ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ DSc.03/30.12.19.FM.01.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ

СУЛТАНОВ БЕКЗОД МАҚСУД ЎҒЛИ

ГАЛИЛЕЙ ФАЗОСИДА СИРТЛАРНИ ГЕОМЕТРИК ХАРАКТЕРИСТИКАЛАРИ БЎЙИЧА ТИКЛАШ

01.01.04 – Геометрия ва топология

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PHD) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

Тошкент – 2021 йил

УДК: 514.753.3+514.126

Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD) диссертацияси автореферати мундарижаси

Оглавление автореферата диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам

Contents of dissertation abstract of doctor of philosophy (PhD) on physical-mathematical sciences

ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ DSc.03/30.12.19.FM.01.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ

СУЛТАНОВ БЕКЗОД МАҚСУД ЎҒЛИ

ГАЛИЛЕЙ ФАЗОСИДА СИРТЛАРНИ ГЕОМЕТРИК ХАРАКТЕРИСТИКАЛАРИ БЎЙИЧА ТИКЛАШ

01.01.04 – Геометрия ва топология

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PHD) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

Тошкент – 2021 йил

Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (Doctor of Philosophy) диссертацияси мавзуси Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамаси ҳузуридаги Олий аттестация комиссиясида B2018.2.PhD/FM226 рақам билан рўйхатга олинган.

Диссертация Мирзо Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий университетида бажарилган.

Диссертация автореферати уч тилда (ўзбек, рус, инглиз (резюме)) Илмий кенгаш веб-саҳифасида (www.ik-fizmat.nuu.uz) ва «Ziyonet» Ахборот таълим порталида (www.ziyonet.uz) жойлаштирилган.

Илмий раҳбар:	**Артикбаев Абдуллаазиз** физика-математика фанлари доктори, профессор
Расмий оппонентлар:	**Соколов Дмитрий Дмитриевич** физика-математика фанлари доктори, профессор
	Заитов Адилбек Атаханович физика-математика фанлари доктори, профессор
Етакчи ташкилот:	**“ММФИ” миллий тадкиқот ядро университети Тошкент шахридаги филиали**

Диссертация ҳимояси Мирзо Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий университети ҳузуридаги DSc.3/30.12.2019.FM.01.01 рақамли Илмий кенгашнинг 2021 йил «29» апрель соат 15⁰⁰ даги мажлисида бўлиб ўтади. (Манзил: 100174, Тошкент ш., Олмазор тумани, Университет кўчаси, 4-уй. Тел.: (+99878) 227-12-24, факс: (+99878) 246-53-21, 246-02-24, e-mail: nauka@nuu.uz).

Диссертация билан Ўзбекистон Миллий университетининг Ахборот-ресурс марказида танишиш мумкин (19 рақами билан рўйхатга олинган). (Манзил: 100174, Тошкент ш., Олмазор тумани, Университет кўчаси, 4-уй. Тел.: (+99878) 246-02-24).

Диссертация автореферати 2021 йил «19» апрель куни тарқатилди.
(2021 йил «19» апрел даги 2 рақамли реестр баённомаси).

А. Садуллаев
Илмий даражалар берувчи
илмий кенгаш раиси,
ф.-м.ф.д., академик

Н.К. Мамадалиев
Илмий даражалар берувчи илмий
кенгаш илмий котиби,
ф.-м.ф.ф.д. (PhD)

Р.Б. Бешимов
Илмий даражалар берувчи илмий
кенгаш ҳузуридаги илмий семинар
раиси, ф.-м.ф.д.

КИРИШ (фалсафа доктори (PhD) диссертацияси аннотацияси)

Диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати. Жаҳон микёсида олиб борилаётган кўплаб илмий-амалий тадқиқотлар, аксарият ҳолларда вақт ва фазони боғловчи Галилей акслантириши масалаларини тадқиқ қилишга келтирилади. Галилей фазосида сиртларнинг геометрик характеристикаларини тадқиқ қилиш ва бу фазо ҳаракатида сақланадиган катталикларнинг маъносини Евклид фазоси нуқтаи назаридан аниқлаш муҳим аҳамиятга эга. Галилей фазосида сиртларнинг геометрик характеристикалари нисбийлик назарияси ва квант механикаси масалаларини ечишда муҳим рол ўйнайди. Шунинг учун Галилей фазосида сиртларнинг геометрик характеристикаларини топиш, Галилей фазоси алмаштириши ва сиртлар назарияси масалаларини ечиш геометрия ва топологияда катта аҳамиятга эга ҳисобланади.

Жаҳонда Галилей фазоси геометриясини тадқиқ қилиш, бу фазода "тўла" геометриянинг масалаларини ечиш ва псевдоевклид фазоларининг изотроп қисмида техник масалаларни аниқлаш бўйича илмий изланишлар олиб борилмоқда. Галилей фазосида сиртлар назариясини, сиртларнинг дифференциал характеристикаларини, Евклид фазосида Галилей алмаштиришининг геометрик маъносини тадқиқ қилиш муҳим аҳамият касб этмоқда. Бу борада, Галилей фазосида сирт нуқталарини таснифлаш, Галилей алмаштиришидаги геометрик инвариантларни аниқлаш, сиртларнинг изометрик бўлиш шартларини топиш, геометрик характеристикалар маълум бўлганида сиртни тиклаш ва бу фазода геометриянинг классик масалаларини қўйиш ва ечишга алоҳида эътибор берилмоқда.

Мамлакатимизда фундаментал фанларнинг илмий ва амалий татбиқига эга бўлган геометрия ва топологиянинг долзарб йўналишларига эътибор кучайтирилди. Жумладан, сўнгги йилларда Галилей фазосининг ҳаракати бўлган алмаштиришда сақланадиган катталиклар математиканинг бошқа бўлимларида қўлланилишига ҳамда берилган геометрик характеристикага эга бўлган сиртларнинг мавжудлиги ва ягоналиги масалаларини ечишга оид салмоқли натижаларга эришилди. "Функционал анализ, геометрия ва топология" фанларининг устувор йўналишлари бўйича халқаро стандартлар даражасида илмий тадқиқотлар олиб бориш асосий вазифалар ва фаолият йўналишлари этиб белгиланди[1]. Бу борада Галилей фазосида сиртнинг геометрик характеристикаларини топиш, Галилей фазоси ҳаракатининг Евклид фазоси нуқтаи назаридан геометрик маъносини аниқлаш, Галилей фазосида сиртлар назариясини ривожлантириш жиддий аҳамиятга эга бўлиб ҳисобланади.

Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2017 йил 7 февралдаги ПФ-4947-сон «Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантириш бўйича Ҳаракатлар стратегияси тўғрисида»ги Фармони, 2019 йил 9 июлдаги ПҚ-

[1] Ўзбекистон Республикаси Вазирлар маҳкамаси 2017 йил 18 майдаги «Ўзбекистон Республикаси Фанлар академиясининг янгидан ташкил этилган илмий тадқиқот муассасалари фаолиятини ташкил этиш тўғрисида»ги 292-сонли қарори.

4387-сон «Математика таълими ва фанларини янада ривожлантиришни давлат томонидан қўллаб-қувватлаш, шунингдек, Ўзбекистон Республикаси Фанлар академиясининг В.И.Романовский номидаги Математика институти фаолиятини тубдан такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида»ги ва 2020 йил 7 майдаги ПҚ-4708-сон «Математика соҳасидаги таълим сифатини ошириш ва илмий тадқиқотларни ривожлантириш чора-тадбирлари тўғрисида»ги Қарорлари ҳамда мазкур фаолиятга тегишли бошқа норматив-ҳуқуқий ҳужжатларда белгиланган вазифаларни амалга оширишга ушбу диссертация тадқиқоти муайян даражада хизмат қилади.

Тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланиши устувор йўналишларига боғлиқлиги. Мазкур тадқиқот республика фан ва технологиялар ривожланишининг IV. «Математика, механика ва информатика» устувор йўналиши доирасида бажарилган.

Муаммонинг ўрганилганлик даражаси. Галилей фазосининг геометрияси мажруҳ метрикага эга бўлган фазо геометриясини англатади. Галилей фазосига оид дастлабки ишлар ўтган асрнинг 50-йилларида пайдо бўлган, бу йўналишдаги дастлабки ишларнинг муаллифлари Р.Г.Бухараев, А.Э.Ҳатипов. Проектив метрикалар, мажруҳ ва мажруҳ бўлмаган метрикали фазоларнинг умумий назарияси О.Рошел ва Б.А.Розенфелднинг “Ноевклид фазолар” номли классик монографиясида берилган. А.Артикбаев ва Н.Е.Панкина биринчи бўлиб Галилей фазосида тўла геометрия масалаларини ҳал қилиш билан шуғулланганлар. А.И.Долгоревнинг ишлари Галилей текислиги ва фазоси геометриясининг аксиоматик қурилишига бағишланган. И.А.Долгоревнинг илмий ишлари Галилей фазосининг дифференциал геометриясига ва баъзи классик масалаларни ҳал қилишга оид. А.Артикбаев ва Д.Д.Соколовнинг монографияси Галилей фазосида “тўла” геометриянинг аниқ муаммоларини ўрганишга бағишланган.

Элазик шаҳри Фират университетида 1999 йил июн ойида туркий тилли мамлакатлар математикларининг биринчи симпозиуми бўлиб ўтди, унда А.Артикбаев ноевклид фазоларининг геометрияси ҳақида маъруза қилди ва бу фазоларда, жумладан Галилей фазосида баъзи муаммоларни айтиб ўтди. 2000 йилдан сўнг Галилей фазоси геометриясини кенг ўрганиш бошланди. Шу ўринда Фират университети профессори М.Э.Айдин ва унинг шогирдлари, шунингдек, Арлин университети профессори М.Деде (Туркия) ва унинг шогирдлари иши ҳақида алоҳида тўхталиб ўтиш мумкин. Кёнсан миллий университети (Жанубий Корея) профессори Д.В.Юннинг ноевклид фазолар геометриясига оид биринчи ишлари 2002 йилда пайдо бўлган. Ҳозирда унинг 102 та иши Scopus библиографик маълумотлар базасига киритилган бўлиб, уларнинг ярмидан кўпи Галилей фазосининг геометриясини ўрганишга бағишланган. Бундан ташқари, унинг шогирдларининг кўплаб ишлари мавжуд. П.Бансал, С.Моса, Б.Дивжак, А.Казан, З.М.Сипус, Т.Сахин, З.К.Юзбаси, А.Сариоглугил ишлари Галилей фазосида сиртлар назариясига бағишланган. Бу ишларда Галилей фазосининг дифференциал геометрияси ўрганилади. Шунингдек, айланма сиртлар, кўчирма сиртлар, минимал сиртлар ва эгрилиги ўзгармас бўлган сиртлар ҳамда қувурли сиртлар кўриб чиқилган. Э.К.Курбанов ишлари циклик сиртларнинг хоссаларига бағишланган. Галилей фазосининг сиртлар назариясини механика, физика ва иқтисодиётда қўллашга бағишланган кўплаб мақолалар мавжуд.

Ноевклид фазолар геометриясини ўрганишда баъзан устма-уст қўйилган фазо усулидан фойдаланилади, яъни ноевклид фазонинг координата системаси Евклид фазосининг координата системаси деб қаралади. Галилей фазосининг координата системаси Евклид системаси деб қаралса, изометрияга оид баъзи натижаларимиз А.С.Шариповнинг ишларида ўрганилган "кесимлари бўйича изометрик сиртлар" тушунчасининг умумлашмасидир. Сўнгги 20 йил ичида нокоммутатив алгебралар назарияси жадал ривожланмоқда. Бу Гейзенберг группасини ўрганиш билан боғлиқ. Гейзенберг группаси нокомутатив ва бу группаларнинг алгебраси нокоммутатив группалар алгебрасига тегишли. Галилей ҳаракатининг матрицаси нокоммутатив бўлганлиги учун Гейзенберг группасининг элементидир. Гейзенберг группасининг инвариантлари, яъни Галилей фазосининг ҳаракати гуруҳи учун В.И.Чилин ва К.А.Муминовларнинг ишларида ўрганилган.

Диссертация тадқиқотининг диссертация бажарилган олий таълим муассасасининг илмий-тадқиқот ишлари режалари билан боғлиқлиги.

Диссертация тадқиқоти Ўзбекистон Миллий Университети илмий-тадқиқот ишлари режасининг №МРУ-ОТ-9/2017 "Кўп ўлчовли комплекс анализ" мавзусидаги лойиҳаси доирасида бажарилган.

Тадқиқотнинг мақсади Галилей фазосида сиртлар назариясини таснифлаш ва сиртнинг геометрик характеристикалари билан боғлиқ "тўла" геометрия масалаларини ечишдан иборат.

Тадқиқотнинг вазифалари:

параболик нуқталарда сиртнинг геометрик хоссаларини тавсифлаш;

Галилей фазосида барча нуқталари параболик бўлган сиртни ёйилмасини аниқлаш;

Галилей фазоси сиртлари учун Евклид фазоси сирти изометриясининг аналогини қуриш;

Галилей фазоси ҳаракатининг геометрик маъносини Евклид фазоси нуқтаи назаридан аниқлаш;

Галилей фазосида берилган дифференциал характеристикаларга кўра сиртларни тиклаш масаласини ечиш.

Тадқиқотнинг объекти сифатида Галилей фазосида сиртлар, сиртларнинг дифференциал характеристикалари, Галилей фазосининг ҳаракати олинган.

Тадқиқотнинг предмети сиртнинг мажруҳ метрикаси, сиртнинг нуқтаси атрофидаги соҳа, Галилей фазоси сиртларининг эгрилиги ва эгрилик дефектидан иборат.

Тадқиқотнинг усуллари. Тадқиқот ишида дифференциал геометриянинг замонавий усуллари, дифференциал тенгламалар, функционал анализ ва топология усулларидан фойдаланилган.

Тадқиқотнинг илмий янгилиги қуйидагилардан иборат:

барча нуқталари параболик ёки махсус параболик нуқталар бўлган сиртнинг текисликдаги ёйилмалари бир-биридан фарқ қилиши исботланган;

Галилей фазоси ҳаракатининг Евклид фазоси нуқтаи назаридан геометрик маъноси очиб берилиб, Евклид фазоси сиртининг Гаусс эгрилиги Галилей фазосининг ҳаракати бўлган алмаштиришда инвариантлиги исботланган;

тўла эгрилик берилганида циклик сиртнинг мавжудлиги исботланган ҳамда Галилей фазосида сиртларнинг изометриклик ва тўла изометриклик шартлари аниқланган;

биринчи квадратик форманинг коэффициенти ва эгрилик дефекти берилганда сиртнинг мавжудлик ҳақидаги теорема исботланган.

Тадқиқотларнинг амалий натижалари қуйидагилардан иборат:

Галилей фазоси сиртларининг хоссалари ва бу фазо ҳаракатининг геометрик маъноси Евклид фазосининг деформациясига мос келиши исботланган;

сиртнинг тўла эгрилиги силжишга нисбатан инвариантлигидан фойдаланиб, механиканинг мураккаб деформацияланиш масалалари ечилган.

Тадқиқот натижаларининг ишончлилиги функционал анализ, дифференциал тенгламалар ва дифференциал геометриянинг усулларидан фойдаланилгани ҳамда олинган натижалар математик жиҳатдан тўғри исботланганлиги билан изоҳланади.

Тадқиқот натижаларининг илмий ва амалий аҳамияти. Тадқиқотнинг илмий аҳамияти Галилей фазода сирт нуқтасининг тўла тасъднифи, сирт ёйилмаси тушунчаси киритилганлиги, сиртларни изометриклик ва тўла изометриклик бўлишига доир теоремалар ва геометрик характеристикаларига кўра сиртларни мавжудлик масалаларига қўлланилганлиги билан изоҳланади.

Тадқиқот натижаларининг амалий ахамияти Галилей фазоси сиртларининг хоссалари ва бу фазонинг ҳаракати тадқиқ қилиниши, олинган натижаларни Евклид фазосида қўлланилганлиги ва айрим “тўла” геометрия масалаларининг ечими механика масалаларига қўлланилиши билан изоҳланади.

Тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши. Галилей фазосида сиртларни геометрик характеристикалари бўйича тиклаш бўйича олинган натижалар асосида:

Галилей фазосининг ҳаракати бўлган алмаштиришда Евклид фазоси сиртининг Гаусс эгрилиги сақланиши №ОТ-Ф4-64 «Бир жинслимас ғовак муҳитларда суюқлик сизиши ва моддалар кўчирилиши гидродинамик моделларини тузиш ва сонли тадқиқ этиш» мавзусидаги фундаментал илмий лойиҳада бир жинсли бўлмаган ғовак муҳитларда модданинг аномал ташилиш хусусиятларини аниқлаш учун тескари масалаларни ечишда қўлланилган (Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим вазирлигининг 2020 йил 6 ноябрдаги 89-03-4484-сон маълумотномаси). Натижада, модда узатиш муаммоларини дискретлашдан кейин секинлашадиган хусусиятларини аниқлаш ва ечимларни ҳисоблашнинг такомиллаштирилган иқтисодий алгоритимини яратиш имконини берган;

бош ва тўла эгриликлар формуласи ёрдамида олинган Галилей фазоси алмаштиришининг инвариантлари №ФА-Ф-4-004 «Мураккаб деформацияланиш жараёнлари таъсиридаги конструкцион материаллар эластик-пластик ҳолатининг тажрибавий ва назарий тадқиқи» мавзусидаги фундаментал илмий лойиҳада пластиклик назарияси муносабатларини учта векторнинг компланарлик шарти кўринишида текширишда ва Илюшин фазосида уч ўлчовли жараёнларни баҳолаш ва назорат қилишда қўлланилган (Ўзбекистон Республикаси Фанлар Академиясининг 2020 йил 9 декабрдаги 2/1255-2760-сон маълумотномаси). Натижада, қўндаланг изотропик муҳитларнинг сферик ва тензор қисмлари трансформацияларининг инвариантларини аниқлаш имконини берган.

Тадқиқот натижаларининг апробацияси. Мазкур тадқиқот натижалари 4 та халқаро ва 6 та республика илмий-амалий анжуманларида муҳокамадан ўтказилган.

Тадқиқот натижаларининг эълон қилинганлиги. Тадқиқот мавзуси бўйича жами 17 та илмий иш чоп этилган, шулардан, Ўзбекистон Республикаси Олий Аттестация комиссиясининг фалсафа доктори диссертациялари асосий илмий натижаларини чоп этиш тавсия этилган илмий нашрларда 7 та мақола, жумладан, 2 таси хорижий ва 5 таси республика журналларида нашр этилган.

Диссертациянинг тузилиши ва ҳажми. Диссертация кириш қисми, учта боб, хулоса ва фойдаланилган адабиётлар рўйхатидан ташкил топган. Диссетациянинг ҳажми 89 бетни ташкил этган.

ДИССЕРТАЦИЯНИНГ АСОСИЙ МАЗМУНИ

Кириш қисмида диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати асосланган, тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устувор йўналишларига мослиги кўрсатилган, мавзу бўйича хорижий илмий тадқиқотлар шарҳи, муаммонинг ўрганилганлик даражаси келтирилган, тадқиқот мақсади, вазифалари, объекти ва предмети тавсифланган, тадқиқотнинг илмий янгилиги ва амалий натижалари баён қилинган, олинган натижаларнинг назарий ва амалий аҳамияти очиб берилган, тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши, нашр этилган ишлар ва диссертация тузилиши бўйича маълумотлар келтирилган.

Диссертациянинг **"Галилей фазосидаги сиртлар"** номли биринчи бобида Галилей фазосидаги сиртлар назарияси, сиртнинг асосий геометрик характеристикалари ва Галилей фазосида кўрилаётган сиртлар синфи ҳақида маълумотлар берилган. Бундан ташқари, баъзи олинган натижалар учун далиллар тақдим этилган.

Уч ўлчовли аффин фазо A_3, координаталар боши $O(0,0,0)$ нуқтада бўлган $Oxyz$ аффин координаталар системаси ва $\{\vec{i},\vec{j},\vec{k}\}$ – бу фазонинг базис векторлари бўлсин.

Берилган $\vec{X}\{x_1, y_1, z_1\}$ ва $\vec{Y}\{x_2, y_2, z_2\}$ векторларнинг скаляр кўпайтмаси қуйидаги формула билан киритилсин

$$(\vec{X}\vec{Y}) = \begin{cases} x_1 x_2, если\ x_1 x_2 \neq 0, \\ y_1 y_2 + z_1 z_2, если\ x_1 x_2 = 0. \end{cases} \qquad (1)$$

1-таъриф. *$\vec{X}\{x_1, y_1, z_1\}$ ва $\vec{Y}\{x_2, y_2, z_2\}$ векторларнинг скаляр кўпайтмаси (1) формула билан аниқланган аффин фазо Галилей фазоси дейилади ва R_3^1 ёки $Г_3$ билан белгиланади.*

(1) скаляр кўпайтма мажруҳ скаляр кўпайтма дейилади. Мажруҳ скаляр кўпайтмаси псевдоевклид фазо векторларининг изотроплиги оқибатида пайдо бўлади.

1-тасдиқ. *Галилей фазоси $M(x, y, z, y, z) \subset {}^2R_5$ нинг қисм фазоси бўлади.*

Галилей фазосининг мажруҳ метрикаси Галилей фазосида ихтиёрий сиртни ўрганиш имконини бермайди. Шунинг учун, махсус таянч текисликларга эга бўлмаган сиртларни кўриб чиқамиз. Галилей фазосининг махсус таянч текисликларига эга бўлмаган сиртлар синфи етарли даражада бой эканлиги кўрсатилган.

2-тасдиқ. *Умумий ҳолатдаги Oxy текисликка бир қийматли проекцияланадиган (проекциялаш Oz ўқига параллел) қавариқ сиртлар махсус таянч текисликларга эга эмас.*

Проекциялаш соҳаси чегараланганида сирт соҳа чегарасининг нуқталарида махсус таянч текислигига эга бўлиши мумкин. Бу ҳолда таянч текислигига доир шартлар масала шартига нисбатан кўрсатилади.

Бизнинг тадқиқот, баъзи ҳолларда, чизиқли сиртлар билан боғлиқ. Галилей фазосида эса махсус текисликка тегишли ва унга тегишли бўлмаган тўғри чизиқлар мавжуд. Улардан биринчиси махсус тўғри чизиқлар, қолганлари эса умумий ҳолатдаги тўғри чизиқлар дейилади.

Шу сабабли чизиқли сиртларни ясовчилари ҳолатига боғлиқ равишда ўрганамиз.

Агар чизиқли сиртнинг ясовчиси R_3^1 да умумий ҳолатдаги тўғри чизиқ бўлса, у ҳолда сирт чизиқли сирт дейилади.

Қаралаётган F чизиқли сиртнинг ясовчиси махсус тўғри чизиқ, яъни ясовчиси ҳар доим махсус текисликда ётса, унда бу ҳол алоҳида кўриб чиқилади.

1-теорема. *F сирт циклик сиртдир.*

2-таъриф. *Чизиқли ясовчилари бир текисликка параллел бўлган чизиқли сирт Каталан сирти дейилади.*

Каталан сиртлар Евклид фазосида ўрганилган. Биз эса уларни Галилей фазосида ўрганамиз.

Бизга Евклид фазосидаги K – Каталан сирти берилган бўлсин.

2-теорема. *K – Каталан сиртини ҳамиша R_3^1 Галилей фазосининг циклик сирти сифатида қараш мумкин.*

Диссертациянинг **“R_3^1 да эгиш ва изометрия”** номли иккинчи бобида сиртни параболик нуқта атрофида ўрганиш, сиртларнинг ёйилмаси, сиртларнинг изометрияси ва махсус R_3^1 ҳаракатнинг айрим хусусиятлари ҳақида маълумот берилган.

Биринчи бўлимда Галилей фазосида сиртнинг параболик нуқталарини ўрганиш натижалари келтирилган бўлиб, у сиртнинг параболик нуқталарини унинг индикатрисага қараб ажратиш зарурлигини кўрсатди.

Галилей фазоси метрикасида изометрия тушунчаси Евклид фазосидаги изометриядан фарқ қилади. Бунинг асосий сабаби – масофа бошқача аниқланишида.

Ушбу $x = a,\ x = b$ махсус текисликлар сиртни мос равишда чап ва ўнг томонидан чегаралаган бўлсин.

3-таъриф. *Галилей фазосида* $[a,b]$ *интервални сиртнинг кенглиги деб атаймиз.*

4-таъриф. *Кенглиги тенг бўлган сиртларни яримизометрик сиртлар деб атаймиз.*

Шубҳасиз, яримизометрик сиртларнинг етарли даражада кенг синфи мавжуд.

5-таъриф. *Агар яримизометрик сиртларнинг мос махсус текисликлари кесимларидаги акслантириш изометрик бўлса, изометрик дейилади.*

Галилей фазосида сиртнинг ёйилмаси тушунчасини Евклид фазосига ўхшаш аниқлаймиз. Галилей фазоси метрикасининг хоссалари сиртдаги икки нуқта ва текисликдаги тегишли нуқталар орасидаги масофа бир хил тартибли ва тенг бўлишига, ҳамда сиртни текисликка ёйиш имконини беради.

6-таъриф. *Агар* $F \subset R_3^1$ *сиртнинг ҳар бир нуқталари ва* Oxy *текисликдаги* G *соҳа нуқталари орасида бир қийматли мослик мавжуд бўлиб, хар бир мос нуқталаридаги масофа биринчи тартибли ва тенг бўлса,* G *соҳа* F *сиртнинг* Oxy *текисликдаги ёйилмаси дейилади.*

Евклид фазосида фақат қавариқ кўпбурчаклар, цилиндрик сиртлар ва конуслар ёйилмага эга. Галилей фазосининг мажруҳ метрикаси кенгроқ сиртлар синфини ёйиш имконини беради.

3-теорема. *Кенглиги* $[a,b]$ *ва* Oxy *текисликка бир қийматли проекцияланувчи* $F \in R_3^1$ *сирт ёйилмаси* Oxy *текисликда* $a \le x \le b$ *оралиқда* G *соҳада бўлади.*

Евклид фазосида барча нуқталари параболик бўлган сирт цилиндр ёки конусдир. Галилей фазосидаги сиртлар ҳам шу хоссага эга.

А. Артикбаев $k_1 = a_{11} = 0$, $k_2 = a_{22} \ne 0$ шартлар бажарилганида, сирт нуқтасини параболик деб атайди. Бу ҳолда Галилей фазосидаги сирт индикатрисаси

$$Ny'^2 = \pm 1$$

шаклга эга.

Бундан ташқари, $k_1 = a_{11} \neq 0$, $k_2 = a_{22} = 0$ ва $M = 0$ ҳолни кўриш мумкин. У ҳолда сирт индикатрисаси

$$Lx'^2 = \pm 1$$

шаклга эга.

Сиртнинг бу икки эҳтимолий параболик нуқталари турли геометрик кўринишига эга бўлиб, уринма текислиги ҳаракатида уларни бир-бирига ўтказиб бўлмайди. Шунинг учун бу ҳолатларни алоҳида-алоҳида кўриб чиқиш, яъни уларни ҳар хил деб ҳисоблаш зарур.

Биринчи ҳолда, $k_1 = a_{11} = 0$, $k_2 = a_{22} \neq 0$ бўлганида сиртнинг нуқтасини махсус параболик нуқта деб атаймиз. Иккинчи ҳолда, $k_1 = a_{11} \neq 0$, $k_2 = a_{22} = 0$ ва $M = 0$ бўлганида сиртнинг нуқтасини параболик нуқта деб атаймиз.

Параболик нуқта атрофи ва махсус параболик нуқта атрофининг геометрияси бир-биридан фарқли бўлади.

Иккинчи бўлимда умумий ҳолатдаги текисликка бир кийматли проекцияланадиган сирт ёйилмаси кўрсатилган.

7-таъриф. *Ҳамма нуқталари параболик (махсус параболик) бўлган сирт параболик (махсус параболик) дейилади.*

1-лемма. *Агар цилиндрнинг йўналтирувчи чизиғи махсус текисликдаги чизиқ бўлса, цилиндр махсус параболик сиртдир.*

Ясовчилари махсус текисликка параллел бўлган цилиндр параболик сиртдир.

Диссертацияда конус сиртларнинг уч хили ўрганилади. Бу уч хил конус сиртининг махсус текисликка нисбатан уч хил жойлашишга мос келади. Биринчи ҳолда махсус текислик конуснинг S учидан ўтувчи таянч текислиги бўлади. Иккинчи ҳолда S учидан ўтувчи махсус текислик уни иккита ясовчиси бўйлаб кесишади. Ниҳоят, учинчи ҳолатда махсус текислик конуснинг уринмаси бўлади.

2-лемма. *Конуснинг нуқталари махсус параболикдир.*

Умумий ҳолатдаги текисликда юқорида белгиланган уч турдаги конусларнинг ёйилмаси берилган.

Галилей фазосида ёйилма тушунчаси умумий ҳолат текислигига бир қийматли проекцияланадиган ҳар қандай сиртлар учун умумлаштирилиши мумкин.

Айтайлик, D-соҳа Oxy умумий текисликдаги соҳа бўлсин, шу билан бирга $D = \{(x, y) \in R_2^1 : a \leq x \leq b; \varphi_1(x) \leq y \leq \varphi_2(x)\}$, бу ерда $\varphi_1(x), \varphi_2(x)$ – $[a,b]$ да узлуксиз функциялар. Ушбу $F : z = f(x, y)$ $(x, y) \in D$ сиртни кўрайлик, бунда сиртнинг чегараси D соҳа чегарасига бир кийматли проекциялансин.

4-теорема. *Берилган $F : z = f(x, y)$ сирт Oxy текислигидаги ёйилмаси $G = \{(x, y) \in R_2^1 : a \leq x \leq b; 0 \leq y \leq \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \sqrt{1 + f_y^2(x, y)} dy\}$ соҳа бўлади.*

Учинчи бўлимда изометрик ва тўла изометрик сиртлар ўрганилди, Галилей фазоси сиртларнинг изометрик ва тўла изометрик бўлиш шартлари исботланиб, Галилей фазосидаги регуляр сирт нуқталарининг таснифи берилди.

Тадқиқотимиз натижаси бўлган R_3^1 Галилей фазосидаги сирт нуқталарининг таснифини келтирамиз:

1) агар $K = a_{11} \cdot a_{22} > 0$ бўлса, индикатриса эллипс бўлиб, A нуқта эллиптик нуқта дейилади;

2) агар $K = a_{11} \cdot a_{22} < 0$ бўлса, индикатриса қўшма гипербола бўлиб, A нуқта гиперболик нуқта дейилади;

3) агар $k_2 = a_{22} = 0$ ва $K = -M^2 < 0$ бўлса, индикатриса асимптоталари координата ўқлари бўлган гипербола бўлиб, A нуқта циклик нуқта дейилади;

4) агар $K = a_{11} \cdot a_{22} = 0$, $k_2 = a_{22} \neq 0$ ва $k_1 = a_{11} = 0$ бўлса индикатриса иккита умумий ҳолдаги параллел тўғри чизиқ бўлиб, A нуқта махсус параболик нуқта дейилади;

5) агар $K = a_{11} \cdot a_{22} = 0$, $k_2 = a_{22} = 0$, $k_1 = a_{11} \neq 0$ ва $M = 0$ бўлса, индикатриса Oy ўкига параллел бўлган иккита параллел тўғри чизиқдан иборат бўлиб, A нуқта параболик нуқта дейилади.

8-таъриф. *Мос нуқтадаги эгрилик дефектлари тенг бўлган изометрик сиртлар тўла изометрик дейилади.*

Бизга Галилей фазоси сиртининг Кристоффел символлари $\Gamma_{11}^2, \Gamma_{12}^2, \Gamma_{22}^2$ берилган бўлсин. Изометрик сиртларнинг қуйидаги хоссалари исботланган.

3-лемма. *Агар R_3^1 да F сиртнинг Кристоффел символлари бўлган $\mathrm{X}(u,v), \mathrm{H}(u,v)$ дифференциалланувчи функция берилган бўлса, F сиртнинг биринчи квадратик формаси коэффициентини топиш мумкин.*

5-теорема. $\Gamma_{12}^2, \Gamma_{22}^2$ *коэффициентлари тенг бўлган сиртлар изометрикдир.*

6-теорема. $\Gamma_{11}^2, \Gamma_{12}^2, \Gamma_{22}^2$ *коэффициентлари тенг бўлган сиртлар тўла изометрикдир.*

Тўртинчи бўлимда Галилей фазосининг ҳаракати текширилиб, Галилей фазосининг ҳаракатига Евклид фазосининг деформацияси мос келиши исботланган.

Галилей фазоси R_3^1 да ҳаракат қуйидаги кўринишга эга

$$\begin{cases} x' = x + a, \\ y' = h_1 x + y\cos\varphi + z\sin\varphi + b, \\ z' = h_2 x - y\sin\varphi + z\cos\varphi + c, \end{cases}$$

у учта акслантиришдан иборат бўлиб, булар $\{a,b,c\}$ векторга параллел кўчириш, Ox ўқ атрофида φ бурчакка буриш

$$\begin{cases} x' = x, \\ y' = 0 + y\cos\varphi + z\sin\varphi, \\ z' = 0 - y\sin\varphi + z\cos\varphi, \end{cases}$$

шунингдек, махсус $\{0, h_1, h_2\}$ вектор бўйича сирпаниш

$$\begin{cases} x' = x, \\ y' = h_1 x + y, \\ z' = h_2 x + z. \end{cases}$$

Алмаштиришнинг дастлабки иккитаси, яъни параллел кўчириш ва Ox ўқ атрофида буриш R_3 Евклид фазосининг мос алмаштиришларига ўхшаш бўлади. Учинчи алмаштириш кўпроқ қизиқиш уйғотади.

4-лемма. *Галилей фазосининг ҳаракати* $\{j,k\}$ *векторларга параллел текисликни параллел текисликларга ўтказади.*

Бунда $\{h_1, h_2\}$ бурчакка сирпанишнинг Евклид фазосида аналоги мавжуд эмас. Бу сирпанишда координаталар текислиги Oyz ўзгармайди. Бошқа $x = x_0$ махсус текисликлар $\vec{V}\{0;\, h_1 x_0;\, h_2 x_0\}$ векторга параллел кўчирилади. Ҳар бир $x = x_0$ махсус текислик ўз-ўзида сирпанади ва сирпаниш миқдори унинг координаталар бошидан четланишига пропорционал бўлади.

Агар R_3^1 Галилей фазосида радиуси R Евклид сфераси кўриб чиқилса, сирпанганидан сўнг у

$$(1 + h_1^2 + h_2^2)x^2 + y^2 + z^2 + 2h_1 xy + 2h_2 xz = R^2$$

тенглама билан берилган эллипсоидга айланади.

Ушбу ҳолда $x = \pm R$ махсус текисликлар бу эллипсоиднинг уринмалари ва уриниш нуқталари мос равишда $\{\pm R; \pm h_1 R; \pm h_2 R\}$ координаталарга эга бўлади.

Аммо Евклид фазосидаги буришда, маркази координата бошида бўлган сфера ўзига, яъни сфера ўз-ўзига ўтади.

Галилей фазосининг сфераси ҳам шунга ўхшаш хоссага эга.

5-лемма. *Буриш ва Галилей фазоси сирпанишда координата бошида бўлган Галилей фазоси сферасининг ўзига ўтади.*

Диссертациянинг **“R_3^1 да тиклаш масаласи”** деб номланган учинчи бобида иккинчи тартибли чизиқларнинг R_2^1 ҳаракатида сақланадиган хоссалари, R_3^1 ҳаракатда сиртнинг тўла эгрилиги сақланиши, шунингдек, берилган тўла эгрилик ва эгрилик дефектига эга бўлган сиртнинг мавжудлиги ўрганилган.

“Тўла” геометрияда тиклаш масаласи деб берилган геометрик характеристикага эга бўлган сиртнинг мавжудлиги ва ягоналиги масаласини ечиш тушунилади. Геометрик характеристикалар сирт юзаси, Гаусс эгрилиги, тўла эгрилик, ўрта эгрилик, деривацион формулаларнинг коэффициентлари, сиртнинг биринчи ёки иккинчи квадратик формаси бўлиши мумкин. Кўпинча бу геометрик миқдорлар дифференциал формулалар билан боғлиқ бўлиб, тегишли дифференциал тенгламаларнинг ечимлари бўлади.

Ушбу йўналишда олинган натижалар баёнига ўтайлик. Бобнинг дастлабки 3.1 ва 3.2-қисми Евклид фазосидаги сиртнинг геометрик характеристикаларининг сақланишига бағишланган.

Биринчи бўлимда Галилей текислигининг буришида иккинчи тартибли чизиқларнинг инвариантларини ўрганамиз.

Иккинчи тартибли эгри чизиқларнинг ушбу

$$\begin{cases} x' = x, \\ y' = y - \dfrac{h}{a}x, \end{cases} \qquad (2)$$

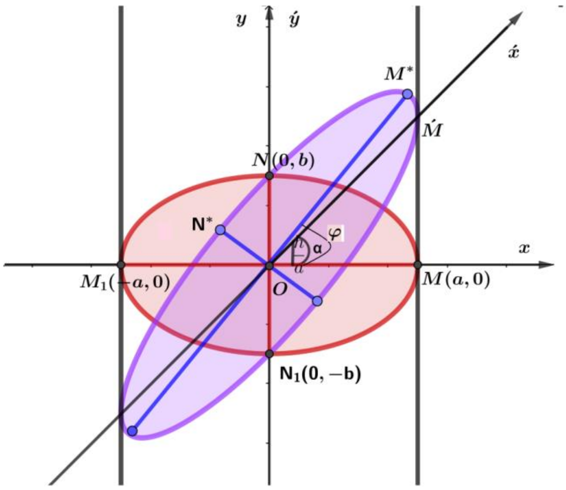
чизиқли алмаштиришдаги инвариантларини ўрганамиз.

3-тасдиқ. *(2) чизиқли алмаштиришда эллипснинг* $(0,b)$ *ва* $(0,-b)$ *учи ўзгармасдан, қолган барча* $x = x_0 \neq 0$ *абцисса нуқталарда* Oy *ўқига параллел* $\dfrac{h}{a}x_0$ *масофага сирпанади (1- расмга қаранг).*

7-теорема. *(2) чизиқли алмаштиришда эллипс учун*

$$\frac{1}{(OM)^2}\cdot\frac{1}{(ON)^2} = \frac{1}{(OM^*)^2}\cdot\frac{1}{(ON^*)^2} = \frac{1}{a^2b^2}$$

тенглик ўринли.



1-расм. Эллипсни сирпантириш

Гипербола инвариантлари ҳам аниқланган.

8-теорема. *(2) чизиқли алмаштиришда гипербола учун*

$$\frac{1}{(OM)^2}\cdot\frac{1}{(ON)^2} = \frac{1}{(OM^*)^2}\cdot\frac{1}{(ON^*)^2} = \frac{1}{a^2b^2}$$

тенглик ўринли.

Ушбу тенглама билан берилган гипербола

$$y = \frac{a}{x},$$

(2) чизиқли алмаштиришда алоҳида қаралади.

9-теорема. *(2) чизиқли алмаштиришда гипербола учун*

$$\frac{1}{(OM)^2}\cdot\frac{1}{(ON)^2} = \frac{1}{(OM^*)^2}\cdot\frac{1}{(ON^*)^2} = \left|\frac{1}{4a^2}\right|$$

тенглик ўринли.

Иккинчи бўлимда Галилей координаталар системаси буриши бўладиган фазовий алмаштиришда сиртнинг Гаусс эгрилиги инвариантлиги исботланди, шунингдек Галилей фазоси буртриши бўладиган чизиқли алмаштиришда юзанинг сақланиши исботланган.

Ноевклид фазолар геометриясини ўрганишда “устма-уст қўйилган фазо усули” мавжуд. Бу усул уч ўлчовли ноевклид фазонинг координаталар системасини Евклид фазосининг координаталар системаси деб ҳисоблашдан иборат. Бу ҳолда кўриб чиқилаётган геометрик шакл бир вақтнинг ўзида иккита геометрияда ўрганилади.

Айтайлик, F сирт $Oxyz$ Галилей фазо координаталар системасида берилган бўлсин, шунингдек $O \in F$. Шу сиртни R_3 да ҳам кўриб чиқамиз.

Регуляр сиртда $O \in F$ нуқтани ва Oxy текисликда h бурчакка буриш мавжуд бўлган Галилей буришидан иборат R_3^1 фазонинг ҳаракатини кўриб чиқайлик.

Бу холда R_3^1 фазо махсус текислиги Oy ўқи йўналишида h Галилей бурчакка сирпанади, бу координата қуйидаги шаклга эга

$$\begin{cases} x' = x, \\ y' = hx + y, \\ z' = z, \end{cases} \qquad (3)$$

Oz ўқ ҳолати ўзгармагани учун, Ox координата ўқи Oxy текисликда h бурчакка бурилади.

Фараз қилайлик, F қавариқ сиртнинг O нуқтасидаги Π-уринма текислиги Oxy текисликка мос келсин. Эгрилик индикатрисаси иккинчи тартибли чизиқ сифатида берилган.

10-теорема. *(3) чизиқли алмаштиришда регуляр сиртнинг тўла (Гаусс) эгрилиги ўзгармайди.*

Худди шунингдек, сиртнинг нуқталари гиперболик ва циклик бўлган ҳолларда ҳам теорема ўринли бўлади.

Ушбу теоремалар натижасида Галилей фазоси буришида, бу Евклид фазосида деформация бўлади, Евклид фазоси сиртининг тўла эгрилиги ўзгармайди деган тасдиққа келиш мумкин.

Бу бўлимда олинган натижалар аналитик, яъни сиртнинг Гаусс эгрилигини бевосита ҳисоблаш йўли билан исботланган.

Аналитик исбот натижасида қуйидагилар исботланган.

11-теорема. *(3) чизиқли алмаштиришда регуляр сирт соҳасининг юзи ўзгармайди.*

Учинчи бўлимда фазонинг берилган икки эгри чизиқ устида қурилган циклик сирт мавжудлигини исботланган. Тўла текисликда аниқланган тўла эгрилиги билан берилган тўла циклик сиртнинг мавжудлиги исботланган, шунингдек биринчи квадратик форма, дефект ва иккинчи квадратик формаларнинг коэффициентлари билан берилган сиртнинг мавжудлиги исботланган.

R_3^1 Галилей фазосида иккита кесишмайдиган l_1 ва l_2 чизиқлар вектор тенгламаси билан берилган бўлсин:

$$l_1: \ \vec{r}_1(u) = ui + y_1(u)j + z_1(u)k;$$
$$l_2: \ \vec{r}_2(u) = ui + y_2(u)j + z_2(u)k.$$

12-теорема. R_3^1 *Галилей фазосида ясовчилари* l_1 *ва* l_2 *чизиқлар нуқталари орқали ўтувчи ягона циклик сирт мавжуд.*

Тўла циклик сиртнинг мавжудлик теоремаси исботланган.

13-теорема. *Галилей фазосида тўла эгрилиги берилган*

$$-(\varphi(x,y))^2 \in C(D), \qquad K = -\varphi^2(x,y)$$

функция бўлган циклик сирт ҳар доим мавжуд.

Биринчи квадратик шакл ва мусбат тўла эгриликнинг берилиши Евклид фазосида қавариқ сиртни аниқлаш учун етарли. Лекин Галилей фазосида биринчи квадратик шаклнинг берилиши сирт шу фазода изометрик эканлигини билдиради. Бундан ташқари, Галилей фазосида тўла изометриклик мавжуд.

Сиртларни ягона аниқлаш учун уларнинг тўла изометриклик шарти етарли экан. Бу учинчи бобнинг учинчи бўлимида олинган 14-теоремадан келиб чиқади.

Айтайлик, Oxy текисликка бир қийматли проекцияланадиган, $C^2(\pi)$ тегишли $W(\pi)$ сирт $z = z(x,y)$ тенглама билан берилган бўлсин.

14-теорема. *Агар текисликда аниқланган* $\varphi(x,y) > 1$ *ва* $\mu(x,y)$ *функциялар берилса, биринчи квадратик шакли* $\varphi(x,y)$ *ва эгрилик дефекти* $\mu(x,y)$ *га тенг бўлган* $W(\pi)$ *га тегишли сирт мавжуд.*

Евклид фазосидаги Бонне теоремасининг аналоги R_3^1 да қуйидаги теорема бўлади.

15-теорема. *Агар текисликнинг* Q *-бир боғламли соҳасида*

$$\begin{cases} L_v - M_u = \Gamma_{12}^2 M - \Gamma_{11}^2 N, \\ N_u - M_v = \Gamma_{12}^2 N - \Gamma_{22}^2 M, \end{cases}$$

$$K = \frac{LN - M^2}{G} = \frac{1}{\sqrt{G}}\left(\frac{D}{\sqrt{G}}\right)_v - \frac{1}{\sqrt{G}}\frac{\partial^2 \sqrt{G}}{du^2},$$

тенгликни қаноатлантирувчи C^1 *– га тегишли*

$$G = G(u,v) \geq 0, \ D = D(u,v) \geq 0, \ L = L(u,v), \ M = M(u,v), \ N = N(u,v)$$

функциялар берилган бўлса, у ҳолда қуйидаги

$$
\begin{cases}
y_v^{\ 2} + z_v^2 = G, \\
y_{uu} = Dy_v - \dfrac{L}{\sqrt{G}} z_v, \\
z_{uu} = Dz_v + \dfrac{L}{\sqrt{G}} y_v, \\
y_{uv} = \dfrac{G_u}{2G} y_v - \dfrac{M}{\sqrt{G}} z_v, \\
z_{uv} = \dfrac{G_u}{2G} z_v + \dfrac{M}{\sqrt{G}} y_v, \\
y_{vv} = \dfrac{G_v}{2G} y_v - \dfrac{N}{\sqrt{G}} z_v, \\
z_{vv} = \dfrac{G_v}{2G} z_v + \dfrac{N}{\sqrt{G}} y_v,
\end{cases}
$$

бошланғич шартлар

$$
\begin{aligned}
&\vec{r}(u_0, v_0) = \vec{a}(a_1, a_2), \\
&\vec{r}_u(u_0, v_0) = \vec{b}(b_1, b_2), \\
&\vec{r}_v(u_0, v_0) = \vec{c}(c_1, c_2), \ \| c \| = \sqrt{G(u_0, v_0)},
\end{aligned}
$$

билан берилган дифференциал тенгламалар системасининг ечими бўладиган Q *соҳада ягона* $r(u,v) = (u, y(u,v), z(u,v))$ *функция мавжуд.*

Галилей фазоси сиртларининг геометриясини ўрганиш ўз-ўзидан қизиқарли, янги тадқиқот бўлиб, бундан ташқари тадқиқот натижаларини Евклид фазосида кўриб чиқиш мумкин. Бундай ёндашув Евклид фазосида баъзи янги натижаларни беради. Евклид фазоси учун ошкора бўлмаган янгича муаммоларни қўйиш имкони пайдо бўлади.

ХУЛОСА

Ушбу диссертация иши яримевклид фазосига тегишли Галилей фазоси геометриясини хамда Евклид фазосидан тубдан фарқ қилувчи ва текисликдаги механика назарияси инвариантларини ифодаловчи метрика хоссаларини тадқиқ этишга бағишланган.

Татқиқотнинг асосий натижалари қуйидагилардан иборат:

1. Галилей фазоси псевдоевклид фазосининг қисм фазоси эканлиги исботланган.
2. Параболик ва махсус параболик нуқталар аниқланган сирт нуқталари таснифи берилган.
3. Галилей фазосидаги сиртнинг изометрияси ўрганилиб, сиртларнинг изометриклик ва тўла изометриклик шартлари аниқланди.
4. Галилей фазоси ҳаракати бўлган деформацияда Евклид фазоси сиртининг Гаусс эгрилиги сақланишини исботланган.
5. Биринчи квадратик форма коэффициенти ва эгрилик дефекти берилганда сиртнинг мавжудлиги исботланган.
6. Бонне теоремасининг аналоги исботланган.

НАУЧНЫЙ СОВЕТ DSc.03/30.12.19.FM.01.01 ПО ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЕНЫХ СТЕПЕНЕЙ ПРИ НАЦИОНАЛЬНОМ УНИВЕРСИТЕТЕ УЗБЕКИСТАНА

НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ УЗБЕКИСТАНА

СУЛТАНОВ БЕКЗОД МАКСУД УГЛИ

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ ПО ГЕОМЕТРИЧЕСКИМ ХАРАКТЕРИСТИКАМ В ГАЛИЛЕЕВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

01.01.04 – Геометрия и топология

АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ ДОКТОРА ФИЛОСОФИИ (PhD) ПО ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИМ НАУКАМ

Ташкент – 2021 год

Тема диссертации доктора философии (Doctor of Philosophy) по физико-математическим наукам зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Кабинете Министров Республики Узбекистан за B2018.2.PhD/FM226.

Диссертация выполнена в Национальном Университете Узбекистана имени Мирзо Улугбека.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, русский, английский (резюме)) размещен на веб-странице Научного совета (www.ik-fizmat@nuu.uz) и на Информационно-образовательном портале «Ziyonet» (www.ziyonet.uz).

Научный руководитель:	**Артикбаев Абдуллаазиз** доктор физико-математических наук, профессор
Официальные оппоненты:	**Соколов Дмитрий Дмитриевич** доктор физико-математических наук, профессор
	Заитов Адилбек Атаханович доктор физико-математических наук, профессор
Ведущая организация:	**Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ» филиал в городе Ташкенте.**

Защита диссертации состоится «29» апреля 2021 года в 15^{00} часов на заседании Научного совета DSc.03/30.12.2019.FM.01.01 при Национальном университете Узбекистана, института Математики. (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 4. Тел.: (+99871)227-12-24, факс: (+99871) 246-53-21, e-mail: nauka@nuu.uz).

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Национального университета Узбекистана (зарегистрирована за №19). (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 4. Тел.: (+99871) 246-02-24).

Автореферат диссертации разослан «19» 04 2021 года.
(протокол рассылки №2 от «19» 04 2021 года).

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI MIRZO ULUG'BEK NOMIDAGI O'ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETI

А. Садуллаев
Председатель научного совета по присуждению ученых степеней, д.ф.-м.н., академик

Н.К. Мамадалиев
Ученый секретарь научного совета по присуждению ученых степеней, д.ф.ф.-м.н. (PhD)

Р.Б. Бешимов
Председатель научного семинара при научном совете по присуждению ученых степеней, д.ф.-м.н.

ВВЕДЕНИЕ (аннотация диссертации доктора философии (PhD))

Актуальность и востребованность темы диссертации. Многочисленные научные и практические исследования, проводимые на мировом уровне, часто сводятся к изучению Галилеевых отображений, связывающих время и пространство. Представляется важным изучение геометрических характеристик поверхностей в Галилеевом пространстве и определение значений величин, сохраняющихся при движении этого пространства с точки зрения Евклидова пространства. Геометрические характеристики поверхностей в Галилеевом пространстве играют важную роль при решении задач теории относительности и квантовой механики. Поэтому нахождение геометрических характеристик поверхностей в Галилеевом пространстве, решения задач преобразований Галилеевого пространства и теории поверхностей имеют важное значение в геометрии и топологии.

В мире проводятся научные исследования по изучению геометрии Галилеевых пространств, особенно по решению задач геометрии «в целом» в этих пространствах и выявлению некоторых технических задач в изотропной части псевдоевклидовых пространств. Представляется важным изучение теории поверхностей в Галилеевом пространстве, дифференциальных характеристик поверхностей, геометрический смысл Галилеева преобразования в Евклидовом пространстве. В связи с этим особое внимание уделяется классификации точек поверхности в Галилеевом пространстве, определению геометрических инвариантов при Галилеевых преобразованиях, нахождению условий для изометричности поверхностей, восстановлению поверхности по известным геометрических характеристикам, а также постановке и решению классических задач геометрии в этом пространстве.

В нашей стране особое внимание уделяется актуальным аспектам геометрии и топологии, которые имеют научные и практические применения в фундаментальных науках. В частности, в последние годы значительные результаты были получены в практическом применении величин, сохраняющихся при преобразованиях Галилеева пространства, являющихся движениями, в других разделах математики, а также в решении задач существования и единственности поверхностей с заданными геометрическими характеристиками. Проведение исследований на уровне международных стандартов по приоритетным направлениям «Функциональный анализ, геометрия и топология» было определено как одно из фундаментальных исследований[2]. В связи с этим представляется важным нахождение геометрических характеристик поверхностей в Галилеевом пространстве, выяснение геометрического смысла движения Галилеева пространства с точки зрения Евклидова пространства, развитие теории поверхностей в Галилеевом пространстве.

Данное диссертационное исследование в определенной степени служит решению задач, указанных в Постановлениях Президента Республики

---

[2] Постановление Кабинета Министров Республики Узбекистан №292 от 18 мая 2017 года «О мерах по организации деятельности вновь созданных научно-исследовательских учреждений Академии наук Республики Узбекистан».

Узбекистан УП-4947 от 7 февраля 2017 года «О Стратегии действий по дальнейшему развитию Республики Узбекистан», ПП-4387 от 9 июля 2019 года «О мерах государственной поддержки дальнейшего развития математического образования и науки, а также коренного совершенствования деятельности Института Математики имени В.И. Романовского Академии Наук Республики Узбекистан» и ПП-4708 от 7 мая 2020 года «О мерах по повышению качества образования и развитию научных исследований в области математики», а также в других нормативно-правовых актах, относящихся к данной области деятельности.

Соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики. Данное исследование выполнено в соответствии с приоритетным направлением развития науки и технологий в Республике Узбекистан IV. «Математика, механика и информатика».

Степень изученности проблемы. Геометрия Галилеева пространства относится к геометрии пространств с вырожденными метриками. Первые работы по Галилеевому пространству появились в 50-ые года прошлого века, авторами первых работ в этом направлении являются Р.Г.Бухараев, А.Э.Хатипов. Общая теория пространств с проективными метриками с вырожденной и невырожденной метрикой приведена в классической монографии «Неевклидовы пространства» Б.А.Розенфельда и О.Рошела. Первыми решением конкретных задач геометрии «в целом» в Галилеевом пространстве занимались А.Артикбаев и Н.Е.Панкина. Аксиоматическому построению геометрии Галилеевой плоскости и Галилеевого пространства посвящены работы А.И.Долгорева. Дифференциальной геометрии Галилеева пространства и решению некоторых классических задач посвящены работы И.А.Долгорева. Монография А.Артикбаева, Д.Д.Соколова посвящена изучению конкретных задач геометрии «в целом» Галилеева пространства.

В июне 1999 года в Фиратском Университете городе Элазик состоялся первый симпозиум математиков тюркоязычных стран, где А.Артикбаев выступил с докладом о геометрии полуевклидовых пространств и сформулировал некоторые задачи в этих пространствах, в том числе и в Галилеевом пространстве. Широкое изучение геометрии Галилеева пространства началось после 2000 года. В связи с этим особо следует отметить работы профессора Фиратского Университете М.Э.Айдына и его учеников, а также работы профессора М.Деде из Арлинского Университета (Турция) и его учеников. Первые работы профессора Национального Университета Кёнсан (Южная Корея) Д.В.Юна по геометрии неевклидова пространства появились в 2002 году. В данное время из его работ 102 включены в базу библиографических данных Scopus, причем больше половины из них посвящены изучению геометрии Галилеева пространства. Кроме того, имеется много работ его учеников. Теории поверхности Галилеева пространства посвящены работы П.Бансал, С.Муса, Б.Дывжак, А.Казан, З.М.Сипус, Т.Сахын, З.К.Юзбаси, А.Сариоглугил. В этих работах изучена дифференциальная геометрия Галилеева пространства. Рассмотрены поверхности вращения, поверхности переноса, минимальные поверхности и поверхности с постоянной кривизной, трубчатые поверхности. Свойствам циклических поверхностей посвящены работы Э.К.Курбанова. Существует много работ, посвященных применению теории поверхности Галилеева пространства в механике, физике и экономике.

В изучении геометрии неевклидовых пространств иногда пользуются методом наложенного пространства, то есть систему координат неевклидова пространства считают координатной системой Евклидова пространства. Если систему координат Галилеева пространства считать Евклидовой системой, то некоторые наши результаты об изометрии являются обобщением понятия «изометрии поверхностей по сечению», изученным в работе А.С.Шарипова. В последние 20 лет бурно развивается некоммутативная алгебра. С ней связано изучение группы Гейзенберга. Группа Гейзенберга некоммутативна, и алгебра этих групп относится к алгебре некоммутативных групп. Матрица Галилеевых движений является элементом группы Гейзенберга, так как она некоммутативна. Изучению инвариантов группы Гейзенберга, то есть группы движений Галилеева пространства, посвящены работы В.И.Чилина, К.А.Муминова.

Связь темы диссертации с научно-исследовательскими работами учреждением высшего образования, где выполнялась диссертация. Исследование выполнено в соответствии с планом научно-исследовательского проекта МРУ-ОТ-9/2017 «Многомерный комплексный анализ» Национального университета Узбекистана имени Мирзо Улугбека.

Целью исследования является описание теории поверхностей в Галилеевом пространстве и решения задач геометрии «в целом», связанных с геометрическими характеристиками поверхности.

Задачи исследования:

описание геометрических свойств поверхности в параболических точках;

определение развертки поверхности в Галилеевом пространстве, все точки которой параболические;

построение аналога изометрии поверхности Евклидова пространства для поверхностей Галилеева пространства;

выяснение геометрического смысла движения Галилеева пространства с точки зрения Евклидова пространства;

решение задачи восстановления поверхностей с заданными дифференциальными характеристиками в Галилеевом пространстве.

Объект исследования – поверхности Галилеева пространства, дифференциальные характеристики поверхностей, движения Галилеева пространства.

Предмет исследования – вырожденная метрика поверхности, области вокруг точки поверхности, кривизна и дефект кривизны поверхностей Галилеева пространства**.**

Методы исследования. В работе используются современные методы дифференциальной геометрии, методы дифференциальных уравнений, функционального анализа и топологии.

Научная новизна исследования состоит в следующем:

доказано, что развертки на плоскость поверхности всюду параболическими точками и поверхности всюду особо параболическими точками существенно различаются;

выявлено геометрическое значение движения Галилеева пространства с точки зрения Евклидова пространства, доказана инвариантность Гауссовой кривизны поверхности Евклидова пространства при преобразовании, являющемся движением Галилеева пространства;

доказано существование циклической поверхности по заданной полной кривизне, а также найдены условия изометричности и вполне изометричности поверхностей в Галилеевом пространстве;

доказана теорема о существовании поверхности по заданным коэффициентам первой квадратичной формы и дефекту кривизны.

Практические результаты исследования состоят в следующем:

доказано, что свойства поверхностей Галилева пространства и геометрический смысл движения этого пространства соответствуют деформации Евклидова пространства;

с использованием инвариантности полной кривизны поверхности относительно смещения решена задача сложной деформации механики.

Достоверность результатов исследования обоснована использованием методов функционального анализа, дифференциальных уравнений и дифференциальной геометрии, а также строгостью математических рассуждений.

Научная и практическая значимость результатов исследования. Научная значимость исследования обоснована тем, что приведена полная классификация точек поверхности Галилеева пространства, введено понятие развертки поверхности, введены понятия изометричности и вполне изометричности поверхности, и доказаны теоремы об изометричности и вполне изометричности поверхности, а также теоремы о существовании поверхностей с заданными геометрическими характеристиками.

Практическая значимость результатов исследования объясняется исследованием свойств поверхностей Галилеева пространства и движения этого пространства, применением результатов в Евклидовом пространстве и применения решений некоторых практических задач геометрии «в целом» к механическим задачам.

Внедрение результатов исследования. Результаты, связанные с восстановлением поверхности по геометрическим характеристикам в Галилеевом пространстве были использованы в следующих научно-исследовательских проектах:

результат сохранения Гауссовой кривизны при преобразовании движения Галилеева пространства поверхности Евклидова пространства был использован в фундаментальном проекте №ОТ–Ф4–64 «Составление и численный анализ гидродинамических моделей фильтрации жидкости и переноса веществ в неоднородных пористых средах » для решения обратных задач по определению характеристик аномального переноса вещества в неоднородных пористых средах (Справка Министерства высшего и среднего специального образования Республики Узбекистан за номером 89-03-4484 от 06 ноября 2020 года). В результате это позволило выявить свойства, которые замедляются после дискретизации проблем переноса веществ и создать улучшенный экономичный алгоритм расчета решений;

результаты, полученные по инвариантам преобразованиям Галилеева пространства с использованием формул главной и полной кривизн, были использованы в фундаментальном проекте №ФА-Ф-4-004 «Экспериментальное и теоретическое исследование упругопластического деформирования конструкционных материалов при процессах сложной деформации» при исследовании соотношений теории пластичности в форме условия компланарности трёх векторов и при анализе и контроле трёхмерных процессов в пространстве Ильюшина (Справка Академии Наук Республики Узбекистан за номером 2/1255-2760 от 9 декабря 2020 года). В результате это позволило определить инварианты трансформации сферической и тензорной частей поперечной-изотропных сред.

Апробация результатов исследования. Результаты диссертации обсуждались на 4 международных и 6 республиканских научно-практических конференциях.

Публикация результатов исследования. По теме диссертации опубликованы 17 научных работ, из них 7 входят в перечень научных изданий, предложенных Высшей Аттестационной Комиссией Республики Узбекистан для защиты докторских доктора философии, в том числе 2 из них опубликованы в зарубежных журналах и 5 – в республиканских научных изданиях.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка использованной литературы. Объем диссертации составляет 89 страниц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обоснованы актуальность и востребованность темы диссертации, определено соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики, приведены обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации и степень изученности проблемы, сформулированы цели и задачи, выявлены объект и предмет исследования, изложены научная новизна и практические результаты исследования, раскрыта теоретическая и практическая значимость полученных результатов, даны сведения о внедрении результатов исследования, об опубликованных работах и о структуре диссертации.

В первой главе диссертации, названной «**Поверхности в Галилеевом пространстве**», приведены основные сведения о Галилеевом пространстве, теории поверхностей, основные геометрические характеристики поверхности и класс поверхностей, рассматриваемых в Галилеевом пространстве. Кроме того, приведены доказательства некоторых утверждений.

Пусть задано трехмерное аффинное пространство A_3, $Oxyz$ – система аффинных координат с началом в точке $O(0,0,0)$ и $\{\vec{i},\vec{j},\vec{k}\}$ – базисные векторы в этом пространстве.

Скалярное произведение векторов $\vec{X}\{x_1, y_1, z_1\}$ и $\vec{Y}\{x_2, y_2, z_2\}$ определяется по формуле

$$(\vec{X}\vec{Y}) = \begin{cases} x_1 x_2, \text{если } x_1 x_2 \neq 0, \\ y_1 y_2 + z_1 z_2, \text{если } x_1 x_2 = 0. \end{cases} \tag{1}$$

Определение 1. *Аффинное пространство, в котором скалярное произведение векторов* $\vec{X}$, $\vec{Y}$ *определено по формуле (1), называется Галилеевым пространством и обозначается через* R_3^1 *или* Γ_3.

Скалярное произведение (1) называется вырожденным скалярным произведением. Вырожденное скалярное произведение векторов появляется в псевдоевклидовых пространствах как результат изотропности векторов.

Утверждение 1. *Галилеево пространство является подпространством* $M(x, y, z, y, z) \subset {}^2R_5$.

Вырожденность метрики Галилеева пространства не дает возможность изучения произвольной поверхности в Галилеевом пространстве. Поэтому рассматриваются поверхности, не имеющие особых опорных плоскостей. Показано, что класс поверхностей Галилеева пространства, не имеющих особых опорных плоскостей, достаточно широк.

Утверждение 2. *Выпуклые поверхности, однозначно проектирующиеся на плоскость общего положения* Oxy *(проектирование параллельно оси* Oz*), не имеют особые опорные плоскости.*

Когда область проектирования ограничена, поверхность может иметь особую опорную плоскость на точках границы области. В этом случае в конкретных задачах уточняется условие о касании опорной плоскости.

Наше исследование в частности связано с линейчатыми поверхностями. Но в Галилеевом пространстве различают прямые, лежащие на особой плоскости, и прямые, не принадлежащие особой плоскости. Первые из них называются особыми прямыми, а другие – прямыми общего положения.

Поэтому линейчатая поверхность изучается в зависимости от того, каковыми будут ее образующие.

Если образующая прямая линейчатой поверхности является прямой общего положения в R_3^1, то поверхность назовем линейчатой поверхностью.

Когда образующая линейчатой поверхности F является особой прямой, то есть образующая всегда лежит на особой плоскости, то этот случай рассматривается отдельно.

Теорема 1. *Поверхность* F *является циклической поверхностью.*

Определение 2. *Линейчатая поверхность, прямолинейные образующие которой параллельны одной и той же плоскости, называется поверхностью Каталана.*

Поверхность Каталана изучена в Евклидовом пространстве. Мы изучаем его в Галилеевом пространстве.

Пусть K – поверхность Каталана Евклидова пространства.

Теорема 2. *Поверхность Каталана* K *всегда можно рассматривать как циклическую поверхность Галилеева пространства* R_3^1.

Во второй главе диссертации, названной «**Изгибание и изометрия в** R_3^1», приведены сведения об изучении поверхности вокруг параболической точки, развертка поверхностей, изометрия поверхностей и некоторые особенности движения R_3^1.

В первом параграфе приведены результаты исследования параболических точек поверхности в Галилеевом пространстве, которые показали необходимость различия параболических точек поверхности в зависимости от индикатрисы в рассматриваемой точке.

Понятие изометрии в метрике Галилеева пространства также отличается от этого понятия в Евклидовом пространстве. Основная причина в том, что расстояние определяется по-иному.

Пусть особые плоскости $x=a,\ x=b$ ограничивает поверхность F - слева и справа соответственно.

Определение 3. *Интервал* $[a,b]$ *назовем шириной поверхности* F *в Галилеевом пространстве.*

Определение 4. *Полуизометричными поверхностями назовем поверхности, которые имеют равные ширины.*

Очевидно, существует достаточно широкий класс полуизометричных поверхностей.

Определение 5. *Полуизометричные поверхности называются изометричными, если в соответствующих сечениях особых плоскостей, отображение изометрично.*

По аналогии с Евклидовым пространством определим понятие развертки поверхности в Галилеевом пространстве. Свойства метрики Галилеева пространства позволяет осуществить развертку поверхности на плоскость так, что расстояние между двумя точками поверхности и соответствующими точками на плоскости имели бы одинаковый порядок и по величине были бы равны.

Определение 6. *Если между точками поверхности* $F \subset R_3^1$ *и точками области* G *на плоскости* Oxy *существует однозначное отображение, расстояния между соответствующими точками имеют одинаковый порядок и равны, то область* G *называется разверткой поверхности* F *на плоскости* Oxy.

В Евклидовом пространстве имеют развертку только выпуклые многогранники, цилиндрические поверхности и конусы. Вырожденность метрики Галилеева пространства позволяет развертывать поверхности более широкого класса.

Теорема 3. *Поверхность* $F \in R_3^1$ *шириной* $\left[a,b\right]$ *и однозначно проектирующаяся на плоскость* Oxy *имеет развертку* G *на полосе* $a \le x \le b$ *плоскости* Oxy.

Поверхность, все точки которой являются параболическими в Евклидовом пространстве, является цилиндром или конусом. Этим же свойством обладают поверхности и в Галилеевом пространстве.

А.Артикбаев точку поверхности, для которой выполняется условие $k_1 = a_{11} = 0$, $k_2 = a_{22} \neq 0$, назвал параболической. В этом случае индикатриса поверхности в Галилеевом пространстве имеет вид

$$Ny'^2 = \pm 1.$$

Кроме этого, можно рассмотреть случай $k_1 = a_{11} \neq 0$, $k_2 = a_{22} = 0$ и $M = 0$. Тогда индикатриса поверхности имеет вид

$$Lx'^2 = \pm 1.$$

Эти две возможные параболичности точек поверхности имеют различные геометрические представления, причем движение касательной плоскости не может преобразовать их друг в друга. Поэтому эти случаи надо рассматривать в отдельности, то есть их надо считать различными.

В первом случае, когда $k_1 = a_{11} = 0$, $k_2 = a_{22} \neq 0$, мы будем называть точку особой параболической точкой поверхности. Во втором случае, когда $k_1 = a_{11} \neq 0$, $k_2 = a_{22} = 0$ и $M = 0$, точку будем называть параболической точкой.

Геометрия вблизи параболической точки и вблизи особой параболической точки будут различными.

Во втором параграфе получена развертка поверхности, однозначно проектирующаяся на плоскость общего положения.

Определение 7. *Поверхность, все точки которой параболические (особо параболические), назовем параболической (особой параболической).*

Лемма 1. *Если направляющая кривая цилиндра является кривой на особой плоскости, то цилиндр является особо параболической поверхностью.*

Цилиндр, образующие которого параллельны особой плоскости, является параболической поверхностью.

В диссертации изучены три типа конических поверхности. Данным трем типам соответствует три расположения конической поверхности относительно особой плоскости. В первом случае особая плоскость будет опорной плоскостью конуса, проходящей через вершину S. Во втором случае особая плоскость, проходящая через вершину S, пересекает его по двум образующим. Наконец, в третьем случае особая плоскость касательная конуса.

Лемма 2. *Точки конусов являются особо параболическими.*

Дана развертка конусов выше отмеченных трех типов на плоскость общего положения.

Понятие развертки в Галилеевом пространстве можно обобщить для любых поверхностей, однозначно проектирующихся на плоскость общего положения.

Пусть D – область на плоскости общего положения Oxy, причем $D = \{(x, y) \in R_2^1 : a \leq x \leq b; \varphi_1(x) \leq y \leq \varphi_2(x)\}$, где $\varphi_1(x), \varphi_2(x)$ – непрерывные функции в $[a, b]$. Рассмотрим поверхность $F : z = f(x, y) \quad (x, y) \in D$ с границей, однозначно проектирующейся на границу области D.

Теорема 4. *Поверхность* $F : z = f(x, y)$ *развертывается на область* $G = \{(x, y) \in R_2^1 : a \leq x \leq b; 0 \leq y \leq \int\limits_{\varphi_1}^{\varphi_2} \sqrt{1 + f_y^2(x, y)} dy\}$ *на плоскости* Oxy.

В третьем параграфе изучены изометричные и вполне изометричные поверхности, доказаны условия изометричности и вполне изометричности поверхностей Галилеева пространства положения и дана классификация точек регулярной поверхности в Галилеевом пространстве.

Как результат наших исследований, приводим классификацию точек поверхности в Галилеевом пространстве R_3^1:

1) если $K = a_{11} \cdot a_{22} > 0$, то индикатрисой является эллипс, точка A называется эллиптической точкой;

2) если $K = a_{11} \cdot a_{22} < 0$, то индикатрисой будут сопряженные гиперболы, точка A называется гиперболической точкой;

3) если $k_2 = a_{22} = 0$ и $K = -M^2 < 0$, то индикатрисой будет являться гипербола, асимптотами которой являются координатные оси, точка A называется циклической точкой;

4) если $K = a_{11} \cdot a_{22} = 0$, $k_2 = a_{22} \neq 0$ и $k_1 = a_{11} = 0$ то индикатриса состоит из двух параллельных прямых общего положения, точка A называется особой параболической точкой;

5) если $K = a_{11} \cdot a_{22} = 0$, $k_2 = a_{22} = 0$, $k_1 = a_{11} \neq 0$ и $M = 0$, то индикатриса состоит из двух параллельных прямых, которые параллельны оси Oy, точка A называется параболической точкой.

Определение 8. *Изометричные поверхности называются вполне изометричными, если у них в соответствующих точках равны дефекты кривизны.*

Пусть нам даны символы Кристоффеля $\Gamma_{11}^2, \Gamma_{12}^2, \Gamma_{22}^2$ поверхности Галилеева пространства. Доказаны следующие свойства изометричных поверхностей.

Лемма 3. *Если заданы дифференцируемые функции* $\mathrm{X}(u,v), \mathrm{H}(u,v)$, *являющиеся коэффициентами Кристоффеля поверхности F в R_3^1, то можно найти коэффициент первой квадратичной формы поверхности F.*

Теорема 5. *Поверхности с равными коэффициентами* $\Gamma_{12}^2, \Gamma_{22}^2$ *изометричны.*

Теоремы 6. *Поверхности с равными коэффициентами* $\Gamma_{11}^2, \Gamma_{12}^2, \Gamma_{22}^2$ *вполне изометричны.*

В четвертом параграфе исследовано движение Галилеева пространства, доказано, что движению Галилеева пространства соответствует деформация Евклидова пространства.

Движение Галилеева пространства R_3^1 имеет следующий вид

$$\begin{cases} x' = x + a, \\ y' = h_1 x + y\cos\varphi + z\sin\varphi + b, \\ z' = h_2 x - y\sin\varphi + z\cos\varphi + c, \end{cases}$$

состоит из трех преобразований, это параллельный перенос на вектор $\{a,b,c\}$, вращение вокруг оси Ox на угол φ

$$\begin{cases} x' = x, \\ y' = 0 + y\cos\varphi + z\sin\varphi, \\ z' = 0 - y\sin\varphi + z\cos\varphi, \end{cases}$$

а также скольжение на особый вектор $\{0, h_1, h_2\}$

$$\begin{cases} x' = x, \\ y' = h_1 x + y, \\ z' = h_2 x + z. \end{cases}$$

Первые две части преобразования, то есть параллельный перенос и вращение вокруг оси Ox будут аналогичными соответствующим преобразованием Евклидова пространства R_3. Большой интерес представляет третье преобразование.

Лемма 4. *Движение Галилеева пространства плоскости параллельные векторам $\{j, k\}$ переводит в параллельные плоскости.*

Скольжение на угол $\{h_1, h_2\}$ не имеет аналога в Евклидовом пространстве. В этом скольжении координатная плоскость Oyz не меняется. Другие особые плоскости $x = x_0$ параллельно переносятся на вектор $\vec{V}\{0;\, h_1x_0;\, h_2x_0\}$. Каждая особая плоскость $x = x_0$ скользит по себе, причем величина скольжения пропорциональна удалению ее от начала координат.

Если рассмотреть Евклидову сферу радиуса R в Галилеевом пространстве R_3^1, то после скольжения она превращается в эллипсоид, заданный уравнением

$$(1 + h_1^2 + h_2^2)x^2 + y^2 + z^2 + 2h_1xy + 2h_2xz = R^2.$$

При этом особые плоскости $x = \pm R$ будут касательными этого эллипсоида, и точки касания будет иметь координаты $\{\pm R; \pm h_1R; \pm h_2R\}$, соответственно.

Но при вращении Евклидова пространства и сфера с центром в начале координат преобразуется в себя, то есть сфера переходит в ту же сферу.

Аналогичным свойствам обладает сфера Галилеева пространства.

Лемма 5. *При вращении и скольжении Галилеева пространства сфера Галилеева пространства с центром в начале координат преобразуется в себя.*

В третьей главе диссертации, названной «**Задача восстановления в** R_3^1», изучаются свойства кривых второго порядка сохраняющихся в движении R_2^1, сохранение полной кривизны в движении R_3^1, а также существование поверхности с данной полной кривизной и дефектом кривизны.

Под задачей восстановления в геометрии «в целом» понимается решение задачи существования и единственности поверхности с заданной геометрической характеристикой. Геометрическими характеристиками могут быть площадь поверхности, Гауссова кривизна, полная кривизна, средняя кривизна, коэффициенты деривационных формул, первая или вторая квадратичная форма поверхности. Часто эти геометрические величины связаны дифференциальными формулами и являются решениями соответствующих дифференциальных уравнений.

Перейдем к изложению полученных результатов в этом направлении. Первые два пункта главы 3.1 и 3.2 посвящены к сохранению геометрической характеристики поверхности в Евклидовом пространстве.

В первом параграфе изучены инварианты кривых второго порядка при вращении Галилеевой плоскости.

Изучены инварианты кривых второго порядка при линейном преобразовании

$$\begin{cases} x' = x, \\ y' = y - \dfrac{h}{a}x. \end{cases} \quad (2)$$

Утверждение 3. *Преобразование (2) не меняет вершину эллипса* $(0,b)$ *и* $(0,-b)$*, все остальные точки с абсциссой* $x = x_0 \neq 0$ *скользят параллельно оси* Oy *на расстояние* $\frac{h}{a}x_0$ *(см. рис 1).*

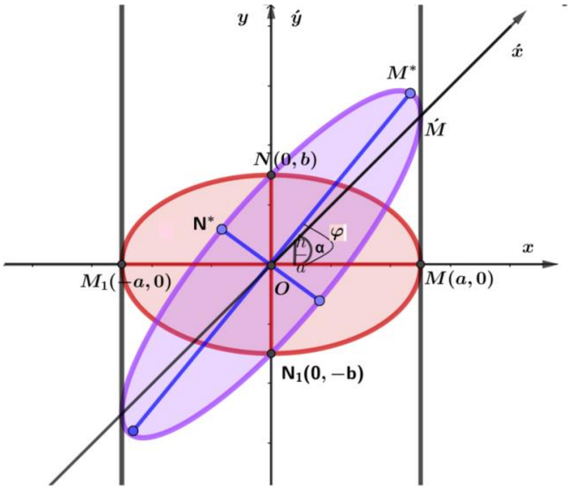


Рисунок 1. Скольжение эллипса

Теорема 7. *При преобразовании (2) для эллипса справедливо равенство*

$$\frac{1}{(OM)^2} \cdot \frac{1}{(ON)^2} = \frac{1}{(OM^*)^2} \cdot \frac{1}{(ON^*)^2} = \frac{1}{a^2b^2}.$$

Также определены инварианты гиперболы.

Теорема 8. *При преобразовании (2) для гиперболы справедливо равенство*

$$\frac{1}{(OA)^2} \cdot \frac{1}{(OB)^2} = \frac{1}{(OA^*)^2} \cdot \frac{1}{(OB^*)^2} = \left|\frac{1}{a^2b^2}\right|.$$

Отдельно рассматривается гипербола, заданная уравнением

$$y = \frac{a}{x}$$

при линейном преобразовании (2).

Теорема 9. *При преобразовании (2) для гиперболы справедливо равенство*

$$\frac{1}{(OM)^2} \cdot \frac{1}{(ON)^2} = \frac{1}{(OM^*)^2} \cdot \frac{1}{(ON^*)^2} = \left|\frac{1}{4a^2}\right|.$$

Во втором параграфе доказана инвариантность гауссовой кривизны поверхности при преобразовании пространства, когда преобразование является вращением Галилеевой системы координат, а также доказано сохранение площади при преобразовании, являющемся вращением Галилеева пространства.

В исследованиях геометрии неевклидовых пространств существует «метод наложенного пространства». Этот метод состоит в том, что система координат трехмерного неевклидова пространства считается также системой координат в Евклидовом пространстве. В этом случае рассматриваемая геометрическая фигура одновременно изучается сразу в двух геометриях.

Пусть поверхность F – Галилеево пространство с системой координат $Oxyz$, причем $O \in F$. Эту же поверхность рассмотрим в R_3.

Рассмотрим точку $O \in F$ на регулярной поверхности и движение пространства R_3^1, состоящее из Галилеева вращения такого, что происходит вращение на угол h на плоскости Oxy.

Тогда особые плоскости пространства R_3^1 скользят в направлении оси Oy на Галилеев угол h, это в координатной форме имеет следующий вид:

$$\begin{cases} x' = x, \\ y' = hx + y, \\ z' = z, \end{cases} \tag{3}$$

так как ось Oz не меняет положения, а координатная ось Ox вращается на угол h на плоскости Oxy.

Предположим, что $П$ – касательная плоскость точки O выпуклой поверхности F – совпадает с плоскостью Oxy. Индикатриса кривизны задана как кривая второго порядка.

Теорема 10. *При линейном преобразовании (3) регулярной поверхности полная (гауссова) кривизна поверхности не меняется.*

Аналогично доказаны теоремы, когда точки поверхности гиперболические и циклические.

Как следствие этих теорем можно утверждать, что при вращении Галилеева пространства, которая будет деформацией в Евклидовом пространстве, полная кривизна поверхности Евклидово пространства не меняется.

В этом же параграфе предыдущие результаты доказаны аналитическим способом, т.е. непосредственным вычислением гауссовой кривизны поверхности.

Как следствие аналитического доказательства получена следующая

Теорема 11. *При линейном преобразовании (3) регулярной поверхности площадь области на поверхности не меняется.*

В третьем параграфе доказано существование циклической поверхности, натянутой на заданные две кривые пространства. Доказано существование полной циклической поверхности с заданной полной кривизной на всей плоскости, а также доказано существование поверхности с заданными коэффициентами первой квадратичной формы, дефектом и коэффициентами второй квадратичной формы.

Пусть в Галилеевом пространстве R_3^1 заданы две непересекающиеся линии l_1 и l_2 векторными уравнениями

$$l_1: \ \vec{r}_1(u) = ui + y_1(u)j + z_1(u)k;$$
$$l_2: \ \vec{r}_2(u) = ui + y_2(u)j + z_2(u)k.$$

Теорема 12. *В Галилеевом пространстве R_3^1 существует единственная циклическая поверхность, образующие которой проходят через точки кривых l_1 и l_2.*

Доказана теорема существования полной циклической поверхности.

Теорема 13. *В Галилеевом пространстве всегда существует циклическая поверхность, полная кривизна которой является заданной функцией*

$$-(\varphi(x,y))^2 \in C(D), \quad \text{то есть} \qquad K = -\varphi^2(x,y).$$

Задание первой квадратичной формы и положительность полной кривизны достаточны для определения выпуклой поверхности Евклидова пространства. Но задание первой квадратичной формы в Галилеевом пространстве определяет его с точностью до изометрии этого пространства. Кроме этого, в Галилеевом пространстве существует вполне изометричность.

Оказывается, условие вполне изометричности является достаточным для однозначной определенности поверхностей. Это следует из теоремы 14, полученной в третьем параграфе третьей главы.

Пусть выпуклые поверхности $W(\pi)$ из $C^2(\pi)$, однозначно проектирующихся на всю плоскость Oxy, которые задаются уравнением $z = z(x,y)$.

Терема 14. *Если заданы функции $\varphi(x,y) > 1$ и $\mu(x,y)$, определенные на всей плоскости, то существует поверхность с коэффициентом первой квадратичной формы $\varphi(x,y)$ и дефектом кривизны, равным $\mu(x,y)$, из класса $W(\pi)$.*

Аналогом теоремы Бонне Евклидова пространства является следующая теорема в R_3^1.

Теорема 15. *Если на односвязной области Q плоскости заданы функции:*

$$G = G(u,v) \geq 0,\ D = D(u,v) \geq 0, L = L(u,v),\ M = M(u,v),\ N = N(u,v)$$

из класса C^1, удовлетворяющие равенствам

$$\begin{cases} L_v - M_u = \Gamma_{12}^2 M - \Gamma_{11}^2 N, \\ N_u - M_v = \Gamma_{12}^2 N - \Gamma_{22}^2 M, \end{cases}$$

$$K = \frac{LN - M^2}{G} = \frac{1}{\sqrt{G}} \left(\frac{D}{\sqrt{G}} \right)_v - \frac{1}{\sqrt{G}} \frac{\partial^2 \sqrt{G}}{du^2},$$

то существует единственная в области Q функция $r(u,v) = (u, y(u,v), z(u,v))$, являющейся решением системы дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} y_v^{\,2} + z_v^2 = G, \\ y_{uu} = D y_v - \dfrac{L}{\sqrt{G}} z_v, \\ z_{uu} = D z_v + \dfrac{L}{\sqrt{G}} y_v, \\ y_{uv} = \dfrac{G_u}{2G} y_v - \dfrac{M}{\sqrt{G}} z_v, \\ z_{uv} = \dfrac{G_u}{2G} z_v + \dfrac{M}{\sqrt{G}} y_v, \\ y_{vv} = \dfrac{G_v}{2G} y_v - \dfrac{N}{\sqrt{G}} z_v, \\ z_{vv} = \dfrac{G_v}{2G} z_v + \dfrac{N}{\sqrt{G}} y_v, \end{cases}$$

с начальными условиями

$$\begin{aligned} &\vec{r}(u_0, v_0) = \vec{a}(a_1, a_2), \\ &\vec{r}_u(u_0, v_0) = \vec{b}(b_1, b_2), \\ &\vec{r}_v(u_0, v_0) = \vec{c}(c_1, c_2), \ \| c \| = \sqrt{G(u_0, v_0)}. \end{aligned}$$

Изучение геометрии поверхностей Галилеева пространства само по себе является интересным, новым исследованием, кроме того, результаты исследований можно рассматривать на Евклидовом пространстве. Такой подход дает некоторые новые результаты в Евклидовом пространстве. Также появляются новые постановки задач, не очевидные для Евклидова пространства.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Настоящая диссертация посвящена исследованию геометрию Галилеева пространства, являющаяся полуевклидовым пространством метрика которого вырождена и существенно отличающаяся от Евклидовой метрикой, выражающая инварианты механики плоскости.

Основные результаты исследования состоят в следующем:

1. Доказано, что Галилеево пространства является подпространством псевдоевклидова пространства;

2. Дана классификация точек поверхности, где определены параболические и особо параболические точки;

3. Изучена изометрия поверхности в Галилеевом пространстве, определена условия изометричности и вполне изометричности поверхностей;

4. Доказано сохранение Гауссовой кривизны поверхности Евклидова пространства, при деформации, являющейся движением Галилеева пространства;

5. Доказано существование поверхностей с данными коэффициентом первой квадратичной формы и дефектом кривизны.

6. Доказан аналог теоремы Бонне.

SCIENTIFIC COUNCIL AWARDING SCIENTIFIC DEGREES DSc.03/30.12.2019.FM.01.01 NATIONAL UNIVERSITY OF UZBEKISTAN

NATIONAL UNIVERSITY OF UZBEKISTAN

SULTANOV BEKZOD MAQSUD UGLI

RECOVERING OF SURFACE BY GEOMETRIC CHARACTERISTICS IN GALILEAN SPACE

01.01.04 – Geometry and topology

ABSTRACT
OF DISSERTATION OF THE DOCTOR OF PHILOSOPHY (PHD) ON PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

Tashkent – 2021 year

The theme of dissertation of doctor of philosophy (PhD) on physical and mathematical sciences was registered at the Supreme Attestation Commission at the Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan under number B2019.1.PhD/FM310.

Dissertation has been prepared at National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek.

The abstract of the dissertation is posted in three languages (uzbek, russian, english (resume)) on the website (www.ik-fizmat.nuu.uz) and the "Ziyonet" Information and educational portal (www.ziyonet.uz).

Scientific supervisor:	**Artikbaev Abdullaaziz** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor
Official opponents:	**Sokolov Dmitry Dmitrievich** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor
	Zaitov Adilbek Atakhanovich Doctor of Physical and Mathematical Sciences, professor
Leading organization:	**Branch of National Research Nuclear University MEPhI in Tashkent**

Defense will take place «29» april 2021 at 15^{00} at the meeting of Scientific Council number DSc.3/30.12.2019.FM.01.01 at National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek. (Address: University str. 4, Almazar area, Tashkent, 100174, Uzbekistan, Ph.: (+99878) 227-12-24, fax: (+99878) 246-53-21, e-mail: nauka@nuu.uz).

Dissertation is possible to review in Information-resource centre at National University of Uzbekistan (is registered № 19) (Address: University str. 4, Almazar area, Tashkent, 100174, Uzbekistan, Ph.: (+99878) 246-02-24).

Abstract of dissertation sent out on «19» 04 2021 year
(Mailing report № 2 on «19» 04 2021 year)

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI MIRZO ULUG'BEK NOMIDAGI O'ZBEKISTON MILLIY UNIVERSITETI

A. Sadullaev
Chairman of scientific council
on award of scientific degrees,
D.F.-M.S., Academician

N.K. Mamadaliyev
Scientific secretary of scientific council
on award of scientific degrees,
PhD in Math. and Physics

R.B.Beshimov
Chairman of scientific seminar
under scientific council on award
of scientific degrees, D.F.-M.S.

INTRODUCTION (abstract of PhD thesis)

The aim of the research work is to study the theory of surfaces in Galilean space and to solve problems of geometry "in the large" related to the geometric characteristics of the surface.

The object of research work is the surface of Galilean space, differential characteristics of surfaces, motion of Galilean space.

Scientific novelty of the research work are as follows:

it is proved that the development of surfaces everywhere by parabolic points and surfaces everywhere by specially parabolic points differ significantly;

revealed the geometric meaning of the motion of Galilean space from the point of view of Euclidean space, proved the invariance of the Gaussian curvature of the surface of Euclidean space under the transformation, which is the motion of Galilean space;

the existence of a cyclic surface with a given total curvature is proved;

conditions are found for isometric and completely isometric surfaces in Galilean space;

a theorem on the existence of a surface with given coefficients of the first fundamental form and a defect of curvature is proved.

Implementation of the research results. The results were used in the following scientific studies:

the result of the conservation of Gaussian curvature during the transformation of the motion of the Galilean space of the surface of the Euclidean space was used in the fundamental project OT-F4-64 - "Compilation and numerical analysis of hydrodynamic models of liquid filtration and substance transfer in inhomogeneous porous media" to solve inverse problems for determining the characteristics of anomalous substance transfer in inhomogeneous porous media (Reference of the Ministry of Higher and Secondary Special Education of the Republic of Uzbekistan under the number 89-03-4484 dated November 06, 2020). The application of these scientific results allowed us to identify the properties that slow down after sampling the problems of substance transport and to create an improved cost-effective algorithm for calculating solutions;

the results obtained on the invariants of transformations of the Galilean space using the formulas of the main and total curvature were used in the fundamental project FA-F-4-004 "Experimental and theoretical study of elastic-plastic deformation of structural materials in the processes of complex deformation" in the study of the relations of the theory of plasticity in the form of the condition of coplanarity of three vectors and in the analysis and control of three-dimensional processes in the Ilyushin space (Reference of the Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan under the number 2/1255-2760 dated December 9, 2020). Applying these scientific results, the invariants of transformations of the spherical and tensor parts of transversally isotropic media were determined.

The structure and volume of the dissertation. The dissertation consists of an introduction, three chapters, conclusion and bibliography. The volume of the thesis is 89 pages.

ЭЪЛОН ҚИЛИНГАН ИШЛАР РЎЙХАТИ

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ
LIST OF PUBLISHED WORKS

I бўлим (1 часть; part 1)

1. Б.М. Султанов. Существование циклической поверхности по заданной функции полной кривизны. // Вестник НУУ. №2\2, 2017. С. 201- 204. (01.00.00; №8).
2. A. Artykbaev., B.M. Sultanov. Invariants of a second-order curves under a special linear transformation. // Uzbek mathematical journal. №3, 2019. P. 19-26. (01.00.00; №6)
3. A. Artykbaev., B.M. Sultanov. Invariants of Surface Indicatrix in a Special Linear Transformation. // Mathematics and Statistics. Volume 7. Issue 4, 2019. P.106-115. DOI: 10.13189/ms.2019.070403. (№3. Scopus IF=0.1).
4. A. Artykbaev., B.M. Sultanov. Research of parabolic surface points in Galilean space. // Bulletin of National University of Uzbekistan: Mathematics and Natural Sciences. Volume 2. Issue 4, 2019. P. 231-245. (01.00.00; №8)
5. B.M. Sultanov., Sh.Sh. Ismoilov. Cyclic surfaces in pseudo-euclidean space. // International Journal of Statistics and Applied Mathematics. Volume 5. Issue 1, 2020. P. 28-31. (№ 12. Index Copernicus. IF(RJIF=0,53)).
6. J.A. Sobirov, B.M. Sultanov. Revolution surfaces formed in the Galilean motion. // Physical and mathematical sciences. Volume 4, Issue 1, 2020. P.53-65. (№35. CroccRef).
7. Б.М. Султанов. Изометрия поверхностей в галилеевом пространстве R_3^1. // Дан.Р.Уз. №4, 2020. С. 3-6. (01.00.00; №7).

II бўлим (2 часть; part 2)

1. Б.М. Султанов. Циклик сиртларни тўлиқ эгриликлари бўйича тиклаш. // “Замонавий топология муаммолори ва тадбиқлари“. Республика илмий-амалий конференсия тўплами. Тошкент, 11-12 май, 2017. 99-100 б.
2. Б.М. Султанов, А.Р. Нурбаев. Иккнчи тартибли чизиқларни махсус чизиқли алмаштиришдаги инвариантлар. // “Замонавий топология муаммолори ва тадбиқлари“. Республика илмий-амалий конференсия тўплами. Тошкент, 11-12 сентябрь, 2018. 114-115 б.
3. Б.М. Султанов. Координата ўклари асимптота бўлган гиперболанинг махсус алмаштиришдаги инвариантлари. // “Ёш математикларнинг янги теоремалари-2018“. Республика илмий-амалий конференсия тўплами. Наманган, 18-19 октяврь, 2018. 93-94 б.
4. Б.М. Султанов. Галилей фазосида сиртлар ва уларнинг ички геметриясига боғлик дифференциал характеристикалар. // “Фундаментал математика муоммолари ва уларнинг тадбиклари”. Республика илмий-амалий конференсия тўплами. Навоий, 2019. 201-203 б.

5. Б.М. Султанов. Галилей фазосида сиртнинг геометриясини параболик нуқта атрофида ўрганиш. // “Замонавий математика ва информатика муоммолари”. Республика илмий-амалий конференсия тўплами. Фарғона, 22-23 май, 2019. 23-25 б.
6. Б.М. Султанов. Исследование параболических точек поверхности в Галилеевом пространстве. // “Современная геометрия и ее приложения -2019”. Международная конфренция. Казань, 4-7 сентабря, 2019. С. 23-25.
7. Б.М. Султанов. Поверхности, определяемые символами Кристоффеля. // International conference “Modern problems of geometry and topology and its applications”. Tashkent, Uzbekistan, 21-23 november 2019. P. 180-181.
8. B.M. Sultanov. Galiley fazosida aylanma sirtlar. // International conference “Modern problems of differential equations and related branches of mathematics”. Fergana, 12-13 march, 2020. P. 441-443.
9. A. Artykbaev, B.M. Sultanov, J.A. Sobirov. Sweep of surfaces in Galilean space. // International conference “Frontier in mathematics and computer science”. Tashkent, October 12-15, 2020. P. 141-142.
10. Б.М. Султанов. Существование поверхности с заданными геометрическими характеристиками. // “Математиканинг замонавий масалалари: муоммалар ва ечимлар”. Республика илмий-амалий конференсия тўплами. Термиз, 21-23 октябрь, 2020. 70-71 б.

Автореферат Тошкент давлат транспорт университети босмахонасида таҳрирдан ўтказилиб, ўзбек, рус ва ингилиз тилларидаги матнлари ўзаро мувофиқлаштирилди.

Босишга рухсат этилди:19.04.2021 йил
Бичими 60x84 1/16, «Times New Roman»
гарнитурада рақамли босма усулида босилди.
Шартли босма табоғи 2,5. Адади: 100. Буюртма: № 43-1/2021

100167, Тошкент шахри, Темирйўлчилар кўчаси, 1.

Тошкент давлат транспорт университети
босмахонасида чоп этилди