**ФАРҒОНА ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ
ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ
PhD.03/30.12.2019.FM.05.04 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ**

**ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ФАНЛАР АКАДЕМИЯСИ
В.И.РОМАНОВСКИЙ НОМИДАГИ МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТИ**

СОТВОЛДИЕВ АКМАЛЖОН ИБРОХИМОВИЧ

БОШҚАРУВЛАР АРАЛАШ ЧЕГАРАЛАНИШЛАРГА ЭГА ҲОЛДА ЧИЗИҚЛИ ВА НОЧИЗИҚЛИ ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР УЧУН БОШҚАРУВ ВА ҚУВИШ МАСАЛАЛАРИ

**01.01.02 – Дифференциал тенгламалар ва математик физика
(физика-математика фанлари)**

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD)
ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ**

Фарғона – 2020

УДК: 517.977.5/.978.4

Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD) диссертацияси автореферати мундарижаси

Оглавление автореферата диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам

Content of dissertation abstract of doctor of philosophy (PhD) on physical-mathematical sciences

ФАРҒОНА ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ PhD.03/30.12.2019.FM.05.04 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ФАНЛАР АКАДЕМИЯСИ В.И.РОМАНОВСКИЙ НОМИДАГИ МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТИ

СОТВОЛДИЕВ АКМАЛЖОН ИБРОХИМОВИЧ

БОШҚАРУВЛАР АРАЛАШ ЧЕГАРАЛАНИШЛАРГА ЭГА ҲОЛДА ЧИЗИҚЛИ ВА НОЧИЗИҚЛИ ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР УЧУН БОШҚАРУВ ВА ҚУВИШ МАСАЛАЛАРИ

01.01.02 – Дифференциал тенгламалар ва математик физика (физика-математика фанлари)

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

Фарғона – 2020

Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (Doctor of Philosophy) диссертацияси мавзуси Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамаси ҳузуридаги Олий аттестация комиссиясида B2020.2.PhD/FM10 рақам билан рўйхатга олинган.

Диссертация Ўзбекистон Республикаси Фанлар академияси В.И.Романовский номидаги Математика институтида бажарилган.

Диссертация автореферати уч тилда (ўзбек, рус, инглиз (резюме)) Илмий кенгаш веб-саҳифасида (www.fdu.uz) ва «Ziyonet» таълим ахборот тармоғида (www.ziyonet.uz) жойлаштирилган.

Илмий раҳбарлар:	**Кучкаров Атамурат Шамуратович** физика-математика фанлари доктори
	Саматов Бахром Таджиахматович физика-математика фанлари доктори
Расмий оппонентлар:	**Тўхтасинов Муминжон** физика-математика фанлари доктори, профессор
	Каримов Камолиддин Тўйчибоевич физика-математика фанлари номзоди, доцент
Етакчи ташкилот:	**Самарқанд давлат университети**

Диссертация ҳимояси Фарғона давлат университети ҳузуридаги PhD.03/30.12.2019.FM.05.04 рақамли Илмий кенгашнинг 2020 йил «___» __________ соат ____ даги мажлисида бўлиб ўтади. (Манзил: 150100, Фарғона шаҳар, Мураббийлар кўчаси, 19 уй. Тел.: (+99873) 244-44-02, факс: (+99873) 244-44-93, e-mail: fardu_info@umail.uz).

Диссертация билан Фарғона давлат университетининг Ахборот-ресурс марказида танишиш мумкин (_____ рақами билан рўйхатга олинган). (Манзил: 150100, Фарғона шаҳар, Мураббийлар кўчаси, 19 уй. Тел.: (+99873) 244-44-94).

Диссертация автореферати 2020 йил «___» _______________ куни тарқатилди.
(2020 йил «___» _______________ даги _____ рақамли реестр баённомаси).

А.Қ.Ўринов
Илмий даражалар берувчи илмий кенгаш раиси, ф.-м.ф.д., профессор

И.У.Хайдаров
Илмий даражалар берувчи илмий кенгаш илмий котиби, ф.-м.ф.н.

Ш.Т.Каримов
Илмий даражалар берувчи илмий кенгаш қошидаги илмий семинар раиси, ф.-м.ф.д., доцент

КИРИШ (фалсафа доктори (PhD) диссертацияси аннотацияси)

Диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати. Жахон миқёсида амалий хусусиятга эга бўлган кўплаб математик моделларни ўрганишда уларни бошқарув системалар билан ҳам бевосита боғлиқлиги алоҳида аҳамият касб этади. Бунда айниқса, иқтисодий ва ижтимоий жараёнларнинг математик моделларини ўрганишда зиддиятни, яъни мақсадга эришишга тўсқинлик қилувчи томонларнинг мавжудлигини ҳисобга олиш зарурлиги кўрилади. Бундай моделларни ўрганиш зарурияти математиканинг янги соҳасини, яъни зиддиятли математик бошқарув жараёнлари (динамик ўйинлар) назариясини яратилишига олиб келди. Бугунги кунда динамик ўйинлар назарияси амалий аҳамиятга эга бўлган математиканинг кенг ривожланган соҳаларидан бири сифатида этироф этилади.

Ушбу назарияга кўра, динамик жараёнлар дифференциал, дискрет, интеграл ва бошқа турдаги тенгламалар билан тавсифланади. Агар модел сифатида дифференциал тенглама қаралган бўлса, математик модел дифференциал ўйин, дискрет тенглама бўлса, дискрет (кўп қадамли) ўйин деб номланади. Бошқариладиган системалардан фарқли ўларок, ўйин моделларида бошқарув параметрлари икки гуруҳга бўлинади, уларнинг ҳар бири шартли равишда ўйинчилар томонидан, яъни ҳар икки томоннинг бири томонидан бошқарилади. Бунда вақт ўтиши билан бошқарув параметрлари ўзгаради, бу нафақат вақт параметрининг қийматига, балки бутун тизимнинг жорий ҳолатига ҳам боғлиқ. Бундан ташқари, ёқилғи миқдорининг, батарея ёки двигател қувватининг ва бошқа бошқарувларга таъсир этувчиларнинг чекланганлигини ҳисобга олган ҳолда, бошқарув параметрларига турли чекловлар қўйилган шартлар қаралади. Бунда асосан бошқариш параметрларининг қийматлари учун геометрик чекловли ҳоллар қаралган. Интеграл (ёки йиғинди) чекловларга эга бўлган ҳоллар, яъни вақт функцияси сифатида банах фазоларининг чегараланган ёпиқ тўплами қаралган ҳоллар эса ривожланишининг дастлабки босқичда турибди. Диссертациянинг долзарблиги шундаки, бошқарувларга турли чекловлар (геометрик, интеграл, йиғинди) қўйилган ҳолларда чизиқли динамик ва дифференциал системалар учун бошқарувчанлик ва тутиш масалаларини ечишда ҳамда реал қарама-қарши жараёнларнинг адекват математик моделларини қуришда, шунингдек, турғунлик, бошқариш масалаларининг тушунча ва натижаларига асосланган ҳолда ночизиқли динамик системалар учун қувиш масалаларини ечиш методларини ишлаб чиқишдан иборат.

Ҳозирда республикамизда амалий аҳамиятга эга бўлган фундаментал тадқиқотларнинг долзарб аспектларига жиддий эътибор қаратилмоқда. Илм-фан олдига фундаментал тадқиқотларни амалиётга яқинлаштириш ҳамда амалий тадқиқотларни иқтисодиёт ва бошқаришнинг реал секторларига татбиқларини кенгайтириш вазифаси устувор йўналиш этиб белгиланган. Бу борада реал жараёнларнинг динамик системалар кўринишидаги математик моделларини тадқиқ этиш самарадор тадбирлардан биридир. Бу ўринда таъкидлаш лозимки, математика фанининг устувор йўналишлари, айниқса, дифференциал тенгламалар ва математик физика, динамик системалар назарияси, алгебра ва функционал анализ, геометрия ва топология, амалий математика ва математик моделлаштириш бўйича ҳалқаро стандартлар даражасидаги илмий тадқиқот ишларини олиб бориш Ўзбекистон Фанлар академияси В.И.Романовский номидаги Математика институти[1] фаолиятининг асосий вазифаси ва йўналиши этиб белгиланган. Динамик системаларни тадқиқ этиш методларини ривожлантириш тегишли директив ҳужжатлардаги вазифаларни амалга оширишда муҳим аҳамиятга эга.

Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2017 йил 7 февралдаги №ПФ-4947 "Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантириш бўйича харакатлар стратегияси тўғрисидаги" Фармони, 2017 йил 17 февралдаги № ПҚ-2789 "Фанлар академияси фаолияти, илмий тадқиқот ишларини ташкил этиш, бошқариш ва молиялаштиришни янада такомиллаштириш чора тадбирлари тўғрисида"ги, 2017 йил 20 апрелдаги № ПҚ-2909 "Олий таълим тизимини янада ривожлантириш чора-тадбирлари тўғрисида"ги ва 2018 йил 27 апрелдаги № ПҚ-3682 "Инновацион ғоялар, технологиялар ва лойиҳаларни амалиётга жорий қилиш тизимини янада такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида"ги қарорлари ҳамда фундаментал фанга тегишли бошқа норматив-ҳуқуқий ҳужжатларда белгиланган вазифаларга ушбу диссертация мавзуси ва тадқиқот объекти мос келади.

Тадқиқотнинг республика фан ва технологияларни ривожлантиришнинг устивор йўналишларига боғлиқлиги. Мазкур тадқиқот республика фан ва технологиялар ривожланишининг IV. "Математика, механика ва информатика" устивор йўналиши доирасида бажарилган.

Муаммонинг ўрганилганлик даражаси. "Дифференциал ўйин" тушунчаси XX асрнинг 50-йиллар бошларида америкалик математик Р.Айзекс томонидан қўлланилган. 1965 йилда Р.Айзекснинг изланишлари монография шаклида нашр этилган. Бу монография Гамильтон-Якоби назариясидан келиб чиқадиган эвристик мулоҳазалар ва кўплаб мисоллардан иборат бўлиб, умумий назарияни ўз ичига олмаган. Ўша йилларда Л.С.Понтрягин ва унинг шогирдлари ҳаво ҳужумида самолётни бошқариш вазифаларини соддалаштиришдан келиб чиққан ҳолда бошқариладиган жараёнларнинг математик назариясини яратдилар. 1964 йилдан бошлаб Л.С.Понтрягиннинг (уларнинг баъзилари Е.Ф.Мищенко билан биргаликда) дифференциал ўйинларга бағишланган қатор ишлари нашр этилди, бу математикада янги йўналишни ривожлантиришга кучли туртки берди. Ушбу ривожланиш Л.С.Понтрягин, Н.Н.Красовский, Р.Айзекс, Е.Ф.Мищенко, Ю.С.Осипов, Б.Н.Пшеничний, Л.А.Петросян, А.И.Субботин, У.Флеминг, А.Фридман ва бошқа кўплаб математикларнинг номлари билан боғлиқ. Шуни таъкидлаш керакки, Ўзбекистонда ҳам дифференциал ўйинлар назарияси бўйича илмий мактаб шакллантирилган бўлиб, унга Н.Ю.Сатимов асос

[1] Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2019 йил 9 июлдаги №ПҚ-4387 "Математика таълими ва фанларини янада ривожлантиришни давлат томонидан қўллаб-қувватлаш, шунингдек, Ўзбекистон Республикаси Фанлар академиясининг В.И.Романовский номидаги математика институти фаолиятини тубдан такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида"ги қарори.

солган ва ҳозирда А.Азамов раҳбарлик қилиб келмоқда. Ушбу мактаб вакиллари дифференциал ва дискрет системаларда қувиш-қочиш масалаларини ечишнинг янги усулларини таклиф қилишган. Лекин кўрилган масалаланинг аксарият қисмида бошқариш параметри фақат чегараланган функциялар синфида қаралган, бу эса бошқариладиган қурилманинг фақат чекланган имкониятларинигина ҳисобга олинишини ифодалайди. Математик моделларнинг амалий масалалар билан адекватлигини оширишдаги интилишлар бошқарувларга интеграл, интеграл-геометрик, мураккаб ва бошқа чекловлар қўйилган ҳолларни ўрганиш зарурлигини тақозо қилди. Бу ерда интеграл чекловлар амалиётда бошқариш учун чекланган энергия, жараён давомида сарфланган ресурсларни англатиши мумкин. Техник жараёнларнинг математик моделларини ўрганишда ушбу хусусиятли чекловларини ҳисобга олиш муҳим амалий натижалар беради.

Л.С.Понтрягиннинг биринчи тўғри усули М.С.Никольский томонидан интеграл чекловлар ҳолатига ўтказилган. Ушбу ёндашув А.Я.Азимов, Ф.В.Гусейнов, А.В.Месенцев, Н.Л.Григоренко ва бошқаларнинг ишларида ривожлантирилган. Н.Н.Красовскийнинг интеграл чекловларга эга дифференциал ўйинларни ечишда экстремал мақсадга асосланган усули асосида Н.Н.Красовский, Ю.М.Репин ва В.Е.Третяков, кейинчалик А.Б.Куржанский, А.И.Субботин, В.Н.Ушаков, Н.Ю.Лукоянов, М.Д.Локшин, В.И.Ухоботов, А.Н.Дарьин, Д.В.Корнев ва бошқалар томонидан мустахкам асосга эга усул ишлаб чиқилган. Регуляр ҳолат учун позицион ёндашиш усули Б.Н.Пшеничний ва Ю.Н.Онопчук, шунингдек, И.С.Раппопорт, С.И.Тарлинский, М.С.Габриэлян, А.А.Чикрий ва бошқаларнинг ишларида турли хил чекловлардаги интеграл ўйинларга ўтказилган. Н.Ю.Сатимов, А.З.Фазилов, Б.Б.Рихсиев, Г.И.Ибрагимов, Б.Т.Саматов, А.А.Ҳамдамов ва бошқалар ишларида интеграл чекловлар билан дифференциал ва дискрет ўйинларида жамоавий қувловчилар ўртасида бошқариш ресурсларини тақсимлаш усулига асосланиб ечишни таклиф этдилар. Сўнгги йилларда А.Азамов ва А.Ш.Кучкаровлар томонидан қувловчининг бошқарув векторига геометрик, қочувчининг бошқарув функциясига эса интеграл чекловлар қўйилганда қувиш, бошқарувчанлик ва чизиқли системаларда турғунлик масалаларининг ўзаро боғлиқлиги бўйича тадқиқотлар бошланган. Дифференциал ўйинларнинг умумий назариясида қувиш-қочиш масалалари бир қатор ўзига хос хусусиятлари билан алоҳида аҳамиятга эга. Булардан бири хилма-хиллик, қўлланиладиган усуллар ва натижаларнинг хусусиятларидан иборат. Ушбу сифатлар намунавий мисолларни кўриб чиқишда намоён бўлади. Масалан, етишиш соҳасининг махсус хоссасига асосланиб, Р.Айзекснинг “қутилиш чизиғи” масаласи оддий ҳаракатлар бўлган ҳолида Л.А.Петросян томонидан ечилган. Бунда параллел қувиш (П - стратегия) стратегияси оптимал стратегия эканлигини исботлаш мумкин. Кейинчалик параллел қувиш стратегияси асосида ўйинчилар бошқарувига геометрик, интеграл, чизиқли ва бошқа чекловлар билан боғлиқ қувиш масалаларини ечиш усуллари ишлаб чиқилди (А.Азамов, А.А.Чикрий, А.И.Благодатских, А.Ш.Кучкаров, Б.Н.Григоренко, Б.Н.Пшеничнй, Б.Т.Саматов, В.И.Ухоботов, Г.И.Ибрагимов, И.С.Раппопорт, М.М.Маматов, М.Тўхтасинов, Н.Н.Петров, Н.Ю.Сатимов ва бошқалар).

Ушбу диссертацияда чизиқли дифференциал ва дискрет системаларнинг бошқарувчанлиги ҳамда ўйинчиларнинг бошқарувига интеграл ва йиғинди чекловлар қўйилганда ўйин кўринишдаги масалалар қўрилган, шунингдек, ночизиқли дифференциал ўйинда қувиш масаласи параллел яқинлашиш усули билан тадқиқ қилинган.

Диссертация мавзусининг диссертация бажарилган илмий тадқиқот муассасасининг илмий-тадқиқот ишлари режалари билан боғлиқлиги. Диссертация тадқиқоти Математика институти илмий-тадқиқот ишлари режасидаги Ф4-ФА-Ф014 “Динамик ва бошқарилувчи системалар траекторияларини кузатув ва бошқарув стратегияларининг синтез методларини ривожлантириш ҳамда уларнинг иссиқлик ва кимёвий жараёнларнинг математик моделларига татбиқлари” (2012-2016 йиллар) ва Тошкент молия институтида фундаментал-тадқиқот дастури доирасидаги ОТ-Ф4-16 “Оптимал бошқарув масалалари ва графларда дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалалар назариясини ишлаб чиқиш” (2017 ва ҳ.к.) фундаментал лойиҳалари доирасида бажарилган.

Тадқиқотнинг мақсади бошқарувларга мос равишда интеграл ва йиғинди чекловлар қўйилган чизиқли дифференциал ва дискрет системаларда бошқарувчанлик ва қувиш масалалари ўртасида боғлиқлик ўрнатиш, ҳамда ночизиқли дифференциал қувиш ўйинларини параллел яқинлашиш методи орқали ечишдан иборат.

Тадқиқотнинг вазифалари:

бошқарувига интеграл чеклов қўйилган чизиқли дифференциал системаларда, шунингдек, йиғинди чеклов қўйилган дискрет системаларда бошқарувчанлик масалаларини ечиш усулларини ишлаб чиқиш;

бошқарувига йиғинди чеклов қўйилган чизиқли дискрет системаларда 0-бошқарувчанлик масаласини ечиш;

бошқарувларига йиғинди чекловлар қўйилган чизиқли дискрет системаларда зиддиятли вазиятда бошқарувчанлик масаласини ўрганиш;

ўйинчиларни бошқарувига координатали интеграл чекловлар қўйилганда жамоавий қувиш масаласини ечиш;

ночизиқли дифференциал ўйинлар учун параллел қувиш стратегиясини қуриш;

ночизиқли дифференциал қувиш ўйинида ўйинни тугатиш учун етарли шартлар топиш.

Тадқиқотнинг объекти чизиқли ва ночизиқли дифференциал тенгламалар, шунингдек, чизиқли дискрет динамик системалар ва уларнинг бошқарилишидан иборат.

Тадқиқотнинг предмети чизиқли дифференциал ва дискрет системаларда бошқарувга интеграл ва йиғинди чекловлар қўйилганда ечимнинг мавжудлиги ва бошқарувчанлиги, шунингдек, ночизиқли дифференциал ўйинда қувиш масаласининг ечимини топишдан иборат.

Тадқиқотнинг усуллари. Тадқиқот ишида дифференциал тенгламалар назарияси, оптимал бошқариш назарияси ва дифференциал ўйинлар, функционал таҳлил, чизиқли алгебра усулларидан фойдаланилган.

Тадқиқотнинг илмий янгилиги қуйидагилардан иборат:

бошқарувига интеграл чеклов қўйилган чизиқли дифференциал системаларда, шунингдек, йиғинди чеклов қўйилган дискрет системаларда бошқарувчанлик масалаларини ечиш усуллари ишлаб чиқилган;

бошқарувига йиғинди чеклов қўйилган чизиқли дискрет системаларда 0-бошқарувчанлик масаласини ечиш учун зарур ва етарли шартлар олинган;

йиғинди чекловлар билан зиддиятли ҳолатларда чизиқли дискрет системалар учун бошқарувчанлик масаласи ўрганилган ва ўйинни тугатиш учун етарли шартлар олинган;

ўйинчиларнинг бошқарувига координатали интеграл чекловлар қўйилган жамоавий қувиш масаласида ўйинни тугатиш учун етарли шартлар олинган;

ночизиқли дифференциал ўйиннинг бир синфи учун параллел қувиш стратегияси қурилган;

ночизиқли дифференциал қувиш ўйинини ечиш учун оддий ҳаракатли ўйинда параллел яқинлашишнинг классик усулини умумлаштирувчи самарали усул таклиф қилинган.

Тадқиқотнинг амалий натижалари қуйидагилардан иборат:

диссертацияда тақдим этилган натижалар ва бу натижаларни исботлашда таклиф қилинган усуллар зиддиятли ҳолатларда рўй берадиган бошқарилувчи жараёнлар назариясининг кейинги изланишларида қўлланилади. Динамик жараёнларни дискрет системалар кўринишида моделлаштириш тобора долзарб бўлиб бормоқда, чунки бу компьютерда ҳисоблаш дастурлари учун қулайдир. Шу муносабат билан бошқариш ва қувиш масалаларининг етарли шартлари бўйича олинган диссертация натижалари бошқаришнинг йиғинди чекловлари бўлган дискрет системаларга келтирилган.

Тадқиқот натижаларининг ишончлилиги математикада қабул қилинган дедуктив хулосалар, шу жумладан теоремаларнинг қатъий ва тўлиқ исботлари билан изоҳланади.

Тадқиқот натижаларининг илмий ва амалий аҳамияти. Тадқиқот натижаларининг илмий аҳамияти бошқарув системалари ва дифференциал ўйинлар назарияларини ривожлантириш ва динамик ўйин масалаларининг такомиллашган ечиш усулларини топишда қўлланилиши билан изоҳланади.

Тадқиқот натижаларининг амалий аҳамияти бошқарув системалари ва динамик ўйин моделларидаги ресурс бошқарувларини такомиллашган тақсимотининг берилиши, ҳамда уларнинг ҳисоблаш алгоритмларини қуриш орқали уларни техника ва иқтисодиётга тадбиқ этишга мутаносиблиги билан изоҳланади.

Тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши. Бошқарувлар аралаш чегараланишларга эга ҳолда чизиқли ва ночизиқли динамик системалар учун бошқарув ва қувиш масалаларига оид илмий натижалар асосида:

бошқарувига интеграл чеклови қўйилган чизиқли дифференциал системаларнинг ечимлари, бу системаларда ифодаланган қувиш масаласининг глобал ечими ва 0-бошқарувчанлик орасидаги боғлиқликдан 01-01-16-1840FR рақамли фундаментал тадқиқот лойиҳасида Гильберт фазосида ўйинчиларнинг бошқарув параметрларига интеграл чекловлар қўйилганда кўп қувловчили қувиш масаласини ечишда, ҳамда қувиш-қочиш масаласи ўйинида иккита қувловчи ва битта қочувчи бўлган ҳолда ўйинчиларнинг бошқарувига координатали интеграл чеклов қўйилган холда ечишда қўлланилган (Путра Малайзия университетининг 2020 йил 4 февралдаги PM.02.04/1/3-сон маълумотномаси). Илмий натижаларнинг қўлланилиши чизиқли ва ночизиқли бошқарилувчи дифференциал ўйинларни ечишнинг янги усулларини яратиш имконини берган;

бошқарувига йиғинди чеклови қўйилган чизиқли дискрет системаларнинг ечимларидан математика ва компьютер моделлаштириш лабораторияси АААА-Б19-219021990010-4 рақамли “EYETRACKING технологияси асосида тасвирни қайта ишлаш” илмий-тадқиқот лойиҳасида қўлланилган (Витус Беринг номидаги Камчатка давлат университетининг 2020 йил 26 февралдаги № 111-01 маълумотномаси). Илмий натижаларнинг қўлланилиши чизиқли дискрет системаларни ечиш усуллари ёрдамида тасвирни қайта ишлаш ва сифатини ошириш имконини берган.

Тадқиқот натижаларининг апробацияси. Диссертациянинг асосий натижалари 14 та илмий-амалий анжуманларда, жумладан 6 таси халқаро ва 8 таси республика миқёсидаги анжуманларда муҳокамадан ўтказилган.

Тадқиқот натижаларининг эълон қилинганлиги. Диссертация мавзуси бўйича жами 20 та илмий иш чоп этилган, шулардан, 6 таси Ўзбекистон Республикаси Олий аттестация комиссиясининг докторлик диссертациялари асосий илмий натижаларини чоп этиш тавсия этилган илмий нашрларда, жумладан 3 таси хорижий ва 3 таси республика журналларида нашр этилган.

Диссертациянинг тузилиши ва ҳажми. Диссертация кириш қисми, учта боб, хулоса ва фойдаланилган адабиётлар рўйхатидан ташкил топган. Диссертациянинг ҳажми 80 бетни ташкил этади.

ДИССЕРТАЦИЯНИНГ АСОСИЙ МАЗМУНИ

Ишнинг **Кириш** қисмида диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати асосланган, тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устувор йўналишларига мослиги кўрсатилган, диссертация мавзуси бўйича хорижий илмий тадқиқотларнинг таҳлили берилган, муаммонинг ўрганилганлик даражаси ёритилган, тадқиқотнинг мақсад ва вазифалари, объекти ва предмети кўрсатилган, тадқиқот натижаларининг илмий янгилиги очиб берилган, олинган натижаларнинг назарий ва амалий аҳамияти кўрсатилган, тадқиқот натижаларининг татбиғи, шунингдек нашр этилган илмий ишлар ва диссертациянинг тузилиши ҳақида маълумотлар келтирилган.

Диссертациянинг “**Чизиқли дифференциал ва дискрет системаларда бошқариш масалалари**” деб номланган биринчи бобида бошқарув параметрларига интеграл (дискрет ҳолатларда, йиғинди) чеклов қўйилганда чизиқли дифференциал ва дискрет бошқарув системалари кўриб чиқилган. Бошқарувнинг мақсади – сифат функционалининг қийматини максималлаштиришдан иборат. Бундан ташқари, бошқарувига йиғинда чеклов қўйилган чизиқли дискрет системаларда 0-бошқарув масаласининг ечими зарур ва етарли шартлар кўринишида ифодаланган.

Ушбу

$$dz/dt = Az(t) + Bu(t), \quad z(0) = z_0, \quad t \geq 0 \tag{1}$$

чизиқли дифференциал бошқарув системани ва унинг аналоги

$$z(t+1) = Az(t) + Bu(t), \quad z(0) = z_0, \quad t = 0,\ 1,\ 2,... \tag{2}$$

дискрет бошқарув системани қараймиз. Бу ерда $z(t) \in \mathbb{R}^n$, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ – бошқарув параметри, A ва B мос ҳолда $n \times n$ ва $n \times m$ ўлчовли ўзгармас коэффициентли матрицалар.

$$\int_0^\infty |u(t)|^p \, dt \leq \rho^p, \qquad p > 1, \quad \rho > 0 \tag{3}$$

чекловни қаноатлантирувчи барча $u(\cdot):[0, +\infty) \to \mathbb{R}^m$ ўлчовли функциялар тўпламини U_1 билан,

$$\|u(\cdot)\| = \left(\sum_{t=0}^{\infty} |u(t)|^p \right)^{1/p} \leq \rho, \qquad p > 1, \quad \rho > 0 \tag{4}$$

чекловни қаноатлантирувчи барча $u(\cdot)$ кетма-кетликлар тўпламини U_2 билан белгиланган.

Айтайлик, $u(\cdot) \in U_i \;\; (i = 1,\ 2)$ бўлсин. У ҳолда (1) ва (2) системалар учун Коши масаласи ечими $z_i(t, u(\cdot), z_0) \;\; (i = 1,\ 2)$, яъни

$$z_1(t,\ u(\cdot),\ z_0) = e^{At} z_0 + \int_0^t e^{A(t-s)} Bu(s) ds, \quad t \geq 0, \tag{5}$$

$$z_2(t,\ u(\cdot),\ z_0) = A^t z_0 + \sum_{j=0}^{t-1} A^j Bu(t-1-j), \quad t = 1, 2, ... \tag{6}$$

кўринишда бўлади.

(3) ва (4) чекловлар билан (1) ва (2) системаларни бошқаришдан мақсад $\gamma(z_i(\cdot, u(\cdot), z_0)) = \inf\limits_{t \geq 0} |z_i(t, u(\cdot), z_0)| \;\; (i = 1,\ 2)$ функционалнинг қийматини максималлаштириш, яъни

$$\gamma(z_i(\cdot,\ u_0(\cdot),\ z_0)) \geq \gamma(z_i(\cdot, u(\cdot),\ z_0)), \quad u(\cdot) \in U_i \;\; (i = 1,\ 2)$$

ни қаноатлантирувчи $u_0(\cdot) \in U_i \;\; (i = 1,\ 2)$ функцияни топишдан иборат.

Маълумки, $0 \leq \gamma(z_i(t, u(\cdot), z_0)) \leq |z_0|$, $u(\cdot) \in U_i \;\; (i = 1,\ 2)$ тенгсизлик ҳар доим ўринли.

Агар A матрицанинг барча хос сонларини ҳақиқий қисмлари номанфий бўлса, (5) ечимни, агар A матрицанинг барча хос сонларини модули бирдан катта ёки тенг бўлса, (6) ечимни инобатга олган ҳолда, шундай z_0 мавжудки,

$$\sup_{u(\cdot)\in U_i} \gamma\big(z_i\left(\cdot,\ u(\cdot),\ z_0\right)\big) \geq \inf_{t\geq 0}\left|z_i(t,\ 0,\ z_0)\right| > 0, \quad (i=1,\,2)$$

тенгсизлик ўринли бўлади.

Айтайлик, A матрицанинг хос сонлари $\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n$ ҳамда $\alpha = \max\limits_{1\leq k\leq n} \operatorname{Re}\lambda_k$, $\beta = \max\limits_{1\leq k\leq n}\left|\lambda_k\right|$, $\|B\| = \max\limits_{|z|=1}|Bz|$ – матрица нормаси ва $q = p/(p-1)$, $p>1$ бўлсин.

1-лемма. Агар $\alpha<0$ бўлса, у ҳолда *а*) ихтиёрий t $(t\geq 0)$ учун $S_{R_1} = \left\{ y\in\mathbb{R}^n \,\middle|\, |y|\leq R_1 \right\}$ шар $Y(t) = \left\{ \int\limits_0^t e^{A(t-s)}Bu(s)ds \,\middle|\, u(\cdot)\in U_1 \right\}$ тўпламни ўз ичига олади, бу ерда $R_1 = \rho M\|B\|\left(-\dfrac{1}{q\alpha}\right)^{1/q}$; *б*) ҳар бир $u(\cdot)\in U_1$, $\varepsilon>0$ ва $t_0\geq 0$ учун шундай t^0 $(t^0>t_0)$ сон мавжудки, $\left|\int\limits_0^{t^0} e^{A(t^0-s)}Bu(s)ds\right|\leq\varepsilon$ тенгсизлик ўринли бўлади.

1-теорема. Агар $\alpha<0$ бўлса, у ҳолда ихтиёрий $u(\cdot)\in U_1$ учун $\gamma\big(z_1\left(t,\ u(\cdot),\ z_0\right)\big)=0$ тенглик ўринли бўлади.

2-лемма. Агар $\beta<1$ бўлса, *а*) ихтиёрий t $(t=1,\,2,\,...)$ учун $S_{R_2} = \left\{ x\in\mathbb{R}^n \,\middle|\, |x|\leq R_2 \right\}$ шар $X(t) = \left\{ \sum\limits_{j=0}^t A^j Bu(t-1-j) \,\middle|\, u(\cdot)\in U_2 \right\}$ тўпламни ўз ичига олади, бу ерда $R_2 = \dfrac{\rho\|B\|}{1-\beta^q}$; *б*) ҳар бир $u(\cdot)\in U_2$, $\varepsilon>0$ ва t_0 $(t_0=0,\,1,\,2,...)$ учун шундай t^0 $(t^0>t_0)$ сон мавжудки, $\left|\sum\limits_{j=0}^{t^0} A^j Bu(t^0-j)\right|\leq\varepsilon$ тенгсизлик ўринли бўлади.

2-теорема. Агар $\beta<1$ бўлса, у ҳолда ихтиёрий $u(\cdot)\in U_2$ учун $\gamma\big(z_2(t,u(\cdot),z_0)\big)=0$ тенглик ўринли бўлади.

(4) шарт интеграл чекловнинг дискрет аналог бўлиб, йиғинди чеклов деб аталади. (2) бошқарув масаласининг мақсади бирор t учун $z(t)=0$ тенгликни бажарилишидан иборат.

Тўлиқ 0-бошқарувчанлик критерийси. Қувишни тугатиш ва бошқарувчанлик шартларини соддалаштириш мақсадида (2) кўринишдаги системада чизиқли алмаштиришлар бажарилган. Бундай алмаштиришларга нисбатан 0-бошқарувчанлик тушинчаси ва барча нуқталардан қувишни тугатиш мумкинлиги инвариант бўлади. Булардан келиб чиқиб, чизиқли алмаштиришлардан сўнг (2) системадаги коэффициентлар матрицасини Жордан формасида

$$A = \mathrm{diag}\left\{I_1, I_2, \ldots, I_\tau,\ K_1, K_2, \ldots, K_\eta\right\}$$

кўринишда ифодалаш мумкин бўлсин. Бу ерда мос ҳолда I_j клетка нолдан фарқли хос сонлар, K_j клетка эса нолга тенг хос сонлар (агар мавжуд бўлса). Энди (2) системани қуйидагича ёзиш мумкин:

$$x(t+1) = A_1 x(t) + B_1 u(t), \qquad x \in \mathbb{R}^q, \tag{7}$$

$$y(t+1) = A_2 y(t) + B_2 u(t), \quad y \in \mathbb{R}^{n-q} \tag{8}$$

I_α клетка A_1 матриканинг нолдан фарқли барча хос сонларидан, K_j клетка A_2 матрицанинг нолга тенг барча хос сонларидан ташкил топган. Бу матрицаларнинг ўлчовлари мос равишда $q \times q$ ва $(n-q)\times(n-q)$, ҳамда B_1 ва B_2 матрицаларнинг ўлчовлари эса мос равишда $q \times m$ ва $(n-q)\times m$ бўлади.

3-лемма. Айтайлик, $z_0 = (x_0, y_0)$ ихтиёрий бошланғич ҳолат бўлсин. Фараз қиламиз, (2) системанинг $z(\cdot) = \left(x(\cdot), y(\cdot)\right)$ траекторияси учун $x(t_*) = 0$ бўладиган $\bar{u}(t)$ $(t = 0, 1, \ldots, t_* - 1)$ бошқарув мавжуд бўлсин. Агар $\bar{u}(t)$ бошқарув $t = t_*,\ t_* + 1, \ldots$ ларда $\bar{u}(t) = 0$ каби давом эттирилса, у ҳолда $z(t_* + n - q) = 0$ бўлади.

1-таъриф. Агар ихтиёрий $z(0) = z_0$ бошланғич нуқта учун шундай $u(\cdot) : \mathbb{N} \to \mathbb{R}^m$ бошқарув мавжуд бўлиб, (2) системанинг $z(\cdot)$ траекторияси учун бирор t $(t \in \mathbb{N})$ да $z(t) = 0$ тенглик ўринли бўлса, у ҳолда (2) система тўлиқ 0-бошқарилувчан дейилади.

3-теорема. Агар B – $n \times n$ ўлчовли бирлик матрица ва A матрицанинг барча хос сонларини модули бирдан кичик ёки тенг бўлса, у ҳолда (2) система тўлиқ 0-бошқарилувчан бўлади.

4-теорема. Агар *а*) A матрицанинг барча хос сонларини модули бирдан кичик ёки тенг бўлса; *б*) (7) система бошқарилувчан, яъни $\mathrm{rank}\left\| B_1,\ A_1 B_1, \ldots,\ A_1^{q-1} B_1 \right\| = q$ бўлса, (2) система тўлиқ 0-бошқарилувчан бўлади.

1-эслатма. 4-теоремани исботида (2) системанинг ҳолатини z_0 бошланғич нуқтадан $z = 0$ га ўтказадиган $u(t)$ бошқарув қуйидагича қурилади: ҳар бир $t = jq$ $(j \in \mathbb{N})$ қадамда бошқарув фақатгина $z(jq)$ дан фойдаланадиган синтез шаклида танланади ва $u(t)$ бошқарув jq дан $(j+1)q - 1$ гача оралиқда дастурли бошқарилади. Агар 4-теореманинг *а*) ва *б*) шартлари бажарилса, у ҳолда ихтиёрий $z_* \in \mathbb{R}^n$ ва $\rho_* > 0$ учун $t_* \in \mathbb{N}$ сон ҳамда $U_1(t, z_*, \rho_*)$ $(t \in \mathbb{N})$ функция мавжудки,

$$\sum_{t=0}^{\infty} \left| U_1(t, z_*, \rho_*) \right|^p \le \rho_*^p$$

муносабат бажарилади ва $u(t) = U_1(t,\ z_*,\ \rho_*)$ $(t \in \mathbb{N})$ функция $z(0) = z_*$

бошланғич ҳолатга эга (2) системанинг $z(\cdot)$ траекторияси учун $z(t_*)=0$ тенглик бажарилади.

Диссертациянинг “**Зиддиятли ҳолатда чизиқли системаларнинг бошқарилиши**” деб номланган иккинчи бобида зиддиятли вазиятларда чизиқли дискрет системаларни бошқариш масалалари ўрганилган ҳамда ўйинни тугатиш учун ўйинчиларнинг бошқарувига янги етарли шартлар топилган. Олинган натижалар системанинг 0-бошқарувчанлик тушунчаси ва бошқариш масалани ечиш усулларига асосланган. Жамоавий қувиш масаласининг ечими ўйинчиларнинг бошқарув координаталарига интеграл чекловлар қўйилган ҳолда ўйинни тугатиш учун етарли шартлар олинган.

Ушбу

$$z(t+1)=Az(t)+Bu(t)+Cv(t) \tag{9}$$

дискрет ўйинни қисқартириш натижасида олинган

$$z(t+1)=Az(t)+Bu(t) \tag{10}$$

чизиқли бошқарилувчан дискрет системани қараймиз. Бу ерда $z(t)\in\mathbb{R}^n$, $u(t)\in\mathbb{R}^m$, $v(t)\in\mathbb{R}^l$, t – қадам (ҳамма жойда t параметр номанфий бутун қиймат қабул қилади), A, B ва C лар мос равишда $n\times n$, $n\times m$ ва $n\times l$ ўлчовли ўзгармас матрицалар, u – қувловчининг, v эса қочувчининг бошқарув параметри.

2-таъриф. Қуйидаги

$$\|u(\cdot)\|_{l_p}=\left(\sum_{t=0}^{\infty}|u(t)|^p\right)^{1/p}\le\rho,\quad \rho>0, \tag{11}$$

$$\|v(\cdot)\|_{l_p}=\left(\sum_{t=0}^{\infty}|v(t)|^p\right)^{1/p}\le\sigma,\quad \sigma\ge0 \tag{12}$$

шартларни қаноатлантирувчи $u(\cdot):\mathbb{N}\to\mathbb{R}^m$ ва $v(\cdot):\mathbb{N}\to\mathbb{R}^l$ кетма-кетликлар мос равишда қувловчи ва қочувчининг жоиз бошқарувлари дейилади ($\mathbb{N}$ – номанфий бутун сонлар тўплами ва $p>1$). (11) ва (12) шартлар интеграл чекловларнинг дискрет аналоглари бўлиб, йиғинди чекловлар деб аталади.

Хусусий ҳолда қочувчи мавжуд бўлмаса, яъни $\sigma=0$ бўлса, (9) тенглама (10) тенгламага айланади ва динамик ўйин йиғинди чеклов билан бошқарув системасига ўтади.

(10) системадаги бошқариш масаласида қочувчи мавжуд бўлмаса, (9) ўйиндаги қувиш масаласининг мақсади, бирор t да $z(t)=0$ тенгликни таминлашдан иборат бўлади. Бу ерда $z(t)$ – траектория u ва v бошқарув параметрлари ўйинчилар томонидан танланганда, $z(0)=z_0$ бошланғич нуқтада (9) тенгламанинг ечими бўлади.

3-таъриф. $U(t,z,v)$, $U:\mathbb{R}\times\mathbb{R}^n\times\mathbb{R}^l\to\mathbb{R}^m$ функция қувловчининг предстратегияси дейилади.

Агар z_0 бошланғич нуқта, U предстратегия ва $v(\cdot)$ қочувчининг бошқаруви берилган бўлса, у ҳолда $(z_0, U, v(\cdot))$ учлик қуйидаги

$$z(t+1)=Az(t)+BU\big(t,z(t),v(t)\big)+Cv(t),\qquad z(0)=z_0$$

рекурент формула ёрдамида $z(\cdot)$ траекторияни бир қийматли ифодалайди. $u(t)=U\big(t,\,z(t),\,v(t)\big)$ кетма-кетлик U предстратегияни амалга оширувчи бошқарув параметри деб аталади.

Агар U предстратегиясининг барча амалга оширувчи бошқарув параметрлари (фиксирланган z_0 да) (11) шартни қаноатлантирса, у ҳолда U қувловчининг стратегияси дейилади. $V(t,\,z)$ стратегия ҳам худди шундай аниқланади.

Агар қочувчининг ихтиёрий $v(\cdot)$ бошқаруви учун қувловчининг шундай U стратегияси мавжуд бўлиб, $z_0,\,U$ ва $v(\cdot)$ ёрдамида аниқланган $z(\cdot)$ траекторияси бирор t $(t\in\mathbb{N})$ да $z(t)=0$ шартни қаноатлантирса, у ҳолда қувловчи z_0 нуқтадан бошланувчи (9) ўйинда қувишни тугатиш мумкин бўлади.

Шунингдек, агар қувловчининг ихтиёрий $u(\cdot)$ бошқаруви учун қочувчининг шундай V стратегияси мавжуд бўлиб, $z_0,\,U$ ва $u(\cdot)$ ёрдамида аниқланган $z(\cdot)$ траекторияси барча t $(t\in\mathbb{N})$ ларда $z(t)\neq 0$ шартни қаноатлантирса, у ҳолда қочувчи z_0 нуқтадан бошланувчи (9) ўйинда қочиб кетиш мумкин бўлади.

Қувловчининг мақсади бирор t да $z(t)=0$ тенгликни амалга оширишдан иборат.

Айтайлик, маркази координата бошида ва радиуси r бўлган $S_r^l=\left\{x\in\mathbb{R}^l\,\middle|\,|x|\le r\right\}$ шар $\mathbb{R}^l$ фазода берилган бўлсин.

5-теорема.

$$\mu\sigma CS_1^l\subset\rho\,\mathrm{int}\,BS_1^m \tag{13}$$

шартни қаноатлантирувчи $\mu>1$ сон мавжуд бўлсин. У ҳолда қуйидаги тасдиқлар тенг кучли: *а*) (10) система тўлиқ 0-бошқарилувчан бўлади; *б*) $\mathbb{R}^n$ фазонинг ихтиёрий бошланғич нуқтасидан (9) ўйинда қувишни тугатиш мумкин.

6-теорема. Агар $\beta<1$ ва $\dim BS_1^m=n$ бўлса, у ҳолда (9)-(12) ўйинда ихтиёрий $z_0\in\mathbb{R}^n$ бошланғич нуқтадан қувишни тугатиш мумкин бўлади.

1-мисол. $\mathbb{R}^2$ да қуйидаги

$$z(t+1)=\begin{bmatrix}0.3 & -0.4\\ 0.4 & 0.3\end{bmatrix}z(t)+\begin{bmatrix}1 & 2 & 0\\ -1 & 1 & 3\end{bmatrix}u(t)+\begin{bmatrix}1 & 2 & -1 & 3\\ 3 & 1 & 4 & 5\end{bmatrix}v(t)$$

дискрет системани қараймиз, бу ерда $z(t)\in\mathbb{R}^2$, $u(t)=\big(u_1(t),\,u_2(t),\,u_3(t)\big)$ ва $v(t)=\big(v_1(t),\,v_2(t),\,v_3(t),\,v_4(t)\big)$.

$A=\begin{bmatrix}0.3 & -0.4\\ 0.4 & 0.3\end{bmatrix}$ матрицанинг хос қийматлари $\lambda_{1,2}=0.3\pm 0.4i$ га тенг, бунда $\left|\lambda_{1,2}\right| = 0.5 < 1$. Қийин эмаски, $\dim BS_1^3 = 2$ га тенг. Бу ерда $BS_1^3 = \left\{B\xi \;\mid\; \xi = (\xi_1, \xi_2, \xi_3),\ \xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2 \le 1\right\}$.

Шундай қилиб, 6-теореманинг барча шартлари бажарилади. Шу сабабли $\mathbb{R}^2$ фазога тегишли ихтиёрий бошланғич нуқтадан қувишни тугатиш мумкин бўлади.

Қуйидаги

$$\dot{x}_i = u_i, \qquad x_i(0) = x_{i0}, \tag{14}$$

$$\dot{y} = v, \qquad y(0) = y_0 \tag{15}$$

дифференциал тенгламалар билан тавсифланган битта қочувчи ва бир нечта қувловчи қатнашган жамоавий қувиш дифференциал ўйинни қараймиз. Бу ерда $x_i,\ y,\ u_i,\ v \in \mathbb{R}^2,\ x_{i0} \ne y_0,\ u_i = (u_{i1}, u_{i2})$ – x_i $(i = 1, 2, ..., m)$ қувловчининг ва v – y қочувчининг бошқарув параметри.

4-таъриф. $u_i(t) = \left(u_{i1}(t), u_{i2}(t)\right)$ $(t \ge 0)$ ўлчовли функциянинг ҳар бир координатаси

$$\int_0^\infty u_{i1}^2(s)ds \le \rho_{i1}^2, \qquad \int_0^\infty u_{i2}^2(s)ds \le \rho_{i2}^2 \tag{16}$$

интеграл чекловларни қаноатлантирса, x_i қувловчининг жоиз бошқаруви дейилади. Бу ерда ρ_{i1} ва ρ_{i2} $(i = 1, 2, ..., m)$ берилган мусбат сонлар.

5-таъриф. $v(t) = \left(v_1(t), v_2(t)\right)$ $(t \ge 0)$ ўлчовли функциянинг ҳар бир координатаси

$$\int_0^\infty v_1^2(s)ds \le \sigma_1^2, \qquad \int_0^\infty v_2^2(s)ds \le \sigma_2^2 \tag{17}$$

интеграл чекловларни қаноатлантирса, y қочувчининг жоиз бошқаруви дейилади. Бу ерда σ_1 ва σ_2 берилган мусбат сонлар.

(16) ва (17) шартлар координаталарга қўйилган интеграл чекловлар деб аталади.

6-таъриф. Агар $v = v(t)$ $(t \ge 0)$ қочувчининг ихтиёрий жоиз бошқаруви учун қуйидаги

$$\dot{x}_i = U_i(t, y, v), \qquad x_i(0) = x_{i0},$$

$$\dot{y} = v, \qquad y(0) = y_0$$

Коши масаласи ягона $\left(x_i(\cdot),\ y(\cdot)\right)$ ечимга эга бўлиб, у

$$\int_0^\infty U_{i1}^2\left(t, y(t), v(t)\right)dt \le \rho_{i1}^2, \qquad \int_0^\infty U_{i2}^2\left(t, y(t), v(t)\right)dt \le \rho_{i2}^2$$

чекловларни қаноатлантирса, у ҳолда $U_i(t, y, v) = \left(U_{i1}(t, y, v), U_{i2}(t, y, v)\right)$, $U_i : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ функция x_i қувловчининг стратегияси дейилади.

Агар қочувчи ихтиёрий жоиз бошқарувни қўллаганда ҳам қувловчида шундай стратегия мавжуд бўлиб, $\tau \ge 0$ ва $s \in \{1, 2, ..., m\}$ ларда $x_s(\tau) = y(\tau)$

тенглик бажарилса, таърифга кўра $\{y_0, x_{10}, x_{20}, ..., x_{m0}\}$ бошланғич нуқтадан бошланадиган (14)-(17) ўйинда қувишни тугатиш мумкин бўлади.

Қуйидаги белгилашларни киритамиз:

$$S_1 = \left\{ \left(\sigma_1^2, \sigma_2^2\right) \middle| \, \sigma_2^2 < \sum_{i \in I(\sigma_1)} \rho_{i2}^2 \right\}, \quad S_2 = \left\{ \left(\sigma_1^2, \sigma_2^2\right) \middle| \, \sigma_1^2 < \sum_{i \in I(\sigma_2)} \rho_{i1}^2 \right\}, \quad S = S_1 \cup S_2,$$

бу ерда $I(\sigma_1) = \left\{ i \mid \sigma_1 < \rho_{i1} \right\}$, $I(\sigma_2) = \left\{ i \mid \sigma_2 < \rho_{i2} \right\}$.

7-теорема. Агар $\left(\sigma_1^2, \sigma_2^2\right) \in S$ бўлса, у ҳолда ихтиёрий $\{y_0, x_{10}, x_{20}, ..., x_{m0}\}$ бошланғич нуқтадан бошланадиган (14)-(17) ўйинда қувишни тугатиш мумкин бўлади.

2-мисол. Айтайлик, $\left(\sigma_1^2, \sigma_2^2\right)$ ресурслар текислигида $m = 5$ ва $\left(\rho_{11}^2, \rho_{12}^2\right) = (1, 2)$, $\left(\rho_{21}^2, \rho_{22}^2\right) = (2, 3)$, $\left(\rho_{31}^2, \rho_{32}^2\right) = (2, 4)$, $\left(\rho_{41}^2, \rho_{42}^2\right) = (3, 6)$, $\left(\rho_{51}^2, \rho_{52}^2\right) = (5, 1)$ берилган бўлсин. Агар қочувчининг $\left(\sigma_1^2, \sigma_2^2\right)$ ресурс вектори $S = S_1 \cup S_2$ тўпламга тегишли бўлса, у ҳолда қувишни тугатиш мумкин бўлади.

Диссертациянинг “**Ночизиқли дифференциал ўйинда қувиш масаласи**” деб номланган учинчи боби ўйинчиларнинг бошқарувга геометрик чекловлар қўйилган ҳолда ночизиқли дифференциал ўйинга бағишланган. Бундай системаларга мисол сифатида ночизиқли системаларда тутиш масаласини қараш мумкин. Бундай ўйинларнинг бир синфи учун параллел қувиш стратегиясини умумлаштирилган ва тутиш масаласи учун етарли шартлар топилган.

$\mathbb{R}^n$ фазода қуйидаги

$$\dot{x} = u + f(t, x), \qquad x(0) = x_0, \tag{18}$$

$$\dot{y} = v + f(t, y), \qquad y(0) = y_0 \tag{19}$$

дифференциал ўйинни қараймиз. X қувловчи ва Y қочувчилар мос равишда x ва y радиус-векторларга эга. Бу ерда $x, y \in \mathbb{R}^n$, $n \geq 2$; x_0, y_0 – X ва Y объектларнинг бошланғич ҳолати, u ва v мос объектларнинг бошқарув параметрлари. u – бошқарув параметри вақт бўйича ўзгарувчи $u(\cdot): [0, \infty) \to \mathbb{R}^n$ ўлчовли функцияни ва деярли барча $t \geq 0$ ларда

$$|u(t)| \leq \rho \tag{20}$$

шартни қаноатлантиради. Бу ерда ρ берилган номанфий сон. Худди шунингдек, v – бошқарув параметри вақт бўйича ўзгарувчи $v(\cdot): [0, \infty) \to \mathbb{R}^n$ ўлчовли функцияни ва

$$|v(t)| \leq \sigma \tag{21}$$

шартни деярли барча $t \geq 0$ ларда қаноатлантиради. Бу ерда σ берилган номанфий сон.

Одатда (20) ва (21) тенгсизликлар дифференциал ўйинлар назариясида бошқарув функцияларининг геометрик чекловлари деб аталади.

Қувловчининг барча жоиз бошқарувлар синфи U билан, қочувчининг барча жоиз бошқарувлар синфи эса V билан белгиланади.

1-фараз. $f(t,x)$ функция $D = R_+ \times \mathbb{R}^n$, $R_+ = [0,\infty)$ тўпламда аниқланган ва қуйидаги шартларни қаноатлантирсин: 1) деярли барча t ларда аниқланган ва x бўйича узлуксиз; 2) ҳар бир x да t бўйича ўлчовли; 3) компакт $Q \subset D$ тўпламда интегралланувчи $m(\cdot): R_+ \to R_+$ функция мавжудки, $\left|f(t,x)\right| \le m(t)$, $(t,x) \in Q$ ўринли бўлсин.

2-фараз. Шундай $k: R_+ \to R_+$ интегралланувчи функция мавжуд бўлиб,

$$\left|f(t,x) - f(t,y)\right| \le k(t)\left|x - y\right| \tag{22}$$

тенгсизлик барча $x, y \in \mathbb{R}^n$ учун ўринли бўлсин.

(18)-(19) дифференциал ўйинда X қувловчининг мақсади Y қочувчини чекли вақтда тутиш, яъни

$$x(t) = y(t) \tag{23}$$

тенглик бажарилишини таъминлашдан иборат. Бу ерда $x(t)$ ва $y(t)$ ўйинчиларнинг ўйин давомида босиб ўтган траекториялари. Y қочувчи эса учрашишдан қочишга интилади, агарда буни иложи бўлмаса, учрашиш вақтини иложи борича кечиктиришга ҳаракат қилади.

7-таъриф. $u(t,x,y,v): R_+ \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \times S_\sigma \to S_\rho$ функция қуйидаги шартларни қаноатлантирсин: 1) $u(t,x,y,v)$ функция деярли барча t ларда аниқланган ва (x,y,v) бўйича узлуксиз; 2) $u(t,x,y,v)$ функция ҳар бир (x,y,v) да t бўйича ўлчовли бўлсин. У ҳолда $u(t,x,y,v)$ функция X қувловчининг стратегияси дейилади. Бу ерда S_ϱ – $\mathbb{R}^n$ фазодаги маркази координаталар бошида ва радиуси ϱ бўлган шар.

8-таъриф. $v(\cdot) \in V$ қочувчининг ихтиёрий жоиз бошқаруви бўлсин.

$$\dot{y} = v(t) + f(t,y), \qquad y(0) = y_0$$

Каратеодори тенгламасининг $y(t)$ ечими қочувчининг траекторияси дейилади. Шунингдек, қувиш масаласи учун

$$\dot{x} = u(t,x,y(t),v(t)) + f(t,x), \qquad x(0) = x_0$$

Каратеодори тенгламасининг $x(t)$ ечими қувловчининг траекторияси дейилади.

9-таъриф. Агар ҳар бир $v(\cdot) \in V$ учун шундай $t^* \in [0,T]$ момент мавжудки, $x(t^*) = y(t^*)$ тенглик бажарилса, (18)-(21) ўйинда $u(t, x, y, v)$ стратегия $(0,T]$ вақт оралиғида қувишни тугатувчи кафолатланган стратегия дейилади.

10-таъриф. Агар $\rho \ge |w|$ бўлса, у ҳолда

$$u(t,w) = w - \lambda(t,w)\xi_0, \quad \lambda(t,w) = \langle w, \xi_0 \rangle + \sqrt{\langle w, \xi_0 \rangle^2 + \rho^2 - |w|^2} \tag{24}$$

функция (18)-(21) ўйинда қувловчи учун Π-стратегия дейилади. Бу ерда $\xi_0 = z_0 / |z_0|$, $w = v + f(t,y) - f(t,x)$ ва $|u(t,w)| = \rho$.

3-фараз. Айтайлик, а) қуйидаги

$$\Psi(t)=0 \tag{25}$$

тенглама мусбат илдизга эга, бу ерда $\Psi(t)=\left|z_0\right|-(\rho-\sigma)\int\limits_0^t \exp\left(-\int\limits_0^s k(\tau)d\tau\right)ds$;

б) қуйидаги

$$\rho>\sigma+k(t)\max_{t\in[0,T]}\Phi(t),\ t\in(0,T]$$

тенгсизлик ўринли бўлсин, бу ерда

$$T=\min\{t:\Psi(t)=0\} \text{ ва } \Phi(t)=\exp\int\limits_0^t k(s)ds\,\Psi(t).$$

8-теорема. 1-3 фаразлар бажарилсин. У ҳолда (18)-(21) ўйинда (24) П-стратегия X ўйинчи учун $(0,T]$ вақт оралиғида қувишни тугатишни кафолатловчи стратегия бўлади. Бу ерда T (25) тенгламанинг энг кичик мусбат илдизи.

3-мисол. Қуйидаги

$$\begin{aligned}&\dot{x}=u+Ax, \qquad x(0)=x_0,\\ &\dot{y}=v+Ay, \qquad y(0)=y_0\end{aligned} \tag{26}$$

дифференциал ўйин берилган. Бу ерда $x,y\in\mathbb{R}^n$, $n\geq 2$; $\left|u\right|\leq\alpha$, $\left|v\right|\leq\beta$; A – $n\times n$ ўлчовли ўзгармас матрица.

9-теорема. Агар $\alpha>\beta+\left\|A\right\|\left|z_0\right|$ бўлса, у ҳолда (26) ўйинда (24) П-стратегия $[0,T_A]$ оралиқда ўйинни тугатувчи кафолатланган стратегия бўлади. Бу ерда $\left\|A\right\|\neq 0$ да $T_A=\dfrac{1}{\left\|A\right\|}\ln\dfrac{\alpha-\beta}{\alpha-\beta-\left\|A\right\|\left|z_0\right|}$ ва $\left\|A\right\|=0$ да $T_A=\dfrac{\left|z_0\right|}{\alpha-\beta}$.

ХУЛОСА

Диссертация иши бошқарувлар аралаш чегараланишларга эга ҳолда чизиқли ва ночизиқли динамик системалар учун бошқарув ва қувиш масалаларини ўрганишга бағишланган.

Тадқиқотнинг асосий натижалари қуйидагилардан иборат:

1. Бошқарувига интеграл чеклов қўйилган чизиқли дифференциал системаларда бошқариш масаласи учун A матрицанинг барча хос сонларини ҳақиқий қисми номанфий бўлса, у ҳолда барча жоиз бошқарувларда сифат функционалининг қиймати нолга тенглиги исботланган.

2. Бошқарувига йиғинди чеклов қўйилган чизиқли дискрет системаларда бошқариш масаласи учун A матрицанинг барча хос сонларини модули бирдан кичик ёки тенг бўлса, у ҳолда барча жоиз бошқарувларда сифат функционалининг қиймати нолга тенглиги исботланган.

3. Бошқарувига йиғинди чеклов қўйилган чизиқли дискрет системаларда 0-бошқарувчанлик масаласининг ечими учун зарур ва етарли шартлар топилган.

4. Чизиқли дискрет системаларда ифодаланадиган қувиш масаласининг глобал ечими билан 0-бошқарувчанлик орасидаги боғлиқлик ўрганилган. Қочувчининг $v(t)$ – бошқарувдаги жорий қиймати ва $z(t)$ – ўйин холати асосида қувиш стратегияси қурилган. Қувиш масаласининг глобал ечими билан 0-бошқарувчанлик мос тушадиган шарт топилган. Бунда, агар асосий матриცанинг хос қиймати бирдан кичик бўлса, у ҳолда бошланғич нуқта ихтиёрий бўлганда ҳам қувишни тугатиш мумкин.

5. Ўйинчиларнинг бошқарув координаталарига интеграл чекловлар қўйилган жамоавий қувиш масаласини ечиш учун янги етарли шартлар олинди. Шу билан бир қаторда жамоавий қувиш дифференциал ўйинини тугатиш учун қувловчиларнинг ресурслари координаталари йиғиндиси қочувчи ресурслари координаталари йиғиндисидан катта бўлиши кераклиги кўрсатилган.

6. Ночизиқли дифференциал ўйинларнинг битта синфи учун ўйинчиларга энг яхши яқинлашиш имконини берадиган параллел қувиш стратегиясининг аналоги қурилган ва унинг структураси ўрганилган.

Диссертацияда олинган натижалар ва таклиф этилган усуллар зиддиятли ҳолатларда рўй берадиган бошқарув жараёнлари назариясининг кейинги изланишларда қўлланилади. Бошқариш ва қувиш масаласига оид диссертация натижалари ўйинчиларнинг бошқарувга йиғинди чекловлар қўйилган дискрет системаларда келтирилган. Шу сабабли, динамик жараёнларни тўғридан-тўғри дискрет системалар ёрдамида моделлаштириш долзарб бўлиб бормоқда, бу эса компютер ҳисоблаш дастурларини татбиқ қилишга мослаштириш қулай.

НАУЧНЫЙ СОВЕТ PhD.03/30.12.2019.FM.05.04 ПО ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЕНЫХ СТЕПЕНЕЙ ПРИ ФЕРГАНСКОМ ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ имени В.И.РОМАНОВСКОГО

СОТВОЛДИЕВ АКМАЛЖОН ИБРОХИМОВИЧ

ЗАДАЧИ УПРАВЛЯЕМОСТИ И ПРЕСЛЕДОВАНИЯ В ЛИНЕЙНЫХ И НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ ПРИ РАЗНОТИПНЫХ ОГРАНИЧЕНИЯХ

01.01.02 – Дифференциальные уравнения и математическая физика
(физико-математические науки)

АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ ДОКТОРА ФИЛОСОФИИ (PhD)
ПО ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИМ НАУКАМ

Фергана – 2020

Тема диссертации доктора философии (Doctor of Philosophy) по физико-математическим наукам зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Кабинете Министров Республики Узбекистан за № B2020.2.PhD/FM10.

Диссертация выполнена в Институте математики им. В.И.Романовского Академии наук Республики Узбекистан.

Автореферат диссертации на трёх языках (узбекский, русский, английский (резюме)) размещен на веб-странице Научного совета (www.fdu.uz) и на Информационно-образовательном портале «Ziyonet» (www.ziyonet.uz).

Научные руководители:	**Кучкаров Атамурат Шамуратович** доктор физико-математических наук
	Саматов Бахром Таджиахматович доктор физико-математических наук
Официальные оппоненты:	**Тухтасинов Муминжон** доктор физико-математических наук, профессор
	Каримов Камолиддин Туйчибоевич кандидат физико-математических наук, доцент
Ведущая организация:	**Самаркандский государственный университет**

Защита диссертации состоится «____» __________ 2020 года в ____ часов на заседании Научного совета PhD.03/30.12.2019.FM.05.04 при Ферганском государственном университете. (Адрес: 150100, г. Фергана, ул. Мураббийлар, 19. Тел.: (+99873) 244-44-02, факс: (+99873) 244-44-93, e-mail: fardu_info@umail.uz).

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Ферганского государственного университета (зарегистрирована за № _____). (Адрес: 150100, г. Фергана, ул. Мураббийлар, 19. Тел.: (+99873) 244-44-94).

Автореферат диссертации разослан «___» _______________ 2020 года.
(протокол рассылки № ________ от «___» ________________ 2020 года).

А.К.Уринов
Председатель научного совета по присуждению ученых степеней, д.ф.-м.н., профессор

И.У.Хайдаров
Ученый секретарь научного совета по присуждению ученых степеней, к.ф.-м.н.

Ш.Т.Каримов
Председатель научного семинара при научном совете по присуждению ученых степеней, д.ф.-м.н., доцент

ВВЕДЕНИЕ (аннотация диссертации доктора философии (PhD))

Актуальность и востребованность темы диссертации. Многие научные исследования, имеющие прикладное значение, проводимые на мировом уровне, имеют дело с математическими моделями, в том числе в виде систем управления. При этом для адекватности математических моделей экономических и социальных процессов, некоторые технические устройства, могут требовать учет наличия конфликта, т.е. стороны, препятствующие достижению цели управления. Необходимость исследования таких моделей привела к созданию нового направления в математике – математической теории конфликтно-управляемых процессов (динамических игр). На сегодняшний день теория динамических игр представляет собой всесторонне развитую область математики, имеющую прикладное значение.

Согласно этой теории, динамические процессы описываются дифференциальными, дискретными, интегральными и другими типами уравнений. Если в качестве модели берется дифференциальное уравнение, то математическая модель называется дифференциальной игрой, в случае же дискретного уравнения – дискретной (многошаговой) игрой. В отличие от управляемых систем, в игровых моделях параметры управления делятся на две группы, каждой из которых управляет одна из двух сторон, условно, игроки. При этом параметры управления меняются с течением времени не только в зависимости от значения параметра времени, но и от текущего состояния всей системы. Кроме того, параметры управления должны подчиняться определенным условиям, которые называются ограничениями, выражающими ограниченность топлива, заряда батарей, мощности двигателей и т.п. Исторически, в теории динамических игр, главным образом, рассматривались так называемые геометрические ограничения, в которых значения управляющих параметров должны принадлежать компактному подмножеству конечномерного пространства. Динамические игры с интегральными (суммарными) ограничениями, которые должны как функции времени принадлежать ограниченному замкнутому подмножеству банаховых пространств, еще находится в начальной стадии развития. Актуальность диссертации заключается в развитии основ линейных и нелинейных динамических систем в направлении теории управляемости и преследования при различных ограничениях на управления игроков, в построении адекватных математических моделей в управляемых процессах с противодействием, а также в разработке методов решения таких задач, как преследования на основе понятий и результатов широко развитых теорий устойчивости и управления.

В настоящее время в нашей республике уделяется пристальное внимание актуальным аспектам фундаментальных наук, имеющим прикладное значение. Перед наукой ставится задача сближения фундаментальных исследований к практике и расширение прикладных исследований по применению к реальным секторам экономики, техники, социальных процессов и др. Проведение научных исследований по приоритетным направлениям математических наук, а именно по дифференциальным уравнениям и математической физике, включая теорию динамических систем, алгебре и функциональному анализу, теории вероятностей и математической статистике, прикладной математике и математическому моделированию являются основными задачами и направлениями деятельности Института математики имени В.И.Романовского Академии Наук Республики Узбекистан[1]. Развитие методов исследования динамических систем играет немаловажную роль в реализации директивных документов.

Тема и объект исследования настоящей диссертации соответствуют задачам, обозначенным в Указе Президента Республики Узбекистан № УП-4947 от 7 февраля 2017 года «О стратегии действия по дальнейшему развитию Республики Узбекистан», в Постановлениях Президента Республики Узбекистан № ПП-2789 от 17 февраля 2017 года «О мерах по дальнейшему совершенствованию деятельности Академии наук, организации, управления и финансирования научно-исследовательской деятельности», № ПП-2909 от 20 апреля 2017 года «О мерах по дальнейшему развитию системы высшего образования», № ПП-3682 от 27 апреля 2018 года «О мерах по дальнейшему совершенствованию системы практического внедрения инновационных идей, технологий и проектов», а также в других нормативно-правовых актах, касающихся фундаментальной науки.

Соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики. Данное исследование выполнено в соответствии с приоритетным направлением развития науки и технологий в Республике Узбекистан IV. «Математика, механика и информатика».

Степень изученности проблемы. Понятие «дифференциальная игра» было введено в обиход американским математиком Р.Айзексом в начале 50-годов XX века. Исследования Р.Айзекса были опубликованы в 1965 г. в виде монографии. Монография не содержит общую теорию, состоит из эвристических соображений, вытекающих из теории Гамильтона-Якоби, и многочисленных примеров. В те же годы Л.С.Понтрягиным и его соратниками была создана математическая теория управляемых процессов, которая исходила из упрощения задач управления самолётом в воздушном бою. Начиная с 1964 года было опубликовано цикл работ Л.С.Понтрягина (часть из них – совместно с Е.Ф.Мищенко) по дифференциальным играм, давший сильный толчок развитию нового направления математики. Это развитие связано с именами Л.С.Понтрягина, Н.Н.Красовского, Р.Айзекса, Е.Ф.Мищенко, Ю.С.Осипова, Б.Н.Пшеничного, Л.А.Петросяна, А.И.Субботина, У.Флеминга, А.Фридмана и многих других математиков. Следует отметить, что в Узбекистане сформировалась научная школа по

---

[1] Постановление Президента Республики Узбекистан от 9 июля 2019 года №ПП-4387 «О мерах государственной поддержки дальнейшего развития математического образования и науки, а также коренного совершенствования деятельности Института математики имени В.И.Романовского Академии наук Республики Узбекистан».

дифференциальным играм, основанная Н.Ю.Сатимовым и ныне руководимая А.Азамовым. Представителями этой школы были предложены новые методы решения дифференциальных и дискретных игр преследования-убегания. В абсолютном большинстве работ, посвященных дифференциальным играм преследования-убегания, рассматривались системы, в которых управления выбирались только из класса ограниченных функций. Такие геометрические ограничения, наложенные на параметры управления, выражают ограниченность конструктивных возможностей управляемого устройства. Стремление к большей адекватности математических моделей с практическими задачами привело к необходимости изучения дифференциальных игр с интегральными, интегрально-геометрическими, комплексными и другими ограничениями на управления игроков. Интегральные ограничения выражают, например, ограниченность энергии для управления, ресурсов, затрачиваемых по ходу процесса. При исследовании математических моделей, технические процессы ограничения такого характера имеют важное значение с точки зрения приложений.

Первый прямой метод Л.С.Понтрягина переносился на случай интегральных ограничений М.С.Никольским. Этот подход был развит в работах А.Я.Азимова, Ф.В.Гусейнова, А.В.Мезенцева, Н.Л.Григоренко и др. Более основательный подход, разработанный исходя из метода экстремального прицеливания Н.Н.Красовского для решения дифференциальных игр с интегральными ограничениями, была развита в работах Н.Н.Красовского, Ю.М.Репина и В.Е.Третьякова. Затем этот метод развивался в работах А.Б.Куржанского, А.И.Субботина, В.Н.Ушакова, Н.Ю.Лукоянова, М.Д.Локшина, В.И.Ухоботова, А.Н.Дарьина, Д.В.Корнева и др. Позиционный способ сближения для регулярного случая был перенесен на случай интегральных ограничений Б.Н.Пшеничным и Ю.Н.Онопчуком, а также в работах И.С.Раппопорта, С.И.Тарлинского, М.С.Габриэльяна, А.А.Чикрия и др. для игр с разнотипными ограничениями. Решения дифференциальных и дискретных игр группового преследования с интегральными ограничениями на основе метода разделения ресурсов управления между игроками были предложены в работах Н.Ю.Сатимова, А.З.Фазылова, Б.Б.Рихсиева, Г.И.Ибрагимова, Б.Т.Саматова, А.А.Хамдамова и др. В последние годы А.Азамовым и А.Ш.Кучкаровым было начато исследование взаимосвязи между разрешимостью задачи преследования, управляемостью и устойчивостью в линейных системах, когда на вектор управления преследователя наложены геометрические, а на функцию управления убегающего – интегральные ограничения. В общей теории дифференциальных игр задачи преследования-убегания занимают особое место в силу ряда специфических качеств. Одно из них – большое разнообразие, как по применяемым методам, так и по характеру результатов. Это качество проявляется уже при рассмотрении модельных примеров. Например, Л.А.Петросяном была решена проблема Р.Айзекса об игре с «линией жизни» в случае простых движений на основе специфического свойства области достижимости. При этом удается доказать оптимальность стратегии параллельного преследования (П-стратегии). В дальнейшем на основе стратегии параллельного преследования были разработаны методы решения задач преследования с геометрическими, интегральными, линейными и другими ограничениями на управления игроков (А.Азамов, А.А.Чикрий, А.И.Благодатских, А.Ш.Кучкаров, Б.Н.Григоренко, Б.Н.Пшеничный, Б.Т.Саматов, В.И.Ухоботов, Г.И.Ибрагимов, И.С.Раппопорт, М.М.Маматов, М.Тухтасинов, Н.Н.Петров, Н.Ю.Сатимов и др.).

В настоящей диссертации рассматриваются управляемость линейных дифференциальных и дискретных систем и их игровые аналоги в случаях интегральных и суммарных ограничениях на управления игроков, а также исследуется нелинейная дифференциальная игра преследования методом параллельного сближения.

Связь темы диссертации с научно-исследовательскими работами учреждения высшего образования, где выполнялась диссертация. Диссертационная работа выполнена в соответствии с планом научных исследований по фундаментальному гранту Ф4-ФА-Ф014 «Развитие методов слежения траекторий и синтеза стратегий в динамических и управляемых системах и их приложения к математическим моделям тепловых и химических процессов» (2012-2016 гг.) Института математики, а также по гранту ОТ-Ф4-16 «Разработка теории краевых задач для дифференциальных уравнений на графах и задачи оптимального управления» (2017-2020 гг.) Ташкентского финансового института.

Целью исследования является установления связи между задачами управляемости и преследования в линейных дифференциальных и дискретных системах при соответствующих интегральных и суммарных ограничениях на управления, а также решение нелинейных дифференциальных игр преследования методом параллельного сближения.

Задачи исследования:

разработка методов решения задач управляемости в линейных дифференциальных системах при интегральных ограничениях, а также для дискретных систем при суммарных ограничениях на управления;

решение задачи 0-управляемости в линейных дискретных системах с суммарным ограничением на управления;

исследование задачи управляемости линейных дискретных систем в условиях конфликта с суммарными ограничениями;

решение задачи группового преследования при координатных интегральных ограничениях на управления игроков;

построение стратегии параллельного преследования для нелинейных дифференциальных игр;

нахождение достаточных условий резрешимости для нелинейных дифференциальных игр преследования.

Объектом исследования являются линейные и нелинейные дифференциальные уравнения, а также линейные дискретные динамические системы и их управляемость.

Предметом исследования являются управляемость и разрешимость задачи преследования в линейных дифференциальных и дискретных системах при интегральных и суммарных ограничениях на управления, а также решение нелинейных дифференциальных игр преследования.

Методы исследования. В работе используются методы теории дифференциальных уравнений, теории оптимального управления и дифференциальных игр, функционального анализа, линейной алгебры.

Научная новизна исследования состоит в следующем:

разработан метод решения задачи управляемости в линейных дифференциальных системах при интегральных ограничениях, а также дискретных систем при суммарных ограничениях на управления;

решена задача 0-управляемости в линейных дискретных системах с суммарным ограничением на управления и получены необходимые и достаточные условия разрешимости;

исследована задача управляемости для линейных дискретных систем в условиях конфликта с суммарными ограничениями и получены достаточные условия завершения игры;

получены достаточные условия завершения игры для задачи группового преследования при координатных интегральных ограничениях на управления игроков;

построена стратегия параллельного преследования для одного класса нелинейных дифференциальных игр;

предложен эффективный метод решения нелинейных дифференциальных игр преследования, обобщающий классический метод параллельного сближения при простом движении игроков.

Практические результаты исследования состоят в следующем:

результаты, представленные в работе, и методы, предложенные при доказательстве этих результатов, применимы в дальнейших исследованиях по теории управляемых процессов, протекающих в условиях конфликта. Все больше актуальным становится моделирование динамических процессов непосредственно в виде дискретных систем, что лучше приспособлено для применений компьютерных вычислений. В связи с тем результаты диссертации, в которых достаточные условия управляемости и решения задачи преследования приводятся в дискретных системах при суммарных ограничениях на управления.

Достоверность результатов исследования обоснована принятыми в математике дедуктивными выводами, в том числе строгими и полными доказательствами теорем.

Научная и практическая значимость результатов исследования. Научное значение результатов исследования заключается в том, что они могут быть использованы в исследованиях, посвященных развитию математической теории управления и дифференциальных игр.

Практическая значимость результатов исследования заключается в том, что они нацелены на реализацию вычислительных алгоритмов, опирающихся на теории управления и дифференциальных игр.

Внедрение результатов исследования. Полученные результаты по задачам управляемости и преследования в линейных и нелинейных динамических системах при разнотипных ограничениях, внедрены в практику по следующим направлениям:

решение системы линейных дифференциальных уравнений с интегральным ограничением на управление, связь между глобальным решением системы и 0-управляемости использована в исследовательском проекте 01-01-16-1840FR Математического отделения факультета естественных наук Университета Путра Малайзия для решения проблемы задачи группового преследования в Гильбертовом пространстве с интегральными ограничениями на управления игроков, а также для решения задач преследования-убегания при участии в игре двух преследователей и одного убегающего для случая по координатным интегральным ограничениям на управления игроков (справка от Университета Путра Малайзии, 4 февраля 2020 г., PM.02.04/1/3). Применение научных рузультатов дает возможность разрабатывать новых методов решение линейных и нелинейных управляемых дифференциальных игр;

решение системы линейных дискретных уравнений с суммарным ограничением на управление, были использованы при выполнении научно-исследовательских работ лаборатории математического и компьютерного моделирования по теме НИР №АААА-Б19-219021990010-4 «Обработка изображений на основе технологии EYETRACKING» (справка от Камчатского государственного университета имени Витуса Беринга, 26 февраля 2020 г., № 111-01). Применение научных результатов дает возможность реставрировать и улучшать качество изображений с помощью методов решение линейных дискретных систем.

Апробация результатов исследования. Основное содержание диссертации доложено в научных докладах на 6 международных и 8 республиканских научно-практических конференциях.

Публикация результатов исследования. По теме диссертации опубликовано 20 научных работ, из них 6 статьей опубликованы в журналах, входящих в перечень научных изданий, предложенных Высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан для защиты диссертаций на соисканий ученой степени доктора философии (PhD), в том числе 3 статьи опубликованы в зарубежных журналах, 3 в республиканских научных изданиях.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка использованной литературы. Объем диссертации составляет 80 страниц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во **введении** обоснование актуальности и востребованности темы диссертации, отмечено соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики, дан обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации, описана степень изученности проблемы, сформулированы цели и задачи, указаны объект и предмет исследования, изложены научная новизна и практические результаты исследования, раскрыта теоретическая и практическая значимость полученных результатов, даны сведения о внедрении результатов исследования, об опубликованных работах и о структуре диссертации.

В первой главе диссертации, озаглавленной «**Задачи управления в линейных дифференциальных и дискретных системах**», рассматриваются линейные дифференциальные и дискретные управляемые системы в случае, когда на параметр управления наложено интегральное (в дискретных случаях суммарное) ограничение. Цель управления состоит в максимизации значения функционала качества. Кроме того, дано решение задача 0-управляемости в линейных дискретных системах с суммарным ограничением на управления в виде необходимого и достаточного условия.

Рассматривается линейная дифференциальная управляемая система

$$dz/dt = Az(t) + Bu(t), \quad z(0) = z_0, \quad t \ge 0 \tag{1}$$

и аналогичная дискретная управляемая система

$$z(t+1) = Az(t) + Bu(t), \quad z(0) = z_0, \quad t = 0,\ 1,\ 2, \dots , \tag{2}$$

где $z(t) \in \mathbb{R}^n$ – вектор состояния, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ – параметр управления, A и B – постоянные матрицы коэффициентов размера $n \times n$ и $n \times m$ соответственно. Обозначим через U_1 совокупность всех измеримых функций $u(\cdot):[0, +\infty) \to \mathbb{R}^m$, удовлетворяющих ограничению

$$\int_0^\infty |u(t)|^p \, dt \le \rho^p, \qquad p > 1, \quad \rho > 0, \tag{3}$$

а через U_2 совокупность всех последовательностей $u(\cdot)$, удовлетворяющих ограничению

$$\|u(\cdot)\| = \left(\sum_{t=0}^{\infty} |u(t)|^p \right)^{1/p} \le \rho, \qquad p > 1, \quad \rho > 0. \tag{4}$$

Пусть $u(\cdot) \in U_i$, $i \in \{1, 2\}$. Обозначим через $z_i\left(t, u(\cdot), z_0\right)$, $i \in \{1, 2\}$, решение задачи Коши (1) и (2), т.е.

$$z_1\left(t,\ u(\cdot),\ z_0\right) = e^{At} z_0 + \int_0^t e^{A(t-s)} Bu(s) ds, \quad t \ge 0, \tag{5}$$

$$z_2\left(t,\ u(\cdot),\ z_0\right) = A^t z_0 + \sum_{j=0}^{t-1} A^j Bu(t-1-j), \qquad t = 1, 2, \dots . \tag{6}$$

Целью управления системы (1) и (2) с ограничением (3) и (4) является максимизировать значение функционала $\gamma\left(z_i\left(\cdot, u(\cdot), z_0\right)\right) = \inf\limits_{t \ge 0} \left| z_i\left(t, u(\cdot), z_0\right) \right|$, $i \in \{1, 2\}$, т.е. требуется найти такую функцию $u_0(\cdot) \in U_i$, $i \in \{1, 2\}$, что

$$\gamma\left(z_i\left(\cdot,\ u_0(\cdot),\ z_0\right)\right) \ge \gamma\left(z_i\left(\cdot, u(\cdot),\ z_0\right)\right), \quad u(\cdot) \in U_i, \quad i \in \{1,2\}.$$

Очевидно, что $0 \le \gamma\left(z_i(t, u(\cdot), z_0)\right) \le |z_0|$, $u(\cdot) \in U_i$, $i \in \{1, 2\}$.

Если матрица A имеет собственное число с неотрицательной действительной частью, то учитывая (5), если же матрица A имеет собственное число, по модулю не меньше единицы, то учитывая (6), можно убедиться в существовании такого z_0, что

$$\sup_{u(\cdot)\in U_i} \gamma\left(z_i\left(\cdot,\ u(\cdot),\ z_0\right)\right) \geq \inf_{t\geq 0}\left|z_i(t,\ 0,\ z_0)\right| > 0, \quad i\in\{1,\ 2\}.$$

Пусть $\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n$ – собственные числа матрицы *A*. Положим $\alpha = \max\limits_{1\leq k\leq n} \operatorname{Re}\lambda_k$, $\beta = \max\limits_{1\leq k\leq n}|\lambda_k|$, $\|B\| = \max\limits_{|z|=1}|Bz|$ – норма матрицы и $q = p/(p-1)$, $p>1$.

Лемма 1. Если $\alpha<0$, то *а*) при любом t $(t\geq 0)$ множество $Y(t)=\left\{\int\limits_0^t e^{A(t-s)}Bu(s)ds \;\middle|\; u(\cdot)\in U_1\right\}$, содержится в шаре $S_{R_1}=\left\{y\in\mathbb{R}^n \;\middle|\; |y|\leq R_1\right\}$, где $R_1=\rho M\|B\|\left(-\dfrac{1}{q\alpha}\right)^{1/q}$; *б*) для каждых $u(\cdot)\in U_1$, $\varepsilon>0$ и $t_0\geq 0$ существует число t^0 $(t^0>t_0)$, такое, что $\left|\int\limits_0^{t^0} e^{A(t^0-s)}Bu(s)ds\right|\leq\varepsilon.$

Теорема 1. Если $\alpha<0$, то при любом $u(\cdot)\in U_1$ имеет место равенство $\gamma\left(z_1\left(t,\ u(\cdot),\ z_0\right)\right)=0.$

Лемма 2. Если $\beta<1$, то *а*) при любом t $(t=1, 2, ...)$ множество $X(t)=\left\{\sum\limits_{j=0}^{t} A^j Bu(t-1-j) \;\middle|\; u(\cdot)\in U_2\right\}$ содержится в некотором шаре $S_{R_2}=\left\{x\in\mathbb{R}^n \;\middle|\; |x|\leq R_2\right\}$, где $R_2=\dfrac{\rho\|B\|}{1-\beta^q}$; *б*) для каждых $u(\cdot)\in U_2$, $\varepsilon>0$ и t_0 $(t_0=0, 1, 2, ...)$ существует число t^0 $(t^0>t_0)$, такое, что $\left|\sum\limits_{j=0}^{t^0} A^j Bu(t^0-j)\right|\leq\varepsilon.$

Теорема 2. Если $\beta<1$, то при любом $u(\cdot)\in U_2$ имеет место равенство $\gamma\left(z_2(t,u(\cdot),z_0)\right)=0.$

Условие (4), являющееся дискретным аналогом интегрального ограничения, называется суммарным ограничением. Целью задачи управления в системе (2), является осуществление равенства $z(t)=0$ при некотором t.

Критерий 0-управляемости в целом. С целью удобства формулировки условий управляемости и возможности завершения преследования, упростим вид системы (2) посредством невырожденного линейного преобразования. Понятия 0-управляемости и возможность завершения преследования из всех точек инвариантны относительно таких преобразований. Исходя из этого будем считать, что после линейной замены в системах (2) матрица коэффициентов приняла действительную жорданову форму

$$A = diag\left\{ I_1, I_2, \ldots, I_\tau, K_1, K_2, \ldots, K_\eta \right\},$$

где I_j – клетки, соответствующие собственным числам, отличным от 0, а K_j – клетки, соответствующие нулевым собственным числам (если таковые имеются, разумеется). Теперь систему (2) можно записать в виде

$$x(t+1) = A_1 x(t) + B_1 u(t), \qquad x \in \mathbb{R}^q, \tag{7}$$

$$y(t+1) = A_2 y(t) + B_2 u(t), \qquad y \in \mathbb{R}^{n-q}, \tag{8}$$

при этом все собственные числа действительной матрицы A_1, составленной из клеток I_α, отличны от нуля, а все собственные числа действительной матрицы A_2, составленной из клеток типа K_j, равны нулю. Размерности этих матриц равны $q \times q$ и $(n-q)\times(n-q)$ соответственно, а размерности B_1 и B_2 – $q \times m$ и $(n-q)\times m$ соответственно.

Лемма 3. Пусть $z_0 = (x_0, y_0)$ – произвольное начальное состояние. Предположим, что существует управление $\bar{u}(t)$, $t = 0, 1, \ldots, t_* - 1$, такое, что для соответствующей траектории $z(\cdot) = \big(x(\cdot), y(\cdot)\big)$ системы (2) окажется $x(t_*) = 0$. Если управление $\bar{u}(t)$ продолжить для $t = t_*, t_* + 1, \ldots,$ полагая $\bar{u}(t) = 0,$ то $z(t_* + n - q) = 0.$

Определение 1. Система (2) называется 0-управляемой в целом, если для произвольной начальной точки $z(0) = z_0$ существует управление $u(\cdot): \mathbb{N} \to \mathbb{R}^m$, такое, что для соответствующей траектории $z(\cdot)$ системы (2) имеет место равенство $z(t) = 0$ при некотором $t,$ $t \in \mathbb{N}.$

Теорема 3. Если B – единичная матрица, размерности $n \times n$ и все собственные числа матрицы A по модулю не превосходят единицы, то система (2) 0-управляема в целом.

Теорема 4. Система (2) 0-управляема в целом тогда и только тогда, когда выполнены следующие условия: *а*) все собственные числа матрицы A по модулю не превосходят единицы; *б*) система (7) управляема, т.е. $\operatorname{rank}\left\| B_1, A_1 B_1, \ldots, A_1^{q-1} B_1 \right\| = q.$

Примечание 1. При доказательстве теоремы 4 управление $u(t)$, которое переводит состояние системы (2) из исходного положения z_0 в $z = 0$, строится следующим образом: в каждом моменте $t = jq,$ $j \in \mathbb{N}$, управление выбрано в виде синтеза, в котором используются только $z(jq)$, а в интервале шагов от jq до $(j+1)q - 1$ $u(t)$ выбирается в виде программного управления. Следовательно, если выполнены условия а) и б) теоремы 4, то для любого $z_* \in \mathbb{R}^n$ и $\rho_* > 0$, существует $t_* \in \mathbb{N}$ и функция $U_1(t, z_*, \rho_*),$ $t \in \mathbb{N}$, такие, что

$$\sum_{t=0}^{\infty} \left| U_1(t, z_*, \rho_*) \right|^p \le \rho_*^p$$

и для траектории $z(\cdot)$ системы (2), порождаемой $u(t)=U_1(t, z_*, \rho_*)$, $t\in\mathbb{N}$, и $z(0)=z_*$ имеет место равенство $z(t_*)=0$.

Во второй главе диссертации, названной **«Управляемость линейных систем в условиях конфликта»**, исследована задача управляемости для линейных дискретных систем в условиях конфликта с суммарными ограничениями на управления игроков и получены новые достаточные условия завершения игры. Результаты опираются на понятии 0-управляемости системы и методы решения задачи управляемости. Приводится решение задачи группового преследования при координатных интегральных ограничениях на управления игроков и получены достаточные условия завершения игры для рассматриваемого случая.

Рассматривается линейная дискретная игра

$$z(t+1)=Az(t)+Bu(t)+Cv(t), \tag{9}$$

и дискретная система управляемая

$$z(t+1)=Az(t)+Bu(t), \tag{10}$$

где $z(t)\in\mathbb{R}^n$, $u(t)\in\mathbb{R}^m$, $v(t)\in\mathbb{R}^l$, t – номер шага (всюду параметр t принимает целые неотрицательные значения), A, B, C – постоянные матрицы размерностей $n\times n$, $n\times m$ и $n\times l$ соответственно, u – управляющий параметр преследователя, v – управляющий параметр убегающего.

Определение 2. Последовательности $u(\cdot):\mathbb{N}\to\mathbb{R}^m$ и $v(\cdot):\mathbb{N}\to\mathbb{R}^l$, удовлетворяющие условиям

$$\|u(\cdot)\|_{l_p}=\left(\sum_{t=0}^{\infty}|u(t)|^p\right)^{1/p}\le\rho,\quad \rho>0, \tag{11}$$

$$\|v(\cdot)\|_{l_p}=\left(\sum_{t=0}^{\infty}|v(t)|^p\right)^{1/p}\le\sigma,\quad \sigma\ge0, \tag{12}$$

соответственно, называются допустимыми управлениями преследователя и убегающего ($\mathbb{N}$ – множество неотрицательных целых чисел и $p>1$). Условия (11) и (12) являются дискретными аналогами интегральных ограничений и называются суммарными ограничениями.

В частном случае, когда $\sigma=0$, т.е. когда убегающая сторона отсутствует, уравнение (9) превращается в уравнение (10) и динамическая игра становится управляемой системой с суммарным ограничением на параметр управления.

Целью задачи преследования в игре (9), а при отсутствии убегающего задачи управления в системе (10), является осуществление равенства $z(t)=0$ при некотором t. Здесь $z(t)$ – траектория, являющаяся решением уравнения (9) с определенным начальным условием, $z(0)=z_0$, когда игроками выбраны конкретные способы управления параметрами u и v.

Определение 3. Функция $U(t,z,v)$, $U:\mathbb{R}\times\mathbb{R}^n\times\mathbb{R}^l\to\mathbb{R}^m$ называется предстратегией преследователя.

Если задана начальная точка z_0, предстратегия U и управление убегающего $v(\cdot)$, то тройка $(z_0, U, v(\cdot))$ однозначно порождает траекторию $z(\cdot)$ по рекуррентной формуле

$$z(t+1) = Az(t) + BU\left(t, z(t), v(t)\right) + Cv(t), \quad z(0) = z_0.$$

При этом последовательность $u(t) = U\left(t, z(t), v(t)\right)$ называется реализацией предстратегии U. Предстратегия U называется стратегией преследователя, если все ее реализации (при фиксированном z_0) удовлетворяют условию (11). Аналогично определяется стратегия $V(t, z)$.

По определению, в игре (9) из точки z_0 возможно завершение преследования, если существует стратегия преследователя U такая, что при любом управлении $v(\cdot)$ убегающего игрока траектория $z(\cdot)$, порождаемая z_0, U и $v(\cdot)$, удовлетворяет условию $z(t) = 0$ при некотором t, $t \in \mathbb{N}$.

Также, в игре (9) из точки z_0 возможно убегания, если существует стратегия преследователя V такая, что при любом управлении $u(\cdot)$ преследующего игрока траектория $z(\cdot)$, порождаемая z_0, V и $u(\cdot)$, удовлетворяет условию $z(t) \neq 0$ при всех t, $t \in \mathbb{N}$.

Цель преследователя – реализовать равенство $z(t) = 0$ при некотором t.

Пусть $S_r^l = \left\{ x \in \mathbb{R}^l \,\middle|\, |x| \leq r \right\}$ единичный шар пространства $\mathbb{R}^l$ с радиусом r и центром в начале координат.

Теорема 5. Пусть существует число $\mu > 1$, такое, что

$$\mu\sigma CS_1^l \subset \rho \operatorname{int} BS_1^m. \tag{13}$$

Тогда следующие утверждения равносильны: *а*) система (10) 0-управляема в целом; *б*) в игре (9) возможно завершение преследования из любой начальной точки пространства $\mathbb{R}^n$.

Теорема 6. Если $\beta < 1$ и $\dim BS_1^m = n,$ то в игре (9)-(12) преследование может быть завершено из любой начальной точки $z_0 \in \mathbb{R}^n$.

Пример 1. Рассмотрим следующую дискретную систему в $\mathbb{R}^2$

$$z(t+1) = \begin{bmatrix} 0.3 & -0.4 \\ 0.4 & 0.3 \end{bmatrix} z(t) + \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 3 & 1 & 4 & 5 \end{bmatrix} v(t),$$

где $z(t) \in \mathbb{R}^2$, $u(t) = \left(u_1(t), u_2(t), u_3(t)\right)$ и $v(t) = \left(v_1(t), v_2(t), v_3(t), v_4(t)\right)$.

Собственные значения матрицы $A = \begin{bmatrix} 0.3 & -0.4 \\ 0.4 & 0.3 \end{bmatrix}$ равны $\lambda_{1,2} = 0.3 \pm 0.4i$, при этом $\left|\lambda_{1,2}\right| = 0.5 < 1$. Нетрудно убедиться, что $\dim BS_1^3 = 2$, где $BS_1^3 = \left\{ B\xi \;\middle|\; \xi = (\xi_1, \xi_2, \xi_3),\ \xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2 \leq 1 \right\}$.

Таким образом, все условия теоремы 6 выполнены, и поэтому преследование может быть завершено с любой начальной точки $z_0 \in \mathbb{R}^2$.

Далее рассматривается дифференциальная игра преследования нескольких преследователей и одного убегающего, которая описывается следующими дифференциальными уравнениями

$$\dot{x}_i = u_i, \qquad x_i(0) = x_{i0}, \tag{14}$$

$$\dot{y} = v, \qquad y(0) = y_0, \tag{15}$$

где x_i, y, u_i, $v \in \mathbb{R}^2$, $x_{i0} \neq y_0$, $u_i = (u_{i1}, u_{i2})$ параметры управления преследователя x_i, $i = 1, 2, ..., m$, и v – параметр управления убегающего y.

Определение 4. Допустимым управлением преследователя – x_i назовем измеримую функцию $u_i(t) = \left(u_{i1}(t), u_{i2}(t)\right)$, $t \geq 0$, каждая координата, которой удовлетворяет интегральным ограничениям вида

$$\int_0^\infty u_{i1}^2(s)ds \leq \rho_{i1}^2, \qquad \int_0^\infty u_{i2}^2(s)ds \leq \rho_{i2}^2, \tag{16}$$

где ρ_{i1} и ρ_{i2} $(i = 1, 2, ..., m)$ заданные положительные числа.

Определение 5. Допустимым управлением убегающего – y назовем измеримую функцию $v(t) = \left(v_1(t), v_2(t)\right)$, $t \geq 0$, каждая координата, которой удовлетворяет интегральным ограничениям вида

$$\int_0^\infty v_1^2(s)ds \leq \sigma_1^2, \qquad \int_0^\infty v_2^2(s)ds \leq \sigma_2^2, \tag{17}$$

где σ_1 и σ_2 заданные положительные числа.

Условия типа (16) и (17) принято называть покоординатными интегральными ограничениями.

Определение 6. Функция $U_i(t, y, v) = \left(U_{i1}(t, y, v), U_{i2}(t, y, v)\right)$, $U_i : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ называется стратегией преследователя – x_i, если для произвольного допустимого управления убегающего $v = v(t)$, $t \geq 0$, задача Коши

$$\dot{x}_i = U_i(t, y, v), \qquad x_i(0) = x_{i0},$$

$$\dot{y} = v, \qquad y(0) = y_0,$$

имеет единственное решение $\left(x_i(\cdot), y(\cdot)\right)$, $t \geq 0$, и вдоль этого решения выполняются следующие ограничения

$$\int_0^\infty U_{i1}^2\left(t, y(t), v(t)\right)dt \leq \rho_{i1}^2, \qquad \int_0^\infty U_{i2}^2\left(t, y(t), v(t)\right)dt \leq \rho_{i2}^2.$$

По определению, преследование считается завершенным в игре (14)-(17) из начальной точки $\{y_0, x_{10}, x_{20}, ..., x_{m0}\}$, если существует стратегия преследователя, такая, что для любого допустимого управления убегающего равенство $x_s(\tau) = y(\tau)$ выполняется для некоторых $\tau \geq 0$ и $s \in \{1, 2, ..., m\}$.

Вводим следующие обозначения

$$S_1 = \left\{ \left(\sigma_1^2, \sigma_2^2\right) \middle| \; \sigma_2^2 < \sum_{i \in I(\sigma_1)} \rho_{i2}^2 \right\}, \quad S_2 = \left\{ \left(\sigma_1^2, \sigma_2^2\right) \middle| \; \sigma_1^2 < \sum_{i \in I(\sigma_2)} \rho_{i1}^2 \right\}, \quad S = S_1 \cup S_2,$$

где $I(\sigma_1)=\{i \mid \sigma_1<\rho_{i1}\}$, $I(\sigma_2)=\{i \mid \sigma_2<\rho_{i2}\}$.

Теорема 7. Если $\left(\sigma_1^2,\sigma_2^2\right)\in S$, то преследование может быть завершено в игре (14)-(17) из любой начальной точки $\{y_0, x_{10}, x_{20}, ..., x_{m0}\}$.

Пример 2. Пусть $m=5$ и $\left(\rho_{11}^2,\rho_{12}^2\right)=(1,2)$, $\left(\rho_{21}^2,\rho_{22}^2\right)=(2,3)$, $\left(\rho_{31}^2,\rho_{32}^2\right)=(2,4)$, $\left(\rho_{41}^2,\rho_{42}^2\right)=(3,6)$, $\left(\rho_{51}^2,\rho_{52}^2\right)=(5,1)$ в плоскости ресурсов $\left(\sigma_1^2,\sigma_2^2\right)$. Если вектор ресурсов $\left(\sigma_1^2,\sigma_2^2\right)$ убегающего принадлежит $S=S_1\cup S_2$, то преследование может быть завершено.

В третьей главе диссертации, названной «**Задача преследования в нелинейных дифференциальных играх**», изучаются нелинейные игровые дифференциальные системы с геометрическими ограничениями на управления игроков. Примером таких систем может служить задача перехвата в нелинейной среде. Для класса таких игр построено обобщение стратегии параллельного сближения и установлены достаточные условия разрешимости задачи перехвата.

Рассмотрим дифференциальную игру, в которой X – преследователь и Y – убегающий, имеющие радиус-вектора x и y соответственно, перемещаются в пространстве $\mathbb{R}^n$ и их динамика движения описываются дифференциальными уравнениями вида

$$\dot{x}=u+f(t,x), \qquad x(0)=x_0, \tag{18}$$

$$\dot{y}=v+f(t,y), \qquad y(0)=y_0, \tag{19}$$

где $x,y\in\mathbb{R}^n$, $n\ge 2$; x_0,y_0 – начальные состояния объектов X и Y. Векторы u и v служат параметрами управления соответствующих объектов. При этом временное изменение параметра управления u должно быть измеримой функцией $u(\cdot):[0,\infty)\to\mathbb{R}^n$ и удовлетворять условию

$$|u(t)|\le\rho \quad \text{почти для всех} \quad t\ge 0, \tag{20}$$

где ρ – заданное неотрицательное число. Аналогично, временное изменение параметра управления v также должно быть измеримой функцией $v(\cdot):[0,\infty)\to\mathbb{R}^n$ и удовлетворять условию

$$|v(t)|\le\sigma \quad \text{почти при всех} \quad t\ge 0, \tag{21}$$

где σ – заданное неотрицательное число.

В теории дифференциальных игр неравенства (20) и (21) обычно принято называть геометрическими ограничениями на функции управления. Класс всех допустимых управлений преследования обозначим U, класс всех допустимых управлений убегающего обозначим V.

Предположение 1. Пусть функция $f(t,x)$, определенная на множестве $D=R_+\times\mathbb{R}^n$, $R_+=[0,\infty)$, удовлетворяет следующим условиям: 1) при почти всех t непрерывна по x; 2) измерима по t при каждом x; 3) для каждого компактного множества Q из D существует интегрируемая функция $m(\cdot): R_+ \to R_+$ такая, что $\left|f(t,x)\right| \le m(t),\ (t,x)\in Q.$

Предположение 2. Существует суммируемая функция $k: R_+ \to R_+$ такая, что
$$\left|f(t,x)-f(t,y)\right| \le k(t)\left|x-y\right| \tag{22}$$
для всех $x, y \in \mathbb{R}^n$.

В дифференциальной игре (18)-(19) целью преследователя X является осуществить за конечное время перехват убегающего Y, то есть выполнения равенства
$$x(t) = y(t), \tag{23}$$
где $x(t)$ и $y(t)$ являются траекториями игроков, сгенерированными в процессе игры. Убегающий Y пытается избежать встречи и, если это невозможно, то отодвинуть момент встречи, насколько это возможно. Естественно, это предварительная постановка задачи.

Определение 7. Пусть функция $u(t,x,y,v): R_+ \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \times S_\sigma \to S_\rho$ удовлетворяет следующим условиям: 1) $u(t,x,y,v)$ при почти всех t определена и непрерывна по (x,y,v); 2) $u(t,x,y,v)$ измерима по t при каждом (x,y,v). Тогда назовем функцию $u(t,x,y,v)$ стратегией для преследователя X, где S_ϱ – шар радиуса ϱ и с центром в начале координат пространства $\mathbb{R}^n$.

Определение 8. Пусть $v(\cdot)\in V$ произвольное допустимое управление убегающего. Решение $y(t)$ уравнения Каратеодори
$$\dot{y} = v(t) + f(t,y), \qquad y(0) = y_0,$$
назовем траекторией убегающего игрока. Тогда для задачи преследования траекторией преследователя назовем решение $x(t)$ следующего вида уравнения Каратеодори
$$\dot{x} = u(t,x,y(t),v(t)) + f(t,x), \qquad x(0) = x_0.$$

Определение 9. Стратегия $u(t, x, y, v)$ называется гарантирующим завершение преследования в промежутке времени $(0,T]$ в игре (18)-(22), если для каждого $v(\cdot)\in V$ существует такой момент $t^* \in [0,T]$, то выполнено равенство $x(t^*) = y(t^*)$.

Определение 10. Если $\rho \ge |w|$, то функцию
$$u(t,w) = w - \lambda(t,w)\xi_0, \quad \lambda(t,w) = \langle w,\xi_0\rangle + \sqrt{\langle w,\xi_0\rangle^2 + \rho^2 - |w|^2}, \tag{24}$$
назовем Π-стратегией для преследователя в игре (18)-(22), где $\xi_0 = z_0/|z_0|$, $w = v + f(t,y) - f(t,x)$ и здесь $|u(t,w)| = \rho$.

Предположение 3. Пусть

а) существует положительный корень уравнения
$$\Psi(t) = 0 \tag{25}$$

относительно к t, где $\Psi(t)=|z_0|-(\rho-\sigma)\int\limits_0^t \exp\left(-\int\limits_0^s k(\tau)d\tau\right)ds$;

б) выполнено неравенство

$$\rho > \sigma + k(t)\max_{t\in[0,T]}\Phi(t),\ t\in(0,T],$$

где $T=\min\{t:\Psi(t)=0\}$ и $\Phi(t)=\exp\int\limits_0^t k(s)ds\,\Psi(t)$.

Теорема 8. Пусть выполнены предположения 1-3. Тогда Π-стратегия (24) гарантирует завершения преследования в промежутке времени $(0,T]$ для игрока X в игре (18)-(22), где T – наименьший положительный корень уравнения (25).

Пример 3. Рассмотрим дифференциальную игру

$$\begin{aligned} \dot{x} &= u + Ax, \qquad x(0)=x_0,\\ \dot{y} &= v + Ay, \qquad y(0)=y_0, \end{aligned} \tag{26}$$

где $x,y\in\mathbb{R}^n$, $n\geq 2$; $|u|\leq\alpha$, $|v|\leq\beta$; A – действительная постоянная матрица размера $n\times n$.

Теорема 9. Если $\alpha>\beta+\|A\||z_0|$, то Π-стратегия (24) завершает игру на интервале $[0,T_A]$ в игре (26), где $T_A=\dfrac{1}{\|A\|}\ln\dfrac{\alpha-\beta}{\alpha-\beta-\|A\||z_0|}$ при $\|A\|\neq 0$ и $T_A=\dfrac{|z_0|}{\alpha-\beta}$ при $\|A\|=0$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Диссертационная работа посвящена исследованию задач управляемости и преследования в линейных и нелинейных динамических системах при разнотипных ограничениях.

Основные результаты исследования состоят в следующем:

1. Для задачи управляемости линейных дифференциальных систем с интегральными ограничениями на управления доказано, что если собственные числа матрицы A имеют неотрицательных действительных частей, то значение функционала качества равна нулю при всех допустимых управлениях.

2. Для задачи управляемости линейных дискретных систем с суммарными ограничениями на управления доказано, что если все собственные числа матрицы A имеют значения меньше единицы, то значение функционала качества равна нулю при всех допустимых управлениях.

3. Решена задача 0-управляемости в линейных дискретных системах с суммарными ограничениями на управления и при этом получены необходимые и достаточные условия разрешимости задачи управляемости.

4. Исследована связь между 0-управляемостью и глобальной разрешимостью задачи преследования в системах, описываемый линейными дискретными системами. Стратегия преследователя строится по состоянии игры $z(t)$ и по текущей значении управления убегающего $v(t)$. Найдено условие, при котором 0-управляемость совпадает с глобальной разрешимостью задачи преследования. При этом доказано, что если собственные числа основной матрицы меньше единицы, то возможно завершения преследования из любой начальной точки.

5. Для решения задачи группового преследования при координатных интегральных ограничениях на управления игроков получены новые достаточные условия завершения игры. При этом показано, что для завершения игры группового преследования, сумма координатных ресурсов преследователей должно быть больше чем суммы соответстующих координатных ресурсов убегающего.

6. Для одного класса нелинейных дифференциальных игр построены аналоги стратегии параллельного преследования, позволяющие наилучшее сближение игроков и изучена её структура в зависимости от параметров.

Полученные результаты и методы, предложенные в диссертации, применимы в дальнейших исследованиях по теории управляемых процессов, протекающих в условиях конфликта. В диссертации результаты по управляемости и решению задач преследования переводятся к дискретным системам с суммарными ограничениями на управления игроков. Поскольку, все больше актуальным становятся моделирование динамических процессов непосредственно в виде дискретных систем, что лучше приспособлено к составлению компьютерных программ.

SCIENTIFIC COUNCIL AWARDING SCIENTIFIC DEGREES
PhD.03/30.12.2019.FM.05.04 FERGANA STATE UNIVERSITY

UZBEKISTAN ACADEMY OF SCIENCES
V.I.ROMANOVSKIY INSTITUTE OF MATHEMATICS

SOTVOLDIYEV AKMALJON IBROXIMOVICH

THE PROBLEMS OF CONTROLLABILITY AND PURSUIT IN LINEAR AND NONLINEAR DYNAMICAL SYSTEMS UNDER DIFFERENT TYPE OF CONSTRAINTS

01.01.02 – Differential equations and mathematical physics
(Physical and mathematical sciences)

ABSTRACT OF DISSERTATION OF THE DOCTOR OF PHILOSOPHY (PhD)
ON PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

Fergana – 2020

The theme of dissertation of doctor of philosophy (PhD) on physical and mathematical sciences was registered at the Supreme Attestation Commission at the Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan under number B2020.2.PhD/FM10.

Dissertation has been prepared at V.I.Romanovskiy Institute of Mathematics, Uzbekistan Academy of Sciences.

The abstract of the dissertation is posted in three languages (Uzbek, Russian, English (resume)) on the website (www.far.du) and the "Ziyonet" information and educational portal (www.ziyonet.uz).

Scientific supervisors:	**Kuchkarov Atamurat Shamuratovich** Doctor of Physical and Mathematical Sciences
	Samatov Baxrom Tadjiaxmatovich Doctor of Physical and Mathematical Sciences
Official opponents:	**Tuxtasinov Muminjon** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor
	Karimov Kamoliddin Tuychiboyevich Candidate of Physical and Mathematical Sciences
Leading organization:	**Samarkand State University**

Defense will take place "____" __________ 2020 at ____ at the meeting of Scientific Council number PhD.03/30.12.2019.FM.05.04 at Fergana State University (Address: Murabbiylar str. 19, Fergana, Uzbekistan, 150100, Phone: (+99873) 244-44-02, fax: (+99873) 244-44-93, e-mail: fardu_info@umail.uz).

Dissertation is possible to review in Information-resource centre at Fergana State University (is registered № ____). (Address: Murabbiylar str. 19, Fergana, Uzbekistan, 150100, Phone: (+99873) 244-44-94).

Abstract of dissertation sent out on "___" _________ 2020 year.
(Mailing report No. ____ on "___" ____________ 2020 year).

A.K.Urinov
Chairman of Scientific Council on award of scientific degrees, D.Ph.M.S., Professor

I.U.Haydarov
Scientific Secretary of Scientific Council on award of scientific degrees, C.Ph.M.S.

Sh.T.Karimov
Chairman of Scientific Seminar under Scientific Council on award of scientific degrees, D.Ph.M.S.

INTRODUCTION (abstract of the PhD thesis)

The aim of the research work is to establish a connection between the controllability and pursuit problems in linear differential and discrete systems with corresponding integral and total restrictions on the controls, as well as to solve nonlinear differential pursuit games by the parallel-approach method.

The object of the research work is the controllability of linear and nonlinear differential equations, as well as linear discrete dynamical systems.

The scientific novelty of the research work consists of the following:

Methods for solving the controllability problem in linear differential systems with integral constraints, as well as discrete systems with summary constraints are developed;

The 0-controllability problem in linear discrete systems with a summary control constraint is solved and the necessary and sufficient solvability conditions are obtained;

The controllability problem for linear discrete systems in a conflict with summary constraints is investigated and sufficient conditions for completing the game are obtained;

Sufficient conditions for the completion of the game for the group pursuit problem under coordinate integral constraints on player controls are obtained;

A strategy of parallel pursuit for one class of nonlinear differential games is constructed;

An effective method for solving non-linear differential pursuit games that generalizes the classical parallel-approach method with a simple movement of players is proposed.

Implementations of the research results. The obtained results on the controllability and pursuit problem in linear and nonlinear dynamical systems under different type constraints are applied in practice in the following areas:

Solving a system of linear differential equations with integral constraints on control, the connection between the global solution of the system and 0-controllability was used on the research project 01-01-16-1840FR of the Mathematical Department of the Faculty of Natural Sciences of Putra University in Malaysia to solve the problem of the group pursuit in the Hilbert space with integral constraints on player control, and also to solve the pursuit-evasion problems with the participation of two pursuers and one evader for the case of the coordinate integral constraints on player control (the certificate from Putra Malaysia University, February 4, 2020. PM.02.04/1/3). The application of scientific results makes it possible to develop new methods for solving linear and nonlinear controlled differential games;

Solving a system of linear discrete equations with total control constraints was used during research work of the laboratory of mathematical and computer modeling on the subject of research No AAAA-B19-219021990010-4 “Image processing based on EYETRACKING technology” (the reference from Kamchatka State University named Vitus Bering, February 26, 2020. No 111-01). The application of scientific results makes it possible to restore and improve the quality of images using the methods of solving linear discrete systems.

Эълон қилинган ишлар рўйхати
Список опубликованных работ
List of published works

I бўлим (часть 1; part 1)

1. Сотволдиев А.И. Об одной задаче управления в линейных дифференциальных и дискретных системах // Узбекский математический журнал. Ташкент, 2012. № 4, С. 86-94. (01.00.00; № 6)

2. Kuchkarov A.Sh., Ibragimov G.I., Sotvoldiyev A.I. Linear Discrete Pursuit Game Problem with Total Constraints // Abstract and Applied Analysis. 2013. Vol. 2013, Article ID 840925, 5 pages. (№ 3. Scopus. IF: 0,28)

3. Kuchkarov A.Sh., Ibragimov G.I., Sotvoldiyev A.I. On 0-Controllability and Pursuit Problems for Linear Discrete Systems under Total Constraints on Controls // Selected papers: International Conference on Mathematical Sciences and Statistics 2013. Springer Singapore, Heidelberg, New York, Dordrecht, London. 2014. pp. 31-36. (№ 11. Springer)

4. Сотволдиев А.И. О задаче 0-управляемости линейной дискретной системы с суммарными ограничениями на управление // Узбекский математический журнал. Ташкент, 2014. № 4, С. 128-133. (01.00.00; № 6)

5. Idham Arif Alias, Ibragimov G.I., Kuchkarov A.Sh., Sotvoldiyev A.I. Differential Game with Many Pursuers when Controls are Subjected to Coordinate-wise Integral Constraints // Malaysian Journal of Mathematical Sciences. Malaysia. 2016. Vol. 10, No. 2, pp. 195-207. (№ 3. Scopus. IF: 0,55)

6. Samatov B.T., Sotvoldiyev A.I. Intercept problem in dynamic flow field // Uzbek Mathematical Journal. Tashkent, 2019. No. 2, pp. 103-112. (01.00.00; № 6)

II бўлим (часть 2; part 2)

7. Сотволдиев А.И. О задаче управления в линейных дифференциальных и дискретных системах // «Уравнения смешанного типа и родственные проблемы анализа и информатики». Материалы второй Межд. Рос.-Узб. симп. Эльбрус, Россия. 2012. С. 243-245.

8. Кучкаров А.Ш., Сотволдиев А.И. Связь между задачами преследования, управляемости и устойчивости в линейных системах // «Операторные алгебры и смежные проблемы». Тез. докл. Рес. науч. конф. Ташкент, Узбекистан. 2012. С. 169-170.

9. Кучкаров А.Ш., Сотволдиев А.И. Линейная дискретная игра преследования с суммарными ограничениями на управление // «Актуальные проблемы прикладной математики и информационных технологий – Аль-Хорезми 2012». Материалы Межд. науч. конф. Ташкент, Узбекистан. 2012. С. 303-305.

10. Сотволдиев А.И. О возможности завершение преследования в линейных системах при различных ограничениях на параметры управления // «Современные проблемы дифференциальных уравнений и их приложения». Тез. докл. Рес. науч. конф. Ташкент, Узбекистан. 2013. С. 288-290.

11. Кучкаров А.Ш., Сотволдиев А.И. О применении $\pi-$стратегии при преследовании точки, убегающей по заданной кривой // «Неклассические уравнения математической физики и их приложения». Тез. докл. Рес. науч. конф. Ташкент, Узбекистан. 2014. С. 280-281.

12. Кучкаров А.Ш., Сотволдиев А.И. Об одной задаче управления в линейных системах // «Алгебра, анализ и квантовая вероятность». Тез. докл. Рес. науч. конф. Ташкент, Узбекистан. 2015. С. 222-223.

13. Азамов А., Сотволдиев А.И. Альтернатива для топологических игр с фазовыми ограничениями // «Проблемы современной топологии и ее приложения». Тез. докл. Рес. науч. конф. Ташкент, Узбекистан. 2016. С. 132-133.

14. Сотволдиев А.И. Об одной задаче 0-управляемости линейной дискретной системы с суммарными ограничениями на управление // «Актуальные проблемы прикладной математики и физики». Материалы Межд. науч. конф. Нальчик-Терскол, Россия. 2017. С. 195-196.

15. Сотволдиев А.И. Теореме о взаимосвязи между задачами преследования, управляемости и устойчивости в линейных системах // «Актуальные проблемы дифференциальных уравнений и их приложения». Тез. докл. Рес. науч. конф. Ташкент, Узбекистан. 2017. С. 142-143.

16. Сотволдиев А.И. О задаче управляемости и преследование в линейных дискретных системах с суммарными ограничениями на управление // «Актуальные проблемы прикладной математики». Материалы IV-ая Межд. науч. конф. Нальчик-Эльбрус, Россия. 2018. С. 233.

17. Samatov B.T., Sotvoldiyev A.I. Pursuit problem for the nonlinear differential games // Abstracts of Uzbek-Israel joint international conference “STEMM-2019”. Tashkent, Uzbekistan. 2019. Pp. 127.

18. Сотволдиев А.И. Управляемость и задача преследования в линейных дискретных систем с суммарными ограничениями на управления // «Современные проблемы математики и информатики». Том 1. Материалы Рес. науч.-практ. конф. Фергана, Узбекистан. 2019. С. 106-107.

19. Саматов Б.Т., Сотволдиев А.И. The Strategy of Parallel pursuit in the Nonlinear Differential Games // «Управление, оптимизация и динамические системы – CODS-2019». Тез. докл. Рес. науч. конф. Андижан, Узбекистан. 2019. С. 34-35.

20. Сотволдиев А.И. Преследования в линейной дифференциальной игре с геометрическими ограничениями // «Современные проблемы дифференциальных уравнений и смежных разделов математики». Том 1. Тез. докл. Межд. науч. конф. Фергана, Узбекистан. 2020. С. 342-343.

Автореферат «Ўзбекистон математика журнали» таҳририятида таҳрирдан ўтказилди (00.00.2020 йил).