ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ DSc.03/30.12.2019.FM.01.02 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ

ХОЖИМУРОДОВА МАДИНАХОН БАХРОМОВНА

БИР ЖИНСЛИ БЎЛМАГАН МУҲИТДА ИНФИЛЬТРАЦИЯ ЁКИ БУҒЛАНИШ ВА КОНВЕКТИВ КЎЧИШ ИШТИРОКИДАГИ ЧИЗИҚСИЗ ФИЛЬТРАЦИЯ ЖАРАЁНЛАРИНИ СОНЛИ МОДЕЛЛАШТИРИШ

05.01.07 – Математик моделлаштириш. Сонли усуллар ва дастурлар мажмуи
(физика-математика фанлари)

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

ТОШКЕНТ – 2020

УДК: 517.93, 623.556.3

Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD) диссертацияси автореферати мундарижаси

Table of contents of the dissertation abstract Doctor of philosophy (PhD) in Physical-mathematical Sciences

Оглавление автореферата диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам

ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ
ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ
DSc.03/30.12.2019.FM.01.02 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ

ХОЖИМУРОДОВА МАДИНАХОН БАХРОМОВНА

БИР ЖИНСЛИ БЎЛМАГАН МУҲИТДА ИНФИЛЬТРАЦИЯ ЁКИ БУҒЛАНИШ ВА КОНВЕКТИВ КЎЧИШ ИШТИРОКИДАГИ ЧИЗИҚСИЗ ФИЛЬТРАЦИЯ ЖАРАЁНЛАРИНИ СОНЛИ МОДЕЛЛАШТИРИШ

05.01.07 – Математик моделлаштириш. Сонли усуллар ва дастурлар мажмуи
(физика-математика фанлари)

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

ТОШКЕНТ – 2020

Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (Doctor of Philosophy) диссертацияси мавзуси Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамаси ҳузуридаги Олий аттестация комиссиясида B2018.2.PhD/FM268 рақам билан рўйхатга олинган.

Диссертация Мирзо Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий университетида бажарилган.

Диссертация автореферати уч тилда (ўзбек, рус, инглиз (резюме)) Илмий кенгаш веб-саҳифаси (http:ik-fizmat.nuu.uz) ва «Ziyonet» Ахборот таълим порталида (www.ziyonet.uz) жойлаштирилган.

Илмий раҳбар: **Арипов Мерсаид Мирсиддиқович,**
физика-математика фанлари доктори, профессор

Расмий оппонентлар: **Нормуродов Чори Бегалиевич,**
физика- математика фанлари доктори, профессор;

Назирова Элмира Шодмоновна,
техника фанлари доктори, доцент

Етакчи ташкилот: **Самарқанд давлат университети**

Диссертация ҳимояси Ўзбекистон Миллий университети ҳузуридаги DSc.03/30.12.2019.FM.01.02 рақамли Илмий кенгашнинг 2020 йил 27 август соат 14:00 даги мажлисида бўлиб ўтади. (Манзил: 100174, Тошкент ш., Олмазор тумани, Университет кўчаси, 4- уй. Тел.: (+99871) 227-12-24, факс: (+99871) 246-53-21, 246-02-24, e-mail: nauka@nuu.uz).

Диссертация билан Ўзбекистон Миллий университетининг Ахборот-ресурс марказида танишиш мумкин (63 рақами билан рўйхатга олинган). Манзил: 100174, Тошкент ш., Олмазор тумани, Университет кўчаси, 4-уй. Тел.: (+99871) 246-02-24.

Диссертация автореферати 2020 йил 20 август куни тарқатилди.
(2020 йил 6 август, 19 рақамли реестр баённомаси).

А. Р. Марахимов
Илмий даражалар берувчи Илмий кенгаш раиси, т.ф.д., профессор

З. Р. Рахманов
Илмий даражалар берувчи Илмий кенгаш илмий котиби, ф.-м.ф.д.

Б.Ф. Абдурахимов
Илмий даражалар берувчи Илмий кенгаш ҳузуридаги илмий семинар раиси ўринбосари, ф.-м.ф.д., профессор

КИРИШ (фалсафа доктори (PhD) диссертацияси аннотацияси)

Диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурияти. Маълумки, чизиқсиз жараёнларни ўрганиш янги муаммоларнинг туганмас манбаи бўлиб, бу жаҳон миқёсида математик таҳлил соҳаларида янги усулларни жорий этишга, хусусий дифференциал тенгламаларга асосланган чизиқсиз масалаларга келтирилади. Замонавий таҳлилнинг янги усулларининг муваффақияти математикага чизиқли бўлмаган дунёдаги муҳим саволларга қатъий жавоб беришга имкон беряпти. Физик жараёнларнинг чизиқли математик моделларини ўрганиш, уларни ечишнинг қисман ишлаб чиқилган умумий усуллари чизиқли дифференциал тенгламаларни ўрганиш учун мос келади. Амалда эса энг долзарб физик муаммолар ночизиқли кўринишда бўлиб, бу каби жараёнларни аниқ тасвирлаш учун чизиқли бўлмаган математик моделлардан фойдаланиш, сонли ечиш алгоритмлари ва амалий дастурлар мажмуини яратиш муҳим вазифаларидан бири бўлиб қолмокда.

Ҳозирги кунда жаҳонда қатор фундаментал муаммолар ночизиқли жараёнларни математик моделлаштириш, визуаллаштириш усуллари ва воситаларини такомиллаштирилиши, икки карра ночизиқли фильтрация, реакция-диффузия масалалари ечимларининг муҳим натижаларини амалиётга жорий этилиши билан изоҳланади. Жумладан икки карра ночизиқли тенгламалар ечимларининг сифат хоссаларини ўрганиш ва амалиётга тадбиқ этиш юзасидан чизиқли бўлмаган моделларни ўрганиш натижасида визуаллаштириш усулларини ишлаб чиқиш; ночизиқли жараёнларни ўрганишга ёрдам берувчи комплекс дастурлар яратиш; хисоблаш эксперименти технологиясини кенг қўллаш, вақт бўйича эволюцион жараённи назорат қилиш усулини, параметрларнинг динамик ўзгаришига боғлиқ хоссаларини аниқлашнинг компьютерлаштирилган тизимини ишлаб чиқиш. Юқорида келтирилган илмий-тадқиқотлар йўналишида бажарилаётган илмий изланишлар мазкур диссертация мавзусининг долзарблигини изоҳлайди.

Мамлакатимизда фундаментал фанларнинг илмий ва амалий тадбиқига эга бўлган амалий математиканинг долзарб йўналишларига эътибор кучайтирилди, хусусан, чизиқсиз жараёнларни математик моделлаштириш ва тақрибий усуллар воситасида олинган натижаларни кенг татбиқ муҳим вазифалардан бири ҳисобланади. Бугунги кунда “Математик физика, амалий математика ва математик моделлаштириш” фанларининг устувор йўналишлари бўйича халқаро стандартлар даражасида илмий тадқиқотлар олиб бориш асосий вазифалар ва фаолият йўналишлари” этиб белгиланди[1]. Мазкур қарор ижросини таъминлашда фильрация, реакция-диффузия жараёнларини моделлаштириш ва ечимларнинг сифат хоссаларини аниқлаш усулларини такомиллаштириш муҳим аҳамият касб этади.

[1] Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамасининг 2017 йил 18 майдаги ВМҚ 292-сон қарори “Ўзбекистон Республикаси Фанлар академиясининг янгидан ташкил этилган илмий-тадқиқот муассасалари фаолиятини ташкил этиш тўғрисида”.

2020 йилнинг Давлат раҳбари томонидан “Илм, маърифат ва рақамли иқтисодиётни ривожлантириш йили” деб эълон қилиши Республика миқёсида илмий тадқиқот йўналишининг айниқса жараёнларни автоматлаштириш ва сонли усуллардан фойдаланишнинг муҳимлигини кўрсатиб турибди. Шунингдек Ўзбекистон Республикаси олий таълим тизимини 2030-йилгача ривожлантириш Концепциясини тасдиқлаш тўғрисидаги 2019 йил 8 октябрдаги Ўзбекистон Республикаси Президентининг фармони; Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2017 йил 7 февралдаги ПҚ-4947 «Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантириш бўйича ҳаракатлар стратегияси тўғрисида»ги; 2017 йил 17 февралдаги ПҚ-2789 «Фанлар академияси фаолияти, илмий-тадқиқот ишларини ташкил этиш, бошқариш ва молиялаштиришни янада такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида»ги; 2017 йил 20 апрелдаги ПҚ-2909 «Олий таълим тизимини янада ривожлантириш чора чора-тадбирлари тўғрисида»ги ва 2018 йил 27 апрелдаги ПҚ-3682 «Инновацион ғоялар, технологиялар ва лойиҳаларни амалиётга жорий қилиш тизимини янада такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида»ги қарорлари, Ўзбекистон Республикаси Президенти Ш.М. Мирзиёевнинг 2019 йил 24 май куни Ўзбекистон Миллий университетида таълим ва илм-фан соҳаси вакиллари билан бўлиб ўтган учрашувидаги маърузаси ҳамда мазкур фаолиятга тегишли бошқа норматив-ҳуқуқий хужжатларда белгиланган вазифаларни амалга оширишда ушбу диссертация тадқиқоти муайян даражада хизмат қилади.

Тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланиши устувор йўналишларига боғлиқлиги. Мазкур тадқиқот республика фан ва технологиялар ривожланишининг IV. «Математика, механика ва информатика» устувор йўналиши доирасида бажарилган.

Муаммонинг ўрганилганлик даражаси. Ночизиқли математик моделларнинг янги хоссалари тарқалиш тезлигини чеклилиги, фазовий локаллашиш, чекли вақтда сўниш, локаллашган чегараланмаган (blow up) ечимлар ва бошқа ҳодисаларини ўрганиш дастлаб чизиқсиз фильтрация жараёни учун Г.И.Баренблатт, чизиқсиз иссиқлик ўтказувчанлик масаласида Я.Б.Зельдович, А.С.Компанейц, реакция-диффузия учун Pattle ишларида бир-биридан мустақил тарзда ўрганилган. Кейинчалик мазкур математик масалалар ва ночизиқли масалар билан шуғулланиш дунё олимлари томонидан мунтазам ўрганила бошланган. Таниқли математиклар А.А.Самарский, О.А.Олейник, Ж. Лионс, Ж. Жунгел, А.С.Калашников, Фридман А., Х. Васкес, Б.Кнерр, В. А. Галактионов ва уларнинг шогирдлари, шунингдек кўплаб бошқа таниқли дунё математиклари ишларида ўрганилиб келмоқда.

Чизиқли бўлмаган чегаравий муаммоларни ечиш ҳар доим сезиларли қийинчиликларни туғдиради, боиси уларни аналитик усулда ечиш фақат айрим хусусий ҳоллардагина мумкин бўлади, ечимларнинг янги хусусиятларини аниқлаш эса мураккаб тадқиқотларни талаб қилади. Шунинг учун, ечимларнинг хусусиятларини ўрганишда турли хилдаги аниқ ва тақрибий усулларга мурожаат қилинади. А. А. Самарский, В. А. Галактионов, А. С. Калашников, Л. К. Мартинсон, Р. Кершнер, Г. И. Баренблатт, Б. Ф. Кнерр, Чен Хинфу, Қи Й. W. , Жонг-Ченг Гуо, Комбе Исмаил, Кусано Такаси, Томоюки Танигава, И.Т. Кигурадзе, С. Н. Димова ва бошқалар томонидан кенг изланишлар олиб борилган. Ночизиқли параболик масалалар ечимларини ўрганишнинг математик назарияси О. А. Олейник, О. А. Ладиженская, А. С. Калашников, Ж. Лионс, А. А. Самарский, С. П. Курдюмов, А. М. Михайлов, В. А. Галактионов, Р. Кершнер, А. Н. Колмогоров, И. Г. Петровский, Н.С. Пискунов, А. Ф. Тедеев, М. Агуэх, А. Бланше, Дж.А. Каррильо, А. Хозанов, А. Фридман, П. Е. Суганидис, А. Гмира, л. Верон, Лейси, А. Фридман, Б. Маклеод. С. Му , Р. Цзэн, Чжоу, Ю. Ли, Ю. Ван, С. В. Пао, Д. Г. Аронсон, Л. Каффарелли, В. Антонце, В. Эрреро, В. Б. Дэн, С. Гуй, Х. Кан, С. Л. Му, Л. Дебнат, Ф.С. Ли, С. Н. Се, Г. Рейес, А. С. Анчез, Гаццола Ф., Скуассина М., Х. Чжан, Х. Л., М. Х. Ван, Л. Л. Дю, С. А. Мессаоуди, Витилларо Е., М. Чунлаи, Х. Хуеганг, Л. Юхуань, С. Зежиан, Рауль Феррейра ва бошқалар томонидан ишлаб чиқилган.

Бугунги кунга келиб, А. Бегматов М. Арипов, Б. Хужаяров, А. Т. Ҳайдаров, Ч. А. Садуллаева, Ф. Кабилжанова, З. Рахмонов, А. Матякубов, Д. Мухаммадиева ва республика бошқа олимларининг параметрларнинг муайян қийматларига мос келадиган автомодел ечимларнинг муҳим ахамият касб этиши кўрсатилган. Шунинг учун параболик турдаги чизиқли бўлмаган чегаравий масалаларни тадқиқ қилиш, турли жараёнларни автомодел ва тақрибий автомодел ёндашув асосида тавсифлашга катта аҳамият берилади. Натижада турли сифат хоссалари ва янги ходисалар учун шартлар исботланган.

Диссертация тадқиқотининг диссертация бажарилган олий таълим муассасасининг илмий-тадқиқот ишлари режалари билан боғлиқлиги. Диссертация тадқиқоти Ўзбекистон Миллий университетининг Ф-4-30-сонли “Икки марта ночизиқли кросс системанинг манба, конвектив кўчиш, ўзгарувчан зичлик, манба ёки ютиш таъсиридаги сифат хоссаларини тадқиқ килиш” ва MRU-OT-81/2017 “Математическое моделирование термодинамически согласованной математической модели двух фазных сред в диссипативном приближении с перекрестными эффектами” мавзуларидаги фундаментал лойиҳалари доирасида бажарилган.

Тадқиқотнинг мақсади - ўзгарувчан зичликка эга ва коэффициенти вақтга боғлиқ бўлган ночизиқли фильтрация (иссиқлик ўтказувчанлик, диффизия) жараёнларининг математик моделларини аналитик-сонли ечиш ҳамда сифат хоссаларини аниқлашдан иборат.

Тадқиқотнинг вазифалари:

ночизиқли бузиладиган коэффициенти вақтга боғлиқ бўлган параболик тенгламалар билан тасвирланувчи физик жараёнларни (фильтрация, иссиқлиқ ўтказувчанлик, диффузия) янги сифат хоссаларини аниқлаш;

икки карра ночизиқли коэффициенти вақтга боғлиқ бўлган бузиладиган параболик тенгламалар ечимлари баҳоларини олиш ва автомодел ечимлари асимптотикаларини топиш;

бир ёки икки компонентли муҳитдаги вақтга боғлиқ бўлган бузилувчан икки карра ночизиқли параболик тенгламалар билан тасвирланувчи фильтрация жараёнларида конвектив кўчиш, ўзгарувчан зичлик, ютилиш ёки манбаа таъсирида янги ночизиқли эффектлар пайдо бўлишини исботлаш;

параболик турдаги кросс-системалар (икки компонентали ночизиқли муҳит) билан ифодаланувчи фильтрация, иссиқлик тарқалиш, суюқлик ва газларнинг диффузияси масалаларини янги хоссаларини ўрнатиш;

ўрганилаётган ночизиқли жараёнларни компьютерда ечишнинг ҳисоблаш схемаси, сонли усуллари, ҳисоблаш алгоритмларини ва дастурлар мажмуасини яратиш ва натижаларини визуаллаштириш.

Тадқиқотнинг объекти даражали ночизиқликка эга бузиладиган турдаги параболик тенгламалар ва системалар билан ифодаланувчи чизиқсиз фильтрация, иссиқлик ўтказувчанлик, диффузия жараёнларидан иборат.

Тадқиқотнинг предмети вақт бўйича ўзгарувчанлик коэффициенти ва даражали ночизиқликка эга фильтрация жараёнларининг ночизиқли математик моделлари, сонли алгоритмлар ва дастурий воситалардан иборат.

Тадқиқотнинг усуллари. Мазкур тадқиқот ишида чизиқсиз ажратиш алгоритми, ечимларни таққослаш теоремалари, автомодел ва тақрибий автомодел ечимларни қуриш усуллари, сонли итерацион усуллар, ўзгарувчан йўналишлар усулидан фойдаланилди.

Тадқиқотнинг илмий янгилиги қуйидагилардан иборат:

даражали ночизиқликка эга бўлган бузилувчан параболик типдаги тенгламалар билан ифодаланувчи фильтрация ва иссиқлик тарқалиш моделлари учун чизиқсиз ажратиш усули ёрдамида автомоделва тақрибий автомодел ечимлар қурилган;

фильтрация ва иссиқлик тарқалишининг ночизиқли моделлари учун локаллашган структуралар ҳосил қилинган;

дивергент турдаги кучли ютилиш ёки манба таъсиридаги ночизиқли фильтрация ва иссиқлик тарқалиш тенгламалари учун Коши масаласининг глобал ечимлари қурилган ва эркин чегаралар баҳолари олинган;

дивергент турдаги кучли ютилиш ёки манба таъсиридаги ночизиқли фильтрация масаласини сонли ечиш схемаси ва алгоритми қурилган ва дастурий таъминоти яратилган.

Тадқиқотнинг амалий натижалари назарий аҳамиятга эга. Олинган натижалар чизиқсиз муҳитда тарқалиш назарияси билан шуғулланувчи мутахассисларнинг илмий тадқиқотларида, абстракт, ички ва чегаравий масалаларга мос моделларни сонли ечишда қўлланилган.

Тадқиқот натижаларининг ишончлилиги математик мулоҳазалар ва исботларнинг қатъийлиги, математик физиканинг чизиқсиз масалалар назариясининг усулларидан фойдаланиш, чизиқсиз ажратиш усул ёрдамида олинган бошланғич натижалар компьютерли моделлаштириш натижаларига мутаносиблиги, масаланинг аниқ ечим билан таққосланиши ва ҳисоблаш экспериментини ўтказиш билан асосланган.

Тадқиқот натижаларининг илмий ва амалий аҳамияти. Фильтрация коэффициенти вақтга боғлиқ бўлган икки карра ночизиқли параболик тенгламаларни математик моделлаштириш синфлари учун назарий асосларни ишлаб чиқишдан иборат. Олинган янги эффектлар масалаларни сонли моделлаштириш имконини беради ва мос дастурлар мажмуининг яратилганлиги билан изоҳланади.

Диссертацияда олинган натижалардан ночизиқли фильтрация, қиздириш, диффузия, биологик популяция ва вирус тарқалишининг математик моделларини ўрганишда фойдаланиш мумкин. Шунингдек ночизиқли параболик тенгламалар назариясини янада ривожлантиришда ҳам ахамиятга эга. Фильтрация жараёнининг ночизиқли таъсири чекланган вақт давомида содир бўлгандаги олинган шартлар, локализацияланган ечимларидан математик физиканинг бошқа ночизиқли муаммоларини ва амалий муаммоларни ҳал қилиш хизмат қилади.

Тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши:

Даражали ночизиқликка эга бўлган бузилувчан параболик тенгламалар билан ифодаланувчи чизиқсиз моделлар ечимларини тадқиқ этиш бўйича олинган натижалар асосида:

инфильтрация таъсиридаги ночизиқли фильтрация масаласининг автомодел ечимлари асимптотикаларидан ЁОТ-Фтех-2018-149 рақамли «Математическое моделирование нелинейных процессов фильтрации в двухкомпонентных средах, описываемых нелинейными граничными условиями» грант лойиҳасида параболик типдаги ночизиқли тенгламалар системасини сонли ечишда фойдаланилган(Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим вазирлигининг 2020 йил 6 июлдаги 89-03-2436-сон маълумотномаси). Илмий натижаларнинг қўлланилиши нолокал чегаравий шартлар билан берилган политропик фильтрация масаласи учун итерацион жараён қуриш ва сонли натижаларни визуаллаштириш имконини берган;

ночизиқли системалар учун юқори ечимни қуриш усулидан ЁОТ-Фтех-2018-149 рақамли «Математическое моделирование нелинейных процессов фильтрации в двухкомпонентных средах, описываемых нелинейными граничными условиями» грант лойиҳасида нолокал чегаравий шартлар билан боғланган ночизиқли параболик системаларнинг глобал ечимларини баҳолашда фойдаланилган (Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим вазирлигининг 2020 йил 6 июлдаги 89-03-2436-сон маълумотномаси). Илмий натижаларнинг қўлланилиши нолокал чегаравий шартлар билан берилган политропик фильтрация масаласи учун ечимларнинг глобал бўлиш шартларини топишга имкон берган.

Тадқиқот натижаларининг апробацияси. Мазкур диссертация тадқиқот натижалари 15 та илмий-амалий анжуманларда, жумладан 11 та халқаро ва 4 та республика илмий - амалий анжуманларида муҳокамадан ўтказилган.

Тадқиқот натижаларининг эълон қилинганлиги. Диссертация мавзуси бўйича жами 21 та илмий иш чоп этилган, шулардан, Ўзбекистон Республикаси Олий аттестатция комиссиясининг докторлик диссертациялари асосий илмий натижаларини чоп этиш бўйича тавсия этилган илмий нашрларда 4 та мақола, жумладан, 1 таси хорижий ва 3 таси республика журналларида нашр этилган. Шунингдек, яратилган дастур учун муаллифлик гувоҳномаси олинган.

Диссертациянинг тузилиши ва ҳажми. Диссертация кириш қисми, учта боб, хулоса ва фойдаланилган адабиётлар рўйхати, иловадан ташкил топган. Диссертациянинг ҳажми 112 бетни ташкил этади.

ДИССЕРТАЦИЯНИНГ АСОСИЙ МАЗМУНИ

Кириш қисмида диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати асосланган, тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устивор йўналишларига мослиги кўрсатилган, муаммонинг ўрганилганлик даражаси келтирилган, тадқиқот мақсади, вазифалари, объекти ва предмети тавсифланган, тадқиқотнинг илмий янгилиги ва амалий натижалари баён қилинган, олинган натижаларнинг назарий ва амалий аҳамияти очиб берилган, тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши, нашр этилган ишлар ва диссертация тузилиши бўйича маълумотлар келтирилган.

Мазкур тадқиқот ишида умумий умумий маънода қуйидаги тенглама билан ифодаланадиган масала ўрганилади:

$$Lu \equiv |x^l| \frac{\partial u}{\partial t} - \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\partial}{\partial x_i} \left((k_1(t,x) u^{m-1} \left| \frac{\partial u^k}{\partial x_i} \right|^{p-2} \frac{\partial u}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial x_i} (c_i(t) u) \right) + \varepsilon \gamma(t,x) u^{\beta} = 0 \quad (1)$$

$$u\Big|_{t=0} = u_0(x) \ge 0, x \in R^N \quad (2)$$

бунда $\varepsilon = \pm 1,\ k \ge 1,\ \beta > 0$ - берилган сонли параметрлар $\gamma(t) > 0,\ c_i(t),\ k_1(t) > 0$, $t > 0$ да узлуксиз функциялар, $|x^l|$ эса $l < 2$ бўлганда бир жинсли бўлмаган муҳитни ифодалайди.

(1), (2) масала қатор биологик ва кимёвий жараёнлар, тарқалиш тезлиги $c_i(t)$, $i = 1,2,..,N$, вақтга боғлиқ бўлган конвектив кўчиш иштирокидаги чизиқсиз реакция-диффузия жараёнларни ўз ичига олган турли физик жараёнларни ифодалайди. Бунда функция $\gamma(t)u^{\beta}$ манба кучини $(\varepsilon = +1)$ ёки $(\varepsilon = -1)$ ҳолат эса ютилиш мавжудлигини ифодалайди.

Шунингдек бир жинсли бўлмаган муҳитда кросс-диффизия ходисасини ифодаловни қуйидаги системанинг хусусиятлари тадқиқ қилинади:

$$\begin{aligned} |x|^{-l} \frac{\partial u}{\partial t} &= div\left(k_1(t)\,|x|^n\, v^{m_1-1} \left|\nabla u^k\right|^{p-2} \nabla u\right) \\ |x|^{-l} \frac{\partial u}{\partial t} &= div\left(k_1(t)\,|x|^n\, u^{m_2-1} \left|\nabla v^k\right|^{p-2} \nabla v\right) \end{aligned} \quad (3)$$

Мазкур система қатор физик жараёнлар шу жумладан коэфициенти вақтга боғлиқ бўлган ва ўзгарувчан зичликка эга бўлган икки компонентали ночизиқли муҳитда политропик фильтрация, кросс диффузия, иссиқлик ўтказувчанлик, биологик популяция жараёнларини тасвирлайди. Хусусан $(k_1 = 1, k = 1, p = 2, l = 0)$ ҳол кўплаб илмий ишларда ўрганилган. Натижада Коши масаласининг фундаментал ечимнинг мавжудлиги ва ягоналиги, иссиқлиқ тарқалиш тезлигининг чеклилиги эффекти ва асимтотик хоссалари олинган. Ушбу диссертация ишида бошқа ишлардан фарқли ўлароқ икки карра ночизиқлиликка эга кросс-система учун ўзгарувчан зичликнинг таъсири ва критик холатлар аниқланган ва ўрганилган.

Биринчи "Даражали ночизиқли фильтрация жараёни моделининг хоссаларини тадқиқ қилиш" бобида масаланинг қўйилиши, диссертация мавзусига оид тадқиқот ишларининг қисқача шархи, шунингдек, кейинчалик натижаларни муҳокама қилиш учун зарур бўлган айрим ёрдамчи тасдиқлар ва таърифлар берилган.

1.1-параграфда Даражали ночизиқликка эга фильтрация тенгламаларининг айрим тадқиқотлари натижалари ҳақида қисқача маълумот берилган.

1.2-параграфда ишда қўлланиладиган ечимларнинг ёрдамчи тасдиқлари, таърифлари ва теоремалари келтирилган.

1.3 параграфда $Q = \{(t,x) : t > 0, x \in R^N\}$ соҳада

$$Lu \equiv \frac{\partial u}{\partial t} - \nabla(k_1(t)u^{m-1}\left|\nabla u^k\right|^{p-2}\nabla u) + div(c(t)u) + \varepsilon\gamma(t)u^{\beta} = 0 \tag{4}$$

$$u\Big|_{t=0} = u_0(x) \geq 0, x \in R^N \tag{5}$$

Коши масаласи билан ифодаланган фильтрация, реакция-диффузия жараёнларининг чизиқсиз моделларининг хоссалари ўрганилади. Бунда $\varepsilon = \pm 1$, $m \geq 1, \beta > 0$ - берилган сонли қийматлар, $\nabla(.) = grad_x(.)$, $\gamma(t) > 0$, $c(t)$ - конвектив кўчиш тезлигини ифодаловчи векторлар, $t > 0$ бўлганда $k_1(t) > 0$ ўринли.

(4), (5) масала ечимларининг $k_1(t) = cons$, $\gamma(t) = 1$ бўлгандаги хусусий ҳолларида m, k, p, β -сонли параметрлар учун манба ($\varepsilon = +1$) ёки ютилиш ($\varepsilon = -1$) мавжуд бўлгандаги турли хоссаларининг тадқиқи билан кўплаб олимлар шуғулланишган ва қатор чизиқсиз эффектлар жумладан жиддийлаш, фазовий локализация, ечимларнинг чегаравий хоссалари, катта вақт оралиғидаги ассимптотикалари, глобал ечимлар ва х.к.

§1.4 да $Q = \{(t,x) : t > 0, x \in R^N\}$ соҳада қуйидаги Коши масаласи билан ифодаланувчи фильтрация жараёнлари чизиқсиз моделининг хоссалари ўрганилган:

$$\begin{gathered} c(t,x)\frac{\partial u}{\partial t} = div(b(t,x)u^{m-1}\left|\nabla u^k\right|^{p-2}\nabla u^l), \\ u(0,x) = u_0(x) \geq 0 \end{gathered} \tag{6}$$

Радиал-симметрик кўринишдаги ушбу тенгламада хаттоки ютилиш ёки конвектив кўчиш иштирок этмаган холатларда ҳам фильтрация жараёнларининг (иссиқлик тарқалишининг) локаллашиш холатлари кузатилади. Икки карра ночизиқликка эга параболик турдаги тенгламалар ечимлари тўлқинлари тарқалишининг чеклилилик ходисаси, икки карра ночизиқли критик ҳоллар учун ечимларнинг бахолари, сонли қийматларга мос равишда икки карра ночизиқли автомодел ечимларнинг ассимптотикалари ўрганилди. Зельдович-Баренблатт туридаги ечимлар асосида локализация шартлари олинган.

2-Боб "Конвектив кўчиш иштирокидаги ночизиқли фильтрация жараёни масаласи ечимлари ва эркин чегараларининг баҳолари" да фильтрация жараёнларини ўрганиш ва конвектив кўчиш иштирокидаги ночизиқли муҳитдаги тезлиги вақт ва ҳажмга боғлиқ, шунингдек суюклик ютилиши, суюқлик "оқими" кучи маълум параметрлардан ташкил топган функцияси деб фараз қилинса локализация ҳодисаси хаттоки ютилиш мавжуд бўлмаганида ҳам содир бўлади. Бу жараёнларни тасвирловчи математик моделни қуйидаги масала сифатида ёзиш мумкин:

$$\frac{\partial u}{\partial t}=div(k_1(t)\left|x\right|^n\left|\nabla u^k\right|^{p-2}\Delta u)+\varepsilon f(t)u^\beta \tag{7}$$

$$\int_0^\infty k_1(t)dt<\infty,\ \ u(0,x)=u_0(x)\geq 0, x\in R^N \tag{8}$$

Бунда 1) с*(t)=0, f(t)=0; 2)* n=0, *f(t)=0;* 3) n=0, $\beta=1$; 4*) n=0,* $0<\beta<1$; 5) с*(t)=0,* $\beta=1$ параметрларга мос холатлар алохида қаралади.

2.1 параграфда $\beta>1$ ҳол секин ва кучли ютилиш ҳолати $(0<\beta<1)$ учун глобал ечимларнинг мавжудлик шартларини, чизиқли ажратиш алгоритми асосида физик маъноға эга бўлган умумлашган ечимлар синфида қаралади ва эркин чегаралар учун баҳолар ҳосил қилинди.

Агар $\beta=1$ бўлса у холда конвектив кўчишнинг вақтга боғлиқ тезлик билан харакати бир томонлама локализациянинг ночизиқли таъсирига ва эркин чегара учун "девор" ҳодисасига олиб келиши исбот қилинган.

Вақтга боғлиқ бўлган ўтказувчанлик коэффициентига эга фильтрация бузилишининг фазовий локализацияси масаласи кўриб чиқилади ушбу холат даража кучига кўра, суюқлик тўлқинлари қўзғалиши чекли тезликда тарқалиб, тўлқиннинг олд (эркин чегарасини) ҳосил қилганда юзага келиши мумкинлиги кўрсатилган.

Шунингдек 1) *c(t)=0, f(t)=0.* бўлганда автомодел таҳлилдан фойдаланиб Зельдович-Компанец-Баренблат-Паттл туридаги қуйидаги ечим ҳосил қилинади:

$$u(t,x)=[T+\tau(t)]^{-s/(p+k(p-2)+m-1)s}f(\xi),$$
$$f(\xi)=(a-b\xi^{p/(p-1)})_+^{\frac{(p-1)}{(k(p-2)+m-1}},k\left(p-2\right)+m-1>0 \tag{9}$$
$$\xi=\varphi(|x|)[T+\tau_1(t)]^{-1/p},\varphi(|x|)=\frac{p}{p-n}|x|^{(p-n)/p},$$
$$n<p,\, b=(k\left(p-2\right)+m-1)1/p)^{1/(p-1)}$$
$$\tau_1(t)=[\frac{p+k\left(p-2\right)+m-1)s}{p}][T+\tau(t)]^{p/[p+k(p-2)+m-1)s]},\tau(t)=\int_0^t k_1(y)dy,$$
$$s=pN/(p-n),\ (a)_+=\max(0,a),T\geq 0$$

Ушбу ечим асосида тўлқин тарқалиш тезлиги чеклилиги, ИТТЧ (FSPD-Finite speed peturbation distrubution) ва ечимларнинг фазовий локализация ҳодисалари пайдо бўлиши кўрсатилган ва уни ҳосил бўлиш шартлари *p>n, k(p-2)+m-1>0,* $\int_0^\infty k_1(t)dt<+\infty$ эканлиги исбот қилинган.

Агар $(k\left(p-2\right)+m-1=0)$ бўлса у холда (7) тенгламанинг ечими қуйидагича топилади $\int_0^\infty k_1(t)dt<\infty,\int_0^\infty c(t)dt<\infty$

$$u(t,x)=[T+\tau(t)]^{-N/(p-n)}f(\xi),\tau(t)=\int_0^t k_1(y)dy \quad T\geq 0 \tag{10}$$
$$\xi=\varphi(|x|)[T+\tau(t)]^{-1/p},\varphi(|x|)=\frac{p}{p-n}|x|^{(p-n)/p},\ n<p,$$
$$f(\xi)=\exp(-\frac{p-1}{p^{p/(p-1)}k^{p-2}}\xi^{p/(p-1)})$$

Қуйидаги функцияни киритамиз.

$$z(t,x)=[T+\tau(t)]^{-\alpha}f(\xi),$$
$$f(\xi)=(a-b\xi^{p/(p-1)})_+^{\frac{(p-1)}{(k(p-2)+m-1}},(k\left(p-2\right)+m-1>0$$
$$\xi=\varphi(|x|)[T+\tau(t)]^{-1/p},\varphi(|x|)=\frac{p}{p-n}|x|^{(p-n)/p}, \tag{11}$$
$$n<p,\, b=(k\left(p-2\right)+m-1)1/p)^{1/(p-1)}$$
$$\tau_1(t)=\frac{[T+\tau(t)]^{1-\alpha(k(p-2)+m-1)}}{1-\alpha(k\left(p-2\right)+m-1)},\tau(t)=\int_0^t k_1(y)dy,\ s=pN/(p-n),\ T\geq 0$$

1-Теорема. Фараз қиламиз (11) да қуйидаги шартлар бажарилсин:

1) *c(t)=0, f(t)=0:*

$$k(p-2)+m-1>0,\ \frac{\alpha}{1-\alpha(k(p-2)+m-1)}\le N/p,$$

$$\tau(t)=\int_0^t k_1(y))dy<\infty,\ \forall t>0,\ \ u_0(x)\le z(0,x),x\in R^N$$

у холда (11) масаланинг умумлашган ечими учун Q да $u(t,x)\le z(t,x)$ баҳо ўринли бўлади ва масаланинг ечими фазовий локализацияга эга бўлади.

Бу теорема икки карра ночизиқли муҳитда ўтказувчанлик коэффициенти (диффузия, политропик фильтрация) вақтга боғлиқ бўлса, ечимнинг фазовий локализацияси ҳодисаси рўй беришини кўрсатди.

2) $n=0$, $f(t)=0$ бўлгандаги холат ўрганилганда агарда $k(p-2)+m-1>0$, $\int_0^\infty (k_1(t))dt<\infty, \int_0^\infty (c(t))dt<\infty$ бўлса у ҳолда вақтга боғлиқ ўзгарувчан муҳитдаги тўлқин шаклидаги ечимнинг локализация (диссипатив тўлқин структураси) ходисаси таққослаш принципи асосида пайдо бўлади.

Бунда $0<\beta<1$ (кучли инфильтрация) бўлгандаги ҳолатлар алоҳида қаралади. Унинг таъсирида жараённинг вақтга боғлиқ равишда локализациясига сабаб бўлади.

Дастлаб (10) бир ўлчовли тенгламанинг $\beta=p-(k(p-2+m))/(p-1)$ бўлганда битта аниқ умумлашган ечими қурилган. Бу ечим шуниси билан эътиборлики, у (10) тенгламанинг тўлқин шаклидаги умумлашган ечимларининг локализацияси (янги эффект) мавжудлигини кўрсатади.

Ечимни қуриш учун қуйидагича алмаштириш бажарамиз:

$$u(t,x)=\omega(t,\xi),\ \ \xi=\int_0^t c(\eta)d\eta-x \tag{12}$$

Сўнгра (12) тенглама кўринишини ўзгартирамиз

$$\frac{\partial\omega}{\partial t}=\xi^{1-N}\frac{\partial}{\partial\xi}(\xi^{N-1}k_1(t)\left|\frac{\partial\omega^k}{\partial\xi}\right|^{p-2}\frac{\partial\omega}{\partial\xi})+\varepsilon f(t)\omega^\beta,\varepsilon=\pm1 \tag{13}$$

Агар $k_1(t)=f(t)$ у холда (13) тенглама қуйидаги радиал-симметрик шаклга келтирилади.

$$\frac{\partial\omega}{\partial\tau}=\xi^{1-N}\frac{\partial}{\partial\xi}(\xi^{N-1}\omega^{m-1}\left|\frac{\partial\omega^k}{\partial\xi}\right|^{p-2}\frac{\partial\omega}{\partial\xi})+\varepsilon\omega^\beta,\varepsilon=\pm1 \tag{14}$$

бунда $\tau(t)=\int_0^t k_1(\eta)d\eta$

Бир ўлчовли холда $\beta=p-(k(p-2+m))/(p-1)$ (11) тенгламанинг қуйидаги ечими топилади.

$$u(t,x)=\begin{cases} A(v\tau(t)-\xi)_+^{((p-1)/k(p-2)+m-1}, & \xi<v\tau(t),\ \ \xi=\int_0^t c(\eta)d\eta-x \\ 0 & \xi\ge v\tau(t) \end{cases} \tag{15}$$

Бунда *A*- амплитуда қуйидаги алгебраик тенгламани

$$(\gamma_1 k)^{p-2}\gamma_1 A-\gamma A^{\beta-1}+\varepsilon\gamma_1 v=0,\quad \gamma_1=(p-1)/k(p-2)+m-1$$

ечими бўлиши кўрсатилган. Агар $\int_0^\infty k_1(t)dt<\infty, \int_0^\infty c(t)dt<\infty$ шарт бажарилса у ҳолда диссипатив тўлқин шаклидаги локализациялашган ечим хусусиятларига эга ечим ва ўзгармас тезлик c га мос фронт қурилади.

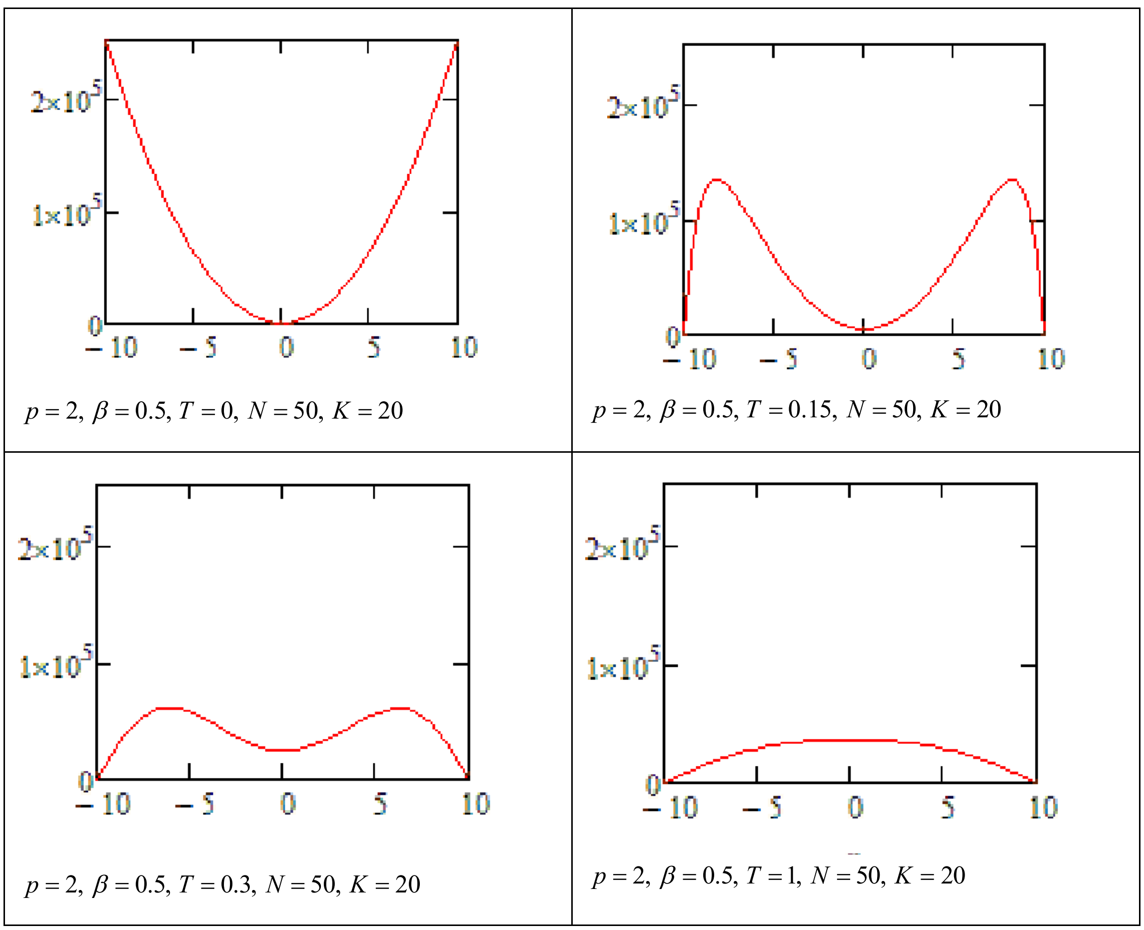
Агар $\tau(t)=\int_0^t k_1(\eta)d\eta<+\infty$ бўлса ечим қуйидаги янги хоссага эга бўлади:

$\forall t>0$ да суюклик тўлқинлари шаклидаги ечимлар фазовий локаллашади.

(7) (8) масаланинг $k_1(t)=f(t)$ бўлгандаги бир ва кўп ўлчовли ҳоллардаги ечимларининг баҳолари ва эркин чегаралари тадқиқ қилинди.

Қуйида етарлича дифференциал функциялар $k_1(t)>0, f(t)>0$ учун t>0да ечимлар ва эркин чегаралар учун баҳолар олинган.

$k_1(t)=f(t), \forall t>0$ бўлганда тадқиқотлар шуни кўрсатадики, хаттоки ютилиш мавжуд бўлмаган холатда хам фазовий ўзгарувчи таъсирида ечимлар локализацияси кузатилади.



***Расм1**: Бир ўлчовли холда локаллашган тўлқин струкуралари*

1-Лемма. $u(t,x)$ (7) - (8) масаланинг умумлашган ечими бўлсин, ва $z(t,x)$ $z(t,x)\in C^{1,2}_{t,x}(Q\setminus D)\cap C(D)$ да бунда

$Q=\{(t,x):t>0,x\in R^N\},D=\{(x,t):t>0,|x|<l(t)\}$ ва D да $Lz>0$ ва $u(0,x)\le z(0,x),x\in R^N$ бўлса у холда Q да $u(t,x)\le z(t,x)$ ўринли бўлади. Чизиқсиз ажратиш алгоритми асосида бўлғуси юқори ечим $z_+(t,x)$ қурилди. Сўнгра $Lz_+(t,x)$ оператори ҳисобланди ва $D=\{(t,x):t>0,|x|<l(t)\}$ ёпиқ соҳада $Lz_+(t,x)<0$ эканлигини исботлаш мумкин. Кейинги босқичда таққослаш теоремасидан фойдаланиб, 1-теоремада келтирилган ечимларнинг баҳоларини ва эркин чегараларини ҳосил қиламиз.

2-Теорема. Фараз қилинг (11) да $\varepsilon=+1,u_0(x)\le\tilde{z}(0,x),x\in R^N$ ва $\frac{f(t)}{k(t)}\tilde{u}^{\beta-k(\mathrm{p}-2)+m)}(t)\tau(\mathrm{t})<\frac{N}{p}$ шарт ўринли бўлсин, у холда етарлича кичик $u_0(x)$ учун (16), (17) масала глобал ечимга эга ва бу ечим учун Q да $u(t,x)\le z(t,x)$ баҳо ўринли.

2.2-параграфда кўп ўлчовли холда қуйидаги чизиқсиз фильтрация масаласи ечимларининг ассимптотик хоссалари тадқиқ қилинади:

$$Lu\equiv\frac{\partial u}{\partial t}-div(k_1(t)u^{m-1}\left|gradu^k\right|^{p-2}gradu)+div(c(t)u)+\varepsilon\gamma(t)u^\beta=0 \qquad (16)$$

$$u(0,x)=u_0(x)\ge 0,x,v(t)\in R^N \qquad (17)$$

Бунда қуйидаги 3-теоремада ечимнинг бахолари ва эркин чегаралар олинган.

Теорема 3. $k(p-2)+m-1>0$ бўлсин ва қуйидагилар бажарилсин

$$\frac{\gamma(t)}{k_1(t)}\tau(t)\overline{u}^{\beta-k(p-2)+m)}\le N/p,\forall t>0,\tau(t)=\int_0^t k_1(y)\int_0^y[\overline{u}(t)]^{k(p-2)+m-1}dt,$$

$$u_0(x)\le z_+(0,x),x\in R^N,z_+(t,x)=\overline{u}(\tau(t))\overline{f}(\xi),\ \overline{f}(\xi)=(a-b\xi^{p/(p-1)})_+^{\frac{(p-1)}{(k(p-2)+m-1}} \qquad (18)$$

$$\tau_1(t)=\frac{[T+\tau(t)]^{1-\alpha(k(p-2)+m-1)}}{1-\alpha(k\left(p-2\right)+m-1)},\tau(t)=\int_0^t(1/k_1(y))dy,$$

$$s=pN/(p-n),\ T\ge 0,\ (a)_+=\max(0,a)$$

$$(k\left(p-2\right)+m-1>0$$

$$\xi=\varphi(|x|)[\tau_1(t)]^{-1/p},\varphi(|x|)=\frac{p}{p-n}|x|^{(p-n)/p},\ n<p,\ b=(k\left(p-2\right)+m-1)1/p)^{1/(p-1)}$$

У холда (16), (17) тенгламанинг умумлашган ечими учун Q да $u(t,x)\le z_+(t,x)$ ўринли ва эркин чегаралар қуйидагича бахоланади:

$$\left|\int_0^t c(y)dy-x\right|\le l(t)=(a/b)^{(p-1)/p}[\tau(t)]^{1/p},\ \tau(t)=\int_0^t k_1(y)\int_0^y[\overline{u}(t)]^{k(p-2)+m-1}dt$$

Теорема $k_1(t)$ ва $f(t)$ функцияларнинг танланган қийматларида ўринли эканлиги исботланди ва хусусан $(k_1(t)=f(t)=1,\ N=1)$ да аввалги ишларда олинган натижаларни такрорлайди.

$\beta>1$ ва кучли ютилиш $0<\beta<1$ ҳоллари учун ва чизиқсиз ажратиш усули ёрдамида умумлашган ечимларнинг ва эркин чегаралар баҳолари хосил қилинган. $\beta=1$ бўлганда бир томонли локализациянинг чизиқсиз эффектлари ва эркин чегараларнинг “девор” ҳосил қилиш ҳодисаси Зельдович-Баренблатт-Паттле туридаги ечимлар ва таққослаш теоремалари ёрдамида аниқланади.

$$u(t,x)=\bar{u}(t)[T+\tau(t)]^{-\frac{N}{p+k(p-2)+m-1)N}} f(\xi), \bar{u}(t)=\exp(-\int_0^t \gamma(y)dy) \qquad (19)$$

$$f(\xi)=(a-b\xi^{\frac{p}{p-1}})_+^{\frac{(p-1)}{(k(p-2)+m-1}}, a>0,\ k\left(p-2\right)+m-1>0$$

$$\xi=\eta[T+\tau_1(t)]^{-1/p},\ \eta=\int_0^t c(y)dy-x,\ b=(k\left(p-2\right)+m-1)(1/p)^{1/(p-1)}$$

$$\tau_1(t)=[\frac{p+k\left(p-2\right)+m-1)N}{p}][T+\tau(t)]^{\frac{p}{p+k(p-2)+m-1)N}},$$

$$\tau(t)=\int_0^t (k_1(x)dx)\int_0^x [\bar{u}(y)]^{k(p-2)+m-1}dy,\ \ (a)_+=\max(0,a), T\geq 0$$

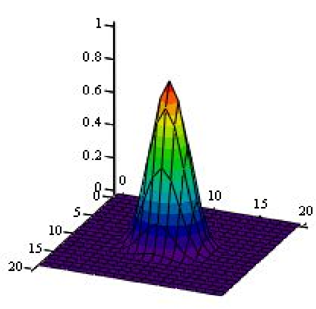
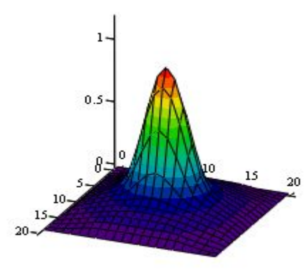
2.3 параграфда $\Omega=\{(x,t):0<t<T,\ 0<x<b\}$ қуйидаги кўринишдаги фильтрация тенгламасининг сонли ечимлари қурилади, ҳисоблаш усуллари тадқиқ қилинади:

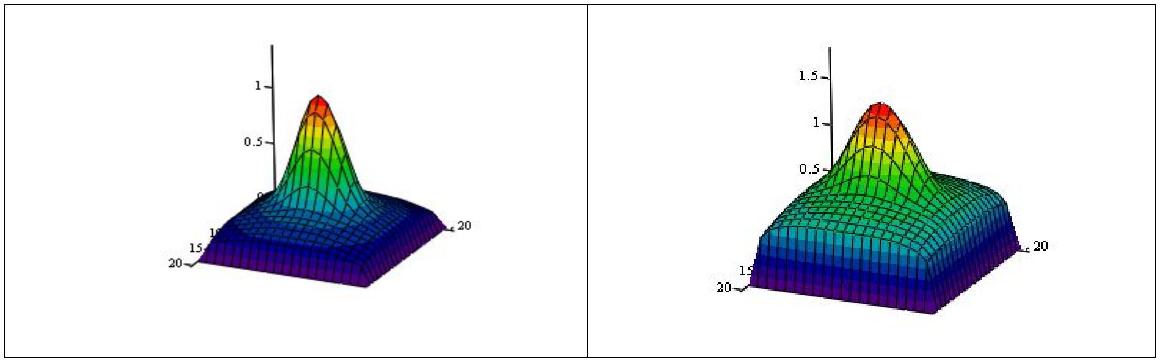
$$Lu\equiv -u_t+\frac{\partial}{\partial x}\left(K(t)u^{\sigma}\frac{\partial u}{\partial x}\right)-div(C(t)u)+\varepsilon\ \gamma(t,x)u^{\beta}=0$$

$$u(0,x)=\psi\left(x\right)\geq 0,$$

$$\begin{cases} u(t,0)=\varphi_1(t)>0 \\ u(t,b)=\varphi_2(t)=0 \end{cases}$$

бошланғич ва чегаравий шартлар асосида сонли натижалар олинган:

$N=20,\ M=20, K=20,$ $T=0,\ \beta=0.2,\ \sigma=0.5$	$N=20,\ M=20, K=20,$ $T=0.15,\ \beta=0.2,\ \sigma=0.5$
	
$N=20,\ M=20, K=20,$ $T=0.5,\ \beta=0.2,\ \sigma=0.5$	$N=20,\ M=20, K=20,$ $T=1,\ \beta=0.2,\ \sigma=0.5$



2-Расм: Вақтнинг турли қийматларида филтрация тўлқинларининг холатлари

3-боб “Фильтрация мдели учун кросс-системалар” ўзгарувчан зичлик ва ютилиши таъсиридаги кросс-системалар учун Коши масаланинг сифат хоссаларини ўрганишга бағишланган. Бундай масалалар битта тенглама учун ғовак муҳитда зичлик кўрсаткичининг ортишига қараб кўплаб олимлар Дж. Васкес, В. Галактионов, Р. Кинг, Х. Чавес, У. Егер, С. Лакхаус, М. Эскобедо, М. А. Эрреро ва бошқалар томонидан ўрганилган.

3.1 параграфда $Q=\{(t,x): t>0, x\in R^N\}$ соҳада бир жинсли бўлмаган муҳитда кросс-диффизия ходисасини ифодаловни қуйидаги системанинг хусусиятлари тадқиқ қилинади:

$$\begin{aligned} &|x|^{-l}\frac{\partial u}{\partial t}=div\left(k_1(t)\,|x|^n\, v^{m_1-1}\left|\nabla u^k\right|^{p-2}\nabla u\right)\\ &|x|^{-l}\frac{\partial u}{\partial t}=div\left(k_1(t)\,|x|^n\, u^{m_2-1}\left|\nabla v^k\right|^{p-2}\nabla v\right)\end{aligned} \qquad (20)$$

$$u(0,x)=u_0(x)\ge 0, \qquad v(0,x)=v_0(x)\ge 0,\ x\in R^N \qquad (21)$$

бунда $k\ge 1, n, p, m_i, i=1,2$ - берилган мусбат қийматлар, $\nabla(.)-\underset{x}{grad}(.)$, $u_0(x),\ v_0(x)\ge 0,$ -функциялар $x\in R^N$. Бу система қатор физик жараёнлар шу жумладан коэфициенти вақтга боғлиқ бўлган ва ўзгарувчан зичликка эга бўлган икки компонентали ночизиқли муҳитда политропик фильтрация, кросс диффузия, иссиқлиқ ўтказувчанлик, биологик популяция жараёнларини тасвирлайди. Хусусан $(k_1=1, k=1, p=2, l=0)$ ҳол кўплаб илмий ишларда ўрганилган.

(20) система соҳада $u=v=0$ бўлганда бузилувчан ва бузилиш соҳасида классик ечимга эга бўлмаслиги мумкин. Шунинг учун (20) системанинг қуйидаги физик хусусиятларга эга умумлашган ечими ўрганилади: $0\le u,v\in C(Q)$ ва $k_1(t)\,|x|^l\, v^{m_1-1}\left|\nabla u^k\right|^{p-2}\nabla u,\ k_1(t)\,|x|^l\, u^{m_2-1}\left|\nabla v^k\right|^{p-2}\nabla v\in C(Q)$ қуйидаги интеграл тенгликни қаноатлантиради

$$\begin{aligned} &\int_0^t\int_\Omega [|x|^{-l}u\frac{\partial\psi}{\partial t}+k_1(t)|x|^n\, v^{m_1-1}\left|\nabla u\right|^{p-2}\nabla u\nabla\psi-\int_\Omega \psi u_0]dxdt=0\\ &\int_0^t\int_\Omega [|x|^{-l}v\frac{\partial\psi}{\partial t}+k_1(t)|x|^n\, u^{m_2-1}\left|\nabla v\right|^{p-2}\nabla v\nabla\psi-\int_\Omega \psi u_0]dxdt=0\end{aligned} \qquad (22)$$

Бунда $\psi(t,x)$ - компакт юритувчи сифатидаги силлик функция.

p>n ҳолини кўриб чиқамиз. Бу холда қуйидаги белгилашларни амалга ошириш орқали $w(t,x)=f(\xi),\ z(t,x)=\psi(\xi)$,

$$\xi=\varphi(|x|)(T+\tau(t))^{-1/p},\ T\geq 0,\ \varphi(|x|)=\frac{p-n}{p}|x|^{\frac{p}{p-n}},\ n<p,\ \tau(t)=\int_0^t k_1(x)dx$$

$f(\xi),\psi(\xi)$,- учун автомодел системаларга эга бўламиз

$$\begin{aligned}&\xi^{1-S}\frac{d}{d\xi}\left(\xi^{S-1}\psi^{m_1-1}\left|\frac{df^k}{d\xi}\right|^{p-2}\frac{df}{d\xi}\right)+\frac{\xi}{p}\frac{df}{d\xi}=0,\\&\xi^{1-S}\frac{d}{d\xi}\left(\xi^{S-1}f^{m_2-1}\left|\frac{d\psi^k}{d\xi}\right|^{p-2}\frac{d\psi}{d\xi}\right)+\frac{\xi}{p}\frac{d\psi}{d\xi}=0\end{aligned}\tag{23}$$

$$s=\frac{p(N-l))}{p-(n+l)},\ \ p-(n+l)>0,\ N-l>0$$

Қуйидаги функцияларни қараймиз:

$$u_+(t,x)=\overline{f}(\xi),\ \overline{f}(\xi)=A\left(a-\xi^{\gamma}\right)_+^{\gamma_1},$$

$$v_+(t,x)=\overline{\psi}(\xi),\ \overline{\psi}(\xi)=B\left(a-\xi^{\gamma}\right)_+^{\gamma_2},$$

$$\xi=\frac{\varphi(|x|)}{[T+\tau(t)]^{1/p}},\ \ \gamma_i=\frac{(p-1)[k(p-2)-(m_i-1)]}{q},$$

$$i=1,2,\ q=[k(p-2)]^2-(m_1-1)(m_2-1)$$

4-Теорема. Фараз қилайлик $\gamma_1>0,\ \gamma_2>0$, p>n+l, $\tau(\infty)<\infty$ бўлсин, у холда (20) – (21) системанинг ечими

$$A^{p-2}B^{m_1-1}\leq 1/p(\gamma\gamma_1)^{p-1},\ A^{m_2-1}B^{p-2}\leq 1/p(\gamma\gamma_2)^{p-1}\tag{24}$$

$$u_0(x)\leq u_+(0,x),\ v_0(x)\leq v_+(0,x),\ x\in R^N$$

ўринли бўлганда фазовий локализация хусусиятига эга бўлади.

Теорема5. Агар $\gamma_1>0,\ \gamma_2>0$, *p>n+l* бўлса у холда (23) тенгламанинг ечими $\eta\to\infty$ $(\eta=-\ln(a-\xi^{p/(p-1)})$ да қуйидаги ассимптотик кўринишга эга бўлади:

$$\begin{aligned}&f(\xi)=A\tilde{f}(\xi)(1+o(1)),\\&\psi(\xi)=B\tilde{\psi}(\xi)(1+o(1))\end{aligned}\tag{25}$$

Бунда A, B- коэффициентлар қуйидаги алгебраик тенгламалар ечими.

$$\begin{aligned}&A^{p-2}B^{m_1-1}=1/p(\gamma\gamma_1)^{p-1}\\&A^{m_2-1}B^{p-2}=1/p(\gamma\gamma_2)^{p-1}\end{aligned}\tag{26}$$

6-Теорема. $\gamma_i < 0,\ s+\gamma\gamma_i < 0,\ i=1,2$, $p>n+l$ бўлсин, у холда (23) тенгламанинг ечими $\eta\to\infty$ $(\eta=\ln(a+\xi^{p/(p-1)})$ да қуйилаги ассимптотик кўринишга эга бўлади.

$$\begin{aligned} f(\xi) &= A_3\left(a+\xi^{\gamma}\right)^{\gamma_1}(1+o(1)),\\ \psi(\xi) &= A_4\left(a+\xi^{\gamma}\right)^{\gamma_2}(1+o(1)) \end{aligned} \tag{27}$$

бунда $A_i>0,\ i=1,2$ - коэффициентлар қуйидаги алгебраик тенгламалар ечими

$$\begin{aligned} A_3^{\,p-2}A_4^{\,m_1-1} &= [-1/\gamma^{p-1}p(s+\gamma\gamma_1)+b_1](|\gamma\gamma_1|)^{2-p}\\ A_3^{\,m_2-1}A_4^{\,p-2} &= [-1/\gamma^{p-1}p(s+\gamma\gamma_2)+b_2](|\gamma\gamma_2|)^{2-p} \end{aligned} \tag{28}$$

§3.2 да ўзгарувчан зичлик ва ютилиш таъсиридаги кросс-системаларнинг ТТТЧ ва ечимлар локализацияси хусусиятлари қаралади:

$$\begin{aligned} L_1(u,v) &= -|x|^{-l}\frac{\partial u}{\partial t}+div\left(k_1(t)|x|^n v^{m_1-1}\left|\nabla u^k\right|^{p-2}\nabla u\right)-|x|^{-l}\gamma_1(t)u=0\\ L_2(u,v) &= -|x|^{-l}\frac{\partial v}{\partial t}+div\left(k_1(t)|x|^n u^{m_2-1}\left|\nabla v^k\right|^{p-2}\nabla v\right)-|x|^{-l}\gamma_2(t)v=0 \end{aligned} \tag{29}$$

$$u(0,x)=u_0(x)\ge 0, v(0,x)=v_0(x)\ge 0,\ x\in R^N, \tag{30}$$

бунда $k\ge 1, n, l, p, m_i, i=1,2$ - муҳитнинг чизиқсизлигини кўрсатувчи сонли параметрлар, $\nabla(.)-\underset{x}{grad}(.)$, $u_0(x),\ v_0(x)\ge 0$ - функциялар $x\in R^N$, $0<\gamma_i(\mathrm{t})\in C(0,\infty),\ i=1,2$.

(29) система қатор физик жараёнлар тўпламини ифодалайди, жумладан чизиқсиз муҳитдаги суюқлик ва газларнинг политрофик фильтрацияси, ўзаро реакция-диффузия жараёнлари, иссиқлик тарқалишида $\gamma_1(t)u$, $\gamma_2(t)v$ ютилиш кучини инобатга олган ҳолати хисобланади. (29) - (30)-масаланинг турли хусусий ҳоллари кўплаб илмий-тадқиқот ишларида кўрилган. Хусусан Коши масаласи учун ечим баҳолари олинган.

7-Теорема. Фараз қилайлик $\gamma_i>0,\ p\ge 2,\ i=1..2,\ q>0,\ n+l<p$

$$\begin{aligned} A^{k(p-2)}B^{m_1-1} &\le 1/p\left(\gamma k\gamma_1\right)^{p-1},\\ A^{m_2-1}B^{k(p-2)} &\le 1/p\left(\gamma k\gamma_2\right)^{p-1} \end{aligned},$$

$$u(0,x)\le u_+(0,x),\ v(0,x)\le v_+\left(0,x\right), x\in R^N,$$

$$\tau(t)=\int_0^t k_1(\eta)\bar v^{m_1-1}(\eta)\bar u^{p-2}(\eta)d\eta=\int_0^t k_1(\eta)\bar u^{m_2-1}(\eta)\bar v^{p-2}(\eta)d\eta<\infty,\forall t>0 \text{ бўлсин}$$

бунда $\bar u(t)=\exp(-\int_0^t\gamma_1(\eta)d\eta,\ \bar v(t)=\exp(-\int_0^t\gamma_2(\eta)d\eta$

у холда (2 9), (30) масаланинг ечимлари фазовий локализация хусусиятига эга бўлади ёки чекли тўлқин тарқалиши кузатилади.

8-теорема. Агар $n+l=p$ ва 4-теорема шартлари бажарилса, $u(0,x)\le u_1(0,x),\ v(0,x)\le v_1\left(0,x\right), x\in R^N\setminus\{0\}$ бўлганда (29), (30) масаланинг ечими учун $u(t,x)\le u_1(t,x),\ v(t,x)\le v_1\left(t,x\right), t>0, x\in R^N\setminus\{0\}$
баҳо ўринли ва бунда,

$$u_1(t,x)=A\overline{u}(t)\overline{f}(\xi),\ v_1\left(t,x\right)=B\overline{v}(t)\overline{\psi}(\xi),\ \ \xi=\ln(|x|)[\tau(t)]^{-1/p},$$

A,B - ўзгармаслар ва $\overline{u}(t),\overline{v}(t),\overline{f}(\xi),\ \overline{\psi}(\xi)$ -функциялар юқорида аниқланган.

9-Теорема. $\gamma_1>0,\ \gamma_2>0$ бўлсин ва у ҳолда (23) тенгламанинг ечими учун қуйидаги ассимптотика ўринли бўлади

$$\eta\to\infty\ \ (\eta=-\ln(a-\xi^{p/(p-1)})$$

$$f(\xi)=A\tilde{f}(\xi)(1+o(1)),\ \psi(\xi)=B\tilde{\psi}(\xi)(1+o(1)) \tag{31}$$

Бунда $A,B-$ қуйидаги алгебраик тенгламалар системасининг ечимлари

$$A^{p-2}\,B^{m_1-1}=1/\,p(\gamma\gamma_1)^{p-1},\ A^{m_2-1}\,B^{p-2}=1/\,p(\gamma\gamma_2)^{p-1} \tag{32}$$

§3.3 да сонли ҳисоблаш схемалари ва усуллари ҳамда натижаларни таҳлил қилишнинг сонли тажрибалари келтирилган. Қўйилган масала ўзгарувчан йўналишларнинг ошкормас схемаси (бўйлама-кўндаланг схема) ёрдамида аппроксимация қилинади. Дифференциал тенгламалар системасини ечиш учун итерация усулидан фойдаланилади.

Боб оҳирида қаралаётган масаланинг сонли ечиш усуллари келтирилган. Икки карра ночизиқли реакция-диффузия жараёнларининг математик моделини сонли ечиш учун бундай масалаларни ечиш учун хос бўлган Самарский-Соболь схемасининг такомиллаштирилган шаклидан фойдаланилди: Бошланғич ва чегаравий шартлар қуйидагича олинади

$$\begin{cases} y_{i,j}^{0}=u_0\left(x\right), & x\in\overline{\omega}_h,\\ y_{i,j}^{k+1}=\varphi^{k+1}, & \text{агар } j=0 \text{ ва } j=n_2,\\ y_{i,j}^{k+1/2}=\overline{\varphi}^{k+1/2}, & \text{агар } \mathrm{i}=0 \text{ ва } i=n_1, \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{y_{i,j}^{k+1/2}-y_{i,j}^{k}}{0.5\cdot\tau}=\Lambda_1 y^{k+1/2}+\Lambda_2 y^{k}-v^{k}\,\dfrac{y_{i+1,j}^{k+1/2}-y_{i,j}^{k+1/2}}{h_1}-v^{k}\,\dfrac{y_{i,j+1}^{k}-y_{i,j}^{k}}{h_2}+\\ \qquad\qquad +\varepsilon\gamma\left(t_{k+1/2}\right)\left(y_{i,j}^{k+1/2}\right)^{\beta},\\ \dfrac{y_{i,j}^{k+1}-y_{i,j}^{k+1/2}}{0.5\cdot\tau}=\Lambda_1 y^{k+1/2}+\Lambda_2 y^{k+1}-v^{k+1/2}\,\dfrac{y_{i+1,j}^{k+1/2}-y_{i,j}^{k+1/2}}{h_1}-v^{k+1/2}\,\dfrac{y_{i,j+1}^{k+1}-y_{i,j}^{k+1}}{h_2}+\\ \qquad\qquad +\varepsilon\gamma\left(t_{k+1}\right)\left(y_{i,j}^{k+1}\right)^{\beta}. \end{cases}$$

бу ерда $\overline{\varphi}=\dfrac{1}{2}\left(\varphi^{k+1}+\varphi^{k}\right)-\dfrac{\tau}{4}\Lambda_2\left(\varphi^{k+1}-\varphi^{k}\right).$

$$\Lambda_1 y^{k+1/2} = \frac{1}{2^{m+1}h_1^2}\Big[\left(\left|x_{i+1,j}\right|\right)^n \left(y_{i+1,j}^k + y_{i,j}^k\right)^{m-1}\left|y_{i+1,j}^k + y_{i,j}^k\right|^{p-2}\ \left(y_{i+1,j}^{k+1/2} - y_{i,j}^{k+1/2}\right) -$$

$$-\left(\left|x_{i,j}\right|\right)^n \left(y_{i,j}^k + y_{i-1,j}^k\right)^{m-1}\left|y_{i,j}^k + y_{i-1,j}^k\right|^{p-2}\ \left(y_{i,j}^{k+1/2} - y_{i-1,j}^{k+1/2}\right)\Big],$$

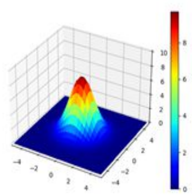
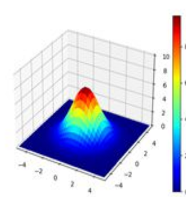
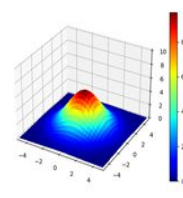
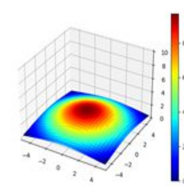
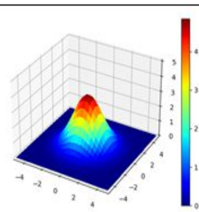
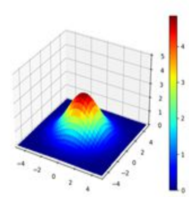
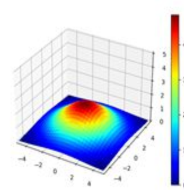
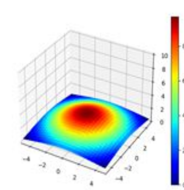
$$\Lambda_2 y^{k} = \frac{1}{2^{m+1}h_2^2}\Big[\left(\left|x_{i,j+1}\right|\right)^n \left(y_{i,j+1}^k + y_{i,j}^k\right)^{m-1}\left|y_{i,j+1}^k + y_{i,j}^k\right|^{p-2}\ \left(y_{i,j+1}^{k} - y_{i,j}^{k}\right) -$$

$$-\left(\left|x_{i,j}\right|\right)^n \left(y_{i,j}^k + y_{i,j-1}^k\right)^{m-1}\left|y_{i,j}^k + y_{i,j-1}^k\right|^{p-2}\ \left(y_{i,j}^{k} - y_{i,j-1}^{k}\right)\Big],$$

$$i, j = 1, 2, ..., n_\alpha - 1, \qquad \alpha = 1, 2.$$

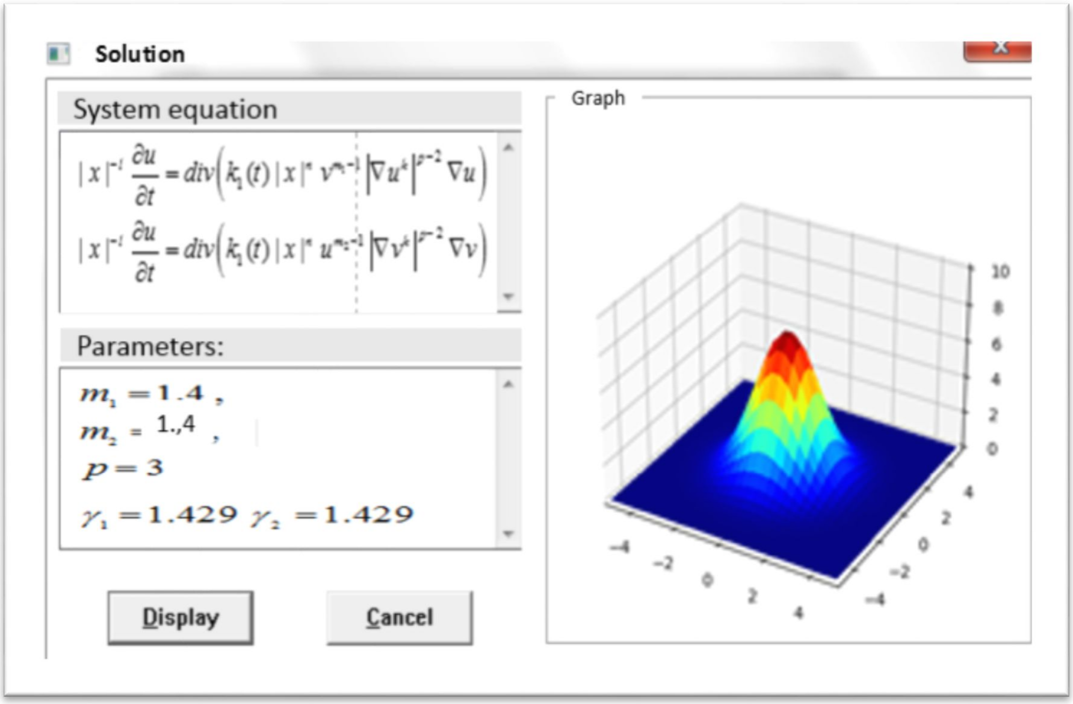
$$\bar{\varphi} = \frac{1}{2}\left(\varphi^{k+1} + \varphi^k\right) - \frac{\tau}{4}\Lambda_2\left(\varphi^{k+1} - \varphi^k\right).$$

Ҳисоблаш тажрибалари натижалари шуни кўрсатадики, барча итератив усуллар қурилган схемага мос келади. Таклиф этилган бошланғич яқинлашиш тўғри танланганлиги сабабли сонли натижаларнинг тез яқинлашишига эришилади.

Параметрлар	$t=1$	$t=20$	$t=30$	$t=40$
$m_1 = 1.4$, $m_2 = 1.4$, $p = 3$, $\gamma_1 = 1.429$, $\gamma_2 = 1.429$				
$m_1 = 0.2$, $m_2 = 0.2$, $p = 3.8$, $\gamma_1 = 2.8$, $\gamma_2 = 2.8$				

3-расм: Кросс-система ечимларининг параметрларга хос визуализацияси

Таклиф қилинган усулларнинг барча ҳолатларида итерациялар орасидаги фарқ ўртача 10^{-3} аниқликда 3 қадамдан ошмайди. Юқоридаги рақамлардан кўриниб турибдики, сонли ҳисоблаш натижалари тўлқин тарқалиш тезлиги, ечимларнинг фазовий локализацияси ҳодисасидан иборат. Сонли тажрибалар натижалари ечимнинг яхши бошланғич яқинлашиши туфайли кўриб чиқилаётган масалани ечиш учун ошкормас сонли схемадан фойдаланиш яхши натижалар беришини кўрсатди.



Расм4: *Натижалар визуализацияси дастури*

ХУЛОСА

Диссертация иши ночизиқли муҳитда политропик фильтрация, иссиқлик ўтказувчанлик, диффузия жараёнларини математик моделларни даражали ночизиқли ҳолатларини чизиқсиз ажратиш усули ёрдамида тадқиқ қилишга бағишланган. Тадқиқот иши шуни кўрсатадики, даражали ночизиқликка эга квазичизиқли параболик тенгламалар автомодель ечимлари учун энг самарали усул бу-чизиқсиз ажратиш усулидир.

Олинган натижалар қуйидаги шаклларда тасвирланиши мумкин:

1. Коши масаласи ечимларининг баҳолари ва эркин чегараларининг муҳитнинг параметрларига ва тенгламанинг ўлчамига боғлиқлиги аниқланди.

2. Зельдович-Компонейц-Баренблатт-Паттл туридаги ечимлар қуриш асосида ночизиқ параболик тенгламалар коэффицентларининг вақтга боғлиқ қийматларида фазовий локализация ҳодисаси кашф қилинди.

3. Икки карра ночизиқликка эга бузилувчан турдаги параболик тенгламаларнинг Коши масаласи учун ютилиш ёки манба коэффициенти вақтга боғлиқ бўлганда Фужита туридаги глобал ечимларининг шарти олинди. Мазкур хусусиятлар асосида фазовий локализация ва фронт хоссалари аниқланади.

4. Конвектив кўчиш тезлиги вақтга боғлиқ холатда ёки чизиқсиз диффузия коэффициенти вақтга боғлиқ функцияни ўз ичига олган тенглама шаклида бўлган ҳолатлар учун фазовий локализациянинг мавжудлиги исботланди. Шунингдек тўлқин шаклидаги ечимларнинг фазовий локаллашиши тадқиқ қилинди.

5. Эталон тенгламалар усули ёрдамида қийматларнинг критик параметрларини аниқлаш усуллари яратилди.

6. Тузилма мураккаб шаклга эга бўлганида бошлангич яқинлашишни муваффақиятли танлашда чизиқсиз ажратиш алгоритмининг самаралилиги исботланди.

7. Ўзгарувчан зичликка эга ютилиш иштирокидаги кросс-системаларнинг умумлашган ечимлари учун автомодел таҳлиллар ўтказилди. Чекли тарқалиш тезлиги ходисаси, фазовий локализация, автомодел ечимларнинг ассимптотик хусусиятлари аниқланди.

8. Ечимларнинг фронт чегараларини бахолаш асосида қўйилган масаланинг сонли схемалари, ечиш усули ва алгоритмлари ҳамда Python дастурлаш тилида дастури яратилди.

9. Тенглама бошланғич параметрларига киритилган қийматларга қараб хоссалар ечимларини сифатли ўрганиш асосида янги ночизиқли ҳодисаларни сақлайдиган қониқарли натижаларни олиш мумкинлиги кўрсатилган. Бу ерда бошланғич қийматлар сифатида чизиқсиз ажратиш ва эталон тенгламалар усули ёрдамида ҳосил қилинган функциялар қўлланилади.

SCIENTIFIC COUNCIL AWARDING SCIENTIFIC DEGREES DSc.03/30.12.2019.FM.01.02 UNDER THE NATIONAL UNIVERSITY OF UZBEKISTAN

NATIONAL UNIVERSITY OF UZBEKISTAN

Khojimurodova Madinakhon Bakhromovna

NUMERICAL MODELING OF NONLINEAR FILTRATION PROCESSES UNDER THE INFLUENCE OF INFILTRATION OR EVAPORATION AND CONVECTIVE TRANSFER IN INHOMOGENEOUS MEDIA

05.01.07-Mathematical modeling. Numerical methods and software applications

ABSTRACT OF DISSERTATION OF THE DOCTOR OF PHILOSOPHY (PhD) ON PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

TASHKENT-2020

The theme of dissertation of doctor of philosophy (PhD) on physical and mathematical sciences was registered at the Supreme Attestation Commission at the Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan under number B2018.2.PhD/FM268.

Dissertation has been prepared at the National University of Uzbekistan.

The abstract of the dissertation is posted in three languages (Uzbek, English, Russian (resume)) on the website (www.ik-fizmat.nuu.uz) and the "Ziyonet" Information and educational portal (www.ziyonet.uz).

Scientific supervisor:	**Aripov Mersiad Mirsiddikovich** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor
Official opponents:	**Normurodov Chori Begaliyevich** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor
	Nazirova Elmira Shodmonovna Doctor of technical Sciences
Leading organization:	**Samarkand State University**

The defense will take place "--" 2020 on 27 august, 14:00 at the meeting of Scientific Council number DSc.03/30.12.2019.FM.01.02 at National University of Uzbekistan (Address: University str. 4, Almazar area, Tashkent, 100174, Uzbekistan, Ph.: (+99871) 227-12-24, fax: (+99871) 246-53-21, e-mail: nauka@nuu.uz).

Dissertation is possible to review in Information-resource centre at National University of Uzbekistan (is registered № 63) (Address University str. 4, Almazar area, Tashkent, 100174, Uzbekistan, Ph.: (+99871) 246-02-24).

Abstract of dissertation sent out on "20" august 2020 year
(Mailing report No. 19 on "06" august 2020 year)

A.R. Marakhimov
Chairman of scientific council
on award of scientific degrees,
D.T.S., professor

Z.R. Rakhmonov
Scientific secretary of scientific council
on award of scientific degrees, D.F.-M.S.

B.F. Abdurakhimov
Deputy Chairman of the Scientific Seminar
Scientific council on award of scientific
degrees, D.F.-M.S., professor

INTRODUCTION

Relevance and necessity of the thesis topic. It is known that the study of nonlinear processes is an inexhaustible source of new problems, which leads to the implementation of new methods in the field of mathematical analysis on a global scale, nonlinear problems based on partial differential equations. The success of new methods of modern analysis allows mathematics to give a strong answer to important questions of the nonlinear world. The study of linear mathematical models of physical processes, general methods of partial development of their solution are suitable for the study of linear differential equations. However, in practice, the most real-physical problems are nonlinear, and the use of nonlinear mathematical models for an accurate description of such processes, the creation of numerical algorithms for solving and a complex of applications remains one of the important problems.

Nowadays, a number of fundamental problems in the world are explained by the mathematical modeling of nonlinear processes, the improvement of methods and means of visualization, the introduction into the practice of significant results of two-dimensional nonlinear filtration, reaction-diffusion solutions. In particular, the development of methods for visualizing the results of the study of nonlinear models based on the study and implementation of the qualitative characteristics of solutions of two-dimensional nonlinear equations; creation of special programs in order to help in the study of nonlinear processes; creation of a technology for conducting an experimental process, development of a computerized system for determining the method of controlling the evolutionary process in time, the characteristics of which depend on the dynamic change in parameters. Scientific researches carried out mentioned above in this direction explains the relevance of the topic of this dissertation.

In our country, major attention is paid to important areas of applied mathematics that have scientific and practical applications in the fundamental sciences, in particular, the implementation of results obtained using mathematical modeling and approximate methods of nonlinear processes is one of the important tasks. To date, the main tasks and directions of activities for conducting scientific research at the level of international standards in the priority areas of the disciplines "Mathematical physics, applied mathematics and mathematical modeling" have been identified[2].

In ensuring the implementation of this resolution, it is of great importance to improve methods for modeling filtration, reaction-diffusion processes, and to determine the qualitative characteristics of solutions. Attention has been paid in our country to the current trends in applied mathematics, which have a scientific and practical application of fundamental sciences, in particular, the announcement of the 2020 year by the President as the "Year of Science, Enlightenment and Digital Economy" demonstrate the importance of scientific research in the country in Republican level, especially the automation of processes and the use of digital

---

[2] Resolution of the Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan dated May 18, 207 No. 292 "On the organization of the activities of scientific research institutions of the Academy of Sciences"

methods. One of the important tasks in this regard is the extensive implementation of targeted research results, including mathematical modeling of non-linear processes and obtained by means of approximate methods.

Therefore, the following important government decisions have been adopted. Defining priorities for the systemic reform of higher education in the Republic of Uzbekistan, raising the process of training highly qualified personnel with modern knowledge and high moral qualities, modernization of higher education, development of social and economic sectors based on advanced educational technologies Decree of the President of the Republic of Uzbekistan dated October 8, 2019 on approval of the Concept of development of the higher education system of the Republic of Uzbekistan until 2030; Presidential Decries of the Republic of Uzbekistan dated February 7, 2017, PD-4947 "On the action strategy for further development of the Republic of Uzbekistan"; February 17, 2017, PD-2789 "On measures to further improve the activities, organization, management and funding of research activities of the Academy of Sciences"; April 20, 2017, PD-2909 "On measures to further develop the system of higher education" and April 27, 2018, PD-3682 "On measures to further improve the system of implementation of innovative ideas, technologies and projects", the speech of the Republic of Uzbekistan Sh. Mirziyoyev on may 24, 2019 at the National University of Uzbekistan on the meeting with representatives of the field of education and science, as well as other normative-legal acts related to this activity, serves to a certain extent in the implementation of the tasks set out in this dissertation research.

The research is related to the priority areas of development of science and technology in the Republic. This research was carried out in the scope of the IV priority direction of development of science and technologies of the Republic - "Mathematics, mechanics and computer science".

Level of study of the problem. New properties of nonlinear mathematical models such as the study of finite speed perturbation distribution and other phenomena were originally developed for the nonlinear filtration process by I.Barenblatt, for nonlinear heat conductivity B.Zeldovich, A.S.Kompaneys and for reaction-diffusion by Pattle was studied independently of each other. Later, these mathematical issues and dealing with nonlinear problems began to be studied regularly by scientists of the world. Well-known mathematicians A.A.Samarsky, O.A.Oleynik, A.S.Kalashnikov, Friedman A. H. Vasques, B.Knerr, and his apprentices, as well as many other well-known world mathematicians, are being studied in their work.

Solving non-linear boundary problems always presents significant challenges, while solving them in an analytical way is only possible in some special cases while identifying new features of solutions requires a complex research approach. Therefore, in the study of the properties of solutions, various specific and approximate methods are used. In the works of A.A. Samarskii, V.A.Galaktionov, A.S.Kalashnikov, L.K. Martinson, R. Kershner, G.I.Barenblatt, B.F.Knerr, Chen Xinfu, Y.W Qi, Jong-Sheng Guo, Kombe Ismail, Kusano Takasi, Tomoyuki Tanigava, S.N.Dimova. The mathematical theory of the study of nonlinear parabolic problems developed by A.N. Kolmogorov, I.G. Petrovskii, N.S. Piskunov, O.A. Oleynik, A.S. Kalashnikov, A. A. Samarskii, V. A. Galaktionov, S. P. Kurdyumov, A. P. Mikhailov, Barenblatt, G. I., Zeldovich, B Zh. L.Lions, A.A. Samarskii, S.P. Kurdyumov, A.M. Mikhaylov, V.A. Galaktionov, R. Kershner A.F. Tedeev, M. Agueh, A. Blanchet, J. A. Carrillo, A. F. Tedeev, A. Khozanov, A. Friedman, P.E. Souganidis, A. Gmira, L. Veron, Lacey, A. Friedman, B. McLeod. C. Mu and R. Zeng, Zhou, Y. Li, and Y. Wang, C. V. Pao, D. G. Aronson, and L. Caffarelli, V. Antonce V., Herrero, W.B. Deng, C. Gui, X. Kang, C. L. Mu, L.Debnath, F.C. Li, C.H. Xie, G. Reyes, A. S.Anchez, Gazzola F., Squassina M., H. Zhan, H.L. Li, M.X.Wang, L.L. Du, S.A. Messaoudi, Vitillaro E., M. Chunlai, H. Xuegang, L. Yuhuan, C. Zejian, Raúl Ferreira and others.

Nowadays scientists from the Republic A. Begmatov, M.Aripov, B. Khujayarov, A.T. Haydarov, Sh.A.Sadullaeva, F. Kabiljanova, Z. Rahmonov, A.Matyakubov, D.Mukhammadieva, and in other's works in the Republic have shown that a very important role played by the self-similar solutions corresponding to certain values of the parameters. Therefore, studying nonlinear parabolic-type boundary problems describing various processes based on a self-similar and approximately self-similar approach is the highest importance. As a result, will be obtained conditions for different quality properties and new phenomenons.

The relevance of the dissertation research to the plans of the research work of the higher educational institution where the dissertation was carried out. The research is carried out in the scope of the following scientific-applied projects:

1. «F-4-30- Investigation of the properties of the double nonlinear cross system under the influence of convective transfer, variable density, source or absorption», National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek.
2. «MRU-OT-81/2017-Mathematical modeling of a thermo-dynamically consistent mathematical model of two-phase media in a dissipative approximation with cross-effects» National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek.

The goal of the work – Analytical-numerical study of the development and evolution of filtration structures in the described environment for equations and systems of nonlinear filtration (heat conductivity, diffusion), in which the coefficient depends on variable density and time. Besides the development and testing of effective numerical schemes, methods of calculating computational algorithms for software application for classes of issues of the type under study.

Objectives of the research:

- To investigate the new nonlinear properties of physical processes (filtration, heat conductivity, diffusion) described by nonlinear degenerate parabolic equations with time-dependent coefficient;

- Obtaining evaluations and identifying asymptotics of self-similar solutions of double nonlinear degenerate parabolic equations with time-dependent coefficients;

- To investigate the external impacts on problem solutions, including to prove the occurrence of the new effects in processes described by degenerate double-nonlinear parabolic equations with variable density, absorption or source in a one or two-component environment;

- To study of new properties of the problem of filtration of liquids and gases, heat diffusion represented by parabolic type cross-systems;
- To develop numerical methods, computational algorithms and creating software application to solve the studied nonlinear processes on the computer and for visualization of solutions.

The object of research - are nonlinear filtration, heat conductivity, diffusion processes described degenerate parabolic equations with power nonlinearity.

The subject of study – Study and numerical-analitical research of the qualitative properties of solutions of a double nonlinear degenerate parabolic equation with the power non-linearity and variable density coefficient of the filtration process, which depends on time based on convective transfer, with absorption or source.

Research methods. On the research was used the nonlinear splitting algorithm, comparison theorems of solutions, methods for constructing self-similar and approximately self-similar solutions, numerical iteration methods, sweep method and the method of variable directions.

The scientific novelty of the thesis are as follows:

- For a nonlinear filtration (heat) model represented by degenerate parabolic equations with double nonlinearity, self-similar and approximate self-similar solutions which is obtained using the nonlinear splitting algorithm and localized filtration (heat) structures were formed based on.
- Developed localized structures for nonlinear models of filtration heat conductivity process;
- Obtained estimates of the solutions and a free boundary, the global solvability of the Cauchy problem for the nonlinear filtration, heat conductivity equation with strong absorption, or a source in divergent form.
- Developed numerical schemas, built algorithms and created software for numerically solving problem of filtration equation with strong absorption, or a source in divergent form.
- Numerical research of nonlinear filtration process using nonlinear phenomena based on the established estimates of solutions and fronts (free boundary)

The practical value of the study - is of theoretical importance. The results obtained were used in scientific research of specialists dealing with the theory of distribution in nonlinear systems, in the numerical solution of models suitable for solving abstract, internal, and boundary value problems.

The reliability of the research results is based on the consistancy of mathematical reasoning and proofs, the use of methods of mathematical physics in the theory of nonlinear problems, the initial results obtained by the nonlinear separation method are proportional to the results of computer modeling, comparing the problem with a specific solution and the result obtained.

Scientific and practical significance of research results. It consists of the development of the theoretical foundations for the class of mathematical modeling of double nonlinear parabolic equations, where the heat coefficient depends on the time. The results obtained in the thesis can be used to study mathematical models of nonlinear heat, filtration, and diffusion, biological population, and spread of viruses. The obtained conditions under which there are the nonlinear propagation effects over a finite time, localization solutions can be used to solve other nonlinear problems of mathematical physics.

Implementation of research results:
Based on implementation of self-similar solutions assimptotics on evaluations of upper solutions for the nonlinear filtration problem on influence the infiltration

- Implemented on fonding assimptotics of the self-similar solutions to the problem of nonlinear filtration under the influence of infiltration in the project "YOOT-Ftekh-2018-149 - Mathematical modeling of nonlinear filtration processes in two-component media described by nonlinear boundary conditions" at the National University of Uzbekistan (reference of the Ministry of Higher and Secondary Special Education of the Republic of Uzbekistan dated July 6, 2020 No 89-03-2436). Enhancing of scientific results made it possible to construct an iterative process and visualize the final results for solving the problem of polytropic filtration taking into account the non-local boundary conditions.

- From the method of constructing upper solutions for nonlinear systems is used in the project "BV-Ateh-2018-9 (2018-2020) - Development of models, distributed computing algorithms and software for solving problems of protecting the atmosphere and water resources from technogenic factors" implemented at the Research and Innovation Center of Tashkent University of Information Technologies (reference of the Ministry of Communications and Information of the Republic of Uzbekistan dated July 11, 2020 No. 89-03-2741). The implementation of scientific results has made it possible to find the conditions under which solutions become global solvability of problem in polytropic filtration, given the non-local boundary conditions.

Approbation of the work. The main results were presented in at 15 scientific and practical conferences, including 11 international and 4 national.

Publication of results. The main results of the thesis were published in the form of scientific articles, conference proceedings. Totally 21 scientific papers have been published on the topic of the dissertation, including 5 scientific articles, including 2 in foreign and 3 in national journals recommended by the Higher Attestation Commission of the Republic of Uzbekistan in the scope of doctoral dissertation and received certificate for authorization of software application.

The structure and scope of the thesis. The dissertation consists of an introduction, 3 chapters, a conclusion, a list of references, and appendices. The volume of the dissertation is 112 pages.

THE MAIN CONTENT OF THE DISSERTATION

In introduction justified the relevance and necessity of the topic of the thesis, the relevance of the study to the priority areas of development of science and technology of the Republic is indicated, given the level of study of the problem, describes the goal, tasks, object, and subject of the study, described scientific innovation and practical results of the study, revealed the theoretical and practical significance of the results obtained, presented information on the implementation of the research results, published papers and structure of the dissertation.

This thesis studied following equation in overall meaning.

$$Lu \equiv |x^l| \frac{\partial u}{\partial t} - \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\partial}{\partial x_i}((k_1(t,x)u^{m-1} \left| \frac{\partial u^k}{\partial x_i} \right|^{p-2} \frac{\partial u}{\partial x_i}) + \frac{\partial}{\partial x_i}(c_i(t)u)) + \varepsilon\gamma(t,x)u^{\beta} = 0 \quad (1)$$

$$u\Big|_{t=0} = u_0(x) \geq 0, x \in R^N \quad (2)$$

here $\varepsilon = \pm 1,\ k \geq 1,\ \beta > 0$ - given the numerical parameters $\gamma(t) > 0, c_i(t),\ k_1(t) > 0$ - Continuous functions at $t > 0$, coefficient $|x^l|$ where $l < 2$ - characterizes the inhomogeneity of the medium.

The problem (1), (2) describes a series of physical, biological and chemical processes, including processes of nonlinear politrophical infiltration, diffusion reaction, heat conductivity in the presence of convective transfer with time depended velocity $c_i(t),\ i = 1, 2, .., N$, function $\gamma(t)u^{\beta}$- the power of volumetric sources when $(\varepsilon = +1)$ or absorption in case $(\varepsilon = -1)$.

Besides, the following system of equation is also considered.

$$\begin{aligned} |x|^{-l} \frac{\partial u}{\partial t} &= div\left(k_1(t)|x|^n\, v^{m_1-1} \left|\nabla u^k\right|^{p-2} \nabla u\right) \\ |x|^{-l} \frac{\partial u}{\partial t} &= div\left(k_1(t)|x|^n\, u^{m_2-1} \left|\nabla v^k\right|^{p-2} \nabla v\right) \end{aligned} \quad (3)$$

This system represents a set of physical processes, including polytrophic filtration of liquids and gases, reaction-diffusion processes, heat conductivity, bilological population in non-linear media which is coefficient contains variable density in double nonlinear media. In particular, the case $(k_1 = 1, k = 1, p = 2, l = 0)$ has been studied in many scientific works. As a result, the conditions for the existence and unicness of the fundamanetal solutions for the problem Cauchy, the effects of finite speed perturbation distribution and assimptotial properties of time-dependent solutions were obtained. In this dissertation work, critical cases for cross-system with double nonlinearity in the impact of variable density and critical cases studied.

In the first chapter entitled “Study the properties of the model of the filtration process with a power nonlinearity” are given the formulation of the problem, a brief review of research works related to the topic of the thesis, as well as some auxiliary statements and definitions necessary for the further discussion of the results.

In §1.1 provides a brief overview of some of the results of the investigation of the filtration equation with a power nonlinearity.

Paragraph 1.2 provides auxiliary statements, definitions and theorems of solutions used in the work.

In §1.3 in the area $Q=\{(t,x):t>0, x\in R^N\}$ studied the properties of a nonlinear model of the filtration, reaction-diffusion process described Cauchy problem

$$Lu \equiv \frac{\partial u}{\partial t} - \nabla(k_1(t)u^{m-1}\left|\nabla u^k\right|^{p-2}\nabla u) + div(c(t)u) + \varepsilon\gamma(t)u^\beta = 0 \quad (4)$$

$$u\big|_{t=0} = u_0(x) \geq 0, x\in R^N \quad (5)$$

here numbers $\varepsilon=\pm 1,\ m\geq 1, \beta>0$ -are the given numerical parameters $\nabla(.)=grad_x(.)$, $\gamma(t)>0$, $c(t)$>0 –array for the speed of convective transfer, $k_1(t)>0$ when $t>0$.

Investigation of the different qualitative properties of solutions of (4), (5) when $k_1(t)=cons$, $\gamma(t)=1$ for particular value of the numerical paramaters *m, k, p,* β in the case $\varepsilon=+1$ (source), $\varepsilon=-1$ (absorption) were studied by many authors and were obtained a series of nonlinear effects such as a space localization, blow up properties of solutions, large time asymptotics, a global solvability and so on.

In paragraph 1.4 in the area $Q=\{(t,x):t>0, x\in R^N\}$ studied the properties of a nonlinear model of the filtration process described Cauchy problem:

$$\begin{gathered} c(t,x)\frac{\partial u}{\partial t} = div(b(t,x)u^{m-1}\left|\nabla u^k\right|^{p-2}\nabla u^l), \\ u(0,x) = u_0(x) \geq 0 \end{gathered} \quad (6)$$

Equation so-called radial symmetrical form showed that in the absence of absorption and convective transfer, localization of thermal perturbation could also occur. The phenomenon of the finite velocity of propagation of liquid perturbations for a parabolic equation with double nonlinearity, the estimations of the solution including the double critical case, asymptotic solution of the double nonlinear self-similar equation depending on the value of the numerical parameters is studied. Based on the constructed Zeldovich-Barenblat type solution the condition of the localization established.

In chapter 2 "Estimation of free boundary and solutions in problems of nonlinear filtration process with convective transfer" studied of filtration processes, the speed of which depends on the time and volume in a nonlinear medium with the interaction of convective transfer, as well as the "flow" power of a liquid, is considered a function consisting of certain parameters, the phenomenon of localization occurs even when there is existing absorption. A mathematical model describing these processes can be written as follows:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = div(k_1(t)|x|^n\left|\nabla u^k\right|^{p-2}\Delta u) + \varepsilon f(t)u^\beta \quad (7)$$

$$\int_0^\infty k_1(t)dt < \infty,\ u(0,x) = u_0(x) \geq 0, x\in R^N \quad (8)$$

Separately considered equation (7) in cases 1) c(t)=0, f(t)=0; 2) n=0, f(t)=0; 3) n=0, $\beta=1$; 4*) n=0,* $0<\beta<1$; 5) c*(t)=0,* $\beta=1$ depending on different parameters. In the case 1) c(t)=0, f(t)=0 using self-similar analysis the following Zeldovich-Companets-Barenblat-Pattle type solution constructed.

In §2.1 was obtained global solvability conditions in the case of $\beta > 1$ and for the case of strong absorption $(0 < \beta < 1)$, estimations have physical meaning of weak solutions and a free boundary based on the method of nonlinear splitting is considered. When $\beta = 1$ proved that action of convective transfer with time-dependent speed leads to nonlinear effects of one-site localization, and the "wall" phenomenon for a free boundary.

The problem of a space localization of liquid disturbances with a conductivity coefficient that depends on the time is considered according to the power law waves can occur when the disturbance propagates at a finite speed, forming a front (free boundary) of the filtration wave.

In the case 1) c(t)=0, f(t)=0 using self-similar approach the following Zeldovich- Companets-Barenblat-Pattle type solution constructed.

$$\begin{aligned}
&u(t,x) = [T+\tau(t)]^{-s/(p+k(p-2)+m-1)s} f(\xi),\\
&f(\xi) = (a - b\xi^{p/(p-1)})_+^{\frac{(p-1)}{(k(p-2)+m-1}}, k(p-2)+m-1>0\\
&\xi = \varphi(|x|)[T+\tau_1(t)]^{-1/p}, \varphi(|x|) = \frac{p}{p-(n+q)}|x|^{(p-(n+q))/p},\\
&n+q<p,\ b = (k(p-2)+m-1)1/p)^{1/(p-1)}\\
&\tau_1(t) = [\frac{p+k(p-2)+m-1)s}{p}][T+\tau(t)]^{p/[p+k(p-2)+m-1)s]},\\
&\tau(t) = \int_0^t (1/k_1(y))dy,\\
&s = p(N-q)/(p-n),\ (a)_+ = \max(0,a), T \ge 0
\end{aligned} \tag{9}$$

Based on this solution the phenomenon finite speed of perturbation (FSP) and a occurrence of phenomenon a space localization of solutions are established. It is shown that nessesary condition of a space localization is in following proved.

$$p\text{-}(n+q)>0,\ k(p\text{-}2)+m\text{-}1>0,\ \int_0^\infty (1/k_1(t))dt < \infty, \int_0^\infty (c(t))dt < \infty$$

In the case $(k(p-2)+m-1=0$ the following solution of the equation (7) is found when $\int_0^\infty k_1(t)dt < \infty, \int_0^\infty c(t)dt < \infty$

$$u(t,x) = [T+\tau(t)]^{-N/(p-n)} f(\xi), \tau(t) = \int_0^t k_1(y)dy \quad T \ge 0 \tag{10}$$

$$\xi = \varphi(|x|)[T+\tau(t)]^{-1/p}, \varphi(|x|) = \frac{p}{p-n}|x|^{(p-n)/p},\ n<p,$$

$$f(\xi) = \exp(-\frac{p-1}{p^{p/(p-1)}k^{p-2}}\xi^{p/(p-1)})$$

Including the following function

$$z(t,x)=[T+\tau(t)]^{-\alpha} f(\xi),$$
$$f(\xi)=(a-b\xi^{p/(p-1)})_+^{\frac{(p-1)}{(k(p-2)+m-1}}, (k(p-2)+m-1>0 \tag{11}$$
$$\xi=\varphi(|x|)[T+\tau(t)]^{-1/p}, \varphi(|x|)=\frac{p}{p-n}|x|^{(p-n)/p},$$
$$n<p,\ b=(k(p-2)+m-1)1/p)^{1/(p-1)}$$
$$\tau_1(t)=\frac{[T+\tau(t)]^{1-\alpha(k(p-2)+m-1)}}{1-\alpha(k(p-2)+m-1)}, \tau(t)=\int_0^t k_1(y)dy,\ s=pN/(p-n),\ T\geq 0$$

Theorem 1. Suppose that in (11) *c(t)=0, f(t)=0,*

$$k(p-2)+m-1>0,\ \frac{\alpha}{1-\alpha(k(p-2)+m-1)}\leq N/p,$$
$$\tau(t)=\int_0^t k_1(y))dy<\infty,\ \forall t>0,\ u_0(x)\leq z(0,x), x\in R^N$$

Then for a weak solution of the problem (11) the estimate $u(t,x)\leq z(t,x)$ in Q is valid and solution of the problem has space localized.
This theorem showed that in double nonlinear medium if coefficient of politrophic filtration (diffusion, heat conductivity) depends on time then there are phenomenon of the space localization of solution.

Considered the case 2) *n=0, f(t)=0.* In this case if *k(p-2)+m-1>0*, $\int_0^\infty k_1(t)dt<\infty, \int_0^\infty c(t)dt<\infty$ then in moving time dependent medium the phenomena localization of a wave type solution (dissipative wave structure) established using comparison principle.
Separately considered the case $0<\beta<1$. In this case shown that the volumetric absorption of liquid in some cases leads to the effect of localization of liqud perturbations depending on time.

First, we give one exact weak solution for the one-dimensional equation (10) at $\beta=p-(k(p-2+m))/(p-1)$. This solution is interesting because it indicates the existence of a localization of weak solution of equation (10) having the form-waves. In order to do that, with replacement

$$u(t,x)=\omega(t,\xi),\ \xi=\int_0^t c(\eta)d\eta-x \tag{12}$$

then transform the equation (12) to the form

$$\frac{\partial\omega}{\partial t}=\xi^{1-N}\frac{\partial}{\partial\xi}(\xi^{N-1}k_1(t)\left|\frac{\partial\omega^k}{\partial\xi}\right|^{p-2}\frac{\partial\omega}{\partial\xi})+\varepsilon f(t)\omega^\beta, \varepsilon=\pm 1 \tag{13}$$

Let $k_1(t)=f(t)$.Then the equation (13) reduced to the radial symmetrical form

$$\frac{\partial\omega}{\partial\tau}=\xi^{1-N}\frac{\partial}{\partial\xi}(\xi^{N-1}\omega^{m-1}\left|\frac{\partial\omega^k}{\partial\xi}\right|^{p-2}\frac{\partial\omega}{\partial\xi})+\varepsilon\omega^\beta, \varepsilon=\pm 1 \tag{14}$$

where $\tau(t)=\int_0^t k_1(\eta)d\eta$

In the one dimensional case when $\beta = p-(k(p-2+m))/(p-1)$ the equation (11) has a wave type weak solution

$$u(t,x)=\begin{cases} A(v\tau(t)-\xi)_+^{((p-1)/k(p-2)+m-1}, & \xi < v\tau(t), \\ 0 & \xi \ge v\tau(t), \quad \xi=\int_0^t c(\eta)d\eta - x \end{cases} \tag{15}$$

where the amplitude A is defined from the solution of an algebraic equation
$(\gamma_1 k)^{p-2}\gamma_1 A - \gamma A^{\beta-1} + \varepsilon\gamma_1 v = 0, \quad \gamma_1 = (p-1)/k(p-2)+m-1$

Constructed solution have property localized (solution) wave type structure (dissipative structure) if $\int_0^\infty k_1(t)dt < \infty, \int_0^\infty (c(t))dt < \infty$ then the solutions which has localized dissipative wave-form and front for invariable c speed are constructed.

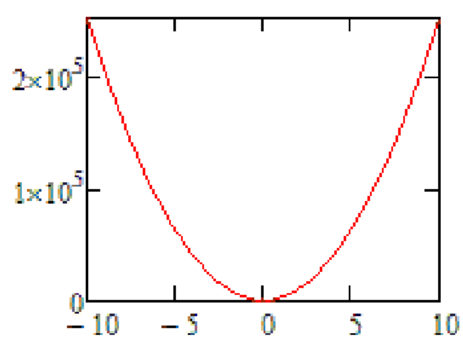
If $\tau(t)=\int_0^t k_1(\eta)d\eta < +\infty$ the solutions has the following new propertity:

When $\forall t > 0$ solutions in type of liquid wave has space localization phenomenon.

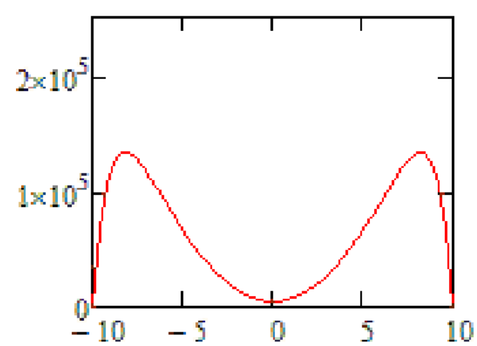
Then for estimation of solutions and free boundary for problem (7), (8) in the multidimensional case when $k_1(t)=f(t)>0, t\in(0,\infty)$ studied.

Below we obtain estimates of solutions and the free boundary for sufficiently differential functions $k_1(t)>0, f(t)>0$ at t>0.

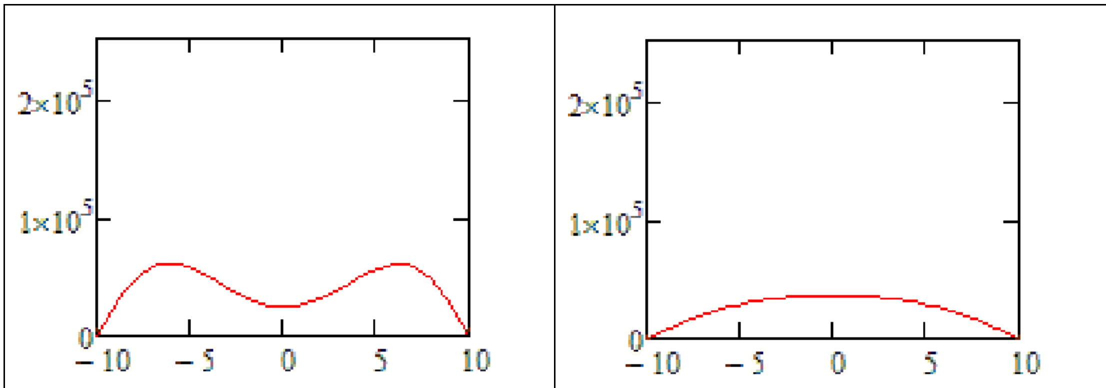
When $k_1(t)=f(t), \forall t>0$ studies show localizations of solutions in the influence of space variable even though there absence of absorption process.



$p=2,\ \beta=0.5,\ T=0,\ N=50,\ K=20$



$p=2,\ \beta=0.5,\ T=0.15,\ N=50,\ K=20$



$p=2,\ \beta=0.5,\ T=0.3,\ N=50,\ K=20$ $\qquad$ $p=2,\ \beta=0.5,\ T=1,\ N=50,\ K=20$

***Picture1**: Localized structures of solutions in one-dimensional case.*

Lemma1 [Kalashnikov]. Let $u(t,x)$ - weak solution of problem (7) - (8), and $z(t,x)$ $z(t,x)\in C^{1,2}_{t,x}(Q\setminus D)\cap C(\bar{D})$ where $Q=\{(t,x):t>0,x\in R^N\}, D=\{(x,t):t>0,|x|<l(t)\}$, $Lz>0$ in D, $u(0,x)\le z(0,x), x\in R^N$, then $u(t,x)\le z(t,x)$ in Q is valid.

Based on the method of nonlinear splitting the future upper function $z_+(t,x)$ is constructed. Then operator $Lz_+(t,x)$ calculated and easy to verify that $Lz_+(t,x)<0$ in the truncated domain $D=\{(t,x):t>0,|x|<l(t)\}$. Then, using the theorem of comparison we obtain the required estimate of the solution and a free boundary, shown in theorem 1.

Theorem 2. Suppose that in (11) $\varepsilon=+1, u_0(x)\le z(0,x), x\in R^N$ and $\dfrac{f(t)}{k(t)}\tilde{u}^{\beta-k(p-2)+m)}(t)\tau(t)<\dfrac{N}{p}$ fulfilled then for sufficiently small $u_0(x)$ problem (7), (8) has a global solviability property and the estimation $u(t,x)\le z(t,x)$ in Q is valid.

In paragraph 2.2 asymptotic properties of solutions of nonlinear filtration in the multidimensional case are investigated:

$$Lu\equiv\frac{\partial u}{\partial t}-div(k_1(t)u^{m-1}\left|gradu^k\right|^{p-2}gradu)+div(c(t)u)+\varepsilon\gamma(t)u^{\beta}=0 \tag{16}$$

$$u(0,x)=u_0(x)\ge 0, x, v(t)\in R^N \tag{17}$$

We get the right estimate of the solution and the free boundary shown in the formulation of the following theorem 3.

Theorem 3. Let $k(p-2)+m-1>0$ be,

$$\frac{\gamma(t)}{k_1(t)}\tau(t)\bar{u}^{\beta-k(p-2)+m)}\le N/p, \forall t>0, \tau(t)=\int_0^t k_1(y)\int_0^y[\bar{u}(t)]^{k(p-2)+m-1}dt,$$
$$u_0(x)\le z_+(0,x), x\in R^N, z_+(t,x)=\bar{u}(\tau(t))\bar{f}(\xi),\ \bar{f}(\xi)=(a-b\xi^{p/(p-1)})_+^{\frac{(p-1)}{(k(p-2)+m-1}} \tag{18}$$

$$\tau_1(t)=\frac{[T+\tau(t)]^{1-\alpha(k(p-2)+m-1)}}{1-\alpha(k(p-2)+m-1)},\tau(t)=\int_0^t(1/k_1(y))dy,$$

$$s=pN/(p-n),\ T\geq 0,\ (a)_+=\max(0,a)$$

$$(k(p-2)+m-1>0$$

$$\xi=\varphi(|x|)[\tau_1(t)]^{-1/p},\varphi(|x|)=\frac{p}{p-n}|x|^{(p-n)/p},\ n<p,\ b=(k(p-2)+m-1)1/p)^{1/(p-1)}$$

then for a weak solution of problem (16) - (17) we have the estimate $u(t,x)\leq z_+(t,x)$ in Q and to the free boundaries the following estimation is valid:

$$\left|\int_0^t c(y)dy-x\right|\leq l(t)=(a/b)^{(p-1)/p}[\tau(t)]^{1/p},\ \tau(t)=\int_0^t k_1(y)\int_0^y[\bar{u}(t)]^{k(p-2)+m-1}dt$$

We note that the theorem proved for particular values of the function $k_1(t)$ and $f(t)$ when $(k_1(t)=f(t)=1,\ N=1)$ follows the results of other works.

In particular for $\beta>1$ and strong absorption case $0<\beta<1$, estimations have physical meaning of weak solutions and the free boundary based on the method of nonlinear splitting. When $\beta = 1$ was obtained nonlinear effects of one-sided localization and the phenomenon of the "wall" for the free boundary due to Zeldovich- Companets-Barenblat-Pattle type solution and the comparison principle.

$$u(t,x)=\bar{u}(t)[T+\tau(t)]^{-\frac{N}{p+k(p-2)+m-1)N}}f(\xi),\bar{u}(t)=\exp(-\int_0^t\gamma(y)dy)\tag{19}$$

$$f(\xi)=(a-b\xi^{\frac{p}{p-1}})_+^{\frac{(p-1)}{(k(p-2)+m-1}},a>0,\ k(p-2)+m-1>0$$

$$\xi=\eta[T+\tau_1(t)]^{-1/p},\ \eta=\int_0^t c(y)dy-x,\ b=(k(p-2)+m-1)(1/p)^{1/(p-1)}$$

$$\tau_1(t)=[\frac{p+k(p-2)+m-1)N}{p}][T+\tau(t)]^{\frac{p}{p+k(p-2)+m-1)N}},\ \tau(t)=\int_0^t(k_1(x)dx)\int_0^x[\bar{u}(y)]^{k(p-2)+m-1}dy,$$

$$(a)_+=\max(0,a),T\geq 0$$

In paragraph 2.3 In $\Omega=\{(x,t):0<t<T,\ 0<x<b\}$ area studied and developed the numerical solutions properties of some nonlinear filtration model given in the following form:

$$Lu\equiv -u_t+\frac{\partial}{\partial x}\left(K(t)u^{\sigma}\frac{\partial u}{\partial x}\right)-div(C(t)u)+\varepsilon\,\gamma(t,x)u^{\beta}=0\tag{25}$$

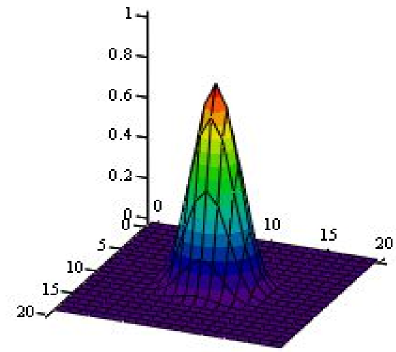
$$u(0,x)=\psi(x)\geq 0,$$

$$\begin{cases}u(t,0)=\varphi_1(t)>0\\ u(t,b)=\varphi_2(t)=0\end{cases}$$

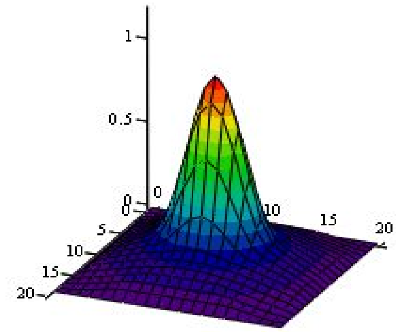
here $\sigma\neq 0,\ 0<\gamma(t,x)\in C(0,+\infty)\times R^N,\quad \varepsilon=\pm 1$.

Based on intial an boundary solutions are constructed numerical solutions.

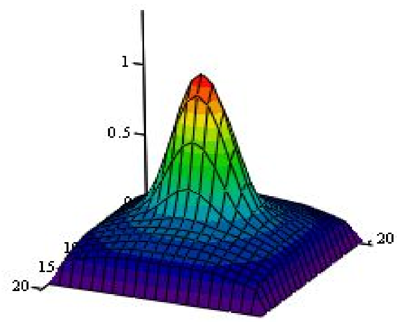
$N = 20,\ M = 20, K = 20,$
$T = 0,\ \beta = 0.2,\ \sigma = 0.5$



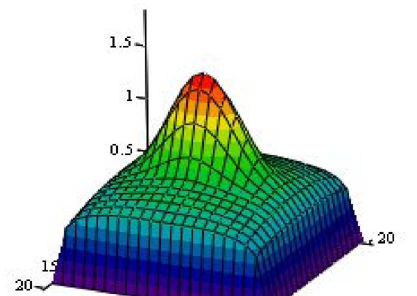
$N = 20,\ M = 20, K = 20,$
$T = 0.15,\ \beta = 0.2,\ \sigma = 0.5$



$N = 20,\ M = 20, K = 20,$
$T = 0.5,\ \beta = 0.2,\ \sigma = 0.5$



$N = 20,\ M = 20, K = 20,$
$T = 1,\ \beta = 0.2,\ \sigma = 0.5$



Picture2: Liquid behavior (in different values of time)

Chapter 3 "Nonlinear cross-systems for filtrations model" devoted to the investigation of qualitative properties of the Cauchy problem for cross system with variable density and apsorption. Such problem in the one equation case for porous media equation studied by J. Vazquez, V. Galaktionov, R. King, H. Chaves, Y W. Jäger, S. Luckhaus M. Escobedo, M. A. Herrero and others depending on exponential grows of density.

In paragraph 3.1 in the domain $Q = \{(t,x): t > 0, x \in R^N\}$ investigated properties of the process of a cross diffusion system with inhomogeneous density:

$$\begin{aligned} |x|^{-l}\frac{\partial u}{\partial t} &= div\left(k_1(t)\,|x|^n\, v^{m_1-1}\left|\nabla u^k\right|^{p-2}\nabla u\right) \\ |x|^{-l}\frac{\partial u}{\partial t} &= div\left(k_1(t)\,|x|^n\, u^{m_2-1}\left|\nabla v^k\right|^{p-2}\nabla v\right) \end{aligned} \qquad (20)$$

$$u(0,x) = u_0(x) \ge 0, \qquad v(0,x) = v_0(x) \ge 0,\ x \in R^N \qquad (21)$$

where $k \ge 1, n, p, m_i, i = 1,2$ - given positive numbers, $\nabla(.) - \underset{x}{grad}(.)$ - functions $u_0(x),\ v_0(x) \ge 0,\ x \in R^N$. The system describes set of physical process, for example process of a polytrophic filtration of a liquid and gas, mutual reaction - diffusions, heat conductivity, bilological population in the nonlinear environment wich coefficient depends on time and variable dencity. Particular cases $(k_1=1,\ k=1, p=2,\ l=0)$ of the system were considered in many works.

The system (20) in the domain, where $u=v=0$ is degenerated, and in the domain of degeneration it may has not the classical solution. Therefore, here is studied the weak solutions of the system (20) having physical sense: $0\le u,v\in C(Q)$ and $k_1(t)\,|\,x\,|^l\ v^{m_1-1}\left|\nabla u^k\right|^{p-2}\nabla u,\ k_1(t)\,|\,x\,|^l\ u^{m_2-1}\left|\nabla v^k\right|^{p-2}\nabla v\in C(Q)$ satisfying to follwoing integral identity

$$\begin{aligned}&\int_0^t\int_\Omega [|x|^{-l}\ u\frac{\partial\psi}{\partial t}+k_1(t)|x|^n\ v^{m_1-1}\left|\nabla u\right|^{p-2}\nabla u\nabla\psi-\int_\Omega \psi u_0]dxdt=0\\&\int_0^t\int_\Omega [|x|^{-l}\ v\frac{\partial\psi}{\partial t}+k_1(t)|x|^n\ u^{m_2-1}\left|\nabla v\right|^{p-2}\nabla v\nabla\psi-\int_\Omega \psi u_0]dxdt=0\end{aligned} \tag{22}$$

here $\psi(t,x)-$ a fairly smooth function with compact support.

Considered the case *p>n*. In this case after the following settings

$$w(t,x)=f(\xi),\ z(t,x)=\psi(\xi),\ \xi=\varphi(|x|)(T+\tau(t))^{-1/p},$$

$$T\ge 0,\ \varphi(|x|)=\frac{p-n}{p}|x|^{\frac{p}{p-n}},\ n<p,\ \tau(t)=\int_0^t\frac{dx}{k_1(x)}$$

for $f(\xi),\psi(\xi),$ we have the self-similar system

$$\begin{aligned}&\xi^{1-S}\frac{d}{d\xi}\left(\xi^{S-1}\psi^{m_1-1}\left|\frac{df^k}{d\xi}\right|^{p-2}\frac{df}{d\xi}\right)+\frac{\xi}{p}\frac{df}{d\xi}=0,\ \xi^{1-S}\frac{d}{d\xi}\left(\xi^{S-1}f^{m_2-1}\left|\frac{d\psi^k}{d\xi}\right|^{p-2}\frac{d\psi}{d\xi}\right)+\frac{\xi}{p}\frac{d\psi}{d\xi}=0\\&s=\frac{p(N-l)}{p-(n+l)},\ p-(n+l)>0,\ N-l>0\end{aligned} \tag{23}$$

Considered the functions

$$u_+(t,x)=\overline{f}(\xi),\ \overline{f}(\xi)=A\left(a-\xi^\gamma\right)_+^{\gamma_1},$$

$$v_+(t,x)=\overline{\psi}(\xi),\ \overline{\psi}(\xi)=B\left(a-\xi^\gamma\right)_+^{\gamma_2},$$

$$\xi=\frac{\varphi(|x|)}{[T+\tau(t)]^{1/p}},\quad \gamma_i=\frac{(p-1)[k(p-2)-(m_i-1)]}{q},$$

$$i=1,2,\ q=[k(p-2)]^2-(m_1-1)(m_2-1)$$

Theorem 4. Let $\gamma_1>0,\ \gamma_2>0,$, p>n+l, $\tau(\infty)<\infty$ then the solutions of the problem (21) – (22) has property a space localization if

$$A^{p-2}\,B^{m_1-1}\le 1/\,p(\gamma\gamma_1)^{p-1},\ A^{m_2-1}\,B^{p-2}\le 1/\,p(\gamma\gamma_2)^{p-1}\quad\text{were valid} \tag{24}$$

Theorem 5. Let $\gamma_1>0,\ \gamma_2>0$, *p>n+l* then the solutions of the problem (23) at $\eta\to\infty$ $\ (\eta=-\ln(a-\xi^{p/(p-1)})$ has an asymptotic representation

$$f(\xi)=A\tilde{f}(\xi)(1+o(1)),$$
$$\psi(\xi)=B\tilde{\psi}(\xi)(1+o(1)) \tag{25}$$

where the coefficients A, B- are the solution of a system of the following algebraic equations.

$$A^{p-2}B^{m_1-1}=1/p(\gamma\gamma_1)^{p-1}$$
$$A^{m_2-1}B^{p-2}=1/p(\gamma\gamma_2)^{p-1} \tag{26}$$

Theorem 6. Let $\gamma_i<0,\ \ s+\gamma\gamma_i<0,\ i=1,2,\ p>n+1$, then solutions of (21) at $\eta\to\infty\ \ (\eta=\ln(a+\xi^{p/(p-1)})$ has an asymptotical representation.

$$f(\xi)=A_3\left(a+\xi^{\gamma}\right)^{\gamma_1}(1+o(1)),$$
$$\psi(\xi)=A_4\left(a+\xi^{\gamma}\right)^{\gamma_2}(1+o(1)) \tag{27}$$

where coefficients $A_i>0,\ i=1,2$ -are solutions a system of algebraic equations

$$A_3^{\ p-2}A_4^{\ m_1-1}=[-1/\gamma^{p-1}p(N+\gamma\gamma_1)+b_1](|\gamma\gamma_1|)^{2-p}$$
$$A_3^{\ m_2-1}A_4^{\ p-2}=[-1/\gamma^{p-1}p(N+\gamma\gamma_2)+b_2](|\gamma\gamma_2|)^{2-p} \tag{28}$$

In paragraph 3.2 investigated the phenomenon of FSP and localization solution of cross-system with variable density and absorption:

$$L_1(u,v)=-|x|^{-l}\frac{\partial u}{\partial t}+div\left(k_1(t)|x|^n v^{m_1-1}\left|\nabla u^k\right|^{p-2}\nabla u\right)-|x|^{-l}\gamma_1(t)u=0$$
$$L_2(u,v)=-|x|^{-l}\frac{\partial v}{\partial t}+div\left(k_1(t)|x|^n u^{m_2-1}\left|\nabla v^k\right|^{p-2}\nabla v\right)-|x|^{-l}\gamma_2(t)v=0 \tag{29}$$

$$u(0,x)=u_0(x)\ge 0, v(0,x)=v_0(x)\ge 0,\ x\in R^N, \tag{30}$$

where $k\ge 1, n, l, p, m_i, i=1,2$ - given numerical parameters of nonlinear medium, $\nabla(.)-\underset{x}{grad}(.)$, functions $u_0(x),\ v_0(x)\ge 0,\ x\in R^N,\ 0<\gamma_i(\mathrm{t})\in C(0,\infty),\ i=1,2$.

The system (29) describe set of physical process, for example process of a polytrophic filtration of a liquid and gas, mutual reaction - diffusions, heat conductivity, in the nonlinear environment which capacity equally $\gamma_1(t)u$, $\gamma_2(t)v$ the case of taking into account the power of absoption. Different particular cases of the problem (29) - (30) considered in many works. Particularly, there were received the estimations of the solutions of the problem Cauchy.

Theorem 7. Let $\gamma_i>0,\ p\ge 2,\ i=1..2, q>0,\ n+l<p$

$$A^{k(p-2)}B^{m_1-1}\le 1/p\left(\gamma k\gamma_1\right)^{p-1},\ A^{m_2-1}B^{k(p-2)}\le 1/p\left(\gamma k\gamma_2\right)^{p-1},$$

If $u(0,x) \le u_+(0,x),\ v(0,x) \le v_+\left(0,x\right)$,

$$\tau(t) = \int_0^t k_1(\eta)\bar{v}^{m_1-1}(\eta)\bar{u}^{p-2}(\eta)d\eta = \int_0^t k_1(\eta)\bar{u}^{m_2-1}(\eta)\bar{v}^{p-2}(\eta)d\eta < \infty, \forall t > 0$$

$$where\ \ \bar{u}(t) = \exp(-\int_0^t \gamma_1(\eta)d\eta,\ \bar{v}(t) = \exp(-\int_0^t \gamma_2(\eta)d\eta$$

then the solution of the problem (29), (30) has place phenomena of a space localization of solution else the solution has property of the finite speed of a propagation.

Theorem 8. Let $n + l = p$ and the conditions of theorem 6 were valid. When $u(0,x) \le u_1(0,x),\ v(0,x) \le v_1\left(0,x\right), x \in R^N \setminus \{0\}$ are true then for the solution of the problem (29), (30) the estimation $u(t,x) \le u_1(t,x),\ v(t,x) \le v_1\left(t,x\right), t > 0, x \in R^N \setminus \{0\}$ are valid, where $u_1(t,x) = A\bar{u}(t)\bar{f}(\xi),\ v_1\left(t,x\right) = B\bar{v}(t)\bar{\psi}(\xi),\ \ \xi = \ln(|x|)[\tau(t)]^{-1/p}$,

A, B - Constants and functions $\bar{u}(t), \bar{v}(t), \bar{f}(\xi),\ \bar{\psi}(\xi)$ were defined above.

Theorem 9. Let $\gamma_1 > 0,\ \gamma_2 > 0$ then the solution of problem (23) has an asymptotic representation as $\eta \to \infty$ $(\eta = -\ln(a - \xi^{p/(p-1)})$

$$f(\xi) = A\tilde{f}(\xi)(1 + o(1)),\ \psi(\xi) = B\tilde{\psi}(\xi)(1 + o(1)) \tag{31}$$

Here the coefficients $A, B -$ are a solution of the system of the algebraic equations

$$A^{p-2}\,B^{m_1-1} = 1/\,p(\gamma\gamma_1)^{p-1},\ A^{m_2-1}\,B^{p-2} = 1/\,p(\gamma\gamma_2)^{p-1} \tag{32}$$

In paragraph 3.3 numerical schemes and methods for solving and analysis of the results of numerical experiments are presented. The posed problem is approximated by an implicit scheme of variable directions (longitudinal-transverse scheme). In order to solve the system of differencial equations, the iteration method is used. For numerical and of computational experiments used established qualitative properties such as estimates and asymptotic representation of solutions depending on value of numerical parameters. As numerical scheme suggested modified version of Samarskii-Sobol scheme applying for numerical solution of porous medium equation.

$$\begin{cases} \dfrac{y_{i,j}^{k+1/2} - y_{i,j}^{k}}{0.5 \cdot \tau} = \Lambda_1 y^{k+1/2} + \Lambda_2 y^k - v^k\,\dfrac{y_{i+1,j}^{k+1/2} - y_{i,j}^{k+1/2}}{h_1} - v^k\,\dfrac{y_{i,j+1}^{k} - y_{i,j}^{k}}{h_2} + \varepsilon\gamma\left(t_{k+1/2}\right)\left(y_{i,j}^{k+1/2}\right)^{\beta}, \\ \dfrac{y_{i,j}^{k+1} - y_{i,j}^{k+1/2}}{0.5 \cdot \tau} = \Lambda_1 y^{k+1/2} + \Lambda_2 y^{k+1} - v^{k+1/2}\,\dfrac{y_{i+1,j}^{k+1/2} - y_{i,j}^{k+1/2}}{h_1} - v^{k+1/2}\,\dfrac{y_{i,j+1}^{k+1} - y_{i,j}^{k+1}}{h_2} + \varepsilon\gamma\left(t_{k+1}\right)\left(y_{i,j}^{k+1}\right)^{\beta}. \end{cases}$$

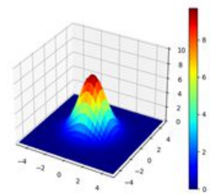
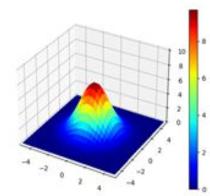
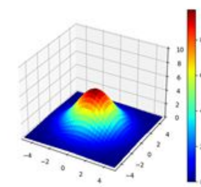
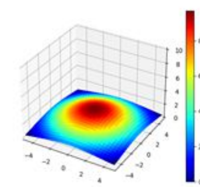
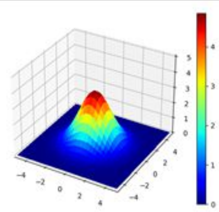
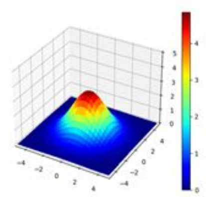
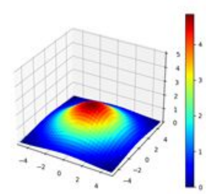
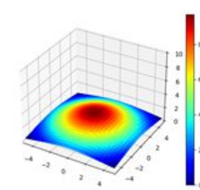
here $\Lambda_1 y^{k+1/2} = \dfrac{1}{2^{m+1}h_1^2}\Big[\left(|x_{i+1,j}|\right)^n \left(y_{i+1,j}^{k} + y_{i,j}^{k}\right)^{m-1} \left|y_{i+1,j}^{k} + y_{i,j}^{k}\right|^{p-2} \left(y_{i+1,j}^{k+1/2} - y_{i,j}^{k+1/2}\right) -$

$$-\left(\left|x_{i,j}\right|\right)^{n}\left(y_{i,j}^{k}+y_{i-1,j}^{k}\right)^{m-1}\left|y_{i,j}^{k}+y_{i-1,j}^{k}\right|^{p-2}\left(y_{i,j}^{k+1/2}-y_{i-1,j}^{k+1/2}\right)\Big],$$

$$\Lambda_2 y^k=\frac{1}{2^{m+1}h_2^2}\Big[\left(\left|x_{i,j+1}\right|\right)^{n}\left(y_{i,j+1}^{k}+y_{i,j}^{k}\right)^{m-1}\left|y_{i,j+1}^{k}+y_{i,j}^{k}\right|^{p-2}\left(y_{i,j+1}^{k}-y_{i,j}^{k}\right)-$$

$$-\left(\left|x_{i,j}\right|\right)^{n}\left(y_{i,j}^{k}+y_{i,j-1}^{k}\right)^{m-1}\left|y_{i,j}^{k}+y_{i,j-1}^{k}\right|^{p-2}\left(y_{i,j}^{k}-y_{i,j-1}^{k}\right)\Big],$$

$i,j=1,2,\dots,n_\alpha-1,\qquad \alpha=1,2.$here $\bar{\varphi}=\frac{1}{2}\left(\varphi^{k+1}+\varphi^{k}\right)-\frac{\tau}{4}\Lambda_2\left(\varphi^{k+1}-\varphi^{k}\right)$. This a condition for iteration steps $\max\limits_{\substack{0\le i\le n_1\\ 0\le j\le n_2}}\left|\overset{s+1}{\bar{y}}_{i,j}-\overset{s}{\bar{y}}_{i,j}\right|<\varepsilon.$

Параметрлар	$t=1$	$t=20$	$t=30$	$t=40$
$m_1=1.4$, $m_2=1.4$, $p=3$, $\gamma_1=1.429$, $\gamma_2=1.429$				
$m_1=0.2$, $m_2=0.2$, $p=3.8$, $\gamma_1=2.8$, $\gamma_2=2.8$				

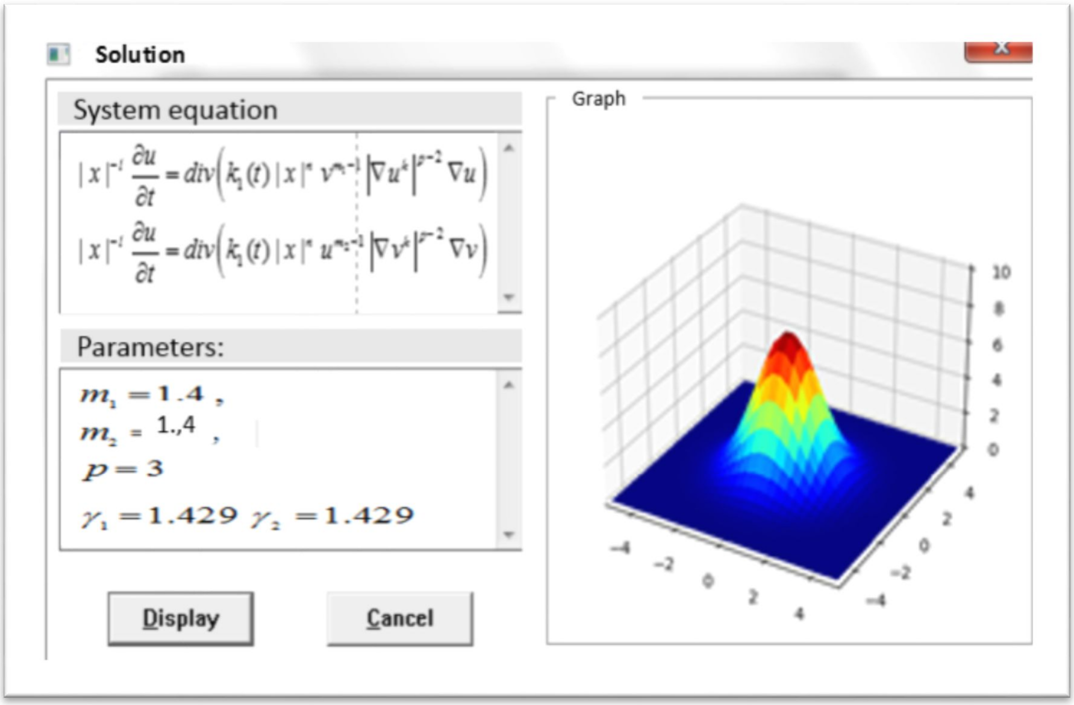
Picture3. Numerical solutions of the system in different values of time.

Intial and boundary conditions are taking by the following:

$$\begin{cases} y_{i,j}^{0}=u_0(x), & x\in\bar{\omega}_h,\\ y_{i,j}^{k+1}=\varphi^{k+1}, & \text{агар } j=0 \text{ ва } j=n_2,\\ y_{i,j}^{k+1/2}=\bar{\varphi}^{k+1/2}, & \text{агар } \mathrm{i}=0 \text{ ва } i=n_1, \end{cases}$$

Calculation experiments showed that all iterative methods are matched to the constructed schemas. Due to suggested an appropriate initial approximation achived the quickly convergence of numerical results. . In all the cases proposed approach, the number of iterations on average no more than three with the accuracy of 10^{-3}.

Picture4: *Application of solutions visualization*



Using the opportunity the author expresses his deep gratitude to his scientific superviser Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor Mirsaid Aripov for posing the problem, constant attention, valuable comments and advice in carrying out the thesis.

CONCLUSION

Thesis represents a study of the heat conductivity of modeling problems in terms of nonlinearity with power splitting and methods of nonlinear standard equations. In this thesis, it is shown that one of the effective methods of self-similar solutions for quasilinear parabolic equations with power nonlinearity is the method of nonlinear splitting and self-similar aproach.

The results obtained can be specifically described as follows:

- Estimates of solution of the Cauchy problem and front (free boundary), depending on values of the numerical parameters of the environment and space dimension established.
- For double nonlinear parabolic equation with timedependent, coeficients based on construction Zeldovich-Companets-Barenblate-Pattle type solution the phenomen of a space localization established.

- Fujita type global solvability conditions are obtained for problem Cauchy to degenerate double nonlinear parabolic equation with with timedependent coefficient on action absorption or source. Based on property a space localization and behavior of a front established.
- It is proved that in the cases when speed of convective transfer or coefficient of nonlinear diffusion part of equation timedependent function the phenomenon a space localization have place. The phenomen a space localization for wave type solution also established
- Given method of determining the critical parameter value by applying the algorithm nonlinear splitting. Result is obtained, which shows the efficiency of the algorithm for determining the nonlinear splitting edge when it has a complicated structure.
- The approach based on self-similar analisys cross system with variable density, an absorption the qualitative properties of weak solution is analized. Phenomens finite speed of perturbation, a space localization, asymptotical behavior self-similar solutions established.
- Developed numerical schemes, algorithms and software for tasks in an environment MatLab and Python, the analysis of the results based on the assessments and solutions of fronts.
- It is shown that the numerical satisfactory results keeping new nonlinear phenomens can be obtained based on preliminary qualitative study of solutions of properties depending on the values included in the original equation parameters. Here, as the initial values have been taken functions constructed by the method of nonlinear splitting.

**НАУЧНЫЙ СОВЕТ DSc.03/30.12.2019.FM.01.02
ПО ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЕНЫХ СТЕПЕНЕЙ ПРИ
НАЦИОНАЛЬНОМ УНИВЕРСИТЕТЕ УЗБЕКИСТАНА**

НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ УЗБЕКИСТАНА

Хожимуродова Мадина Бахромовна

Численное моделирование нелинейных процессов фильтрации при воздействии инфильтрации или испарения и конвективного переноса в неоднородных средах

05.01.07-Математическое моделирование. Численные методы и
комплексы программ

**АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ ДОКТОРА ФИЛОСОФИИ (PhD)
ПО ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИМ НАУКАМ**

ТАШКЕНТ – 2020

Тема диссертации доктора философии (Doctor of Philosophy) по физико-математическим наукам зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Кабинете Министров Республики Узбекистан за №B2018.2.PhD/FM268.

Диссертация выполнена в Национальном университете Узбекистана имени Мирзо Улугбека.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, русский, английский (резюме)) размещен на веб-странице Научного совета (http://ik-fizmat.nuu.uz) и на Информационно-образовательном портале «Ziyonet» (www.ziyonet.uz).

Научный руководитель:	**Арипов Мерсаид Мирсиддикович** доктор физико-математических наук, профессор
Официальные оппоненты:	**Нормуродов Чори Бегалиевич** доктор физико-математических наук, профессор
	Назирова Элмира Шодмановна доктор технических наук, доцент
Ведущая организация:	**Самаркандский Государственный университет**

Защита диссертации состоится 27 августа 2020 года в 14:00 часов на заседании Научного совета DSc.03/30.12.2019.FM.01.02 при Национальном университете Узбекистана (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 4. Тел.: (+99871) 227-12-24, факс: (+99871) 246-53-21, e-mail: nauka@nuu.uz).

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Национального университета Узбекистана (зарегистрирована за №63). (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 4. Тел.: (+99871) 246-02-24).

Автореферат диссертации разослан 20 августа 2020 года.

(протокол рассылки №19 от 6 августа 2020 года).

А.Р.Марахимов
Председатель научного совета по присуждению ученых степеней, д.т.н., профессор

З.Р. Рахмонов
Ученый секретарь научного совета по присуждению ученых степеней, д.ф.-м.н.

Б.Ф.Абдурахимов
Заместитель председателя научного семинара при научном совете по присуждению ученых степеней, д.ф.-м.н., профессор

ВВЕДЕНИЕ (аннотация диссертации доктора философии(PhD))

Актуальность и востребованность темы диссертации. В настоящее время ряд фундаментальных проблем в мире объясняется математическим моделированием нелинейных процессов, совершенствованием методов и средств визуализации, внедрением в практику значимых результатов двумерной нелинейной фильтрации, реакционно-диффузионных решений. В частности, разработка методов визуализации результатов исследования нелинейных моделей основана на изучении и реализации качественных характеристик решений двумерных нелинейных уравнений; создание специальных программ, помогающих в изучении нелинейных процессов;создание технологии проведения экспериментального процесса; разработка компьютеризированной системы определения способа управления эволюционным процессом во времени, характеристики которого зависят от динамического изменения параметров. Актуальность темы данной диссертации объясняется научными исследованиями, проведенными в указанном выше направлении.

Объектом и субъектом исследования - нелинейная фильтрация, теплопроводность, диффузионные процессы, описываемые вырожденным параболическим уравнением со степенной нелинейностью.

Предмет исследования - изучение и численно-аналитическое исследование качественных свойств решений двойного нелинейного вырожденного параболического уравнения со степенной нелинейностью и переменным коэффициентом плотности процесса фильтрации, зависящим от времени на основе конвективного переноса, с поглощением или источником.

Научная новизна научно-исследовательской работы заключается в следующем:

Были сформированы автомоделные и приближенные автомодельные решения, полученные с использованием алгоритма нелинейного расщепления для нелинейной модели фильтрации опысивающий вырожденными параболическими уравнениями с двойной нелинейностью.

Разработаны локализованные структуры для нелинейных моделей процесса фильтрации, реакция-диффузи и теплопроводности;

Получены оценки решений и свободной границы, глобальной разрешимости задачи Коши для нелинейного уравнения фильтрации, теплопроводности с сильным поглощением или источником.

Разработаны численные схемы, построены алгоритмы и создано программное обеспечение для численного решения задачи фильтрации уравнения с сильным поглощением или источника.

Численное исследование нелинейного фильтрационного процесса с использованием нелинейных явлений на основе установленных оценок решений и фронтов (свободной границы).

Структура и объем диссертации: Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы и приложений. Объем диссертации составляет 112 страниц.

ЭЪЛОН ҚИЛИНГАН ИШЛАР РЎЙХАТИ
СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ
LIST OF PUBLISHED WORKS

I бўлим (1 часть; part 1)

1. M. Aripov, M. Khojimurodova, Sh. Sadullaeva “To the properties of solutions of the Cauchy problem for degenerate nonlinear cross systems with absorption” Доклады академии наук Республики Узбекистан, №3, 2019, 7-11. (01.00.00; №7).
2. Aripov M.M., Khojimurodova M. B., Sadulleva Sh.A. “К свойствам решений задачи Коши для вырожденный нелинейных кросс –системы с поглощений” Журнал Проблемы вычислительной и прикладной математики, № 4(22), 2019, 61-71. (05.00.00 №23).
3. Sh.A. Sadulleva, M. B. Khojimurodova. Properties of the Cauchy problem for degenerate nonlinear cross systems with convective transfer and absorption, Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, vol. 264, 2018, 183-190. https://doi.org/10.1007/978-3-030-01144-4_15 (№3 Scopus IF=0.5).
4. Арипов М., Хожимуродова М. «О локализации температурных возмущений в средах с объемным поглощением и источником тепла», “ЎзМУ хабарлари”, Тошкент 2010. Стр.25-28(01.00.00, №8).

II бўлим (2 часть; part 2)

5. Mirsaid Aripov, Madina Khojimurodova. “ Localization Property Solution of a Double Nonlinear Diffusion Equation with Time Dependent Coefficient and Variable Density”, The 9th International Conference on Computer Science and Computational Mathematics, 9th-10th July, Langkawi, Malaysia-2020, p.35-39.
6. Sadullaeva Sh., Khojimurodova M. “Properties of solutions of the Cauchy problem for double nonlinear cross systems in double critical case”. Abstracts of the international scientific conference "Actual problems of applied mathematics and information technologies" Tashkent 14-15 November 2019. p.64-65.
7. Хожимуродова М. “К свойствам решений одной нелинейной задачи теплопроводности”, Журнал высшая школа, Май-УФА, 2016(10). Стр.148-150.
8. Арипов М., Хожимуродова М. «К свойствам решений одной нелинейной задачи теплопроводности”, Известия Кыргызского Государственного Технического Университета Университета им. И. Раззакова№24, Материалы международной конференции «Информационные технологии и математическое моделирование в науке, технике и образовании», Бишкек, 2011, Стр. 57-60.

9. Арипов М., Хожимуродова М. «К свойствам одной нелинейной модели диффузионного процесса с конвективным переносом, с поглощением или источником». Труды восьмой Всероссийской научной конференции с международным участием «Математическое моделирование и краевые задачи», Секция «Дифференциальные уравнения и краевые задачи», Часть 3, Самара, 2011, Стр. 17-20.

10. Aripov M., Sadullaeva Sh., Khojimurodova M. “To properties of solutions of the Cauchy problem for a degenerate nonlinear cross-system with variable density and absorption”. Abstracts of Uzbek-Israel joint International Conference: Science-Technology-Education-Mathematics-Medicine, Bukhara-Samarkand-Tashkent-May 13-17, 2019. p. 20-21

11. Арипов Мирсаид, Хожимуродова Мадинахон Бахромовна, Python дастурлаш тилида конвектив кўчиш иштирокидаги чизиқсиз диффузия жараёнларини визуаллаштириш // Агентство по интеллектуальной собственности РУз. Свидетельство №DGU 0542, 26.04.2019.

12. Sadullaeva Sh.A., Khojimurodova M.B. “Properties of space localization of solutions of degenerate nonlinear cross systems with convective transfer and absorption.” Abstracts of the VI International scientific conference “Modern problems of the applied mathematics and information technology–al-Khorezmiy 2018”, Tashkent, 13-15 September 2018, p.101

13. Khojimurodova M.B. “Finite speed perturbation distribution and spatial localization for the double nonlinear parabolic equation with source or absorption”, Abstracts of Uzbek-Israel International conference «Contemporary problems of mathematics and physics» October 6-10, 2017. p.76

14. Khojimurodova M.B. “The influence of a convective transfer and transfer to the processes of distribution of pollution” Abstracts of the second USA-Uzbekistan conference on analysis and mathematical physics, August 08-12, 2017 Urgench, P.64

15. Khojimurodova M.B. “Computer analysis of solutions and a free boundary for the one nonlinear heat conductivity equation with convective transfer” Modern problems of applied Mathematics and information Technology - al-Khwarizmi 2016. Abstracts-Bukhara, Uzbekistan, November 9 - 10,2016, p.44

16. Aripov M., Khojimurodova M. “To the numerical modeling of some nonlinear processes with an absorption or a sourse and a convective transfer”, Сборник тезисов V- всемирного конгресса инжиниринга и технологий –WCET 2012 «Наука и технологии: шаг в будущее», Алматы, 2012, Стр. 303-304.

17. Khojimurodova M., Aripov M. “To properties of solutions of one nonlinear problem of heat conductivity in a heterogenic media”, Proceeding book

“1st international Eurasian conference on mathematical sciences and applications” Pristine Kosovo -2012, p.121-122.

18. Aripov M., Khojimurodova M. “Visualization of processes of the one nonlinear heat conductivity equation”, WCIS-2012-Proceedings, November 25-27 2012. Tashkent. Uzbekistan. P.228-232.

19. Khojimurodova M. B. “To the influence of a convective transfer and absorption to the processes of distribution pollution”, Третья молодёжная международная школа конференция “Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач”, Новосибирск, 2011, Стр. 72-73.

20. Хожимуродова М. “К свойствам одной нелинейной модели диффузионного процесса с конвективным переносом с поглощением или источником”, «Предельные теоремы теории вероятностей и их приложения» Материалы 6-Ферганский конференции Посвященной памяти академика С.Х.Сираждинова, Ташкент 2011. Стр. 128-130.

21. Хожимуродова М. “К свойствам решений одной нелинейной задачи теплопроводности с переносом», «Предельные теоремы теории вероятностей и их приложения» Материалы 6-Ферганский конференции Посвященной памяти академика С.Х.Сираждинова, Ташкент 2011. Стр. 265-268.