ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ DSc.03/30.12.2019.FM.01.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ

ХОЛИКОВ ДИЛШОД КАМОЛОВИЧ

УЧИНЧИ ТАРТИБЛИ ЮКЛАНГАН ПСЕВДОПАРАБОЛИК ТЕНГЛАМАЛАР УЧУН НОЛОКАЛ МАСАЛАЛАР

01.01.02-Дифференциал тенгламалар ва математик физика

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

ТОШКЕНТ – 2020

УДК 517.956.2; 517.956.6

Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD) диссертацияси автореферати мундарижаси

Оглавление автореферата диссертации доктора философии(PhD) по физико-математическим наукам

Content of dissertation abstract of the doctor of philosophy (PhD) on physical and mathematical sciences

ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖА БЕРУВЧИ DSc.03/30.12.2019.FM.01.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ

ХОЛИКОВ ДИЛШОД КАМОЛОВИЧ

УЧИНЧИ ТАРТИБЛИ ЮКЛАНГАН ПСЕВДОПАРАБОЛИК ТЕНГЛАМАЛАР УЧУН НОЛОКАЛ МАСАЛАЛАР

01.01.02-Дифференциал тенгламалар ва математик физика

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

Тошкент – 2020

Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (Doctor of Philosophy) диссертацияси мавзуси Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Махкамаси ҳузуридаги Олий аттестация комиссиясида B2017.1.PhD/FM13 рақам билан рўйхатга олинган.

Диссертация Мирзо Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий университетида бажарилган.

Диссертация автореферати уч тилда (ўзбек, рус, инглиз (резюме)) Илмий кенгаш веб-саҳифасида (http://ik-fizmat.nuu.uz) ва "Ziyonet" таълим ахборот тармоғида (www.ziyonet.uz) жойлаштирилган.

Илмий раҳбар:	**Зикиров Обиджан Салижанович** физика-математика фанлари доктори, профессор
Расмий оппонентлар:	**Дурдиев Дурдимурод Каландарович** физика-математика фанлари доктори, профессор
	Джамалов Сирожиддин Зухриддинович физика-математика фанлари доктори
Етакчи ташкилот:	**Самарқанд давлат университети**

Диссертация ҳимояси Мирзо Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий университети ҳузуридаги DSc.03/30.12.2019.FM.01.01 рақамли Илмий кенгашнинг 2020 йил « 4 » август соат 1100 даги мажлисида бўлиб ўтади. (Манзил: 100174, Тошкент шаҳри, Олмазор тумани, Университет кўчаси, 4-уй. Тел.: (+99871) 246-53-21, факс: (+99871) 246-53-21, 246-02-24, e-mail:nauka@nuu. uz).

Диссертация билан Ўзбекистон Миллий университетининг Ахборот-ресурс марказида танишиш мумкин (__ рақами билан рўйҳатга олинган). (Манзил: 100174, Тошкент шаҳри, Олмазор тумани, Университет кўчаси, 4-уй. Тел.: (+99871) 227-02-24).

Диссертация автореферати 2020 йил « 29 » июль куни тарқатилди.

(2020 йил « ___ » __________даги ____ рақамли реестр баённомаси).

А.Садуллаев
Илмий даражалар берувчи илмий кенгаш раиси, ф.-м.ф.д., академик

Н.К.Мамадалиев
Илмий даражалар берувчи илмий кенгаш илмий котиби, ф.-м.ф.ф.д (PhD)

Ш.А.Алимов
Илмий даражалар берувчи илмий кенгаш ҳузуридаги илмий семинар раиси, ф.-м.ф.д., академик

КИРИШ (фалсафа доктори (PhD) диссертацияси аннотацияси)

Диссертация ишининг долзарблиги ва зарурати. Жаҳон миқёсида математика соҳасида олиб борилаётган кўплаб илмий-амалий тадқиқотлар ечими шуни кўрсатадики, кўплаб жараёнларнинг математик модели хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар хусусан, иккинчи ва учинчи тартибли ҳусусий ҳосилали юкланган тенгламалар учун ностандарт кўринишдаги бошланғич-чегаравий, тўғри ва тескари масалаларни тадқиқ қилишга олиб келади. Бундай масалалар устида тадқиқот олиб бориш нафақат назарий жиҳатдан, балки амалий жихатдан муҳим аҳамият ҳам касб этади. Шу жумладан учинчи тартибли псевдопараболик типдаги тенгламалар ҳам ана шундай тенгламалардан бири бўлиб, у кўплаб физик, механик, биологик ва химик жараёнлар билан боғлиқ муаммолар ушбу тенгламалар билан боғланади. Масалан, тупроқ ғовак қатламидаги суюқлик фильтрацияси, гетероген қатламлардаги иссиқлик узатилиши, тупроқ қатламларида суюқликнинг харакати каби жараёнлар учинчи тартибли псевдопараболик типдаги тенгламалар билан ифодаланади.

Ҳозирги кунда жаҳонда нолокал бошланғич-чегаравий масалалар математик физиканинг долзарб муаммоларидан бири ҳосибланади. Бошланғич-чегаравий нолокал масалаларни тадқиқ қилиш математик физиканинг коррект қўйилган муаммолари билан чамбарчас боғлиқ, шунинг учун бундай масалаларнинг корректлигини аниқлашга алоҳида эътибор қаратилмоқда. Сўнгги пайтларда тупроқ қатламидаги суюқлик фильтрацияси, гетероген қатламлардаги иссиқлик узатилиши, тупроқ қатламларида суюқликнинг ҳаракати жараёнларини ўрганиш ва унинг хусусиятларини аниқлаш муҳим вазифалардан бири ҳисобланади. Бу борада, учинчи тартибли юкланган псевдопараболик тенгламалар учун нолокал чегаравий муаммоларини ўрганиш бўйича мақсадли илмий тадқиқотлар олиб бориш зарур вазифалардан ҳисобланади.

Ҳозирда мамлакатимизда фундаментал фанларнинг илмий амалий тадбиқларига эга бўлган дифференциал тенгламалар ва математик физиканинг долзарб йўналишларига эътибор кучайтирилди. Жумладан, псевдопараболик типдаги тенгламаларни интенсив ўрганишга алоҳида эътибор қаратилди. Мазкур йўналишни ривожланиши натижасида математик физика, механика, биология ва иқти содиёт масалаларидан келиб чиқувчи дифференциал тенгламаларни тадқиқ қилиш бўйича салмоқли натижаларга эришилди. “Функционал анализ, динамик тизимлар назарияси, дифференциал тенгламалар, математик физика тенгламалари ва математик моделлаштириш” фанларининг устивор йўналишлари бўйича халқаро стандартлар даражасида илмий тадқиқотлар олиб бориш асосий вазифалар ва фаолият йўналишлари этиб белгиланди. Қарор[1] ижросини таъминлаш мақсадида ноклассик тенгламалар назариясини ривожлантириш, бундай

[1] Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Махкамасининг 2017 йил 18 майдаги “Ўзбекистон Республикаси Фанлар Академиясининг янгидан ташкил этилган илмий тадқиқот муассасалари фаолиятини ташкил этиш тўғрисида” ги 292-сонли қарори

тенгламалар учун нолокал чегаравий масалалар қўйиш ва уларни тадқиқ этишни ривожлантириш муҳим аҳамиятга эга.

Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2018 йил 27 апрелдаги ПҚ-3682 сонли “Инновацион ғоялар, технологиялар ва лойихаларни амалий жорий қилиш тизимини янада такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги Қарори, 2019 йил 17 июндаги ПҚ-4358-сонли “2019-2023 йилларда Мирзо Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий университетида талаб юқори бўлган малакали кадрлар тайёрлаш тизимини тубдан такомиллаштириш ва илмий салоҳиятни ривожлантириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги Қарори, 2019 йил 9 июлдаги № ПҚ-4387 “Математика таълими ва фанларини янада ривожлантиришни давлат томонидан қўллаб-қувватлаш, шунингдек, ЎзР ФА В.И. Романовский номидаги Математика институти фаолиятини тубдан такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги Қарори, 2019 йил 8 октябрдаги ПФ-5847-сонли “Ўзбекистон Республикаси Олий таълим тизимини 2030 йилгача ривожлантириш концепциясини тасдиқлаш тўғрисида”ги Қарорлари ҳамда мазкур соҳа фаолиятга тегишли бошқа норматив-хуқуқий хужжатларда белгиланган вазифаларни амалга оширишга муайян даражада ҳизмат қилади.

Тадқиқотнинг Республика фан ва технологиялари ривожланиши устивор йўналишларига мослиги. Мазкур тадқиқот республика фан ва технологиялар ривожланишининг IV. “Математика, механика ва информатика” устувор йўналиши доирасида бажарилган.

Муаммони ўрганилганлик даражаси. Ҳозирги вақтда нолокал чегаравий масалалар бўйича қатор илмий тадқиқот ишлари олиб борилган. Жумладан, учинчи тартибли тенгламалар устидаги биринчи тадқиқотлар Д.Адамарнинг XX асрнинг 30-йилларида чоп қилинган фундаментал ишлардан бошланган. Г.И.Баренблатт, Ю.П.Желтов ва И.Н.Кочина ишида ғовак муҳитларда ёпишқоқ суюқликларнинг ностационар фильтрлаш жараёнининг математик модели биринчи бўлиб чизиқли псевдопараболик тенгламага келтирилган. Бу эса тоқ тартибли тенгламаларга бўлган қизиқишни янада оширди. Кейинги тадқиқотларда хусусий ҳосилали учинчи ва ундан юқори тартибли тенгламалар учун маълум классик масалалар билан бир қаторда янги чегаравий масалалар ўрганишда катта натижаларга эришилган. Бундай тенгламалар хусусий ҳосилали тенгламалар назариясининг асосий бўлимларидан бири бўлиб қолди. Бу соҳада бир қатор муаллифлар А.В.Бицадзе, Т.Д.Джураев, М.С.Салохитдинов, А.М. Нахушев, В.Н. Врагов, А.И. Кожанов, В.И. Корзюк, А.Г.Свешников, М.О. Корпусов ва бошқалар томонидан фундаментал натижаларга эришилган.

Ўтган асрнинг етмишинчи йилларнинг бошида қаралаётган тенгламалар учун асосий масалаларни ўрганиш чоғида янги синфдаги масалаларни қўйишга қизиқиш янада ортиб борди. Бу масалалар кўплаб амалий муам-моларни ечишда нолокал масалалар номини олди. А.В.Бицадзе, А.А.Самарский ва А.А.Самарскийнинг эллиптик ва параболик тенгламалар учун нолокал чегаравий шартли янги масалаларига бағишланган ишлари чоп этилгандан сўнг нолокал масалаларга бўлган қизиқиш янада кучайди. Табиийки, бундай масалалар кўплаб математиклар эътиборини ўзига тортди. Таъкидлаш жоизки, математик физиканинг турли типдаги тенгламалари учун нолокал масалалар Т.Д.Джураев, О.М.Джохадзе, А.И.Жегалов, А.Н.Миронов, А.И.Кожанов, Л.С.Пулькина, Н.Л.Лажетич, М.С.Салохиддинов А.П.Солдатов, М.Х.Шхануков ва уларнинг шогирдлари изланишлар олиб борганлар. Ҳозирги кунда нолокал чегаравий масалалар орасида интеграл шартли масалаларга қизиқиш ортиб бормоқда. Биринчи бўлиб бундай масалалар J.R.Canon (1963) томонидан иссиқлик тарқалиш тенгламаси учун қаралган. Охирги йилларда эса турли типдаги тенгламалари учун интеграл шартли чегаравий масалалар Н.И.Ионкина, А.И.Кожанов, Я.Т.Мегралиев, Н.С.Попов, Л.С.Пулькина ва унинг ўқувчилари, L.A.Bougoffa, A.Bouziani, D.-Q. Dai, Y. Huang, J. Jachimaviciene, M.Sapagovas, O.M.Jokhadze, N.X.Ting ва бошқа кўплаб авторлар томонидан кенг ўрганилиб келинмоқда.

Илмий адабиётларда А.М.Нахушев томонидан киритилган юкланган тенгламаларнинг таърифи қабул қилинган. Унинг илмий ишларида юкланган дифференциал, интеграл ва функционал тенгламаларнинг таърифи ва уларнинг тўла классификацияси берилган ҳамда юкланган тенгламаларнинг тадбиқлари баён қилинган. Бундай тенгламалар А.И.Кожанов, А.М.Нахушев, М.Х.Шхануков, М.Т.Женалиев, А.И.Жегалов, А.А.Алиханов ва бошқа кўплаб математикларнинг тадқиқот мавзуси бўлди. Иккинчи тартибли юкланган хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар учун турли чегаравий ва тескари масалалар М.Т.Дженалиев, М.И.Рамазанов, С.З.Джамалов, Д.К.Дурдиев, Б.Исломов ва бошқа олимлар шуғулланишган. Диссертациянинг мавзусига яқин тадқиқотлар, яъни чизиқли псевдо-параболик тенгламалар учун нолокал чегаравий масалалар М.Х.Шхануков, В.А.Вадахова, М.Х.Бештоков, А.Ф.Напсо, А.И.Кожанов, В.З.Канчукоев, Н.С.Папов, D.Colton, D.-Q.Dai ва бошқаларнинг ишларида учрайди. Ҳозирги кунда республикамизда тоқ тартибли тенгламалар учун нолокалш ва интеграл шартли масалаларга етарлича эътибор қаратилмаган.

Диссертация мавзусининг диссертация бажарилган олий муассасасининг илмий-тадқиқот ишлари режалари билан боғлиқлиги. Мазкур диссертация тадқиқоти Ўзбекистон Миллий университетининг Ф-4-65 "Спектрал параметрли сингуляр коэффициентли қўшма типдаги тенгламалар назарияси" (2008-2012 йиллар), №MRU-OT-1/2017 «Нелокальные краевые и обратные задачи для неклассических дифференциальных и операторно-дифференциальных уравнений»(2018-2019 йиллар) мавзусидаги Ўзбекистон Миллий университети ва Россия Фанлар академияси Сибирь бўлими С.Л.Соболев номидаги Математика институтлари ҳамкорлигидаги давлатлараро илмий тадқиқот лойиҳаси хамда №ОТ-Ф-4-(36+32) “Математик физика ва оптимал бошқарув масалаларини ечишнинг янги усулларини ишлаб чиқиш. Тоқ тартибли хусусий ҳосилали тенгламалар учун ноклассик бошланғич ва спектрал масалалар ва уларнинг тадбиқлари” (2018-2021 йиллар) мавзудаги илмий тадқиқот лойихалари доирасида бажарилган.

Тадқиқотнинг мақсади учинчи тартибли юкланган псевдопараболик типдаги тенгламалар учун нолокал бошланғич-чегаравий масалаларни қўйиш ҳамда масалалар ечимининг мавжудлик, ягоналик ва турғунлик муаммоларини исботлашдан иборатдир.

Тадқиқот вазифалари:

умумий учинчи тартибли юкланган псевдопараболик тенглама учун Риман функциясининг аналогини қуриш ва унинг хоссаларини исботлаш;

тенгламанинг кичик ҳосилалари олдидаги коэффициентнинг қаралаётган масаланинг корректлигига таъсирини аниқлаш;

учинчи тартибли юкланган псевдопараболик тенглама учун қўйилган нолокал масалаланинг бир қийматли ечилишини исботлаш;

аралаш хосила қатнашган учинчи тартибли юкланган псевдопараболик тенглама учун қўйилган нолокал масалаларнинг бир қийматли ечилиши учун зарур шартларни топиш.

Тадқиқотнинг объекти сифатида учинчи тартибли ҳусусий хосилали юкланган псевдопараболик тенгламалар олинган.

Тадқиқотнинг предмети учинчи тартибли ҳусусий хосилали юкланган псевдопараболик типдаги тенгламалар учун нолокал бошланғич-чегаравий масалаларни ечишдан иборат.

Тадқиқот усуллари. Тадқиқот ишида математик анализ, дифференциал тенгламалар ва математик физиканинг Риман усули, интеграл тенгламалар назарияси, интеграл айниятлар, кетма-кет яқинлашиш усулларидан фойдаланилган.

Тадқиқот илмий янгилиги қуйидагилардан иборат:

юкланган учинчи тартибли псевдопараболик типдаги тенгламалар учун янги нолокал бошланғич-чегаравий шартли масалалар қўйилган ва ечилган;

учинчи тартибли псевдопараболик тенглама учун Риман функциясининг мавжудлиги ва ягоналиги исботланган;

учинчи тартибли юкланган псевдопараболик тенглама учун қўйилган бошланғич-чегаравий масалалар регуляр ечимининг интеграл ифодаси қурилган;

юкланган учинчи тартибли псевдопараболик типдаги тенгламалар учун қўйилган нолокал бошланғич-чегаравий масалаларнинг регуляр ечимининг мавжудлиги ва ягоналиги исботланган;

учинчи тартибли юкланган умумий псевдопараболик типдаги тенгламалар учун интеграл шартли масалаларнинг регуляр ечимининг мавжудлиги ва ягоналиги исботланган.

Тадқиқотнинг амалий натижалари қуйидагилардан иборат:

ҳар қандай чизиқли учинчи тартибли псевдопараболик тенгламалар учун локал ва нолокал бошланғич-чегаравий масалалар ечимининг мавжудлиги ва ягоналигини тадқиқ қилишда қўлланилган;

ҳосил қилинган аналитик ечимлардан ғовак ва ёпишқоқ суюқликдаги ностационар фильтрланишида, тупроқдаги намликнинг харакатланиш жараёнида ва бошқа физик жараёнларнинг математик моделини ўрганишда кенг қўлланилиши мумкин эканлигидан иборат.

Тадқиқот натижаларининг ишончлилиги учинчи тартибли юкланган псевдопараболик тенгламалар учун нолокал чегаравий масалалар ечимининг ягоналиги, мавжудлиги ва уларнинг турғунлигини исбот қилишда математик ва функционал анализ, дифференциал тенгламалар, математик физика тенгламалари, интеграл тенгламалар назарияларининг фундаментал усулларини қўллаш ҳамда математик мулоҳазаларнинг қатъийлиги билан асосланган.

Тадқиқот натижаларининг илмий ва амалий аҳамияти. Ушбу илмий тадқиқот натижаларининг илмий аҳамияти учинчи тартибли юкланган псевдопараболик типдаги тенгламалар учун қўйилган нолокал бошланғич-чегаравий масалалар ечимларининг бир қийматлилиги, мавжуд ва ягоналигини исботланганлиги билан асосланади.

Тадқиқот натижаларининг амалий аҳамияти кўплаб амалий масалалар ва уларнинг тадбиқлар ҳусусий хосилали учинчи тартибли юкланган псевдопараболик тенгламалар билан ифодаланиши билан изоҳланади.

Тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши. Учинчи тартибли **ю**кланган псевдопараболик тенгламалар учун нолокал чегаравий масалаларга оид олинган натижалар қуйидаги лойиҳаларда жорий қилинган:

ҳусусий хосилали учинчи тартибли юкланган псевдопараболик тенгламалар учун нолокал масалалар аниқ кўринишдаги ечимини мавжудлиги 0018РК00149 рақам билан давлат рўйхатидан ўтган "Ахборот, телеком-муникация ва космик технологиялар, табиий фанлар соҳасидаги илмий тадқиқотлар" бюджет дастурининг "Табиий фанлар бўйича илмий тадқиқотлар. Математика, физика ва астрономия соҳасидаги математик ва компютер моделлаштириш. Амалий тадқиқотлар" устивор йўналишидаги 2018-2020 йиларга мўлжалланган АР 05132680 рақамли "Катта ўлчамдаги ғовакли муҳитдаги оқимларнинг нолокал моделлари" мавзусидаги ҳорижий лойихада псевдопараболик тенгламалар учун нолокал масалалар ечимининг қуришда фойдаланилган. (Ахборот ва ҳисоблаш технологиялари институти, 2019 йил 19-ноябрдаги 01-07/780-сонли маълумотнома, Қозоғистон). Диссертация натижалари ўрганилаётган масалаларларнинг ечимининг аниқ ифодасини топиш имконини берган;

учинчи тартибли юкланган псевдопараболик тенгламалар билан ифодаланадиган нолокал чегаравий масалаларининг ечимлари мавжудлиги ҳақидаги теоремалар асосида Витус Беринг номидаги Камчатка давлат университети Физика-математика, ахборот технологиялари ва табиий фанлар Илмий-тадқиқот институтининг "Касрли ҳисоблашлар ва уларнинг тадбиқлари" лабораторияси доирасидаги МК-1152.2018.1 рақамли РФ гранти ва №АААА-А17-117031050058-9 рақамли “Тебранишлар жараёнида каср тартибли ҳосилаларни қўлланиши” мавзусидаги илмий-тадқиқот ишларини олиб бориш жараёнида даражали хотирали фрактал осцилаторларнинг кенг синфи учун қўйилган масалаларнинг сонли усули ишлаб чиқилган (Витус Беринг номидаги Камчатка давлат университети, 2019 йил 26-июндаги 372-22-сонли маълумотнома, Россия). Диссертациядаги учинчи тартибли юкланган псевдопараболик тенгламалар учун бошланғич-чегаравий масалалар, хусусан интеграл ва А.М.Нахушев шартли масалалар натижалари ёрдамида тадқиқотда қўйилган масалалар ечимини интеграл тенгламаларга келтириш имконини берган.

Тадқиқот натижаларининг апробацияси. Ушбу тадқиқот натижалари 18 та илмий-амалий анжуманларда, шу жумладан 16 та халқаро ва 2 та республика миқёсдаги анжуманларда муҳокамадан ўтказилган.

Тадқиқот натижаларининг эълон қилинганлиги. Диссертация мавзуси бўйича жами 30 та илмий иш чоп этилган, шулардан, Ўзбекистон Республикаси Олий Аттестация комиссиясининг фалсафа доктори диссертациялари асосий илмий натижаларини чоп этиш тавсия этилган илмий нашрларда 9 та мақола, жумладан, 2 таси хорижий ва 7 таси республика журналларида нашр этилган.

Диссертациянинг тузилиши ва ҳажми. Диссертация кириш қисми, учта боб, хулоса ва фойдаланилган адабиётлар рўйҳатидан ташкил топган. Диссертациянинг ҳажми 97 бетни ташкил этган.

ДИССЕРТАЦИЯНИНГ АСОСИЙ МАЗМУНИ

Ушбу диссертация иши учинчи тартибли қуйидаги юкланган псевдопараболик тенгламанинг $k(x,t)$ ва коэффициентларнинг турли хил қийматларида учун янги нолокал чегаравий масалаларининг тадқиқ қилишга бағишланган

$$Mu \equiv Lu + \int_0^l k(x,t)u(x,t)dx = f(x,t),$$

бу ерда $Lu \equiv u_{xxt} + d(x,t)u_t + a(x,t)u_{xx} + b(x,t)u_{xt} + c(x,t)u_x + e(x,t)u$ – псевдопараболик оператор, $k(x,t)$ ва $f(x,t)$ – берилган функция.

Кириш қисмида диссертация ишини мавзусининг долзарлиги, ва зарурати асосланган, тадқиқотнинг мақсади ва вазифалари, объекти ва предмети тавсифланган, тадқиқотнинг Ўзбекистон Республикаси фан ва технологиялари ривожланишининг устивор йўналишларига мослиги кўрсатилган, тадқиқотнинг илмий янгилиги, назарий ва амалий натижалари баён қилинган. Олинган илмий натижаларнинг илмий ва амалий натижалари очиб берилган, тадқиқот натижаларининг амалиётга жорий қилиш, тадқиқот мавзусига оид нашр қилинган ишлар ва диссертация тузилиши бўйича маълумотлар келтирилган.

Диссертациянинг «**Псевдопараболик тенгламалар ва чегаравий масалаларнинг корректлиги»** деб номланувчи биринчи боби уч параграфдан иборат бўлиб, унда учинчи тартибли хусусий хосилали дифференциал тенгламаларга келадиган баъзи масалалар ва учинчи тартибли юкланган псевдопараболик тенгламалар учун баъзи чегаравий масалалар ўрганилган.

Биринчи бобнинг иккинчи параграфида учинчи тартибли чизиқли псевдопараболик тенглама учун Гурса масаласининг интеграл тенглама орқали олинган аниқ ечими ёрдамида Риман функцияси қурилган.

Учинчи параграф юкланган умумлашган Аллер тенгламаси учун бошланғич-чегаравий масаланинг корректлик масаласининг тадқиқ қилишга бағишланган. Қаралаётган масала корректлигида тенгламада қатнашган кичик тартибли вақт бўйича хосилани таъсири кўрсатилган.

Учинчи параграфда қуйидаги хусусий хосилали учингчи тартибли юкланган тенгламалар учун $D=\{(x,t):0<x<l,\, 0<t<T\}$ тўғри тўртбурчак соҳада бошланғич-чегаравий масалар қаралган

$$Lu = f(x,t)+\frac{\partial}{\partial t}\int\limits_{\alpha}^{\beta} u(x,t)dx, \qquad (1)$$

бу ерда $Lu \equiv u_{xxt}+d(x,t)u_t+a(x,t)u_{xx}+b(x,t)u_x+c(x,t)u$ – умумлашган Аллер оператори, $\alpha,\ \beta$ – берилган доимийлар бўлиб, улар учун $0\le\alpha<\beta\le l.$

Таъриф 1. (1) тенгламанинг регуляр ечими деб, тенгламани тўғри маънода қаноатлантирувчи ва D соҳада керакли тартибдаги узлуксиз барча хосилаларга эга $u(x,t)$ ҳақиқий функцияга айтилади.

Масала 1. (1) тенгламанинг D соҳадаги, қуйидаги бошланғич шарт

$$u(x,0)=\varphi(x), \quad 0\le x\le l, \qquad (2)$$

ва ушбу чегаравий шартларни

$$u(0,t)=\psi_1(t), \quad u(l,t)=\psi_2(t), \quad 0\le t\le T, \qquad (3)$$

қаноатлантирувчи $u(x,t)$ регуляр ечими топилсин. Бу ерда $\varphi(x),\ \psi_1(t),$ $\psi_2(t)$ – берилган функциялар бўлиб, улар учун қуйидаги шартлар ўринли

$$\varphi(0)=\psi_1(0), \quad \varphi(l)=\psi_2(0).$$

Масала 2. (1) тенгламанинг D соҳадаги, (2) бошланғич шартни ва қуйидаги чегаравий шартларни

$$u(0,t)=\psi_1(t) \quad u_x(l,t)=\nu_2(t) \quad 0\le t\le T, \qquad (4)$$

қаноатлантирувчи $u(x,t)$ регуляр ечими топилсин. Бу ерда $\varphi(x),\ \psi_1(t),$ $\psi_2(t)$ – берилган функциялар бўлиб, улар учун қуйидаги шартлар ўринли

$$\varphi(0)=\psi_1(0), \quad \varphi'(l)=\nu_2(0).$$

D соҳада ўзининг $\dfrac{\partial^{i+j}u}{\partial x^i\partial t^j}, 0\le i\le m,\ \ 0\le j\le n$ хусусий хосилалари билан узлуксиз функциялар синфини $C^{m,n}(D), m=1,2,..., n=1,2,...$ орқали белгилаймиз ва $C^{0,0}(D)=C(D).$

Қаралаётган масалани $\|u\|_{\overset{\circ}{C}{}^{2,1}_{\varkappa}(D)}=\sum\limits_{i=0}^{2}\sum\limits_{j=0}^{1}\left\|\dfrac{\partial^{i+j}u(x,t)}{\partial x^i\partial t^j}\right\|_{\overset{\circ}{C}_{\varkappa}(D)}$ норма билан аниқланган, Банах фазосидаги қуйидаги функциялар синфида қараймиз.

$$\overset{\circ}{C}{}^{2,1}_{\varkappa}(\overline{D})=\left\{u:\frac{\partial^{i+j}u(x,t)}{\partial x^i\partial t^j}\in\overset{\circ}{C}_{\varkappa}(\overline{D}),\ i=0,1,2;\ \ j=0,1\right\}.$$

1 масаланинг ечимини $\overset{\circ}{C}{}^{2,1}_{\varkappa}(\overline{D})$ фазосида излаймиз ва бунинг учун қуйидаги шартлар ўринли бўлсин:

Шарт 1. (1) тенгламанинг коэффициентлари барча $(x,t)\in D$ ларда $a(x,t)\in C^{2,0}(\overline{D});\ b(x,t)\in C^{1,0}(\overline{D});\quad d(x,t)\in C^{0,1}(\overline{D});\ c(x,t)\in C(\overline{D})$ шартларни қаноатлантирсин. Бундан ташқари барча $(x,t)\in D$ ларда $d(x,t)<0$ бўлсин.

Шарт 2. Берилган $\varphi(x),\ \psi_1(t),\ \psi_2(t)$ ва $f(x,t)$ функциялар барча $(x,t)\in D$ ларда $\varphi(x)\in \overset{\circ}{C}_{\varkappa}[0,l];\ \psi_1(t),\ \psi_2(t)\in \overset{\circ}{C}_{\varkappa}[0,T]$ ва $f(x,t)\in \overset{\circ}{C}_{\varkappa}(\overline{D})$ шартларини қаноатлантирсин.

У холда биринчи бошланғич-чегаравий 1 масаланинг бир қийматли ечимга эга бўлиши учун қуйидаги теорема ўринли.

Теорема 1. (1) тенгламанинг коэффициеннтлари шарт 1ни, берилган функциялари эса $f(x,t)\in C(\overline{D}),\ \varphi(x)\in C^1[0,l]\cap C^2(0,l),\ \psi_1(t),\psi_2(t)\in C^1[0,T]$ қаноатлантирсин. У ҳолда 1 масаланинг D соҳада регуляр ечими мавжуд ва ягона бўлади.

Юкланган умумлашган Аллер тенгламаси учун бошланғич-чегаравий масала ва учинчи тартибли псевдопараболик тенглама учун қаралган Гурса масаласи учун Риман функцияси аналоги қурилган.

Қаралган бошланғич-чегаравий масала ечимининг мавжудлиги интеграл тенгламалар системаси ва юкланган интеграл тенгламаларга келтирилиб исботланган.

1 теоремадаги (1) тенгламанинг вақт бўйича биринчи тартибли хосиласи олдидаги коэффициент учун $d(x,t)<0$ шарт муҳимдир. Агар (1) тенгламанинг ушбу коэффициенти учун юқоридаги шарт бузилса, у холда 1 масала қўйилган нокоррект бўлади. Буни қуйидаги мисолда ҳам кўриш мумкин.

Мисол 1. Кўришимиз мумкинки, $D=\{(x,t):0<x<\pi,0<t<T\}$ соҳада $u(x,t)=t\sin(2kx)$ функция қуйидаги

$$u_{xxt}+(2k)^2u_t=\frac{\partial}{\partial t}\int_0^{\pi}u(x,t)dx,$$

тенгламани

$$u(x,0)=0,\quad 0\le x\le\pi,$$

бошланғич шартни ва

$$u(0,t)=0,\qquad u(\pi,t)=0,\quad 0\le t\le T,$$

бир жинсли чегаравий шартларни қаноатлантиради.

Бошланғич-чегаравий 2 масаланинг ечимининг мавжуд ва ягоналиги ҳам худди шу каби кўрсатилади.

Диссертацияни «**Юкланган умумлашаган Аллер тенгламаси учун чегаравий масалалар»** деб номланувчи иккинчи боби юкланган умумлашган Аллер тенгламаси ва юкланган учинчи тартибли псевдопараболик тенглама учун тўғри тўртбурчак соҳада интеграл шартли, Бицадзе–Самарский ва Самарского-Ионкин шартларига ўхшаш нолокал бошланғич-чегаравий масалаларни бир қийматли ечиш масалаларига бағишланган.

Диссертацияни иккинчи бобининг биринчи параграфида юкланган учинчи тартибли ҳусусий хосилали тенглама (умумлашган Аллер тенгламаси) учун баъзи нолокал чегаравий масалалар ўрганилган.

Тўғри тўртбурчак $D=\{(x,t):0<x<l, 0<t<T\}$ соҳада қуйидаги юкланган учинчи тартибли тенглама қаралган

$$\frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t}+a\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=b\frac{\partial}{\partial t}\int_\alpha^\beta u(x,t)dx, \tag{5}$$

бу ерда a, b, α ва β – берилган доимийлар бўлиб, улар учун $a\neq 0$ ва $0\leq\alpha<\beta\leq l$ шартлар ўринли.

(5) тенглама учун қуйидаги нолокал бошланғич чегаравий масалалар ўрганилган.

Масала 3. (5) тенгламанинг D соҳадаги, қуйидаги бошланғич шарт

$$u(x,0)=\varphi(x), \quad 0\leq x\leq l, \tag{6}$$

ва ушбу чегаравий шартларни

$$u(0,t)=\lambda u(l,t)+\psi_1(t), \qquad 0\leq t\leq T, \tag{7}$$

$$u_x(0,t)=\psi_2(t), \qquad 0\leq t\leq T, \tag{8}$$

қаноатлантирувчи $u(x,t)$ регуляр ечими топилсин. Бу ерда $\lambda=const$ ва $\varphi(x)$, $\psi_1(t)$, $\psi_2(t)$ – берилган функциялар бўлиб, улар учун қуйидаги шартлар ўринли

$$\varphi(0)=\lambda\varphi(l)+\psi_1(0), \quad \varphi'(0)=\psi_2(0).$$

Масала 4. (5) тенгламанинг D соҳада, (6) бошланғич шартни ва ушбу чегаравий шартларни

$$u(0,t)=\psi_1(t), \qquad 0\leq t\leq T, \tag{9}$$

$$u_x(0,t)=\mu u_x(l,t)+\psi_2(t), \qquad 0\leq t\leq T, \tag{10}$$

қаноатлантирувчи $u(x,t)$ регуляр ечими топилсин. Бу ерда $\mu=const$ ва $\varphi(x)$, $\psi_1(t)$, $\psi_2(t)$ – берилган функциялар бўлиб, улар учун қуйидаги шартлар ўринли

$$\varphi(0)=\psi_1(0), \quad \varphi'(0)=\mu\varphi'(l)+\psi_2(0).$$

Масала 5. (5) тенгламанинг D соҳада, (6) бошланғич шартни ва ушбу чегаравий шартларни

$$u(0,t)=\lambda_1 u(l,t)+\psi_1(t), \qquad 0\leq t\leq T, \tag{11}$$

$$u_x(0,t)=\lambda_2 u_x(l,t)+\psi_2(t), \qquad 0\leq t\leq T, \tag{12}$$

қаноатлантирувчи $u(x,t)$ регуляр ечими топилсин. Бу ерда $\lambda_i=const$ ва $\varphi(x)$, $\psi_i(t)$, $(i=1,2)$ – берилган функциялар бўлиб, улар учун қуйидаги шартлар ўринли

$$\varphi(0)=\lambda_1\varphi(l)+\psi_1(0), \quad \varphi'(0)=\lambda_2\varphi'(l)+\psi_2(0).$$

3 масаланинг бир қийматли ечимга эга бўлиши учун қуйидаги теорема ўринли.

Теорема 2. Агар $\varphi(x)\in C^1[0,l]\cap C^2(0,l)$, $\psi_1(t)\in C^2[0,T]$, $\psi_2(t)\in C^1[0,T]$ ва $\lambda<1$ бўлса, у ҳолда нолокал масала 3 нинг ечими мавжуд ва у ягона бўлади.

4 ва 5 нолокал масалаларнинг натижалари хам худди шундай кўрсатилади.

Иккинчи бобнинг иккинчи параграфи учинчи тартибли юкланган псевдопараболик тенглама учун интеграл шартли аралаш масалани тадқиқ қилишга бағишланган.

$D=\{(x,t):0<x<l,0<t<T\}$ соҳада қуйидаги хусусий ҳосилали учинчи тартибли тенглама қаралган

$$Mu\equiv Lu+\int_0^l k(x,t)u(x,t)dx=f(x,t), \tag{13}$$

бу ерда $Lu\equiv u_{xxt}+d(x,t)u_t+a(x,t)u_{xx}+b(x,t)u_x+c(x,t)u$ – псевдопараболик оператор, $k(x,t)$ ва $f(x,t)$ эса берилган функциялар.

Аралаш масала. (13) тенгламанинг D соҳадаги, қуйидаги бошланғич шарт

$$u(x,0)=\varphi(x),\quad 0\le x\le l, \tag{14}$$

ва ушбу нолокал интеграл чегаравий шартни

$$u(0,t)=\lambda(t)u(l,t)+\int_0^t h(t,\tau)u(l,\tau)d\tau,\quad 0\le t\le T, \tag{15}$$

ва қуйидаги Нейман шартини

$$u_x(0,t)=\mu_2(t),\qquad 0\le t\le T, \tag{16}$$

қаноатлантирувчи $u(x,t)$ регуляр ечими топилсин. Бу ерда $\varphi(x)$, $\mu_2(t)$, $\lambda(t)$ ва $h(t,\tau)$ – берилган функциялар бўлиб, улар мос равишда $[0,l]$ ва $[0,T]$, $0\le\tau\le t$ кесмаларда узлуксиз. Бундан ташқари берилган функциялар учун қуйидаги шартлар ўринли

$$\varphi(0)=\lambda(0)\varphi(l),\quad \varphi'(0)=\mu_2(0).$$

(13)–(16) аралаш масала ечими $C^{2,1}(D)\cap C^{1,0}(\overline{D})$ функциялар синфида тадқиқ қилинади ва бунинг учун қуйидаги шартлар ўринли бўлсин:

Шарт 3. Барча $(x,t)\in D$ ларда (13)тенгламанинг коэффициентлари учун $a(x,t)\in C^{1,0}(\overline{D})\cap C^{2,0}(D)$; $b(x,t)\in C(\overline{D})\cap C^{1,0}(D)$; $c(x,t)\in C(\overline{D})$;

$d(x,t)\in C(\overline{D})\cap C^{0,1}(D)$ шартлар ўринли ва бундан ташқари барча $(x,t)\in\overline{D}$ ларда $d(x,t)<0$ бўлсин.

Шарт 4. Берилган $\varphi(x)$, $\lambda(t)$, $h(\tau,t)$, $k(x,t)$, ва $f(x,t)$ функциялар ушбу $\varphi(x)\in C^1[0,l]\cap C^2(0,l)$; $\lambda(t)$, $h(\tau,t)\in C[0,T]$; $\mu_2(t)\in C^1[0,T]$; $f(x,t)$, $k(x,t)\in C(\overline{D})$ шартларни қаноатлантирсин.

Аралаш масала ечимга эга бўлиши учун қуйидаги теорема ўринли:

Теорема 3. Агар 3 ва 4 шартлар бажарилса, у холда аралаш масаланинг ягона ечими мавжуд бўлади.

Иккинчи бобнинг учинчи параграфида нолокал масалаларнинг ечимининг интеграл тенгламалар системасига келтириш масаласи қаралган.

Нолокал масала 1. (13) тенгламанинг D соҳада, (14) бошланғич шартни ва қуйидаги чегаравий шартларни

$$u_x(0,t)=\alpha_1(t)u(0,t)+\alpha_2(t)u(l,t),\quad 0\le t\le T, \tag{17}$$

$$u_x(l,t)=\beta_1(t)u(0,t)+\beta_2(t)u(l,t),\quad 0\le t\le T, \tag{18}$$

қаноатлантирувчи $u(x,t)$ регуляр ечими топилсин. Бу ерда $\varphi(x),\ \alpha_i(t),\ \beta_i(t)$ $(i=1,2)$ – берилган функциялар бўлиб, улар учун қуйидаги шартлар ўринли

$$\varphi'(0)=\alpha_1(0)\varphi(0)+\alpha_2(0)\varphi(l),\quad \varphi'(l)=\beta_1(0)\varphi(0)+\beta_2(0)\varphi(l).$$

1 нолокал масала ечими $C^{2,1}(D)\bigcap C^{1,0}(\overline{D})$ функциялар синфида тадқиқ қилинади, бунинг учун 3 шарт ўринли ва яна қуйидаги шарт олинган:

Шарт 5. Берилган функциялар $f(x,t),\ k(x,t)\in C(\overline{D})$,

$\varphi(x)\in C^1[0,l]\cap C^2(0,l);\ \alpha_1(t),\ \alpha_2(t),\ \beta_1(t),\ \beta_2(t)\in C^1[0,T]$ и $\alpha_2(t)\ne 0,\beta_2(t)\ne 0$ шартларни қаноатлантирсин.

Қуйидаги теорема ўринли.

Теорема 4. Агар 3 ва 5 шартлар бажарилса, у холда 1 нолокал масаланинг D соҳадаги ечими мавжуд ва ягона бўлади.

1 нолокал масала ечимининг мавжудлик ва ягоналигини исботлаш учун (13) тенглама учун (14) бошланғич шарт ва (4) чегаравий шартлар билан ёрдамчи бўлган Гурса масаласи ечилган.

Диссертацияни «**Юкланган учинчи тартибли тенглама учун ноклассик масалалар»** деб номланувчи учинчи бобида юкланган учинчи тартибли умумий чизиқли псевдопараболик тенглама учун ноклассик чегаравий масалалар ўрганилган. Ўзгарувчан коэффициентли учинчи тартибли умумий чизиқли юкланган псевдопараболик тенгламалар учун Риман функцияси аналоги қурилган.

Ушбу бобнинг биринчи параграфида учинчи татибли юкланган псевдопараболик тенглама учун А.М.Нахушев шартли нолокал масалани бир қийматли ечиш ўрганилган. Қаралаётган масаланинг регуляр ечимини мавжудлик ва ягоналиги исботланган.

$D=\{(x,t):0<x<l,0<t<T\}$ соҳада қуйидаги ҳусусий хосилали учинчи тартибли тенглама қаралган

$$Mu\equiv Lu+\int_0^l k(x,t)u(x,t)dx=f(x,t), \tag{19}$$

бу ерда $Lu\equiv u_{xxt}+d(x,t)u_t+a(x,t)u_{xx}+b(x,t)u_x+c(x,t)u$ – псевдопараболик оператор, $k(x,t)$ ва $f(x,t)$ лар эса берилган функциялар.

Нолокал масала 2. (19) тенгламанинг D соҳадаги, қуйидаги бошланғич шарт

$$u(x,0)=\varphi(x),\quad 0\le x\le l, \tag{20}$$

ва ушбу нолокал чегаравий шарт

$$u(0,t)=\sum_{k=1}^{n}\alpha_k(t)u(x_k,t)+\psi_1(t),\ 0\le t\le T, \qquad (21)$$

ва қуйидаги Нейман шартини

$$u_x(0,t)=\psi_2(t), \qquad 0\le t\le T, \qquad (22)$$

қаноатлантирувчи $u(x,t)$ регуляр ечими топилсин. Бу ерда x_k – ихтиёрий фиксирланган нуқталар бўлиб, улар учун $0\le x_1<x_2<...<x_n=l$ ўринли ва $\varphi(x),\ \psi_1(t),\ \psi_2(t),\ \alpha_k(t)$ –берилган функциялар бўлиб, улар учун қуйидаги шартлар ўринли

$$\varphi(0)=\sum_{k=1}^{n}\alpha_k(0)\varphi(x_k)+\psi_1(0), \quad \varphi'(0)=\psi_2(0).$$

Нолокал масала 3. (19) тенгламанинг D соҳадаги, (20) бошланғич шартни ва Дирихле шарти

$$u(0,t)=\psi_1(t),\ 0\le t\le T, \qquad (23)$$

ва қуйидаги нолокал шартни

$$u_x(0,t)=\sum_{k=1}^{n}\beta_k(t)u_x(x_k,t)+\psi_2(t),\ 0\le t\le T, \qquad (24)$$

қаноатлантирувчи $u(x,t)$ регуляр ечими топилсин. Бу ерда x_k – ихтиёрий фиксирланган нуқталар бўлиб, улар учун $0\le x_1<x_2<...<x_n=l$ ўринли ва $\varphi(x),\ \psi_1(t),\ \psi_2(t),\ \beta_k(t)$ –берилган функциялар бўлиб, улар учун қуйидаги шартлар ўринли

$$\varphi(0)=\psi_1(0),\ \varphi'(0)=\sum_{k=1}^{n}\beta_k(0)\varphi'(x_k)+\psi_2(0).$$

Нолокал масала 4. (19) тенгламанинг D соҳадаги, (20) бошланғич шарт ва қуйидаги нолокал шартлар

$$u(0,t)=\sum_{k=1}^{n}\alpha_k(t)u(x_k,t)+\psi_1(t),\ 0\le t\le T, \qquad (25)$$

$$u_x(0,t)=\sum_{k=1}^{n}\beta_k(t)u_x(x_k,t)+\psi_2(t),\ 0\le t\le T, \qquad (26)$$

қаноатлантирувчи $u(x,t)$ регуляр ечими топилсин. Бу ерда x_k – ихтиёрий фиксирланган нуқталар бўлиб, улар учун $0\le x_1<x_2<...<x_n=l$ ўринли ва берилган функциялар бўлиб, улар учун қуйидаги шартлар ўринли

$$\psi_1(0)=\sum_{k=1}^{n}\alpha_k(0)\psi_1(x_k)+\varphi_1(0),\ \psi_1'(0)=\sum_{k=1}^{n}\beta_k(0)\psi_1(x_k)+\varphi_2(0).$$

2 нолокал масаланинг ечими $C^{2,1}(D)\bigcap C^{1,0}(\overline{D})$ функциялар синфида ўрганилади ва бунинг учун қуйидаги шартлар олинган:

Шарт 6. Барча $(x,t)\in D$ нуқталарда (19) тенгламанинг коэффициентлари учун $a(x,t)\in C^{1,0}(\overline{D})\cap C^{2,0}(D);\ b(x,t)\in C^{1}(\overline{D})\cap C^{1,1}(D);$

$$c(x,t)\in C(\overline{D})\cap C^{1,0}(D);\ d(x,t)\in C(\overline{D})\cap C^{0,1}(D);\ e(x,t)\in C(\overline{D})$$

шартлар ўринли ва бундан ташқари барча $(x,t)\in\overline{D}$ нуқтларда $d(x,t)<0$ бўлсин.

Шарт 7. Берилган функциялар ушбу $\varphi(x)\in C^1[0,l]\cap C^2(0,l);$ $\alpha_k(t),$ $\beta_k(t)\in C^1[0,T];$ $\psi_1(t),\psi_2(t)\in C^1[0,T];$ $f(x,t)\in C(\overline{D}),$ $k(x,t)\in C^1(\overline{D})$ шартларни қаноатлантирсин.

2 нолокал масаланинг бир қийматли ечимга эга бўлиши учун қуйидаги теорема ўринли:

Теорема 5. Агар 6 ва 7 шартлар бажарилса, у холда 2 нолокал масаланинг D соҳадаги ечими мавжуд ва ягона бўлади.

3 ва 4 нолокал масалаларларнинг ечимлари хам худди шу каби кўрсатилади.

Учинчи бобнинг иккинчи параграфи учинчи тартибли юкланган псевдопараболик тенглама учун интеграл шартли нолокал масалани ўрганишга бағишланган. Қаралаётган масала ечимининг мавжудлик ва ягоналиги Риман методи ёрдамида исботланган.

(19) тенглама учун қуйидаги масала ўрганилган: (19) тенгламанинг D соҳадаги, қуйидаги бошланғич

$$u(x,0)=\varphi(x),\quad 0\le x\le l, \tag{27}$$

ва ушбу интеграл шартни

$$u(0,t)=\beta(t)\int_0^l u(x,t)dx+\int_0^t \rho(t,\tau)u(l,\tau)d\tau+\psi_1(t),\qquad 0\le t\le T, \tag{28}$$

ва қуйидаги Нейман шартини

$$u_x(0,t)=\psi_2(t),\qquad 0\le t\le T, \tag{29}$$

қаноатлантирувчи $u(x,t)$ регуляр ечими топилсин. Бу ерда $\varphi(x),$ $\psi_1(t),$ $\psi_2(t),$ $\beta(t),$ $\rho(t,\tau)$ –берилган функциялар бўлиб, улар мос равишда $[0,l]$ ва $[0,T],$ $0\le\tau\le t$ кесмаларда узлуксиз. Бундан ташқари берилган функциялар учун қуйидаги шартлар ўринли

$$\varphi(0)=\beta(0)\int_0^l \varphi(x)dx+\psi_1(0),\qquad \varphi'(0)=\psi_2(0).$$

Қуйидаги теорема ўринли.

Теорема 6. Барча $(x,t)\in D$ нуқталарда (19) тенгламанинг коэффициентлари учун $a(x,t)\in C^{1,0}(\overline{D})\cap C^{2,0}(D);$ $b(x,t)\in C^1(\overline{D})\cap C^{1,1}(D);$

$$c(x,t)\in C(\overline{D})\cap C^{1,0}(D);\ d(x,t)\in C(\overline{D})\cap C^{0,1}(D);\ e(x,t)\in C(\overline{D})$$

шартлар ўринли ва барча $(x,t)\in\overline{D}$ нуқтларда $d(x,t)<0$ бўлсин, берилган функциялар эса $\varphi(x)\in C^2[0,l];$ $\psi_1(t),$ $\psi_2(t)\in C^1[0,T];$ $\beta(t)\in C[0,T],$ $\rho(t,\tau)\in C^1([0,T]\times[0,t]),$ $f(x,t),$ $k(x,t)\in C(\overline{D}).$ шартларни қаноатлантирсин. У холда (17),(27)-(29) масаланинг $\overline{D}$ соҳадаги регуляр ечими мавжуд ва ягона бўлади.

Юқоридаги келтирилган 6 теорема Риман методи ёрдамида исботланган.

ХУЛОСА

Диссертация иши учинчи тартибли юкланган псевдопараболик тенгламалар учун нолокал чегаравий масалаларни тадқиқ қилишга бағишланган. Юқорида такидланган фикрларга асосланиб шуни айтиш мумкинки, ўтказилган тадқиқотнинг асосий натижалари қуйидагилардан иборат:

1. Учинчи тартибли юкланган чизиқли псевдопараболик тенгламалар учун қаралган Гурса масаласининг интеграл тенгламалар системаси орқали олинган аниқ ечими учун Риман функцияси аналоги қуриш имкониятини беради.

2. Учинчи тартибли юкланган тенгламаларини умумий ечимининг кўринишлари олинди. Олинган ечимнинг кўринишлари асосида учинчи татибли юкланган псевдопараболик тенглама учун А.М.Нахушев, Бицадзе–Самарский, Самарский–Ионкин типидаги нолокал масалаларни ечимларини таҳлил қилиш имконини беради.

3. Учинчи тартибли юкланган чизиқли псевдопараболик тенгламалар учун интеграл шартли нолокал масалаларнинг ечимини мавжудлиги исботланди.

4. Учинчи тартибли юкланган чизиқли псевдопараболик тенгламалар учун қўйилган бошланғич-чегаравий масалаларни ечимининг мавжудлик ва ягоналиги исботланди.

Юқорида кўрсатилган тадқиқот усуллари учинчи тартибли юкланган чизиқли псевдопараболик тенгламалар учун қўйилган юқоридаги масаларга тадбиқ қилинган ва бу тенгламалар учун қўйилган масалаларга Риман усули қўлланилган. Диссертацияда олинган натижалардан худди шундай тенгламаларга келадиган физик ва биологик жараёнларни математик моделини қуришда қўллаш имконини беради.

НАУЧНЫЙ СОВЕТ DSc.03/30.12.2019.FM.01.01 ПО ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ ПРИ НАЦИОНАЛЬНОМ УНИВЕРСИТЕТЕ УЗБЕКИСТАНА

НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ УЗБЕКИСТАНА

ХОЛИКОВ ДИЛШОД КАМОЛОВИЧ

НЕЛОКАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ НАГРУЖЕННЫХ ПСЕВДОПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

01.01.02- дифференциальные уравнения и математическая физика

АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ ДОКТОРА ФИЛОСОФИИ (PhD) ПО ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИМ НАУКАМ

ТАШКЕНТ – 2020

Тема диссертации доктора философии (Doctor of Philosophy) по физико-математическим наукам зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссия при Кабинет Министров Республики Узбекистан за B2017.1.PhD/FM13.

Диссертация выполнена в Национальном университете Узбекистана имени Мирзо Улугбека

Автореферат диссертация на трех языках (узбекский, русский и английский (резюме)) размещен на веб-странице по адресу http://ik-fizmat.nuu.uz и информационно-образовательном портале "Ziyonet" по адресу www.ziyonet.uz.

Научный руководитель:	**Зикиров Обиджан Солижанович** доктор физико-математических наук, профессор
Официальные оппоненты:	**Дурдиев Дурдимурод Каландарович** доктор физико-математических наук, профессор
	Джамалов Сирожиддин Зухриддинович доктор физико-математических наук
Ведущая организация:	**Самаркандский государственый университет**

Защита диссертации состоится « 4 » августа 2020 года в 11^00 часов на заседании Научного совета DSc.03/30.12.2019.FM.01.01 при Национальном университете Узбекистана имена Мирзо Улугбека. (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, дом 4. Тел.: (+99871) 227-12-24, факс: (+99871) 246-53-21, 246-02-24, e-mail: nauka@nuu.uz).

С диссертацией можно ознокомиться в Информационно-ресурсном центре Национального университета Узбекистана (зарегистрирована за №__). (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, дом 4. Тел.: (+99871) 227-02-24).

Автореферат диссертации разослан « 29 » июля 2020 года.

(протокол рассылки №____ от « ___ » _________2020 года).

А.Садуллаев
Председатель научного совета по присуждению ученых степеней, д. ф.-м.н., академик

Н.К.Мамадалиев
Ученый секретарь научного совета по присуждению ученых степеней, д.ф. ф.-м.н. (PhD)

Ш.А.Алимов
Председатель научного семинара при научном совете по присуждению ученых степеней, д. ф.-м.н., академик

ВВЕДЕНИЕ (аннотация диссертации доктора философии(PhD))

Актуальность и востребованность темы диссертации. В мировой практике решение ряда многочисленных проблем, возникающих в результате научно-практических исследований, показывает, что математические модели многих процессов сводятся к исследованию нестандартных начально-краевых, прямых и обратных задач для нагруженных дифференциальных уравнений в частных производных второго и третьего порядков. Также нагруженные псевдопараболические уравнения третьего порядка являются хорошей математической моделью различных физических, экономических, и биологических процесссов. Исследование таких задач представляет интерес как с теоретической точки зрения, так и с точки зрения приложений в газовой динамике, гидродинамике, в частности это задачи долгосрочного прогнозирования и регулирования грунтовых вод, и во многих других областях знаний. Поэтому постановка и решение задач для нагруженных уравнений является одним из актуальных разделов современной теории дифференциальных уравнений.

В настоящее время в мире актуальным является изучение краевых задач с нелокальными условиями. Отметим, что одним из важных вопросов в теории уравнений математической физики является изучение разрешимости краевых задач для уравнений с частными производными третьего порядка с нагруженными слагаемыми. Сложность решения уравнений третьего и более высокого порядков, связанных с перечисленными выше моделями, заключается в отсутствии разработанных в достаточной мере аналитических методов. Исходя из этого, постановка и исследование задач для этих уравнений представляют приоритетное направление научных исследований.

В настоящее время в нашей республике особое внимание уделяется актуальным аспектам фундаментальных наук, имеющих прикладное значение. Перед наукой ставится задача сближения фундаментальных исследований с практикой. Проведение научных исследований по приоритетным направлениям математических наук на уровне международных стандартов по «функциональному анализу, теории динамических систем, дифференциальным уравнениям, математической физике, прикладной математике и математическому моделированию» являются одной из основных задач[2].

[2]Постановление Кабинет Министров Республика Узбекистан от 18 мая 2017 года 292 О мерах по организации деятельности вновь созданных научно-исследовательских учреждений Академии наук Республика Узбекистан

Исследования данной диссертации в определенной степени служат осуществлению задач, указанных в Постановлениях Президента Республики Узбекистан №ПП–3682 от 27 апреля 2018 года "О мерах по дальнейшему совершенствованию системы практического внедрения инновационных идей, технологий и проектов", №ПП–4358 от 17 июня 2019 года "О мерах по коренному совершенствованию системы подготовки востребованных квалифицированных кадров и развитию научного потенциала в Национальном университете Узбекистана имени Мирзо Улугбека в 2019-2023 годах" и № УП-5847 от 8 октября 2019 года “Об утверждении концепции развития системы высшего образования Республики Узбекистан до 2030 года” и других нормативно–правовых актов, относящихся к данной области деятельности.

Соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики. Данное исследование выполнено в соответствии с приоритетным направлением развития науки и технологий в Республике Узбекистан IV. "Математика, механика и информатика".

Степень изученности проблемы. В настоящее время ведутся ряд научно-исследовательские работы по нелокальным краевым задачам. Первые результаты по исследованию уравнений третьего порядка берут свое начало с фундаментальных работ Д.Адамара, опубликованных в 30-х годах XX века. Базой для новых исследований математической модели нестандартных процессов фильтрации в трещиновато–пористых средах послужили работы Г.И.Баренблатта, Ю.П.Желтова и И.Н.Кочина, в которых впервые эта математическая модель была сведена к линейному псевдо-параболическому уравнению. Это и обуславливает неиссякаемый интерес к уравнениям нечетного порядка. В последующих исследованиях рассматривались, наряду с проблемами разрешимости известных классических задач, новые краевые задачи, благодаря чему теория уравнений третьего и более высокого порядков вышла на центральное место в теории уравнений с частными производными. Большая заслуга в этом принадлежит А.В.Бицадзе, Т.Д.Джураеву, М.С.Салахитдинову, А.М.Нахушеву, В.Н.Врагову, А.И.Кожанову, В.И.Корзюк, М.О.Корпусову, А.Г.Свешникову и др.

Наряду с изучением основных задач для рассматриваемых уравнений, начиная с семидесятых годов прошлого столетия, возрос интерес к постановке задач качественно нового класса. Эти задачи, получившие название нелокальных, возникали при решении многих практических задач. Самому пристальному вниманию нелокальные задачи подверглись после публикации работ А.А. Самарского и А.В. Бицадзе, А.А.Самарского, в которых были предложены новые задач с нелокальными краевыми условиями для эллиптических и параболических уравнений. Эти задачи сразу вызвали широкий интерес многих авторов. Следует отметить, что нелокальные задачи для различных классов уравнений математической физики рассматривались в работах Ш.А.Алимова, Т.Д.Джураева, О.М.Джохадзе, В.И.Жегалова, А.Н.Миронова, А.И.Кожанова, Л.С.Пулькиной, Н.Л.Лажетич, М.С.Салахитдинова, А.П.Солдатова, М.Х.Шханукова и их научных школ. В настоящее время среди нелокальных задач интерес представляют задачи с интегральными условиями. Впервые, возможно, такую задачу рассмотрел J.R.Cannon (1963), для уравнения теплопроводности. В последнее время стали появляться исследования, посвященные таким задачам для различных типов уравнений в работах Н.И.Ионкина, А.И.Кожанова, Я.Т.Мегралиева, Н.С.Попова, Л.С.Пулькиной и ее учеников, L.A.Bougoffa, A.Bouziani, D.-Q.Dai, Y.Huang, J.Jachimaviciene, M.Sapagovas, O.M.Jokhadze, N.X.Ting и других.

В научной литературе принято определение нагруженных уравнений, введенное А.М.Нахушевым, в работах которого даны определения и полная классификация нагруженных дифференциальных, интегральных и функциональных уравнений, а также их многочисленные приложения. Различные классы нагруженных уравнений рассматривались в работах А.М.Нахушева, М.Х.Шханукова, М.Т.Дженалиева, М.Т.Дженалиева и М.И.Рамазанова, А.А.Алиханова, С.З.Джамалова, Д.К.Дурдиева, Б.Исломова и других. В большинстве этих работ рассмотрены различные краевые и обратные задачи для уравнений второго порядка. Исследования близкие к теме диссертации, а точнее нелокальные задачи для линейных псевдопараболических уравнений, встречаются в работах М.Х.Шханукова, В.А.Водаховой, М.Х.Бештокова, А.Ф.Напсо и В.З.Канчукоева, А.И.Кожанова и Н.С.Попова, Н.С.Попова, D.Colton, D.-Q. Dai.

Связь темы диссертации с научно-исследовательскими работами учреждения высшего образования, где выполнялась диссертация. Диссертационная работа выполнена в соответствии с плановой темой научно–исследовательских проектов №Ф-4-65 "Теория вырождающихся уравнений с сингулярными коэффициентами со спектральным параметром" (2008–2012 гг.), №ОТ-Ф-4-(36+32) "Разработка новых методов решения задач математической физики и оптимального управления. Неклассические начально-краевые и спектральные задачи для уравнений с частными производными нечетного порядка и их приложения" (2017–2021 гг.) в Национальном университете Узбекистана имени Мирзо Улугбека и межгосударственного совместного научного проекта Национального университета Узбекистана имени Мирзо Улугбека и Института математики имени С.Л.Соболева СО РАН №MRU–OT–1/2017 "Нелокальные краевые и обратные задачи для неклассических дифференциальных и операторно–дифференциальных уравнений" (2018–2019 гг.).

Цель исследования. Целью настоящей диссертационной работы является постановка и исследование различных новых нелокальных задач для нагруженных псевдопараболических уравнений третьего порядка.

Задачи исследования, решаемые в данной работе, следующие:

определить условия разрешимости и исследовать влияние коэффициентов при младших производных в уравнении на корректность изучаемых задач;

построить аналог функции Римана для общего линейного уравнения псевдопараболического типа третьего порядка и изучить ее свойства;

получить формулы общего представления решений и доказать регулярную разрешимость краевых задач для нагруженных уравнений третьего порядка;

доказать однозначную разрешимость нелокальных краевых задач для нагруженных уравнений третьего порядка;

найти необходимые условия однозначной разрешимости нелокальных задач для нагруженных псевдопараболических уравнений третьего порядка.

Объектом исследования являются нагруженные псевдопараболические уравнения в частных производных третьего порядка.

Предмет исследования. Нелокальные краевые задачи для нагруженных псевдопараболических уравнений в частных производных третьего порядка.

Методы исследования. В диссертационной работе использованы методы теории математической физики, теории интегральных уравнений, методы редукции нелокальных задач к интегральным уравнениям типа Вольтерра, метод функции Римана, метод интегральных тождеств, метод последовательных приближений.

Научная новизна исследования заключается в следующем:

сформулированы новые нелокальные задачи для нагруженных псевдопараболических уравнений третьего порядка;

доказано существование и единственность функций Римана для псевдопараболических уравнений третьего порядка;

получены формулы представления общего решения краевых задач для нагруженных псевдопараболических уравнений третьего порядка;

доказаны существование и единственность регулярного решения нелокальной задачи для нагруженного уравнения третьего порядка;

доказаны существование и единственность регулярного решения нелокальной задачи с интегральным условием для общего нагруженного псевдопараболического уравнения третьего порядка.

Практические результаты исследования состоят в возможности применения полученных явных формул решений начально–краевых и нелокальных задач для нагруженных псевдопараболических уравнений третьего порядка при исследовании процессов фильтрации жидкости в пористых и трещиноватых средах, процесс влагопереноса в почвогрунтах и при изучении других математических моделей процессов физики и биологии.

Достоверность результатов исследования обоснована строгостью математических рассуждений с использованием классических методов теории дифференциальных уравнений в частных производных, теории интегральных уравнений, общей теории нагруженных уравнений с частными производными, а также строгими математическими доказательствами.

Научная и практическая значимость результатов исследования. Научная значимость результатов исследования заключается в том, что полученные в работе научные результаты могут быть использованы для дальнейшего развития теории краевых задач для уравнений в частных производных нечетного порядка, а также задач для нагруженных уравнений.

Практическое значение диссертационной работы определяется её приложением к практическим задачам, описываемым при помощи псевдопараболических уравнений и уравнений в частных производных нечетного, в частности третьего порядка.

Внедрение результатов исследования. Полученные в диссертации результаты по нелокальным краевым задачам для нагруженных псевдопараболических уравнений третьего порядка были внедрены в следующих проектах:

результаты по построению явных решений нелокальных задач для нагруженных уравнений в частных производных третьего порядка были использованы в проекте по теме AP05132680 "Нелокальные модели течений в многомасштабных пористых средах", номер гос. регистрации 0018РК00149 за 2018-2020 гг. бюджетной программы по приоритету "Информационные, телекоммуникационные и космические технологии, научные исследования в области естественных наук", по подприоритету: "Научные исследования в области естественных наук. Математическое и компьютерное моделирование в области математики, физики и астрономии. Прикладное исследование" (Справка № 01-07/780 от 19 ноября 2019 года, Институт информационных и вычислительных технологий, Казахстан). Результаты диссертации позволили найти в явном виде решения исследуемых задач;

на основании теорем о существовании решений нелокальных краевых задач для нагруженных псевдопараболических уравнений третьего порядка был разработан численный метод решения задач для широкого класса фрактальных осцилляторов, характеризующих исследованные нами процессы, но со степенной паматью. Исследования выполнены в рамках гранта президента РФ № МК-1152.2018.1 и по теме НИР КамГУ имени Витуса Беринга «Применение дробного исчисления в теории колебательных процессов» №АААА-А17-117031050058-9 в рамках лаборатории "Дробные исчисления и их применение" НИИ физико-математических наук, информационных технологий и естествознания (Справка № 372-22 от 26 июня 2019 года, Камчатский государственный университет имени Витуса Беринга, Россия). Благодаря результатам диссертации, полученных при исследовании нелокальных задач для нагруженных псевдопараболических уравнений с интегральными условиями и краевыми условиями А.М.Нахушева, решения задач, возникших при научно-исследовательских работах лаборатории, были сведены к интегральным уравнениям.

Апробация результатов исследования. Основное содержание и результаты диссертации обсуждались на 18 научно–практических конференциях, в том числе на 16 международных и 2 республиканских научно–практических конференциях.

Опубликованность результатов исследования. По теме диссертации опубликовано 30 научных работ, из них 9 в научных статей в научных изданиях, предложенных Высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан для защиты диссертаций доктора философии, в том числе 2 статьи опубликованы в зарубежных журналах и 7 в республиканских научных изданиях.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка использованной литературы. Объем диссертации составляет 97 страниц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Настоящая диссертационная работа посвящена исследованию новых нелокальных краевых задач для нагруженного псевдопараболического уравнения третьего порядка

$$Mu \equiv Lu + \int_0^l k(x,t)u(x,t)dx = f(x,t),$$

где $Lu \equiv u_{xxt} + d(x,t)u_t + a(x,t)u_{xx} + b(x,t)u_{xt} + c(x,t)u_x + e(x,t)u$ – псевдопараболический оператор, при различных значениях коэффициентов, а $k(x,t)$ и $f(x,t)$ – заданные функции.

Во введении обоснованы актуальность и востребованность темы диссертации, определено соответствие исследования приоритетным напавлениям развития науки и технологий Республики Узбекистан, сделан обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации и дана оценка степены изученности проблемы, сформулированы цель и задачи, выявлены объект и предмет исследования, изложены научная новизна и практические результаты исследования, раскрыта теоретическая и практическая значимость научных результатов, даны сведения о внедрении результатов исследования, об опубликованнных работах и о структуре диссертации.

Первая глава диссертации называется «**Псевдопараболические уравнения и корректность краевых задач».** В первом параграфе данной главы приводятся некоторые задачи, приводящие к уравнениям в частных производных третьего порядка и изучены некоторые краевые задачи для нагруженного псевдопараболического уравнения третьего порядка.

Во втором параграфе построена функция Римана, с помощью которой получено интегральное представление явного решения задачи Гурса для линейного псевдопараболического уравнения третьего порядка.

В третьем параграфе обсуждается вопрос корректности начально–краевых задач для нагруженного обобщенного уравнения Аллера. Выявлены эффекты влияния коэффициентов при младших производных, присутствующих в уравнении, на корректность исследуемых задач.

В третьем параграфе рассматриваются начально–краевые задачи для нагруженного уравнения в частных производных третьего порядка

$$Lu = f(x,t) + \frac{\partial}{\partial t}\int_{\alpha}^{\beta} u(x,t)dx, \qquad (1)$$

в прямоугольной области $D = \{(x,t): 0 < x < l,\ 0 < t < T\}$, где $Lu \equiv u_{xxt} + d(x,t)u_t + a(x,t)u_{xx} + b(x,t)u_x + c(x,t)u$ – обобщенный оператор Аллера, а α, β – заданные постоянные, причем $0 \le \alpha < \beta \le l$.

Определение 1. Регулярным решением уравнения (1) называется действительная функция $u(x,t)$, обладающая в D всеми непрерывными частными производными, входящими в уравнение, и удовлетворяющая ему в обычном смысле.

Задача 1. Требуется найти в области D регулярное решение $u(x,t)$ уравнения (1), удовлетворяющее начальному

$$u(x,0) = \varphi(x), \quad 0 \le x \le l, \qquad (2)$$

и следующим краевым условиям

$$u(0,t) = \psi_1(t), \quad u(l,t) = \psi_2(t), \quad 0 \le t \le T, \qquad (3)$$

где $\varphi(x)$, $\psi_1(t)$, $\psi_2(t)$ – заданные функции, причем

$$\varphi(0) = \psi_1(0), \quad \varphi(l) = \psi_2(0).$$

Задача 2. Найти регулярное в области D решение $u(x,t)$ уравнения (1) удовлетворяющее начальному условию (2) и следующим граничным условиям

$$u(0,t) = \psi_1(t) \quad u_x(l,t) = \nu_2(t) \quad 0 \le t \le T, \qquad (4)$$

где $\varphi(x)$, $\psi_1(t)$, $\nu_2(t)$ – заданные функции, причем

$$\varphi(0) = \psi_1(0), \quad \varphi'(l) = \nu_2(0).$$

Через $C^{m,n}(D), m = 1,2,\ldots, n = 1,2,\ldots,$ обозначим класс функций, непрерывных вместе со своими частными производными $\dfrac{\partial^{i+j}u}{\partial x^i \partial t^j}$, $0 \le i \le m$, $0 \le j \le n$, в области D и $C^{0,0}(D) = C(D)$.

Исследуемые задачи будем рассматривать в пространстве

$$\overset{\circ}{C}{}^{2,1}_{\varkappa}(\overline{D})=\left\{u:\frac{\partial^{i+j}u(x,t)}{\partial x^i\partial t^j}\in\overset{\circ}{C}_{\varkappa}(\overline{D}),\ i=0,1,2;\ j=0,1\right\},$$

которое является Банаховым пространством относительно нормы

$$\|u\|_{\overset{\circ}{C}{}^{2,1}_{\varkappa}(D)}=\sum_{i=0}^{2}\sum_{j=0}^{1}\left\|\frac{\partial^{i+j}u(x,t)}{\partial x^i\partial t^j}\right\|_{\overset{\circ}{C}_{\varkappa}(D)}.$$

Задачу 1 исследуем в пространстве $\overset{\circ}{C}{}^{2,1}_{\varkappa}(\overline{D})$ и в этом случае будем требовать выполнения следующих условий:

Условие 1. Пусть коэффициенты уравнения (1) для всех $(x,t)\in D$ удовлетворяют условиям

$a(x,t)\in C^{2,0}(\overline{D});\quad b(x,t)\in C^{1,0}(\overline{D});\ d(x,t)\in C^{0,1}(\overline{D});\quad c(x,t)\in C(D),$ $d(x,t)<0$ для всех $(x,t)\in D.$

Условие 2. Пусть заданные функции $\varphi(x),\ \psi_1(t),\ \psi_2(t)$ и $f(x,t)$ удовлетворяют условиям $\varphi(x)\in\overset{\circ}{C}_{\varkappa}[0,l];\ \psi_1(t),\ \psi_2(t)\in\overset{\circ}{C}_{\varkappa}[0,T]$ и $f(x,t)\in\overset{\circ}{C}_{\varkappa}(\overline{D})$ для всех $(x,t)\in D.$

Имеет место следующая теорема о разрешимости первой начально-краевой задачи 1.

Теорема 1. Пусть коэффициенты уравнения (1) удовлетворяют условию 1, а заданные функции $f(x,t)\in C(\overline{D}),\quad \varphi(x)\in C^1[0,l]\cap C^2(0,l),$ $\psi_1(t),\ \psi_2(t)\in C^1[0,T].$ Тогда в области D существует единственное регулярное решение задачи 1.

Используя аналог функции Римана для псевдопараболического уравнения третьего порядка исследованы задачи Гурса и начально–краевые задачи для нагруженного обобщенного уравнения Аллера. Сведением к нагруженным интегральным уравнениям и системам интегральных уравнений, доказана существования решений исследуемых начально–краевых задач.

Отметим важность условия $d(x,t)<0$ на коэффициент уравнения (1) при младшей производной для справедливости теоремы 1.

При нарушении этого условия, как показывает пример ниже, первая начально-краевая задача 1 может оказаться некорректно поставленной.

Пример 1. Легко убедиться, что функция $u(x,t)=t\sin(2kx)$ в области $D=\{(x,t):0<x<\pi,0<t<T\}$ удовлетворяет уравнению

$$u_{xxt}+(2k)^2u_t=\frac{\partial}{\partial t}\int_0^{\pi}u(x,t)dx,$$

и следующим однородным начальным

$$u(x,0)=0,\quad 0\le x\le\pi,$$

и граничным условиям

$$u(0,t)=0,\qquad u(\pi,t)=0,\quad 0\le t\le T.$$

Аналогичный результат имеет место для начально–краевой задачи 2.

Вторая глава диссертации «**Нелокальные задачи для нагруженного уравнения Аллера».** Изучены вопросы регулярной разрешимости нелокальных начально–краевых задач с условиями типа Бицадзе–Самарского и Самарского-Ионкина, а также задачи с интегральными условиями для нагруженных уравнений третьего порядка и нагруженного обобщенного уравнения Аллера в прямоугольной области.

В первом параграфе изучены некоторые нелокальные краевые задачи для нагруженного уравнения в частных производных третьего порядка (обобщенное уравнение Аллера).

В прямоугольной области $D=\{(x,t):0<x<l, 0<t<T\}$ рассмотрено нагруженное уравнение третьего порядка вида

$$\frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t}+a\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=b\frac{\partial}{\partial t}\int_\alpha^\beta u(x,t)dx, \qquad (5)$$

где a, b, α и β – заданные постоянные, причем $a\neq 0$ и $0\le\alpha<\beta\le l$.

Для уравнения (5) исследуются следующие нелокальные начально–краевые задачи.

Задача 3. Требуется найти регулярное в области D решение $u(x,t)$ уравнения (5) , удовлетворяющее начальному условию

$$u(x,0)=\varphi(x), \qquad 0\le x\le l, \qquad (6)$$

и следующим граничным условиям:

$$u(0,t)=\lambda u(l,t)+\psi_1(t), \qquad 0\le t\le T, \qquad (7)$$

$$u_x(0,t)=\psi_2(t), \qquad 0\le t\le T, \qquad (8)$$

где $\lambda=const$ и $\varphi(x)$, $\psi_1(t)$, $\psi_2(t)$ – заданные функции, причем

$$\varphi(0)=\lambda\varphi(l)+\psi_1(0), \quad \varphi'(0)=\psi_2(0).$$

Задача 4. Требуется найти регулярное в области D решение $u(x,t)$ уравнения (5), удовлетворяющее начальному условию (6) и граничным условиям

$$u(0,t)=\psi_1(t), \qquad 0\le t\le T, \qquad (9)$$

$$u_x(0,t)=\mu u_x(l,t)+\psi_2(t), \qquad 0\le t\le T, \qquad (10)$$

где $\mu=const$ и $\varphi(x)$, $\psi_1(t)$, $\psi_2(t)$ – заданные функции, причем

$$\varphi(0)=\psi_1(0), \quad \varphi'(0)=\mu\varphi'(l)+\psi_2(0).$$

Задача 5. Требуется найти регулярное в области D решение $u(x,t)$ уравнения (5), удовлетворяющее начальному условию (6) и граничным условиям

$$u(0,t)=\lambda_1 u(l,t)+\psi_1(t), \qquad 0\le t\le T, \qquad (11)$$

$$u_x(0,t)=\lambda_2 u_x(l,t)+\psi_2(t), \qquad 0\le t\le T, \qquad (12)$$

где $\lambda_i=const$ и $\varphi(x)$, $\psi_i(t)$, $(i=1,2)$ – заданные функции, причем

$$\varphi(0)=\lambda_1\varphi(l)+\psi_1(0), \quad \varphi'(0)=\lambda_2\varphi'(l)+\psi_2(0).$$

Имеет место следующая теорема о разрешимости задачи 3.

Теорема 2. Пусть $\varphi(x)\in C^1[0,l]\cap C^2(0,l)$, $\psi_1(t)\in C^2[0,T]$, $\psi_2(t)\in C^1[0,T]$ и $\lambda<1$. Тогда нелокальная задача 3 разрешима и притом единственным образом.

Аналогичные результаты имеют место и для нелокальных задач 4 и 5.

Во втором параграфе представлено исследование разрешимости смешанной задачи с интегральным условием для нагруженного псевдопараболического уравнения третьего порядка.

В области $D=\{(x,t):0<x<l,0<t<T\}$ рассмотрено уравнение в частных производных третьего порядка

$$Mu\equiv Lu+\int_0^l k(x,t)u(x,t)dx=f(x,t), \qquad (13)$$

где $Lu\equiv u_{xxt}+d(x,t)u_t+a(x,t)u_{xx}+b(x,t)u_x+c(x,t)u$ – псевдопараболический оператор, а $k(x,t)$ и $f(x,t)$ — заданные функции.

Смешанная задача. Требуется найти в области D регулярное решение $u(x,t)$ уравнения (13), удовлетворяющее начальному условию

$$u(x,0)=\varphi(x), \quad 0\le x\le l, \qquad (14)$$

нелокальному интегральному условию

$$u(0,t)=\lambda(t)u(l,t)+\int_0^t h(t,\tau)u(l,\tau)d\tau, \quad 0\le t\le T, \qquad (15)$$

и условию Неймана

$$u_x(0,t)=\mu_2(t), \quad 0\le t\le T, \qquad (16)$$

здесь $\varphi(x)$, $\mu_2(t)$, $\lambda(t)$ и $h(t,\tau)$ — заданные функции, непрерывны на $[0,l]$ и $[0,T]$, $0\le\tau\le t$, соответственно, и удовлетворяют условиям согласования

$$\varphi(0)=\lambda(0)\varphi(l), \quad \varphi'(0)=\mu_2(0).$$

Смешанная задача (13)–(16) исследована в пространстве $C^{2,1}(D)\cap C^{1,0}(\overline{D})$, и в этом случае получены следующие условия:

Условие 3. Пусть коэффициенты уравнения (13) для всех $(x,t)\in D$ удовлетворяют условиям

$$a(x,t)\in C^{1,0}(\overline{D})\cap C^{2,0}(D); \quad b(x,t)\in C(\overline{D})\cap C^{1,0}(D), \quad c(x,t)\in C(\overline{D});$$

$$d(x,t)\in C(\overline{D})\cap C^{0,1}(D),\ d(x,t)<0 \text{ для любой } (x,t)\in\overline{D}.$$

Условие 4. Пусть заданные функции удовлетворяют условиям $\varphi_0(x)\in C^1[0,l]\cap C^2(0,l)$; $\lambda(t)$, $h(\tau,t)\in C[0,T]$; $\mu_2(t)\in C^1[0,T]$; $f(x,t)$, $k(x,t)\in C(\overline{D})$.

Имеет место следующая теорема о разрешимости смешанной задачи 6:

Теорема 3. Пусть выполнены Условие 3 и Условие 4. Тогда смешанная задача разрешима и притом единственным образом.

В третьем параграфе рассмотрен вопрос о сведении нелокальной задачи к системе интегральных уравнений.

Нелокальная задача. Найти регулярное в области D решение $u(x,t)$ уравнения (13), удовлетворяющее условиям (14) и следующим граничным условиям

$$u_x(0,t)=\alpha_1(t)u(0,t)+\alpha_2(t)u(l,t),\quad 0\le t\le T, \tag{17}$$

$$u_x(l,t)=\beta_1(t)u(0,t)+\beta_2(t)u(l,t),\quad 0\le t\le T, \tag{18}$$

здесь $\varphi(x),\ \alpha_i(t),\ \beta_i(t)$ – заданные функции, причем

$$\varphi'(0)=\alpha_1(0)\varphi(0)+\alpha_2(0)\varphi(l),\quad \varphi'(l)=\beta_1(0)\varphi(0)+\beta_2(0)\varphi(l).$$

Нелокальная задача исследована в классе функций $C^{2,1}(D)\cap C^{1,0}(\overline{D})$ и необходимо выполнение Условия 3 и следующего условия:

Условие 5. Заданные функции $f(x,t),\ k(x,t),\ \varphi(x),\ \alpha_1(t),\ \alpha_2(t),\ \beta_1(t),$ $\beta_2(t)$ удовлетворяют условиям $f(x,t),\ k(x,t)\in C(\overline{D}),\ \varphi(x)\in C^1[0,l]\cap C^2(0,l);$ $\alpha_1(t),\ \alpha_2(t),\ \beta_1(t),\ \beta_2(t)\in C^1[0,T]$ *и* $\alpha_2(t)\ne 0, \beta_2(t)\ne 0.$

Имеет место следующая теорема.

Теорема 4. Если выполнены Условие 3 и Условие 5, то задача 7 имеет единственное регулярное в области D решение.

Для доказательства существования и единственности решения нелокальной задачи исследована вспомогательная задача Гурса для уравнения (13) с начальным условием (14) и граничными условиями (4).

Третьая глава «**Неклассические задачи для нагруженного уравнения третьего порядка».** Изучены краевые задачи с неклассическими условиями для нагруженного псевдопараболического уравнения третьего порядка. Построен аналог функции Римана для общего линейного псевдопараболического уравнения третьего порядка с переменными коэффициентами. Доказаны некоторые свойства функции Римана.

В первом параграфе исследована разрешимость нелокальной задачи с условиями А.М.Нахушева для нагруженного псевдопараболического уравнения третьего порядка. Доказано существование единственного регулярного решения исследуемой задачи.

В области $D=\{(x,t): 0<x<l, 0<t<T\}$ рассматривается уравнение в частных производных третьего порядка

$$Mu\equiv Lu+\int_0^l k(x,t)u(x,t)dx=f(x,t), \tag{19}$$

где $Lu\equiv u_{xxt}+d(x,t)u_t+a(x,t)u_{xx}+b(x,t)u_{xt}+c(x,t)u_x+e(x,t)u$ – псевдопараболический оператор, а $k(x,t)$ и $f(x,t)$ – заданные функции.

Нелокальная задача 2. Требуется найти в области D регулярное решение $u(x,t)$ уравнения (19), удовлетворяющее начальному условию

$$u(x,0)=\varphi(x),\quad 0\le x\le l, \tag{20}$$

нелокальному условию

$$u(0,t)=\sum_{k=1}^{n}\alpha_k(t)u(x_k,t)+\psi_1(t),\ 0\le t\le T, \tag{21}$$

и условию Неймана

$$u_x(0,t)=\psi_2(t), \qquad 0\le t\le T, \tag{22}$$

где x_k – произвольные фиксированные точки, причем $0\le x_1<x_2<...<x_n=l$; $\varphi(x),\ \psi_1(t),\ \psi_2(t),\ \alpha_k(t)$ – заданные функции, такие, что

$$\varphi(0)=\sum_{k=1}^{n}\alpha_k(0)\varphi(x_k)+\psi_1(0),\ \varphi'(0)=\psi_2(0).$$

Нелокальная задача 3. Требуется найти в области D решение $u(x,t)$ уравнения (19), удовлетворяющее начальным условием (20), условию Дирихле

$$u(0,t)=\psi_1(t),\ 0\le t\le T, \tag{23}$$

и нелокальному условию

$$u_x(0,t)=\sum_{k=1}^{n}\beta_k(t)u_x(x_k,t)+\psi_2(t),\ 0\le t\le T, \tag{24}$$

где x_k – произвольные фиксированные точки, причем $0\le x_1<x_2<...<x_n=l$, $\varphi(x),\ \psi_1(t),\ \psi_2(t),\ \beta_k(t)$ – заданные функции, такие, что

$$\varphi(0)=\psi_1(0),\ \varphi'(0)=\sum_{k=1}^{n}\beta_k(0)\varphi'(x_k)+\psi_2(0).$$

Нелокальная задача 4. Требуется найти в области D решение $u(x,t)$ уравнения (19), удовлетворяющее начальному условию (20) и нелокальным условиям

$$u(0,t)=\sum_{k=1}^{n}\alpha_k(t)u(x_k,t)+\psi_1(t),\ 0\le t\le T, \tag{25}$$

$$u_x(0,t)=\sum_{k=1}^{n}\beta_k(t)u_x(x_k,t)+\psi_2(t),\ 0\le t\le T, \tag{26}$$

где x_k – произвольные фиксированные точки, причем $0\le x_1<x_2<...<x_n=l$, $\varphi(x),\ \psi_1(t),\ \psi_2(t),\ \alpha_k(t),\ \beta_k(t)$ – заданные функции, такие, что

$$\psi_1(0)=\sum_{k=1}^{n}\alpha_k(0)\psi_1(x_k)+\varphi_1(0),\ \psi_1'(0)=\sum_{k=1}^{n}\beta_k(0)\psi_1(x_k)+\varphi_2(0).$$

Имеет место следующая теорема для нелокальной задачи 2:

Теорема 5. Пусть коэффициенты уравнения (19) для всех $(x,t)\in D$ удовлетворяют условиям

$$a(x,t)\in C^{1,0}(\overline{D})\cap C^{2,0}(D);\ b(x,t)\in C^{1}(\overline{D})\cap C^{1,1}(D);$$

$$c(x,t)\in C(\overline{D})\cap C^{1,0}(D);\ d(x,t)\in C(\overline{D})\cap C^{0,1}(D);\ e(x,t)\in C(\overline{D})$$

и $d(x,t)<0$ для любой $(x,t)\in\overline{D}$, а заданные функции $\varphi(x)$, $\alpha_k(t)$, $\beta_k(t)$, $k(x,t)$ и $f(x,t)$ удовлетворяют условиям $\varphi_0(x)\in C^1[0,l]\cap C^2(0,l)$; $\alpha_k(t)$, $\beta_k(t)\in C^1[0,T]$; $\psi_1(t),\psi_2(t)\in C^1[0,T]$; $f(x,t)\in C(\overline{D})$, $k(x,t)\in C^1(\overline{D})$. Тогда нелокальная задача 2 разрешима и притом единственным образом.

Аналогичный результат имеет место и для нелокальной задачи 3 и задачи 4.

Во втором параграфе исследована разрешимость нелокальной задачи с интегральным условием для нагруженного псевдопараболического уравнения третьего порядка. С помощью метода Римана доказаны существование и единственность классического решения исследуемой задачи.

Для уравнения (19) изучена следующая задача: найти в области D решение $u(x,t)$ уравнения (19), удовлетворяющее начальному условию

$$u(x,0)=\varphi(x), \qquad 0\le x\le l, \tag{27}$$

интегральному условию:

$$u(0,t)=\beta(t)\int_0^l u(x,t)dx+\int_0^t \rho(t,\tau)u(l,\tau)d\tau+\psi_1(t), \qquad 0\le t\le T, \tag{28}$$

и условию Неймана

$$u_x(0,t)=\psi_2(t), \qquad 0\le t\le T, \tag{29}$$

здесь функции $\varphi(x)$, $\psi_1(t)$, $\psi_2(t)$, $\beta(t)$, $\rho(t,\tau)$ заданы, непрерывны на $[0,l]$ и $[0,T]$, $0\le\tau\le t$, соответственно, и удовлетворяют условиям согласования

$$\varphi(0)=\beta(0)\int_0^l \varphi(x)dx+\psi_1(0), \qquad \varphi'(0)=\psi_2(0).$$

Имеет место следующая теорема.

Теорема 6. Пусть коэффициенты уравнения (19) для всех $(x,t)\in D$ удовлетворяют условиям

$$a(x,t)\in C^{1,0}(\overline{D})\cap C^{2,0}(D);\ b(x,t)\in C^{1}(\overline{D})\cap C^{1,1}(D);$$

$$c(x,t)\in C(\overline{D})\cap C^{1,0}(D);\ d(x,t)\in C(\overline{D})\cap C^{0,1}(D);\ e(x,t)\in C(\overline{D})$$

и $d(x,t)<0$ для любой $(x,t)\in\overline{D}$, а заданные функции $\varphi(x)$, $\psi_1(t)$, $\psi_2(t)$, $\beta(t)$, $f(x,t)$, $k(x,t)$ и $\rho(t,\tau)$ удовлетворяют условиям $\varphi(x)\in C^2[0,l]$; $\psi_1(t)$, $\psi_2(t)\in C^1[0,T]$; $\beta(t)\in C[0,T]$, $\rho(t,\tau)\in C^1([0,T]\times[0,t])$, $f(x,t)$, $k(x,t)\in C(\overline{D})$. Тогда задача (19),(27)-(29) имеет единственное регулярное решение.

Справедливость сформулированной выше теоремы доказана методом Римана.

З А К Л Ю Ч Е Н И Е

Диссертационная работа посвящена исследованию нелокальных задач для нагруженных псевдопараболических уравнений третьего порядка. На основании выше сказанного можно сделать выводы о том, что в результате проведенных исследований были выяснены следующие вопросы:

1. Построена функция Римана, с помощью которого получено интегральное представление явного решения задачи Гурса для линейного псевдопараболического уравнения третьего порядка.

2. Получено представление общего решения уравнения третьего порядка. На основе полученного представления общего решения исследованы нелокальные задачи с условиями типа Бицадзе–Самарского, Самарского–Ионкина и условиями типа А.М.Нахушева для нагруженных псевдопараболических уравнений третьего порядка.

3. Исследована разрешимость нелокальных задач с интегральными условиями для нагруженных псевдопараболических уравнений третьего порядка.

4. Доказаны существование и единственность решений краевых задач для для нагруженных псевдопараболических уравнений третьего порядка.

Разработанные методы исследования указанных выше задач применимы в теории нагруженных псевдопараболических уравнений третьего порядка, в развитии метода Римана для нагруженных псевдопараболических уравнений третьего порядка. Полученные в диссертации результаты могут быть использованы при построении математических моделей физических процессов и явлений, приводящихся к таким уравнениям.

SCIENTIFIC COUNCIL AWARDING SCIENTIFIC DEGREES DSc.03/30.12.2019.FM.01.01 NATIONAL UNIVERSITY OF UZBEKISTAN

NATIONAL UNIVERSITY OF UZBEKISTAN

KHOLIKOV DILSHOD KAMOLOVICH

NONLOCAL PROBLEMS FOR LOADED PSEUDOPARABOLIC EQUATION OF THE THIRD ORDER

01.01.02- Differential equations and mathematical physics

ABSTRACT OF DISSERTATION OF THE DOCTOR OF PHILOSOPHY (PhD)

ON PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

TASHKENT – 2020

The theme of dissertation of doctor of philosophy (PhD) on physical and mathematical sciences was registered at the Supreme Attestation Comissision at the Cabinet of Minsters of the Republic of Uzbekistan under number B2017.1.PhD/FM13.

Dissertation has been prepared at National university of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek.

The abstract of the dissertation is posted in three languages (Uzbek, Russian, English (resume)) on the website (http://ik-fizmat.nuu.uz) and the "Ziyonet" Information and educational portal (www.ziyonet.uz).

Scientific advisor:	**Zikirov Obidjan Salijanovich** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor
Official opponents:	**Durdiev Durdimurod Kalandarovich** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor
	Dzhamalov Sirojiddin Zuhriddinovich Doctor of Physical and Mathematical Sciences
Leading organization:	**Samarkand State University**

Defense will take place « 4 » august 2020 at 11^{00} at the meeting of Scientific Council number DSc.03/30.12.2020.FM.01.01 at National university of Uzbekistan . (Address: 4 University str., Almazar district, Tashkent, 100174, Uzbekistan, Ph.: (+99871) 246-53-21, fax: (+99871) 246-53-21, 246-02-24, e-mail: nauka@nuu.uz).

Dissertation is possible to review in Information-resource centre at National university of Uzbekistan (is registered №__). (Address: University str. 4, Almazar district, Tashkent, 100174, Uzbekistan, Ph.: (+99871) 227-02-24).

Abstract of dissertation sent out on « 29 » july 2020 year.
(Mailling report №____ on « ___ » __________2020 year).

A.Sadullaev
Chairman of Scientific Council on award of of scientific degrees, D.Ph.M.S.,Academician

N.K.Mamadaliyev
Scientific secretary of Scientific Council on award of of scientific degrees, Ph.D.

Sh.A.Alimov
Chairman of scientific Seminar under Scientific Council on award of of scientific degrees, D.Ph.M.S.,Academician

INTRODUCTION (abstract of PhD thesis)

The aim of the research work The present dissertation work is dedicated to statement and research of different new nonlocal problems for the loaded equations of the pseudoparabolic type.

The object of the research work The loaded pseudoparabolic partial differential equations of the third order.

Scientific novelty of the research work is as following :

- New different nonlocal problems for loaded pseudoparabolic equations of the third order are formulated;
- Existence and uniqueness of Riemann function for the corresponding problems are proved;
- Regular decisions of the research problems are built;
- For the investigated problems for loaded pseudoparabolic equations of the third order solvability in rectangle is proved.

Implementations of the research results. Results received in thesis results were used in the following research project:

- results on the building of the explicit decisions of nonlocal problems for the loaded differential equations of the third order were used in the project on subject AR05132680 "Nonlocal models of the currents in the multiscale porous medium", state Registration number 0018PK00149, for the 2018-2020. budgetary program on priority "Information, telecommunication and cosmic technologies, scientific researches in the field of natural sciences", on priority: "Scientific researches in the field of natural sciences. Mathematical and computer modeling in the field of mathematics, physics and astronomies. The applied research" (Reference No. 01-07/780 of November 19, 2019, Institute of information and computing technology, Kazakhstan). The results to thesis have allowed to find the explicit presentation decisions of the investigated problems;
- base on theorems of the existence of solutions of nonlocal boundary value problems for loaded pseudoparabolic equations of the third order, a numerical method for solving problems for a wide class of fractal oscillators characterizing the processes studied by us, but with power memory, was developed. Research done as part of Russian Federation President's grant No. MK-1152.2018.1 and on the topic of Vitus Bering KamSU Research Work "Application of fractional calculus in theory of oscillatory processes"No. AAAA-A17-117031050058-9 in the framework of the laboratory" Fractional calculus and their application "Research Institute of Physical and Mathematical Sciences, Information Technologies and Natural Sciences (Information No. 372-22 of June 26, 2019, Kamchatka State University named after Vitus Bering , Russia).These results

base on the existence theorems for nonlocal boundary value problems for loaded pseudo-parabolic equations of the third order. Using the results obtained in the dissertation in the study of nonlocal problems for loaded pseudo-parabolic equations with integral conditions and boundary A.M. Nakhushev conditions, the solutions of the problems that arose during the research work of the laboratory were reduced to integral equations.

The structure and volume of the thesis. The thesis consists of the introduction, three chapters, the conclusions and the list of the used literature. The volume of the thesis is 97 pages.

ЭЪЛОН ҚИЛИНГАН ИШЛАР РЎЙХАТИ
СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ
LIST OF PUBLISHED WORKS

I бўлим (Часть I; Part I)

1. Холиков Д.К. Краевые задачи с нелокальными граничными условиями для нагруженного уравнения третьего порядка //Узбекский математический журнал. –Ташкент. 2009, №4. - С. 136-142. (01.00.00; №6).
2. Зикиров О.С., Холиков Д.К. О нелокальных краевых задачах для одного нагруженного уравнения третьего порядка// Вестник НУУз. –Ташкент. 2010, №3. - С.74-78. (01.00.00; №8).
3. Холиков Д.К. Об одном нагруженном псевдопараболическом уравнении// Узбекский математический журнал. –Ташкент. 2011, №2. - С. 154-161. (01.00.00; №6).
4. Холиков Д.К. Задача Стеклова для нагруженного уравнения третьего порядка// Узбекский математический журнал. –Ташкент. 2013, №1. - С. 138-144. (01.00.00; №6).
5. Холиков Д.К. О первой начально-краевой задаче для нагруженного уравнения третьего порядка // Доклады АН РУз. - Ташкент 2013. №1. - С.5-8. (01.00.00; №7).
6. Зикиров О.С., Холиков Д.К. Об одной смешанной задаче с интегральным условием для уравнений третьего порядка // Узбекский математический журнал. –Ташкент. 2014, №4. - С. 46-54. (01.00.00; №6).
7. Kholikov D.K. On a mixed nonlocal problem with integral condition for the loaded pseudoparabolic equation of the third-order // Bulletin of the Institute of Mathematics. -Tashkent. 2019. №3, pp. 10-19. (Ўзбекистон Республикаси ОАК Раёсатининг 2019 йил 28 мартдаги 263/7.1-сон қарори).
8. O. S. Zikirov and D. K. Kholikov. Solvability of a mixed problem with an integral condition for a third-order hyperbolic equation // Journal of Mathematical Sciences (Springer USA), Vol. 245, No. 3, March, 2020, pp. *323-331*.(Scopus. IF=0.48).
9. Зикиров О.С., Холиков Д.К. Разрешимость некоторых нелокальных задач для нагруженного уравнения третьего порядка // Сибирские электронные математические известия. 2020. - Том 17. - С. 77-88. (Scopus. IF=0.38).

II бўлим (Часть II; Part II)

10. Зикиров О.С., Холиков Д.К. Смешанная задача с интегральным условием для уравнений третьего порядка // Математические заметки СВФУ. 2014.-том 21, №2.- С.22-30. (ИФ РИНЦ=0.187)

11.Зикиров О.С., Холиков Д.К. Об одной задаче для нагруженного псевдопараболического уравнения третьего порядка // Математические заметки СВФУ. 2016.-том 23, №2. - С.19-30. (ИФ РИНЦ=0.187).
12.Зикиров О.С., Холиков Д.К. Нелокальные задачи для нагруженного псевдопараболического уравнения // В сб. “Неклассические уравнения математической физики” – Новосибирск. Изд-во ИМ СО РАН. 2010.- С.102-109.
13.Зикиров О.С., Холиков Д.К. Разрешимость смешанной задачи с интегральным условием для гиперболического уравнения третьего порядка // Итоги науки и техника. Современная математика и ее приложения. Тематические обзоры. 2018. - Том 144. - С. 30-38.
14.Холиков Д.К. О разрешимости нелокальных задач для одного нагруженного псевдопараболического уравнения // Тезисы докл. Всероссийской конференции «Дифференциальные уравнения и их приложения» 26-30 июня 2011г., Самара. – С. 126-128.
15.Xoliqov D.K. On initial – boundary value problem for loaded pseudoparabolic equation // Congress of the Turkic World Mathematical Society (TWMS) Baku, Azerbaijan, 5-7 July, 2011. pp.206.
16.Холиков Д.К. Задачи с интегральными условиями для нагруженного уравнения третьего порядка // Материалы международной конференции молодых ученых «Математическое моделирование фрактальных процессов, родственные проблемы анализа и информатики» 5-8 декабря 2011 г. Нальчик. - С. 224-226.
17.Холиков Д.К. Об одном нагруженном уравнении в частных производных третьего порядка // Материалы международной конференции «Обратные и некорректные задачи математической физики» посвященный 80-летию со дня рождения академика М.М.Лаврентьева. Новосибирск, Россия 5-12 августа 2012. - С.465.
18.Холиков Д.К. Об одном нагруженном уравнении в частных производных третьего порядка // В сб. “Неклассические уравнения математической физики” – Новосибирск. Изд-во ИМ СО РАН. 2012. - С.292-299.
19.Холиков Д.К. Об одной задаче Стеклова для одного нагруженного уравнения третьего порядка // Материалы Международной конференции «Современные проблемы из прикладной математики и информационной технологии аль-Хорезми 2012» Ташкент 19-22 декабря, 2012. - С.41-42.
20.Холиков Д.К. Об одной нелокальная задаче для нагруженного уравнения Аллера // Материалы “Неклассические уравнения математической физики” посвященный 105-летию со дня рождения С.Л. Соболева 10-13 августь 2013г. Россия. Новосибрск. - С.213.
21.Холиков Д.К. Об одной нелокальной задаче для нагруженного уравнения Аллера // Тезисы докладов «VII-международная

конференция по математическому моделированию». 30 июнь-4-июль 2014 г. Якутск. Россия. - С.78-79.
22. Холиков Д.К. О разрешимости нелокальной задаче для одного нагруженного уравнения // Тезисы Международной конференции “Актуальные проблемы прикладной математики и информационных технологий-аль-Хорезми 2014” г. Самарканд 15-17 сентября 2014 г. - С.64.
23. Холиков Д.К. О разрешимости нелокальной задачи для нагруженного псевдопараболического уравнения // Тезисы докладов международной конференции «Дифференциальные уравнения и математическое моделирование», 22-27 июня 2015 года, Улан-Удэ, оз. Байкал. - С.313-314.
24. Холиков Д.К. Нелокальная задача с условиями Стеклова для нагруженного уравнения третьего порядка //Тезисы докл. Международной школы конференций «Соболевские чтения» 18-22 декабря 2016 г. Новосибирск. - С. 155.
25. Холиков Д.К. Об одной нелокальной задаче для нагруженного уравнения третьего порядка // Тезисы докл. IV Международной научной конференции «Актуальные проблемы прикладной математики». Кабардино-Балкарская Республика, Эльбрус 22–26 мая 2018 г. - С.262.
26. Xoliqov D.K. About a solubility of problem for the loaded Aller’s equation // Abstracts of the international scientific conference "Modern problems of applied mathematics and information technologies - Al-Khorezmiy 2018" Tashkent. 13-15 September, 2018, pp. 167.
27. Холиков Д.К. Нелокальная задача для нагруженного псевдопараболического уравнения с условием А.М.Нахушева // Тезисы докл. V Международной научной конференции «Нелокальные краевые задачи и родственные проблемы математической биологии, информатики и физики» (B&Nak), 4-7 декабря 2018 г., Нальчик, Кабардино-Балкар-ская Республика. - С. 206.
28. Zikirov O.S., Kholikov D.K. On mixed nonlocal problem with integral condition for the loaded pseudoparabolic equation // Abstracts of the joint international conference STEMM (science–technology–education–mathematics–medicine) may 13–17, 2019 Tashkent, pp.147-148.
29. Холиков Д.К. О второй начально-краевой задаче для нагруженного уравнения третьего порядка // Материалы международной научной конференции «Теоретические и прикладные вопросы математики, механики и информатики» Карагады, Казахстан 12-13 июня, 2019. - С.107.
30. Холиков Д.К. Задача Стеклова для нагруженного псевдопараболического уравнения третьего порядка // Тезисы докл. Узбекско-русской научной конференции «Неклассические уравнения математической физики и их приложения» 2019, 24-26 октябрь, Ташкент. - С.81-82.