A.A. IMOMOV
E.E. TO‘XTAYEV

MATEMATIK STATISTIKADAN MISOL VA MASALALAR TO‘PLAMI

Uslubiy qo‘llanma

Qarshi - 2020

Ushbu uslubiy qo‘llanma oliy o‘quv yurtlari talabalari uchun mo‘ljallangan bo‘lib, unda Matematik statistikadan misol va masalalar hamda ularni yechishga oid uslubiy ko‘rsatmalar berilgan. Mustaqil yechishga tavsiya qilingan masalalarning aksariyat qismining javoblari berilgan bo‘lib, bu talabalarning o‘z yechimlarini tekshirib ko‘rishlariga imkon beradi.

Mazkur qo‘llanmadan ehtimollar nazariyasi va matematik statistika fani o‘qitiladigan boshqa oliy o‘quv yurtlari talabalari ham foydalanishlari mumkin.

Taqrizchilar:

X.Meyliyev – Qarshi davlat universiteti Matematik analiz va differensial tenglamalar kafedrasi katta o`qituvchisi, f.-m.f.n.

E.Sharipov – Qarshi muhandislik iqtisodiyot instituti Oliy matematika kafedrasi katta o`qituvchisi, p.f.f.n.(PhD)

Ushbu uslubiy qo‘llanma Qarshi davlat universiteti uslubiy kengashining 26.02.2020 yil 7 -sonli yig‘ilishida ko‘rib chiqilgan va nashrga tavsiya qilingan.

Matematik statistika.

III modul

III modul
I BOB. Tanlanma va baholar

1.1.Matematik statistikaning asosiy masalalari. Bosh va tanlanma to`plamlar.

Statistik tahlil qilish uchun tasodifiy tanlab olingan to‘plam ***tanlanma to‘plam*** deyiladi.

Tanlanma qaysi to‘plamdan olingan bo‘lsa, bu to‘plam ***bosh to‘plam*** deyiladi.

Bosh to‘plam yoki tanlanma to‘plamning hajmi deb, bu to‘plamdagi ob’ektlar soniga aytiladi.

Bosh to‘plam hajmini N, tanlanma to‘plam hajmini n bilan belgilaymiz.

Agar bosh to‘plamdan tanlanma to‘plam ajratib olib, bu to‘plam ustida kuzatish olib borilgandan so‘ng, bu tanlanma to‘plam keyingi tanlashdan oldin yana bosh to‘plamga qaytarilsa, bunday tanlash usuli takroriy tanlanma deyiladi.

Agar bosh tanlanmadan tanlanma to‘plam ajratilib, bu to‘plam ustida kuzatish olib borilgandan so‘ng bosh to‘plamga qaytarilmasa, bunday tanlash usuli takroriy bo‘lmagan tanlanma deyiladi.

Amaliyotda ko‘pincha takroriy bo‘lmagan tanlab olish usulidan foydalaniladi. Albatta, bu ikkala tanlab olish usulida ham tanlanma to‘plam bosh to‘plamning barcha xususiyatlarini saqlagan holda olinishi kerak, ya’ni tanlanma to‘plam bosh to‘plamga “o‘xshash” bo‘lishini ta’minlaydigan qilib tanlash lozim.

Agar tanlanma to‘plam bosh to‘plamni deyarli barcha xususiyatlarini o‘zida saqlasa, u holda bunday tanlanma reprezentativ (vakolatli) tanlanma deyiladi.

Reprezentativ tanlanma hosil qilish uchun biz tanlanmani tasodifiy qilib tuzamiz. Tanlab olish usuli bosh to‘plamning bizni qiziqtiradigan belgisiga hech qanday ta’sir qilmaydi va bosh to‘plamning har bir elementi tanlanmada bir xil imkoniyat bilan qatnashishi ta’minlanadi. Agar tanlanma to‘plam reprezentativligini saqlamasa, u holda tanlanma to‘plam ustida chiqarilgan xulosani bosh to‘plamga tadbiq qilish noto‘g‘ri xulosaga olib kelishi mumkin.

Agar tanlanma to‘plam qiymatlar bo‘yicha o‘sish (yoki kamayish) tartibida

$$x_1^* \le x_2^* \le ..... \le x_n^* \text{ (yoki } x_n^* \ge x_{n-1}^* \ge ... \ge x_2^* \ge x_1^* \text{)} \qquad (1.1)$$

kabi joylashtirilsa,

$$x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*$$

variatsion qator deyiladi.

(1.1) to‘plamdagi $x_i,\ i = 1, 2, ..., n$ lar ***variantalar*** deyiladi.

Agar tanlanmada x_2 varianta n_2 marta, ..., x_k varianta n_k marta (bu yerda $n_1 + n_2 + ... + n_k = n$) kuzatilgan bo‘lsa, u holda

$$n_1, n_2, ..., n_k$$

sonlar ***chastotalar***,

$$w_i = \frac{n_i}{n} \quad (i = 1, 2, ..., k)$$

sonlar esa ***nisbiy chastotalar*** deyiladi. Ravshanki,

$$w_1 + w_2 + ... + w_k = 1$$

bo‘ladi.

Tanlanmaning ***statistik yoki empirik taqsimoti*** deb variantalar va ularga mos chastotalar yoki nisbiy chastotalardan iborat ushbu jadvalga aytiladi:

$$\begin{pmatrix} x_i: \ x_1, x_2, ..., x_k \\ n_i: \ n_1, n_2, ..., n_k \end{pmatrix} \text{ yoki } \begin{pmatrix} x_i: \ x_1, x_2, ..., x_k \\ w_i: w_1, w_2, ..., w_k \end{pmatrix}.$$

Ta’rif. Tanlanmaning ***empirik taqsimot funksiyasi*** deb x ning har bir qiymati uchun quyidagicha aniqlangan $F_n^*(x)$ funksiyaga aytiladi:

$$F_n^*(x) = \frac{n_x}{n},$$

bunda n_x – x qiymatdan kichik bo‘lgan variantalar soni; n – tanlanmaning hajmi.

Tanlanmaning empirik funksiyasidan farqli bosh to‘plam uchun aniqlangan ushbu $F(x)$ funksiya nazariy taqsimot funksiyasi deb ataladi. Empirik taqsimot funksiyasi nazariy taqsimot funksiyani baholash uchun ishlatiladi.

Empirik taqsimot funksiyaning xossalari

1. $0 \le F_n^*(x) \le 1$;
2. $F_n^*(x)$ – kamaymaydigan funksiya;
3. Agar x_1 – eng kichik varianta va x_k – eng katta varianta bo‘lsa, u holda

$$F_n^*(x) = 0, \text{ agar } x \le x_1 \text{ bo'lsa,}$$
$$F_n^*(x) = 1, \text{ agar } x > x_k \text{ bo'lsa.}$$

bo‘ladi.

1-misol. Hajmi 30 bo`lgan tanlanmaning chastotalari taqsimoti berilgan.

x_i:	2	8	16
n_i:	10	15	5

Nisbiy chastotalar taqsimotini tuzing.

Yechish:

Nisbiy chastotalarni topamiz. Buning uchun chastotalarni tanlanma hajmiga bo`lamiz.

$$W_1 = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}, W_2 = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}, W_3 = \frac{5}{30} = \frac{1}{6},$$

u holda, nisbiy chastotalar taqsimoti

x_i:	2	8	16
w_i:	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$

2-misol. Quyidagi taqsimot qatori bilan berilgan tanlanmaning empirik taqsimot funksiyasini tuzing va grafigini chizing.

x_i:	1	4	6
n_i:	10	15	25

Yechish:

$$n = n_1 + n_2 + n_3 = 10 + 15 + 25 = 50$$

$$w_1 = \frac{10}{50} = \frac{1}{5} = 0,2;\ w_2 = \frac{15}{20} = \frac{3}{10} = 0,3;\ w_3 = \frac{25}{50} = \frac{1}{2} = 0,5.$$

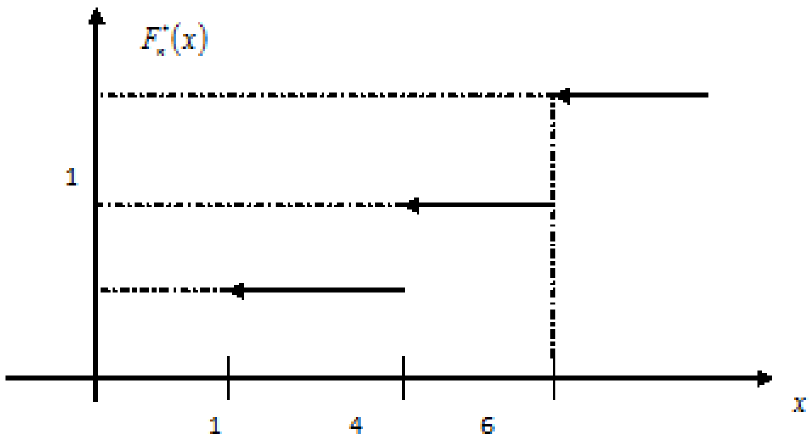
U holda, nisbiy chastotalar empirik taqsimoti

$x_i:$	1	4	6
$w_i:$	0.2	0.3	0.5

Empirik taqsimot funksiya quyidagi ko`rinishda bo`ladi.

$$F_n^*(x) = \begin{cases} 0 \quad, agar\ x \le 1\ \ bo'lsa \\ 0,2,\ agar 1 < x \le 4 bo'lsa \\ 0,5,\ agar\ 4 < x \le 6\ \ bo'lsa \\ 1 \quad, agar\ \ x > 6\ \ bo'lsa \end{cases}$$

Topilgan qiymatlar asosida grafikni yasaymiz:



3-misol. Quyida berilgan tanlanma uchun variatsion qator hamda chastotali taqsimot tuzing: $\{5,3,7,10,5,5,2,10,7,2,7,7,4,2,4\}$.

4-misol. Tavakkaliga tanlangan 30 ta talabalarning bo`y uzunliklaridan iborat quyidagi tanlanma berilgan:

178	160	154	183	155	153	167	186	155	163
157	175	170	166	159	173	182	167	169	171
179	165	156	179	158	171	175	173	172	164

Ushbu tanlanma uchun interval statistik taqsimot tuzing.

5-misol. Chastotali taqsimoti berilgan tanlanmaning empirik taqsimot funksiyasini toping:

a)

$x_i:$	15	16	17	18	19
$n_i:$	1	4	5	4	2

b)

$x_i:$	2	3	4	5	6	7	8
$n_i:$	1	3	4	6	5	2	1

6-misol. Quyidagi tanlanma uchun variatsion qator va statistik taqsimotini yozing: 5, 7, 4, 3, 5, 10, 7, 4, 5, 7, 7, 9, 9, 10, 3, 5, 4, 7, 5, 10.

Javob: Variatsion qator:

3, 3, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 7, 7, 7, 7, 7, 9, 9, 10, 10, 10

Statistik taqsimot:

$x_i:$	3	4	5	7	9	10
$n_i:$	2	3	5	5	2	3

7-misol. Yuqorida berilgan tanlanma uchun empirik taqsimot funksiyasini toping.

Javob:

$$F_{20}^{*}(x)=\begin{cases} 0, & x\le 3,\\ 0{,}1, & 3<x\le 4,\\ 0{,}25, & 4<x\le 5,\\ 0{,}5, & 5<x\le 7,\\ 0{,}75, & 7<x\le 9,\\ 1, & x>9. \end{cases}$$

8-misol. Tanlanmaning quyidagi berilgan taqsimoti bo`yicha uning empirik funksiyasini toping.

$x_i:$	1	4	6
$n_i:$	10	15	25

9-misol. Quyidagi ma`lumotlar asosida empirik funksiyasini toping.

$x_i:$	4	7	8
$n_i:$	5	2	3

10-misol. Quyidagi ma`lumotlar asosida empirik funksiyani toping.

$x_i:$	2	5	7
$n_i:$	3	2	5

11-misol. Tanlanma

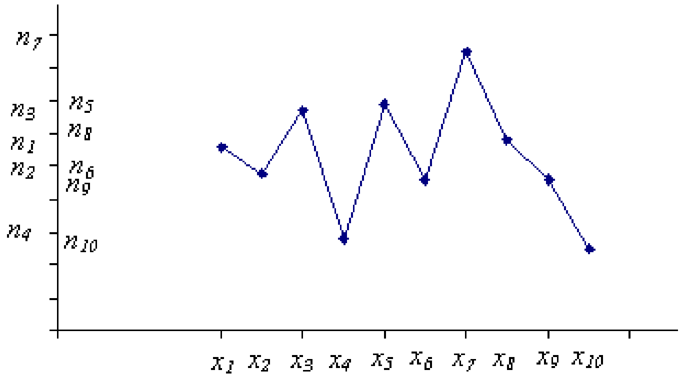
$x_i:$	3	7	8	10
$n_i:$	5	2	3	10

chastotalar taqsimotini ko`rinishida berilgan. Empirik taqsimot funksiyani toping va grafigini chizing.

1.2. Chastotalar poligoni

Tanlanmani grafik usulda tasvirlash uchun poligon va gistogrammalardan foydalaniladi.

Chastotalar poligoni deb $(x_1,n_1),(x_2,n_2),...,(x_k,n_k)$ nuqtalarni tutashtiruvchi siniq chiziqqa aytiladi. Chastotalar poligonini qurish uchun absissalar o‘qida x_i variantalar qiymatlari va ordinatalari o‘qida ularga mos kelgan chastotalar n_i qiymatlari belgilanadi. Koordinatalari (x_i,n_i) juftliklardan iborat nuqtalar kesmalar bilan tutashtiriladi.



Tanlanmani grafik usulda tasvirlash uchun tanlanmaning hajmi kam bo‘lganda poligondan, agar hajm katta bo‘lsa yoki kuzatilayotgan kattalik uzluksiz xarakterga ega bo‘lsa gistogrammadan foydalaniladi.

Nisbiy chastotalar poligoni deb koordinatalari $(x_1;w_1)$, $(x_2;w_2)$,..., $(x_k;w_k)$ bo‘lgan nuqtalarni tutashtiruvchi siniq chiziqqa aytiladi.

Chastotalar gistogrammasi deb, asoslari h uzunlikdagi intervallardan, balandliklari esa $\frac{n_i}{h}$, $i=1,2,...,k$ dan iborat bo‘lgan to‘g‘ri to‘rtburchaklardan tuzilgan pog‘onasimon shaklga aytiladi.

Nisbiy chastotalar gistogrammasi deb, asoslari h uzunlikdagi intervallardan, balandliklari esa

$$\frac{w_i}{h}=\frac{n_i}{nh}, \quad i=1,2,...,k$$

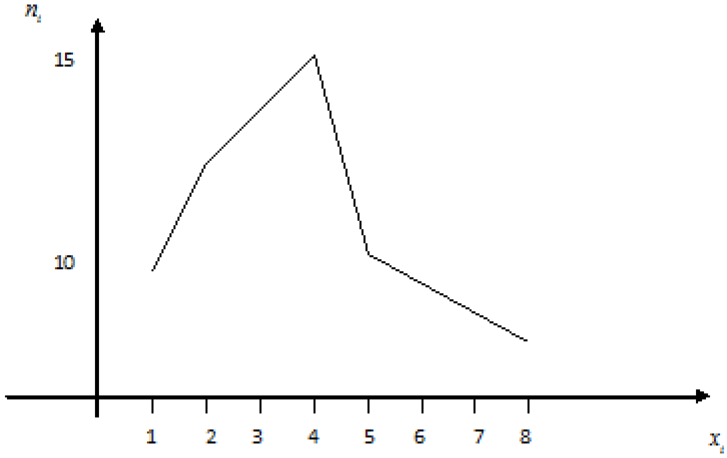
dan iborat bo‘lgan to‘g‘ri to‘rtburchaklarlardan tuzilgan pog‘onasimon shaklga aytiladi.

1-misol. Berilgan tanlanma taqsimoti bo`yicha chastotalar va nisbiy chastotalar poligonlarini chizing.

x_i :	1	2	4	5	8
n_i :	5	10	15	7	3

Yechish:

$n=5+10+15+7+3=40$ tanlanma hajmi. Chastotalar poligoni quyidagi



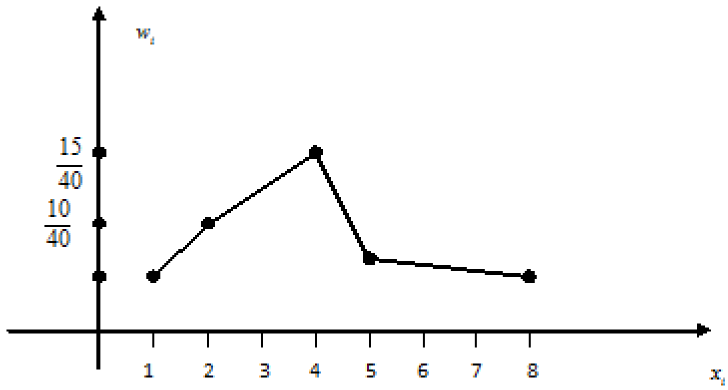
ko`rinishda bo`ladi.

Nisbiy chastotalarni topamiz.

$$w_1=\frac{5}{40};\quad w_2=\frac{10}{40};\quad w_3=\frac{15}{40};\ w_4=\frac{7}{40};\quad w_5=\frac{3}{40};$$

x_i :	1	2	4	5	8
w_i :	$\frac{5}{40}$	$\frac{10}{40}$	$\frac{15}{40}$	$\frac{7}{40}$	$\frac{3}{40}$

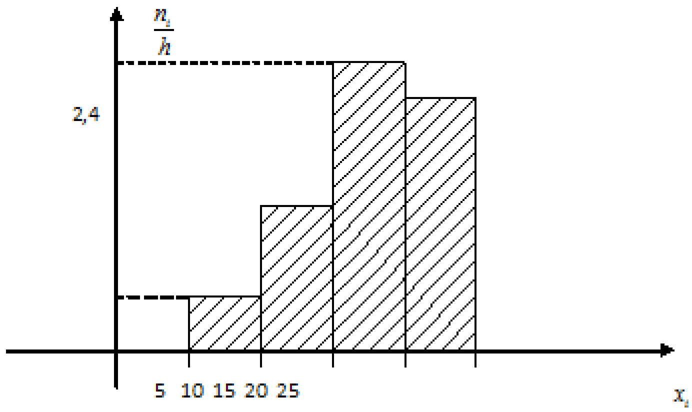
U holda, nisbiy chastotalarni poligoni quyidagi ko`rinishda bo`ladi.



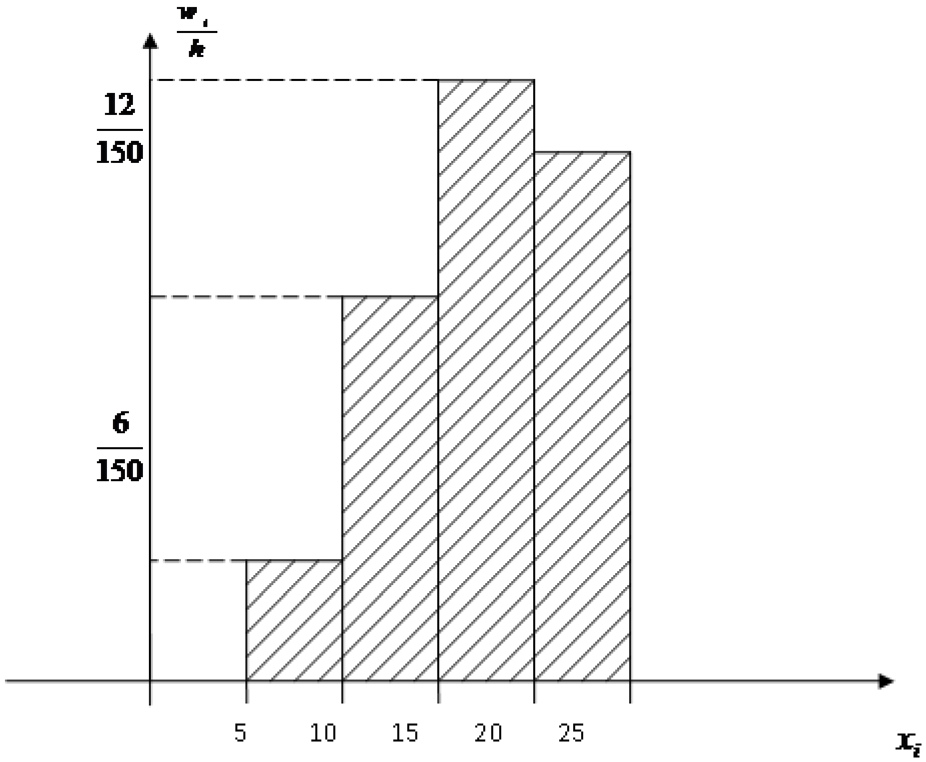
2-misol. Berilgan tanlanma taqsimoti bo`yicha chastotalar va nisbiy chastotalar gistogrammalarini chizing.

Interval nomeri	Qism interval	Intervaldagi variantalar chastotalari yig`indisi	Chastotalar zichligi	Nisbiy chastotalar	Nisbiy chastotalar zichligi
I	$x_i - x_{i+1}$	n_i	$\frac{n_i}{h}$	w_i	$\frac{w_i}{h}$
1	5–10	2	0,4	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{150}$
2	10–15	6	1,2	$\frac{1}{5}$	$\frac{6}{150}$
3	15–20	12	2,4	$\frac{2}{5}$	$\frac{12}{150}$
4	20–25	10	2	$\frac{1}{3}$	$\frac{10}{150}$

Chastotalar gistogrammasi quyidagi ko`rinishda bo`ladi.



Nisbiy chastotalar gistogrammasi esa quyidagi ko`rinishda bo`ladi.



3-misol. Quyidagi tanlanma uchun statistik taqsimotni yozing va chastotalar poligonini chizing:

1, 5, 4, 5, 4, 1, 3, 4, 7, 5, 4, 7, 3, 4, 5, 1, 1, 3, 7, 4, 5, 5, 4, 1, 3, 5, 4, 7, 5, 1, 4, 5, 3, 1, 4, 7, 1, 4, 3, 5, 1, 4, 5, 5, 7, 3, 1, 3, 4, 5.

4-misol. Quyidagi tanlanma berilgan:2, 1, 3, 3, 4, 4, 3, 3, 3, 2, 3, 1, 1, 2, 3, 3, 4, 2, 2, 3.

a)variatsion qatorni tuzing.

b)chastotalar jadvalini tuzing.

c)nisbiy chastotalar poligonini chizing.

5-misol. Korxona ishchilaridan tavakkaliga 20 tasi tanlanib, ularning tarif razryadlari haqida quyidagi ma`lumotlar olingan:

1, 2, 4, 6, 3, 4, 4, 2, 6, 3, 5, 3, 3, 1, 5, 4, 2, 5, 4, 3.

Shu ma`lumotlarga asoslangan holda:

a)tanlanmaning statistik taqsimotini tuzing va chastotalar poligonini yasang.

b)empirik taqsimot funksiyasini tuzing.

6-misol. Tanlanma

$x_i:$	4	7	8	12
$n_i:$	5	2	3	10

chastotalar taqsimoti ko`rinishda berilgan. Nisbiy chastotalar taqsimotini toping.

7-misol. Tanlanmaning quyidagi berilgan taqsimoti bo`yicha chastotalar poligonini yasang.

$x_i:$	2	3	5	6
$n_i:$	10	15	5	20

8-misol. Tanlanmaning quyidagi berilgan taqsimoti bo`yicha nisbiy chastotalar poligonini yasang.

$x_i:$	2	4	5	7	10
$w_i:$	0,15	0,2	0,1	0,1	0,45

9-misol. Tanlanmaning quyidagi berilgan taqsimoti bo`yicha chastotalar poligonini yasang.

$x_i:$	15	20	25	30	10
$n_i:$	10	15	30	20	25

10-misol. Nisbiy chastotalar poligonini yasang.

$x_i:$	20	40	65	80
$w_i:$	0,1	0,2	0,3	0,4

11-misol. Tanlanmaning quyidagi berilgan taqsimoti bo`yicha chastotalar gistogrammasini yasang.

Interval ro`yxati	Qism interval	Intervaldagi variantalar chastotalarining yig`indisi	Chastota zichligi
I	$x_i - x_{i+1}$	n_i	$\frac{n_i}{h}$
1	2–7	5	
2	7–12	10	
3	12–17	25	
4	17–22	6	
5	22–27	4	

12-misol. Tanlanmaning quyidagi berilgan taqsimoti bo`yicha chastotalar gistogrammasini yasang.

Interval ro`yxati	Qism interval	Qism intervaldagi variantalar chastotalarining yig`indisi
I	$x_i - x_{i+1}$	n_i
1	0–2	20
2	2–4	30
3	4–6	50
$n = \sum n_i = 100$		

13-misol. Tanlanmaning quyidagi berilgan taqsimoti bo`yicha chastotalar gistogrammasini yasang.

Interval ro`yxati	Qism interval	Qism intervaldagi variantalar chastotalarining yig`indisi
I	$x_i - x_{i+1}$	n_i
1	2–5	6
2	5–8	10
3	8–11	4
4	11–14	5
$n=\sum n_i = 25$		

14-misol. Tanlanmaning quyidagi berilgan taqsimoti bo`yicha chastotalar poligonini yasang.

x_i :	1	4	5	8	9
w_i :	0,15	0,25	0,3	0,2	0,1

15-misol. Nisbiy chastotalar poligonini yasang.

x_i	5	10	12	20
w_i	0,1	0,2	0,3	0,4

16-misol. Berilgan tanlanma taqsimoti bo`yicha chastotalar gistogrammasini tuzing.

interval	interval chastota lari
1–5	10
5–9	20
9–13	28
13–17	12
17–21	20
21–23	10

1.3. Statistik baholar va uning xossalari. Nuqtaviy baholar

Matematik statistikaning asosiy masalalaridan biri baholash masalasidir.

Odatda kuzatuvchi ixtiyorida bosh to'plamdan olingan *n* ta kuzatish natijasi $x_1, x_2, ..., x_n$ bo'ladi. Bu $x_1, x_2, ... x_n$ miqdorlarni o'zaro bog'liq bo'lmagan bir xil taqsimlangan tasodifiy miqdorlar sifatida qaraymiz. Nazariy taqsimot noma'lum parametrining bahosini topish kerakki, bu funksiya baholanadigan parametrning taqribiy qiymatini bersin. Nazariy taqsimot noma'lum parametrining ***statistik* yoki *empirik bahosi*** deb kuzatish natijalarining (tanlanmaning) ixtiyoriy funksiyasiga aytiladi.

Statistik baholar baholanayotgan parametrga “yaxshi” yaqinlashishi uchun ular ayrim shartlarni qanoatlantirishi talab qilinadi.

Faraz qilaylik, nazariy taqsimotning θ noma’lum parametrining statistik bahosi $\theta^* = \theta^*(x_1, x_2, ..., x_n)$ bo‘lsin.

Ixtiyoriy hajmdagi tanlanma uchun matematik kutilmasi baholanayotgan parametrga teng bo‘lgan statistik baho ***siljimagan baho*** deyiladi ($E\theta^* = \theta^*$ tenglikning o‘rinli bo‘lishidan θ^* ni siljimagan baho ekanligi kelib chiqadi).

Matematik kutilmasi baholanayotgan parametrga teng bo‘lmagan statistik baho ***siljigan baho*** deyiladi. ($E\theta^* \neq \theta^*$ bo‘lsa, undan θ^* bahoning siljigan ekanligi kelib chiqadi).

Berilgan hajmdagi tanlanma to‘plamdagi eng kichik dispersiyaga ega bo‘lgan statistik baho ***effektiv baho*** deyiladi, ya’ni bunday baho uchun dispersiya aniq quyi chegara $\inf\limits_{\theta_i^*} E\left(\theta_i^* - \theta\right)^2$ ga erishadi.

Katta hajmdagi tanlanmalar bilan ish ko‘rilganda bahoga asoslilik talabi qo‘yiladi. Agar kuzatishlar sonini cheksiz orttirilganda $\theta^* = \theta^*(x_1, x_2, ..., x_n)$ statistik baho baholanayotgan θ parametrga ehtimollik bo‘yicha yaqinlashsa, ya’ni ixtiyoriy $\varepsilon > 0$ uchun ushbu

$$P\left(\left|\theta^* - \theta\right| > \varepsilon\right) \to 0, \qquad n \to \infty$$

munosabat o‘rinli bo‘lsa, u holda θ^* statistik baho θ parametrning ***asosli bahosi*** deyiladi. Bundan, θ^* parametrning dispersiyasi $n \to \infty$ da nolga intilsa, baho asosli bo‘lishi kelib chiqadi.

Tanlamaning hajmi orttirilganda matematik kutilmasi baholanayotgan parametrga yaqinlashidigan statistik baho ***asimptotik siljimagan*** baho deyiladi. ($\lim\limits_{n\to\infty} E\theta^* = \theta$ bo‘lganda θ^* asimptomik siljimagan baho bo‘ladi).

Agar

$$\lim_{n\to\infty} \frac{E\left(\theta^*(x_1, x_2, ..., x_n) - \theta\right)^2}{\inf\limits_{\theta_i^*} E\left(\theta_i^*(x_1, x_2, ..., x_n) - \theta\right)^2} = 1$$

bo‘lsa, θ^* baho ***asimptotik effektiv*** bahosi deyiladi.

Statistik baholar ikki xil – nuqtaviy va interval bo‘ladi.

Bitta miqdoriy kattalik bilan aniqlanadigan statistik baho ***nuqtaviy baho*** deyiladi.

Baholanayotgan parametrni qoplaydigan intervalning chegaralarini bildiruvchi ikki miqdoriy kattalik bilan aniqlanadigan statistik baho ***interval baho*** deyiladi.

1-misol. Sterjenning uzunligi 5 marta o`lchanganda quyidagi natijalar olingan:

92, 94, 103, 105, 106.

a)sterjen uzunligining tanlanma o`rta qiymatini toping.

b)yo`l qo`yilgan xatolarning tanlanma dispersiyasini toping.

Yechish:

a)Tanlanma o`rtacha $\overline{x_t}$ ni topish uchun shartli variantalardan foydalanamiz, chunki dastlabki variantalar katta sonlardir. $u_i = x_i - 92$

$$\overline{x_T} = 92 + \frac{0+2+11+13+14}{5} = 92 + 8 = 100$$

b)Tanlanma dispersiyani topamiz:

$$D_T = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - x_T)^2}{n} = \frac{(92-100)^2 + (94-100)^2 + (103-100)^2 + (105-100)^2 + (106-100)^2}{5} = 34$$

2-misol. Bosh to`plamdan n=60 hajmli tanlanma olingan.

x_i :	1	3	6	26
n_i :	8	40	10	2

Bosh o`rtacha qiymatning siljimagan bahosini toping.

Yechish:

Bosh o`rtacha qiymatning siljimagan bahosi tanlanma o`rtacha bo`ladi.

$$\overline{x_t} = \frac{\sum n_i x_i}{n} = \frac{1\cdot 8 + 3\cdot 40 + 6\cdot 10 + 26\cdot 2}{60} = \frac{240}{60} = 4$$

3-misol. Ushbu n=10 hajmli tanlanma taqsimoti bo`yicha tanlanma o`rtachani va tanlanma dispersiyani toping.

x_i :	0,01	0,04	0,08
n_i :	5	3	2

Yechish: $u_i = 100x_i$, $\left(h = \frac{1}{100}\right)$ shartli variantalarga o`tamiz va natijada quyidagi taqsimotni hosil qilamiz:

u_i :	1	4	8
n_i :	5	3	2

$$\overline{u} = \frac{\sum n_i u_i}{n} = \frac{1}{10}(1\cdot 5 + 4\cdot 3 + 8\cdot 2) = 3,3$$

$$\overline{x_t} = \frac{\overline{u}}{100} = 0,033$$

$$D_t^u = \frac{\sum n_i u_i^2}{n} - \left[\frac{\sum n_i u_i}{n}\right]^2 = \frac{5\cdot 1^2 + 3\cdot 4^2 + 2\cdot 8^2}{10} - \left[\frac{5\cdot 1 + 3\cdot 4 + 2\cdot 8}{10}\right]^2 = 7,21$$

$$D_t^x = h^2 D_t^u = \frac{1}{100^2}\cdot 7,21 \approx 0,0007$$

4-misol. Agar har bir variantani

a) d songa kattalashtirilsa(yoki kichiklashtirilsa);

b) k marta kattalashtirilsa(yoki kichiklashtirilsa) tanlanma o`rta qiymati va dispersiyasi qanday o`zgaradi?

5-misol. Talabalardan 24 savoldan iborat test sinovi o`tkazildi. Ushbu test natijalariga ko`ra talabalar quyidagicha taqsimlanishdi:

To`g`ri javoblar soni	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24
Talabalar soni	2	4	8	12	16	10	3

Tanlanma sonli xarakteristikalarini hisoblang.

6-misol. Tanlanma o`rta qiymat $\overline{x_t}$ noma`lum matematik kutilma $M(X)$ga asosli baho ekanligini ko`rsating.

7 -misol Tajriba natijasida X tasodifiy miqdorning 20 ta qiymati olindi.

i	x_i	i	x_i
1	10,9	11	10,8
2	10,7	12	10,3
3	11,0	13	10,5
4	10,5	14	10,8
5	10,6	15	10,9
6	10,4	16	10,6
7	11,3	17	11,3
8	10,8	18	10,8
9	11,2	19	10,9
10	10,9	20	10,7

Tanlanma sonli xarakteristikalarini hisoblang.

8-misol.5, 5, 4, 6, 5, 4, 6, 6, 9, 7, 10, 5, 6, 10, 7, 4, 4, 5, 4, 7, 5, 4, 6, 6, 5, 6, 10, 6, 5, 5 tanlanma berilgan bo`lsin. Tanlanmaning statistik taqsimoti, tanlanma o`rta qiymati va tanlanma dispersiyasini toping.

Javob:

Statistik taqsimot:

$x_i:$	4	5	6	7	9	10
$n_i:$	6	9	8	3	1	3

$\overline{x_t} = 5{,}9$; $D_t = 0{,}29$

9-misol. $x_1, x_2, ..., x_n$ tanlanma berilgan bo`lsin. Tanlanma o`rta qiymati uchun quyidagi

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x}) = 0$$

tenglik bajarilishini isbotlang.

10-misol. Tanlanmaning statistik taqsimoti quyidagicha bo`lsin:

$$x_i: \ x_1 \ \ x_2 \ \ldots \ x_k$$

$$n_i: \ n_1 \ \ n_2 \ \ldots \ n_k$$

Tanlanma dispersiyasini hisoblash uchun quyidagi

$$D_T = \sum_{i=1}^{k} x_i^2 \cdot n_i - \overline{x}^2$$

formula o`rinli ekanligini ko`rsating.

11-misol. $x_1, x_2, ..., x_n$ tanlanma berilgan. Bosh to`plamning matematik kutilmasi m ning bahosi sifatida $\tilde{m}_1 = x_1$ statistik baho taklif qilingan. Bu bahoning siljimaganligi va asosliligini tekshiring.

12-misol. Bosh to`plam $\lambda$ parametrli Puasson qonuni bo`yicha taqsimlangan bo`lib, bu to`plam bo`yicha tanlanma tuzilgan bo`lsin. λ parametr uchun tanlanma o`rta qiymati siljimagan va asosli baho bo`lishini ko`rsating.

13-misol. Bir xil sharoitda n ta bog`liqsiz tajribalar o`tkazilganda A hodisa k marta ro`y berdi. $A$ hodisaning ro`y berish nisbiy chastotasi $w = \frac{k}{n}$. Bu hodisaning bitta tajribada ro`y berishi ehtimolligi $p = P(A)$ uchun siljimagan va asosli baho bo`lishini ko`rsating.

14-misol. Ushbu $n = 10$ hajmli tanlanma taqsimoti bo`yicha tanlanma dispersiyasini toping.

x_i :	186	192	194
n_i :	2	5	3

15-misol. $n = 10$ hajmli tanlanmaning ushbu taqsimoti bo`yicha tanlanma o`rtachani toping.

x_i :	1250	1270	1280
n_i :	2	5	3

16-misol. Bosh to`plamdan $n = 50$ hajmdagi tanlanma ajratilgan

x_i :	2	5	7	10
n_i :	16	12	8	14

Bosh to`plam o`rta qiymatining siljimagan bahosini toping.

17-misol. Guruhdagi 40 ta talabaning yozma ishlari baholarining chastotalari jadvali berilgan.

x_i :	2	3	4	5
n_i :	3	8	25	4

Tanlanmaning o`rtacha va tanlanma dispersiyasini toping.

18-misol. $n = 10$ hajmli tanlanmaning berilgan taqsimoti bo`yicha tanlanma dispersiyasini toping.

x_i :	2502	2804	2903	3028
n_i :	8	30	60	2

19-misol. $n = 50$ hajmli tanlanmaning berilgan taqsimoti bo`yicha tanlanma dispersiyasini toping.

x_i :	0,1	0,5	0,6	0,8
n_i :	5	15	20	10

20-misol. $n = 50$ hajmli tanlanmaning berilgan taqsimoti bo`yicha tanlanma dispersiyani toping.

x_i :	18,4	18,9	19,3	19,6
n_i :	5	10	20	15

21-misol. $n = 41$ hajmli tanlanma bo`yicha bosh dispersiyaning $D_t = 3$ siljigan bahosi topilgan. Bosh to`plam dispersiyasining siljimagan bahosini toping.

22-misol. $n = 10$ hajmli tanlanmaning berilgan taqsimoti bo`yicha tuzatilgan tanlanma dispersiyani toping.

x_i :	102	104	108
n_i :	2	3	5

23-misol. Ushbu $n = 100$ hajmli tanlanmaning berilgan taqsimoti bo`yicha tanlanma dispersiyasini toping.

x_i :	340	360	375	380
n_i :	20	50	18	12

24-misol. Ushbu $n = 10$ hajmli tanlanmaning berilgan taqsimoti bo`yicha tanlanma dispersiyasini toping.

x_i :	23,5	26,1	28,2	30,4
n_i :	2	3	4	1

25-misol. Ushbu $n = 100$ hajmli tanlanmaning berilgan taqsimoti bo`yicha tanlanma dispersiyasini toping.

x_i :	156	160	164	168	172	176	180
n_i :	10	14	26	28	12	8	2

1.4. Empirik ko`rsatkichlar va ularni hisoblash. Noma`lum parametrlarni baholash. Baho turlari. Baholarni tuzish usullari.

1-misol. Bosh to`plamning normal taqsimlangan $X$ belgisining noma`lum matematik kutilishi a ni $\nu = 0,95$ ishonchlilik bilan baholash uchun ishonchli oraliqni toping. Bunda $\sigma = 5$, tanlanma o`rtacha $\overline{x_t} = 14$ va tanlanma hajmi $n = 25$ berilgan.

Yechish:

$\varphi(t) = \frac{1}{2}\nu$ munosabatdan $\varphi(t) = \frac{0,95}{2} = 0,475$ jadvaldan $t = 1,96$ ni topamiz. Topilganlarni

$\overline{x_t} - t\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x_t} + t\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ formulaga qo`yib,

$\left(14 - 1,96 \cdot \frac{5}{\sqrt{25}}; 14 + 1,96 \cdot \frac{5}{\sqrt{25}}\right)$ yoki (12,04; 15,96) ishonchli oraliqni topamiz.

2-misol. Bosh to`plamning $X$ belgisi normal taqsimlangan. $n = 16$ hajmli tanlanma bo`yicha tanlanma o`rtacha $\overline{x_t} = 20,2$ va tanlanma o`rtacha kvadratik chetlanish $S = 0,8$ topilgan. Noma`lum matematik kutilishni ishonchli oraliq yordamida $\nu = 0,95$ ishonchlilik bilan baholang.

Yechish:

$t_{n-1;\,v}$ ni jadvaldan topamiz. $v=0,95;\ n=16;\ t_{n-1;\,v}=2,13$;

Bu qiymatlarni $\overline{x_t}-t_{n-1;\,v}\dfrac{S}{\sqrt{n}}<a<\overline{x_t}+t_{n-1;\,v}\dfrac{S}{\sqrt{n}}$ formulaga qo`ysak,

$$\left(20,2-2,13\cdot\frac{0,8}{\sqrt{16}};\ 20,2+2,13\cdot\frac{0,8}{\sqrt{16}}\right)\ \text{yoki}\ (19,774;\ 20,626)$$

hosil bo`ladi. Demak, noma`lum a parametr 0,95 ishonchlilik bilan (19,774; 20,626) ishonchli oraliqda yotadi.

3-misol. Bosh to`plamning $X$ belgisi normal taqsimlangan. $n=16$ hajmli tanlanma bo`yicha tanlanma o`rtacha kvadratik chetlanish $S=1$ topilgan. Bosh to`plam o`rtacha kvadratik chetlanishi σ ni 0,95 ishonchlilik bilan qoplaydigan ishonchli oraliqni toping.

Yechish:

Berilganlar $v=0,95$ $va\ n=16$ bo`yicha jadvaldan $q=0,44<1$ ekanligini topamiz. Topilganlarni $S(1-q)<\sigma<S(1+q)$ formulaga qo`yamiz va $1\cdot(1-0.44)<\sigma<1\cdot(1+0.44)$ yoki $0,56<\sigma<1,44$ ishonchli oraliqni hosil qilamiz.

4-misol. Tasodifiy miqdor $\tau=2$ parametr bilan normal qonun bo`yicha taqsimlangan. $n=25$ hajmli tanlanma olingan. Bu taqsimotning noma`lum a parametri uchun $v=0,95$ ishonchlilik bilan ishonchli oraliqni toping. $\overline{x_t}=20$

5-misol. Fizik kattalikni to`qqizta bir xil, bog`liq bo`lmagan o`lchash natijasida olingan natijalarning o`rta arifmetigi $\overline{x_t}=42,319$ va tanlanma o`rtacha kvadratik chetlanish $S=5$ topilgan. O`lchanayotgan kattalikning haqiqiy qiymatini $v=0,95$ ishonchlilik bilan aniqlash talab qilinadi.

6-misol. Agar 10 ta bog`liq bo`lmagan o`lchashlar natijasida obyektgacha bo`lgan masofa (m) uchun 25025, 24970, 24780, 25315, 24097, 24646, 24717, 25354, 24912, 25374 natijalar olingan bo`lsa, obyektgacha bo`lgan masofaning matematik kutilishi uchun $v=0,9$ ishonchlilik bilan ishonchli oraliqni toping. Bunda o`lchash xatoligi $\sigma=100$ o`rtacha kvadratik chetlanish bilan normal taqsimlangan deb faraz qilinadi.

7-misol. 10 ta erkli o`lchashlar natijasida sterjen uzunligi (mm) uchun quyidagi ma`lumotlar olingan: 23, 24, 23, 25, 25, 26, 26, 25, 24, 25. O`lchash xatoligi normal taqsimlangan deb faraz qilib, sterjen uzunligining matematik kutilishi uchun $v=0,95$ ishonchlilik bilan ishonchli oraliqni toping.

8-misol. Bosh to`plamning miqdoriy belgisi normal taqsimlangan. $n$ hajmli tanlanma bo`yicha tuzatilgan o`rtacha kvadratik chetlanish S topilgan.

a)o`rtacha kvadratik chetlanish σ ni;

b)dispersiyasini 0,99 ishonchlilik bilan qoplaydigan ishonchli oraliqni toping, bunda $n=10,\ S=5,1$.

9-misol. Biror fizik kattalikni bog`liq bo`lmagan bir xil aniqlikdagi 9 ta o`lchash ma`lumotlari bo`yicha o`lchashlarning o`rta arifmetik qiymati $\overline{x_T}=30,1$ va o`rtacha kvadratik chetlanishi $S=6$ topilgan. O`lchanayotgan kattalikning haqiqiy qiymatini ishonchli oraliq yordamida $v=0,95$ ishonchlilik bilan baholang.

10-misol. Bosh to`plamning normal taqsimlangan $X$ son belgisining noma`lum matematik kutilishi a ni 0,95 ishonchlilik bilan baholash uchun ishonchli oraliqni toping, bunda o`rtacha kvadratik chetlanish $\sigma=4$ tanlanma o`rtacha $\overline{x_t}=10,2$ va tanlanma hajmi $n=16$.

11-misol. Bosh to`plamning normal taqsimlangan $X$ belgisining matematik kutilishini tanlanma o`rta qiymat bo`yicha bahosining 0,925 ishonchlilik bilan aniqligi 0,2 ga teng bo`ladigan tanlanmaning minimal hajmini toping. O`rtacha kvadratik chetlanishini $\sigma=1,5$ ga teng deb oling.

12-misol. Tanlanmaning shunday minimal hajmini topingki, bosh to`plam $a$ matematik kutilishining tanlanma o`rtacha qiymat bo`yicha 0,975 ishonchlilik bilan bahosining aniqligi $\delta=0,3$ ga teng bo`lsin. Normal taqsimlangan bosh to`plamning o`rtacha kvadratik chetlanishi $\sigma=1,2$ ga teng.

13-misol. Bosh to`plamdan $n=10$ hajmli tanlanma olingan.

x_i:	-2	1	2	3	4	5
n_i:	2	1	2	2	2	1

Bosh to`plamning normal taqsimlangan belgisining a matematik kutilishini 0,95 ishonchlilk bilan ishonchli oraliq yordamida baholang.

14-misol. Bosh to`plamning normal taqsimlangan $X$ belgisining $a$ matematik kutilishini tanlanma o`rtacha qiymat bo`yicha 0,95 ishonchlilik bilan ishonchli interval yordamida baholang.

15-misol. Tanlanmaning shunday minimal hajmini topingki, normal taqsimlangan bosh to`plam matematik kutilishining tanlanma o`rtacha qiymat bo`yicha bahosining aniqligi 0,925 ishonchlilik bilan 0,2 ga teng bo`lsin. Bosh to`plam o`rtacha kvadratik chetlanishi $\sigma=1,5$ ga teng.

16-misol. Bosh to`plamdan $n=12$ hajmli tanlanma olingan:

x_i:	-0,5	-0,4	-0,2	0	0,2	0,6	0,8	1	1,2	1,5
n_i:	1	2	1	1	1	1	1	1	2	1

Bosh to`plamning normal taqsimlangan belgisining a matematik kutilishini 0,95 ishonchlilk bilan ishonchli oraliq yordamida baholang.

II BOB. Korrelatsiya nazariyasi lementlari.

2.1. Shartli o`rtacha qiymatlar. Korrelatsion jadval. Regressiya tenglamasi. Chiziqli korrelatsiya.

Agar X va Y tasodifiy miqdorlar (belgilar) ustida kuzatishlar otkazilgan bo`lib, kuzatishlar natijalari mos ravishda $(x_1;y_1)$, $(x_2;y_2),\ldots,(x_k;y_k)$ lardan iborat bo`lsa, u holda X va Y orasidagi bog`lanishni ushbu jadval ko`rinishida tasvirlash mumkin.

x_i	x_1	x_2	$\ldots$	x_k
y_i	y_1	y_2	$\ldots$	y_k

Agar kuzatishlar natijasida hosil bo`lgan $(x_i;y_i)$ juftlarining soni katta bo`lsa, hamda ularning ayrimlari takrorlanadigan bo`lsa, u holda yuqoridagi jadval o`rniga quyidagi ikki o`lchovli jadvalni keltirish mumkin.

	y_1	y_2	$\ldots$	y_s	M_x
x_1	m_{12}	m_{12}	$\ldots$	m_{1S}	M_{x1}
x_2	m_{21}	m_{22}	$\ldots$	m_{2S}	M_{x2}
$\cdot$ $\cdot$ $\cdot$ $\cdot$	$\cdot$ $\cdot$ $\cdot$ $\cdot$	$\cdot$ $\cdot$ $\cdot$ $\cdot$	$\cdot$ $\cdot$ $\cdot$ $\cdot$	$\cdot$ $\cdot$ $\cdot$ $\cdot$	$\cdot$ $\cdot$ $\cdot$ $\cdot$
x_k	m_{k1}	m_{k2}	$\ldots$	m_{ks}	M_{xk}
m_{1S}	M_{y1}	M_{y2}	$\ldots$	M_{ys}	**n**

Bu jadval korrelatsion jadval yoki korrelatsion panjara deb ataladi.

Aytaylik, X va Y belgilar orasidagi bog`lanish o`rganilayotgan bo`lsin, $X$ ning har bir qiymatiga $Y$ ning bir necha qiymati mos kelsin. Masalan, $x_1=8$ da $y_1=2$; $y_2=3$; $y_3=7$ qiymatlar olgan bo`lsin. Bularning arifmetik o`rtachasini topsak:

$$\overline{y}_8=\frac{2+3+7}{3}=4$$

U holda, $\overline{y}_8$– shartli o`rtacha qiymat deb ataladi.

$\overline{y}_8$– shartli o`rtacha qiymat deb $Y$ ning $X=x$ qiymatga mos qiymatlarining arifmetik o`rtachasiga aytiladi.

Y ning X ga korrelatsion bog`liqligi deb $\overline{y_x}$ shartli o`rtachaning x ga funksional bog`liqligiga aytiladi:

$$\overline{y_x}=f(x)$$

Bu tenglama Y ning X ga ***regressiya tenglamasi*** deb ataladi. Bu tenglama grafigi esa Y ning X ga regressiya chizig`I deb ataladi.

X ning regressiya tenglamasi va regressiya chizig`I ham yuqoridagiga o`xshash aniqlanadi.

$$\overline{x_y}=\phi(y)$$

Agar Y ning Xga va X ning Yga regressiya chizig`ining ikkalasi ham to`g`ri chiziqlar bo`lsa, u holda korrelatsiya ***chiziqli korrelatsiya*** deyiladi.

Y ning Xga regressiya to`g`ri chizig`ining tanlanma tenglamasi:

$$\overline{y_x}-y=r_t\frac{\sigma_y}{\sigma_x}(x-\overline{x}) \qquad (2.1.2)$$

ko`rinishida bo`ladi. Bu yerda $\overline{y_x}$ –shartli o`rtacha qiymat, $\overline{x}$ va $\overline{y}$ tekshirilayotgan $X$ va $Y$ belgilarining tanlanma o`rtacha qiymatlari, σ_x va σ_y lar esa mos ravishda X va Y belgilarining o`rtacha kvadratik chetlanishlari, $r_T$ tanlanma korrelatsiya koeffitsiyenti bo`lib,

$$r_t=\frac{\sum n_{xy}x_iy_i-n\overline{x}\,\overline{y}}{n\sigma_x\sigma_y} \text{ yoki } r_t=\frac{\sum x_iy_i-n\overline{xy}}{n\sigma_x\sigma_y} \qquad (2.1.3)$$

formula bo`yicha hisoblanadi.

Tanlanma korrelatsiya koeffitsiyenti alohida muhim ahamiyatga ega bo`lib, u belgilar orasidagi chiziqli korrelatsion bog`lanishning zichligini baholash uchun xizmat qiladi. Tanlanma korrelatsiya koeffitsiyenti uchun $|r_t|\le 1$ munosabat har doim o`rinli bo`lib, r_t kattalik birga qancha yaqin bo`lsa, bog`lanish shuncha kuchli, 0 ga qancha yaqin bo`lsa, bog`lanishi shuncha kuchsiz bo`ladi.

X ning Yga regressiya to`g`ri chizig`ining tanlanma tenglamasi quyidagi ko`rinishga ega:

$$\overline{x_y}-\overline{x}=r_t\frac{\sigma_x}{\sigma_y}(\overline{y}-y)$$

1-misol. Tanlanmaning quyidagi jadvali yordamida tanlanma shartli o`rta qiymat $\overline{x_y}$ ni toping.

X / Y	4	5	6	7	n_y
1	3	1	-	3	7
2	–	2	4	1	7
3	5	1	5	–	11
n_x	8	4	9	4	$n=25$

Yechish:

$$\overline{x_1}=\frac{4\cdot3+5\cdot1+6\cdot0+7\cdot3}{7}=\frac{38}{7}$$

$$\overline{x_2}=\frac{4\cdot0+2\cdot5+6\cdot4+7\cdot1}{7}=\frac{41}{7}$$

$$\overline{x_3}=\frac{4\cdot5+5\cdot1+6\cdot5+7\cdot0}{11}=\frac{55}{11}$$

2-misol. Bir xil turdagi mahsulot ishlab chiqaruvchi 5 ta sanoat korxonalari bo`yicha quyidagi mahsulotlar olingan.

Mehnatni elektr energiya bilan ta`minlanganligi– X (kvt/soat)	7,1	8,3	8,5	9	10,5
Mehnat unumdorligi– Y (dona)	14	16	14	15	17

Bu ma`lumotlardan foydalanib, mehnat unumdorligi $(Y)$ ning elektr energiya bilan ta`minlanganlik darajasi (X) ga bog`liqligi regressiya to`g`ri chiziqlarining tanlanma tenglamasini toping.

Yechish:

Dastlab $r_T = \dfrac{\sum x_i y_i - n\overline{xy}}{n\sigma_x \sigma_y}$ formuladagi zarur hisoblashlarni bajaramiz:

$$\overline{x} = \frac{7,1+8,3+8,5+9+10,5}{5} = 8,6$$

$$\overline{y} = \frac{14+16+14+15+17}{5} = \frac{76}{5} = 15,2$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n} - (\overline{x})^2} = \sqrt{\frac{(7,1)^2+(8,3)^2+(8,5)^2+9^2+(10,5)^2}{5} - (8,68)^2} \approx 1,1$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum y_i^2}{n} - (\overline{y})^2} = \sqrt{\frac{14^2+16^2+14^2+15^2+17^2}{5} - (15,2)^2} \approx 1,16$$

$$\sum x_i y_i = 7,1\cdot 14 + 8,3\cdot 16 + 8,5\cdot 14 + 9\cdot 15 + 10,5\cdot 17 = 664,7$$

Bu topilganlarni formulaga qo`ysak:

$$r_t = \frac{664,7 - 5\cdot 8,68\cdot 15,2}{5\cdot 1,1\cdot 1,6} = \frac{5,02}{6,38} \approx 0,79$$

Tanlanma korrelatsiya koeffitsiyentining topilgan bu qiymati X va Y belgilar orasidagi chiziqli bog`liqlik kuchli ekanligini ko`rsatadi.

Endi yuqoridagi hisoblanganlarni

$$\overline{y}_x - \overline{y} = r_T \frac{\sigma_y}{\sigma_x}(x - \overline{x})$$

regressiya tenglamasiga qo`yib,

$$\overline{y}_x - 15,2 = 0,79 \cdot \frac{1,16}{1,1}(x - 8,68)$$

Sodda almashtirishlardan so`ng, regressiya tenglamasini

$$\overline{y}_x = -0,82x + 8,08$$

ko`rinishda topamiz. Bu tenglama mehnat unumdorligi $Y$ ni mehnatni elektr energiya bilan ta`minlanganlik darajasi X ga korrelatsion bog`liqligini ifodalaydi.

3-misol. Y ning X ga to`g`ri chizig`ining tanlanma tenglamasini quyidagi korrelatsion jadvalda keltirilgan ma`lumotlar bo`yicha toping.

X \ Y	3	4	5	6	n_y

2	5	–	1	4	10
3	1	2	–	–	3
4	–	4	5	3	12
n_x	6	6	6	7	$n = 25$

Yechish:

$$\bar{x} = \frac{6\cdot 3 + 6\cdot 4 + 6\cdot 5 + 7\cdot 6}{25} = \frac{18+24+30+42}{25} = 4,56$$

$$\bar{y} = \frac{10\cdot 2 + 3\cdot 3 + 12\cdot 4}{25} = \frac{20+9+48}{25} = 3,08$$

$$\overline{x^2} = \frac{9\cdot 6 + 16\cdot 6 + 25\cdot 6 + 36\cdot 7}{25} = \frac{54+96+150+252}{25} = 22,08$$

$$\overline{y^2} = \frac{4\cdot 10 + 9\cdot 3 + 16\cdot 12}{25} = \frac{40+27+192}{25} = 10,36$$

Yuqoridagilardan foydalanib σ_x va σ_y ni topamiz.

$$\sigma_x = \sqrt{\overline{x^2} - (\bar{x})^2} = \sqrt{22,08 - (4,56)^2} \approx 1,18$$

$$\sigma_y = \sqrt{\overline{y^2} - (\bar{y})^2} = \sqrt{10,36 - (3,08)^2} \approx 0,87$$

$\sum n_{xy} x_i y_i$ ni topish uchun quyidagi hisoblash jadvalini tuzamiz.

X / Y	3	4	5	6	$U = \sum n_{xy} x$	$y \cdot U$
2	5		1	4	44	88
3	1	2			11	33
4		4	5	3	59	236
$V = \sum n_{xy} y$	13	22	22	20		$\sum_y y \cdot U = 357$
$x \cdot V$	39	88	110	120	$\sum_x x \cdot V = 357$ ←	Tekshirish

Ikkala yig`indining bir xil 357 ga teng ekanligi hisoblashlarning to`g`ri bajarilganligini ko`rsatadi. Jadval quyidagicha to`ldirilgan.

1. n_{xy} chastotaning x variantga ko`paytmasini, ya`ni $n_{xy}\cdot x$ ni , bu chastotani o`z ichiga olgan katakning yuqori o`ng burchagiga yoziladi. Masalan, birinchi satr kataklarining yuqori o`ng burchaklarida $5\cdot 3=15;\ 1\cdot 5=5;\ 4\cdot 6=24$; ko`paytmalar yozilgan.

2. Bir satr kataklarning yuqori o`ng burchaklarida joylashgan barcha sonlarni qo`shiladi va ularning yig`indisi "U ustun"ning shu satrdagi katagiga yoziladi. Masalan, birinchi satr uchun $U=15+5+14=44$

3. Nihoyat y variantani U ga ko`paytiriladi va hosil bo`lgan ko`paytma "y U ustunning" tegishli katagiga yoziladi. Masalan, jadvalning birinchi satrida $y=2,\ U=44$, demak:

$y\cdot U=2\cdot 44=88$

4. "*y U ustunning*" barcha sonlarini qo`shib, $\sum_y yU$ yig`indi hosil qilinadi, Y izlanayotgan $\sum n_{xy}x_i\cdot y_i$ yig`indiga teng bo`ladi. Masalan, yuqoridagi jadvalda $\sum n_{xy}x_i\cdot y_i=357$

Tekshirish maqsadida shunga o`xshash hisoblashlar ustunlar bo`yicha ham o`tkaziladi.

Izlanayotgan tanlanmaning korrelatsiya koeffitsiyentini topamiz:

$$r_t=\frac{\sum n_{xy}xy-n\overline{xy}}{n\sigma_x\sigma_y}=\frac{357-25\cdot 4,56\cdot 3,08}{25\cdot 1,18\cdot 0,87}=\frac{5,58}{25,665}\approx 0,23$$

yuqorida topilgan qiymatlarni $\overline{y}_x-\overline{y}=r_T\dfrac{\sigma_y}{\sigma_x}(x-\overline{x})$ regressiya tenglamasiga qo`yib

$$y_x-3,08=0,23\cdot\frac{0,87}{1,18}\cdot(x-4,56)$$

Sodda almashtirishlardan so`ng regressiya tenglamasini $\overline{y}_x=0,17x+2,3$ ko`rinishda topamiz.

4-misol. Berilgan jadval bo`yicha $X\ va\ Y$ tasodifiy miqdor tanlanma korrelatsiya koeffitsiyenti topilsin.

$X:$	-1	3	4	0	2	3	1	4
$Y:$	2	0	1	-1	1	1	2	0

5-misol. Tanlanmaning quyidagi jadvali yordamida Y ning X ga chiziqli tanlanma regressiya tenglamasini tuzing.

$X:$	10	2	7	5
$Y:$	8	2	6	4

6-misol. Tanlanmaning quyidagi jadvali yordamida tanlanmaning shartli o`rta qiymati $\overline{x}_y$ ni toping.

X / Y	3	4	5	6	n_y
2	5	–	1	4	10
3	1	2	–	–	3
4	–	4	5	3	12
n_x	6	6	6	7	$n=25$

7-misol. Berilgan jadvaldan foydalanib tanlanmaning shartli o`rta qiymati $\overline{y}_x$ ni toping.

X / Y	3	3,5	4	4,5	5
7	5	3	–	–	–
9	2	3	5	3	1
13	–	1	1	2	2

8-misol. Agar

$X:$	3	5	1	–2	4	2	1	0	3
$Y:$	–2	0	1	5	1	2	3	1	1

bo`lsa, korrelatsiya koeffitsiyenti topilsin.

9-misol. Tanlanmaning quyidagi jadvali yordamida Y ning X ga chiziqli tanlanma regressiya tenglamasini tuzing.

$X:$	10	2	7	5
$Y:$	8	2	6	4

10-misol. Tanlanmaning quyidagi jadvali yordamida tanlanmaning shartli o`rta qiymati x_y ni toping.

X / Y	6	30	50	n_y
1	15	–	–	15
3	1	14	–	15
4	–	2	18	20
n_x	16	16	18	$n=50$

11-misol. Tanlanmaning quyidagi jadvali yordamida tanlanmaning shartli o`rta qiymati $\bar{y}_x$ ni toping.

X / Y	1	9	19	n_y
0	13	–	–	13
2	2	10	–	12
3	1	1	23	25
n_x	16	11	23	$n=50$

12-misol. Y ning X ga regressiya to`g`ri chizig`ining tanlanma tenglamasini quyidagi jadvalda keltirilgan ma`lumotlar bo`yicha toping.

X / Y	20	25	30	35	40	n_y
16	4	6	–	–	–	10
26	–	8	10	–	–	18
36	–	–	32	3	9	44
46	–	–	4	12	6	22
56	–	–	–	1	5	6
n_x	4	14	46	16	20	$n=100$

13-misol. Quyidagi korrelatsion jadvalda keltirilgan ma`lumotlar bo`yicha Y ning X ga va X ning Y ga regressiya to`g`ri chiziqlarining tanlanma tenglamalarini toping.

X / Y	5	10	15	20	25	30	35	40	n_y
100	2	1	–	–	–	–	–	–	3
120	3	4	3	–	–	–	–	–	10
140	–	–	5	10	8	–	–	–	23
160	–	–	–	1	–	6	1	1	9
180	–	–	–	–	–	–	4	1	5
n_x	5	5	8	11	8	6	5	2	$n=50$

14-misol. Quyidagi jadvalda keltirilgan ma`lumotlar bo`yicha Y ning X ga va X ning Y ga regressiya to`g`ri chiziqlarining tanlanma tenglamalarini toping.

X / Y	18	23	28	33	38	43	48	n_y
125	–	1	–	–	–	–	–	1

150	1	2	5	–	–	–	–	8
175	–	3	2	12	–	–	–	17
200	–	–	1	8	7	–	–	16
225	–	–	–	–	3	3	–	6
250	–	–	–	–	–	1	1	2
n_x	1	6	8	20	10	4	1	$n = 50$

15-misol. Rayondagi 10 ta oziq-ovqat magazini bo`yicha bir oylik tovar ayirboshlash hajmi $X$ va shu davr mobaynidagi muomala xarajatlari $Y$ hajmi o`rganilgan. Y ning X ga regressiyasi tenglamasini toping.

X (mln so`m)	200	300	320	410	304	500	540	600	650	700
Y (mln so`m)	20	27	30	36	38	44	50	56	58	60

16-misol. Quyidagi berilgan ma`lumotlar bo`yicha arpa boshog`idagi donlar sonining $Y$ boshoqning uzunligiga $X$ bog`liqligi chiziqli regressiya tanlanma tenglamasini tuzing.

X:	6	6,8	7	8	8,5	9	10	11	12	13	14	15
Y:	11	14	16	20	22	24	24	28	28	30	31	33

17-misol. Quyidagi berilgan ma`lumotlar bo`yicha 1 gektar yerdan olingan hosil miqdorning Y sarflangan o`g`it miqdoriga X bog`liqligi chiziqli regressiya tanlanma tenglamasini toping.

X (s)	6	7	7,5	8	9	9,5	10
Y (s)	25	27	26	30	32	35	38

18-misol. Quyidagi ma`lumotlar bo`yicha shakar zavodlari fondlari hajmi Xga lavlagining zavodlardagi bir sutkalik sarfi Yning bog`liqligi chiziqli regressiya tanlanma tenglamasini toping.

X (mln so`m)	120	150	250	270	350	370	400	420
Y (mln so`m)	4	6	6	7	8	8	8	10

19-misol. Bir oylik ish haqi fondining Y ishlab chiqarilgan jami mahsulot hajmiga X bog`liqligini o`rganish maqsadida 10 ta sanoat korxonasi bo`yicha quyidagi ma`lumotlar olingan. Y ning X ga regressiya tanlanma tenglamasini toping.

Korxonalar	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X (mln so`m)	500	570	600	650	700	720	800	860	900	920
Y (mln so`m)	110	120	130	135	138	145	150	154	160	164

2.2.Tanlanma korrelatsion nisbat. Egri chiziqli va to`plamiy korrelatsiya

Tanlanma korrelatsiya koeffitsiyenti belgilar orasidagi chiziqli bog`liqlik miqdorini xarakterlash bilan muhim ahamiyatga ega. Chiziqli bo`lmagan yoki umuman, istalgan korrelatsion bog`lanish zichligini qanday baholash mumkin, degan savol paydo bo`lishi tabiiy. Istalgan korrelatsion bog`lanish uchun korrelatsion nisbat deb ataluvchi quyidagi xarakteristika ishlatiladi. Y ning X ga tanlanma ***korrelatsion nisbati*** deb

$$\eta_{yx} = \frac{\sigma_{yx}}{\sigma_y} \qquad (2.2.4)$$

nisbat bilan aniqlanuvchi kattalikka aytiladi.

Bu yerda:

$\sigma_{\overline{y}_x} = \frac{\sum n_x(\overline{y}_x - \overline{y})^2}{n}$ – shartli o`rtachaning o`rtacha kvadratik chetlanishi;

$\sigma_y = \frac{\sum n_y(y - \overline{y})^2}{n}$ – umumiy o`rtacha kvadratik chetlanishi;

n – tanlanma hajmi;

n_x – X belgi x qiymati chastotasi;

n_y – Y belgi y qiymati chastotasi;

$\overline{y}$ – Y belginig umumiy o`rtacha qiymati;

$\overline{y}_x$ – Y belgining shartli o`rtacha qiymati.

X belgining Y ga tanlanma korrelatsion nisbati ham shu kabi aniqlanadi:

$$\eta_{yx} = \frac{\sigma_{\overline{x}_y}}{\sigma_x} \qquad (2.2.5)$$

Agar X *va* Y orasidagi korrelatsion bog`lanish o`rganilayotgan bo`lib, $\overline{y}_x = f(x)$ yoki $\overline{x}_y = \varphi(y)$ regressiya funksiyalarining grafiklari egri chiziq bilan tasvirlanadigan bo`lsa, korrelatsiya egri chiziqli deyiladi. Egri chiziqli korrelatsiya zichligini baholash uchun tanlanma korrelatsion nisbatlar xizmat qiladi.

Ba`zi amaliy masalalarda ikkita emas, balki undan ko`p belgilar orasidagi bog`lanishni o`rganish zarurati tug`iladi. Bunday holdagi korrelatsion bog`lanish to`plam (yoki ko`plik) korrelatsiya deb ataladi. To`plam korrelatsiyaning eng sodda holi bo`lgan chiziqli korrelatsiyada $X, Y\, va\, Z$ belgilar orasidagi korrelatsion munosabat

$Z = aX + bY + C$

tenglama ko`rinishida ifodalanadi.

Z belgining $X\, va\, Y$ belgilar bilan bog`liqligining zichligi quyidagi to`la korrelatsiya koeffitsiyenti bilan baholanadi:

$$R = \sqrt{\frac{r_{xz}^2 - 2r_{xy}r_{xz}r_{yz} + r_{yz}^2}{1 - r_{xz}^2}} \qquad (2.2.6)$$

shuningdek, Y ning tayin fiksirlangan qiymatida $Z\ va\ X$ orasidagi bog`lanish zichligi

$$r_{xz}(y) = \frac{r_{xz} - r_{xy}r_{yz}}{\sqrt{(1 - r_{xz}^2)\cdot(1 - r_{yz}^2)}},$$

X ning tayin fiksirlangan qiymatida $Z\ va\ Y$ orasidagi bog`lanish zichligi

$$r_{xz}(y) = \frac{r_{xz} - r_{xy}r_{yz}}{\sqrt{(1 - r_{xz}^2)\cdot(1 - r_{yz}^2)}} \qquad (2.2.7)$$

xususiy korrelatsiya koeffitsiyentlari bilan baholanadi.

Agar regressiya grafigi egri chiziq bilan ifodalansa, xususan, ikkinchi tartibli parabolik korrelyatiya bo`lgan holda, X ning X ga regressiyaning ***tanlanma tenglamasi***

$$\overline{y}_x = Ax^2 + Bx + C \qquad (2.2.8)$$

ko`rinishda bo`ladi. Noma`lum $A, B\ va\ C$ parametrlari quyidagi tenglamalar sistemasidan topiladi:

$$\begin{cases} \left(\sum n_x x^4\right)A + \left(\sum n_x x^3\right)B + \left(\sum n_x x^2\right)c = \sum n_x \overline{y}_x x^2 \\ \left(\sum n_x x^3\right)A + \left(\sum n_x x^2\right)B + \left(\sum n_x x\right)c = \sum n_x \overline{y}_x x \\ \left(\sum n_x x^2\right)A + \left(\sum n_x x\right)B + nc = \sum n_x \overline{y}_x \end{cases} \qquad (2.2.9)$$

X ning Y ga regressiyaning tanlanma tenglamasi

$$x_y = A_1 y^2 + B_1 y + C_1 \qquad (2.2.10)$$

ham shunga o`xshash topiladi.

1-misol. $n = 50$ hajmli quyidagi korrelatsion jadval bo`yicha Y belgining X belgiga korrelatsion nisbati η_{yx} ni toping.

X	10	20	30	n_y

Y				
15	4	28	6	38
25	6	–	6	12
n_x	10	28	12	$n=50$
y_x	21	15	20	

Yechish: $\bar{y}$ – umumiy o`rtachani topamiz.

$$\bar{y} = \frac{\sum n_i y_i}{n} = \frac{38 \cdot 15 + 12 \cdot 25}{50} = \frac{870}{50} = 17,4$$

umumiy o`rtacha kvadratik chetlanishni topamiz:

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum n_y (y-\bar{y})^2}{n}} = \sqrt{\frac{38(15-17,4)^2 + 12(25-17,4)^2}{50}} = 4,27$$

shartli o`rtachaning o`rtacha kvadratik chetlanishini topamiz.

$$\sigma_{\bar{y}_{x0}} = \sqrt{\frac{\sum n_x (y_x - y)^2}{n}} = \sqrt{\frac{10(21-17,4)^2 + 28(15-17,4)^2 + 12(20-17,4)^2}{50}} = 2,73$$

Topilganlarni formulaga qo`ysak,

$$\eta_{yx} = \frac{\sigma_{y_x}}{\sigma_y} = \frac{2,73}{4,27} = 0,64$$

2-misol. Quyidagi korrelatsion jadvaldagi ma`lumotlar bo`yicha $\bar{y}_x = Ax^2 + Bx + C$
regressiya tanlanma tenglamasini toping.

X / Y	0	1	2	3	4	n_y
0	18	1	1	–	–	20
3	1	20	–	–	–	21
5	3	5	10	2	–	20
10	–	–	7	12	–	19
17	–	–	–	–	20	20
n_x	22	26	18	14	20	$n=100$

Yechish: Quyidagi hisoblash jadvalini tuzamiz.

x	n_x	$\overline{y}_x$	$n_x x$	$n_x x^2$	$n_x x^3$	$n_x x^4$	$n_x \overline{y}_x$	$n_x \overline{y}_x x$	$n_x \overline{y}_x x^2$
0	22	0,8	0	0	0	0	17,6	0	0
1	26	3,27	26	26	26	26	85,02	85,02	85,02
2	18	6,67	36	72	144	288	120,06	240,12	480,24
3	14	9,3	42	126	378	1134	130	390	1170
4	20	17	80	320	1280	5120	340	1360	5440
$\sum$	100		184	544	1828	6568	692,68	2075,14	7175,26

Jadvalning oxirgi satrida turgan sonlarni (5) ga qo`yib, quyidagi tenglamalar sistemasini hosil qilamiz.

$$6568A + 1828B + 544C = 7175,26$$
$$1828A + 544B + 184C = 2075,14$$
$$544A + 184B + 100C = 692,68$$

Bu sistemani yechib, $A = 0,66,\ B = 1,23\ va\ C = 1,07$ ekanligini topamiz. Topilgan bu koeffitsiyentlarni regressiya tenglamasi

$\overline{y}_x = Ax^2 + Bx + C$ ga qo`yib,

$\overline{y}_x = 0,66x^2 + 1,23x + 1,07$ ni hosil qilamiz.

3-misol. Quyidagi jadvaldagi ma`lumotlar bo`yicha $\overline{y}_x = Ax^2 + Bx + C$ regressiya tanlanma tenglamasini va η_{yx} tanlanma korrelatsion nisbatni toping.

$Y \backslash X$	0	4	6	7	10	n_y
7	19	1	1	–	–	21
13	2	14	–	–	–	16
40	–	3	22	2	–	27
80	–	–	–	15	–	15
200	–	–	–	–	21	21
n_x	21	18	23	17	21	$n = 100$

4-misol. Korrelatsion jadvalda keltirilgan ma`lumotlar bo`yicha $x_y = Ay^2 + By + C$ regressiya tanlanma tenglamasini va η_{yx} tanlanma korrelatsion nisbatni aniqlang.

$Y \backslash X$	6	30	50	n_y
1	15	–	–	15
3	1	14	–	15
4	–	2	18	20
n_x	16	16	18	$n = 50$

5-misol. Quyidagi ma`lumotlar bo`yicha $\overline{x}_y = Ay^2 + By + C$ regressiya tanlanma tenglamasini va η_{yx} tanlanma korrelatsion nisbatni aniqlang.

Y \ X	1	9	19	n_y
0	13	–	–	13
2	2	10	–	12
3	1	1	23	25
n_x	16	11	23	$n=50$

2.3.Matematik statistikada ko`p ishlatiladigan taqsimotlar.

1. χ^2 taqsimot

Agar k ta o`zaro bog`liq bo`lmagan normalangan $X_i (i=l,k)$ tasodifiy miqdorlar normal taqsimotga ega bo`lsa, u holda ularning kvadratlari yig`indisi

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} X_i^2$$

ning taqsimoti ozodlik darajalari k bo`lgan χ^2 (Xu – kvadrat) taqsimot deyiladi. χ^2 taqsimotning zichlik funksiyasi quyidagicha:

$$P_k(x) = \begin{cases} 0 & ,agar\ x \le 0\ bo'lsa \\ \dfrac{1}{2^{\frac{k}{2}} \Gamma\left(\frac{k}{2}\right)} e^{\frac{x}{2}} \cdot x^{\frac{k}{2}-1} & ,agar\ x > 0\ bo'lsa \end{cases}$$

Bu yerda $\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} \cdot e^{-t} dt$ – gamma funksiya.

x^2 taqsimotning ozodlik darajalari $k \le 30$ bo`lsa, uning qiymatlari jadvaldan topiladi, agar ozodlik darajalari $k > 30$ bo`lsa, uni normal qonun bilan yetarlicha aniqlikda almashtirish mumkin.

2. Styudent taqsimoti.

X–normalangan normal taqsimlangan tasodifiy miqdor, Y–esa ozodlik darajalari k bo`lgan $\chi^2$ taqsimotga ega tasodifiy miqdorlar bo`lsa, u holda

$$T = \frac{X}{\sqrt{\frac{Y}{k}}}$$

tasodifiy miqdor t – taqsimot (yoki k ozodlik darajali Styudent taqsimoti) ga ega deyiladi.

Styudent taqsimoti $k \to \infty$ da asimtotik normaldir. Bu taqsimotning zichlik funksiyasi quyidagicha:

$$P_k(x) = \frac{\Gamma(k+\frac{1}{2})}{\sqrt{\pi k}\,\Gamma(\frac{k}{2})} \cdot (1+\frac{x^2}{k})^{\frac{k+1}{2}}$$

3.Fisher taqsimoti

Agar X va Y bog`liq bo`lmagan tasodifiy miqdorlar bo`lib, ular $k_1$ *va* $k_2$ ozodlik darajali $\chi^2$ qonun bo`yicha taqsimlangan bo`lsa, u holda

$$F = \frac{X / k_1}{Y / k_2}$$

tasodifiy miqdor F taqsimotga (yoki k_1 *va* k_2 ozodlik darajali Fisher taqsimotiga) ega deyiladi.

Statistik gipoteza deb noma`lum taqsimotning ko`rinishi haqidagi yoki ma`lum taqsimotning noma`lum parametrlari haqidagi gipotezaga aytiladi. Nolinchi (asosiy) gipoteza deb ilgari surilgan H_0 gipotezaga, konkurent (zid) gipoteza deb esa nolinchi gipotezaga zid bo`lgan H_1 gipotezaga aytiladi.

Statistik kriteriy deb nolinchi (asosiy) gipotezani qabul qilish yoki qabul qilinmaslik haqidagi qoidaga aytiladi. Bu qoida quyidagidan iborat. Buning uchun qandaydir $Z(x_1, x_2 \ldots x_n)$ statistika olinib, uning (aniq yoki taqribiy) taqsimoti asosiy gipoteza o`rinli bo`lganda topiladi. So`ngra statistikaning qiymatlar sohasi ikkiga ajratiladi. Agar stati-stikaning kuzatilgan $Z(x_1, x_2 \ldots x_n)$ qiymati bu sohalarning birinchisiga tushsa, $H_0$ gipoteza qabul qilinish sohasi, ikkinchisiga esa kritik soha deyiladi. $Z(x_1, x_2 \ldots x_n)$ statistikaning qabul qilish mumkin bo`lgan barcha qiymatlari biror intervalga tegishli bo`ladi. Shu sababli kritik soha va gipotezaning qabul qilinish sohasi ham intervallar bo`ladi. Ularni nuqtalar ajratib turadi. Bu nuqtalar kritik nuqtalar deyiladi.

Kritik sohalar quyidagicha bo`lishi mumkin.

a)o`ng tomonlama kritik soha:

$$Z > Z_{kp}$$

b)chap tomonlama kritik soha:

$$Z < Z_{kp}$$

c) ikki tomonlama kritik soha:

$$|Z| > Z_{kp}$$

$Z(x_1, x_2 \ldots x_n)$ statistikaning kritik sohaga tushish ehtimoli α uning aniqlilik darajasi deyiladi.

Gipotezani statistik tekshirish natijasida ikki xil xatoga yo`l qo`yish mumkin.

Birinchi tur xato shuki, bunda to`g`ri gipoteza rad etiladi.

Ikkinchi tur xato shuki, bunda noto`g`ri gipoteza qabul qilinadi.

Kriteriyning quvvati deb konkurent gipoteza o`rinli bo`lish shartida Z kriteriyning kritik sohaga tushish ehtimoliga aytiladi. Kriteriyning quvvati qancha katta bo`lsa, ikkinchi tur xatoga yo`l qo`yish ehtimoli shuncha kichik bo`ladi.

$X = (x_1, x_2 \ldots x_n)$ tanlanma berilgan bo`lib, uning asosida bosh to`plamning $F(x)$ taqsimot funksiyasini aniqlash kerak bo`lsin.

Muvofiqlik kriteriysi deb taqsimot funksiyaning umumiy ko`rinishi haqidagi H_0 gipotezani qabul qilish yoki rad etishga imkon beradigan kriteriyga aytiladi.

Muvofiqlik kriteriylaridan biri Pirson kriteriysini qurish uchun X belgi qiymatlarining o`zgarish sohasini $\Delta_1, \Delta_2, ...\Delta_k$ intervallarga bo`lamiz.

P_i– tasodifiy miqdor X ning Δ_i intervalga tushishining nazariy ehtimoli bo`lsin: $P_i = P(X \in \Delta_i)$. Bu ehtimol $H_0$ gipotezadan kelib chiqqan holda hisoblanadi, ya`ni X tasodifiy miqdor $F(x)$ taqsimot funksiyaga ega deb faraz qilinadi.

n_i–hajmi n bo`lgan $(x_1, x_2 \dots x_n)$ tanlanmada $X$ belgining $\Delta_i$ intervalga tushgan qiymatlarining soni bo`lsin. Bunda

$$P_1 + P_2 + \dots\dots + P_k = 1$$

$$n_1 + n_2 + \dots\dots + n_k = n$$

Agar tanlanmaning hajmi yetarlicha katta $(n > 30)$ bo`lsa, taqsimotni taqriban normal taqsimot deb olish mumkin.

Ushbu

$$\xi_i = \frac{n_i - np_i}{\sqrt{np_i}} \quad i = \overline{l,k}$$

tasodifiy miqdorlarni qaraymiz.

Teorema. Agar *H₀* gipoteza to`g`ri bo`lsa va $np_i > 5$ bo`lsa, u holda

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \xi_i^2$$

tasodifiy miqdor $k-1$ ozodlik darajali χ^2 taqsimot bo`yicha taqsimlangan hisoblanadi.

$n \to \infty$ da χ^2 taqsimot statistika asimptotik normaldir.

U holda, Pirsonning muvofiqlik kriteriysini quyidagicha ta`riflash mumkin.

Berilgan α aniqlilik darajasi va χ^2 taqsimot uchun jadvallardan x_a ning

$$P\left(\chi^2 > x_\alpha\right) = \alpha$$

bo`ladigan kritik qiymatlari topiladi. Tanlanma ma`lumotlariga ko`ra $\chi^2$ kriteriyning kuzatilgan qiymati hisoblanadi, agar u qiymat qabul qilish sohasiga tushsa, ya`ni $\chi^2 > x_\alpha$ bo`lsa, $H_0$ gipoteza qabul qilinadi va bosh to`plam $F(x)$ taqsimot funksiyaga ega deb hisoblanadi, agar $\chi^2 > x_\alpha$ bo`lsa,u holda H_0 gipoteza rad etiladi.

Agar nazariy chastotalarni hisoblashda a va σ^2 o`rniga ularning $\overline{x_t}$ va $S^2$ baholaridan foydalaniladigan bo`lsa, u holda

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$$

statistika taqriban $k-3$ ozodlik darajali χ^2 taqsimot bo`yicha taqsimlanadi.

6-misol. X belgili bosh to`plamdan olingan tanlanmaning statistik taqsimoti berilgan

Δ_i:	[0;5)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)	[45;50)
n_i:	2	12	8	4	14	6	10	2	1	11

X belgining taqsimot funksiyasi tekis taqsimotga muvofiq yoki muvofiq emasligini 0,05 aniqlik darajasi bilan Pirsonning muvofiqlik kriteriysi yordamida tekshiring.

Yechish:

$$n = \sum_{i=1}^{10} n_i = 70$$

Quyidagi jadvalni topamiz:

$x_i:$	2,5	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5	32,5	37,5	42,5	47,5
$w_i:$	0,029	0,171	0,114	0,057	0,2	0,086	0,143	0,029	0,014	0,157

U holda

$$\overline{X} = \sum_{i=1}^{10} w_i x_i = 24,43$$

$$\overline{X^2} = \sum_{i=1}^{10} w_i x_i^2 = 782,67$$

$$S^2 = \overline{X^2} - \left[\overline{X}\right]^2 = 185,92$$

$$S = \sqrt{185,92} \approx 13,63$$

X belgi tekis taqsimot qonuniga ega bo`lgani uchun

$$M(X) = \frac{a+b}{2};\ D(X) = \frac{(b-a)^2}{12};\ \sigma(X) = \frac{b-a}{2\sqrt{3}}$$

a va b ni aniqlash uchun quyidagi sistemani tuzamiz:

$$\begin{cases} \dfrac{a+b}{2} = 24,43 \\ \dfrac{b-a}{2\sqrt{3}} = 13,63 \end{cases}$$

Bundan

$$a = 0,85 \quad b = 48,01$$

$$\frac{1}{b-a} = \frac{1}{47,16} = 0,0212$$

Shunday qilib, belgi zichlik funksiyasi

$$f(x) = \begin{cases} 0 \quad , agar\ x < 0,85\ bo'lsa \\ 0,0212, agar\ 0,85 \le x \le 48,01\ bo'lsa \\ 0, agar x > 48,01, bo'lsa \end{cases}$$

Endi tekis taqsimot bo`yicha X belgining [0;5), [5;10) …… [45;50) oraliqlarga tushish ehtimolliklarini topamiz.

$$P_1 = P(0 < X < 5) = P(0,85 < X < 5) = \int_{0,85}^{5} 0,0212dx = 0,0212x \Big|_{0,85}^{5} = 0,088$$

$$P_2 = P(5 < X < 10) = \int_{5}^{10} 0,0212dx = 0,106$$

$$P_{10} = P(45 < X < 50) = \int_{45}^{48,01} 0,0212dx = 0,064$$

Topilgan qiymatlarni jadval ko`rinishda yozsak:

Δ_i :	[– 5;0)	[0;5)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)
P_i :	0	0,088	0,106	0,106	0,106	0,106

Δ_i :	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)	[45;50)	[50;55)
P_i :	0,106	0,106	0,106	0,106	0,064	0

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i} = n\sum_{i=1}^{k} \frac{(\frac{n_i}{n} - p_i)^2}{p_i} = n \cdot \sum_{i=1}^{k} \frac{(w_i - p_i)^2}{p_i} = n \cdot Y^2$$

Y^2 ni hisoblash uchun quyidagi jadvalni tuzamiz:

W_i	P_i	$W_i - P_i$	$(W_i - P_i)^2$	$\frac{(W_i - P_i)^2}{P_i}$
0,029	0,088	– 0,059	0,003	0,034
0,171	0,106	0,065	0,004	0,038
0,114	0,106	0,008	0,006	0,057
0,057	0,106	– 0,049	0,002	0,019
0,2	0,106	0,094	0,009	0,085
0,086	0,106	– 0,020	0,000	0,000
0,143	0,106	0,037	0,001	0,009
0,029	0,106	– 0,077	0,006	0,057
0,014	0,106	– 0,092	0,008	0,075
0,157	0,064	0,093	0,009	0,141
				0,515

Shunday qilib,

$\chi^2 = 70 \cdot 0,515 = 36,05$

χ^2 taqsimot jadvalidan

$\chi_{10-2-1:0,05} = \chi_{7:0,05} = 14,1$

Demak, $\chi^2 > 14,1$ bo`lgani uchun bosh to`plamning taqsimot funksiyasi 0,05 aniqlik daraja bilan tekis taqsimotga mos kelmaydi degan xulosaga ega bo`lamiz.

7-misol. X belgili bosh to`plamdan olingan tanlanmaning statistik taqsimoti berilgan;

Δ_i :	[0;3)	[3;6)	[6;9)	[9;12)	[12;15)	[15;18)	[18;21)	[21;24)	[24;27)	[27;30)
n_i :	1	3	4	6	11	10	7	5	2	1

X belgining taqsimot funksiyasi normal taqsimotga muvofiq yoki muvofiq emasligini 0,05 aniqlilik darajasi bilan Pirsonning muvofiqlik kriteriysi yordamida aniqlang.

Yechish:

$$n = \sum_{i=1}^{10} n_i = 50$$

$w_i = \dfrac{n_i}{n}$, $i = \overline{1,10}$ deb olib, quyidagi jadvalni tuzamiz:

x_i :	1,5	4,5	7,5	10,5	13,5	16,5	19,5	22,5	25,5	28,5
w_i :	0,02	0,06	0,08	0,12	0,22	0,20	0,14	0,10	0,04	0,02

U holda

$$\overline{X} = \sum_{i=1}^{10} x_i w_i = 15$$

$$S^2 = \overline{X^2} - (\overline{X})^2 = 34,65$$

$$S = 5,9$$

Endi $P_i = P(x \in \Delta_i), i = \overline{1,10}$ ehtimollarni hisoblaymiz.

$$P_1 = P(0 < X < 3) = P\left(\frac{0-15}{5,9} < \frac{X - M(X)}{Д(X)} < \frac{3-15}{5,9}\right) =$$
$$= \Phi(-2,03) - \Phi(-2,5) = \Phi(2,5) - \Phi(2,03) =$$
$$= 0,4938 - 0,4784 = 0,0154 \approx 0,02$$

Bu yerda $\Phi(x) = \dfrac{1}{2\pi}\int_0^x e^{-\frac{Z^2}{2}dz}$

Xuddi shunga o`xshash tarzda qolganlarini hisoblab, quyidagi jadvalni hosil qilamiz.

Δ_i :	[0;3)	[3;6)	[6;9)	[9;12)	[12;15)	[15;18)	[18;21)	[21;24)
P_i :	0,02	0,04	0,09	0,15	0,19	0,19	0,15	0,09
Δ_i :	[24;27)	[27;30)						
P_i :	0,04	0,02						

Yuqoridagilardan foydalanib x^2 ni hisoblash uchun jadval tuzamiz.

w_i	p_i	$w_i - p_i$	$(w_i - p_i)^2$	$\frac{(w_i - p_i)^2}{p_i}$
0,02	0,02	0	0,0000	0,00
0,06	0,04	0,02	0,0004	0,01
0,08	0,09	– 0,01	0,0001	0,001
0,12	0,15	– 0,03	0,0009	0,006
0,22	0,20	0,02	0,0004	0,006
0,20	0,20	0,00	0,0000	0,02
0,14	0,15	– 0,01	0,0001	0,00
0,10	0,09	0,01	0,0001	0,0007
0,04	0,04	0	0,0000	0,00
0,02	0,02	0	0,0000	0,00
				0,0387

$\chi^2 = 50 \cdot 0,0387 = 1,935$

$x^2 < 14,1$ bo`lgani uchun bosh to`plamning taqsimot funksiyasi normal taqsimotga mos keladi degan xulosaga ega bo`lamiz.

8-misol. X belgili bosh to`plamidan olingan tanlanmaning statistik taqsimoti berilgan.

Δ_i :	$[4,1;4,2)$	$[4,2;4,3)$	$[4,3;4,4)$	$[4,4;4,5)$	$[4,5;4,6)$	$[4,6;4,7)$	$[4,7;4,8)$	$[4,8;4,9)$
n_i :	1	2	3	4	5	6	7	8

X belgining taqsimot funksiyasi normal taqsimotga muvofiq yoki muvofiq emasligi 0,05 aniqlik daraja bilan Pirsonning muvofiqlik kriteriysi yordamida aniqlang.

9-misol. X belgili bosh to`plamidan olingan tanlanmaning statistik taqsimoti berilgan.

Δ_i :	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40	[40;50)	[50;60)
n_i :	11	14	15	10	14	16

X belgining taqsimot funksiyasi tekis taqsimotga muvofiq emasligini 0,05 aniqlilik darajasi bilan Pirsonning muvofiqlik kriteriysi yordamida aniqlang.

10-misol. Pirson kriteriysidan foydalanib 0,05 qiymatdorlik darajasida X bosh to`plamning normal taqsimlanganligi haqidagi gipotezaning $n = 200$ hajmli tanlanmaning ushbu taqsimoti bilan muvofiq kelish-kelmasligini tekshiring.

x_j :	0,3	0,5	0,7	0,9	1,1	1,3	1,5	1,7	1,9	2,1	2,3
n_j :	6	9	26	25	30	26	21	24	20	8	5

11-misol. Pirson kriteriysidan foydalanib 0,01 qiymatdorlik darajasida n_i empirik va n_i' nazariy chastotalar orasidagi farq tasodifiy yoki muhimligini aniqlang. Nazariy chastotalar X bosh to`plamning normal taqsimlanganligi haqidagi gipotezaga asoslanib hisoblangan.

n_i :	8	16	40	72	36	18	10
n_i' :	6	18	36	76	39	18	7

12-misol. Ikki tanga bir vaqtda 20 marta tashlanganida "GERB" hodisasining yuz berishlari soni quyidagi jadvalda keltirilgan.

Har ikkala tangada gerb tushishlari soni	0	1	2
Hodisa yuz bergan tashlashlar soni	4	8	8

Pirsonning muvofiqlik kriteriysi yordamida ikkala tangani ham simmetrik deb hisoblash mumkinmi? $a = 0,05$ deb qabul qiling.
(jadvaldan $\chi^2_{0.95}(2) = 5,99$)

13-misol. Shashqol o`yin toshi 120 marta tashlanganida 40 marta olti soni tushdi. Pirsonning muvofiqlik kriteriysi yordamida tashlanayotgan shashqolni to`g`ri shashqol deb hisoblash mumkinmi? a=0,05 deb qabul qiling. (jadvaldan $\chi^2_{0.95}(1) = 3.84$ ekanligi aniqlangan).

14-misol. Pirson kriteriysidan foydalanib 0,05 qiymatdorlik darajasida n_i empirik chastotalar bilan X bosh to`plamning normal taqsimlanganligi haqidagi gipotezaga asoslanib hisoblangan n_i' nazariy chastotalar orasidagi farqning tasodifiy yoki muhimligini aniqlang.

n_i	5	10	20	8	7
n_i'	6	14	18	7	5

15-misol. Tanga 50 marta tashlanganida 20 marta "gerb" tomon tushish hodisasi yuz berdi. Pirsonning muvofiqlik kriteriysi yordamida tashlangan tangani simmetrik a=0,1 deb qabul qiling. Bu yerda noma`lum parametr yo`q, chunki $P = \frac{1}{2}$ deb faraz qilinadi. Jadvaldan $\chi_{0.99}(1) = 2.71$ ekanligi topilgan.

16-misol. (Bosh to`plam dispersiyasi ma`lum bo`lganda bosh to`plam o`rtachasi haqidagi gipotezani tekshirish). Ipni g`altakka o`rab beruvchi uskuna tekshirilmoqda. O`ramlarning o`rtacha soni 500 ga teng bo`lishi kerak. G`altakalar partiyasidan olingan tanlanma o`ramlarning o`rtacha soni 502,5 ga teng ekanligini ko`rsatdi. Uskuna to`g`ri sozlanganmi, degan savolga javob bering. (Ishonchlilik darajasi $a = 0,005$).

17-misol. (Bosh to`plam dispersiyasi ma`lum bo`lganda bosh to`plam o`rtachasi haqidagi gipotezani tekshirish). O`rtacha kvadrat chetlashishi $\sigma = 2{,}1$ ga teng bo`lgan normal bosh to`plamidan hajmi $n = 49$ ga teng tanlanmaning o`rtachasi $\overline{x} = 4{,}5$ ga teng ekan. Ishonchlilik darajasi 0,05 teng bo`lsa, quyidagi 0-gipotezani tekshiring.

18-misol. (Ikki bosh toplam dispersiyasi haqidagi gipotezani tekshirish). Investitsion kompaniya xizmatchisi ikkita A va B investitsiya loyihalarini tahlil qilmoqda. A investitsiya 15 yil muddatga mo`ljallangan bo`lib, undan bu vaqt davomida yiliga 15,6% foyda kutulmoqda. B investitsiya 12 yil muddatga mo`ljallangan bo`lib, undan yiliga 15,6% foyda kutulmoqda. Bu ikki investitsiyalardan tushadigan yillik foydani ("tuzatilgan") dispersiyalari 4,6 va 3,42 ga teng. A va B investitsiyalarning muvaffaqiyatli bo`lmaslik xavfi (risk) teng emas degan xulosaga asos bormi? Investitsiyalarda tushadigan yillik foyda normal taqsimlangan deb faraz qilinadi.

19-misol. (Ikki bosh toplam dispersiyasi haqida gipotezani tekshirish) X va Y ikki bosh to`plamda 10 va 16 hajmdagi 2 ta tanlanma olindi va ularning "tuzatilgan" dispersiyalari hisoblandi: $S_X^2 = 3{,}6$ va $S_Y^2 = 2{,}4$. Ishonchlilik darajasi $\alpha = 0{,}5$ bo`lganda bosh to`plamlar dispersiyasi tengligi haqidagi 0-chi $H_0 : D_X = D_Y$ gipotezani tekshiring. Alternativ gipotezani quyidagicha aniqlang: $H_1 : D_X > D_Y$.

20-misol. (2 bosh to`plam dispersiyasi noma`lum bo`lganda bosh to`plam o`rtachalari haqidagi gipotezani tekshirish). Batareykalar ishlab chiqarish fabrikasida 2 ta ishlab chiqarish konveyeri o`rnatilgan ekan. Batareykalarning o`rtacha xizmat vaqti $\overline{x} = 34{,}2$ soat va $S_x^2 = 5{,}9$ soat ("tuzatilgan" o`rtacha kvadratik chetlashish) ekan. 2- konveyerdan olingan 10 ta batareyka uchun o`rtacha xizmat vaqti $\overline{y} = 28{,}7$ soat va $S_y^2 = 6{,}1$ soat ekan. Har xil konveyerda ishlab chiqarilgan batareykalarning o`rtacha xizmat vaqti har xil deyishga asos bormi?

21-misol. (2 bosh to`plam dispersiyasi noma`lum bo`lganda bosh to`plam o`rtachalari haqidagi gipotezani tekshirish). $X$ va $Y$ 2 bosh to`plamdan 5 va 6 hajmdagi 2 ta tanlanma olindi va ularning o`rtachalari: $\overline{x} = 15{,}9$; $\overline{y} = 14{,}1$ va "tuzatilgan" o`rtacha kvadratik chetlashish $S_X^2 = 14{,}76$ va $S_Y^2 = 2{,}4$. Ishonchlilik darajasi $\alpha = 0{,}05$ bo`lganda bosh to`plamlar dispersiyasi tengligi haqidagi nolinchi $H_0 : M_X = M_Y$ gipotezani tekshiring. Alternativ gipotezani quyidagicha aniqlang: $H_1 : M_X > M_Y$.

Ilovalar

1-jadval

$\varphi(t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{t^2}{2}}$ funksiyaning qiymatlari

ɔ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3856	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3696
0,4	3683	3668	3653	3637	3621	3604	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3189	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	1874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2631	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2466	2444
1,0	2420	2396	2372	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2056	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1624	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1466	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1136	1145	1127
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0308	0297	0290
2,3	0289	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0170	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3,0	0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006
3,6	0006	0006	0006	0006	0006	0005	0005	0005	0005	0004
3,7	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003	0003

3,8	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002	0002	0002
3,9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001

2- jadval $\Phi_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x e^{-\frac{u^2}{2}}du$ funksiyaning qiymatlari

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,00000	00399	00798	01197	01595	01994	02392	02790	03188	03586
0,1	03983	04380	04776	05172	05567	05962	06356	06749	07142	07535
0,2	07926	08317	08706	09095	09483	09871	10257	10642	11026	11409
0,3	11791	12172	12552	12930	13307	13683	14058	14431	14803	15173
0,4	15542	15910	16276	16640	17003	17364	17724	18082	18439	18793
0,5	19146	19497	19847	20194	20540	20884	21226	21566	21904	22240
0,6	22575	22907	23237	23565	23891	24215	24537	24857	25175	25490
0,7	25804	26115	26424	26730	27035	27337	27637	27935	28230	28524
0,8	28814	29103	29389	29673	29955	30234	30511	30785	31057	31327
0,9	31594	31859	32121	32381	32639	32894	33147	33398	33646	33891
1,0	34134	34375	34164	34850	35083	35134	35543	35769	35993	36214
1,1	36433	36650	36864	37076	37286	37493	37698	37900	38100	38298
1,2	38493	38686	38877	39065	39251	39435	39617	39796	39973	40147
1,3	40320	40490	40658	40824	40988	41149	41309	41416	41621	41774
1,4	41924	42073	42220	42364	42507	42647	42786	42922	43056	43189
1,5	43319	43448	43574	43699	43822	43943	44062	44179	44295	44408
1,6	44520	44630	44738	44845	44950	45053	45154	45254	45352	45449
1,7	45543	45637	45728	45818	45907	45994	46080	46164	46246	46327
1,8	46407	46485	46562	46638	46712	46784	46856	46926	46995	47062
1,9	47128	47193	47257	47320	47381	47441	47500	47558	47615	47670
2,0	47725	47778	47831	47882	47932	47982	48030	48077	48124	48169
2,1	48214	48257	48300	48341	48382	48422	48461	48500	48537	48574
2,2	48610	48645	48679	48713	48745	48778	48809	48840	48870	48899
2,3	48928	48956	48983	49010	49036	49061	49086	49111	49134	49158
2,4	49180	49202	49224	49245	49266	49286	49305	49324	49343	49361
2,5	49379	49396	49413	49430	49446	49461	49477	49492	49506	49520
2,6	49534	49547	49560	49573	49585	49598	49609	49621	49632	49643
2,7	49653	49664	49674	49683	49693	49702	49711	49720	49728	49736
2,8	49744	49752	49760	49767	49774	49781	49788	49795	49801	49807
2,9	49813	49819	49825	49831	49836	49841	49846	49851	49856	49861
3,0	49865	49869	49874	49878	49882	49886	49890	49893	49896	49900
3,1	49903	49906	49910	49913	49915	49918	49921	49924	49926	49929
3,2	49931	49934	49936	49938	49940	49942	49944	49946	49948	49950
3,3	49952	49953	49955	49957	49958	49960	49961	49962	49964	49965
3,4	49966	49968	49969	49970	49971	49972	49973	49974	49975	49976
3,5	49977	49978	49978	49979	49980	49981	49981	49982	49983	49983

3,6	49984	49985	49985	49986	49986	49987	49987	49988	49988	49989
3,7	49989	49990	49990	49990	49991	49991	49992	49992	49992	49992
3,8	49993	49993	49993	49994	49994	49994	49994	49995	49995	49995
3,9	49995	49995	49996	49996	49996	49996	49996	49996	49997	49997
4,0	49997	49997	49997	49997	49997	49997	49998	49998	49998	49998

$x=$	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5
$\Phi(x)=$	0,499979	0,499986	0,499991	0,499995	0,499997
$x=$	4,6	4,7	4,8	4,9	5,0
$\Phi(x)=$	0,499998	0,4999987	0,4999992	0,4999995	0,4999997

3-jadval.

$P_k(a)=\frac{a^k}{k!}e^{-a}$ ning qiymatlari (Puasson taqsimoti)

k \ a	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
0	0,9048	0,8187	0,7408	0,6703	0,6065	0,5488	0,4966	0,4493	0,4066	0,3679
1	0905	1637	2222	2681	3033	3293	3476	3595	3659	3679
2	0045	0164	0333	0536	0758	0988	1217	1438	1647	1839
3	0002	0011	0033	0072	0126	0198	0284	0283	0494	0613
4	0000	0001	0003	0007	0016	0030	0050	0077	0111	0153
5	0000	0000	0000	0001	0002	0004	0007	0012	0020	0031

k \ a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0,3679	0,1353	0,0498	0,0183	0,0067	0,0025	0,0009	0,0003	0,0001	0,0000
1	3679	2707	1494	0733	0337	0149	0064	0027	0011	0004
2	1839	2707	2240	1465	0842	0446	0223	0107	0050	0023
3	0613	1805	2240	1954	1404	0892	0521	0286	0150	0076
4	0153	0902	1660	1954	1755	1339	0912	0573	0337	0189
5	0031	0361	1008	1563	1755	1606	1277	0916	0607	0378
6	0005	0120	0504	1042	1462	1606	1490	1221	0911	0631
7	0001	0034	0216	0595	1044	137?	1490	1396	1171	0901
8	0000	0009	0081	0298	0653	1033	1304	1396	1318	1126
9	0000	0002	0027	0132	0363	0688	1014	1241	1318	1251
10	0000	0000	0008	0062	0161	0413	0710	0993	1186	1251
11	0600	0000	0000	0019	0082	0077	0452	0722	0970	1137
1	0000	0000		0006	0034	0113	0264	0481	0728	0946

2										
13	0000	0000	0000	0002	0013	0052	0142	0296	0504	0729
14	0000	0000	0000	0001	0005	0022	0071	0169	0324	0521

3-Ilova.

$t_\gamma = t(\gamma, n)$ qiymatlar jadvali.

γ / n	0.95	0.99	0.999	γ / n	0.95	0.99	0.999
5	2.78	4.60	8.61	20	2.093	2.861	3.883
6	2.57	4.03	6.86	25	2.064	2.797	3.745
7	2.45	3.71	5.96	30	2.045	2.756	3.659
8	2.37	3.50	5.41	35	2.032	2.729	3.600
9	2.31	3.36	5.04	40	2.023	2.708	3.558
10	2.26	3.25	4.78	45	2.016	2.692	3.527
11	2.23	3.17	4.59	50	2.009	2.679	3.502
12	2.20	3.11	4.44	60	2.001	2.662	3.464
13	2.18	3.06	4.32	70	1.996	2.649	3.439
14	2.16	3.01	4.22	80	1.001	2.640	3.418
15	2.15	2.98	4.14	90	1.987	2.633	3.403
16	2.13	2.95	4.07	100	1.984	2.927	3.392
17	2.12	2.92	4.02	120	1.980	2.617	3.374
18	2.11	2.90	3.97	∞	1.960	2.576	3.291
19	2.10	2.88	3.92				

4-Ilova.

$q_\gamma = q(\gamma, n)$ qiymatlar jadvali

γ / n	0.95	0.99	0.999	γ / n	0.95	0.99	0.999
5	1.37	2.67	5.64	20	0.37	0.58	0.88
6	1.09	2.01	3.88	25	0.32	0.49	0.73
7	0.92	1.62	2.98	30	0.28	0.43	0.63
8	0.80	1.38	2.42	35	0.26	0.38	0.56
9	0.71	1.20	2.06	40	0.24	0.35	0.50
10	0.65	1.08	1.80	45	0.22	0.32	0.46

11	0.59	0.98	1.60	50	0.21	0.30	0.43
12	0.55	0.90	1.45	60	0.188	0.269	0.38
13	0.52	0.83	1.33	70	0.174	0.245	0.34
14	0.48	0.78	1.23	80	0.161	0.226	0.31
15	0.46	0.73	1.15	90	0.151	0.211	0.29
16	0.44	0.70	1.07	100	0.143	0.198	0.27
17	0.42	0.66	1.01	150	0.115	0.160	0.211
18	0.40	0.63	0.96	200	0.099	0.136	0.185
19	0.39	0.60	0.92	250	0.089	0.120	0.162

5-Ilova.

χ^2 taqsimotning kritik nuqtalari

Ozodlik darajalari soni *k*	α qiymatdorlik darajasi					
	0.01	0.025	0.05	0.95	0.975	0.99
1	6.6	5.0	3.8	0.0039	0.00098	0.00016
2	9.2	7.4	6.0	0.103	0.051	0.020
3	11.3	9.4	7.8	0.352	0.216	0.115
4	13.3	11.1	9.5	0.711	0.484	0.297
5	15.1	12.8	11.1	1.15	0.831	0.554
6	16.8	14.4	12.6	1.64	1.24	0.872
7	18.5	16.0	14.1	2.17	1.69	1.24
8	20.1	17.5	15.5	2.73	2.18	1.65
9	21.7	19.0	16.9	3.33	2.70	2.09
10	23.2	20.5	18.3	3.94	3.25	2.56
11	24.7	21.9	19.7	4.57	3.82	3.05
12	26.2	23.3	21.0	5.23	4.40	3.57
13	27.7	24.7	22.4	5.89	5.01	4.11
14	29.1	26.1	23.7	6.57	5.63	4.66
15	30.6	27.5	25.0	7.26	6.26	5.23
16	32.0	28.8	26.3	7.96	6.91	5.81
17	33.4	30.2	27.6	8.67	7.56	6.41
18	34.8	31.5	28.9	9.39	8.23	7.01
19	36.2	32.9	30.1	10.1	8.91	7.63
20	37.6	34.2	31.4	10.9	9.59	8.26
21	38.9	35.5	32.7	11.6	10.3	8.90
22	40.3	36.8	33.9	12.3	11.0	9.54
23	41.6	38.1	35.9	13.1	11.7	10.2
24	43.0	39.4	36.4	13.8	12.4	10.9
25	44.3	40.6	37.7	14.6	13.1	11.5
26	45.6	41.9	38.9	15.4	13.8	12.2

27	47.0	43.2	40.1	16.2	14.6	12.9
28	48.3	44.5	41.3	16.9	15.3	13.6
29	49.6	45.7	42.6	17.7	16.0	14.3
30	50.9	47.0	43.8	18.5	16.8	15.0

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR
RO‘YXATI

1. S.X.Sirojiddinov, M.M.Mamatov.Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika. Toshkent, “O‘qituvchi” nashriyoti, 1980

2. Sh.Q. Farmonov, R.M. Turgunbayev, L.D. Sharipova, N.T. Parpiyeva. Ehtimolliklar nazariyasi va matematik statistika. Toshkent, 2007.

3.A.A.Abdushukurov, T.A.Azlarov, A.A.Jomirzayev. Ehtimolliklar nazariyasi va matematik statistikadan masala va misollar to‘plami. T.2004.

4. Расулов А.С., Раимова Г.М., Саримсакова Х.Қ. Эҳтимоллар назарияси ва математик статистика. Т. 2005 й.

5. Гмурман В.Е. Эҳтимоллар назарияси ва математик статистикадан масалалар ечишга доир қўлланма. Т. 1977 й.

6.Adirov T. X., Mamurov E.N.Ehtimolliklar nazariyasi va matematik statistikadan masalalar va ularni yechishga doir ko‘rsatmalar. T.“IQTISOD-MOLIYA”,2007 y.

A.A. IMOMOV
E.E. TO‘XTAYEV

MATEMATIK STATISTIKADAN MISOL VA MASALALAR TO‘PLAMI

Uslubiy qo‘llanma

Texnik muharrir: I. Tog‘ayev
Kompyuterda sahifalovchi: N.Olimova

22.02.2020 chop etishga ruxsat etildi, Bosma tobog‘i t. 2,53
Ofset qog‘oz Shartli bosma t. 3,0
Bichimi 84x108 $^{1}/_{16}$ Buyurtma № 11 Adadi 50 nusxa.

QarMII kichik bosmaxonasida chop etildi.
Qarshi shahri, Mustaqillik ko‘chasi 225 - uy.