho \le \sqrt{\dfrac{\lambda_1 b^2(1-2T)}{T} - c^2}$, то многозначное отображение $D(t) = [0,b],\ 0 \le t \le T$ сильно инвариантно относительно задачи (7)-(8).

*Теорема 10.* Если $\rho \le b\sqrt{\lambda_1 \dfrac{1-T}{T}}$, то многозначное отображение $D(t) = [0,b],\ 0 \le t \le T$ слабо инвариантно относительно задачи (7)-(8).

*3-случай.* Пусть $\langle u(t,\cdot)\rangle = \|u(t,\cdot)\|_{L_2(\Omega)},\ t \in [0,T]$ и

$M = \Big\{\mu(\cdot,\cdot) \big| \|\mu(t,\cdot)\|_{L_2(\Omega)} \le \rho,\ t \in [0,T]\Big\}$.

*Теорема 11.* Многозначное отображение $D(t) = [0,b],\ 0 \le t \le T$ не является сильно инвариантным относительно задачи (7)-(8) на отрезке времени $[0,T]$.

В разделе **2.1.2** исследуется инвариантность для задачи колебания граничного управления, т.е. изучался постоянного многозначного отображения относительно задачи (9)-(10), в различных случаях, аналогично в разделе 2.1.1.

Третья глава диссертации, озаглавленная «**О некоторых экстремальных задачах с импульсным управлением и быстродействия**», состоит из двух параграфов.

В разделе **3.1** изучается вопросы о сильной и слабой инвариантности постоянного многозначного отображения относительно системы с распределенными параметрами, в которых управляющее воздействие имеет импульсный характер, что выражается при помощи дельта-функции Дирака.

Рассмотрим следующую задачу управления теплообменом:

$$u_t(t,x) = Au(t,x) + F(t,x,\mu),\ (t,x) \in Q_T; \tag{11}$$

$$u(0,x) = u^0(x),\ x \in \Omega.;\ \ u(t,x) = 0,\ (t,x) \in S_T. \tag{12}$$

Здесь $u = u(t,x)-$неизвестная функция, $T-$произвольное положительное число, $F(x,t,\mu)$ и $u^0(\cdot)-$заданные функции своих аргументов, а $\mu-$ управляющий параметр.

Пусть $\{t_i\}_{i=0}^{\infty}$, $t_0 > 0-$последовательность моментов времени, занумерованных в порядке возрастания, без конечных точек сгущения.

Предположим, что преследователь может воздействовать на систему (11) только в моменты $\{t_i\}$ и его воздействие в эти моменты имеет импульсный характер, что выражается при помощи дельта-функции Дирака:

$$F(t,x,\mu(\cdot)) = \sum_{i=0}^{\infty} \mu(x)\delta(t-t_i),\ x \in \Omega, t \geq 0,$$

где управление $\mu(\cdot)$ представляет собой измеримую функцию.

*Определение 5.* Функцию $\mu(\cdot)$, удовлетворяющую условию

$$\sum_{k=1}^{\infty}\Big(\int_{\Omega} \mu(\xi)\varphi_k(\xi)ds\Big)^2 = \sum_{k=1}^{\infty}\mu_k^2 \leq \rho^2,$$

где $\rho-$некоторая положительная константа, $\mu_k-$коэффициенты Фурье функции $\mu(\cdot)$ по системе $\{\varphi_k\}$, назовем допустимым управлением.

*Определение 6.* Многозначное отображение $D:[0,T] \to 2^R, R = (-\infty,\infty)$ называется сильно инвариантным на отрезке $[0,T]$ относительно задачи (11)-(12), если для любых $\langle u^0(\cdot)\rangle \in D(0)$ и допустимых $\mu(\cdot)$ выполняется включение $\langle u(t,\cdot)\rangle \in D(t)$ при всех $0 < t \leq T$, где $\langle\rangle-$соответствующая норма, $u(x,t)-$ соответствующее решение задачи (11)-(12).

*Определение 7.* Многозначное отображение $D:[0,T] \to 2^R, R = (-\infty,\infty)$ называется слабо инвариантным на отрезке $[0,T]$ относительно задачи (11)-(12), если для любого $\langle u^0(\cdot)\rangle \in D(0)$ существует допустимое управление $\mu(\cdot)$ такое, что $\langle u(t,\cdot)\rangle \in D(t)$ при всех $0 < t \leq T$.

В данном пункте исследуются сильная и слабая инвариантность отображения вида $D(t) = [0,b],\ 0 \leq t \leq T$, где $b-$ положительная константа.

Дальнейшей нашей целью является нахождений такой связи между параметрами $T, b, \rho$ и $\lambda_i$ так, чтобы обеспечить сильную или слабую инвариантность отображения $D(t) = [0,b]$ на отрезке $[0,T]$ относительно задачи (11)-(12).

Обозначим $N(t) = \max\{i \in N \cup \{0\} : t_i \leq t \leq T\}$.

*1-случай.* Пусть $\langle u(t,\cdot)\rangle = \| u(t,\cdot) \|_{L_2(\Omega)},\ t \in [0,T]$.

*Теорема 12.* $1^{\circ}$. Допустим $t_0 > T$, то при любом $\rho \geq 0$ многозначное отображение $D(t) = [0,b]$ сильно инвариантно на отрезке $[0,T]$ относительно задачи (11)-(12);

$2^{\circ}$. Допустим $t_0 \le T$. Если $\rho \le b \cdot \left(e^{\lambda_1 t_0} - 1\right) / \left(\sum_{i=0}^{N(T)} e^{\lambda_1 t_i}\right)$, то многозначное отображение $D(t) = [0, b]$ сильно инвариантно на отрезке $[0, T]$ относительно задачи (11)-(12).

*2-случай.* Пусть $\langle u(\cdot,\cdot)\rangle = \| u(\cdot,\cdot) \|_{L_2(Q_T)}$.

*Теорема 13.* $1^{\circ}$. Пусть $t_0 > T$ и $2\lambda_1 \le 1$, то при любом $\rho \ge 0$ многозначное отображение $D(t) = [0, b]$ сильно инвариантно на отрезке $[0, T]$ относительно задачи (11)-(12);

$2^{\circ}$. Пусть $t_0 \le T$ и $\rho \le b \cdot \left(\sqrt{\frac{2\lambda_1}{1 - e^{-2\lambda_1 T}}} - 1\right) / \left(\sum_{i=0}^{N(T)} e^{\lambda_1 t_i}\right)$, то многозначное отображение $D(t) = [0, b]$ сильно инвариантно на отрезке $[0, T]$ относительно задачи (11)-(12).

В этом случае можно показать, что многозначное отображение $D(t) = [0, b], 0 \le t \le T$ всегда слабо инвариантно относительно задачи (11)-(12) на отрезке времени $[0, T]$.

В разделе **3.2** исследуется задачи быстродействия, описываемые бесконечной системой дифференциальных уравнений.

Пусть $\lambda_1, \lambda_2, \ldots$ некоторая последовательность постоянных чисел.

Рассмотрим следующую задачу

$$\dot{u}_k = -\lambda_k u_k - \mu_k, \; u_k(0) = u_{k0}, \; k = 1, 2, \ldots \tag{13}$$

где $u_k, \mu_k, u_{k0} \in R^1, u_0 = (u_{10}, u_{20}, \ldots) \ne 0$; $\mu = (\mu_1, \mu_2, \ldots) -$параметр управления, и $\mu_k(\cdot) \in L_2(0, T)$, $T -$некоторое положительное число.

*Определение 8.* Функция $\mu(\cdot) = (\mu_1(\cdot), \mu_2(\cdot), \ldots)$, удовлетворяющая условию

$$\|\mu(t)\| = \sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} \mu_k^2(t)} \le \rho, \; 0 \le t \le T, \tag{14}$$

или

$$\|\mu(\cdot)\| = \sqrt{\int_0^T \|\mu(t)\|^2 dt} \le \rho \tag{15}$$

где $\rho$ —заданное положительное число, называется допустимым управлением.

*Определение 9.* Будем говорить, что в задаче (13) возможен переход из начальной точки $u_0 \ne 0$ в конечную точку $0$, если существует число $\tau = \tau(z_0) \le T$ и допустимое управления $\mu(t), t \in [0, T]$, такие, что соответствующая траектория $u(t), t \in [0, T]$ удовлетворяет условии: $u(0) = u_0, u(\tau) = 0$. При этом число $\tau$ называется гарантированным временем перехода.

*Определение 10.* Пусть $\tau^* = inf_\mu \tau(u_0)$. Если для любого допустимого управления $\mu(\cdot)$ верно соотношение $u(t) \neq 0$ при $t \in [0,\tau^*)$, то $\tau^*$ называется оптимальным временем перехода, а соответствующие $\mu^*(t), t \in [0,T]$ называется оптимальным управлением.

Для начальной точки $u_0$ найти оптимальное время и управление для задач (13).

Пусть $\mu(\cdot) = (\mu_1(\cdot), \mu_2(\cdot), ...)$ удовлетворяют условию (14).

*Теорема 14.* Если $\sum_{k=1}^{\infty} (\lambda_k)^2 \cdot |u_{k0}|^2 < \rho^2$, то в задаче (13) возможен оптимальный переход из любой начальной точки $u_0 \neq 0$ в ноль.

Пусть $\mu(\cdot) = (\mu_1(\cdot), \mu_2(\cdot), ...)$ удовлетворяют условию (15).

*Теорема 15.* Если $\sum_{k=1}^{\infty} (-2\lambda_k) \cdot |u_{k0}|^2 < \rho^2$, то в задаче (13) возможен оптимальный переход из любой начальной точки $u_0 \neq 0$ в ноль.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Диссертационная работа посвящена исследованию управления эволюционными процессами в системах с распределенными параметрами.

Основные результаты исследований состоят в следующем:

1. Получены необходимые или достаточные условия для того, чтобы многозначное отображение было сильным и слабым инвариантом относительно системы, описываемой уравнениями параболического типа для управления источником или границей;

2. Получены необходимые или достаточные условия для того, чтобы многозначное отражение было сильным и слабым инвариантом относительно системы, описываемой уравнениями гиперболического типа для управления источником или границей;

3. Найдено достаточные условия сильной и слабой инвариантности постоянного многозначного отображения относительно системы, описываемой уравнениями параболического типа, в которых управляющее воздействие имеет импульсный характер;

4. Определены оптимальное время и управление для задачи управления, описываемой бесконечной системой дифференциальных уравнений, которая обеспечивает переход от начальной точки к нулевой точке.

**SCIENTIFIC COUNCIL AWARDING OF THE SCIENTIFIC DEGREES PhD.03 / 30.12.2019.FM.05.04 AT FERGANA STATE UNIVERSITY**

**NATIONAL UNIVERSITY OF UZBEKISTAN**
**TASHKENT STATE TECHNICAL UNIVERSITY**

**MUSTAPOKULOV KHAMDAM YANGIBOEVICH**

# SOLVING THE PROBLEMS OF MANAGING EVOLUTIONARY PROCESSES IN SYSTEMS WITH DISTRIBUTED PARAMETERS

01.01.02 – Differential Equations and Mathematical Physics

**ABSTRACT OF DISSERTATION OF THE DOCTOR OF PHILOSOPHY (PhD) ON PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES**

**Fergana-2020**

**The theme of dissertation of doctor of philosophy (PhD) on physical and mathematical sciences was registered at the Supreme Attestation Commission at the Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan under number №B2017.2.PhD/FM52.**

Dissertation has been prepared at National university of Uzbekistan and Tashkent State Technical University.

The abstract of the dissertation is posted in three languages (uzbek, Russian, English (resume)) on the website (www.fdu.uz) and the "ZiyoNet" Information and educational portal (www.ziyonet.uz).

| | |
|---|---|
| **Scientific supervisor:** | **Tukhtasinov Muminjon**<br>Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor |
| **Official opponents:** | **Samatov Bahrom Tadjiahmatovich**<br>Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor |
| | **Rakhmanov Askar Tajibaevich**<br>Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Docent |
| **Leading organization:** | **Institute of Mathematics named after V.I.Romanovsky AS RUz** |

Defense will take place «____» _____________2020 at ____ at the meeting of Scientific Council number PhD.03/30.12.2019.FM.05.04 at Fergana State University. (Address: Murabbiylar street, 19, Fergana city, 150100, Uzbekistan, Ph.: (+99873) 244-44-02, fax: (+99873) 244-44-93, e-mail: fardu_info@umail.uz).

Dissertation is possible to review in Information-resource centre at Fergana State University (is registered №_____). (Address: University street, 19, Fergana city, 150100, Uzbekistan, Ph.: (+99873) 244-44-02).

Abstract of dissertation sent out on «____» _______________2020 year.

(Mailing report №___________ on «____» _______________2020 year).

**A.K. Urinov**
Chairman of scientific council on award of scientific degrees, D.F-M.S., Professor

**I.U. Khaydarov**
Scientific secretary of scientific council on award of scientific degrees, C.F.-M.S.

**Sh.T. Karimov**
Chairman of scientific Seminar under Scientific Council on award of scientific degrees, D.F-M.S., Docent

## INTRODUCTION (abstract of PhD thesis)

**The aim of the study** is to study the invariance of multi-valued reflection in controlled systems by the described equations of parabolic and hyperbolic type, as well as to determine the optimal transition time from the starting point to the zero point and the optimal controls in the controlled problem described by an infinite system of differential equations.

**The object of the research** work is controlled systems described by equations of parabolic and hyperbolic type, infinite differential equations with impulse control.

**Scientific novelty of the research work** is as follows:

Obtained the necessary conditions for strong and weak invariance were chosen by choosing two surfaces with a constant multi-valued mapping with respect to the system described by equations of parabolic type for source control;

Sufficient conditions are obtained for the strong and weak invariance of a constant multi-valued map with respect to the system described by equations of parabolic type from a controlled source under geometric or integral constraints;

Sufficient conditions are obtained for the strong and weak invariance of a constant multi-valued map with respect to a system described by equations of hyperbolic type controlled by external effects or boundaries under geometric or integral constraints;

The invariance is shown for a multi-valued reflection for the control problem of initial velocities in oscillatory systems, that a multi-valued reflection cannot be a strong invariant and always weak invariant;

Sufficient conditions are obtained for the strong and weak invariance of a constant multi-valued mapping with respect to, described by equations of parabolic type, in which the control action is impulsive;

Optimal time and control are shown for the control problem described by an infinite system of differential equations that provides a transition from any starting point to a zero point.

**Implementation of the research results.** Based on the obtained scientific results in solving the problems of controlling evolutionary processes in systems with distributed parameters:

the results of the dissertation related to the invariance of multi-valued mappings with respect to systems with distributed parameters were used in scientific grants of the Russian Foundation for Basic Research No. 18-51-41005 and in the Russian Science Foundation No. 1.5211.201718 to test the survival of solutions for control systems with distributed parameters described partial differential equations (Certificate from Udmurt State University, No. 7873-5939 / 31, June 3, 2019). The application of these scientific results allowed us to solve the problem of trajectory retention in the desired area of evolutionary processes in systems with distributed parameters;

the results of the dissertation, obtained by solving the problem of finding the optimal time and controlling the transfer from the starting point to zero in the system of infinite differential equations, were also used to study non-linear differential pursuit games in the implementation of scientific projects supported by grants OT-

F-4- (36+ 32) “Development of new methods for solving problems of mathematical physics and optimal control. Non-classical initial and spectral problems and their applications for odd-order partial differential equations ”(Certificate of the Ministry of Higher and Secondary Special Education of the Republic of Uzbekistan No. 89-03-206 of January 14, 2020). The application of these scientific results made it possible to create new methods for solving nonlinear controlled differential games described by parabolic equations.

**The structure and volume of the thesis.** The thesis consists of an introduction, three chapters, conclusion and bibliography. The volume of the thesis is 87 pages.

## ЭЪЛОН ҚИЛИНГАН ИШЛАР РЎЙХАТИ
## СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ
## LIST OF PUBLISHED WORKS

### I бўлим (1 часть; part 1)


1. Мустапокулов Х.Я. О некоторых задачах инвариантности в системах с распределенными параметрами // Вестник НУУз. 2010. №1. С. 66–70. (01.00.00; №8).
2. Мустапокулов Х.Я. Об инвариантных множествах систем с распределенными параметрами // Вестник НУУз. 2010. №3. С. 139–142. (01.00.00; №8).
3. Тухтасинов М., Мустапокулов Х.Я. Об инвариантных множествах при геометрическом и интегральном ограничениях // Узбекский математический журнал. 2011. № 3. С. 161–168. (01.00.00; №6).
4. Тухтасинов М., Мустапокулов Х.Я. Инвариантное множество для задачи теплопроводности граничного управления // ДАН РУз. 2012. №1. С. 8–11. (01.00.00; №7).
5. Тухтасинов М., Мустапокулов Х.Я. Об инвариантности постоянного многозначного отображения в задаче теплопроводности с граничным управлением // ДАН РУз. 2013. №1. С. 8–11. (01.00.00; №7).
6. Мустапокулов Х.Я. Инвариантное множество в управляемых колебательных системах // Вестник НУУз. 2013. №2. С. 124–128. (01.00.00; №8).
7. Мустапокулов Х.Я. Решение задачи быстродействия, описываемой бесконечной системой дифференциальных уравнений // Вестник НУУз. 2016. №2/2. С. 44–50. (01.00.00; №8).
8. Tukhtasinov M., Mustapokulov Kh., Ibragimov G. Invariant Constant Multi-Valued Mapping for the Heat Conductivity Problem // Malaysian Journal of Mathematical Sciences. 2019. Volume 13(1). ISSN:1823-8343. (№3. Scopus IF=0.38).


### II бўлим (2 часть; part 2)


9. Тухтасинов М., Мустапокулов Х.Я. ε-позиционные стратегии в теории дифференциальных игр преследования и об инвариантности постоянного многозначного отображения в задаче // Современная математика. Фундаментальные направления. 2019. Том 65. № 1. С. 124–136.
10. Мустапокулов Х.Я. Сильно и слабо инвариантные множества относительно системы с распределенными параметрами // Труды международной конференции «Актуальные проблемы прикладной математики и информационных технологий- Аль Хорезми 2009». Ташкент, 2009. С. 132-136.

11. Мустапокулов Х.Я. Сильно и слабо инвариантные множества относительно системы с распределенными параметрами // Тезисы международной конференции «Актуальные проблемы прикладной математики и информационных технологий- Аль Хорезми 2009». Ташкент, 2009. С. 68-69.
12. Мустапокулов Х.Я. О существовании инвариантных множеств в системах с распределенными параметрами // Тезисы докладов международной конференции «Управление и оптимизация динамических систем – CODS-2009». Ташкент, 2009. С. 77-78.
13. Тухтасинов М., Мустапокулов Х.Я. Об инвариантности постоянного многозначного отображения относительно системы с распределенными параметрами // Тезисы конференции «Операторные алгебры и смежные проблемы». Ташкент, 2012. С. 226-227.
14. Мустапокулов Х.Я. Об одном инвариантном множестве для задачи при интегральном ограничении на управления // Материалы научной конференции «Актуальные вопросы геометрии и её приложения». Ташкент, 2014. С. 154-156.
15. Мустапокулов Х.Я. О сильной и слабой инвариантности постоянного отображения относительно уравнения теплопроводности // Республиканская научная конференция с участием зарубежных ученых «Современные методы математической физики и их приложения». Ташкент, 2015. С. 187-189.
16. Мустапокулов Х.Я. Необходимые условия инвариантности относительно системы с распределенными параметрами // Международная научная конференция «Актуальные проблемы математики и математического моделирования». 1–5 июня 2015 года, Алматы, Казахстан. С. 252-254.
17. Мустапокулов Х.Я. О некоторый задаче инвариантности постоянного многозначного отображения в задаче теплопроводности с импульсным управлением // Республиканская научная конференция с участием зарубежных ученых «Актуальные проблемы динамических систем и их приложений». 1-3 мая 2017 года, Ташкент. С. 215-216.
18. Мустапокулов Х.Я. Об одной задаче инвариантности в системах с распределенными параметрами и импульсным управлением // Республиканская научная конференция с участием зарубежных ученых «Проблемы современной топологии и её приложения». 11-12 мая 2017 года, Ташкент. С. 227-228.
19. Mustapokulov Kh.Y. On some problems of invariance with impulse control // International Conference «Actual problems of differential equations and their applications». December 15-17, 2017, Tashkent. P. 120-121.
20. Мустапокулов Х.Я. Об одном инвариантном многозначном отображении для задачи управления начальной скоростью // XI Всероссийская научная конференция с международным участием «Математическое моделирование и краевые задачи». 27–29 мая 2019 г., Самара. С. 324-326.

21. Мустапокулов Х.Я. Об инвариантности постоянного многозначного отображения в управляемых колебательных системах // Республиканская научная конференция с участием зарубежных ученых «Управление, оптимизация и динамические системы – 2019». 17–19 октября 2019 года, Андижан. С. 42-43.