ТОШКЕНТ АХБОРОТ ТЕХНОЛОГИЯЛАРИ УНИВЕРСИТЕТИ ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ DSc.13/30.12.2019.Т.07.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

ТОШКЕНТ АХБОРОТ ТЕХНОЛОГИЯЛАРИ УНИВЕРСИТЕТИ ҲУЗУРИДАГИ АХБОРОТ-КОММУНИКАЦИЯ ТЕХНОЛОГИЯЛАРИ ИЛМИЙ-ИННОВАЦИОН МАРКАЗИ

МУХАМЕДИЕВА ДИЛДОРА КАБИЛОВНА

БИОЛОГИК ПОПУЛЯЦИЯНИНГ КРОСС-ДИФФУЗИОН СИСТЕМАЛАРИНИ КОМПЬЮТЕРЛИ МОДЕЛЛАШТИРИШ

05.01.07-Математик моделлаштириш. Сонли усуллар ва дастурлар мажмуи

ТЕХНИКА ФАНЛАРИ ДОКТОРИ (DSc) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

Тошкент – 2020

УДК: 519.957

Докторлик (DSc) диссертацияси автореферати мундарижаси

Оглавление автореферата докторской (DSc) диссертации

Contents of the abstract of Doctoral (DSc) dissertasion

Мухамедиева Дилдора Кабиловна
Биологик популяциянинг кросс-диффузион системаларини компьютерли моделлаштириш. 3

Мухамедиева Дилдора Кабиловна
Компьютерное моделирование кросс-диффузионных систем биологической популяции……………………….... 27

Mukhamediyeva Dildora Kabilovna
Computer modeling of cross-diffusion systems of biological population. 51

Эълон қилинган ишлар рўйҳати
Список опубликованных работ
List of published works 55

ТОШКЕНТ АХБОРОТ ТЕХНОЛОГИЯЛАРИ УНИВЕРСИТЕТИ ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ DSc.13/30.12.2019.T.07.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

ТОШКЕНТ АХБОРОТ ТЕХНОЛОГИЯЛАРИ УНИВЕРСИТЕТИ ҲУЗУРИДАГИ АХБОРОТ-КОММУНИКАЦИЯ ТЕХНОЛОГИЯЛАРИ ИЛМИЙ-ИННОВАЦИОН МАРКАЗИ

МУХАМЕДИЕВА ДИЛДОРА КАБИЛОВНА

БИОЛОГИК ПОПУЛЯЦИЯНИНГ КРОСС-ДИФФУЗИОН СИСТЕМАЛАРИНИ КОМПЬЮТЕРЛИ МОДЕЛЛАШТИРИШ

05.01.07-Математик моделлаштириш. Сонли усуллар ва дастурлар мажмуи

ТЕХНИКА ФАНЛАРИ ДОКТОРИ (DSc) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

Тошкент – 2020

Техника фанлар доктори (DSc) диссертацияси мавзуси Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамаси ҳузуридаги Олий аттестация комиссиясида B2019.4. DSc /T242 рақам билан рўйхатга олинган.

Диссертация Тошкент ахборот технологиялари университети ҳузуридаги Ахборот-коммуникация технологиялари илмий-инновацион марказида бажарилган.

Диссертация автореферати уч тилда (ўзбек, рус, инглиз (резюме)) Илмий кенгаш веб-саҳифасида (www.tuit.uz) ва "Ziyonet" Ахборот таълим порталида (www.ziyonet.uz) жойлаштирилган.

Илмий маслаҳатчи:	**Арипов Мерсаид Мирсидикович** физика-математика фанлари доктори, профессор
Расмий оппонентлар:	**Равшанов Нормахмат** техника фанлари доктори, профессор
	Утеулиев Ниетбай Утеулиевич физика-математика фанлари доктори, профессор
	Маматов Алишер Зулунович техника фанлари доктори, профессор
Етакчи ташкилот:	**Тошкент давлат техника университети**

Диссертация ҳимояси Тошкент ахборот технологиялари университети ҳузуридаги DSc.13/30.12.2019.T.07.01 рақамли Илмий кенгашнинг 2020 йил « 27 » июль соат 10^{00} даги мажлисида бўлиб ўтади. (Манзил: 100202, Тошкент шаҳри, Амир Темур кўчаси, 108-уй. Тел.: (99871) 238-64-43, факс: (99871) 238-65-52, e-mail: tuit@tuit.uz).

Диссертация билан Тошкент ахборот технологиялари университети Ахборот-ресурс марказида танишиш мумкин (161 рақам билан рўйхатга олинган). (Манзил: 100202, Тошкент шаҳри, Амир Темур кўчаси, 108-уй. Тел.: (99871) 238-65-44).

Диссертация автореферати 2020 йил «15» июль куни тарқатилди.
(2020 йил «2» июль даги 10 рақамли реестр баённомаси.)

Р.Х.Хамдамов
Илмий даражалар берувчи илмий кенгаш раиси, т.ф.д., профессор

Ф.М.Нуралиев
Илмий даражалар берувчи илмий кенгаш илмий котиби, т.ф.д., доцент

М.Б.Хидирова
Илмий даражалар берувчи илмий кенгаш қошидаги илмий семинар раиси, т.ф.д., катта илмий ходим

КИРИШ (фан доктори (DSc) диссертацияси аннотацияси)

Диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати. Бугунги кунда дунёда ночизиқли биологик популяция жараёнларининг математик моделларини сифат хоссаларини аналитик ва сонли жиҳатдан ўрганишга алоҳида эътибор қаратилмоқда. «БМТ нинг популяция бўлими башоратига кўра 2050 йилга келиб ер аҳолисининг сони 9 700 миллионга етади. Оптимистик башоратга кўра, 2057-2058 йилларга келиб Ўзбекистонда 50 миллиондан ортиқ киши истиқомат қилади, 2100 йилга келиб эса аҳоли сони 65 миллионга етиши кутилмоқда. Кучайган режимда аҳолининг гиперболик ўсиши ночизиқли дифференциал тенгламани ечишда асосий функцияга айланади»[1]. Дунёнинг ривожланган мамлакатларида, жумладан АҚШ, Япония, Испания, Германия, Буюк Британия, Франция, Россия Федерацияси, Ўзбекистон ва бошқаларда ночизиқли математик моделларни ишлаб чиқиш ва қўллаш бўйича фаол илмий тадқиқотлар олиб борилмоқда.

Жаҳонда бир қатор фундаментал муаммоларнинг ночизиқли жараёнларини моделлаштириш бўйича кенг кўламли ишлар олиб борилмоқда. Шундай бўлишига қарамай, биологик популяция ночизиқли масалаларини ечишга йўналтирилган усул ва алгоритмларни яратиш масалалари тўла даражада ўрганилмаган, бу эса ночизиқли кросс-диффузия моделалрини ишлаб чиқиш заруратини вужудга келтиради.

Республикамизда барча иқтисодий ва ижтимоий соҳаларига ахборот-коммуникация технологияларини жорий қилишга алоҳида эътибор қаратилмоқда. 2017-2021 йилларда Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантириш бўйича Ҳаракатлар стратегиясида, жумладан «... иқтисодиёт, ижтимоий соҳа, бошқарув тизимига ахборот-коммуникация технологияларини жорий этиш»[2] вазифалари белгиланган. Мазкур вазифаларни амалга оширишда ночизиқли ажратиш алгоритми асосида фазонинг ўлчамига кўра бир ва кўп компонентали рақобатлашувчи биологик популяция жараёнларини компьютерли моделлаштириш бўйича кўплаб тадбирлар юқори даражада олиб борилган бўлиб, маълум натижаларга эришилди. Бу соҳада квазичиқли биологик популяция тенгламалар системасининг асимптотикаларини ҳамда сонли ечиш усулларини ўрганиш асосида Ўзбекистон Республикаси аҳолисининг ўсишида кузатиладиган сабаб-натижавий боғланишларни аниқлаш имкониятини такомиллаштириш, ушбу модел доирасида инфекцион касалликларнинг тарқалиш тўлқини каби ҳодисаларни ҳамда беморлар сонининг мураккаб фазовий-вақт динамикасининг мавжудлигини изоҳлаш долзарб вазифалардан бири ҳисобланади.

Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2017 йил 7 февралдаги ПФ-4947-сон «Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантириш бўйича Ҳаракатлар стратегияси тўғрисидаги»ги, 2018 йил 19 февралдаги

---

[1] http://spkurdyumov.ru/biology/ocherk-teorii-rosta-chelovechestva-kapica/2/

[2] Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2017 йил 7-февралдаги ПФ-4947-сон "Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантириш бўйича Ҳаракатлар стратегими тўғрисида" ги Фармони

ПФ-5349-сон «Ахборот технологиялари ва коммуникациялар соҳасини янада такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида»ги Фармонлари, 2017 йил 29 августдаги ПҚ-3245-сон «Ахборот-коммуникация технологиялари соҳасида лойиҳа бошқаруви тизимини янада такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида»ги Қарори ҳамда мазкур фаолиятга тегишли бошқа меъёрий-ҳуқуқий хужжатларда белгиланган вазифаларни амалга оширишга ушбу диссертация тадқиқоти муайян даражада хизмат қилади.

Тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устувор йўналишларига мослиги. Мазкур тадқиқот республика фан ва технологиялар ривожланишининг IV. «Ахборотлаштириш ва ахборот-коммуникация технологияларини ривожлантириш» устувор йўналиши доирасида бажарилган.

Диссертация мавзуси бўйича хорижий илмий-тадқиқотлар шарҳи[3]. Кўпгина етакчи илмий марказлар ҳамда олий таълим муассасаларда ночизиқли масалаларнинг турли хил хоссаларини ўрганишга йўналтирилган илмий изланишлар олиб борилади, хусусан, Oxford University, University of Cambridge, Department of Mathematical Sciences of University of Liverpool, Department of Applied Mathematics of University of Leeds, Faculty of Biological Sciences of University of Leeds, Department of Engineering Mathematics and School of Biological Sciences of University of Bristol (Буюк Британия), Department of Mathematics of Stanford University, Consortium of the Americas for Interdisciplinary Science and Department of Physics and Astronomy of University of New Mexico, Department of Biology of University of Louisiana, Departments of Entomology and Biology, Pennsylvania State University (АҚШ), Ecole des Hautes Etudes en Sciences Sociales, Institut de Math´ematiques de Toulouse, Universit´e Paul Sabatier (Франция), Universit`a degli Studi di Padova Dipartimento di Matematica (Италия), Departamento de Física, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile, Complex Systems Group, Facultad de Ingeniería y Ciencias Aplicadas, Universidad de los Andes (Чили), Centro Ato ´mico Bariloche, Instituto Balseiro and CONICET (Аргентина), Department of Theoretical Ecology, Biology Centre ASCR, Institute of Entomology (Чехия), School of Sciences, Jimei University, Xiamen (Хитой), Москва Давлат Университети, Амалий математика институти, Назарий ва Тажрибавий физика институти, Томск Давлат Университети (Россия Федерацияси), Ўзбекистон Миллий Университети, Самарканд Давлат Университети, Муҳаммад ал-Хоразмий номидаги Тошкент ахборот технологиялари Университети ҳузуридаги Ахборот-коммуникация технологиялари илмий –инновацион маркази (Ўзбекистон) сингари илмий марказларида ечимларнинг хоссаларини ўрганиш учун турли хил аниқ ва тақрибий ечимларга мурожаат қилинади.

[3] Диссертация мавзуси бўйича халқаро илмий тадқиқотлар шарҳи Oxford University, University of Cambridge, Department of Mathematical Sciences of University of Liverpool, Department of Engineering Mathematics and School of Biological Sciences of University of Bristol, Department of Mathematics of Stanford University, Consortium of the Americas for Interdisciplinary Science and Department of Physics and Astronomy of University of New Mexico, http ишларга бағишланган.

Кросс-диффузион системаларни сонли моделлаштиришга оид жаҳонда олиб борилган тадқиқотлар асосида қатор илмий натижалар олинган, жумладан: коэффициентларга қўйилган айрим шартларда бир ўлчовли стационар модел берилган оралиқда Тьюринг бифуркациясига учраши исботланган, ечимнинг мавжудлик ва ягоналик шартлари топилган, ўзгармас стационар эритмаларнинг турғунлиги ва диффузион турғунсизлиги ўрганилган (National Natural Science Foundation of China, Austrian Science Fund), моделларнинг айрим асимптотикалари ўрганилган (Friedrich-Alexander-University of Erlangen-Nürnberg), эритмаларда ёки газ аралашмаларида кўп компонентали диффузия оқимларини тасвирловчи Максвелл-Стефан тенгламалар системаси қаралган (Center of Smart Interfaces, TU Darmstadt), турғунликка яқин ечимларнинг глобал мавжудлиги ҳамда кучли ечимларнинг корректлиги исботланган (Technische Universität Chemnitz), бир ўлчовли муҳитда кросс-диффузиянинг градиенти бир йўналишли бўлса кичик градиентли тур ғолиб чиқиши кўрсатилган (Department of Ecology and Evolution at Princeton University), Шигезада-Кавасаки-Терамото моделининг стационар ҳолатлари ўрганилган (Departmentof Applied Mathematics Waseda University).

Дунёда биологик популяциянинг ночизиқли жараёнларини сонли моделлаштириш бўйича қатор истиқболли йўналишларда тадқиқотлар олиб борилмоқда, жумладан: ночизиқли модел ечимларининг глобаллик шартларини топиш; параболик кўринишдаги ночизиқли тенгламалар системаси умумлашган ечимларининг асимптотик ифодаларини тадқиқ қилиш; фазовий локаллашув шартларини ўрганиш; биологик популяциянинг чизиқсиз жараёнларини сонли ўрганишга имкон берувчи дастурлар мажмуини ишлаб чиқиш.

Муаммонинг ўрганилганлик даражаси. Ночизиқли жараёнларни моделлаштириш масаласи кўп йиллар давомида бутун дунё олимларининг диққат марказида бўлиб келаётганлигига қарамасдан, сўнгги йилларда ушбу мавзу бўйича илмий мақолалар сонининг мунтазам равишда ортиб бориши кузатилмоқда. Бунинг сабаби фан ва техниканинг турли масалаларини ечиш учун ночизиқли моделлаштириш усул ва алгоритмларини қўллаш соҳаларини узлуксиз кенгайиши ҳисобланади. Ночизиқли моделлаштириш услубиятини ишлаб чиқиш ва такомиллаштириш масалаларига бир қатор олимлар: Дж.Марри, N.Shigesada, K. Kawasaki, H.Berestycki, L.Rossi, Н.В.Белотелов, А.И.Лобанов ва бошқа муаллифларнинг ишлари бағишланган. Колмогоров-Фишер тенгламаси асосида бактериялар популяциясининг эволюцион модели А.Ю.Трифонов ва А.В.Шаповаловинг ишларида қаралган. Н.В.Белотелов ва А.И.Лобановнинг ишларида ночизиқли диффузиянинг битта популяция модели учун турнинг миграция оқими локал зичликка боғлиқлиги популяция сони динамикасининг ўзига хос ҳатти-ҳаракатини тўғри таърифлашга имкон бериши кўрсатилган.

Ўзбекистонда ночизиқли масалалар ва уларнинг системалари билан Н.М.Мухитдинов, М.М.Арипов, А.Б.Бегматов, Ж.Тохиров, Б.Ш.Хужаёров, Н.Равшанов, Н.Н.Утеулиев, А.З.Маматов, Ш.А.Сагдуллаева, А.С.Матякубов, З.Р.Рахмоновлар шуғулланганлар. М.Ариповнинг ишларида ночизиқли масалаларни ўрганишнинг самарали усулларидан бири ночизиқли ажратиш усули ҳамда эталон тенгламалар усули эканлиги исботланган.

Биологик популяциянинг кросс-диффузион системаларини моделлаштириш ҳамда турли хил амалий масалаларни ечишда усул ва алгоритмларни амалий қўлланилишининг таҳлили ночизиқли жараёнларни моделлаштириш соҳасидаги назарий ва амалий масалаларнинг чуқурроқ ва тўлақонли тадқиқ қилиш зарурлигини кўрсатади. Шулар қаторига ночизиқли ажратиш ва эталон тенгламалар усули асосида ночизиқли кросс-диффузион системаларни ечиш имконини берувчи алгоритмларни ишлаб чиқиш муаммоси ҳам киради.

Диссертация тадқиқотининг диссертация бажарилган илмий-тадқиқот муассасасининг илмий-тадқиқот ишлари режалари билан боғлиқлиги. Диссертация тадқиқоти Мирзо Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий университети илмий-тадқиқот ишлари режасига мувофиқ, А-5-44 «Колмогоров-Фишер типидаги чизиқсиз биологик популяция системаларини сонли моделлаштириш» (2015-2017) ҳамда Муҳаммад ал-Хоразмий номидаги Тошкент ахборот технологиялри университети ҳузуридаги Ахборот-коммуникация технологиялари илмий-инноваицон маркази илмий тадқиқот ишлари режасига мувофиқ, ЁБВ-Атех-2018-10 «Суст шаклланган жараёнларни моделлаштириш учун кўп агентли интеллектуал тизим алгоритмлари ва дастурларини ишлаб чиқиш» (2018-2019) мавзуларидаги илмий тадқиқот лойиҳалари доирасида бажарилган.

Тадқиқотнинг мақсади икки карра ночизиқли математик моделларнинг сифат хоссаларини таҳлил қилиш, автомодел таҳлил асосида бир жинсли ва бир жинсли бўлмаган муҳитда ифодаланувчи сонли схемалар ҳамда амалиётга тадбиқ этиш усулларини ишлаб чиқишдан иборат.

Тадқиқотнинг вазифалари:

иккита синфга мансуб математик моделлар - ночизиқли популяция моделлари ҳамда рақобатлашувчи популяциянинг кросс-диффузион системаларининг хоссаларини тадқиқ қилиш;

ночизиқли ажратиш алгоритми ҳамда ечимларни таққослаш тамойиллари асосида кўп компонентали кросс-диффузион биологик популяция жараёнларининг сонли моделларини ишлаб чиқиш;

конвектив кўчишга ҳамда икки карра ночизиқли ва ўзгарувчан зичликка эга кўп компонентали кросс-диффузион биологик популяция жараёнларининг сонли моделларини ишлаб чиқиш;

биологик популяция тенгламаларининг кўп компонентали кросс-диффузион системалари учун муҳитнинг сонли параметрлари, фазонинг ўлчами ва бошланғич маълумотларга кўра ночизиқли ажратиш алгоритми ҳамда автомодел, тақрибий автомодел ёндашуви асосида Коши масаласининг қуйи ва юқори ечимини қуриш;

ночизиқли кўп компонентали рақобатлашувчи биологик популяция жараёнини таърифловчи кросс-диффузион параболик тенгламалар системаси умумлашган ечимларининг асимптотик ифодаларини қуриш;

итерацион усулларни тадбиқ этиш учун бошланғич мос яқинлашишларни топиш ва кўп компонентали кросс-диффузиион биологик популяция системасининг ночизиқли жараёнларини ўрганишда сонли схемаларни қуриш;

юқорида баён қилинган масалаларни ечиш учун алгоритм ва дастурий мажмуалар ишлаб чиқиш, ночизиқлилик билан боғлиқ янги эффектларни сонли равишда ўрганиш, ечимларни визуал тарзда тақдим этиш, ҳисоблаш экспериментини ўтказиш.

Тадқиқотнинг объекти сифатида ночизиқли кросс-диффузия системалари орқали ифодаланувчи биологик популяциянинг ночизиқли жараёнлари қаралган.

Тадқиқотнинг предмети сифатида биологик популяция кросс-диффузион тенгламалар системасининг сифат хоссаларини ўрганиш усуллари, сонли усуллар, ўрганилаётган жараёнларинг компьютерда жорий қилинишининг ҳисоблаш алгоритмлари қаралган.

Тадқиқотнинг усуллари. Ишда ночизиқли ажратиш алгоритми, автомодел ва тақрибий автомодел усуллар, ечимларни таққослаш услуби, итерацион сонли усуллар, ўзгарувчан йўналишлар ва прогонка усулидан фойдаланилди.

Тадқиқотнинг илмий янгилиги:

кўп компонентали рақобатлашувчи кросс-диффузион биологик популяция системалари учун ночизиқли парчалаш алгоритмига асосланган автомодел ва тақрибий-автомодел ечимларни олиш усуллари ишлаб чиқилган;

конвектив кўчишли кросс-диффузион биологик популяция системаларининг компьютерли моделлари ишлаб чиқилган;

кўп компонентали икки карра ночизиқли ва ўзгарувчан зичликка эга биологик популяциянинг кросс-диффузион системаларини компьютерли моделлари ишлаб чиқилган;

биологик популяциянинг кросс-диффузион системалари ечимларининг локаллашув хоссалари аниқланган, глобал ечимга эга эканлик исботланган ҳамда Коши масаласининг умумлашган ечим баҳолари олинган;

автомодел тенглама ва система ечимларининг асимптотик ҳатти-ҳаракати асослаб берилган;

муҳит параметри, фазонинг ўлчамлари ва бошланғич маълумотларга кўра кўп компонентали кросс-диффузион биологик популяция тенгламалари системаси учун Коши масаласи ечимининг баҳолари олинган;

биологик популяция кросс-диффузион тенгламалар системасининг қуйи ва юқори ечимларини қуриш усуллари ишлаб чиқилган;

итерацион усуллар ёрдамида сонли параметрларнинг қийматларига кўра керакли аниқликда ҳисоблашларни таъминловчи мос бошланғич яқинлашишлар таклиф қилинган;

ночизиқли кросс-диффузион математик моделларни визуаллаштирувчи сонли моделлаштиришни амалга оширувчи ҳисоблаш схемалари, алгоритмлар, дастурий мажмуалар ишлаб чиқилган.

Тадқиқотнинг амалий натижалари қуйидагилардан иборат**:**

турли ҳил тадбиқларда вужудга келадиган ночизиқли кросс-диффузион биологик популяция системаларини ночизиқли ечишга нисбатан итерацион жараён ишлаб чиқилган;

сифат таҳлили асосида сонли схемалар ва алгоритмлар ишлаб чиқилган;

ночизиқли кросс-диффузион тенгламалар системаси асосида визуал ночизиқли жараёнларни ўрганишга ёрдам берувчи дастурий мажмуа ишлаб чиқилган;

автомодел ва тақрибий автомодел ечимларни олиш усулларини тадбиқ этиш натижасида биологик популяция жараёнларининг ночизиқли математик моделлари билан боғлиқ янги ҳодисалар ўрнатилган.

Тадқиқот натижаларининг ишончлилиги. Тадқиқот натижаларининг ишончлилиги қатъий исботланган теорема ва тасдиқлар билан асосланади. Олинган ечим баҳоларидан фойдаланиб, ночизиқли эффектни сақлаган ҳамда эталон тенгламалар ва автомодел таҳлил усулларини қўллагаган ҳолда, ишда таклиф этилган ҳисоблаш услубининг ишончлиги ва самарадорлиги ечимларнинг сонли таҳлили билан изоҳланади.

Тадқиқот натижаларининг илмий ва амалий аҳамияти. Тадқиқот натижаларининг илмий аҳамияти квазичизиқли параболик тенгламалар кўринишида ифодаланувчи ночизиқли кросс-диффузион биологик популяция тенгламалар системаси ечимларининг вақт бўйича ечимга эгалик шартлари билан асосланади. Улар иссиқлик ўтказувчанлик, фильтрация, диффузия каби ночизиқли жараёнларининг математик моделларини ўрганишда, ҳамда келгусида ночизиқли параболик тенгламалар назариясини ривожлантиришда қўллаш мумкинлиги билан изоҳланади.

Диссертацияда олинган натижаларнинг амалий аҳамияти қурилган итерацион жараён, ишлаб чиқилган сонли схемалар ва дастурий мажмуа тезкор ва суст диффузия ҳолида ночизиқли биологик популяция жараёнлари масалаларини ечиш учун ҳисоблаш экспериментини ўтказишга имкон бериши билан асосланади.

Тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши. Автомодел таҳлил асосида бир жинсли ва бир жинсли бўлмаган муҳитда ифодаланувчи сонли схемалар ва тадқиқот усуллари асосида:

параболик типдаги ночизиқли кўп компонентали биологик популяция масаласининг автомодел ва тақрибий-автомодел ечими, глобал ечим учун баҳолари ҳамда сонли ечиш усуллари Тез тиббий ёрдам Республика Илмий марказининг Андижон филиалида, Андижон Тиббиёт Уюшмаси, Андижон кўп тармоқли тиббиёт марказида ҳамда Андижон Вилоят инфекцион касалхонасида тадбиқ этилган (Соғлиқни сақлаш вазирлиги Андижон вилоят бошқармасининг 2020 йил 05 февралдаги 24-8/1056-сон маълумотномаси ва Ахборот технологиялари ва коммуникацияларни ривожлантириш вазирлигининг 2020 йил 03 июндаги 33-8/2959-сон маълумотномаси). Илмий тадқиқот натижаси инфекцион кассаликлар тарқалишини башоратлаш самарадорлигини 15% га ошириш имконини берган;

автомодел ва тақрибий автомодел ечимларни олишнинг ишлаб чиқилган усули ҳамда глобал ва чегарланмаган ечимларнинг баҳоси Фарғона шаҳар тиббиёт уюшмаси, Республика тез тиббий ёрдам илмий марказининг Фарғона филиалида тадбиқ этилди (Соғлиқни сақлаш вазирлиги Фарғона вилояти бошқармасининг 2020 йил 05 февралдаги 01-08/481-сон маълумотномаси ва Ахборот технологиялари ва коммуникацияларни ривожлантириш Вазирлигининг 2020 йил 03 июндаги 33-8/2959-сон маълумотномаси). Бу инфекцион касалликларнинг тарқалишини башорат этиш самарадорлигини 15% га ошириш имконини берган;

квазичиқли параболик тенгламалар кўринишида ифодаланувчи кўп компонентали рақобатлашувчи биологик популяция жараёнларини таърифловчи ночизиқли математик моделлар «Зарафшон» магистрал тизими бошқармасида қарор қабул қилиш масалаларини ечишда жорий қилинган (Ахборот технологиялари ва коммуникацияларни ривожлантириш Вазирлигининг 2020 йил 03 июндаги 33-8/2959-сон маълумотномаси). Илмий тадқиқот натижаси мониторинг ва қарор қабул қилиш самарадорлигини 25% га ошириш имконини берган;

биологик популяция кўп компонентали рақобатлашувчи тенгламалар системалари учун Коши масаласи ечимининг баҳолари, ҳамда сонли ечим усуллари Ўзбекистон Республикаси Хусусийлаштирилган корхоналарга кўмаклашиш ва рақобатни ривожлантириш Давлат Қўмитаси Тошкент вилояти бошқармасида зарар билан ишлаётган корхоналарни иқтисодий барқарорлигини мониторинг масалаларини ечишда жорий қилинган (Ахборот технологиялари ва коммуникацияларни ривожлантириш Вазирлигининг 2020 йил 03 июндаги 33-8/2959-сон маълумотномаси). Илмий тадқиқот натижасида зарар билан ишлаётган корхоналарни иқтисодий барқарорлиги мониторингини ўтказиш йил якуни бўйича аввалги йилга нисбатан уларнинг миқдорини Тошкент вилоятида 15% га камайтириш имконини берган.

Тадқиқот натижаларининг апробацияси. Диссертациянинг асосий назарий ва амалий натижалари 9 та халқаро ва 11 та республика илмий-амалий анжуманларида муҳокамадан ўтказилган.

Тадқиқот натижаларининг эълон қилинганлиги. Тадқиқотнинг асосий натижалари 76 та илмий ишларда эълон қилинган, улардан 20 таси Ўзбекистон Республикаси Олий аттестация комиссияси томонидан докторлик диссертацияларининг асосий илмий натижаларини эълон қилиш учун тавсия қилинган журналларда, 12 таси хорижий журналларда ва 8 таси республика журналларида нашр қилинган, ҳамда 3 та ЭҲМ учун дастурларни расмий рўйхатдан олинганлиги тўғрисидаги гувоҳнома олинган.

Диссертациянинг тузилиши ва ҳажми. Диссертация кириш қисми, бешта боб, хулоса ва фойдаланилган адабиётлар рўйхати, иловадан ташкил топган. Диссертациянинг ҳажми 192 бетни ташкил этган.

ДИССЕРТАЦИЯНИНГ АСОСИЙ МАЗМУНИ

Кириш қисмида диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати асосланган, тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устивор йўналишларига мослиги кўрсатилган, муаммонинг ўрганилганлик даражаси келтирилган, тадқиқот мақсади, вазифалари, объекти ва предмети тавсифланган, тадқиқотнинг илмий янгилиги ва амалий натижалари баён қилинган, олинган натижаларнинг назарий ва амалий аҳамияти очиб берилган, тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши, нашр этилган ишлар ва диссертация тузилиши бўйича маълумотлар келтирилган.

Диссертациянинг «**Биологик популяциянинг ночизиқли кросс-диффузион системасини математик моделлаштириш**» деб номланувчи биринчи бобида мавзуга оид ночизиқли диффузияли популяцион моделларнинг аналитик таҳлили, шунингдек натижаларни келгусида баён этиш учун керак бўладиган айрим ёрдамчи тасдиқ ва таърифлар келтирилади. Биологик популяция масаласини бир ўлчовли ҳолда ечиш учун ёндашувлар таклиф этилган. Кўп компонентали кросс-диффузион системаларининг аналитик таҳлили келтирилган.

Бир компонентали системаларнинг умумий математик модели қуйидаги тенглама орқали ёзиб олиниши мумкин:

$$u_t^a = \sum\nolimits_{\beta=1}^{n} \sum\nolimits_{j=1}^{3} \frac{\partial}{\partial x_j}\left(D(u)^{\alpha\beta} \frac{\partial u^b}{\partial x_j} \right) + f^{\alpha}(u^b)$$

Бу ерда t вақтни, n - системада қатнашган компоненталар сонини ифодалайди, x_j фазовий ўзгарувчи ҳисобланиб, $D(u)$ диффузия коэффициентлари матрицаси ҳисобланади. $u(t,x)$ номаълум ўзгарувчи бир ўлчовли ҳолда t вақт моментида x ҳолатда, икки ўлчовли ҳолда t вақт моментида (x,y) ҳолатда ва уч ўлчовли ҳолда t вақт моментида (x,y,z) ҳолатда зичлик, тўйинганлик ёки концентрацияни ифодалайди. Диффузион ҳадларнинг реакция диффузия системаларида бажарадиган вазифаси фазо соҳаси бўйлаб компоненталарнинг концентрациялари ўртасида фарқни топишдан иборат.

Физика, кимё, биология, экология, неврология ва ҳ.к. соҳаларда бундай тенгламалар орқали ифодаланиши мумкин бўлган ҳодисаларни кузатамиз. Реакция-диффузия системаларида намоён бўладиган кўплаб муаммолар мавжуд. Реакция ва диффузия атамаларининг комбинацияси реал масалаларда содир бўладиган ҳодисаларнинг барча омилларини қамраб олади. Умуман олганда, реакцион кросс-диффузион система реакцион ўз-ўзига диффузион система сингари эътибор қозонмади. Бунинг ўзи кросс-диффузион системалардаги айрим хоссаларни ўрганишга туртки бўлиши учун етарлидир.

Диссертациянинг **«Биологик популяциянинг кросс-диффузион системаларини автомодел ечимлари»** деб номланувчи иккинчи бобида биологик популяция масаласининг реакция-диффузион квазичиқли тенгламалар системасини қуриш ўрганилади. $Q=\{(t,x):\ 0<t, x\in R\}$ соҳада диффузия коэффициенти икки карра ночизиқли реакция-диффузия квазичиқли тенгламаларнинг параболик системаси синфи қаралади

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u_1}{\partial t}=div(D_1u_2^{m_1-1}\left|\nabla u_1\right|^{p-2}\nabla u_1)+F_1(u_1), \\ \dfrac{\partial u_2}{\partial t}=div(D_2u_1^{m_2-1}\left|\nabla u_2\right|^{p-2}\nabla u_2)+F_2(u_2), \end{cases} \tag{1}$$

$$u_1\big|_{t=0}=u_{10}(x),\ \ u_2\big|_{t=0}=u_{20}(x),$$

у ночизиқли икки компонентали муҳитда биологик популяция жараёнини ифодалайди, бунда $F_1(u_1)=k_1u_1(1-u_1^{\beta_1})$, $F_2(u_2)=k_2u_2(1-u_2^{\beta_2})$, $k_1=1/\beta_1$, $k_2=1/\beta_2$ ҳамда диффузия коэффициентлари $D_1u_2^{m_1-1}\left|\nabla u_1\right|^{p-2}$, $D_2u_1^{m_2-1}\left|\nabla u_2\right|^{p-2}$ га тенг, бунда $m_1, m_2, p, \beta_1, \beta_2$ -мусбат ҳақиқий сонлар, $u_1=u_1(t,x)\ge 0$, $u_2=u_2(t,x)\ge 0$ - изланаётган ечимлар. Бу системанинг асосий хусусияти системанинг бузилиб кетишишадир. $u_1=0$, $u_2=0$, $\nabla u_1=0$, $\nabla u_2=0$ бўлган соҳада у классик маънода ечимга эга бўлмаслиги мумкин.

$F_1(u_1)=k_1u_1$, $F_2(u_2)=k_2u_2$ да мос модел чизиқли, бунда масала

$$u_1(t,x)=e^{k_1t}w_1(\tau,x),\ u_2(t,x)=e^{k_2t}w_2(\tau,x),$$

$$\tau(t)=\frac{e^{[(m_1-1)k_2+(p-2)k_1]t}}{(m_1-1)k_2+(p-2)k_1}=\frac{e^{[(m_2-1)k_1+(p-2)k_2]t}}{(m_2-1)k_1+(p-2)k_2}$$

алмаштириш орқали қуйидаги

$$\begin{cases} \dfrac{\partial w_1}{\partial t}=div(D_1w_2^{m_1-1}\left|\nabla w_1\right|^{p-2}\nabla w_1), \\ \dfrac{\partial w_2}{\partial t}=div(D_2w_1^{m_2-1}\left|\nabla w_2\right|^{p-2}\nabla w_2), \end{cases}$$

кўринишда қайта ёзиб олинади. Шунинг учун $u_2^{m_1-1}\left|\nabla u_1\right|^{p-2}\nabla u_1\in C(\mathrm{Q})$, $u_1^{m_1-1}\left|\nabla u_2\right|^{p-2}\nabla u_2\in C(\mathrm{Q})$ синфдан олинган умумлашган ечимни ўрганиш лозим.

(1) система учун автомодел тенгламалар системасини қуриш йўли орқали қаралаётган масаланинг сифат хоссалари ўрганилди.

Автомодел тенгламалар системаси ночизиқли ажратиш усули ёрдамида қурилган:

$$\begin{cases} \xi^{1-N}\dfrac{d}{d\xi}(\xi^{N-1}f_2^{m_1-1}\left|\dfrac{df_1}{d\xi}\right|^{p-2}\dfrac{df_1}{d\xi})+\dfrac{\xi}{p}\dfrac{df_1}{d\xi}+\theta_1f_1(1-f_1^{\beta_1})=0, \\ \xi^{1-N}\dfrac{d}{d\xi}(\xi^{N-1}f_1^{m_2-1}\left|\dfrac{df_2}{d\xi}\right|^{p-2}\dfrac{df_2}{d\xi})+\dfrac{\xi}{p}\dfrac{df_2}{d\xi}+\theta_2f_2(1-f_2^{\beta_1})=0, \end{cases} \tag{2}$$

бу ерда $\theta_i = \dfrac{\alpha_i}{(1-[\alpha_i(\mathrm{p}-2)+\alpha_{3-i}(\mathrm{m}_i-1)])\tau}$. (2) система учун юқори ечим қурилган. Агар $\beta_i = [(\mathrm{p}-2)^2-(m_1-1)(m_2-1)]/[(\mathrm{p}-1)(\mathrm{p}-(\mathrm{m}_i+1)]$, $p>2+\sqrt{(m_1-1)(m_2-1)},\ i=1,2,$ бўлса у ҳолда (2) тенглама

$$\overline{f}_1(\xi)=A(a-\xi^{\gamma})_+^{\ n_1},\ \ \overline{f}_2(\xi)=B(a-\xi^{\gamma})_+^{\ n_2},$$

кўринишдаги тақрибий ечимга эга, бу ерда $(b)_+=\max(0,b)$, $\gamma=p/(p-1)$,

$$n_1=\frac{(p-1)(p-(m_1+1)}{(p-2)^2-(m_1-1)(m_2-1)};\ \ n_2=\frac{(p-1)(p-(m_2+1)}{(p-2)^2-(m_1-1)(m_2-1)}.$$

Ечимларни таққослаш тамойили асосида Q соҳада қуйидаги теорема исботланади.

1-теорема. $u_i(0,x)\le u_{i\pm}(0,x),\ x\in R$ бўлсин. У ҳолда (2)-масаланинг ечими учун Q соҳада қуйидаги баҳолаш ўринли бўлади:

$$u_1(t,x)\le u_{1+}(t,x)=e^{k_1t}\tau^{-\alpha_1}\,\overline{f}_1(\xi),\ u_2(t,x)\le u_{2+}(t,x)=e^{k_2t}\tau^{-\alpha_2}\,\overline{f}_2(\xi),\ \xi=|x|/\tau^{1/p},$$

бу ерда $\theta_i=\dfrac{\alpha_i}{(1-[\alpha_i(\mathrm{p}-2)+\alpha_{3-i}(\mathrm{m}_i-1)])\tau}\le N$, $i=1,2$, $\overline{f}_1(\xi)$, $\overline{f}_2(\xi)$ ва $\tau(t)$- юқорида аниқланган функциялардир.

Шунингдек қуйидаги теорема исботланган:

2-теорема. Агар $E_{P_i}(x,\tau),\ \mathrm{i}=1,2$ қуйидаги системанинг ечими бўлса,

$$\begin{cases}\dfrac{\partial u_1}{\partial\tau}=\dfrac{\partial}{\partial x}\left(D_1u_2^{m_1-1}\left|\dfrac{\partial u_1}{\partial x}\right|^{p-2}\dfrac{\partial u_1}{\partial x}\right),\\[2ex]\dfrac{\partial u_2}{\partial\tau}=\dfrac{\partial}{\partial x}\left(D_2u_1^{m_2-1}\left|\dfrac{\partial u_2}{\partial x}\right|^{p-2}\dfrac{\partial u_2}{\partial x}\right),\end{cases}$$

$$u_1(0,x)=P_1\delta(x),\ u_2(0,x)=P_2\delta(x),\ \int_{-\infty}^{\infty}E_{P_1}(x,\tau)dx=P_1,\ \ \int_{-\infty}^{\infty}E_{P_2}(x,\tau)dx=P_2,$$

у ҳолда (1) тенгламанинг ечими учун $\left\{x\in R:|x|<c\tau^{1/\mu},\ c=\max\{c_1,c_2\}>0\right\}$соҳада қуйидаги муносабатлар ўринли:

$$\lim_{\tau\to\infty}\left|u_1(x,\tau)-E_{P_1}(x,\tau)\right|=0,\ \lim_{\tau\to\infty}\left|u_2(x,\tau)-E_{P_2}(x,\tau)\right|=0 \qquad (3)$$

Шунингдек 2-бобда Q={(t,x): 0< t < ∞, x∈R} соҳада и биологик популяцияни таърифловчи параболик типдаги иккита кросс-диффузия тенгламалар системаси қаралган:

$$\begin{cases}\dfrac{\partial u_1}{\partial t}=\dfrac{\partial}{\partial x}\left[(a_{11}u_1^m+a_{12}u_2^m)\dfrac{\partial u_1}{\partial x}+(b_{11}u_1^m+b_{12}u_2^m)\dfrac{\partial u_2}{\partial x}\right]+k_1(t)u_1(1-u_2^{\beta_1}),\\[2ex]\dfrac{\partial u_2}{\partial t}=\dfrac{\partial}{\partial x}\left[(a_{21}u_1^m+a_{22}u_2^m)\dfrac{\partial u_1}{\partial x}+(b_{21}u_1^m+b_{22}u_2^m)\dfrac{\partial u_2}{\partial x}\right]+k_2(t)u_2(1-u_1^{\beta_2}),\end{cases} \qquad (4)$$

бу ерда a_{ij}, b_{ij} - мусбат ҳақиқий сонлар, $\beta_1,\beta_2\ge 0$, $u_1=u_1(t,x)\ge 0$,

$u_2 = u_2(t,x) \geq 0$ - изланаётган ечимлар. $a_{ij} \neq 0$, $b_{ij} = 0$ ёки $a_{ij} = 0$, $b_{ij} \neq 0$ да (4)- математик модел $a_{ij}u_i^m \geq 0, b_{ij}u_i^m \geq 0$ кўринишдаги диффузия коэффициентли реакция-диффузия типидаги системани ифодалайди. Коэффициентлардан (ишора ихтиёрий бўлиши мумкин) ақалли бири $a_{ij} \neq 0$ ёки $b_{ij} \neq 0$ бўлса система кросс-диффузион (i,j=1,2 да ўзаро диффузион) ҳисобланади.

(4)-система:

$$\overline{f}_1 = A(a - b\xi^2)_+^{\eta_1}, \quad \overline{f}_2 = B(a - b\xi^2)_+^{\eta_2} \quad (y)_+ = \max(0, y)$$

кўринишдаги тақрибий ечимга эга эканлиги кўрсатилди.

$a_{11} = 0;\ a_{12} \neq 0;\ b_{11} = 0;\ b_{12} = 0; a_{21} = 0;\ a_{22} = 0;\ b_{21} \neq 0; b_{22} = 0$ шартлар бажарилган ҳолда $\eta_2 = \dfrac{1}{m}, \eta_1 = \dfrac{1}{m}$ бўлади,

$a_{11} = 0;\ a_{12} = 0;\ b_{11} = 0; b_{12} \neq 0;\ a_{21} \neq 0; a_{22} = 0;\ b_{21} = 0; b_{22} = 0$ шартлар бажарилган ҳолда эса $\eta_1 = \dfrac{m+2}{(\mathrm{m}+1)^2 - 1}, \eta_2 = \dfrac{m+2}{(\mathrm{m}+1)^2 - 1}$ бўлади, бу ерда *A* ва *B* маълум константалар.

(4)-системанинг сифат ҳоссаларини ўрганиш системада қатнашган сонли параметрларнинг қийматларига кўра сонли экспериментни ўтказишга имкон берди. Шу мақсадда бошланғич яқинлашиш сифатида қурилган асимптотик ва юқори ечимлардан фойдаланилди. Масалани сонли ечишда (4)-системани чизиқлаштириш учун Ньютон ва Пикар усулларидан фойдаланилди. Биологик популяциянинг автомодел тенгламалар системасини қуриш учун ночизиқли ажратиш усулидан фойдаланилди.

Тажриба ўтказиш учун сонли схема ва алгоритм ишлаб чиқилди. Ҳисоблаш схемалари сифатида t ва x бўйича $\overline{\omega_{\tau h}} = \{t_j = j\tau,\ j = 0,1,...,m, \tau m = T; x_i = a + ih, i = 0,1,...,n, h = \dfrac{b-a}{n}\}$ текис сеткада

$$\begin{cases} \dfrac{y_i^{j+1} - y_i^j}{\tau} = \dfrac{1}{h}\left(a_{i+1}\dfrac{y_{i+1}^{j+1} - y_i^{j+1}}{h} - a_i\dfrac{y_i^{j+1} - y_{i-1}^{j+1}}{h}\right) + k_{1i}^{j+1}y_i^{j+1}\left(1 - \left(w_i^j\right)^{\beta_1}\right), \\ \dfrac{w_i^{j+1} - w_i^j}{\tau} = \dfrac{1}{h}\left(b_{i+1}\dfrac{w_{i+1}^{j+1} - w_i^{j+1}}{h} - b_i\dfrac{w_i^{j+1} - w_{i-1}^{j+1}}{h}\right) + k_{2i}^{j+1}w_i^{j+1}\left(1 - \left(y_i^{j+1}\right)^{\beta_2}\right) \end{cases}$$

ифодадан фойдаланилди, бу ерда a_i ва b_i қуйидаги тарзда танланган:

$$a_i(y) = 0.5D_1\left[\left(w_{i+1}^j\right)^{m_1-1}\left|\frac{y_{i+1}^{j+1} - y_i^{j+1}}{h}\right|^{p-2} + \left(w_i^j\right)^{m_1-1}\left|\frac{y_i^{j+1} - y_{i-1}^{j+1}}{h}\right|^{p-2}\right],$$

$$b_i(w) = 0.5D_2\left[\left(y_{i+1}^{j+1}\right)^{m_2-1}\left|\frac{w_{i+1}^{j+1} - w_i^{j+1}}{h}\right|^{p-2} + \left(y_i^{j+1}\right)^{m_2-1}\left|\frac{w_i^{j+1} - w_{i-1}^{j+1}}{h}\right|^{p-2}\right].$$

Бу система y^{j+1} ва w^{j+1} функцияларга нисбатан ночизиқли ҳисобланади. Унинг ечимини топиш учун итерация усулидан фойдаланилади. Итерацион жараён қуйидаги тарзда қурилади:

$$\begin{cases} \dfrac{\overset{s+1}{y}{}_i^{j+1} - y_i^j}{\tau} = \dfrac{1}{h}\left(\overset{s}{a}_{i+1} \dfrac{\overset{s+1}{y}{}_{i+1}^{j+1} - \overset{s+1}{y}{}_i^{j+1}}{h} - \overset{s}{a}_i \dfrac{\overset{s+1}{y}{}_i^{j+1} - \overset{s+1}{y}{}_{i-1}^{j+1}}{h} \right) + k_{1i}^{j+1} \overset{s+1}{y}{}_i^{j+1} \left(1 - \left(w_i^j\right)^{\beta_1}\right), \\ \dfrac{\overset{s+1}{w}{}_i^{j+1} - w_i^j}{\tau} = \dfrac{1}{h}\left(\overset{s}{b}_{i+1} \dfrac{\overset{s+1}{w}{}_{i+1}^{j+1} - \overset{s+1}{w}{}_i^{j+1}}{h} - \overset{s}{b}_i \dfrac{\overset{s+1}{w}{}_i^{j+1} - \overset{s+1}{w}{}_{i-1}^{j+1}}{h} \right) + k_{2i}^{j+1} \overset{s+1}{w}{}_i^{j+1} \left(1 - \left(y_i^{j+1}\right)^{\beta_2}\right). \end{cases} \quad (5)$$

$\overset{(s+1)}{y}{}^{j+1}$ ва $\overset{(s+1)}{w}{}^{j+1}$ функцияларга нисбатан (5) айирмавий схема чизиқли бўлади. Бошланғич итерация сифатида вақт бўйича аввалги қадамдаги y ва w функциялар олинади: $\overset{(0)}{y}{}^{j+1} = y^j$ ва $\overset{(0)}{w}{}^{j+1} = w^j$. Итерация яқинлашиши учун $\max\limits_i \left| \overset{(s+1)}{y_i} - \overset{(s)}{y_i} \right| \le \varepsilon$ ва $\max\limits_i \left| \overset{(s+1)}{w_i} - \overset{(s)}{w_i} \right| \le \varepsilon$ шартларнинг бажарилиши талаб қилинади.

Диссертациянинг учинчи боби **«Биологик популяциянинг кросс-диффузион системаларини сонли моделлаштириш»** деб номланиб, унда Q={(t,x): 0< t < ∞, x$\in R^N$} соҳада иккита квазичиқли кросс-диффузия тенгламалар системаси ўрганилади

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u_1}{\partial t} = \nabla\left(D_1 u_2^{m_1-1} \left|\nabla u_1^k\right|^{p-2} \nabla u_1 \right) + k_1 u_1 \left(1 - u_1^{\beta_1}\right), \\ \dfrac{\partial u_2}{\partial t} = \nabla\left(D_2 u_1^{m_2-1} \left|\nabla u_1^k\right|^{p-2} \nabla u_2 \right) + k_2 u_2 \left(1 - u_2^{\beta_2}\right), \end{cases} \quad (6)$$

$$u_1\big|_{t=0} = u_{10}(x),\ u_2\big|_{t=0} = u_{20}(x), \quad (7)$$

у ночизиқли икки компонентали муҳитда Колмогоров-Фишер типидаги биологик популяция жараёнини таърифлайди, уларнинг ўзаро диффузия коэффицентлари мос равишда $D_1 u_2^{m_1-1} \left|\nabla u_1^k\right|^{p-2} \nabla u_1, D_2 u_1^{m_2-1} \left|\nabla u_2^k\right|^{p-2} \nabla u_2$ га тенг. $m_1, m_2, n, p, \beta_1, \beta_2, D_1, D_2$ сонли параметрлар- мусбат ҳақиқий сонлар, $\nabla(.) - \underset{x}{grad}(.)$, $\beta_1, \beta_2 \ge 1$, $x \in R^N$ $l > 0$; $u_1 = u_1(t,x) \ge 0$, $u_2 = u_2(t,x) \ge 0$ - тақсимот зичлигининг изланаётган ечимлари.

Ночизиқли ажратиш усули ёрдамида қурилган бузилувчи системанинг ечимларини автомодел таҳлил қилиш асосида (6), (7)- масала ечимларининг хоссалари ўрганилган:

$$
\begin{cases}
\xi^{1-N}\dfrac{d}{d\xi}\left(\xi^{N-1} f_2^{m_1-1}\left|\dfrac{df_1^k}{d\xi}\right|^{p-2}\dfrac{df_1}{d\xi}\right)+\dfrac{\xi}{p}\dfrac{df_1}{d\xi}+\mu_1 f_1(1-f_1^{\beta_1})=0, \\
\xi^{1-N}\dfrac{d}{d\xi}\left(\xi^{N-1} f_1^{m_2-1}\left|\dfrac{df_2^k}{d\xi}\right|^{p-2}\dfrac{df_2}{d\xi}\right)+\dfrac{\xi}{p}\dfrac{df_2}{d\xi}+\mu_2 f_2(1-f_2^{\beta_2})=0,
\end{cases} \tag{8}
$$

бу ерда $\mu_1=\dfrac{1}{(1-[\gamma_1 k(p-2)+\gamma_2(m_1-1)])}$ ва $\mu_2=\dfrac{1}{(1-[\gamma_2 k(p-2)+\gamma_1(m_2-1)])}$.

(8)-система қуйидаги кўринишдаги юқори умумлашган ечимга эга эканлиги аниқланган:

$$\bar{f}_1=A(a-\xi^{\gamma})_+^{\,n_1},\ \gamma=p/(p-1),\ \bar{f}_2=B(a-\xi^{\gamma})_+^{\,n_2},$$

бу ерда A ва B маълум бир ўзгармаслар ва

$$n_1=\frac{(p-1)[k(p-2)-(m_1-1)]}{\left[k(p-2)\right]^2-(m_1-1)(m_2-1)},\ n_2=\frac{(p-1)[k(p-2)-(m_2-1)]}{\left[k(p-2)\right]^2-(m_1-1)(m_2-1)}.$$

3-теорема. $u_i(0,x)\le u_{i\pm}(0,x),\ x\in R$ бўлсин. У ҳолда (6), (7) масаланинг ечими учун Q соҳада

$$u_1(t,x)\le u_{1+}(t,x)=e^{k_1 t}\bar{f}_1(\xi),\ u_2(t,x)\le u_{2+}(t,x)=e^{k_2 t}\bar{f}_2(\xi),\quad \xi=x/[\tau(t)]^{1/p},$$

$$\tau(\tau)=\begin{cases}
\dfrac{(T+\tau)^{1-[\gamma_1(p-2)k+\gamma_2(m_1-1)]}}{1-[\gamma_1(p-2)k+\gamma_2(m_1-1)]}, & \text{агар}\ 1-[\gamma_1(p-2)k+\gamma_2(m_1-1)]\ne 0, \\
\ln(T+\tau), & \text{агар}\ 1-[\gamma_1(p-2)k+\gamma_2(m_1-1)]=0, \\
(T+\tau), & \text{агар}\ p=2\ \text{и}\ m_1=1,
\end{cases}$$

баҳолаш ўринли бўлади, бу ерда $\bar{f}_1(\xi),\ \bar{f}_2(\xi)$ - юқорида аниқланган функциялар.

Мазкур бобда биологик популяция кросс-диффузион системаларини моделлаштириш учун сонли схема ва тажриба ўтказиш учун алгоритм ишлаб чиқилган.

Икки ўлчовли ҳолда тенгламалар таркибига кирган параметрларнинг турли хил қийматлари учун сонли эксперимент натижалари олинди:

$$t\in[0,t_{\max}];\ x_1\in[-x_{1\max},x_{1\max}];\ x_2\in[-x_{2\max},x_{2\max}].$$

Барча қаралган ҳолларда таклиф этилган ёндашув асосида итерациялар сони берилган eps аниқликда ўртача олтитадан ортмади.

1-жадвалда тенгламага кирган параметрларнинг турли хил қийматларида итерациялар сони келтирилган.

1-жадвал

Параметрларнинг турли ҳил қийматларида итерациялар сони

eps	m_1	m_2	p	β_1	β_2	k	*Ўртача It*
10^{-3}	4,1	4,0	4,4	1,0	1,0	0,5	3
10^{-5}	5,7	5,4	3,0	2,0	2,0	3,0	4
10^{-3}	3,7	3,3	4,0	2,0	0,5	0,1	3
10^{-5}	2,5	2,4	3,1	2,0	0,5	0,5	4
10^{-3}	5,1	5,3	3,5	3,0	0,3	1,5	3
10^{-5}	3,0	3,2	3,0	3,0	3,0	1,0	6
10^{-3}	5,0	5,2	3,0	10,0	5,0	2,0	2
10^{-5}	2,7	2,5	5,4	3,0	2,0	2,0	6
10^{-3}	3,7	3,5	7,4	2,0	3,0	3,0	3
10^{-3}	3,0	3,5	7,0	14,0	7,0	2,0	5

Яратилган дастур параметрларнинг турли хил қийматлари ва маълумотларда жараённинг эволюциясини визуал равишда кузатишга имкон беради. 2-жадвалда тезкор диффузия натижалари келтирилган.

Ҳисоблашларда бошланғич яқинлашиш сифатида $n_1 > 0, n_2 > 0, q < 0$ бўлган ҳол учун

$u_1(x,t) = (T + \tau(t))^{-\gamma_1}(a + \xi^{\gamma})^{n_1}, u_2(x,t) = (T + \tau(t))^{-\gamma_2}(a + \xi^{\gamma})^{n_2}$

олинган, бу ерда:

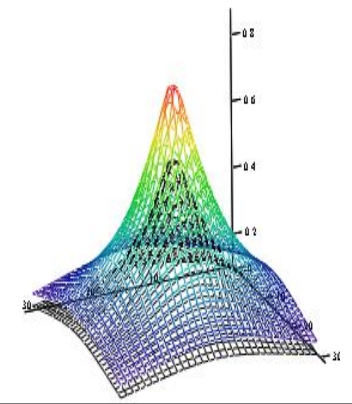
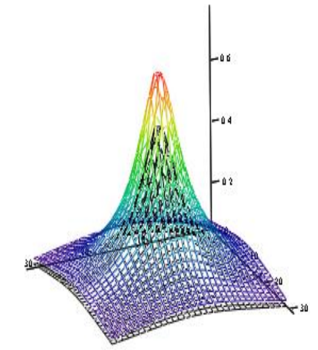
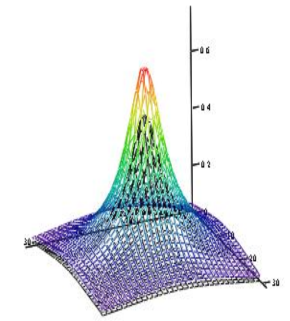
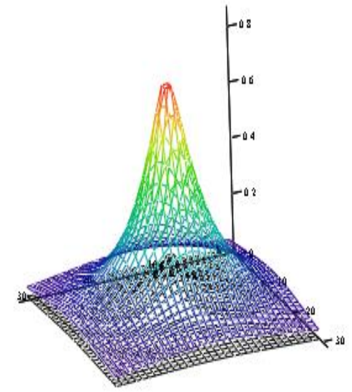
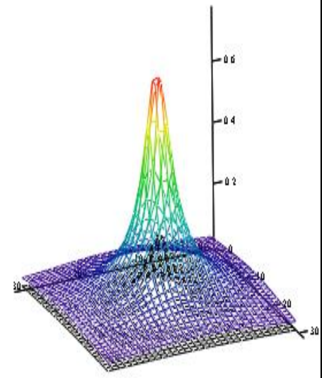
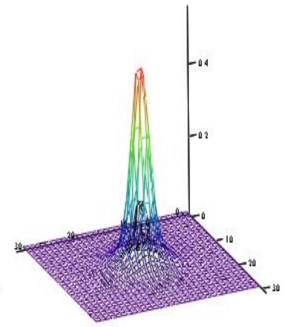
$$\gamma_1 = \frac{1}{\beta_1}, \gamma_2 = \frac{1}{\beta_2}, \gamma = \frac{p}{p-1}, n_i = \frac{(p-1)[k(p-2)-(m_i-1)]}{q}, \; i = 1,2,$$

$$q = k^2(p-2)^2 - (m_1-1)(m_2-1), 1-[\gamma_1(p-2)k + \gamma_2(m_1-1)] \neq 0,$$

$$\tau(t) = \frac{(T+\tau)^{1-[\gamma_1(p-2)k+\gamma_2(m_1-1)]}}{1-[\gamma_1(p-2)k+\gamma_2(m_1-1)]}.$$

2-жадвал

Тезкор диффузия

Параметр қийматлари	$t_{\max}=0.5,\ x_{1\max}=1.229,$ $x_{2\max}=1.229$	$t_{\max}=10,\ x_{1\max}=2.972,$ $x_{1\max}=2.972$	$t_{\max}=15,\ x_{1\max}=3.488,$ $x_{2\max}=3.488$
$m_1=4.1,\ m_2=4.0,$ $p=4.4$, $eps=10^{-3}$, $n_1=0.822>0$, $n_2=0.779>0$, $q=-7.86<0$, $\beta_1=1,\ \beta_2=1$, $k=0.5$			
$m_1=2.5,\ m_2=2.4,$ $p=3.1$, $eps=10^{-3}$, $n_1=1.11>0$, $n_2=0.993>0$, $q=-1.797<0$, $\beta_1=2,\ \beta_2=0.5$, $k=0.5$			

3-жадвалда параметр қийматлари $n_1>0, n_2>0, q>0$ бўлганда секин диффузия натижалари келтирилган.

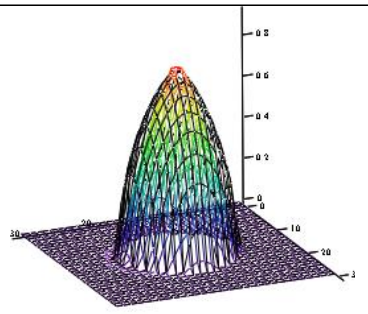
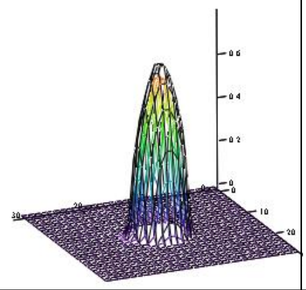
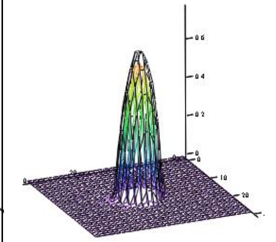
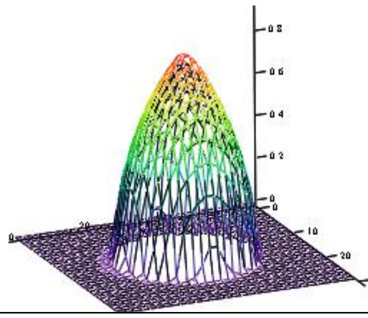
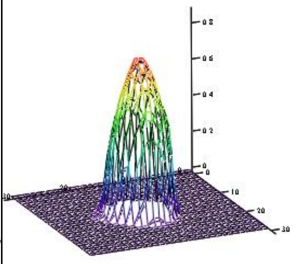
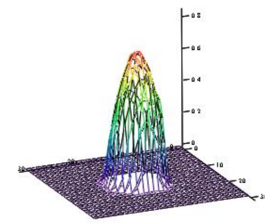
Бошланғич яқинлашиш сифатида $u_1(x,t)=(T+\tau(t))^{-\gamma_1}(a-\xi^{\gamma})_+^{n_1}$, $u_2(x,t)=(T+\tau(t))^{-\gamma_2}(a-\xi^{\gamma})_+^{n_2}$ олинган. Бу ерда:

$$\gamma_1=\frac{1}{\beta_1},\ \gamma_2=\frac{1}{\beta_2},\ \ \gamma=\frac{p}{p-1},\ n_i=\frac{(p-1)[k(p-2)-(m_i-1)]}{q},\ i=1,2,$$

$$q=k^2(p-2)^2-(m_1-1)(m_2-1)\ ,\ 1-[\gamma_1(p-2)k+\gamma_2(m_1-1)]=0,$$
$$\tau(t)=\ln(t).$$

3-жадвал

Секин диффузия

Параметр қийматлари	$t_{\max}=0.5,\ x_{1\max}=1.229,$ $x_{2\max}=1.229$	$t_{\max}=10,\ x_{1\max}=2.972,$ $x_{1\max}=2.972$	$t_{\max}=15,\ x_{1\max}=3.488,$ $x_{2\max}=3.488$
$m_1=3,\ m_2=3.5,\ p=5$ $eps=10^{-3}$, $n_1=1>0$, $n_2=0.5>0$, $q=4>0$, $\beta_1=5,\ \beta_2=5,\ k=1$			
$m_1=3,\ m_2=3.5,\ p=7$ $eps=10^{-3}$, $n_1=0.505>0$, $n_2=0.474>0$, $q=95>0$, $\beta_1=14,\ \beta_2=7$, $k=2$			

Итерацион жараён учун бошланғич яқинлашишни танлашнинг таклиф этилган усули самарали бўлиб чиқди ва чекли тарқалиш тезлиги ҳамда диффузион тўлқинларнинг фазода локаллашувига эга жараёнларни сонли жиҳатдан ўрганиш имконини берди.

Диссертациянинг **«Икки карра ночизиқли ва конвектив кўчишга эга биологик популяциянинг кросс-диффузион системаларини хоссалари»** деб аталган тўртинчи бобда тезлиги вақтга боғлиқ икки карра ночизиқли ҳамда конвектив кўчишли Колмогоров-Фишер типидаги популяцион моделлар ўрганилган. Q={(t,x): 0< t < ∞, x∈R } соҳада ночизиқли кросс-диффузияли иккита тенгламали параболик система қаралган

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u_1}{\partial t}=\dfrac{\partial}{\partial x}\left(D_1 u_1^{m_1-1}\left|\dfrac{\partial u_1}{\partial x}\right|^{p-2}\dfrac{\partial u_1}{\partial x}\right)+l(t)\dfrac{\partial u_1}{\partial x}+k_1(t)u_1\left(1-u_2^{\beta_1}\right), \\ \dfrac{\partial u_2}{\partial t}=\dfrac{\partial}{\partial x}\left(D_2 u_2^{m_2-1}\left|\dfrac{\partial u_2}{\partial x}\right|^{p-2}\dfrac{\partial u_2}{\partial x}\right)+l(t)\dfrac{\partial u_2}{\partial x}+k_2(t)u_2\left(1-u_1^{\beta_2}\right), \end{cases} \tag{10}$$

$$u_1\big|_{t=0}=u_{10}(x),\quad u_2\big|_{t=0}=u_{20}(x),$$

у ночизиқли икки компоненталиі муҳитда биологик популяция жараёнини таърифлайди, унинг диффузия коэффициентлари $D_1 u_1^{m_1-1}\left|\dfrac{\partial u_1}{\partial x}\right|^{p-2}$,

$D_2 u_2^{m_2-1}\left|\frac{\partial u_2}{\partial x}\right|^{p-2}$ га тенг, конвектив кўчиш (миграция) эса $l(t)$ тезликка эга, бу ерда $m_1, m_2, p, \beta_1, \beta_2$ - мусбат ҳақиқий сонлар, $u_1 = u_1(t,x) \ge 0$, $u_2 = u_2(t,x) \ge 0$ - изланаётган ечимлар.

Хусусан, (10)- системанинг тўлқинсимон ечими

$$w_i(\tau(t),\eta) = f_i(\xi),\ \xi = c\tau \pm \eta,\ i = 1,2,$$

кўринишга эга, бу ерда с – тўлқин тезлиги ва $w_i(\tau, x)$ учун тенглама кичик ҳадларсиз $1-[\gamma_1(m_1 + p - 3) \ne 0,$ ҳолда ҳар доим автомодел ечимга эга бўлишини ҳисобга олиб, қуйидаги система ҳосил қилинди:

$$\begin{aligned} L_1(f_1) &= \frac{d}{d\xi}\left(f_1^{m_1-1}\left|\frac{df_1}{d\xi}\right|^{p-2}\frac{df_1}{d\xi}\right) + c\frac{df_1}{d\xi} + \mu_1(f_1 - f_1\ f_2^{\beta_1}) = 0, \\ L_2(f_2) &= \frac{d}{d\xi}\left(f_2^{m_2-1}\left|\frac{df_2}{d\xi}\right|^{p-2}\frac{df_2}{d\xi}\right) + c\frac{df_2}{d\xi} + \mu_2(f_2 - f_2\ f_1^{\beta_2}) = 0, \end{aligned} \tag{11}$$

бу ерда $\mu_i = \dfrac{1}{1-[\gamma_i(m_i + p - 3)]},\ i = 1,2.$

Агар

$$\beta_1 = 1/\mathrm{n}_2,\ \beta_2 = 1/n_1,\ p + m_i - 3 > 0,\ i = 1,2,$$

бўлса у ҳолда (11) система А ва В ўзгармаслар

$$(n_1)^{m_1+p-3} A^{m_1+p-3} + (1 + B^{\beta_1}) = c,$$

$$(n_2)^{m_2+p-3} B^{m_2+p-3} + (1 + A^{\beta_2}) = c$$

алгебраик системанинг ечими бўлганда

$$\overline{f}_1 = A(a-\xi)^{n_1},\ \overline{f}_2 = B(a-\xi)^{n_2},$$

$$n_1 = (p-1)/(p+m_1-3),\ n_2 = (p-1)/(p+m_2-3),$$

кўринишдаги аниқ ечимга эга бўлади.

$n_1 > 0, n_2 > 0,\ p_i + m_i > 3$ ҳол *(секин диффузия)*. (11) тенгламани ечиш учун қуйидаги функциялардан фойдаланилди:

$$\overline{\theta}_1(\xi) = A_1(a-\xi\ )_+^{n_1},\ \overline{\theta}_2(\xi) = A_2(a-\xi\ )_+^{n_2},$$

бу ерда $a > 0$, $(y)_+ = \max(y, 0)$, $\xi < a$. (10) - масала ечимининг глобал мавжудлиги учун $f_i(\xi)$ функциялар қуйидаги тенгсизликларни қаноатлантириши керак:

$$L_1(\overline{f}_1) = \frac{d}{d\xi}\left(\overline{f}_1^{m_1-1}\left|\frac{d\overline{f}_1}{d\xi}\right|^{p-2}\frac{d\overline{f}_1}{d\xi}\right) + c\frac{d\overline{f}_1}{d\xi} + \mu_1(\overline{f}_1 - \overline{f}_1\ \overline{f}_2^{\beta_1}) \le 0,$$

$$L_2(\overline{f}_2) = \frac{d}{d\xi}\left(\overline{f}_2^{m_2-1}\left|\frac{d\overline{f}_2}{d\xi}\right|^{p-2}\frac{d\overline{f}_2}{d\xi}\right) + c\frac{d\overline{f}_2}{d\xi} + \mu_2(\overline{f}_2 - \overline{f}_2\ \overline{f}_1^{\beta_2}) \le 0,$$

бу ерда $\beta_1 = 1/n_2$, $\beta_2 = 1/n_1$.

$\bar{\theta}_1(\xi)$, $\bar{\theta}_2(\xi)$ функциялар (11) финит ечимларнинг асимптотикаси эканлиги кўрсатилди.

4-теорема. (11)-масаланинг финит ечими $\xi \to a_-$ да $f_i(\xi) \sim \bar{\theta}_i(\xi)$, $i=1,2$ асимптотикага эга бўлади.

$n_1>0, n_2>0,\ p_i+m_i<3$ ҳол *(тез диффузия)*. (11) тенгламани ечиш учун қуйидаги функциялардан фойдаланилди:

$$\chi_1(\xi)=(a+\xi\ )^{n_1},\ \chi_2(\xi)=(a+\xi\ )^{n_2},$$

бу ерда $a>0$.

5-теорема. $\xi \to +\infty$ да (11) масаланинг чексизликда йўқолиб кетадиган ечими $f_i(\xi) \sim \chi_i(\xi)$ асимптотикага эга бўлади.

Эксперимент ўтказиш учун сонли схема ва алгоритм ишлаб чиқилган.

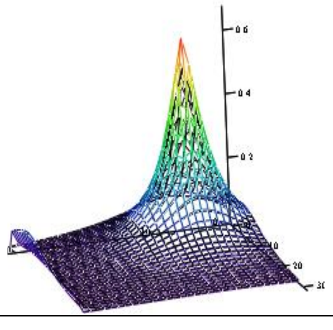
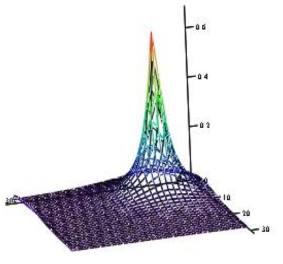
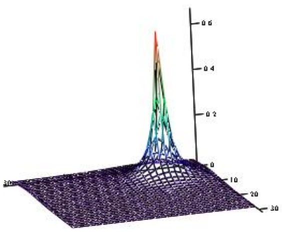
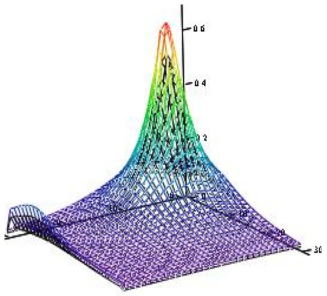
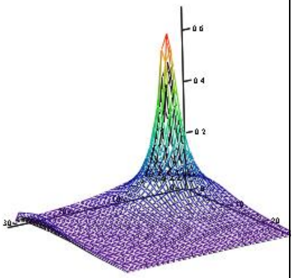
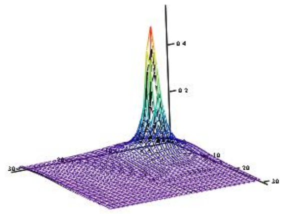
4-жадвалда параметр қийматлари $p+m_i-3<0,\ i=1,2$ бўлганда тезкор диффузия натижалари келтирилган. Бошланғич яқинлашиш сифатида $u_0(x,t)=(T+t)^{-\alpha_1}(a+\xi^{\gamma})^{q_1}$, $v_0(x,t)=(T+t)^{-\alpha_2}(a+\xi^{\gamma})^{q_2}$ олинган. Бу ерда:

$$\xi=(\int_0^t c(y)dy-x)/\tau^{\frac{1}{p}},\gamma=\frac{p}{p-1},\ c(t)=1/(T+t)^n,\ n\ge 1,\ n<1,$$

$$\int c(y)dy=(T+t)^{1-n}/(1-n),\ \alpha_1=\frac{1}{\beta_1-1},\ \alpha_2=\frac{1}{\beta_2-1},q_i=\frac{(p-1)}{p+m_i-3}.$$

4-жадвал

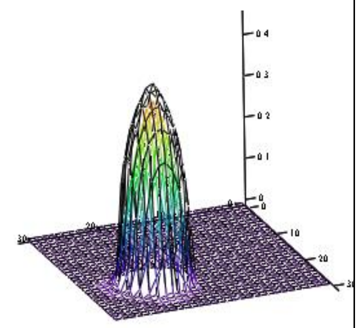
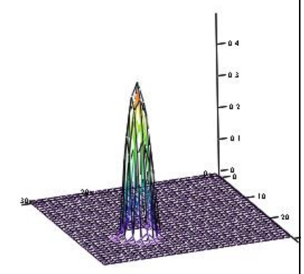
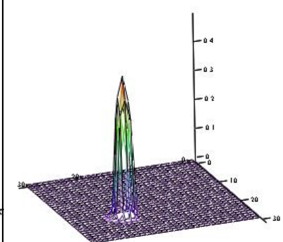
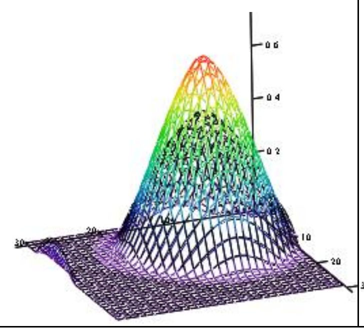
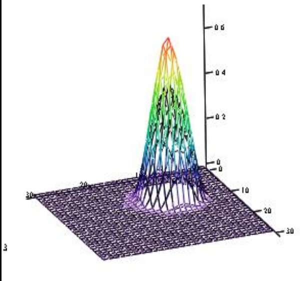
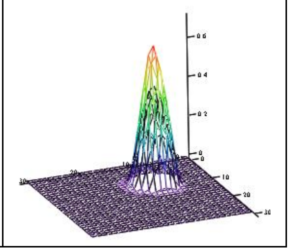
Тезкор диффузия

Параметр қийматлари	$x1=1;\ x2=1;$ $\lvert x\rvert=\sqrt{2}$	$x1=2;\ x2=2;$ $\lvert x\rvert=2\sqrt{2}$	$x1=3;\ x2=3;$ $\lvert x\rvert=3\sqrt{2}$
$m_1=0.8,\ m_2=0.7,$ $p=2.1,$ $eps=10^{-3},$ $\beta_1=2,\ \beta_2=5,$ $m_i+p-3<0,$ $n=3$			
$m_1=0.4,\ m_2=0.5,$ $p=2.2$ $eps=10^{-3},$ $\beta_1=2,\ \beta_2=2,$ $m_i+p-3<0,$ $n=5$			

5-жадвалда параметр қийматлари $p+m_i-3>0,\ i=1,2$ бўлганда секин диффузия натижалари келтирилган. Бошланғич яқинлашиш сифатида $u_0(x,t)=(T+t)^{-\alpha_1}(a-\xi^{\gamma})_+^{q_1}$, $v_0(x,t)=(T+t)^{-\alpha_2}(a-\xi^{\gamma})_+^{q_2}$ олинган.

5-жадвал

Секин диффузия

Параметр қийматлари	$x1=1;\ x2=1;$ $\lvert x\rvert=\sqrt{2}$	$x1=2;\ x2=2;$ $\lvert x\rvert=2\sqrt{2}$	$x1=3;\ x2=3;$ $\lvert x\rvert=3\sqrt{2}$
$m_1=1.9,\ m_2=5,$ $p=2.5,$ $eps=10^{-3},$ $\beta_1=1.5,\ \beta_2=2,$ $m_i+p-3>0,$ $n=3$			
$m_1=1.5,\ m_2=2,$ $p=2.5,$ $eps=10^{-3},$ $\beta_1=1.5,\ \beta_2=2,$ $m_i+p-3>0,$ $n=5$			

Диссертациянинг **«Икки карра ночизиқли ўзгарувчан зичликка эга биологик популяциянинг кросс-диффузион системаларини хоссалари»** деб номланган бешинчи бобида Q={(t,x): 0< t < ∞, x∈R} соҳада биологик популяция масаласининг иккита квазичиқли реакция-диффузия параболик тенгламаларининг системаси ўрганилди.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial(\rho(x)u_1)}{\partial t}=\dfrac{\partial}{\partial x}\left(D_1|x|^n u_2^{m_1-1}\left|\dfrac{\partial u_1}{\partial x}\right|^{p-2}\dfrac{\partial u_1}{\partial x}\right)+\rho(x)k_1u_1\left(1-u_1^{\beta_1}\right), \\ \dfrac{\partial(\rho(x)u_2)}{\partial t}=\dfrac{\partial}{\partial x}\left(D_2|x|^n u_1^{m_2-1}\left|\dfrac{\partial u_2}{\partial x}\right|^{p-2}\dfrac{\partial u_2}{\partial x}\right)+\rho(x)k_2u_2\left(1-u_2^{\beta_2}\right), \end{cases} \qquad (12)$$

$$u_1\big|_{t=0}=u_{10}(x),\quad u_2\big|_{t=0}=u_{20}(x),$$

у ночизиқли икки компонентали муҳитда биологик популяция жараёнини таърифлаб, унинг диффузия коэффициентлари $D_1|x|^n\ u_2^{m_1-1}\left|\dfrac{\partial u_1}{\partial x}\right|^{p-2}$,

$D_2 |x|^n u_1^{m_2-1} \left|\frac{\partial u_2}{\partial x}\right|^{p-2}$ га тенг, $m_1, m_2, n, p, \beta_1, \beta_2, D_1, D_2$ - мусбат ҳақиқий сонлар, $\rho(x) = |x|^{-l}, \beta_1, \beta_2 \ge 0$, , $l > 0$; $u_1 = u_1(t,x) \ge 0$, $u_2 = u_2(t,x) \ge 0$ - изланаётган ечимлар.

Қаралаётган масаланинг сифат хоссалари (12) учун ночизиқли ажратиш усули ёрдамида автомодел тенгламалар системасини қуриш йўли орқали ўрганилади:

$$\begin{cases} \xi^{1-s} \dfrac{d}{d\xi}\left(\xi^{s-1} f_2^{m_1-1} \left|\dfrac{df_1}{d\xi}\right|^{p-2} \dfrac{df_1}{d\xi}\right) + \dfrac{\xi}{p}\dfrac{df_1}{d\xi} + \mu_1 f_1 (1 - f_1^{\beta_1}) = 0, \\ \xi^{1-s} \dfrac{d}{d\xi}\left(\xi^{s-1} f_1^{m_2-1} \left|\dfrac{df_2}{d\xi}\right|^{p-2} \dfrac{df_2}{d\xi}\right) + \dfrac{\xi}{p}\dfrac{df_2}{d\xi} + \mu_2 f_2 (1 - f_2^{\beta_2}) = 0, \end{cases} \tag{13}$$

бу ерда $\mu_1 = \dfrac{1}{(\ 1\ \gamma_1\,[p-(\ +\gamma\ 2m)-{}_1}$, $\mu_2 = \dfrac{1}{(1-[\gamma_2(p-2)+\gamma_1(m_2-1)])}$,

$\xi = \varphi(|x|)/[\tau(t)]^{1/p}$, $\varphi(x) = |x|^{p_1}/p_1$, $p_1 = (p-(n+l))/p$.

(13)-система қуйидаги кўринишдаги тақрибий ечимга эга

$$\overline{f}_1 = A(a-\xi)^{\gamma_1},\ \overline{f}_2 = B(a-\xi)^{\gamma_2},$$

бу ерда

$$n_1 = \frac{(p-1)(p-(m_1+1))}{(p-2)^2-(m_1-1)(m_2-1)},\ n_2 = \frac{(p-1)(p-(m_2+1))}{(p-2)^2-(m_1-1)(m_2-1)}.$$

A ва B коэффициентларнинг қийматлари

$$|\gamma\gamma_1|^{p-1}\gamma\gamma_1 A^{p-1} B^{m_1-1} = 1/p,$$
$$|\gamma\gamma_2|^{p-1}\gamma\gamma_2 A^{m_2-1} B^{p-1} = 1/p$$

ночизиқли алгебраик тенгламалар системасидан топилади.

$n_1 > 0, n_2 > 0, n > 0$ *(секин диффузия) ҳол.* (13) тенгламани ечиш учун ночизиқли ажратиш усулини тадбиқ этиб қуйидаги функцияларни ҳосил қиламиз:

$$\theta_1(\xi) = (a-\xi^{\gamma})_+^{n_1},\ \theta_2(\xi) = (a-\xi^{\gamma})_+^{n_2},$$

бу ерда $a > 0$. (13) масаланинг глобал ечими мавжуд бўлиши учун $f_i(\xi)$ функциялар қуйидаги тенгсизликларни қаноатлантириши лозим:

$$\begin{cases} \xi^{1-s} \dfrac{d}{d\xi}\left(\xi^{s-1} \overline{f}_2^{\,m_1-1} \left|\dfrac{d\overline{f}_1}{d\xi}\right|^{p-2} \dfrac{d\overline{f}_1}{d\xi}\right) + \dfrac{\xi}{p}\dfrac{d\overline{f}_1}{d\xi} + \mu_1 (f_1 - f_1\ f_2^{\beta_1}) \le 0, \\ \xi^{1-s} \dfrac{d}{d\xi}\left(\xi^{s-1} \overline{f}_1^{\,m_2-1} \left|\dfrac{d\overline{f}_2}{d\xi}\right|^{p-2} \dfrac{d\overline{f}_2}{d\xi}\right) + \dfrac{\xi}{p}\dfrac{d\overline{f}_2}{d\xi} + \mu_2 (f_2 - f_2\ f_1^{\beta_2}) \le 0, \end{cases}$$

$$\beta_1 = 1/n_2,\ \beta_2 = 1/n_1.$$

$\theta_1(\xi), \theta_2(\xi)$ функциялар (13) финит ечимларнинг асимптотикаси бўлиши кўрсатилган.

6-теорема. (13)-масаланинг финит ечими $\xi \to a_-$ да $f_i(\xi) \sim \theta_i(\xi)$ асимптотикага эга бўлади.

$n_1 > 0, n_2 > 0,\ n < 0$ ҳол*(тезкор диффузия).* (14) учун

$$\chi_1(\xi) = (a + \xi\ )^{n_1},\ \chi_2(\xi) = (a + \xi\ )^{n_2},$$

муносабат ўринли бўлади, бу ерда $a > 0$.

7-теорема. $\xi \to +\infty$ да (13)-масаланинг чексизликда йўқолувчи ечими $f_i(\xi) \sim \chi_i(\xi)$ асимптотикага эга бўлади.

8-теорема. $u_i(0,x) \le u_{i\pm}(0,x),\ x \in R$ бўлсин. У ҳолда (12)-масаланинг ечими учун Q соҳада

$$u_1(t,x) \le u_{1+}(t,x) = e^{k_1 t}\tau^{-\alpha_1}\,\overline{f}_1(\xi),$$
$$u_2(t,x) \le u_{2+}(t,x) = e^{k_2 t}\tau^{-\alpha_2}\,\overline{f}_2(\xi),$$
$$\xi = \varphi(|x|) / [\tau(t)]^{1/p},$$

баҳолаш ўринли бўлади, бу ерда $\overline{f}_1(\xi),\ \overline{f}_2(\xi)$ *ва* $\tau(t)$-юқорида аниқланган функциялар.

Қайд этиш жоизки (12) системанинг ечими

$$a = \left(P_1\gamma / B(\frac{1}{\gamma}, 1 + n_1) \right)^{\frac{\gamma}{n_1}} = \left(P_2\gamma / B(\frac{1}{\gamma}, 1 + n_2) \right)^{\frac{\gamma}{n_2}}$$

бўлганда $\beta_i = \dfrac{(p-2)^2 - (m_1 - 1)(m_2 - 1)}{(p-1)(p - (m_i + 1))}$ кўринишга эга бўлади, бу ерда $B(a,b)$ Эйлернинг бетта функцияси.

Бугунги кунда дунёда турли ҳил муддатлар учун эпидемиологик башоратларга алоҳида эътибор қаратилади. Шу тариқа, бир неча ҳафта олдинга қилинган қисқа муддатли башорат оператив бошқарувда ҳамда касалликнинг эпидемик кучайишларни аниқлашда тадбиқ этилади. Кучайган режимда касалликнинг гиперболик ўсиши ночизиқли дифференциал тенгламани ечишда асосий функцияга айланади.

Башорат муҳлати ва мавжуд статистикага кўра у ёки бу ёндашувдан фойдаланиш мақсадга мувофик. Таҳлил учун асос касалликнинг вақтга боғлиқ қаторлари ташкил қилади, улар ҳар хил табиатга мансуб маълумотлар –масалан табиат шароитларининг тавсифлари билан тўлдирилиши мумкин. Маълумотларни йиғиш частотаси инфекция тури, айни пайтдаги эпидемиологик ҳолат ва ташкилий имкониятларга қараб белгиланади. Ғарбий мамлакатларда касаллик бўйича статистикани ҳар куни янгилашга интилмоқдалар. Хусусан Covid-19 коронавирус бўйича эпидемиологик маълумотлар ҳар куни тўпланади. Мазкур ишда қаралган барча усуллар Covid-19 коронавирус билан касалланишни башорат қилиш мисолида намойиш қилинган.

ХУЛОСА

“Биологик популяциянинг кросс-диффузион системаларини компьютерли моделлаштириш” диссертацияси бўйича қуйидаги хулосалар тақдим этилган:

1. Кросс-диффузион популяция системалари ўрганилди. Қаралаётган моделларнинг машҳур Колмогоров-Петровский-Пискунов (КПП) моделидан асосий фарқи кучайишнинг чегараланганлиги ва фазода локаллашуви эканлиги кўрсатилди.

2. Икки карра ночизиқли ва ўзгарувчан зичликка эга конвектив кўчишли биологик популяция кросс-диффузион системалари жараёнлари сонли моделлаштирилди. Ночизиқли масалаларни ўрганиш усулларидан ночизиқли ажратиш ва эталон тенгламалар усули самарали эканлиги исботланди. Бу борада кўп компонентали рақобатлашувчи биологик популяция системалари тенгламаларини ечиш учун ночизиқли ажратиш алгоритми асослаб берилди.

3. Муҳит параметрлари ҳамда фазо ўлчамлари ва бошланғич маълумотларга кўра икки карра ночизиқли биологик популяция системаларининг Коши масаласи ечими учун олинган баҳолар кросс-диффузион ночизиқли моделининг асимптотикаси эканлиги асослаб берилди.

4. Кўп компонентали кросс-диффузион биологик популяция системалари учун ночизиқли ажратиш алгоритми ёрдамида Коши масаласи ечимининг қуйи ва юқори баҳолари олинди, бунинг асосида эса қўйилган масалани сонли ечишга имкон яратувчи компакт ташувчили умумлашган ечимлар ҳамда автомодел тенгламалар системанинг чексизликда йўқолувчи ечимларининг асимптотикаси қурилди.

5. Биологик популяциянинг кўп комоненталы кросс-диффузион системалари квазичиқли тенгламалари учун ечимларнинг асимптотик ҳатти-ҳаракати ўрганилди.

6. Биологик популяциянинг кросс-диффузион системаларини ночизиқли жараёнлари сонли ўрганилди, ечимларнинг олинган баҳолари асосида натижалар таҳлил қилинди, таҳлил натижалари параболик тенгламалар системасини ечиш учун янги эффектларни топиш алгоритм ва дастурлар мажмуининг юқори самарадорлиги кўрсатилди.

7. Ишлаб чиқилган сонли схемалар, алгоритм ва дастурлар мажмуи ишда белгиланган ночизиқли математик моделларнинг сифат хоссалари асосида биологик популяциянинг реакция диффузия жараёнларини компьютерли моделлаштириш ҳамда диссипатив тузилмаларнинг вужудга келишини аниқлаш имконини берди.

8. Сонли параметрлар ва маълумотларнинг қийматларига кўра бошланғич яқинлашишларни танлаш муаммолари ҳал этилди, бу кросс-диффузия жараёнининг эволюциясини кузатиш имконини берди.

9. Ишлаб чиқилган дастурлар мажмуи вақт ва фазо бўйича ечим визуализацияси жараёнларини автоматлаштиришга имкон берди.

**НАУЧНЫЙ СОВЕТ DSc.13/30.12.2019.T.07.01
ПО ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЕНЫХ СТЕПЕНЕЙ ПРИ ТАШКЕНТСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ**

НАУЧНО-ИННОВАЦИОННЫЙ ЦЕНТР ИНФОРМАЦИОННО-КОММУНИКАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ПРИ ТАШКЕНТСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

МУХАМЕДИЕВА ДИЛДОРА КАБИЛОВНА

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КРОСС-ДИФФУЗИОННЫХ СИСТЕМ БИОЛОГИЧЕСКОЙ ПОПУЛЯЦИИ

05.01.07 - Математическое моделирование. Численные методы и комплексы программ

**АВТОРЕФЕРАТ ДОКТОРСКОЙ (DSc)
диссертации по техническим наукам**

Ташкент – 2020

Тема докторской диссертации по техническим наукам (DSc) зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Кабинете Министров Республики Узбекистан за номером B2019.4. DSc /T242.

Диссертация выполнена в Научно-инновационном центре информационно-коммуникационных технологий при Ташкентском университете информационных технологий.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, русский, английский (резюме)) размещен на веб-странице научного совета (www.tuit.uz) и на Информационно-образовательном портале «ZiyoNet» (www.ziyonet.uz).

Научный консультант:	**Арипов Мерсаид Мирсидикович** доктор физико-математических наук, профессор
Официальные оппоненты:	**Равшанов Нормахмат** доктор технических наук, профессор
	Утеулиев Ниетбай Утеулиевич доктор физико-математических наук, профессор
	Маматов Алишер Зулунович доктор технических наук, профессор
Ведущая организация:	**Ташкентский государственный технический университет**

Защита диссертации состоится «27» июля 2020 г. в 10^{00} часов на заседании Научного совета DSc.13/30.12.2019.T.07.01 при Ташкентском университете информационных технологий. (Адрес: 100202, г. Ташкент, ул. Амира Темура, 108. Тел.: (99871) 238-64-43; факс: (99871) 238-65-52; e-mail: tuit@tuit.uz).

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Ташкентского университета информационных технологий (регистрационный номер №161). (Адрес: 100202, г. Ташкент, ул. Амира Темура, 108. Тел.: (99871) 238-65-44).

Автореферат диссертации разослан «15» июля 2020 года.
(протокол рассылки №10 от «2» июля 2020 г.).

Р.Х.Хамдамов
Председатель научного совета по присуждению учёных степеней, д.т.н., профессор

Ф.М.Нуралиев
Ученый секретарь научного совета по присуждению учёных степеней, д.т.н., доцент

М.Б.Хидирова
Председатель научного семинара при Научном совете по присуждению учёных степеней, д.т.н., старший научный сотрудник

ВВЕДЕНИЕ (аннотация диссертации доктора наук (DSc))

Актуальность и востребованность темы диссертации. В мире особое внимание уделяется разработке и развитию нелинейных математических моделей биологической популяции. «По прогнозам отдела популяции ООН к 2050 году число земного населения достигнет 9700 миллиона. Согласно оптимистичному прогнозу, на рубеже 2057−2058 годов в Узбекистане будет проживать около 50 миллионов человек, а к 2100 году численность населения может достигнуть 65 миллионов. В режиме с обострением гиперболический рост населения станет основной функцией в решении нелинейного дифференциального уравнения»[4]. В развитых странах, в том числе, в США, Японии, Испании, Германии, Великобритании, Франции, Российской Федерации, Узбекистане и других, ведутся активные исследования по разработке и применению нелинейных математических моделей.

В мире ведутся широкомасштабные научные исследования по математическому моделированию нелинейных процессов ряда фундаментальных проблем. Несмотря на это, вопросы создания методов и алгоритмов, ориентированных на решение нелинейных задач биологической популяции исследованы не достаточно полно, что приводит к необходимости разработки нелинейных моделей кросс-диффузии.

В нашей Республике особое внимание уделяется внедрению информационно-коммуникационных технологий в социальной и производственной сфере. В Стратегии действий по дальнейшему развитию Республики Узбекистан на 2017-2021 годы определены такие задачи как «... внедрение информационно-коммуникационных технолгий в экономику, социальную сферу, систему управления ...»[5]. Для реализации подобных задач было осуществлено множество мероприятий по организации научных исследований в направлении компьютерного моделирования процессов биологической популяции в зависимости от размерности пространства и достигнуты определенные результаты. Исследования асимптотик системы квазилинейных уравнений биологической популяции и методов численного решения, усовершенствование возможности определения причинно-следственных зависимостей роста населения республики Узбекистан, а также существование сложной пространственно-временной динамики численности больных, являются одной из актуальных задач.

Данное диссертационное исследование в определенной степени служит выполнению задач, предусмотренных указами Президента Республики Узбекистан №УП-4947 от 7 февраля 2017 года «О Стратегии Республики Узбекистан» и №УП-5349 от 19 февраля 2018 года «О мерах по дальнейшему

---

[4] http://spkurdyumov.ru/biology/ocherk-teorii-rosta-chelovechestva-kapica/2/

[5] Указ Президента Республики Узбекистан «О стратегии действий по дальнейшему Развитию Республики Узбекистан». УП-4947 от 7 февраля 2017 года

совершенствованию сферы информационных технологий и коммуникаций», постановлением президента Республики Узбекистан от 29 августа 2017 года №ПП-3245 «О мерах по дальнейшему совершенствованию системы управления проектами в сфере информационно-коммуникационных технологий», а также в других нормативно-правовых документах, принятых в данной сфере.

Соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики. Данное исследование выполнено в соответствии с приоритетным направлением развития науки и технологий Республики Узбекистан IV. «Развитие информатизации и информационно-коммуникационных технологий».

Обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации[6]. Во многих ведущих научных центрах и высших образовательных учреждениях мира проводятся научные исследования, направленные на изучение различных свойств решений нелинейных задач, в том числе в Oxford University, University of Cambridge, Department of Mathematical Sciences of University of Liverpool, Department of Applied Mathematics of University of Leeds, Faculty of Biological Sciences of University of Leeds, Department of Engineering Mathematics and School of Biological Sciences of University of Bristol (Великобритания), Department of Mathematics of Stanford University, Consortium of the Americas for Interdisciplinary Science and Department of Physics and Astronomy of University of New Mexico, Department of Biology of University of Louisiana, Departments of Entomology and Biology, Pennsylvania State University (США), Ecole des Hautes Etudes en Sciences Sociales, Institut de Math´ematiques de Toulouse, Universit´e Paul Sabatier (Франция), Universit`a degli Studi di Padova Dipartimento di Matematica (Италия), Departamento de Física, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile, Complex Systems Group, Facultad de Ingeniería y Ciencias Aplicadas, Universidad de los Andes (Чили), Centro Ato ´mico Bariloche, Instituto Balseiro and CONICET (Аргентина), Department of Theoretical Ecology, Biology Centre ASCR, Institute of Entomology (Чехия), School of Sciences, Jimei University, Xiamen (Китай), Московский Государственный Университет, Институт прикладной математики, Институт теоритической и экспериментальной биофизики, Томский Государственный университет (Российская Федерация), Национальный университет Узбекистана, Самаркандский государственный университет, Научно-инновационный центр информационно-коммуникационных технологий при Ташкентском Университете Информационных технологий имени Мухаммада ал-Хоразмий (Узбекистан).

В результате проведенных иследований по численному моделированию

[6] Обзор международных научных исследований по теме диссертации основан работам Oxford University, University of Cambridge, Department of Mathematical Sciences of University of Liverpool, Department of Engineering Mathematics and School of Biological Sciences of University of Bristol, Department of Mathematics of Stanford University, Consortium of the Americas for Interdisciplinary Science and Department of Physics and Astronomy of University of New Mexico, http:|

кросс-диффузионных систем проводимых по всему миру получены ряд научных результатов, в том числе: доказано что одномерная стационарная модель претерпевает бифуркацию Тьюринга на некотором размере интервала при подходящих условиях на коэффициенты системы, найдены условия существования и единственности решения, изучена устойчивость а также диффузионная неустойчивость неизменных стационарных растворов (National Natural Science Foundation of China, Austrian Science Fund), изучены некоторые аисмптотики моделей (Friedrich-Alexander-University of Erlangen-Nürnberg), рассмотрена система уравнений Максвелла-Стефана, описывающая многокомпонентные диффузионные потоки в неразбавленных растворах или газовых смесях, (Center of Smart Interfaces, TU Darmstadt), доказано существование слабых решений и корректность сильных решений, близких к равновесию (Technische Universität Chemnitz), показано, что для одномерной однородной среды обитания, если градиенты двух коэффициентов перекрестной и самодиффузии имеют одинаковое направление, побеждает вид с меньшим градиентом, (Department of Ecology and Evolution at Princeton University), изучены стационарные случаи модели Шигезада-Кавасаки-Терамото (Department of Applied Mathematics Waseda University).

В мире исследования по дальнейшему развитию существующих и созданию новых методов численного моделирования нелинейных процессов биологической популяции осуществляются по следующим перспективным направлениям: нахождение условий глобального решения нелинейной модели; исследование асимптотических выражений обобщенных решений нелинейной системы уравнений параболического типа; изучение условий пространственной локализации; разработка программных комплексов, дающих возможность численно изучить нелинейные процессы биологической популяции.

Степень изученности проблемы. Несмотря на то, что в течении многих лет проблема моделирования нелинейных процессов находится в центре внимания ученых всего мира, в последние годы наблюдается постоянный рост числа научных публикаций по данной тематике. Вопросам разработки и совершенствования методики нелинейного моделирования посвящены работы ряда ученых: Дж.Марри, N.Shigesada, K. Kawasaki, H.Berestycki, L.Rossi, Н.В.Белотелов, А.И.Лобанов и других авторов. Модель эволюции популяции бактерий на основе уравнения Колмогорова-Фишера была рассмотрена в работах А.Ю.Трифонова и А.В.Шаповалова. В работе Н.В.Белотелова и А.И.Лобанова для модели одной популяции нелинейной диффузии было показано, что нелинейная зависимость миграционного потока от вида локальной плотности популяции позволяет адекватно описать характерное поведение динамики численности популяции.

В Узбекистане нелинейными задачами и их системами занимались Н.М.Мухитдинов, М.М.Арипов, А.Б.Бегматов, Ж.Тохиров, Б.Ш.Хужаёров, Н.Равшанов, Н.Н.Утеулиев, А.З.Маматов, Ш.А.Сагдуллаева, А.С.Матякубов З.Р.Рахмонов – описывающие различные процессы. Как доказано в работах

М.М.Арипова одними из эффективных методов исследования нелинейных задач являются метод нелинейного расщепления и метод эталонных уравнений.

Анализ работ по моделированию кросс-диффузионных систем биологической популяции и результаты практического применения методов и алгоритмов при решении различных прикладных задач показывает, что теоретические и прикладные проблемы в области моделирования нелинейных процессов требуют более глубокого и полного исследования. К их числу относится проблема разработки алгоритмов, обеспечивающая решение нелинейных кросс-диффузионных систем на основе метода нелинейного расщепления и эталонных уравнений.

Связь диссертационного исследования с планами научно-исследовательских работ научно-исследовательского учреждения, где выполнена диссертация. Диссертационное исследование выполнено в рамках проекта, включенных в план научно-исследовательских работ Национального Университета имени Мирзо Улугбека, по теме: А-5-44 «Численное моделирование систем биологической популяции типа Колмогорова-Фишера» (2015-2017), а также в рамках проекта, включенных в план научно-исследовательских работ Научно-инновационного центра информационно-коммуникационных технологий при Ташкентском университете информационных технологий имени Мухаммада ал-Хоразмий по теме: ЁБВ-Атех-2018-10 «Разработка алгоритмов и программ многоагентной интеллектуальной системы для моделирования слабоформализуемых процессов» (2018-2019).

Целью исследования является анализ качественных свойств нелинейных математических моделей с двойной нелинейностью и на его основе разработка численных схем и методов реализации, описывающих процессы многокомпонентных кросс-диффузионных систем биологической популяции в однородной и неоднородной среде.

Задачи исследования:

исследовать свойства математических моделей двух классов-модели нелинейной популяции и кросс-диффузионных систем конкурирующих популяций;

разработать численные модели многокомпонентных кросс-диффузионных процессов биологической популяции на основе алгоритма нелинейного расщепления и принципов сравнения решений;

разработать численные модели многокомпонентных кросс-диффузионных процессов биологической популяции с конвективным переносом и переменной плотностью;

построить нижние и верхние решения задачи Коши алгоритмом нелинейного расщепления для многокомпонентных кросс-диффузионных систем уравнения биологической популяции в зависимости от значений числовых параметров среды, размерности пространства и начальных данных;

исследовать асимптотические поведения решения кросс-диффузионных систем параболических уравнений, описывающих нелинейный процесс многокомпонентной конкурирующей биологической популяции;

найти начальные подходящие приближения для применения итерационных методов и построить численные схемы при исследовании нелинейных процессов многокомпонентной кросс-диффузионной системы биологической популяции;

разработать алгоритмы и программные комплексы для решения вышеизложенных задач, определить численно новые эффекты, связанные с нелинейностью, визуально представить решение, провести вычислительный эксперимент.

Объектом исследования являются нелинейные процессы биологической популяции, описываемые нелинейными кросс-диффузионными системами.

Предметом исследования являются методы исследования качественных свойств решений кросс-диффузионных систем уравнений биологической популяции, численные методы и вычислительный алгоритм компьютерной реализации изучаемых процессов.

Методы исследования. В работе использованы алгоритм нелинейного расщепления, автомодельные и приближенно автомодельные методы, методика сравнения решений, итерационные численные методы, методы переменных направлений и прогонки.

Научная новизна исследования заключается в следующем**:**

разработаны методы построения автомодельных и приближенно-автомодельных решений кросс-диффузионных систем биологической популяции, основанные на алгоритме нелинейного расщепления;

моделированы на компьютере процессы многокомпонентных кросс-диффузионных систем биологической популяции конвективного переноса;

моделированы на компьютере процессы многокомпонентных кросс-диффузионных систем биологической популяции с двойной нелинейностью и переменной плотностью;

определены новые свойства локализации решений нелинейных кросс-диффузионных систем биологической популяции, доказана глобальная разрешимость и получены оценки обобщенных решений задачи Коши;

обоснованы асимптотические поведения решений систем автомодельных уравнений;

получены оценки решения задачи Коши для нелинейных кросс-диффузионных систем уравнений биологической популяции в зависимости от значений параметров среды, размерности пространства и начальных данных;

разработаны методы построения нижних и верхних решений кросс-диффузионных систем уравнений биологической популяции;

предложены соответствующие начальные приближения, обеспечивающие вычисления с необходимой точностью в зависимости от значений численных параметров с помощью итерационных методов;

разработаны вычислительные схемы, алгоритмы и программный комплекс, осуществляющие численное моделирование кросс-диффузионных систем биологической популяции с визуализацией нелинейных математических моделей кросс-диффузии и дающие возможность проследить за эволюцией изучаемого процесса.

Практические результаты исследования заключаются в следующем**:**

разработан итерационный процесс применительно к численному решению нелинейных кросс-диффузионных систем биологической популяции;

разработаны численные схемы и алгоритмы на основе качественного анализа;

разработан программный комплекс, помогающий изучить визуальные нелинейные процессы на основе нелинейных систем кросс-диффузионных уравнений;

установлены новые явления, связанные с нелинейными математическими моделями процесса биологической популяции в результате применения методов получения автомодельных и приближенно автомодельных решений.

Достоверность результатов исследования. Достоверность результатов исследования подтверждаются строго доказанными теоремами и утверждениями. Используя полученные оценки решений, проведен численный анализ решений, результаты которого подтверждают достоверность и эффективность предложенной в работе методики расчета с применением метода эталонных уравнений и автомодельного анализа с сохранением нелинейного эффекта.

Научная и практическая значимость результатов исследования. Научная значимость результатов исследования заключается в том, что обоснованы условия глобальной разрешимости по времени решений нелинейных кросс-диффузионных систем уравнений биологической популяции. Они могут быть использованы для изучения математических моделей нелинейных процессов теплопроводности, фильтрации, диффузии, а также в дальнейшем развитии теории нелинейных параболических уравнений.

Практическая значимость полученных в диссертации результатов заключается в том, что построенный итерационный процесс, разработанные численные схемы и программный комплекс позволяют провести вычислительный эксперимент для решения задач нелинейных процессов биологической популяции в случае быстрой и медленной диффузии.

Внедрение результатов исследования. На основе численных схем и методов исследования автомодельного анализа в однородной и неоднородной среде:

автомодельное решение многокомпонентной нелинейной задачи биологической популяции параболического типа и методы численного решения применены в Андижанском филиале Республиканского научного центра экстренной медицинской помощи, в Андижанской медицинской ассоциации, в Андижанском многопрофильном медицинском центре и в

Андижанской областной инфекционной больнице (справка № 24-8/1056 от 05 февраля 2020 года Андижанского областного управления здравоохранения министерства здравоохранения и справка Министерства по развитию информационных технологий и коммуникаций №33-8/2959 от 03 июня 2020 г.). Это позволило на 15% повысить эффективность прогнозирования распространения инфекционных заболеваний;

разработанный метод получения автомодельных и приближенно автомодельных решений а также оценка глобальных и неограниченных решений применены в Ферганской городской медицинской ассоциации, в Ферганском филиале республиканского научного центра экстренной медицинской помощи (справка № 01-08/481 от 05 февраля 2020 года Ферганского областного управления здравоохранения Министерства здравоохранения и справка Министерства по развитию информационных технологий и коммуникаций №33-8/2959 от 03 июня 2020 г.). Это позволило на 15% повысить эффективность прогнозирования распространения инфекционных заболеваний;

нелинейные математические модели описывающие многокомпонентные конкурирующие процессы биологической популяции описываемые квазилинейными параболическими уравнениями внедрены в Управление магистральной системы «Зарафшон» (справка Министерства по развитию информационных технологий и коммуникаций №33-8/2959 от 03 июня 2020 г.). На основе этого эффективность принятия решений повысилась на 25%;

оценки решения задачи Коши для многокомпонентных конкурирующих систем уравнений биологической популяции, методы численного решения внедрены в Ташкентском областном управлении Государственного комитета Республики Узбекистан по содействию приватизированным предприятиям и развитию конкуренции (справка Министерства по развитию информационных технологий и коммуникаций №33-8/2959 от 03 июня 2020 г.). Это позволило снизить число убыточных предприятий Ташкентской области на 15% по сравнению с предыдущим годом.

Апробация результатов исследования. Основные теоретические и практические результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на 9 международных, 11 республиканских научно-практических конференциях.

Публикация результатов исследования. Основные результаты исследования опубликованы в 76 научных работах, из которых 20 опубликованы в журналах, рекомендованных Высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан для публикации основных научных результатов докторских диссертаций, в том числе 12 в зарубежных и 8 в республиканских журналах, также получены 3 свидетельств об официальной регистрации программы для ЭВМ.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, списка использованной литературы и приложений. Объем диссертации состоит из 192 страниц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обосновываются актуальность и востребованность темы диссертации в соответствии с приоритетными направлениями развития науки и технологий Республики Узбекистан, формулируются цель и задачи, а также объект и предмет исследования, изложены научная новизна и практические результаты исследования, обоснована достоверность полученных результатов, раскрыта теоретическая и практическая значимость полученных результатов, приведены перечень внедрений в практику результатов исследования, сведения об опубликованных работ и структура диссертации.

В первой главе диссертации **«Математическое моделирование нелинейной кросс-диффузионной системы биологической популяции»** проводятся аналитический обзор популяционных моделей с нелинейной диффузией, относящихся к теме диссертации, а также некоторые вспомогательные утверждения и определения, необходимые для дальнейшего изложения результатов. Предложены подходы к решению задачи биологической популяции в одномерном случае. Проводился аналитический обзор многокомпонентных кросс-диффузионных систем.

Общая математическая модель однокомпонентных систем могут быть записаны уравнением:

$$u_t^a = \sum_{\beta=1}^{n} \sum_{j=1}^{3} \frac{\partial}{\partial x_j}\left(D(u)^{\alpha\beta} \frac{\partial u^b}{\partial x_j} \right) + f^{\alpha}(u^b),$$

где t обозначает время, n - количество компонентов в системе, x_j является пространственной переменной, а $D(u)$ является матрицей коэффициентов диффузии. Неизвестная переменная $u(t,x)$ представляет плотность, насыщенность или концентрацию в положении x в момент времени t для одного измерения или в положении (x,y) в момент времени t для двух измерений или в положении (x,y,z) в момент времени t для трех измерений. Действие диффузионных членов в реакционных диффузионных системах заключается в том, чтобы найти связь между различиями концентраций компонентов вдоль области пространства.

В различных областях, таких как физика, химия, биология, экология, неврология и т. д., наблюдаем явления, которые могут быть описаны такими уравнениями. Существует много проблем, которые проявляются в реакционных диффузионных системах.

Комбинация терминов реакции и диффузии охватывает все окружающие факторы явления в реальных задачах. Фактически, реакционная кросс-диффузионная система не получила такого внимания, как реакционная самодиффузионная система. Одного этого достаточно, чтобы мотивировать нас исследовать некоторые свойства в таких системах.

Во второй главе диссертации **«Автомодельные решения кросс-диффузионных систем биологической популяции»** исследуются построение системы квазилинейных уравнений реакции-диффузии задачи биологической популяции. В области $Q=\{(t,x):\ 0<t, x\in R\}$ рассматривается класс параболических систем двух квазилинейных уравнений реакции-диффузии с двойной нелинейной диффузией

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u_1}{\partial t} = div(D_1 u_2^{m_1-1}\left|\nabla u_1\right|^{p-2}\nabla u_1) + F_1(u_1), \\ \dfrac{\partial u_2}{\partial t} = div(D_2 u_1^{m_2-1}\left|\nabla u_2\right|^{p-2}\nabla u_2) + F_2(u_2), \end{cases} \qquad (1)$$

$$u_1\big|_{t=0} = u_{10}(x),\ \ u_2\big|_{t=0} = u_{20}(x),$$

которая описывает процесс биологической популяции типа Колмогорова-Фишера в нелинейной двухкомпонентной среде при $F_1(u_1)=k_1u_1(1-u_1^{\beta_1})$, $F_2(u_2)=k_2u_2(1-u_2^{\beta_2})$, $k_1=1/\beta_1$, $k_2=1/\beta_2$ и коэффициенты диффузии равны $D_1u_2^{m_1-1}\left|\nabla u_1\right|^{p-2}$, $D_2u_1^{m_2-1}\left|\nabla u_2\right|^{p-2}$, где $m_1, m_2, p, \beta_1, \beta_2$ - положительные вещественные числа, $u_1=u_1(t,x)\ge 0$, $u_2=u_2(t,x)\ge 0$ - искомые решения. Особенности этой системы в вырождении систем. В области, где $u_1=0$, $u_2=0$, $\nabla u_1=0$, $\nabla u_2=0$, она может не иметь классических решений.

При $F_1(u_1)=k_1u_1$, $F_2(u_2)=k_2u_2$ соответствующая модель линейна, в этом случае задача редуцируется

$$\begin{cases} \dfrac{\partial w_1}{\partial t} = div(D_1 w_2^{m_1-1}\left|\nabla w_1\right|^{p-2}\nabla w_1), \\ \dfrac{\partial w_2}{\partial t} = div(D_2 w_1^{m_2-1}\left|\nabla w_2\right|^{p-2}\nabla w_2), \end{cases}$$

путем замены $u_1(t,x)=e^{k_1t}w_1(\tau,x)$, $u_2(t,x)=e^{k_2t}w_2(\tau,x)$, $\tau(t)=\dfrac{e^{[(m_1-1)k_2+(p-2)k_1]t}}{(m_1-1)k_2+(p-2)k_1}=\dfrac{e^{[(m_2-1)k_1+(p-2)k_2]t}}{(m_2-1)k_1+(p-2)k_2}$. Поэтому необходимо исследовать обобщение решения из класса $u_2^{m_1-1}\left|\nabla u_1\right|^{p-2}\nabla u_1\in C(\mathrm{Q})$, $u_1^{m_1-1}\left|\nabla u_2\right|^{p-2}\nabla u_2\in C(\mathrm{Q})$.

Исследованы качественные свойства рассматриваемой задачи путем построения автомодельной системы уравнений для (1) .

Автомодельная система уравнений построена методом нелинейного расщепления.

$$\begin{cases} \xi^{1-N}\dfrac{d}{d\xi}(\xi^{N-1}f_2^{m_1-1}\left|\dfrac{df_1}{d\xi}\right|^{p-2}\dfrac{df_1}{d\xi})+\dfrac{\xi}{p}\dfrac{df_1}{d\xi}+\theta_1 f_1(1-f_1^{\beta_1})=0, \\ \xi^{1-N}\dfrac{d}{d\xi}(\xi^{N-1}f_1^{m_2-1}\left|\dfrac{df_2}{d\xi}\right|^{p-2}\dfrac{df_2}{d\xi})+\dfrac{\xi}{p}\dfrac{df_2}{d\xi}+\theta_2 f_2(1-f_2^{\beta_1})=0, \end{cases} \qquad (2)$$

где $\theta_i=\dfrac{\alpha_i}{(1-\left[\alpha_i(\mathrm{p}-2)+\alpha_{3-i}(\mathrm{m}_i-1)\right])\tau}$. Построено верхнее решение для системы (2). Если $\beta_i = [(\mathrm{p}-2)^2 - (m_1-1)(m_2-1)]/[(\mathrm{p}-1)(\mathrm{p}-(\mathrm{m}_i+1)]$, $p > 2+\sqrt{(m_1-1)(m_2-1)},\ i=1,2,$ то уравнение (2) имеет приближенное решение вида

$$\overline{f}_1(\xi) = A(a-\xi^{\gamma})_+^{n_1},\ \ \overline{f}_2(\xi) = B(a-\xi^{\gamma})_+^{n_2},$$

где $(b)_+ = \max(0,b)$, $\gamma = p/(p-1)$,

$$n_1 = \frac{(p-1)(p-(m_1+1)}{(p-2)^2-(m_1-1)(m_2-1)};\ \ n_2 = \frac{(p-1)(p-(m_2+1)}{(p-2)^2-(m_1-1)(m_2-1)}.$$

Тогда в области Q на основе принципа сравнения решений доказывается

Теорема 1. Пусть $u_i(0,x) \le u_{i\pm}(0,x),\ x\in R.$ Тогда для решения задачи (2) в области Q имеет место оценка

$$u_1(t,x) \le u_{1+}(t,x) = e^{k_1 t}\tau^{-\alpha_1}\overline{f}_1(\xi),\ u_2(t,x) \le u_{2+}(t,x) = e^{k_2 t}\tau^{-\alpha_2}\overline{f}_2(\xi),\ \xi = |x|/\tau^{1/p},$$

где $\theta_i = \dfrac{\alpha_i}{(1-[\alpha_i(\mathrm{p}-2)+\alpha_{3-i}(\mathrm{m}_i-1)])\tau} \le \dfrac{N}{2}$, $i=1,2$, $\overline{f}_1(\xi),\ \overline{f}_2(\xi)$ и $\tau(t)$ - определенные выше функции.

Доказана следующая теорема:

Теорема 2. Если $E_{P_i}(x,\tau),\ \mathrm{i}=1,2$ решение следующей системы

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u_1}{\partial\tau} = \dfrac{\partial}{\partial x}\left(D_1 u_2^{m_1-1}\left|\dfrac{\partial u_1}{\partial x}\right|^{p-2}\dfrac{\partial u_1}{\partial x}\right), \\ \dfrac{\partial u_2}{\partial\tau} = \dfrac{\partial}{\partial x}\left(D_2 u_1^{m_2-1}\left|\dfrac{\partial u_2}{\partial x}\right|^{p-2}\dfrac{\partial u_2}{\partial x}\right), \end{cases}$$

$$u_1(0,x) = P_1\delta(x),\ u_2(0,x) = P_2\delta(x),\ \int_{-\infty}^{\infty} E_{P_1}(x,\tau)dx = P_1,\ \ \int_{-\infty}^{\infty} E_{P_2}(x,\tau)dx = P_2,$$

то для решения системы (1) численно показано, что

$$\lim_{\tau\to\infty}\left|u_1(x,\tau) - E_{P_1}(x,\tau)\right| = 0,\ \lim_{\tau\to\infty}\left|u_2(x,\tau) - E_{P_2}(x,\tau)\right| = 0 \tag{3}$$

в множестве

$$\left\{x\in R: |x| < c\tau^{1/\mu},\ c = \max\{c_1,c_2\} > 0\right\}.$$

Также в главе 2 в области Q={(t,x): 0< t < ∞, x∈R} рассмотрена параболическая система двух нелинейных уравнений реакции-диффузии описывающая биологическую популяцию типа Колмогорова-Фишера

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u_1}{\partial t} = \dfrac{\partial}{\partial x}\left[(a_{11}u_1^m + a_{12}u_2^m)\dfrac{\partial u_1}{\partial x} + (b_{11}u_1^m + b_{12}u_2^m)\dfrac{\partial u_2}{\partial x}\right] + k_1(t)u_1(1-u_2^{\beta_1}), \\ \dfrac{\partial u_2}{\partial t} = \dfrac{\partial}{\partial x}\left[(a_{21}u_1^m + a_{22}u_2^m)\dfrac{\partial u_1}{\partial x} + (b_{21}u_1^m + b_{22}u_2^m)\dfrac{\partial u_2}{\partial x}\right] + k_2(t)u_2(1-u_1^{\beta_2}), \end{cases} \tag{4}$$

где a_{ij}, b_{ij} - положительные вещественные числа, $\beta_1,\beta_2 \ge 0$, $u_1 = u_1(t,x) \ge 0$,

$u_2 = u_2(t,x) \geq 0$ - искомые решения. При $a_{ij} \neq 0$, $b_{ij} = 0$ или $a_{ij} = 0$, $b_{ij} \neq 0$ математическая модель (4) представляет собой систему типа реакция-диффузия с коэффициентами диффузии $a_{ij}u_i^m \geq 0, b_{ij}u_i^m \geq 0$. В случае, когда хотя бы один из коэффициентов $a_{ij} \neq 0$ и $b_{ij} \neq 0$ (знак может быть любым), система является кросс-диффузионной (взаимно-диффузионной для i,j=1,2).

Показано, что система (4) имеет приближенное решение вида:

$$\overline{f}_1 = A(a - b\xi^2)_+^{\eta_1}, \quad \overline{f}_2 = B(a - b\xi^2)_+^{\eta_2} \quad (y)_+ = \max(0, y).$$

В случае, $a_{11} = 0; a_{12} \neq 0;\ b_{11} = 0; b_{12} = 0; a_{21} = 0;\ a_{22} = 0;\ b_{21} \neq 0; b_{22} = 0$, то $\eta_2 = \dfrac{1}{m}, \eta_1 = \dfrac{1}{m}$ и в случае $a_{11} = 0; a_{12} = 0;\ b_{11} = 0; b_{12} \neq 0;\ a_{21} \neq 0; a_{22} = 0;$

$b_{21} = 0; b_{22} = 0,$ то $\eta_1 = \dfrac{m+2}{(\mathrm{m}+1)^2 - 1}, \eta_2 = \dfrac{m+2}{(\mathrm{m}+1)^2 - 1}$, где коэффициенты *A* и *B* некоторые константы.

Исследование качественных свойств системы (4) позволило, выполнить численный эксперимент в зависимости от значений, входящих в систему числовых параметров. Для этой цели как начальное приближение использовались построенные асимптотические и верхние решения. При численном решении задачи для линеаризации системы (4) использовались методы Ньютона и Пикара. Для построения автомодельной системы уравнений биологической популяции использован метод нелинейного расщепления.

Разработана численная схема и алгоритм для проведения эксперимента. В качестве вычислительных схем на равномерной сетке $\overline{\omega_{\tau h}} = \{t_j = j\tau, j = 0,1,...,m, \tau m = T; x_i = a + ih, i = 0,1,...,n, h = \dfrac{b-a}{n}\}$ по t и x использованы

$$\begin{cases} \dfrac{y_i^{j+1} - y_i^j}{\tau} = \dfrac{1}{h}\left(a_{i+1}\dfrac{y_{i+1}^{j+1} - y_i^{j+1}}{h} - a_i\dfrac{y_i^{j+1} - y_{i-1}^{j+1}}{h}\right) + k_{1i}^{j+1}y_i^{j+1}\left(1 - \left(w_i^j\right)^{\beta_1}\right), \\ \dfrac{w_i^{j+1} - w_i^j}{\tau} = \dfrac{1}{h}\left(b_{i+1}\dfrac{w_{i+1}^{j+1} - w_i^{j+1}}{h} - b_i\dfrac{w_i^{j+1} - w_{i-1}^{j+1}}{h}\right) + k_{2i}^{j+1}w_i^{j+1}\left(1 - \left(y_i^{j+1}\right)^{\beta_2}\right), \end{cases}$$

где a_i и b_i выбраны следующим образом:

$$a_i(y) = 0.5D_1\left[\left(w_{i+1}^j\right)^{m_1-1}\left|\frac{y_{i+1}^{j+1} - y_i^{j+1}}{h}\right|^{p-2} + \left(w_i^j\right)^{m_1-1}\left|\frac{y_i^{j+1} - y_{i-1}^{j+1}}{h}\right|^{p-2}\right]$$

и

$$b_i(w) = 0.5D_2\left[\left(y_{i+1}^{j+1}\right)^{m_2-1}\left|\frac{w_{i+1}^{j+1} - w_i^{j+1}}{h}\right|^{p-2} + \left(y_i^{j+1}\right)^{m_2-1}\left|\frac{w_i^{j+1} - w_{i-1}^{j+1}}{h}\right|^{p-2}\right].$$

Эта система является нелинейной относительно функций y^{j+1} и w^{j+1}. Для нахождения ее решения используется метод итерации. Итерационный процесс строим следующим образом:

$$\begin{cases} \dfrac{\overset{s+1}{y}{}_i^{j+1} - y_i^j}{\tau} = \dfrac{1}{h}\left(\overset{s}{a}_{i+1} \dfrac{\overset{s+1}{y}{}_{i+1}^{j+1} - \overset{s+1}{y}{}_i^{j+1}}{h} - \overset{s}{a}_i \dfrac{\overset{s+1}{y}{}_i^{j+1} - \overset{s+1}{y}{}_{i-1}^{j+1}}{h} \right) + k_{1i}^{j+1} \overset{s+1}{y}{}_i^{j+1} \left(1 - \left(w_i^j\right)^{\beta_1}\right), \\ \dfrac{\overset{s+1}{w}{}_i^{j+1} - w_i^j}{\tau} = \dfrac{1}{h}\left(\overset{s}{b}_{i+1} \dfrac{\overset{s+1}{w}{}_{i+1}^{j+1} - \overset{s+1}{w}{}_i^{j+1}}{h} - \overset{s}{b}_i \dfrac{\overset{s+1}{w}{}_i^{j+1} - \overset{s+1}{w}{}_{i-1}^{j+1}}{h} \right) + k_{2i}^{j+1} \overset{s+1}{w}{}_i^{j+1} \left(1 - \left(y_i^{j+1}\right)^{\beta_2}\right). \end{cases} \tag{5}$$

Относительно функции $\overset{(s+1)}{y}{}^{j+1}$ и $\overset{(s+1)}{w}{}^{j+1}$ разностная схема (5) будет линейной. В качестве начальной итерации берутся функции y и w предыдущего шага по времени: $\overset{(0)}{y}{}^{j+1} = y^j$ и $\overset{(0)}{w}{}^{j+1} = w^j$. Для сходимости итерации требуются выполнение условий $\max\limits_i \left| \overset{(s+1)}{y_i} - \overset{(s)}{y_i} \right| \le \varepsilon$ и $\max\limits_i \left| \overset{(s+1)}{w_i} - \overset{(s)}{w_i} \right| \le \varepsilon$.

В третьей главе диссертации **«Численное моделирование кросс-диффузионных систем биологической популяции»** исследуется в области Q={(t,x): 0< t < ∞, x$\in R^N$} параболическая система двух квазилинейных уравнений реакции-диффузии

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u_1}{\partial t} = \nabla\left(D_1 u_2^{m_1-1} \left|\nabla u_1^k\right|^{p-2} \nabla u_1 \right) + k_1 u_1 \left(1 - u_1^{\beta_1}\right), \\ \dfrac{\partial u_2}{\partial t} = \nabla\left(D_2 u_1^{m_2-1} \left|\nabla u_1^k\right|^{p-2} \nabla u_2 \right) + k_2 u_2 \left(1 - u_2^{\beta_2}\right), \end{cases} \tag{6}$$

$$u_1\big|_{t=0} = u_{10}(x),\ u_2\big|_{t=0} = u_{20}(x), \tag{7}$$

которая описывает процесс биологической популяции типа Колмогорова-Фишера в нелинейной двухкомпонентной среде, коэффициенты взаимной диффузии которых соответственно равны $D_1 u_2^{m_1-1} \left|\nabla u_1^k\right|^{p-2} \nabla u_1, D_2 u_1^{m_2-1} \left|\nabla u_2^k\right|^{p-2} \nabla u_2$. Числовые параметры $m_1, m_2, n, p, \beta_1, \beta_2, D_1, D_2$- положительные вещественные числа, $\nabla(.) - \underset{x}{grad}(.)$, $\beta_1, \beta_2 \ge 1$, $x \in R^N$ $l > 0$; $u_1 = u_1(t,x) \ge 0$, $u_2 = u_2(t,x) \ge 0$ - искомые решения плотности распределения.

Изучены свойства решений задачи (6), (7) на основе автомодельного анализа решений вырождающейся системы уравнений, построенного методом нелинейного расщепления:

$$
\begin{cases}
\xi^{1-N}\dfrac{d}{d\xi}\left(\xi^{N-1}f_2^{m_1-1}\left|\dfrac{df_1^k}{d\xi}\right|^{p-2}\dfrac{df_1}{d\xi}\right)+\dfrac{\xi}{p}\dfrac{df_1}{d\xi}+\mu_1 f_1(1-f_1^{\beta_1})=0,\\
\xi^{1-N}\dfrac{d}{d\xi}\left(\xi^{N-1}f_1^{m_2-1}\left|\dfrac{df_2^k}{d\xi}\right|^{p-2}\dfrac{df_2}{d\xi}\right)+\dfrac{\xi}{p}\dfrac{df_2}{d\xi}+\mu_2 f_2(1-f_2^{\beta_2})=0,
\end{cases}
\qquad (8)
$$

где $\mu_1=\dfrac{1}{(1-[\gamma_1 k(p-2)+\gamma_2(m_1-1)])}$ и $\mu_2=\dfrac{1}{(1-[\gamma_2 k(p-2)+\gamma_1(m_2-1)])}$.

Установлено, что система (8) имеет верхнее обобщенное решение вида

$$\overline{f}_1=A(a-\xi^{\gamma})_+^{\ n_1},\ \gamma=p/(p-1),\ \overline{f}_2=B(a-\xi^{\gamma})_+^{\ n_2},$$

где A и B некоторые постоянные и

$$n_1=\frac{(p-1)[k(p-2)-(m_1-1)]}{\left[k(p-2)\right]^2-(m_1-1)(m_2-1)},\ n_2=\frac{(p-1)[k(p-2)-(m_2-1)]}{\left[k(p-2)\right]^2-(m_1-1)(m_2-1)}.$$

Теорема 3. Пусть $u_i(0,x)\le u_{i\pm}(0,x),\ x\in R.$ Тогда для решение задачи (6), (7) в области Q имеет место оценка

$$u_1(t,x)\le u_{1+}(t,x)=e^{k_1t}\,\overline{f}_1(\xi),\ u_2(t,x)\le u_{2+}(t,x)=e^{k_2t}\,\overline{f}_2(\xi),\quad \xi=x/[\tau(t)]^{1/p},$$

$$
\tau(\tau)=\begin{cases}
\dfrac{(T+\tau)^{1-[\gamma_1(p-2)k+\gamma_2(m_1-1)]}}{1-[\gamma_1(p-2)k+\gamma_2(m_1-1)]}, & \text{если } 1-[\gamma_1(p-2)k+\gamma_2(m_1-1)]\ne 0,\\
\ln(T+\tau), & \text{если } 1-[\gamma_1(p-2)k+\gamma_2(m_1-1)]=0,\\
(T+\tau), & \text{если } p=2 \text{ и } m_1=1,
\end{cases}
$$

где $\overline{f}_1(\xi),\ \overline{f}_2(\xi)$ - определенные выше функции.

В этой главе для моделирования кросс-диффузионных систем биологической популяции разработана численная схема и алгоритм для проведения эксперимента.

Во всех рассмотренных случаях при предложенном подходе количество итераций в среднем не превышало шести при заданной точности eps.

В таблице 1 приведено количество итераций при различных значениях параметров входящих в уравнение.

Таблица 1

Количество итераций при различных значениях параметров

eps	m_1	m_2	*p*	β_1	β_2	*k*	*Средняя It*
10^{-3}	4,1	4,0	4,4	1,0	1,0	0,5	3
10^{-5}	5,7	5,4	3,0	2,0	2,0	3,0	4
10^{-3}	3,7	3,3	4,0	2,0	0,5	0,1	3
10^{-5}	2,5	2,4	3,1	2,0	0,5	0,5	4
10^{-3}	5,1	5,3	3,5	3,0	0,3	1,5	3
10^{-5}	3,0	3,2	3,0	3,0	3,0	1,0	6
10^{-3}	5,0	5,2	3,0	10,0	5,0	2,0	2
10^{-5}	2,7	2,5	5,4	3,0	2,0	2,0	6
10^{-3}	3,7	3,5	7,4	2,0	3,0	3,0	3
10^{-3}	3,0	3,5	7,0	14,0	7,0	2,0	5

Созданная программа позволяет проследить визуально за эволюцией процесса при различных значений параметров и данных (табл.2-3).

В таблице 2 приведены результаты быстрой диффузии. При расчете в качестве начального приближения в случае $n_1 > 0, n_2 > 0,\ q < 0$ брались:

$$u_1(x,t) = (T + \tau(t))^{-\gamma_1}(a + \xi^{\gamma})^{n_1}, u_2(x,t) = (T + \tau(t))^{-\gamma_2}(a + \xi^{\gamma})^{n_2}.$$

Здесь:

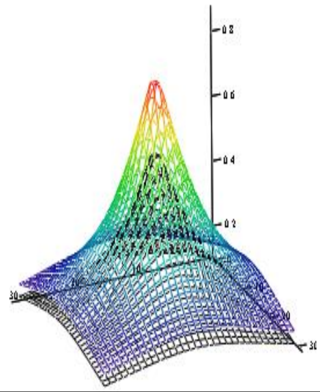
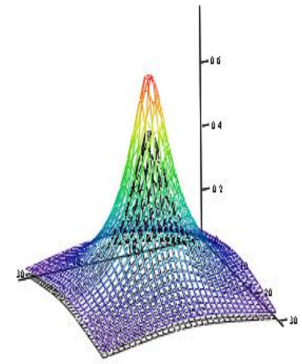
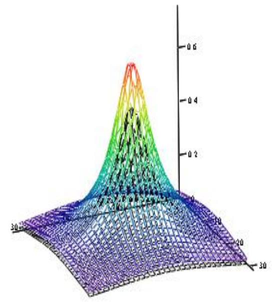
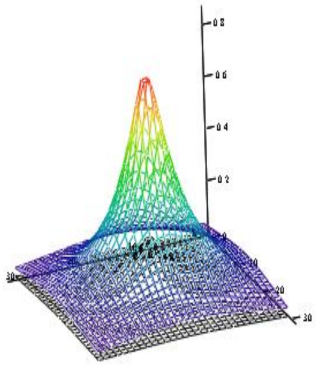
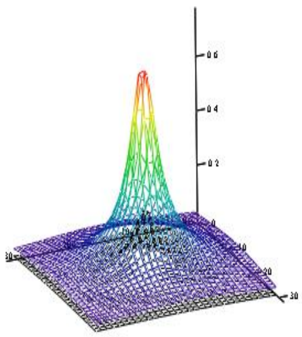
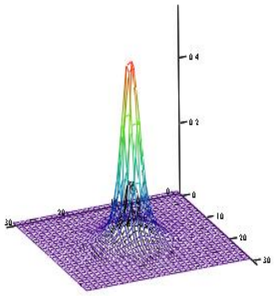
$$\gamma_1 = \frac{1}{\beta_1}, \gamma_2 = \frac{1}{\beta_2},\ \ \gamma = \frac{p}{p-1},\ n_i = \frac{(p-1)[k(p-2)-(m_i-1)]}{q},\ \ i=1,2,$$

$$q = k^2(p-2)^2 - (m_1-1)(m_2-1),\ 1-[\gamma_1(p-2)k + \gamma_2(m_1-1)] \neq 0,$$

$$\tau(t) = \frac{(T+\tau)^{1-[\gamma_1(p-2)k+\gamma_2(m_1-1)]}}{1-[\gamma_1(p-2)k + \gamma_2(m_1-1)]}.$$

Таблица 2

Быстрая диффузия

Значения параметров	$t_{\max}=0.5,\ x_{1\max}=1.229,$ $x_{2\max}=1.229$	$t_{\max}=10,\ x_{1\max}=2.972,$ $x_{1\max}=2.972$	$t_{\max}=15,\ x_{1\max}=3.488,$ $x_{2\max}=3.488$
$m_1=4.1,\ m_2=4.0,$ $p=4.4,$ $eps=10^{-3},$ $n_1=0.822>0,$ $n_2=0.779>0,$ $q=-7.86<0,$ $\beta_1=1,\ \beta_2=1,$ $k=0.5$			
$m_1=2.5,\ m_2=2.4,$ $p=3.1,$ $eps=10^{-3},$ $n_1=1.11>0,$ $n_2=0.993>0,$ $q=-1.797<0,$ $\beta_1=2,\ \beta_2=0.5,$ $k=0.5$			

В таблице 3 приведены результаты медленной диффузии при значении параметров $n_1>0, n_2>0, q>0$. В качестве начального приближения брались:

$$u_1(x,t)=(T+\tau(t))^{-\gamma_1}(a-\xi^{\gamma})_+^{n_1},\ u_2(x,t)=(T+\tau(t))^{-\gamma_2}(a-\xi^{\gamma})_+^{n_2}.$$

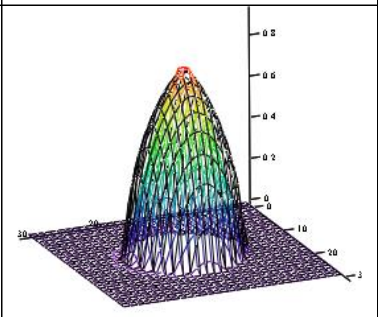
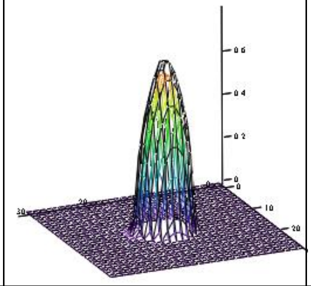
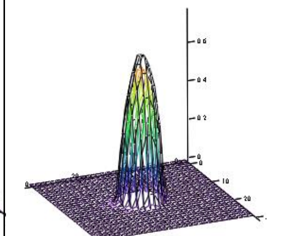
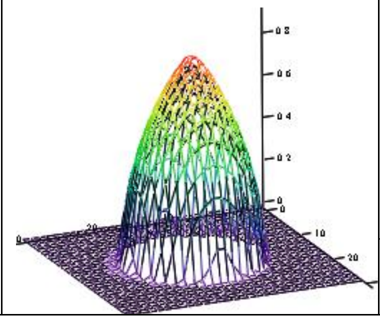
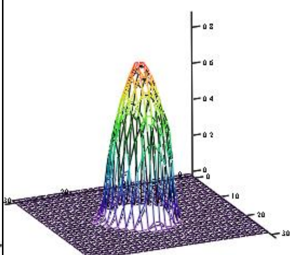
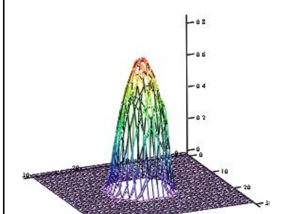
Здесь:

$$\gamma_1=\frac{1}{\beta_1},\ \gamma_2=\frac{1}{\beta_2},\ \ \gamma=\frac{p}{p-1},\ n_i=\frac{(p-1)[k(p-2)-(m_i-1)]}{q},\ i=1,2,$$

$$q=k^2(p-2)^2-(m_1-1)(m_2-1),\ 1-[\gamma_1(p-2)k+\gamma_2(m_1-1)]=0:$$
$$\tau(t)=\ln(t).$$

Таблица 3

Медленная диффузия

Значения параметров	$t_{\max}=0.5,\ x_{1\max}=1.229,\ x_{2\max}=1.229$	$t_{\max}=10,\ x_{1\max}=2.972,\ x_{1\max}=2.972$	$t_{\max}=15,\ x_{1\max}=3.488,\ x_{2\max}=3.488$
$m_1=3,\ m_2=3.5,\ p=5$ $eps=10^{-3}$, $n_1=1>0$, $n_2=0.5>0$, $q=4>0$ $\beta_1=5,\ \beta_2=5,\ k=1$			
$m_1=3,\ m_2=3.5,\ p=7$ $eps=10^{-3}$, $n_1=0.505>0$, $n_2=0.474>0$, $q=95>0$, $\beta_1=14,\ \beta_2=7$, $k=2$			

Предложенный способ выбора начального приближения для итерационного процесса оказалось эффективным и дает возможность численно исследовать процессы с конечной скоростью распространения и пространственной локализации диффузионных волн.

В четвертой главе диссертации **«Свойства кросс-диффузионных систем биологической популяции с двойной нелинейностью и конвективным переносом»** исследуются популяционные модели типа Колмогорова-Фишера с двойной нелинейностью и конвективным переносом, скорость которой зависит от времени.

В области Q={(t,x): 0< t < ∞, x∈R } рассмотрена параболическая система двух уравнений с нелинейной кросс- диффузией

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u_1}{\partial t}=\dfrac{\partial}{\partial x}\left(D_1 u_1^{m_1-1}\left|\dfrac{\partial u_1}{\partial x}\right|^{p-2}\dfrac{\partial u_1}{\partial x}\right)+l(t)\dfrac{\partial u_1}{\partial x}+k_1(t)u_1\left(1-u_2^{\beta_1}\right), \\ \dfrac{\partial u_2}{\partial t}=\dfrac{\partial}{\partial x}\left(D_2 u_2^{m_2-1}\left|\dfrac{\partial u_2}{\partial x}\right|^{p-2}\dfrac{\partial u_2}{\partial x}\right)+l(t)\dfrac{\partial u_2}{\partial x}+k_2(t)u_2\left(1-u_1^{\beta_2}\right), \end{cases} \tag{10}$$

$$u_1\big|_{t=0}=u_{10}(x),\ \ u_2\big|_{t=0}=u_{20}(x),$$

которая описывает процесс биологической популяции в нелинейной двухкомпонентной среде, коэффициенты диффузии которой равны

$D_1 u_1^{m_1-1}\left|\dfrac{\partial u_1}{\partial x}\right|^{p-2}$, $D_2 u_2^{m_2-1}\left|\dfrac{\partial u_2}{\partial x}\right|^{p-2}$, а конвективный перенос (миграция) имеет скорость $l(t)$, где $m_1, m_2, p, \beta_1, \beta_2$ - положительные вещественные числа, $u_1 = u_1(t,x) \ge 0$, $u_2 = u_2(t,x) \ge 0$ - искомые решения.

В частности, волновое решение системы (10) имеет вид

$$w_i(\tau(t),\eta) = f_i(\xi),\ \xi = c\tau \pm \eta,\ i = 1,2,$$

где с – скорость волны, и учитывая, что уравнение для $w_i(\tau, x)$ без младших членов всегда имеет автомодельное решение в случае $1-[\gamma_1(m_1 + p - 3) \ne 0,$ получена система

$$\begin{aligned} L_1(f_1) &= \frac{d}{d\xi}\left(f_1^{m_1-1}\left|\frac{df_1}{d\xi}\right|^{p-2}\frac{df_1}{d\xi}\right) + c\frac{df_1}{d\xi} + \mu_1(f_1 - f_1\ f_2^{\beta_1}) = 0, \\ L_2(f_2) &= \frac{d}{d\xi}\left(f_2^{m_2-1}\left|\frac{df_2}{d\xi}\right|^{p-2}\frac{df_2}{d\xi}\right) + c\frac{df_2}{d\xi} + \mu_2(f_2 - f_2\ f_1^{\beta_2}) = 0, \end{aligned} \tag{11}$$

где $$\mu_i = \frac{1}{1-[\gamma_i(m_i + p - 3)]},\ i = 1,2.$$

Если $\beta_1 = 1/n_2, \beta_2 = 1/n_1, p + m_i - 3 > 0, i = 1,2,$ то система (11) имеет точное решение

$$\bar f_1 = A(a-\xi)^{n_1},\ \bar f_2 = B(a-\xi)^{n_2},$$

$$n_1 = (p-1)/(p+m_1-3), n_2 = (p-1)/(p+m_2-3),$$

когда постоянные *A* и *B* являются корнями нелинейной алгебраической системы

$$(n_1)^{m_1+p-3}A^{m_1+p-3} + (1+B^{\beta_1}) = c,$$

$$(n_2)^{m_2+p-3}B^{m_2+p-3} + (1+A^{\beta_2}) = c.$$

Случай $n_1 > 0, n_2 > 0,\ p_i + m_i > 3$ *(медленная диффузия)*. Для решения уравнения (11) использованы следующие функции

$$\bar\theta_1(\xi) = A_1(a-\xi\ )_+^{\ n_1},\ \bar\theta_2(\xi) = A_2(a-\xi\ )_+^{\ n_2},$$

где $a > 0$, $(y)_+ = \max(y, 0)$, $\xi < a$. Известно, что для глобального существования решения задачи (10) функции $f_i(\xi)$ должны удовлетворять следующим неравенствам:

$$L_1(\bar f_1) = \frac{d}{d\xi}\left(\bar f_1^{m_1-1}\left|\frac{d\bar f_1}{d\xi}\right|^{p-2}\frac{d\bar f_1}{d\xi}\right) + c\frac{d\bar f_1}{d\xi} + \mu_1(\bar f_1 - \bar f_1\ \bar f_2^{\beta_1}) \le 0,$$

$$L_2(\bar f_2) = \frac{d}{d\xi}\left(\bar f_2^{m_2-1}\left|\frac{d\bar f_2}{d\xi}\right|^{p-2}\frac{d\bar f_2}{d\xi}\right) + c\frac{d\bar f_2}{d\xi} + \mu_2(\bar f_2 - \bar f_2\ \bar f_1^{\beta_2}) \le 0,$$

где $\beta_1 = 1/n_2$, $\beta_2 = 1/n_1$.

Показано, что функции $\bar\theta_1(\xi)$, $\bar\theta_2(\xi)$ являются асимптотикой финитных решений (11).

Теорема 4. Финитное решение задачи (11) при $\xi \to a_-$ имеет асимптотику $f_i(\xi) \sim \bar{\theta}_i(\xi)$, $i=1,2$.

Случай $n_1>0, n_2>0,\ p_i+m_i<3$ *(быстрая диффузия)*. Для (11) имеется $\chi_1(\xi)=(a+\xi)^{n_1}$, $\chi_2(\xi)=(a+\xi)^{n_2}$, где $a>0$.

Теорема 5. При $\xi \to +\infty$ исчезающее на бесконечности решение задачи (11) имеет асимптотику $f_i(\xi) \sim \chi_i(\xi)$.

Разработана численная схема и алгоритм для проведения эксперимента.

Ниже приводятся результаты численных экспериментов для различных значений параметров (табл.4, табл.5).

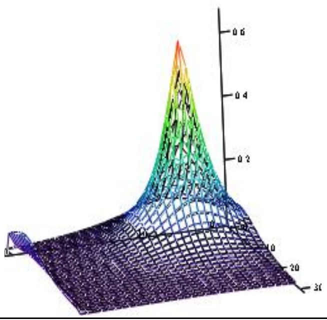
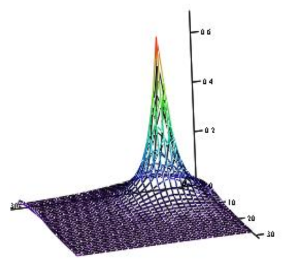
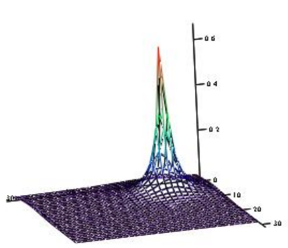
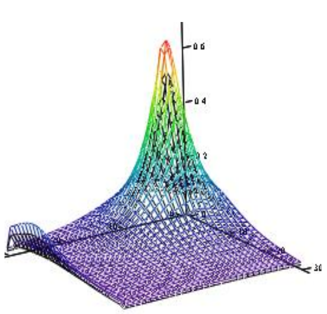
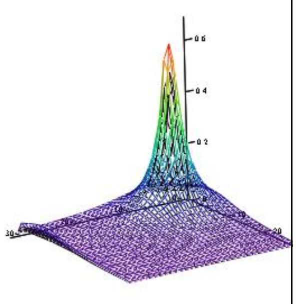
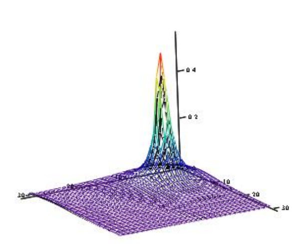
В таблице 4 приведены результаты быстрой диффузии в случае, когда значения параметров равны $p+m_i-3<0, i=1,2$. В качестве начального приближения брались функции $u_0(x,t)=(T+t)^{-\alpha_1}(a+\xi^{\gamma})^{q_1}$, $v_0(x,t)=(T+t)^{-\alpha_2}(a+\xi^{\gamma})^{q_2}$. Здесь: $\xi=(\int_0^t c(y)dy-x)/\tau^{\frac{1}{p}}$, $\gamma=\dfrac{p}{p-1}$,

$c(t)=1/(T+t)^n,\ n\ge 1,\ n<1,\ \int c(y)\,dy=(T+t)^{1-n}/(1-n)$

$$\alpha_1=\frac{1}{\beta_1-1},\ \alpha_2=\frac{1}{\beta_2-1}, q_i=\frac{(p-1)}{p+m_i-3},\ p+m_i-3<0,\ i=1,2.$$

4-таблица

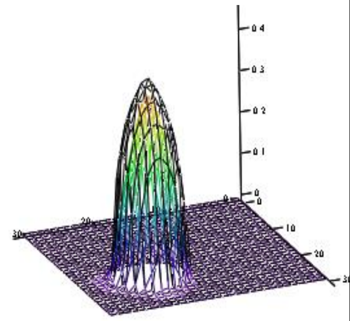
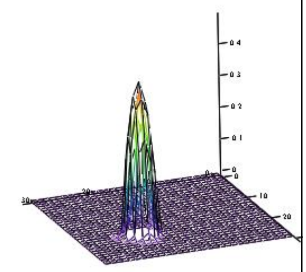
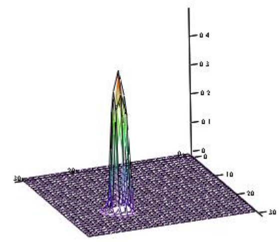
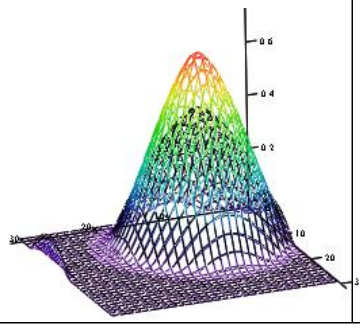
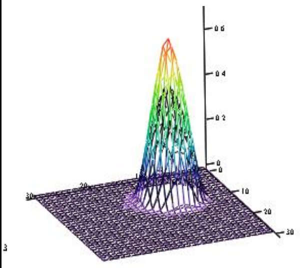
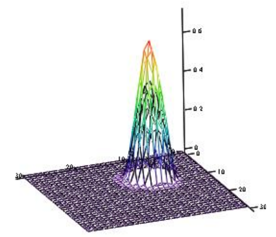
Быстрая диффузия

Значения параметров	$x1=1;\ x2=1;$ $\lvert x\rvert=\sqrt{2}$	$x1=2;\ x2=2;$ $\lvert x\rvert=2\sqrt{2}$	$x1=3;\ x2=3;$ $\lvert x\rvert=3\sqrt{2}$
$m_1=0.8, m_2=0.7,$ $p=2.1,$ $eps=10^{-3},$ $\beta_1=2, \beta_2=5,$ $m_i+p-3<0,$ $n=3$			
$m_1=0.4, m_2=0.5,$ $p=2.2,$ $eps=10^{-3},$ $\beta_1=2, \beta_2=2,$ $m_i+p-3<0,$ $n=5$			

В таблице 5 приведены результаты медленной диффузии в случае, когда значения параметров равны $p+m_i-3>0,\, i=1,2$. В качестве начального приближения брались функции $u_0(x,t)=(T+t)^{-\alpha_1}(a-\xi^{\gamma})_+^{\ q_1}$, $v_0(x,t)=(T+t)^{-\alpha_2}(a-\xi^{\gamma})_+^{\ q_2}$.

Таблица 5

Медленная диффузия

Значения параметров	$x1=1;\ x2=1;$ $\lvert x\rvert=\sqrt{2}$	$x1=2;\ x2=2;$ $\lvert x\rvert=2\sqrt{2}$	$x1=3;\ x2=3;$ $\lvert x\rvert=3\sqrt{2}$
$m_1=1.9,\ m_2=5,$ $p=2.5,$ $eps=10^{-3},$ $\beta_1=1.5,\ \beta_2=2,$ $m_i+p-3>0,$ $n=3$			
$m_1=1.5,\ m_2=2,$ $p=2.5,$ $eps=10^{-3},$ $\beta_1=1.5,\ \beta_2=2,$ $m_i+p-3>0,$ $n=5$			

В пятой главе диссертации **«Свойства кросс-диффузионных систем биологической популяции с двойной нелинейностью и переменной плотностью»** в области Q={(t,x): 0< t < ∞, x∈R} рассмотрена параболическая система двух квазилинейных уравнений реакции-диффузии задачи биологической популяции

$$\begin{cases} \dfrac{\partial(\rho(x)u_1)}{\partial t}=\dfrac{\partial}{\partial x}\left(D_1|x|^n u_2^{m_1-1}\left|\dfrac{\partial u_1}{\partial x}\right|^{p-2}\dfrac{\partial u_1}{\partial x}\right)+\rho(x)k_1u_1\left(1-u_1^{\beta_1}\right), \\ \dfrac{\partial(\rho(x)u_2)}{\partial t}=\dfrac{\partial}{\partial x}\left(D_2|x|^n u_1^{m_2-1}\left|\dfrac{\partial u_2}{\partial x}\right|^{p-2}\dfrac{\partial u_2}{\partial x}\right)+\rho(x)k_2u_2\left(1-u_2^{\beta_2}\right), \end{cases} \tag{12}$$

$$u_1\big|_{t=0}=u_{10}(x),\quad u_2\big|_{t=0}=u_{20}(x),$$

которая описывает процесс биологической популяции в нелинейной двухкомпонентной среде, коэффициенты диффузии которой равны $D_1|x|^n\ u_2^{m_1-1}\left|\dfrac{\partial u_1}{\partial x}\right|^{p-2}$, $D_2|x|^n u_1^{m_2-1}\left|\dfrac{\partial u_2}{\partial x}\right|^{p-2}$ $m_1,m_2,n,p,\beta_1,\beta_2,D_1,D_2$ -

положительные вещественные числа, $\beta_1, \beta_2 \ge 0$, $\rho(x) = |x|^{-l}$, $l > 0$; $u_1 = u_1(t,x) \ge 0$, $u_2 = u_2(t,x) \ge 0$ - искомые решения.

Качественные свойства рассматриваемой задачи исследуются путем построения автомодельной системы уравнений для (12) методом нелинейного расщепления:

$$\begin{cases} \xi^{1-s}\dfrac{d}{d\xi}(\xi^{s-1} f_2^{m_1-1}\left|\dfrac{df_1}{d\xi}\right|^{p-2}\dfrac{df_1}{d\xi}) + \dfrac{\xi}{p}\dfrac{df_1}{d\xi} + \mu_1 f_1(1 - f_1^{\beta_1}) = 0, \\ \xi^{1-s}\dfrac{d}{d\xi}(\xi^{s-1} f_1^{m_2-1}\left|\dfrac{df_2}{d\xi}\right|^{p-2}\dfrac{df_2}{d\xi}) + \dfrac{\xi}{p}\dfrac{df_2}{d\xi} + \mu_2 f_2(1 - f_2^{\beta_2}) = 0. \end{cases} \tag{13}$$

где

$$\mu_1 = \frac{1}{(1 - [\gamma_1(p-2) + \gamma_2(m_1 - 1)])},\ \mu_2 = \frac{1}{(1 - [\gamma_2(p-2) + \gamma_1(m_2 - 1)])},$$

$$\xi = \varphi(|x|)/[\tau(t)]^{1/p},\ \phi(x) = |x|^{p_1}/p_1, \quad p_1 = (p - (n+l))/p\,.$$

Система (13) имеет приближенное решение вида

$$\bar{f}_1 = A(a-\xi)^{\gamma_1},\ \bar{f}_2 = B(a-\xi)^{\gamma_2},$$

где

$$n_1 = \frac{(p-1)(p-(m_1+1))}{(p-2)^2 - (m_1-1)(m_2-1)},\ n_2 = \frac{(p-1)(p-(m_2+1))}{(p-2)^2 - (m_1-1)(m_2-1)}\,.$$

Значения коэффициентов A и B определяются из решения системы нелинейных алгебраических уравнений

$$|\gamma\gamma_1|^{p-1}\gamma\gamma_1 A^{p-1}B^{m_1-1} = 1/p,$$

$$|\gamma\gamma_2|^{p-1}\gamma\gamma_2 A^{m_2-1}B^{p-1} = 1/p.$$

Случай $n_1 > 0, n_2 > 0, n > 0$ *(медленная диффузия)*. Применяя метод нелинейного расщепления для решения уравнения (16) получены следующие функции

$$\theta_1(\xi) = (a - \xi^{\gamma})_+^{n_1},\ \theta_2(\xi) = (a - \xi^{\gamma})_+^{n_2},$$

где $a > 0$. Известно, что для глобального существования решения задачи (13) функции $f_i(\xi)$ должны удовлетворять следующим неравенствам:

$$\begin{cases} \xi^{1-s}\dfrac{d}{d\xi}\left(\xi^{s-1}\bar{f}_2^{m_1-1}\left|\dfrac{d\bar{f}_1}{d\xi}\right|^{p-2}\dfrac{d\bar{f}_1}{d\xi}\right) + \dfrac{\xi}{p}\dfrac{d\bar{f}_1}{d\xi} + \mu_1(f_1 - f_1\ f_2^{\beta_1}) \le 0, \\ \xi^{1-s}\dfrac{d}{d\xi}\left(\xi^{s-1}\bar{f}_1^{m_2-1}\left|\dfrac{d\bar{f}_2}{d\xi}\right|^{p-2}\dfrac{d\bar{f}_2}{d\xi}\right) + \dfrac{\xi}{p}\dfrac{d\bar{f}_2}{d\xi} + \mu_2(f_2 - f_2\ f_1^{\beta_2}) \le 0, \end{cases}$$

а

$$\beta_1 = 1/n_2,\ \beta_2 = 1/n_1.$$

Показано, что функции $\theta_1(\xi), \theta_2(\xi)$ будут асимптотикой финитных решений (13).

Теорема 6. Финитное решение задачи (13) при $\xi \to a_-$ имеет асимптотику $f_i(\xi) \sim \theta_i(\xi)$.

Случай $n_1 > 0, n_2 > 0, n < 0$ *(быстрая диффузия).* Для (13) имеется

$$\chi_1(\xi) = (a + \xi)^{n_1}, \ \chi_2(\xi) = (a + \xi)^{n_2},$$

где $a > 0$.

Теорема 7. При $\xi \to +\infty$ исчезающие на бесконечности решения задачи (13) имеет асимптотику $f_i(\xi) \sim \chi_i(\xi)$.

Теорема 8. Пусть $u_i(0,x) \le u_{i\pm}(0,x), \ x \in R.$ Тогда для решение задачи (12) в области Q имеет место оценка

$$u_1(t,x) \le u_{1+}(t,x) = e^{k_1 t}\tau^{-\alpha_1}\overline{f}_1(\xi),$$

$$u_2(t,x) \le u_{2+}(t,x) = e^{k_2 t}\tau^{-\alpha_2}\overline{f}_2(\xi),$$

$$\xi = \varphi(|x|) / [\tau(t)]^{1/p},$$

где $\overline{f}_1(\xi), \ \overline{f}_2(\xi)$ *и* $\tau(t)$-определенные выше функции.

Заметим что решение системы (10) при

$$\beta_i = \frac{(p-2)^2 - (m_1 - 1)(m_2 - 1)}{(p-1)(p - (m_i + 1))}$$

имеет следующее представление при

$$a = \left(P_1\gamma / B(\frac{1}{\gamma}, 1 + n_1) \right)^{\frac{\gamma}{n_1}} = \left(P_2\gamma / B(\frac{1}{\gamma}, 1 + n_2) \right)^{\frac{\gamma}{n_2}},$$

где $B(a,b)$ - Бета функция Эйлера.

Отсюда $$a = [P_1\gamma / B(\frac{1}{\gamma}, 1 + n_1)]^{\frac{\gamma}{n_1}} = [P_2\gamma / B(\frac{1}{\gamma}, 1 + n_2)]^{\frac{\gamma}{n_2}}.$$

На сегодняшний день в мире особое внимание уделяется эпидемиологическим прогнозам для различных сроков. Краткосрочный прогноз на несколько недель вперед применяется в оперативном управлении и при выявлении эпидемических вспышек заболеваемости. В режиме с обострением гиперболический рост заболеваний станет основной функцией в решении нелинейного дифференциального уравнения.

В зависимости от сроков прогнозирования и доступной статистики целесообразно использовать одни или другие подходы. Основу для анализа составляют временные ряды заболеваемости, которые могут дополняться данными различной природы — например, характеристиками погодных условий. Частота сбора данных обуславливается видом инфекции, текущей эпидемиологической обстановкой и организационными возможностями. В западных странах статистику заболеваемости стремятся обновлять ежедневно. В частности, эпидемиологические данные по короновирусу Covid-19 при эпидемий собирают ежедневно. Все методы, рассматриваемые в настоящей работе, проиллюстрированы на примере прогнозирования заболеваемости корновирусом Covid-19.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлены следующие заключения по диссертации «Компьютерное моделирование кросс-диффузионных систем биологической популяции»:

1. Исследованы системы конкурирующих популяций. Показаны, что одним из основных принципиальных отличий рассматриваемых моделей от широко известной модели Колмогорова-Петровского-Пискунова (КПП) является ограниченность и пространственная локализация вспышки.

2. Численно моделированы процессы многокомпонентных кросс-диффузионных систем биологической популяции конвективного переноса с двойной нелинейностью и переменной плотностью. Доказано, что эффективными методами исследования нелинейных задач являются метод нелинейного расщепления и метод эталонных уравнений. В связи с этим обоснован алгоритм нелинейного расщепления для решения уравнений многокомпонентных кросс-диффузионных систем биологической популяции.

3. Получены оценки для решения задачи Коши многокомпонентных кросс-диффузионных систем биологической популяции с двойной нелинейностью в зависимости от значений параметров среды и размерности пространства и начальных данных.

4. Получены нижние и верхние оценки решения задачи Коши алгоритмом нелинейного расщепления для уравнения многокомпонентных кросс-диффузионных систем биологической популяции, что позволяет строить асимптотику обобщенных решений с компактным носителем и исчезающих на бесконечности решений систем автомодельных уравнений, позволяющих численно решить поставленную задачу.

5. Исследованы асимптотические поведения решений задач для квазилинейного уравнения многокомпонентных кросс-диффузионных систем биологической популяции.

6. Численно исследованы нелинейные процессы многокомпонентных кросс-диффузионных систем биологической популяции, проведен анализ результатов на основе полученных оценок решений, который показал высокую эффективность алгоритмов и комплексов программ при нахождении новых эффектов для решения системы параболических уравнений.

7. Разработаны численные схемы, алгоритмы и комплекс программ, которые дали возможность осуществить компьютерное моделирование процессов реакции-диффузии биологической популяции, на основе установленных в работе качественных свойств нелинейных математических моделей и определили появления диссипативных структур.

8. Решены проблемы выбора начальных приближений в зависимости от значения числовых параметров и данных, что позволило проследить за эволюцией процесса реакции-диффузии.

9. Разработаны комплексы программ, позволяющие автоматизировать процессы визуализации решения по времени и пространства.

SCIENTIFIC COUNCIL AWARDING SCIENTIFIC DEGREES DSc.13/30.12.2019.T.07.01 AT TASHKENT UNIVERSITY OF INFORMATION TECHNOLOGIES

SCIENCE AND INNOVATION CENTER FOR INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGIES AT THE TASHKENT UNIVERSITY OF INFORMATION TECHNOLOGIES

MUKHAMEDIYEVA DILDORA KABILOVNA

COMPUTER MODELING OF CROSS-DIFFUSION SYSTEMS OF BIOLOGICAL POPULATION

05.01.07 – Mathematical modelling. Numerical methods and software complexes

ABSTRACT OF THE DOCTORAL (DSc)
DISSERTATION OF TECHNICAL SCIENCES

Tashkent-2020

The theme of doctoral (DSc) dissertation of technical sciences was registered at the Supreme Attestation Commission at the Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan under number B2019.4. DSc /T242.

The dissertation has been prepared at Scientific and Innovation Center of Information and Communication Technologies at the Tashkent University of Information Technologies.

The abstract of the dissertation is posted in three languages (Uzbek, Russian, English (resume)) on the website www.tuit.uz and on the website of «ZiyoNet» Information and educational portal www.ziyonet.uz.

Scientific consultant:	**Aripov Mersaid Mirsidikovich** doctor of physical and mathematical sciences, professor
Official opponents:	**Ravshanov Normaxmat** doctor of technical sciences, professor
	Uteuliev Nietbay Uteulievich doctor of physical-mathematical sciences, professor
	Mamatov Alisher Zulunovich doctor of technical sciences, professor
Leading organization:	**Tashkent State Technical University**

The defense will take place "27" july 2020 at 10^{00} on the meeting of Scientific council No. DSc.13/30.12.2019.T.07.01 at Tashkent University of Information Technologies (Address: 100202, Tashkent city, Amir Temur street, 108. Tel.: (+99871) 238-64-43, fax: (+99871) 238-65-52, e-mail: tuit@tuit.uz).

The dissertation can be reviewed at the Information Resourse Centre of the Tashkent University of Information Technologies (is registered under No. 161). (Address: 100202, Tashkent city, Amir Temur street, 108. Tel.: (+99871) 238-64-43, fax: (+99871) 238-65-52).

Abstract of dissertation sent out on "15" july 2020 y.
(mailing report No. 10 on "2" july 2020 y.).

R.Kh.Khamdamov
Chairman of Scientific Council
on award of scientific degrees,
doctor of technical sciences, professor

F.M.Nuraliev
Scientific Secretary of Scientific Council
on award of scientific degrees,
doctor of technical sciences, docent

M.B.Khidirova
Chairman of Scientific Seminar under Scientific
Council on award of scientific degrees,
Doctor of Technical Sciences,
senior scientist

INTRODUCTION (abstract of dissertation of doctor of science (DSc))

The aim of the research work is an analysis of the qualitative properties of cross-diffusion systems of a biological population with double nonlinearity in a homogeneous and heterogeneous medium and the development of numerical schemes.

The object of research work is the nonlinear processes of the biological population described by nonlinear cross-diffusion systems**.**

The scientific novelty of the research work is as follows:

developed the methods for constructing self-similar and approximately self-similar solutions of cross-diffusion systems of a biological population based on a nonlinear splitting algorithm;

developed numerical models of multicomponent cross-diffusion processes of a biological population with convective transport and variable density;

obtained new properties of localization of solutions of nonlinear cross-diffusion systems of a biological population are determined, global solvability is proved, and estimates of generalized solutions of the Cauchy problem;

constructed asymptotic expressions of generalized solutions of the Cauchy problem for a quasilinear cross-diffusion system of equations with convective transfer and variable density;

constructed asymptotic expressions of solutions of systems of self-similar equations;

obtained estimates of the solution of the Cauchy problem for nonlinear cross-diffusion systems of equations of the biological population depending on the values of the parameters of the medium, dimension of space, and the initial data;

developed methods for constructing the lower and upper solutions of cross-diffusion systems of equations of the biological population;

constructed corresponding initial approximations, which provide calculations with the necessary accuracy depending on the values of the numerical parameters using iterative methods;

developed computing schemes, algorithms, and a software package, that carry out numerical modeling of cross-diffusion systems of a biological population with visualization of nonlinear mathematical models of cross-diffusion and make it possible to follow the evolution of the process under study.

Implementation of research results. Based on the self-similar analysis using numerical schemes and methods of research in homogeneous and inhomogeneous medium:

self-similar and approximately self-similar solution of multicomponent nonlinear problems in biological populations of parabolic type, estimates for global solutions and methods of numerical solution applied in the Andijan branch of the Republican scientific center of emergency medical care in Andijan medical Association, in Andijon diversified medical center in Andijan regional infectious diseases hospital (reference No. 24-8/1056 from 05 February 2020 Andijan regional Department of health, Ministry of health and the help of the Ministry for development of information technologies and communications No. 33-8/2959 03

June 2020). This has led to a 15% increase in the efficiency of forecasting the spread of infectious diseases;

developed a method for self-similar and approximately self-similar solutions as well as assessment of global and unlimited solutions applied in Fergana city medical Association, the Fergana branch of Republican scientific center of emergency medical care (certificate № 01-08/481 from 05 February 2020 Fergana regional Department of health, Ministry of health and the help of the Ministry for development of information technologies and communications No. 33-8/2959 03 June 2020). This has led to a 15% increase in the efficiency of forecasting the spread of infectious diseases;

nonlinear mathematical model describing competing processes of multicomponent biological populations described by quasilinear parabolic equations embedded in the Management of the main system "Zarafshon" (Certificate of the Ministry of Information Technology and Communications Development No.33-8/2959 03 June 2020). Based on this, the decision-making efficiency increased by 25%;

estimates for solutions of the Cauchy problem for multicomponent competitive systems of equations for biological populations, methods of numerical solution implemented in the Tashkent regional office of the State Committee of the Republic of Uzbekistan for the promotion of privatised enterprises and development of competition (Certificate of the Ministry of Information Technology and Communications Development No. 33-8/2959 03 June 2020). It is possible to reduce the number of unprofitable enterprises in the Tashkent region to 15% compared to the previous year.

Structure and volume of the dissertation. The dissertation consists of an introduction, five chapters, conclusion, list of used literature and appendices. The volume of the dissertation is 192 pages.

ЭЪЛОН ҚИЛИНГАН ИШЛАР РЎЙХАТИ
СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ
LIST OF PUBLISHED WORKS

I бўлим (Часть I; Part I)

1. Muhamediyeva D.K. Properties of self similar solutions of reaction-diffusion systems of quasilinear equations // International Journal of Mechanical and Production Engineering Research and Development. –USA, 2018. Vol. 8. –P. 555-565 (№3; Scopus; IF=6.87).

2. Muhamediyeva D.K. The property of the problem of reaction diffusion with double nonlinearity at the given initial conditions //International Journal of Mechanical and Production Engineering Research and Development. –USA, 2019. Vol. 9. –P. 1095-1106 (№3; Scopus; IF=7.61).

3. Muhamediyeva D.K. Methods for solving the problem of the biological population in the two-case // Journal of Physics: Conference Series. –London, 2019. Vol. 1210. –P. 1-13 (№ 3; Scopus; IF=0.51).

4. Muhamediyeva D.K. Estimation of the Solution of the Kolmogorov-Fisher type biological population task by taking into account the reaction-diffusion //International Journal of Innovative Technology and Exploring Engineering. – Bhopal, 2019. Vol.8. –P.151-157 (№3; Scopus; IF=1.0).

5. Muhamediyeva D.K. Diffusion model solutions with double nonlinearity // Journal of Physics: Conference Series. –London, 2019. Vol. 1260. – P. 1-9 (№3; Scopus; IF=0.51).

6. Aripov M.M., Muhamediyeva D.K. On the properties of the solutions of the problem of cross-diffusion with the dual nonlinearity and the convective transfer // Journal of Physics: Conference Series. –London, 2020. Vol. 1441. –P.1-12 (№3; Scopus; IF=0.51).

7. Muhamediyeva D.K. Study parabolic type diffusion equations with double nonlinearity // Journal of Physics: Conference Series. –London, 2019. Vol. 1441. –P. 1-14 (№3; Scopus; IF=0,51).

8. Muhamediyeva D.K. Two-dimensional Model of the Reaction-Diffusion with Nonlocal Interaction // IEEE International Conference on Information Science and Communications Technologies (ICISCT). –Tashkent, 2019. –P.1-5 (№3; Scopus; IF=0.46).

9. Мухамедиева Д.К. Решение задачи биологической популяции типа Колмогорова-Фишера с переменной плотностью и с двойной нелинейностью // Узбекский журнал проблемы информатики и энергетики. – Ташкент, 2016. –№4. –С. 20-32 (05.00.00; №5).

10. Muhamediyeva D.K. Some exact and numerical solution of the problem of Kolmogorov-Fisher type biological population task with double nonlinear diffusion //International Journal of Research in Engineering and Technology. 2017. Vol.6. – №9. –P.37-45 (№12; Index Copernicus; IC=5.20).

11. Muhamediyeva D.K. Population model with cross-diffusion with double

nonlinearity //International Journal of Management, Information Technology and Engineering. 2017. Vol. 5. № 9. –P.43-52 (№12; Index Copernicus; IC=58.0).

12. Muhamediyeva D. K. Invariance properties and estimating task solution of biological population in the two-dimensional case // International Journal of Applied Mathematics & Statistical Sciences. 2017. Vol. 6, – № 6, –P.1-8 (№12; Index Copernicus; IC=49.25).

13. Мухамедиева Д.К. Численное моделирование одного класса параболических систем квазилинейных уравнений реакции-диффузии типа Колмогорова-Фишера с двойной нелинейной диффузией // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – Ташкент, 2017. – № 6. – С. 10-15 (05.00.00; №23).

14. Мухамедиева Д.К. Свойства автомодельных решений системы квазилинейных уравнений реакции-диффузии задачи биологической популяции // Узбекский журнал проблемы информатики и энергетики. – Ташкент, 2017.- №4. – С.3-11 (05.00.00; №5).

15. Muhamediyeva D.K. Solving of the Task of Kolmogorov-Fisher Type Biological Population in the Regime with Aggravation // International Journal of Applied Engineering Research. 2018. Vol. 13. – № 6. – P. 4291-4298 (№12; Index Copernicus; IC=82.67).

16. Мухамедиева Д.К. Численное решение системы уравнений реакции-диффузии с двойной нелинейностью // ФерПИ научно-технический журнал. – Фергана, 2018. – №3. – С. 127-131 (05.00.00; №23).

17. Мухамедиева Д.К. Свойства решений системы уравнений реакции-диффузии с двойной нелинейностью // ФерПИ научно-технический журнал. – Фергана, 2018. (спец. вып). – С. 24-31 (05.00.00; №23).

18. Мухамедиева Д.К. Исследование свойств решения обобщенного уравнения типа Колмогорова-Фишера в задаче реакции с диффузией //Проблемы вычислительной и прикладной математики. – Ташкент, 2019. – №5. –С. 74-86 (05.00.00; №23).

19. Мухамедиева Д.К. Качественные свойства квазилинейного уравнения параболического типа на основе автомодельного анализа решений // Узбекский журнал проблемы информатики и энергетики. – Ташкент, 2019. – №4. –С. 12-19 (05.00.00; №5).

20. Muhamediyeva D. K. Investigating the solution properties of population model of cross-diffusion model with double nonlinearity and with variable density // Chemical Technology, Control and Management. – Ташкент, 2020. Vol. 1. –P. 45-50 (05.00.00; №12).

II бўлим(Часть II;PartII)

21. Muhamediyeva D.K. On the Solution of a Generalized Equation in a Reaction Problem with Diffusion with Distributed Parameters //Test Engineering and Management. – USA, 2020. Vol. 83. –P.6888-6895.

22. Muhamediyeva D.K. The Global Solutions Problem for Population Quasi-Linear Equations of Parabolic Type //Intelligent Technologies and Robotics.

–Cham, 2019. –P. 345-352.

23. Мухамедиева Д.К. Численное моделирование и свойства решений задачи биологической популяции типа Колмогорова-Фишера // Математическое и информационное моделирование: сборник научных трудов. –Тюмень, 2017. Вып.15. –С.163 -171.

24. Мухамедиева Д.К. Вычислительный эксперимент для решения квазилинейного уравнения реакции-диффузии с двойной нелинейностью //International scientific journal «Global science and innovations 2020: Central Asia». – Nur-Sultan, 2020. – P. 122-126.

25. Мухамедиева Д.К. Нелинейные модели биологической популяции с кросс диффузией //Материалы Республиканской научно-технической конференции «Современное состояние и перспективы применения информационных технологий в управлении». – Ташкент, 2017. –С. 135-142.

26. Мухамедиева Д.К. Решение двумерной задачи с реакцией диффузией типа Колмогорова-Фишера //Материалы Республиканской научно-технической конференции «Современное состояние и перспективы применения информационных технологий в управлении». – Ташкент, 2017. –С. 142-148.

27. Мухамедиева Д.К. Численное моделирование процесса реакции-диффузии биологической популяции с двойной нелинейностью //Материалы Республиканской научно-технической конференции «Ахборот коммуникация технологиялари ва сонли моделлаштиришнинг амалий масалалари». – Самарканд, 2017. –С. 42-47.

28. Мухамедиева Д.К. Численное моделирование кросс-диффузионного процесса биологической популяции с двойной нелинейностью и с переменной плотностью //Материалы Республиканской научно-технической конференции «Ахборот коммуникация технологиялари ва сонли моделлаштиришнинг амалий масалалари». – Самарканд, 2017. –С. 64-66.

29. Мухамедиева Д.К. Численное моделирование и свойства решений задачи биологической популяции типа Колмогорова-Фишера //Материалы Республиканской научно-технической конференции «Ахборот коммуникация технологиялари ва сонли моделлаштиришнинг амалий масалалари». –Самарканд, 2017. –С. 66-70.

30. Мухамедиева Д.К. Об оценке глобального решения квазилинейного уравнения реакции-диффузии с двойной нелинейностью //Материалы Республиканской научно-практической конференции «Статистика и ёё применения». –Ташкент, 2017. –С. 342-344.

31. Мухамедиева Д.К. Исследование свойств решений кросс-диффузионной модели биологической популяции с двойной нелинейностью //Материалы Республиканской научно-практической конференции «Статистика и ёё применения». – Ташкент, 2017. –С. 345-349.

32. Мухамедиева Д.К. Локализация волнового решения систем кросс-диффузии биологической популяции //Материалы Международной научно-технической конференции «Актуальные проблемы оптимизации и автоматизации технологических процессов и производств». – Карши, 2017.

– С. 69-74.
33. Мухамедиева Д.К. Кросс-диффузионные модели биологической популяции с переменной плотностью // Материалы Международной научно-технической конференции «Актуальные проблемы оптимизации и автоматизации технологических процессов и производств». – Карши, 2017. – С. 74-78.
34. Мухамедиева Д.К. Численное моделирование популяционной задачи с нелокальной нелинейностью в одномерном случае // Proceedings of the International Scientific-Practical and Spiritual-Educational Conference Dedicated to the 1235th Anniversary of Muhammad al-Khwarizmi “International Conference on Importance of Information-Communication Technologies in Innovative Development of Sectors of Economy”. – Tashkent, 2018. –P.182-185.
35. Мухамедиева Д.К. Двумерная модель реакции-диффузии с нелокальным взаимодействием // Proceedings of the International Scientific-Practical and Spiritual-Educational Conference Dedicated to the 1235th Anniversary of Muhammad al-Khwarizmi “International Conference on Importance of Information-Communication Technologies in Innovative Development of Sectors of Economy”. –Tashkent, 2018. – С. 185-188.
36. Мухамедиева Д.К. Свойства решений системы уравнений реакции-диффузии в задаче биологической популяции конвективного переноса // Материалы XVIII Международной научно-методической конференции «Информатика: проблемы, методология, технологии». – Воронеж, 2018. – С. 61-66.
37. Мухамедиева Д.К. Качественные свойства решения задачи биологической популяции типа Колмогорова-Фишера с двойной нелинейной диффузией // Материалы XIV Международной Азиатской школы семинара «Проблемы оптимизации сложных систем». –Алматы, 2018. –С.60-68.
38. Мухамедиева Д.К. Инвариантные свойства решения задачи биологической популяции // Материалы XIV Международной Азиатской школы семинара «Проблемы оптимизации сложных систем». –Алматы, 2018. –С.68-75.
39. Мухамедиева Д.К. Численное решение параболической системы квазилинейных уравнений реакции-диффузии // Материалы Республиканской научно-фундаментальной и прикладной конференции «Актуальные проблемы науки и образовании». – Нукус, 2018. –С.18-20.
40. Мухамедиева Д.К. Автомодельные решения системы реакции-диффузии // Материалы Республиканской научно-фундаментальной и прикладной конференции «Актуальные проблемы науки и образовании». – Нукус, 2018. –С.20-21.
41. Мухамедиева Д.К. Вычислительный эксперимент в задаче реакции-диффузии типа Колмогорова-Фишера // Материалы Республиканской научно-фундаментальной и прикладной конференции «Актуальные проблемы науки и образовании». – Нукус, 2018. –С.22-23.
42. Muhamedieva D.K. Research of qualitative properties of solutions of cross-diffusion model of biological population // Proceedings of the VI

international scientific conference «Modern problems of the applied mathematics and information technology-Al-Xorezmiy 2018». –Tashkent, 2018. –P.88.

43. Muxamedieva D.K. Solution of the two-dimensional equation of the reaction-diffusion of the population problem with nonlocal nonlinearity // Proceedings of the VI international scientific conference «Modern problems of the applied mathematics and information technology-Al-Xorezmiy 2018». – Tashkent, 2018. –P. 88-89.

44. Muhamediyeva D.K. Population models with cross-diffusion with double nonlinearity //Proceedings of the «Actual problems of mathematical modeling, algoritmization and programming» Republican Scientific and Practical Conference. – Tashkent, 2018. –-P.141-146.

45. Мухамедиева Д.К. Методы решения задачи биологической популяции в двумерном случае // Материалы республиканской научно-практической конференции «Актуальные проблемы математического моделирования, алгоритмизации и программирования». – Ташкент, 2018. – С. 166-172.

46. Muhamedieva D.K. To the solving of the generalized equation of the kolmogorov-fischer problem reaction to the diffusion of distributed parameter // Proceedings of the Tenth world conference on intelligent systems for industrial automation (WCIS-2018). – Tashkent, 2018. – P. 221-225.

47. Muhamedieva D.K. Numerical simulation of one class of parabolic systems of quasilinear equations of the Kolmogorov-Fisher type reaction-diffusion with double nonlinear diffusion // Proceedings of the Tenth world conference on intelligent systems for industrial automation (WCIS-2018). – Tashkent, 2018. – P. 240-244.

48. Мухамедиева Д.К. Свойства решения квазилинейного уравнения популяции параболического типа // Материалы научной конференции «Новые теоремы молодых математиков – 2018». – Наманган, 2018. –С. 241-242.

49. Мухамедиева Д.К. Численное моделирование конкурирующих популяций с двойной нелинейной кросс-диффузией и с переменной плотностью // Материалы научной конференции «Новые теоремы молодых математиков – 2018». - Наманган, 2018. –С. 243-244.

50. Muhamediyeva D.K. Splitting algorithmin Kolmogorov-Fisher type reaction-diffusion task // İNŞAATDA İNFORMASİYA TEXNOLOGİYALARI VƏ SİSTEMLƏRİNİN TƏTBİQİ İMKANLARI VƏ PERSPEKTİVLƏRİ mövzusunda BEYNƏLXALQ ELMİ-PRAKTİKİ KONFRANSIN MATERİALLARI. –Баку, 2018. –P. 261-264.

51. Muhamediyeva D.K. Waves in diffusion systems of one task of biological population of Kolmogorov-Fisher type // İNŞAATDA İNFORMASİYA TEXNOLOGİYALARI VƏ SİSTEMLƏRİNİN TƏTBİQİ İMKANLARI VƏ PERSPEKTİVLƏRİ mövzusunda BEYNƏLXALQ ELMİ-PRAKTİKİ KONFRANSIN MATERİALLARI. –Баку, 2018. –P.265-268.

52. Aripov M., Muhamediyeva D.К. Study of properties of solutions of

cross-diffusion model of reaction-diffusion with double nonlinearity // Proceedings of the Joint International Conference STEMM: Science – Technology – Education – Mathematics – Medicine. –Tashkent, 2019. – P.15.

53. Мухамедиева Д.К. Метод нелинейного расщепления для построения автомодельных решения в режиме с обострением // Материалы Республиканской научно-технической конференции «Роль информационно-коммуникационных технологий в инновационном развитии отраслей экономики». – Ташкент, 2019. –С.35-37.

54. Мухамедиева Д.К. Автомодельные решения нелинейного уравнения реакции диффузиис двойной нелинейностью и с переменной плотностью // Материалы Республиканской научно-технической конференции «Роль информационно-коммуникационных технологий в инновационном развитии отраслей экономики». – Ташкент, 2019. –С. 37-40.

55. Muhamediyeva D.K. Methods of the solving of tasks of the biological population in a heterogeneous environment //Материалы международной научно-практической конференции «Инновационные идеи, разработки и современные проблемы их применения в производстве а также в обучении». – Андижан, 2019. –С.56-58.

56. Muhamediyeva D.K. Construction of self-similar solutions of the reactionsdiffusion equation with double nonlinearity // Материалы международной научно-практической конференции «Инновационные идеи, разработки и современные проблемы их применения в производстве а также в обучении». – Андижан, 2019. –С.58-60.

57. Мухамедиева Д.К. Вычислительный эксперимент для различных значений параметров в задаче реакции с диффузией // Материалы республиканской научно-технической конференции "Инновационные идеи в области ИКТ и програмного обеспечения". – Самарқанд, 2019. –С.24-26.

58. Мухамедиева Д.К. Автомодельные и приближенно-автомодельные решения кросс-диффузионной модели с двойной нелинейностью в гетрогенной среде // Материалы республиканской научно-технической конференции "Инновационные идеи в области ИКТ и программного обеспечения". – Самарқанд, 2019. –С.27-28.

59. Мухамедиева Д.К. Моделирование задач реакции-диффузии с двойной нелинейностью в неоднородной среде // «Фан ва таълим-тарбиянинг долзарб масалалари» мавзусидаги Республика илмий-назарий анжуман материаллари. –Нукус, 2019. – С. 157-159.

60. Мухамедиева Д.К. Об автомодельных решениях уравнения реакции диффузии с двойной нелинейностью // «Фан ва таълим-тарбиянинг долзарб масалалари» мавзусидаги Республика илмий-назарий анжуман материаллари. –Нукус, 2019. – С. 160-162.

61. Мухамедиева Д.К. Бир ўлчовли биологик популяция масалаларини ечиш ёндошувлари // "Ахборот-коммуникация технологиялари ва телекоммуникацияларнинг замонавий муаммолари ва ечимлари" мавзусидаги республика илмий-техник анжуманининг материаллари. – Фарғона, 2019. –С. 291-294.

62. Мухамедиева Д.К. Гетероген муҳитда биологик популяция масаласини ечиш усуллари // “Замонавий тадқиқотлар, инновациялар, техника ва технологияларнинг долзарб муаммолари ва ривожланиш тенденциялари” мавзусидаги илмий-техник анжумани материаллари. – Жиззах, 2019. –С. 316-318.
63. Арипов М., Мухамедиева Д.К. О свойствах решений задачи кросс-диффузии с конвективным переносом //Материалы Республиканской научно-технической конференции “Современное состояние и перспективы применения информационных технологий в управлении”. –Самарканд, 2019. – С.125-130.
64. Мухамедиева Д.К. К свойствам одной задачи Коши для нелинейного уравнения реакции диффузии // Материалы Республиканской научно-технической конференции “Современное состояние и перспективы применения информационных технологий в управлении”. –Самарканд, 2019. – С.179-183.
65. Мухамедиева Д.К. Оценка решения кросс-диффузионной модели с двойной нелинейностью //Материалы III Международной научно-практической конференции «Наука и образование в современном мире: ВЫЗОВЫ XXI века». – Нур-Султан, 2019. –С. 261-262.
66. Арипов М., Мухамедиева Д.К. Исследование свойств решений кросс-диффузионной модели с двойной нелинейностью //Материалы международной конференции "Актуальные проблемы прикладной математики и информационных технологий". –Ташкент, 2019. –С.73.
67. Мухамедиева Д.К. Свойства решения автомодельного уравнения кросс-диффузии //Материалы V Международной научно-практической конференции «Наука и образование в современном мире: вызовы XXI века». – Нур-Султан, 2019. – С. 280-283.
68. Muhamediyeva D.K. Carrying out a computational experiment to solve the self-similar equation of cross-diffusion with double nonlinear diffusion //Materials of the International Conference “Scientific research of the SCO countries: synergy and integration”. - Reports in English, 2020. – P. 204-210.
69. Muhamediyeva D.K. Application of biological population models with double nonlinearity //Materials of the International Conference “Scientific research of the SCO countries: synergy and integration- Reports in English, 2020. – P. 214-222.
70. Мухамедиева Д.К. Модель биологической популяции с двойной нелинейностью //“Математика, физика ва ахборот технологиялarинининг долзарб муаммолари” мавзусидаги Республика миқёсидаги онлайн илмий-амалий анжумани материаллари. – Бухоро, 2020. –С.305-307.
71. Мухамедиева Д.К. Кросс-диффузионные модели реакции-диффузии с двойной нелинейностью // “Математика, физика ва ахборот технологияларининг долзарб муаммолари” мавзусидаги Республика миқёсидаги онлайн илмий-амалий анжумани материаллари. – Бухоро, 2020. –С. 308-309.
72. Мухамедиева Д.К. Применение модели биологической популяции

для решения прикладных задач //“Инновацион ва замонавий ахборот технологияларини таълим, фан ва бошқарув соҳаларида қўллаш истиқболлари” мавзусидаги Халқаро илмий – амалий онлайн конференцияси материаллари. –Самарканд, 2020. – С.113-118.

73. Мухамедиева Д.К. Применение модели биологической популяции в гетерогенной среде //“Инновацион ва замонавий ахборот технологияларини таълим, фан ва бошқарув соҳаларида қўллаш истиқболлари” мавзусидаги Халқаро илмий – амалий онлайн конференцияси материаллари. –Самарканд, 2020. – С. 118-123.

74. Мухамедиева Д.К. Программа численного моделирования кросс-диффузионных систем биологической популяции. // Агентство по интеллектуальной собственности РУз. Свидетельство № DGU 05958. 10.01.2019.

75. Мухамедиева Д.К. Программа численного моделирования кросс-диффузионных систем с конвективным переносом. // Агентство по интеллектуальной собственности РУз. Свидетельство № DGU 06293. 19.04.2019.

76. Мухамедиева Д.К. Программа численного моделирования нелинейных кросс-диффузионных систем. // Агентство по интеллектуальной собственности РУз. Свидетельство № DGU 07356. 19.12.2019.

Автореферат «Информатика ва энергетика муаммолари» илмий журнали таҳририятида таҳрирдан ўтказилди ва ўзбек, рус ва инглиз тилларидаги матнларини мослиги текширилди.