УРГАНЧ ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖА БЕРУВЧИ PhD.03/30.12.2019.FM.55.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ

МАДРАХИМОВ УМРБЕК СОБИРОВИЧ

НОЛОКАЛ ЧЕГАРАВИЙ ШАРТЛАР БИЛАН БОҒЛИҚ БЎЛГАН ПСЕВДОДИФФЕРЕНЦИАЛ ОПЕРАТОРЛИ АРАЛАШ МАСАЛАЛАР

01.01.02-Дифференциал тенгламалар ва математик физика

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

ТОШКЕНТ – 2021

УДК 517.984.5

Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD) диссертацияси автореферати мундарижаси

Оглавление автореферата диссертации доктора философии(PhD) по физико-математическим наукам

Content of dissertation abstract of the doctor of philosophy (PhD) on physical and mathematical sciences

УРГАНЧ ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖА БЕРУВЧИ PhD.03/30.12.2019.FM.55.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ

МАДРАХИМОВ УМРБЕК СОБИРОВИЧ

НОЛОКАЛ ЧЕГАРАВИЙ ШАРТЛАР БИЛАН БОҒЛИҚ БЎЛГАН ПСЕВДОДИФФЕРЕНЦИАЛ ОПЕРАТОРЛИ АРАЛАШ МАСАЛАЛАР

01.01.02-Дифференциал тенгламалар ва математик физика

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

Тошкент – 2021

Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (Doctor of Philosophy) диссертацияси мавзуси Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Махкамаси ҳузуридаги Олий аттестация комиссиясида B2018.3.PhD/FM273 рақам билан рўйхатга олинган.

Диссертация Мирзо Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий университетида бажарилган.

Диссертация автореферати уч тилда (ўзбек, рус, инглиз (резюме)) Илмий кенгаш веб-саҳифасида (www.ik-mat.urdu.uz) ва "Ziyonet" ахборот таълим порталида (www.ziyonet.uz) жойлаштирилган.

Илмий раҳбар	**Қосимов Шокирбой Ғоппорович** физика-математика фанлари доктори
Расмий оппонентлар:	**Аманов Джумақилич** физика-математика фанлари доктори
	Балтаева Умида Исмоиловна физика-математика фанлари доктори
Етакчи ташкилот	**Самарқанд давлат университети**

Диссертация ҳимояси Урганч давлат университети хузуридаги илмий даражалар берувчи PhD.03/30.12.2019.FM.55.01 рақамли Илмий кенгашнинг 2021 йил "6" сентябр соат 14⁰⁰ даги мажлисида бўлиб ўтади. (Манзил: 220100, Урганч шаҳри, Ҳ. Олимжон кўчаси, 14-уй. Тел.: (+99862) 224-66-11, факс: (+99862) 224-67-00, e-mail: ik_mat.urdu@umail.uz).

Диссертация билан Урганч Давлат университетининг Ахборот-ресурс марказида танишиш мумкин (D-264 -рақами билан рўйхатга олинган). (Манзил: 220100, Урганч шаҳри, Ҳ. Олимжон кўчаси, 14-уй. Тел.: (+99862) 224-66-11, факс: (+99862) 224-67-00).

Диссертация автореферати 2021 йил "17" август куни тарқатилди.
(2021 йил "17" август даги 1- рақамли реестр баённомаси).

Б.И. Абдуллаев
Илмий даража берувчи Илмий кенгаш раиси, ф.-м.ф.д.

А.А. Атамуратов
Илмий даража берувчи Илмий кенгаш илмий котиби, ф.-м.ф.н.

С.А. Имомкулов
Илмий даража берувчи Илмий кенгаш ҳузуридаги илмий семинар раиси, ф.-м.ф.д.

Кириш (фалсафа доктори (PhD) диссертацияси аннотацияси)

Диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати. Жаҳон миқёсида олиб бориладиган кўплаб илмий ва амалий тадқиқотлар, кўп ҳолларда эллиптик псевдодифференциал операторлар қатнашган нолокал аралаш чегаравий масалаларнинг бир қийматли ечилишини ўрганишга олиб келинади. Шу ўринда, математик физика ва квант механикасидаги кўплаб масалалар хос қиймат, хос функцияларни топиш, берилган функцияни дифференциал оператор хос функциялар системаси орқали Фурье қаторига ёйиш, дифференциал ёки псевдодифференциал операторларнинг хос функциялар системасининг тўлалиги ва уларнинг Рисс базиси бўлишини ўрганиш, шу билан бирга, хос функциялар бўйича ёйилманинг текис яқинлашиши каби масалаларни ўз ичига олади. Шунинг учун ушбу йўналишдаги тадқиқотларни ривожлантириш муҳим вазифалардан бири ҳисобланади.

Мамлакатимизда фундаментал фанларнинг амалий аҳамиятга эга бўлган долзарб жиҳатларига алоҳида эътибор қаратилмоқда. Илм-фан олдига фундаментал тадқиқотларни амалиётга яқинлаштириш вазифаси қўйилган. Математик фанларнинг устувор йўналишлари бўйича алгебра ва функционал таҳлил, дифференциал тенгламалар ва математик физика, амалий математика ва математик моделлаштириш бўйича халқаро стандартлар даражасида илмий изланишлар олиб бориш асосий вазифалардан биридир.[1] Хусусий ҳосилали тенгламаларни тадқиқ қилишнинг ривожланиши, хусусан, турли функционал фазоларда хос функциялар системасининг тўлалиги ва Рисс базислигини ўрганиш ва нолокал чегаравий шартлар қатнашган каср тартибли хусусий ҳосилали дифференциал тенглама учун аралаш масаланинг ечилувчанлик масаласи ушбу қарорни амалга оширишда муҳим аҳамиятга эга.

Ҳозирги кунда жаҳонда Гильберт ва Банах фазоларида дифференциал ёки псевдодифференциал операторларнинг хос функциялар системасининг Рисс базиси бўлишлиги билан боғлиқ масалаларни ўрганиш, шунингдек, эллиптик псевдодифференциал оператор қатнашган аралаш чегаравий масалаларнинг бир қийматли ечилиши ҳақидаги масалаларни ўрганиш ҳозирги замонавий математик физиканинг янги ва муҳим йўналишларидан бири ҳисобланади. Юқори тартибли хусусий ҳосилали тенглама учун бошланғич-чегаравий масалани ечиш шунга ўхшаган муаммолардан ҳисобланиб, бу муаммони ўрганиш жуда муҳимдир. Шу сабабдан Соболев фазоларида дифференциал ёки псевдодифференциал операторлар хос функциялар системасининг Рисс базиси бўлишини ўрганиш илмий жиҳатдан катта қизиқиш уйғотган. Шундан келиб чиқиб, Соболев фазосида дифференциал ёки псеводифференциал операторларнинг хос функциялар системасининг тўлалигини ва Рисс базиси бўлишини ўрганиш ва Соболев

[1] Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамаси 2017 йил 18 майдаги «Ўзбекистон Республикаси Фанлар академиясининг янгидан ташкил этилган илмий тадқиқот муассасалари фаолиятини ташкил этиш тўғрисида»ги 292-сонли қарори.

фазосида кўп ўлчамли ҳолда балканинг тебраниш тенгламаси билан боғлиқ бўлган каср тартибли тенглама учун турли хил чегаравий шартли аралаш масалаларнинг бир қийматли ечилиши масаласини ўрганиш муҳим илмий йўналишлардан бири ҳисобланади.

Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2017 йил 7 февралдаги ПҚ-4947-сонли «Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантириш бўйича Ҳаракатлар стратегияси тўғрисида»ги, 2017 йил 17 февралдаги ПҚ-2789-сонли «Фанлар академияси фаолияти, илмий тадқиқот ишларини ташкил этиш, бошқариш ва молиялаштиришни янада такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида»ги, 2017 йил 20 апрелдаги ПҚ-2909-сонли «Олий таълим тизимини янада ривожлантириш чора-тадбирлари тўғрисида»ги ва 2018 йил 27 апрелдаги ПҚ-3682-сонли «Инновацион ғоялар, технологиялар ва лойиҳаларни амалиётга жорий қилиш тизимини янада такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида»ги қарорлари, Ўзбекистон Республикаси Президенти Ш.М. Мирзиёевнинг 2019 йил 24 май куни Ўзбекистон Миллий университетида таълим ва илм-фан соҳаси вакиллари билан бўлиб ўтган учрашувидаги маърузаси, 2020 йил 7 майдаги ПҚ-4708-сонли «Математика соҳасидаги таълим сифатини ошириш ва илмий тадқиқотларни ривожлантириш чора-тадбирлари тўғрисида»ги қарорлари ҳамда мазкур фаолиятга тегишли бошқа норматив-ҳуқуқий ҳужжатларда белгиланган вазифаларни амалга оширишда ушбу диссертация тадқиқоти муайян даражада хизмат қилади.

Тадқиқотнинг республика ва фан технология ривожланишининг устувор йўналишларига боғлиқлиги. Мазкур тадқиқот республика фан ва технологиялар ривожланишининг IV «Математика, механика ва информатика» устувор йўналиши доирасида бажарилган.

Муаммонинг ўрганилганлик даражаси. Қурилиш механикасида стержен, балка ва пластинканинг тебраниши ҳақидаги кўпгина муҳим масалалар юқори тартибли дифференциал тенгламаларга келтирилади. Шунингдек, валнинг айланиш турғунлигини ҳисоблаш ва кеманинг тебранишини ўрганиш ҳам балканинг тебраниш тенгламасига олиб келинади.

Бир ўлчамли ҳолда балканинг тебраниш тенгламаси учун бошланғич-чегаравий масалани бир қийматли ечиш А.Н. Крылов, Б.М. Будак, А.Н. Тихонов, А.А. Самарский, Б.Г. Коренев, Л. Коллатц, К.Б. Сабитов, Д. Аманов, А. Ашыралиев ва бошқа муаллифлар томонидан ўрганилган. К.Б. Сабитов томонидан иккала чеккаси маҳкамлаб ямалган балканинг тебраниш тенгламаси учун бошланғич-чегаравий масала ўрганилган. У томонидан регуляр ва умумлашган ечимлар синфида қаралаётган масала ечимининг мавжудлиги, ягоналиги ва турғунлиги исботланган.

Ушбу диссертация иши Соболев фазоларида хос функциялар системасининг тўлалиги ва Рисс базислигини, шунингдек, Соболев фазоларида кўп ўлчамли ҳолда балканинг тебраниш тенгламаси билан боғлиқ бўлган каср тартибли ҳосила қатнашган тенглама учун аралаш масаланинг бир қийматли ечилишини ўрганишга бағишланади.

Диссертация тадқиқотининг диссертация бажарилган олий таълим муассасасининг илмий тадқиқот ишлари режалари билан боғлиқлиги. Диссертация тадқиқоти Ўзбекистон Миллий университетининг Ф-4-02 "Дифференциал операторларнинг спектрал назарияси асосида математик физика ва оптимал бошқарув масалаларини ечишнинг янги усулларини ишлаб чиқиш" (2012-2016 йиллар), ОТ-Ф-4-(36+32) "Математик физика ва оптимал бошқариш масалаларини ечишнинг янги усулларини ишлаб чиқиш. Тоқ тартибли хусусий ҳосилали тенгламалар учун ноклассик бошланғич-чегаравий ва спектрал масалалар ва уларнинг татбиқлари" (2017–2020 йиллар) илмий лойиҳалари доирасида бажарилди.

Тадқиқотнинг мақсади Соболев фазоларида спектрал масала хос функциялар системасининг Рисс базислигини исботлаш ва Соболев фазоларида кўп ўлчамли ҳолда балканинг тебраниш тенгламаси билан боғлиқ бўлган каср тартибли ҳосила қатнашган тенглама учун аралаш масаланинг турли чегаравий шартларда бир қийматли ечилишини ўрганишдан иборат.

Тадқиқотнинг вазифалари. Ушбу тадқиқотнинг асосий вазифалари қуйидагилардан иборат:

Соболев фазоларида кўп ўлчамли ҳолда, ҳар хил чегаравий шартларда балканинг тебраниш тенгламаси билан боғлиқ бўлган спектрал масаланинг хос функциялари системасининг тўлалиги ва Рисс базислиги ҳақидаги теоремаларни исботлаш;

Соболев фазосида бир чеккаси маҳкамлаб ямалган, иккинчи чеккаси шарнир билан маҳкамланган балканинг тебраниш масаласи ечимининг мавжудлиги ва ягоналиги ҳақидаги теоремаларни исботлаш;

Соболев фазосида бир чеккаси маҳкамлаб ямалган, иккинчи чеккаси эркин бўлган балканинг тебраниш масаласи ечимининг мавжудлиги ва ягоналиги ҳақидаги теоремаларни исботлаш;

Соболев фазосида иккала чеккаси ҳам маҳкамлаб ямалган балканинг тебраниш масаласи ечимининг мавжудлиги ва ягоналиги ҳақидаги теоремаларни исботлаш;

Соболев фазосида бир чеккаси маҳкамлаб ямалган, иккинчи чеккаси сузувчи бўлган балканинг тебраниш масаласи ечимининг мавжудлиги ва ягоналиги ҳақидаги теоремаларни исботлаш;

Соболев фазосида кўп ўлчамли ҳолда, ҳар хил чегаравий шартларда балканинг тебраниш тенгламаси билан боғлиқ псевдодифференциал оператор коэффициентли каср тартибли тенглама учун Коши масаласи ечимининг мавжудлиги ва ягоналиги ҳақидаги теоремаларни исботлаш.

Тадқиқот объекти Соболев фазосида дифференциал ёки псевдодифференциал операторларнинг хос функциялар системасининг тўлалиги, Рисс базислиги ва Соболев фазосида кўп ўлчамли ҳолда балканинг тебраниш тенгламаси билан боғлиқ бўлган каср тартибли ҳосила қатнашган тенгламалардан иборат.

Тадқиқот предмети Соболев фазосида дифференциал ёки псевдодифференциал операторларнинг хос функциялар системасининг тўлалиги ва Рисс базислигини ва Соболев фазосида кўп ўлчамли ҳолда балканинг тебраниш тенгламаси билан боғлиқ бўлган каср тартибли ҳосила қатнашган тенглама учун аралаш масаланинг турли чегаравий шартларда бир қийматли ечилишини ўрганиш масаласидан иборат.

Тадқиқот усуллари. Диссертация ишида математик физика усуллари, функционал анализнинг умумий усуллари, комплекс ўзгарувчининг функциялари назарияси, чизиқли операторларнинг спектрал назариясидан фойдаланилган.

Тадқиқотнинг илмий янгилиги қуйидагилардан иборат:

Соболев фазоларида кўп ўлчамли ҳолда, ҳар хил чегаравий шартларда балканинг тебраниш тенгламаси билан боғлиқ бўлган спектрал масаланинг хос функциялари системасининг тўлалиги ва Рисс базислиги ҳақидаги теоремалар исботланган;

Соболев фазосида бир чеккаси маҳкамлаб ямалган, иккинчи чеккаси шарнир билан маҳкамланган балканинг тебраниш масаласи ечимининг мавжудлиги ва ягоналиги ҳақидаги теоремалар исботланган;

Соболев фазосида бир чеккаси маҳкамлаб ямалган, иккинчи чеккаси эркин бўлган балканинг тебраниш масаласи ечимининг мавжудлиги ва ягоналиги ҳақидаги теоремалар исботланган;

Соболев фазосида иккала чеккаси ҳам маҳкамлаб ямалган балканинг тебраниш масаласи ечимининг мавжудлиги ва ягоналиги ҳақидаги теоремалар исботланган;

Соболев фазосида бир чеккаси маҳкамлаб ямалган, иккинчи чеккаси сузувчи бўлган балканинг тебраниш масаласи ечимининг мавжудлиги ва ягоналиги ҳақидаги теоремалар исботланган.

Тадқиқотнинг амалий натижалари қуйидагилардан иборат:

Соболев фазосида бир чеккаси маҳкамлаб ямалган, иккинчи чеккаси шарнир билан маҳкамланган балканинг тебраниш тенгламаси билан боғлиқ псевдодифференциал оператор коэффициентли каср тартибли тенглама учун Коши масаласи ечимини аниқлаш алгоритми ишлаб чиқилган ва ечимнинг ягоналиги кўрсатилган;

Соболев фазосида бир чеккаси маҳкамлаб ямалган, иккинчи чеккаси эркин бўлган балканинг тебраниш тенгламаси билан боғлиқ псевдодифференциал оператор коэффициентли каср тартибли тенглама учун Коши масаласи ечимини аниқлаш алгоритми ишлаб чиқилган ва ечимнинг ягоналиги кўрсатилган.

Тадқиқот натижаларининг ишончлилиги функционал таҳлил, математик физика ва дифференциал тенгламалар усулларидан фойдаланган ҳолда математик асос ва далиллар қатъийлиги билан асосланади ҳамда олинган натижалар математик жиҳатдан тўғри исботланганлиги билан изоҳланади.

Тадқиқот натижаларининг илмий ва амалий аҳамияти. Тадқиқот натижаларининг илмий аҳамияти дифференциал ёки псевдодифференциал операторларнинг спектрал назариясини ривожланиши учун фойдаланиш мумкинлиги билан изоҳланади.

Тадқиқотда олинган натижаларнинг амалий аҳамияти геофизик кузатишлар моделларига, газ динамикаси, математик биология, туташ муҳитлар механикаси, суюқлик ва газ механикаси, акустик тўлқин тарқалиши ва шу каби амалий масалаларда, шунингдек, математик моделлаштиришда амалий асос бўлиб хизмат қилади.

Тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши. Соболев фазоларида дифференциал ёки псевдодифференциал операторларнинг хос функциялар системасининг тўлалиги ва Рисс базислиги масалаларини тадқиқ этишда, ҳамда Соболев фазосида кўп ўлчамли ҳолда балканинг тебраниш тенгламаси билан боғлиқ бўлган каср тартибли ҳосила қатнашган тенглама учун аралаш масаланинг турли чегаравий шартларда бир қийматли ечилиши усуллари асосида:

– Соболев фазосида кўп ўлчамли ҳолда балканинг тебраниш тенгламаси билан боғлиқ бўлган каср тартибли ҳосила қатнашган тенглама учун аралаш масаланинг турли чегаравий шартларда ечимини бир қийматли аниқлаш алгоритми MRU-OT-1/2017 рақамли “Ноклассик дифференциал ва оператор-дифференциал тенгламалар учун нолокал чегаравий шартлар ва тескари масалалар” мавзусидаги фундаментал лойиҳада қаралган учинчи тартибли гиперболик типдаги тенгламани ечишда қўлланилган (Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим вазирлигининг 2020 йил 15 октябрдаги № 89-03-3949-сонли маълумотномаси). Илмий натижанинг қўлланилиши учинчи тартибли гиперболик типдаги тенглама учун интеграл шарт қатнашган аралаш масалалар ечимнинг мавжудлигини кўрсатиш имконини берган;

– Соболев фазосида кўп ўлчамли ҳолда балканинг тебраниш тенгламаси билан боғлиқ псевдодифференциал оператор коэффициентли каср тартибли тенглама учун Коши масаласи ечимини аниқлаш алгоритми ОТ–Ф4–33 рақамли “Дифференциал тенгламалар билан тавсифланувчи таъқиб ҳолатларини бошқаришнинг янги усулларини ишлаб чиқиш ва уларнинг сонли талқини” мавзусидаги фундаментал лойиҳада қаралган дифференциал таъқиб ўйинлари назариясида ва иссиқлик ўтказувчанлик масаласини ечишда қўлланилган (Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим вазирлигининг 2020 йил 15 октябрдаги № 89-03-3949-сонли маълумотномаси). Илмий натижанинг қўлланилиши дифференциал таъқиб ўйинлари назарияси ва иссиқлик ўтказувчанлик масаласидаги доимий кўп қийматли акслантиришнинг инвариантлигида $\varepsilon-$позициавий стратегияларни қуриш имконини берган.

Тадқиқот натижаларининг апробацияси. Диссертациянинг асосий мазмуни 7 та халқаро ва 7 та республика илмий-амалий конференцияларида илмий маърузаларда баён этилган. Диссертация натижалари Ўзбекистон Фанлар академиясининг В.И. Романовский номидаги Математика институтининг “Математик физиканинг замонавий муаммолари” дифференциал тенгламалар бўйича умумшаҳар семинарида ва Мирзо Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий университетида “Математик физиканинг замонавий муаммолари” шаҳар илмий семинарида маъруза этилган.

Тадқиқот натижаларининг эълон қилинганлиги. Диссертация мавзуси бўйича жами 22 та илмий иш чоп этилган, шулардан, Ўзбекистон Республикаси Олий аттестатция комиссиясининг докторлик диссертациялари асосий илмий натижаларини чоп этиш тавсия этилган илмий нашрларда 7 та мақола, жумладан, 2 таси хорижий ва 5 таси республика журналларида нашр этилган.

Диссертация ҳажми ва тузилиши. Диссертация кириш, учта боб, хулоса ва фойдаланилган адабиётлар рўйхатидан иборат. Диссертация ҳажми 107 бет.

ДИССЕРТАЦИЯНИНГ АСОСИЙ МАЗМУНИ

Кириш қисмида диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати асосланган, тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устувор йўналишларига мослиги кўрсатилган, мавзу бўйича хорижий илмий тадқиқотлар шарҳи, муаммонинг ўрганилганлик даражаси келтирилган, тадқиқот мақсади, вазифалари, объекти ва предмети тавсифланган, тадқиқотнинг илмий янгилиги ва амалий натижалари баён қилинган, олинган натижаларнинг назарий ва амалий аҳамияти очиб берилган, тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши, нашр этилган ишлар ва диссертация тузилиши бўйича маълумотлар келтирилган.

Диссертациянинг **“Соболев фазоларида хос функциялар системасининг тўлалиги ва Рисс базислиги ҳақида”** деб номланган биринчи бобида кўп ўлчамли ҳолда, турли чегаравий шартларда балканинг тебраниш тенгламаси билан боғлиқ спектрал масалага мос хос функциялар системасининг тўлалиги ва Рисс базислиги ҳақидаги теоремалар исбот қилинган.

Биринчи параграфда Соболев фазосида, кўп ўлчамли ҳолда, бир чеккаси маҳкамлаб ямалган, иккинчи чеккаси шарнир билан маҳкамланган балканинг тебраниш тенгламаси билан боғлиқ спектрал масала хос функциялари системасининг тўлалиги ва Рисс базислиги ҳақидаги теоремалар исбот қилинган.

Бу параграфда $Q=\Pi\times(0,T)$ соҳада (бунда $\Pi=(0,l)\times\ldots\times(0,l)$ бўлиб, l, T –лар берилган мусбат сонлар) бирмунча умумийроқ бўлган қуйидаги

$$D_{0t}^{\alpha}u(y,t)+a^2\sum_{j=1}^{N}\frac{\partial^{4m}u(y,t)}{\partial y_j^{4m}}= f(y,t),\ (y,t)\in Q,\ 0<\alpha\le 2,\ m\in\mathbb{N} \quad (1)$$

тенгламани ушбу

$$D_{0t}^{\alpha-i}u(y,t)\Big|_{t=0}=\varphi_i(y),\quad i=\overline{1,-[-\alpha]} \qquad (2)$$

бошланғич шартлар ва ушбу

$$\begin{cases} \left.\dfrac{\partial^{4k}u(y,t)}{\partial y_j^{4k}}\right|_{y_j=0}=0, \ \left.\dfrac{\partial^{4k+1}u(y,t)}{\partial y_j^{4k+1}}\right|_{y_j=0}=0, \\ \left.\dfrac{\partial^{4k}u(y,t)}{\partial y_j^{4k}}\right|_{y_j=l}=0, \ \left.\dfrac{\partial^{4k+2}u(y,t)}{\partial y_j^{4k+2}}\right|_{y_j=l}=0, \ k=\overline{0,m-1}, \quad j=\overline{1,N} \end{cases} \tag{3}$$

чегаравий шартлар билан қараймиз. Бу ерда $(y,t)=(y_1,...,y_j,...,y_N,t)\in Q$, $a>0$ фиксирланган сон, $f(y,t)$ ва $\varphi_i(y)$, $i=\overline{1,-[-\alpha]}$ – функциялар эса ушбу

$$\sum_{j=1}^{N}\frac{\partial^{4m}v(y)}{\partial y_j^{4m}}-\lambda v(y)=0, \tag{4}$$

$$\begin{cases} \left.\dfrac{\partial^{4k}v(y)}{\partial y_j^{4k}}\right|_{y_j=0}=0, \ \left.\dfrac{\partial^{4k+1}v(y)}{\partial y_j^{4k+1}}\right|_{y_j=0}=0, \\ \left.\dfrac{\partial^{4k}v(y)}{\partial y_j^{4k}}\right|_{y_j=l}=0, \ \left.\dfrac{\partial^{4k+2}v(y)}{\partial y_j^{4k+2}}\right|_{y_j=l}=0, \ k=\overline{0,m-1}, \ j=\overline{1,N} \end{cases} \tag{5}$$

спектрал масаланинг $\left\{v_n(y), n\in\overline{\mathbb{Z}_+}^N\right\}$ хос функциялари системаси бўйича ёйилувчи етарлича силлиқ функциялар, λ – спектрал параметр.

D_{st}^{α} оператор α-тартибли Риман-Лиувилл маъносидаги интегро-дифференциал оператор бўлиб, бошланғич $s\in\mathbb{R}$ нуқтада қуйидагича аниқланади: агар $\alpha<0$ бўлса,

$$D_{st}^{\alpha}u(y,t)=\frac{sign(t-s)}{\Gamma(-\alpha)}\int_s^t\frac{u(y,\tau)d\tau}{|t-\tau|^{\alpha+1}}$$

кўринишда; агар $\alpha=0$ бўлса, $D_{st}^{\alpha}u(y,t)=u(y,t)$ кўринишда; агар $p-1<\alpha\le p,\ p\in\mathbb{N}$ бўлса,

$$D_{st}^{\alpha}u(y,t)=sign^{p}(t-s)\frac{d^{p}}{dt^{p}}D_{st}^{\alpha-p}u(y,t)=\frac{sign^{p+1}(t-s)}{\Gamma(p-\alpha)}\frac{d^{p}}{dt^{p}}\int_s^t\frac{u(y,\tau)d\tau}{|t-\tau|^{\alpha-p+1}}$$

кўринишда аниқланади.

1-теорема. (4), (5) спектрал масаланинг

$$\left\{v_{m_1,...,m_N}\left(x_1,...,x_N\right)\right\}_{(m_1,...,m_N)\in\overline{\mathbb{Z}_+}^N}=\left\{\prod_{j=1}^{N}X_{m_j}(x_j)\right\}_{(m_1,...,m_N)\in\overline{\mathbb{Z}_+}^N} \tag{6}$$

хос функциялар системаси $\overset{\circ}{W}{}_2^{2s_1,2s_2,...,2s_N}(\Pi)$ Соболев фазосида тўла ортонормал система ташкил қилади, бунда

$$X_{m_j}(x_j)=\frac{1}{\sqrt{1+b_{m_j}^{4s_j}}}\frac{1}{\sqrt{l}}\left(\frac{\sin b_{m_j}(l-x_j)}{\sin b_{m_j}l}-\frac{shb_{m_j}(l-x_j)}{shb_{m_j}l}\right),\ m_j\in\overline{\mathbb{Z}_+},$$

бўлиб, b_{m_j} орқали $tg(lb)=th(lb)$ тенгламанинг илдизи белгиланган.

2-теорема. (4), (5) спектрал масаланинг (6) хос функциялар системаси $\overset{\circ}{H}{}^{s_1,s_2,...,s_N}(\Pi)$ Соболев фазосида Рисс базиси ташкил қилади.

1-натижа. Агар $s_j > k + \frac{N}{2}, k \geq 0, k \in \mathbb{Z}$ бўлса, у ҳолда $f(x) \in \overset{\circ}{H}{}^{s_1,s_2,...,s_N}(\Pi)$ функциянинг (4), (5) спектрал масаланинг (6) хос функциялар системаси ёрдамида ифодаланган Фурье қатори $C^k(\Pi)$ фазода киритилган норма бўйича $f(x)$ функцияга яқинлашувчи бўлади.

1.2-параграфда Соболев фазосида, кўп ўлчамли ҳолда, бир четкаси маҳкамлаб ямалган иккинчи четкаси эркин бўлган балканинг тебраниш тенгламаси билан боғлиқ спектрал масала хос функциялар системасининг тўлалиги ва Рисс базислиги ҳақидаги теоремалар исбот қилинган.

Бу параграфда $Q = \Pi \times (0,T)$ соҳада (бунда $\Pi = (0,l) \times ... \times (0,l)$ бўлиб, l, T –лар берилган мусбат сонлар) бирмунча умумийроқ бўлган (1) тенгламани ушбу

$$D_{0t}^{\alpha-i}u(y,t)\Big|_{t=0} = \varphi_i(y), \quad i = \overline{1,-[-\alpha]} \tag{7}$$

бошланғич шартлар ва ушбу

$$\begin{cases} \left.\dfrac{\partial^{4k}u(y,t)}{\partial y_j^{4k}}\right|_{y_j=0} = 0, \ \left.\dfrac{\partial^{4k+1}u(y,t)}{\partial y_j^{4k+1}}\right|_{y_j=0} = 0, \\ \left.\dfrac{\partial^{4k+2}u(y,t)}{\partial y_j^{4k+2}}\right|_{y_j=l} = 0, \ \left.\dfrac{\partial^{4k+3}u(y,t)}{\partial y_j^{4k+3}}\right|_{y_j=l} = 0, \ k = \overline{0,m-1}, \quad j = \overline{1,N} \end{cases} \tag{8}$$

чегаравий шартлар билан қараймиз. Бу ерда $(y,t) = (y_1,...,y_j,...,y_N,t) \in Q$, $a > 0$ фиксирланган сон, $f(y,t)$ ва $\varphi_i(y)$, $i = \overline{1,-[-\alpha]}$ – функциялар эса ушбу

$$\sum_{j=1}^{N} \frac{\partial^{4m}v(y)}{\partial y_j^{4m}} - \lambda v(y) = 0, \tag{9}$$

$$\begin{cases} \left.\dfrac{\partial^{4k}v(y)}{\partial y_j^{4k}}\right|_{y_j=0} = 0, \ \left.\dfrac{\partial^{4k+1}v(y)}{\partial y_j^{4k+1}}\right|_{y_j=0} = 0, \\ \left.\dfrac{\partial^{4k+2}v(y)}{\partial y_j^{4k+2}}\right|_{y_j=l} = 0, \ \left.\dfrac{\partial^{4k+3}v(y)}{\partial y_j^{4k+3}}\right|_{y_j=l} = 0, \ k = \overline{0,m-1}, \ j = \overline{1,N}, \end{cases} \tag{10}$$

спектрал масаланинг $\{v_n(y), n \in \mathbb{N}^N\}$ хос функциялари системаси бўйича ёйилувчи етарлича силлиқ функциялар, λ – спектрал параметр. D_{0t}^{α} интегро-дифференциал оператор Риман-Лиувилл маъносидаги оператордир.

3-теорема. (9), (10) спектрал масаланинг

$$\left\{v_{m_1,\dots,m_N}\left(x_1,\dots,x_N\right)\right\}_{(m_1,\dots,m_N)\in\mathbb{N}^N}=\left\{\prod_{j=1}^{N}X_{m_j}(x_j)\right\}_{(m_1,\dots,m_N)\in\mathbb{N}^N}\qquad(11)$$

хос функциялар системаси $\overset{\circ}{W}{}_2^{2s_1,2s_2,\dots,2s_N}\left(\Pi\right)$ Соболев фазосида тўла ортонормал система ташкил қилади, бунда

$$X_{m_j}(x)=\frac{1}{\sqrt{1+b_{m_j}^{4s_j}}}\times$$

$$\times\begin{cases}\dfrac{1}{\sqrt{l}\left|ctg\dfrac{b_{m_j}l}{2}\right|}\left(\dfrac{\cos b_{m_j}\left(x-\dfrac{l}{2}\right)}{\sin\dfrac{b_{m_j}l}{2}}-\dfrac{shb_{m_j}\left(x-\dfrac{l}{2}\right)}{ch\dfrac{b_{m_j}l}{2}}\right),\ m_j=2k_j,\ k_j=1,2,\dots\\[2ex] \dfrac{1}{\sqrt{l}\left|tg\dfrac{b_{m_j}l}{2}\right|}\left(\dfrac{\sin b_{m_j}\left(x-\dfrac{l}{2}\right)}{\cos\dfrac{b_{m_j}l}{2}}+\dfrac{chb_{m_j}\left(x-\dfrac{l}{2}\right)}{sh\dfrac{b_{m_j}l}{2}}\right),m_j=2k_j-1,\ k_j=1,2,\dots,\end{cases}$$

бўлиб, b_{m_j} орқали $ch(lb)\cdot\cos(lb)=-1$ тенгламанинг илдизи белгиланган.

4-теорема. (9), (10) спектрал масаланинг (11) хос функциялар системаси $\overset{\circ}{H}{}^{s_1,s_2,\dots,s_N}\left(\Pi\right)$ Соболев фазосида Рисс базиси ташкил қилади.

2-натижа. Агар $s_j>k+\dfrac{N}{2},\ k\geq 0,\ k\in\mathbb{Z}$ бўлса, у ҳолда $f\left(x\right)\in\overset{\circ}{H}{}^{s_1,s_2,\dots,s_N}\left(\Pi\right)$ функциянинг (9), (10) спектрал масаланинг (11) хос функциялар системаси ёрдамида ифодаланган Фурье қатори $C^k\left(\Pi\right)$ фазода киритилган норма бўйича $f\left(x\right)$ функцияга яқинлашувчи бўлади.

Диссертациянинг **“Юқори тартибли хусусий ҳосилали тенглама учун бошланғич-чегаравий масала”** деб номланган иккинчи бобида Соболев фазосида кўп ўлчамли ҳолда балканинг тебраниш тенгламаси билан боғлиқ бўлган бошланғич-чегаравий масаланинг бир қийматли ечилиши турли чегаравий шартларда ўрганилади.

2.1-параграфда Соболев фазосида кўп ўлчамли ҳолда бир чеккаси маҳкамлаб ямалган, иккинчи чеккаси шарнир билан маҳкамланган балканинг тебраниш масаласининг бир қийматли ечилиши ўрганилади.

Бу параграфда $Q=\Pi\times(0,T)$ соҳада (бунда $\Pi=(0,l)\times\ldots\times(0,l)$ бўлиб, l,T –лар берилган мусбат сонлар) (1)–(3) масалани қараймиз.

5-теорема. Ҳар бир $t>0$ учун $\varphi_i(y),\ \ i=\overline{1,-\left[-\alpha\right]}$ бошланғич ва $f(y,t)$ функциялар ушбу

$$\sum_{m_1=0}^{\infty}\cdots\sum_{m_N=0}^{\infty}\left|\sum_{j=1}^{-[-\alpha]}\varphi_{j;m_1,\ldots,m_N}t^{\alpha-j}E_{\alpha,\alpha-j+1}\left(\mu_{m_1,\ldots,m_N}t^{\alpha}\right)+\right.$$

$$\left.+\int_0^t(t-\tau)^{\alpha-1}E_{\alpha,\alpha}\left[\mu_{m_1,\ldots,m_N}(t-\tau)^{\alpha}\right]f_{m_1,\ldots,m_N}(\tau)d\tau\right|^2\cdot\prod_{k=1}^{N}\left(1+b_{m_k}^{2s_k}\right)<\infty$$

шартни қаноатлантирсин. У ҳолда (1)–(3) масаланинг регуляр ечими $s_1=s_2=\ldots=s_N>4m+\dfrac{N}{2},\quad \theta=-[-\alpha]$ кўрсаткичли $\overset{\circ}{W}{}_2^{s_1,s_2,\ldots,s_N;\theta}(Q)$ фазосида мавжуд, ягона ва қуйидаги

$$u(y,t)=\sum_{m_1=0}^{\infty}\cdots\sum_{m_N=0}^{\infty}\left[\sum_{j=1}^{-[-\alpha]}\varphi_{j;m_1,\ldots,m_N}t^{\alpha-j}E_{\alpha,\alpha-j+1}\left(\mu_{m_1,\ldots,m_N}t^{\alpha}\right)+\right.$$

$$\left.+\int_0^t(t-\tau)^{\alpha-1}E_{\alpha,\alpha}\left[\mu_{m_1,\ldots,m_N}(t-\tau)^{\alpha}\right]f_{m_1,\ldots,m_N}(\tau)d\tau\right]\cdot\tilde{v}_{m_1,\ldots,m_N}\left(y_1,\ldots,y_N\right)$$

қатор кўринишида тасвирланади, бунда коэффициентлар

$$\mu_{m_1,\ldots,m_N}=-\lambda_{m_1,\ldots,m_N}=-a^2\sum_{j=1}^{N}\lambda_{m_j}=-a^2\sum_{j=1}^{N}b_{m_j}^{4m}, \tag{12}$$

$$E_{\alpha,\alpha-j+1}\left(\mu_{m_1,\ldots,m_N}\cdot t^{\alpha}\right)=\sum_{q=0}^{\infty}\frac{\left(\mu_{m_1,\ldots,m_N}t^{\alpha}\right)^q}{\Gamma\left(\alpha q+\alpha-j+1\right)} \tag{13}$$

формула билан аниқланади, b_{m_j}, $m_j\in\overline{\mathbb{Z}_+}$ эса, $tg(lb)=th(lb)$ кўринишдаги тенгламадан топилади.

2.2-параграфда Соболев фазосида кўп ўлчамли ҳолда бир чеккаси маҳкамлаб ямалган, иккинчи чеккаси эркин бўлган балканинг тебраниш масаласининг бир қийматли ечилиши ўрганилади.

Бу параграфда $Q=\Pi\times(0,T)$ соҳада (бунда $\Pi=(0,l)\times\ldots\times(0,l)$ бўлиб, l,T –лар берилган мусбат сонлар) (1), (7), (8) масалани қараймиз.

6-теорема. Ҳар бир $t>0$ учун $\varphi_i(y),\ \ i=\overline{1,-[-\alpha]}$ бошланғич ва $f(y,t)$ функциялар қуйидаги

$$\sum_{m_1=1}^{\infty}\cdots\sum_{m_N=1}^{\infty}\left|\sum_{j=1}^{-[-\alpha]}\varphi_{j;m_1,\ldots,m_N}t^{\alpha-j}E_{\alpha,\alpha-j+1}\left(\mu_{m_1,\ldots,m_N}t^{\alpha}\right)+\right.$$

$$\left.+\int_0^t(t-\tau)^{\alpha-1}E_{\alpha,\alpha}\left[\mu_{m_1,\ldots,m_N}(t-\tau)^{\alpha}\right]f_{m_1,\ldots,m_N}(\tau)d\tau\right|^2\cdot\prod_{k=1}^{N}\left(1+b_{m_k}^{2s_k}\right)<\infty$$

шартни қаноатлантирсин. У ҳолда (1), (7), (8) масаланинг регуляр ечими $s_1=s_2=\ldots=s_N>4m+\dfrac{N}{2},\quad \theta=-[-\alpha]$ кўрсаткичли $\overset{\circ}{W}{}_2^{s_1,s_2,\ldots,s_N;\theta}(Q)$ синфда мавжуд, ягона ва қуйидаги

$$u(y,t)=\sum_{m_1=1}^{\infty}\cdots\sum_{m_N=1}^{\infty}\left[\sum_{j=1}^{-[-\alpha]}\varphi_{j;m_1,...,m_N}t^{\alpha-j}E_{\alpha,\alpha-j+1}\left(\mu_{m_1,...,m_N}t^{\alpha}\right)+\right.$$

$$\left.+\int_0^t(t-\tau)^{\alpha-1}E_{\alpha,\alpha}\left[\mu_{m_1,...,m_N}(t-\tau)^{\alpha}\right]f_{m_1,...,m_N}(\tau)d\tau\right]\cdot\tilde{v}_{m_1,...,m_N}\left(y_1,...,y_N\right)$$

қатор кўринишида бўлади, бунда коэффициентлар (12), (13) формула билан аниқланади, b_{m_j}, $m_j\in\mathbb{N}$ эса, $ch(lb)\cdot\cos(lb)=-1$ кўринишдаги тенгламадан топилади.

Мазкур бобнинг учинчи параграфида Соболев фазосида кўп ўлчамли ҳолда иккала чеккаси ҳам маҳкамлаб ямалган балканинг тебраниш масаласининг бир қийматли ечилиши ўрганилади.

Ушбу параграфда $Q=\Pi\times(0,T)$ соҳада (бунда $\Pi=(0,l)\times...\times(0,l)$ бўлиб, l,T –лар берилган мусбат сонлар) бирмунча умумийроқ бўлган (1) тенгламани ушбу

$$D_{0t}^{\alpha-i}u(y,t)\Big|_{t=0}=\varphi_i(y),\quad i=\overline{1,-[-\alpha]}\qquad(14)$$

бошланғич шартлар ва ушбу

$$\begin{cases}\left.\dfrac{\partial^{4k}u(y,t)}{\partial y_j^{4k}}\right|_{y_j=0}=0,\ \left.\dfrac{\partial^{4k+1}u(y,t)}{\partial y_j^{4k+1}}\right|_{y_j=0}=0,\\ \left.\dfrac{\partial^{4k}u(y,t)}{\partial y_j^{4k}}\right|_{y_j=l}=0,\ \left.\dfrac{\partial^{4k+1}u(y,t)}{\partial y_j^{4k+1}}\right|_{y_j=l}=0,\ k=\overline{0,m-1},\quad j=\overline{1,N}\end{cases}\qquad(15)$$

чегаравий шартлар билан қараймиз. Бу ерда $(y,t)=(y_1,...,y_j,...,y_N,t)\in Q$, $a>0$ фиксирланган сон, $f(y,t)$ ва $\varphi_i(y)$, $i=\overline{1,-[-\alpha]}$ – функциялар эса, қуйидаги

$$\sum_{j=1}^{N}\frac{\partial^{4m}v(y)}{\partial y_j^{4m}}-\lambda v(y)=0,\qquad(16)$$

$$\begin{cases}\left.\dfrac{\partial^{4k}v(y)}{\partial y_j^{4k}}\right|_{y_j=0}=0,\ \left.\dfrac{\partial^{4k+1}v(y)}{\partial y_j^{4k+1}}\right|_{y_j=0}=0,\\ \left.\dfrac{\partial^{4k}v(y)}{\partial y_j^{4k}}\right|_{y_j=l}=0,\ \left.\dfrac{\partial^{4k+1}v(y)}{\partial y_j^{4k+1}}\right|_{y_j=l}=0,\ k=\overline{0,m-1},\ j=\overline{1,N}\end{cases}\qquad(17)$$

спектрал масаланинг $\left\{v_n(y),n\in\mathbb{N}^N\right\}$ хос функциялари системаси бўйича ёйилувчи етарлича силлиқ функциялар, λ – спектрал параметрдир.

7-теорема. Ҳар бир $t>0$ учун $\varphi_i(y)$, $i=\overline{1,-[-\alpha]}$ бошланғич ва $f(y,t)$ функциялар қуйидаги

$$\sum_{m_1=1}^{\infty}\cdots\sum_{m_N=1}^{\infty}\left|\sum_{j=1}^{-[-\alpha]}\varphi_{j;m_1,\ldots,m_N}t^{\alpha-j}E_{\alpha,\alpha-j+1}\left(\mu_{m_1,\ldots,m_N}t^{\alpha}\right)+\right.$$

$$\left.+\int_0^t(t-\tau)^{\alpha-1}E_{\alpha,\alpha}\left[\mu_{m_1,\ldots,m_N}(t-\tau)^{\alpha}\right]f_{m_1,\ldots,m_N}(\tau)d\tau\right|^2\cdot\prod_{k=1}^{N}\left(1+b_{m_k}^{2s_k}\right)<\infty$$

шартни қаноатлантирсин. У ҳолда (1), (14), (15) масаланинг регуляр ечими $s_1=s_2=\ldots=s_N>4m+\dfrac{N}{2}$, $\theta=-[-\alpha]$ кўрсаткичли $\overset{\circ}{W}{}_2^{s_1,s_2,\ldots,s_N;\theta}(Q)$ фазосида мавжуд, ягона ва қуйидаги

$$u(y,t)=\sum_{m_1=1}^{\infty}\cdots\sum_{m_N=1}^{\infty}\left[\sum_{j=1}^{-[-\alpha]}\varphi_{j;m_1,\ldots,m_N}t^{\alpha-j}E_{\alpha,\alpha-j+1}\left(\mu_{m_1,\ldots,m_N}t^{\alpha}\right)+\right.$$

$$\left.+\int_0^t(t-\tau)^{\alpha-1}E_{\alpha,\alpha}\left[\mu_{m_1,\ldots,m_N}(t-\tau)^{\alpha}\right]f_{m_1,\ldots,m_N}(\tau)d\tau\right]\cdot\tilde{v}_{m_1,\ldots,m_N}\left(y_1,\ldots,y_N\right)$$

қатор кўринишида бўлади, бунда коэффициентлар (12), (13) формула билан аниқланади, b_{m_j}, $m_j\in\mathbb{N}$ эса, $ch(lb)\cdot\cos(lb)=1$ кўринишдаги тенгламадан топилади.

Шунингдек, тўртинчи параграфда Соболев фазосида кўп ўлчамли ҳолда бир чеккаси маҳкамлаб ямалган, иккинчи чеккаси сузувчи бўлган балканинг тебраниш масаласининг бир қийматли ечилиши ўрганилади.

Ушбу параграфда $Q=\Pi\times(0,T)$ соҳада (бунда $\Pi=(0,l)\times\ldots\times(0,l)$ бўлиб, l,T –лар берилган мусбат сонлар) бирмунча умумийроқ бўлган (1) тенгламани ушбу

$$D_{0t}^{\alpha-i}u(y,t)\Big|_{t=0}=\varphi_i(y),\quad i=\overline{1,-[-\alpha]} \tag{18}$$

бошланғич шартлар ва ушбу

$$\begin{cases}\left.\dfrac{\partial^{4k}u(y,t)}{\partial y_j^{4k}}\right|_{y_j=0}=0,\ \left.\dfrac{\partial^{4k+1}u(y,t)}{\partial y_j^{4k+1}}\right|_{y_j=0}=0,\\ \left.\dfrac{\partial^{4k+1}u(y,t)}{\partial y_j^{4k+1}}\right|_{y_j=l}=0,\ \left.\dfrac{\partial^{4k+3}u(y,t)}{\partial y_j^{4k+3}}\right|_{y_j=l}=0,\ k=\overline{0,m-1},\ j=\overline{1,N}\end{cases} \tag{19}$$

чегаравий шартлар билан қараймиз. Бу ерда $(y,t)=(y_1,\ldots,y_j,\ldots,y_N,t)\in Q$, $a>0$ фиксирланган сон, $f(y,t)$ ва $\varphi_i(y)$, $i=\overline{1,-[-\alpha]}$ – функциялар эса қуйидаги

$$\sum_{j=1}^{N}\frac{\partial^{4m}v(y)}{\partial y_j^{4m}}-\lambda v(y)=0, \tag{20}$$

$$\begin{cases} \left.\dfrac{\partial^{4k}v(y)}{\partial y_j^{4k}}\right|_{y_j=0}=0,\ \left.\dfrac{\partial^{4k+1}v(y)}{\partial y_j^{4k+1}}\right|_{y_j=0}=0, \\ \left.\dfrac{\partial^{4k+1}v(y)}{\partial y_j^{4k+1}}\right|_{y_j=l}=0,\ \left.\dfrac{\partial^{4k+3}v(y)}{\partial y_j^{4k+3}}\right|_{y_j=l}=0,\ k=\overline{0,m-1},\ j=\overline{1,N} \end{cases} \tag{21}$$

спектрал масаланинг $\left\{v_n(y), n\in\overline{\mathbb{Z}}_+^N\right\}$ хос функциялари системаси бўйича ёйилувчи етарлича силлиқ функциялар, λ – спектрал параметрдир.

8-теорема. Ҳар бир $t>0$ учун $\varphi_i(y),\ \ i=\overline{1,-[-\alpha]}$ бошланғич ва $f(y,t)$ функциялар қуйидаги

$$\sum_{m_1=0}^{\infty}\cdots\sum_{m_N=0}^{\infty}\left|\sum_{j=1}^{-[-\alpha]}\varphi_{j;m_1,\dots,m_N}t^{\alpha-j}E_{\alpha,\alpha-j+1}\left(\mu_{m_1,\dots,m_N}t^{\alpha}\right)+\right.$$

$$\left.+\int_0^t(t-\tau)^{\alpha-1}E_{\alpha,\alpha}\left[\mu_{m_1,\dots,m_N}(t-\tau)^{\alpha}\right]f_{m_1,\dots,m_N}(\tau)d\tau\right|^2\cdot\prod_{k=1}^{N}\left(1+b_{m_k}^{2s_k}\right)<\infty$$

шартни қаноатлантирсин. У ҳолда (1), (18), (19) масаланинг регуляр ечими $s_1=s_2=\ldots=s_N>4m+\dfrac{N}{2},\quad \theta=-[-\alpha]$ кўрсаткичли $\overset{\circ}{W}{}_2^{s_1,s_2,\dots,s_N;\theta}(Q)$ синфда мавжуд, ягона ва қуйидаги

$$u(y,t)=\sum_{m_1=0}^{\infty}\cdots\sum_{m_N=0}^{\infty}\left[\sum_{j=1}^{-[-\alpha]}\varphi_{j;m_1,\dots,m_N}t^{\alpha-j}E_{\alpha,\alpha-j+1}\left(\mu_{m_1,\dots,m_N}t^{\alpha}\right)+\right.$$

$$\left.+\int_0^t(t-\tau)^{\alpha-1}E_{\alpha,\alpha}\left[\mu_{m_1,\dots,m_N}(t-\tau)^{\alpha}\right]f_{m_1,\dots,m_N}(\tau)d\tau\right]\cdot\tilde{v}_{m_1,\dots,m_N}\left(y_1,\dots,y_N\right)$$

қатор кўринишида бўлади, бунда коэффициентлар (12), (13) формула билан аниқланади, $b_{m_j},\ m_j\in\overline{\mathbb{Z}}_+$ эса, $tg(bl)=-th(bl)$ кўринишдаги тенгламадан топилади.

Диссертациянинг учинчи боби **“Псевдодифференциал оператор коэффициентли каср тартибли тенглама учун Коши масаласи”** деб номланиб унда $\overset{\circ}{W}{}_2^{2s_1,2s_2,\dots,2s_N}(Q)$ Соболев фазосида псевдодифференциал оператор коэффициентли Коши масаласи ўрганилади.

3.1-параграфда $Q=\Pi\times(0,T)$ соҳада (бунда $\Pi=(0,l)\times\ldots\times(0,l)$ бўлиб, l,T –лар берилган мусбат сонлар) қуйидаги

$$D_{0t}^{\alpha}u(y,t)+Bu(y,t)=F(y,t),\ (y,t)\in Q,\ 0<\alpha\le 2 \tag{22}$$

балканинг тебраниш тенгламаси билан боғлиқ бўлган каср тартибли хусусий ҳосилали псевдодифференциал тенгламани ушбу

$$D_{0t}^{\alpha-i}u(y,t)\Big|_{t=0}=\varphi_i(y),\quad i=\overline{1,-[-\alpha]} \tag{23}$$

бошлағич шартлар билан қараймиз. Бу ерда D_{0t}^{α} интегро-дифференциал оператор Риман-Лиувилл маъносидаги оператордир.

$H=W_2^{2s_1,2s_2,\dots,2s_N}(\Pi)$ Гильберт фазосида аниқланиш соҳаси

$$\overset{\circ}{W}{}_2^{2s_1,2s_2,\dots,2s_N}(\Pi)=\left\{u(y,t):\left.\frac{\partial^{4k_j}u(y,t)}{\partial y_j^{4k_j}}\right|_{y_j=0}=\left.\frac{\partial^{4k_j}u(y,t)}{\partial y_j^{4k_j}}\right|_{y_j=l}=0,\ 0\le k_j<\frac{4s_j-N}{8}\right.$$

$$\text{учун},\ \left.\frac{\partial^{4k_j+1}u(y,t)}{\partial y_j^{4k_j+1}}\right|_{y_j=0}=0,\ 0\le k_j<\frac{4s_j-N-2}{8}\ \text{учун},\ \left.\frac{\partial^{4k_j+2}u(y,t)}{\partial y_j^{4k_j+2}}\right|_{y_j=l}=0,$$

$$\left.0\le k_j<\frac{4s_j-N-4}{8}\ \text{учун},\ \ j=\overline{1,N},\ \ u(y,t)\in W_2^{2s_1,2s_2,\dots,2s_N}(\Pi)\right\} \qquad (24)$$

бўлган операторни

$$Au(y,t)=\sum_{j=1}^{N}\frac{\partial^{4m}u(y,t)}{\partial y_j^{4m}},\ (y,t)\in Q,\ m\in\mathbb{N}$$

кўринишда аниқлаймиз.

$(-\infty,+\infty)$ оралиқда ихтиёрий бўлакли текис узлуксиз $f(\lambda)$ функция ёрдамида $B=f(A)$ псевдодифференциал операторни қуйидаги

$$Bu(y,t)=\sum_{n_1=0}^{\infty}\cdots\sum_{n_N=0}^{\infty}f\left(\lambda_{n_1,\dots,n_N}\right)T_{n_1,\dots,n_N}(t)v_{n_1,\dots,n_N}(y),\ \ (y,t)\in Q$$

тенглик билан киритамиз, бунда $T_{n_1,\dots,n_N}(t)=\left(u(y,t),v_{n_1,\dots,n_N}(y)\right)_{W_2^{2s_1,2s_2,\dots,2s_N}(\Pi)}$ – Фурье коэффициенти, $D(B)$ аниқланиш соҳаси $u(y,t)\in\overset{\circ}{W}{}_2^{2s_1,2s_2,\dots,2s_N}(\Pi)$ бўлиб, улар учун

$$\sum_{n_1=0}^{\infty}\cdots\sum_{n_N=0}^{\infty}\left|f\left(\lambda_{n_1,\dots,n_N}\right)\right|^2\left|T_{n_1,\dots,n_N}(t)\right|^2<+\infty$$

шарт бажарилади, $\lambda_{n_1,\dots,n_N}=\sum_{j=1}^{N}\lambda_{n_j}=\sum_{j=1}^{N}b_{n_j}^{4m}$, b_{n_j} – эса $tg(lb)=th(lb)$ тенгламанинг илдизлари. Хос функциялар системаси ушбу

$$v_{n_1,\dots,n_N}\left(x_1,\dots,x_N\right)=X_{n_1}\left(x_1\right)\cdot\ldots\cdot X_{n_N}\left(x_N\right)$$

кўринишда бўлиб, бу ерда

$$X_{n_j}(x)=\frac{1}{\sqrt{1+b_{n_j}^{4s_j}}}\frac{1}{\sqrt{l}}\left(\frac{\sin b_{n_j}(l-x)}{\sin b_{n_j}l}-\frac{sh b_{n_j}(l-x)}{sh b_{n_j}l}\right),\ n_j\in\overline{\mathbb{Z}_+}$$

тенглик билан аниқланади.

9-теорема. Ҳар бир $t>0$ учун $\varphi_i(y)$, $i=\overline{1,-[-\alpha]}$ бошланғич ва $F(y,t)$ функциялар ушбу

$$\sum_{n_1=0}^{\infty}\cdots\sum_{n_N=0}^{\infty}\left|\sum_{j=1}^{-[-\alpha]}\left(\varphi_j\right)_{n_1,\dots,n_N}\cdot t^{\alpha-j}\cdot E_{\alpha,\alpha-j+1}\left(\mu_{n_1,\dots,n_N}\cdot t^{\alpha}\right)+\right.$$

$$\left.+\int_0^t (t-\tau)^{\alpha-1}E_{\alpha,\alpha}\left[\mu_{n_1,\dots,n_N}\cdot(t-\tau)^{\alpha}\right]F_{n_1,\dots,n_N}(\tau)d\tau\right|^2\cdot\left(1+\left|f\left(\sum_{j=1}^{N}b_{n_j}^{4m}\right)\right|^2\right)<\infty$$

шартни қаноатлантирсин. У ҳолда (22)–(24) масаланинг регуляр ечими $s_1=s_2=\ldots=s_N>\dfrac{N}{4}$, $\theta=-[-\alpha]$ кўрсаткичли $\overset{\circ}{W}{}_2^{2s_1,2s_2,\ldots,2s_N;\,\theta}\left(Q\right)$ фазосида мавжуд, ягона ва қуйидаги

$$u\left(y,t\right)=\sum_{n_1=0}^{\infty}\cdots\sum_{n_N=0}^{\infty}\left[\sum_{j=1}^{-[-\alpha]}\left(\varphi_j\right)_{n_1,\dots,n_N}\cdot t^{\alpha-j}\cdot E_{\alpha,\alpha-j+1}\left(\mu_{n_1,\dots,n_N}\cdot t^{\alpha}\right)+\right.$$

$$\left.+\int_0^t\left(t-\tau\right)^{\alpha-1}E_{\alpha,\alpha}\left[\mu_{n_1,\dots,n_N}\cdot(t-\tau)^{\alpha}\right]F_{n_1,\dots,n_N}\left(\tau\right)d\tau\right]\cdot v_{n_1,\dots,n_N}(y_1,\dots,y_N)$$

қатор кўринишида бўлади, бунда коэффициентлар ушбу

$$\mu_{n_1,\dots,n_N}=-f\left(\lambda_{n_1,\dots,n_N}\right)=-f\left(\sum_{j=1}^{N}\lambda_{n_j}\right)=-f\left(\sum_{j=1}^{N}b_{n_j}^{4m}\right),$$

$$E_{\alpha,\alpha-j+1}\left(\mu_{n_1,\dots,n_N}\cdot t^{\alpha}\right)=\sum_{q=0}^{\infty}\frac{\left(\mu_{n_1,\dots,n_N}t^{\alpha}\right)^q}{\Gamma\left(\alpha q+\alpha-j+1\right)}.$$

формула билан аниқланади.

Учинчи бобнинг иккинчи параграфида Соболев фазосида кўп ўлчамли ҳолда бир чеккаси маҳкамлаб ямалган, иккинчи чеккаси эркин бўлган балканинг тебраниш тенгламаси билан боғлиқ псевдодифференциал оператор коэффициентли каср тартибли тенглама учун Коши масаласи ечимининг мавжудлиги ва ягоналиги ҳақидаги теорема исботланган.

ХУЛОСА

Ушбу диссертация иши Соболев фазосида хос функциялар системасининг тўлалиги ва Рисс базислигини ва Соболев фазосида кўп ўлчамли ҳолда балканинг тебраниш тенгламаси билан боғлиқ бўлган каср тартибли ҳосила қатнашган тенглама учун аралаш масаланинг турли чегаравий шартларда бир қийматли ечилишига бағишланган.

Тадқиқотнинг асосий натижалари асосида қуйидаги хулосаларга келинди:

1. Соболев фазоларида кўп ўлчамли ҳолда, ҳар хил чегаравий шартларда балканинг тебраниш тенгламаси билан боғлиқ бўлган спектрал масаланинг хос функциялари системасининг тўлалиги ва Рисс базислиги ҳақидаги теоремалар исботланган.

2. Соболев фазосида бир чеккаси маҳкамлаб ямалган, иккинчи чеккаси шарнир билан маҳкамланган балканинг тебраниш масаласи ечимининг мавжудлиги ва ягоналиги ҳақидаги теоремалар исботланган.

3. Соболев фазосида бир чеккаси маҳкамлаб ямалган, иккинчи чеккаси эркин бўлган балканинг тебраниш масаласи ечимининг мавжудлиги ва ягоналиги ҳақидаги теоремалар исботланган.

4. Соболев фазосида иккала чеккаси ҳам маҳкамлаб ямалган балканинг тебраниш масаласи ечимининг мавжудлиги ва ягоналиги ҳақидаги теоремалар исботланган.

5. Соболев фазосида бир чеккаси маҳкамлаб ямалган, иккинчи чеккаси сузувчи бўлган балканинг тебраниш масаласи ечимининг мавжудлиги ва ягоналиги ҳақидаги теоремалар исботланган.

6. Соболев фазосида кўп ўлчамли ҳолда, турли чегаравий шартларда балканинг тебраниш тенгламаси билан боғлиқ псевдодифференциал оператор коэффициентли каср тартибли тенглама учун Коши масаласи ечимининг мавжудлиги ва ягоналиги ҳақидаги теоремалар исботланган.

НАУЧНЫЙ СОВЕТ PhD.03/30.12.2019.FM.55.01
ПО ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ ПРИ УРГЕНЧСКОМ ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ УЗБЕКИСТАНА

МАДРАХИМОВ УМРБЕК СОБИРОВИЧ

СМЕШАННЫЕ ЗАДАЧИ С НЕЛОКАЛЬНЫМИ КРАЕВЫМИ УСЛОВИЯМИ, СВЯЗАННЫЕ С ПСЕВДОДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМИ ОПЕРАТОРАМИ

01.01.02-Дифференциальные уравнения и математическая физика

АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ ДОКТОРА ФИЛОСОФИИ (PhD) ПО ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИМ НАУКАМ

Ташкент – 2021

Тема диссертации доктора философии (Doctor of Philosophy) по физико-математическим наукам зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Кабинете Министров Республики Узбекистан за B2018.3.PhD/FM273.

Диссертация выполнена в Национальном университете Узбекистана имени Мирзо Улугбека.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, русский и английский (резюме)) размещен на веб-странице по адресу www.ik-mat.urdu.uz и в информационно-образовательном портале «Ziyonet» по адресу www.ziyonet.uz.

Научный руководитель	**Касимов Шакирбай Гаппорович** доктор физико-математических наук
Официальные оппоненты:	**Аманов Джумакилич** доктор физико-математических наук
	Балтаева Умида Исмоиловна доктор физико-математических наук
Ведущая организация	**Самаркандский государственный университет**

Защита диссертации состоится «6» сентября 2021 года в 14⁰⁰ часов на заседании Научного совета PhD.03/30.12.2019.FM.55.01 при Ургенчском государственном университете (Адрес: 220100, г. Ургенч, ул. Х. Алимджон, дом 14. Тел.: (+99862) 224-66-11, факс: (+99862) 224-67-00, e-mail: ik_mat.urdu@umail.uz).

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Ургенчского государственного университета (зарегистрирована за № 2-264). (Адрес: 220100, г. Ургенч, ул. Х. Алимджана, дом 14. Тел.: (+99862) 224-66-11, факс: (+99862) 224-67-00).

Автореферат диссертации разослан «17» августа 2021 года.
(протокол рассылки № 1 от «17» августа 2021 года).

Б.И. Абдуллаев
Председатель Научного совета по присуждению ученой степени, д.ф.-м.н.

А.А. Атамуратов
Ученый секретарь Научного совета по присуждению ученой степени, к.ф.-м.н.

С.А. Имомкулов
Председатель научного семинара при Научном совете по присуждению ученой степени, д.ф.-м.н.

ВВЕДЕНИЕ (аннотация диссертации доктора философии (PhD))

Актуальность и востребованность темы диссертации. Многие научно-прикладные исследования, проводимые в мировом масштабе, в большинстве случаев приводятся к исследованию полнота и базисности Рисса системы собственных функций дифференциальных или псевдодифференциальных операторов и однозначной разрешимости нелокальных смешанных краевых задач с псевдодифференциальными операторами эллиптического типа. При решении многих задач математической физики и квантовой механики встречаются вопросы нахождения собственных значений и собственных функций, вопросы разложения заданной функции в ряд Фурье по собственным функциям, изучения полноты и базисности Рисса системы собственных функций дифференциальных или псевдодифференциальных операторов, а также вопросы равномерной сходимости разложений по собственным функциям.

В нашей стране уделяется особое внимание актуальным аспектам фундаментальных наук, имеющих прикладное значение. Перед наукой ставится задача сближения фундаментальных исследований с практикой. Проведение научных исследований по приоритетным направлениям математических наук на уровне международных стандартов по алгебре и функциональному анализу, дифференциальным уравнениям и математической физике, прикладной математике и математическому моделированию является одной из основных задач[2]. Развитие исследований уравнений в частных производных, в частности, развитие теории полноты и базисности Рисса системы собственных функций в классах Соболева и вопросов однозначной разрешимости смешанных задач в классах Соболева с дробными производными, связанных с уравнением колебания балки с различными краевыми условиями в многомерном случае играет важную роль в реализации указанного постановления.

В современном мире исследование базисности Рисса системы собственных функций дифференциальных или псевдодифференциальных операторов в гильбертовых и банаховых пространствах, а также однозначной разрешимости смешанных краевых задач с псевдодифференциальными операторами эллиптического типа является относительно новым и самостоятельным направлением современной математической физики. Решение начально-краевых задач для уравнений с частными производными высокого порядка вызывает ряд проблем, и их изучение считается очень важным. В связи с этим исследование базисности Рисса системы собственных функций дифференциальных или псевдодифференциальных операторов в пространствах Соболева представляет определенный научный интерес. Принимая во внимание все вышесказанное, приходим к выводу, что исследование полноты и

[2] Постановление №292 Кабинета Министров Республики Узбекистан от 18 мая 2017 года «О мерах по организации деятельности вновь созданных научно-исследовательских учреждений Академии наук Республики Узбекистан»

базисности Рисса системы собственных функций дифференциальных или псевдодифференциальных операторов в пространствах Соболева и вопросов однозначной разрешимости смешанных задач в классах Соболева с дробными производными, связанных с уравнением колебания балки с различными краевыми условиями в многомерном случае представляет одно из приоритетных направлений научных исследований.

Тема и объект исследования настоящей диссертации находится в русле задач, обозначенных в Указах Президента Республики Узбекистан № УП-4947 от 7 февраля 2017 года «О стратегии действия по дальнейшему развитию Республики Узбекистан», № УП-2789 от 17 февраля 2017 года «О мерах по дальнейшему совершенствованию деятельности Академии наук, организации, управления и финансирования научно-исследовательской деятельности», № ПП-2909 от 20 апреля 2017 года «О мерах по дальнейшему развитию системы высшего образования», № ПП-3682 от 27 апреля 2018 года «О мерах по дальнейшему совершенствованию системы практического внедрения инновационных идей, технологий и проектов», №ПП-4387 от 09 июля 2019 года «О мерах государственной поддержки дальнейшего развития математического образования и науки, а также коренного совершенствования деятельности Института Математики имени В.И. Романовского Академии наук Республики Узбекистан», № ПП-4708 от 7 мая 2020 года «О мерах по повышению качества образования и развитию научных исследований в области математики», а также в других нормативно-правовых актах, касающихся фундаментальной науки.

Соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики. Данное исследование выполнено в соответствии с приоритетным направлением развития науки и технологий в Республике Узбекистан IV. «Математика, механика и информатика».

Степень изученности проблемы. Многие задачи о колебаниях стержней, балок и пластин, которые имеют большое значение в строительной механике, приводят к дифференциальным уравнениям более высокого порядка. К уравнению колебаний балки приходят также при расчёте устойчивости вращающихся валов и изучение вибрации кораблей.

Вопросы разрешимости одномерных начально-граничных задач для уравнения колебания балки изучали А.Н. Крылов, Б.М. Будак, А.Н. Тихонов, А.А. Самарский, Б.Г. Коренев, Л. Коллатц, К.Б. Сабитов, Д. Аманов, А. Ашыралиев и другие. В работах К.Б. Сабитова изучена одномерная начально-граничная задача для уравнения колебаний балки с заделанными концами. Им доказаны теоремы единственности, существования и устойчивости решения поставленной задачи в классах регулярных и обобщенных решений.

В настоящей диссертации исследованы вопросы полноты и базисности Рисса системы собственных функций в классах Соболева и вопросы однозначной разрешимости смешанной задачи в классах Соболева с дробными производными, связанными с уравнением колебания балки с различными краевыми условиями в многомерном случае.

Связь темы диссертации с научно-исследовательскими работами учреждения высшего образования, где выполнялась диссертация. Диссертационное исследование проводилось в рамках научно-исследовательских грантов Национального университета Узбекистана Ф-4-02 «Разработка новых методов решения задач математической физики и оптимального управления на основе спектральной теории дифференциальных операторов» (2012–2016 гг.), ОТ-Ф-4-(36+32) «Разработка новых методов решения задач математической физики и оптимального управления. Неклассические начально-краевые и спектральные задачи для уравнений с частными производными нечетного порядка и их приложения» (2017–2020 гг.).

Целью исследования является выяснение вопросов базисности Рисса системы собственных функций спектральной задачи в пространствах Соболева и вопросов однозначной разрешимости смешанных задач в пространствах Соболева с дробными производными, связанных с уравнением колебания балки с различными краевыми условиями в многомерном случае.

Задачи исследования. Основные задачи данного исследования заключаются в следующем:

доказать теоремы о полноте и базисности Рисса системы ортонормированных собственных функций спектральной задачи, связанной с задачей колебания балки, с различными краевыми условиями в классах Соболева в многомерном случае;

в классах Соболева доказать теоремы существования и единственности решения задачи колебаний балки, один конец которой заделан, а другой шарнирно закреплен;

в классах Соболева доказать теоремы существования и единственности решения задачи колебаний балки, один конец которой заделан, а другой – свободный;

в классах Соболева доказать теоремы существования и единственности решения задачи колебаний балки с заделанными концами;

в классах Соболева доказать теоремы существования и единственности решения задачи колебаний балки, один конец которой заделан, а другой -плавающий;

в классах Соболева доказать теоремы существования и единственности решения задачи Коши для уравнения дробного порядка с псевдодифференциальными операторными коэффициентами, связанной с задачей колебания балки, с различными краевыми условиями в многомерном случае.

Объектом исследования являются полнота и базисность Рисса системы собственных функций дифференциального или псевдодифференциального оператора в пространствах Соболева и вопросы однозначной разрешимости смешанной задачи в классах Соболева с дробными производными, связанной с уравнением колебания балки с различными краевыми условиями в многомерном случае.

Предметом исследования являются вопросы базисности Рисса системы собственных функций дифференциального или псевдодифференциального оператора в пространствах Соболева и проблема однозначной разрешимости смешанной задачи в классах Соболева с дробными производными, связанной с уравнением колебания балки с различными краевыми условиями в многомерном случае.

Методы исследования. В диссертационной работе используются методы математической физики, общие методы функционального анализа, теории функций комплексных переменных, спектральной теории линейных операторов.

Научная новизна исследования состоит в следующем:

доказаны теоремы о полноте и базисности Рисса системы ортонормированных собственных функций спектральной задачи, связанной с задачей колебания балки, с различными краевыми условиями в классах Соболева в многомерном случае;

в классах Соболева доказаны теоремы существования и единственности решения задачи колебания балки, один конец которой заделан, а другой шарнирно закреплен;

в классах Соболева доказаны теоремы существования и единственности решения задачи колебания балки, один конец которой заделан, а другой – свободный;

в классах Соболева доказаны теоремы существования и единственности решения задачи колебания балки с заделанными концами;

в классах Соболева доказаны теоремы существования и единственности решения задачи колебания балки, один конец которой заделан, а другой – плавающий.

Практические результаты исследования состоит в следующем:

в классах Соболева разработан алгоритм построения решений задач Коши для уравнения дробного порядка с псевдодифференциальными операторными коэффициентами, связанных с уравнениями колебаний балки, один конец которой заделан, а другой шарнирно закреплён в многомерном случае и показано единственность этих решений;

в классах Соболева разработан алгоритм построения решений задач Коши для уравнения дробного порядка с псевдодифференциальными операторными коэффициентами, связанных с уравнениями колебаний балки, один конец которой заделан, а другой свободный в многомерном случае и показано единственность этих решений.

Достоверность результатов исследования обоснована строгостью математических рассуждений и доказательств, использованием методов функционального анализа, математической физики и дифференциальных уравнений.

Научная и практическая значимость результатов исследования.

Научная значимость результатов исследования объясняется тем, что они могут быть использованы для развития спектралной теории дифференциальных или псевдодифференциальных операторов.

Практическая значимость полученных в исследовании результатов обосновывается возможностью их применения к моделям геофизических наблюдений, газовой динамики, математической биологии, механики сплошных сред, распространения акустических волн и подобным прикладным задачам, а также при математическом моделировании.

Внедрение результатов исследования:

На основе разработанных методов выяснение вопросов полноты и базисности Рисса системы собственных функций дифференциального или псевдодифференциального оператора в Соболевых пространствах, а также изучение однозначной разрешимости смешанных задач в пространствах Соболева с дробными производными, связанных с уравнениями колебаний балки с различными краевыми условиями в многомерном случае, использованы:

– алгоритм нахождения однозначного решения смешанных задач при различных граничных условиях для уравнений с дробными производными, связанных с уравнением колебаний балки в пространстве Соболева, используется в фундаментальном проекте «Нелинейные граничные условия и обратные задачи для неклассических дифференциальных и операторно-дифференциальные уравнения» под номером MRU-OT-1/2017 (Протокол № 89-03-3949 от 15 октября 2020 года Министерства высшего и среднего специального образования Республики Узбекистан). Применение научного результата к смешанной задаче, включающей интегральное условие для уравнения гиперболического типа третьего порядка, позволило показать существование решения;

– алгоритм нахождения решения задачи Коши для уравнений с дробными производными и псевдодифференциальными операторными коэффициентами связанной с уравнением колебания балки в пространстве Соболева в многомерном случае, используется в фундаментальном проекте «Разработка новых методов управления конфликтными ситуациями, характеризующимися дифференциальными уравнениями и их численной реализацией» под номером ОТ-Ф4-33 (Протокол № 89-03-3949 от 15 октября 2020 года Министерства высшего и среднего специального образования Республики Узбекистан). Применение научного результата к построению ɛ-позиционной стратегии в теории дифференциальных игр преследования и об инвариантности постоянного многозначного отображения в задаче теплопроводности.

Апробация результатов исследования. Основное содержание диссертации доложено в научных докладах на 7 международных и 7 республиканских научно-практических конференциях. Результаты диссертации докладывались на общегородском семинаре по дифференциальным уравнениям «Современные проблемы математической физики» Института Математики им. В.И. Романовского АН РУз., на заседании городского научного семинара «Современные проблемы математической физики» при Национальном университете имени Мирзо Улугбека.

Публикация результатов исследования. По теме диссертации опубликовано 22 научных работ, из них 8 статей опубликованы в журналах, входящих в перечень научных изданий, предложенных Высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан для защиты диссертаций на соискание ученой степени доктора философии (PhD), в том числе 3 статьи опубликованы в зарубежных журналах, 5 – в республиканских научных изданиях.

Объём и структура диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка использованной литературы. Объем диссертации составляет 107 страницы.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обоснована актуальность и востребованность темы диссертации, определено соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики, приведен обзор зарубежных научных исследований, степень изученности проблемы, сформулированы цели и задачи, выявлены объект и предмет исследования, изложены научная новизна и практические результаты исследования, раскрыта теоретическая и практическая значимость полученных результатов, даны сведения о внедрении результатов исследования, об опубликованных работах и о структуре диссертации.

В первой главе диссертации, названной **«О полноте и базисности Рисса системы собственных функций в классах Соболева»**, доказаны теоремы о полноте и базисности Рисса системы ортонормированных собственных функций спектральной задачи, связанной с задачей колебания балки, с различными краевыми условиями в многомерном случае.

В первом параграфе доказаны теоремы о полноте и базисности Рисса системы собственных функций оператора связанного с уравнением колебания балки, один конец которой заделан, а другой шарнирно закреплен, в многомерном случае в классе Соболева.

В данном параграфе в области $Q=\Pi\times(0,T)$, где $\Pi=(0,l)\times\ldots\times(0,l)$, а l, T – заданные положительные числа, рассматривается следующее уравнение вида

$$D_{0t}^{\alpha}u(y,t)+a^2\sum_{j=1}^{N}\frac{\partial^{4m}u(y,t)}{\partial y_j^{4m}}=f(y,t),\ (y,t)\in Q,\ 0<\alpha\le 2,\ m\in\mathbb{N} \quad (1)$$

с начальными условиями

$$D_{0t}^{\alpha-i}u(y,t)\Big|_{t=0}=\varphi_i(y),\quad i=\overline{1,-[-\alpha]}, \quad (2)$$

и краевыми условиями

$$\begin{cases} \left.\dfrac{\partial^{4k}u(y,t)}{\partial y_j^{4k}}\right|_{y_j=0}=0,\ \left.\dfrac{\partial^{4k+1}u(y,t)}{\partial y_j^{4k+1}}\right|_{y_j=0}=0, \\ \left.\dfrac{\partial^{4k}u(y,t)}{\partial y_j^{4k}}\right|_{y_j=l}=0,\ \left.\dfrac{\partial^{4k+2}u(y,t)}{\partial y_j^{4k+2}}\right|_{y_j=l}=0,\ k=\overline{0,m-1},\quad j=\overline{1,N}. \end{cases} \tag{3}$$

Здесь $(y,t)=(y_1,...,y_j,...,y_N,t)\in Q$, число $a>0$ фиксировано, а $f(y,t)$ и $\varphi_i(y)$, $i=\overline{1,-[-\alpha]}$ – достаточно гладкие функции, разлагаемые по собственным функциям $\left\{v_n(y),\, n\in\overline{\mathbb{Z}_+}^N\right\}$ следующей спектральной задачи:

$$\sum_{j=1}^{N}\frac{\partial^{4m}v(y)}{\partial y_j^{4m}}-\lambda v(y)=0, \tag{4}$$

$$\begin{cases} \left.\dfrac{\partial^{4k}v(y)}{\partial y_j^{4k}}\right|_{y_j=0}=0,\ \left.\dfrac{\partial^{4k+1}v(y)}{\partial y_j^{4k+1}}\right|_{y_j=0}=0, \\ \left.\dfrac{\partial^{4k}v(y)}{\partial y_j^{4k}}\right|_{y_j=l}=0,\ \left.\dfrac{\partial^{4k+2}v(y)}{\partial y_j^{4k+2}}\right|_{y_j=l}=0,\ k=\overline{0,m-1},\ j=\overline{1,N}, \end{cases} \tag{5}$$

λ – спектральный параметр.

Оператор D_{st}^{α} интегро-дифференцирования в смысле Римана-Лиувилля порядка α с началом в точке $s\in\mathbb{R}$ определяется следующим образом:

$$D_{st}^{\alpha}u(y,t)=\frac{sign(t-s)}{\Gamma(-\alpha)}\int_s^t\frac{u(y,\tau)d\tau}{|t-\tau|^{\alpha+1}},$$

если $\alpha<0$; $D_{st}^{\alpha}u(y,t)=u(y,t)$, если $\alpha=0$;

$$D_{st}^{\alpha}u(y,t)=sign^p(t-s)\frac{d^p}{dt^p}D_{st}^{\alpha-p}u(y,t)=\frac{sign^{p+1}(t-s)}{\Gamma(p-\alpha)}\frac{d^p}{dt^p}\int_s^t\frac{u(y,\tau)d\tau}{|t-\tau|^{\alpha-p+1}},$$

если $p-1<\alpha\le p,\ p\in\mathbb{N}$.

Справедлива следующая

Теорема 1. Система собственных функций

$$\left\{v_{m_1,...,m_N}\left(x_1,...,x_N\right)\right\}_{(m_1,...,m_N)\in\overline{\mathbb{Z}_+}^N}=\left\{\prod_{j=1}^{N}X_{m_j}(x_j)\right\}_{(m_1,...,m_N)\in\overline{\mathbb{Z}_+}^N} \tag{6}$$

спектральной задачи (4), (5) является полной ортонормированной системой в классе Соболева $\overset{\circ}{W}{}_2^{2s_1,2s_2,...,2s_N}(\Pi)$, где

$$X_{m_j}(x_j)=\frac{1}{\sqrt{1+b_{m_j}^{4s_j}}}\frac{1}{\sqrt{l}}\left(\frac{\sin b_{m_j}(l-x_j)}{\sin b_{m_j}l}-\frac{shb_{m_j}(l-x_j)}{shb_{m_j}l}\right),\ m_j\in\overline{\mathbb{Z}_+},$$

b_{m_j} – корень уравнения $tg(lb)=th(lb)$.

Справедлива следующая

Теорема 2. Система собственных функций (6) спектральной задачи (4), (5) образует базис Рисса в пространстве Соболева $\overset{\circ}{H}{}^{s_1,s_2,\dots,s_N}(\Pi)$.

Следствие 1. Если $s_j > k + \dfrac{N}{2},\ k \ge 0,\ k \in \mathbb{Z}$, то ряд Фурье функции $f(x) \in \overset{\circ}{H}{}^{s_1,s_2,\dots,s_N}(\Pi)$ по системе собственных функций (6) спектральной задачи (4), (5) сходится по норме пространства $C^k(\Pi)$ к функции $f(x)$.

В параграфе 1.2 доказаны теоремы о полноте и базисности Рисса системы собственных функций оператора связанного с уравнением колебания балки, один конец которой заделан, а другой – свободный, в многомерном случае в классе Соболева.

В данном параграфе в области $Q = \Pi \times (0,T)$, где $\Pi = (0,l)\times\ldots\times(0,l)$, а l, T – заданные положительные числа, рассматривается следующее более общее уравнение (1) с начальными условиями

$$D_{0t}^{\alpha-i}u(y,t)\Big|_{t=0} = \varphi_i(y), \quad i = \overline{1,-[-\alpha]} \tag{7}$$

и краевыми условиями

$$\begin{cases} \left.\dfrac{\partial^{4k}u(y,t)}{\partial y_j^{4k}}\right|_{y_j=0} = 0, \ \left.\dfrac{\partial^{4k+1}u(y,t)}{\partial y_j^{4k+1}}\right|_{y_j=0} = 0, \\ \left.\dfrac{\partial^{4k+2}u(y,t)}{\partial y_j^{4k+2}}\right|_{y_j=l} = 0, \ \left.\dfrac{\partial^{4k+3}u(y,t)}{\partial y_j^{4k+3}}\right|_{y_j=l} = 0, \ k = \overline{0,m-1}, \ \ j = \overline{1,N}. \end{cases} \tag{8}$$

Здесь $(y,t) = (y_1,\dots,y_j,\dots,y_N,t) \in Q$, число $a > 0$ фиксировано, а $f(y,t)$ и $\varphi_i(y)$, $i = \overline{1,-[-\alpha]}$ – достаточно гладкие функции, разлагаемые по собственным функциям $\{v_n(y), n \in \mathbb{N}^N\}$ спектральной задачи:

$$\sum_{j=1}^{N}\frac{\partial^{4m}v(y)}{\partial y_j^{4m}} - \lambda v(y) = 0, \tag{9}$$

$$\begin{cases} \left.\dfrac{\partial^{4k}v(y)}{\partial y_j^{4k}}\right|_{y_j=0} = 0, \ \left.\dfrac{\partial^{4k+1}v(y)}{\partial y_j^{4k+1}}\right|_{y_j=0} = 0, \\ \left.\dfrac{\partial^{4k+2}v(y)}{\partial y_j^{4k+2}}\right|_{y_j=l} = 0, \ \left.\dfrac{\partial^{4k+3}v(y)}{\partial y_j^{4k+3}}\right|_{y_j=l} = 0, \ k = \overline{0,m-1}, \ j = \overline{1,N}, \end{cases} \tag{10}$$

λ – спектральный параметр, D_{0t}^{α} – оператор интегро-дифференцирования в смысле Римана-Лиувилля.

Справедлива следующая

Теорема 3. Система собственных функций

$$\left\{v_{m_1,\dots,m_N}\left(x_1,\dots,x_N\right)\right\}_{(m_1,\dots,m_N)\in\mathbb{N}^N}=\left\{\prod_{j=1}^{N}X_{m_j}(x_j)\right\}_{(m_1,\dots,m_N)\in\mathbb{N}^N} \quad (11)$$

спектральной задачи (9), (10) является полной ортонормированной системой в классе Соболева $\overset{\circ}{W}{}_2^{2s_1,2s_2,\dots,2s_N}\left(\Pi\right)$, где

$$X_{m_j}(x)=\frac{1}{\sqrt{1+b_{m_j}^{4s_j}}}\times$$

$$\times\begin{cases}\dfrac{1}{\sqrt{l}\left|ctg\dfrac{b_{m_j}l}{2}\right|}\left(\dfrac{\cos b_{m_j}\left(x-\dfrac{l}{2}\right)}{\sin\dfrac{b_{m_j}l}{2}}-\dfrac{sh b_{m_j}\left(x-\dfrac{l}{2}\right)}{ch\dfrac{b_{m_j}l}{2}}\right), & m_j=2k_j,\ k_j=1,2,\dots\\[2ex] \dfrac{1}{\sqrt{l}\left|tg\dfrac{b_{m_j}l}{2}\right|}\left(\dfrac{\sin b_{m_j}\left(x-\dfrac{l}{2}\right)}{\cos\dfrac{b_{m_j}l}{2}}+\dfrac{ch b_{m_j}\left(x-\dfrac{l}{2}\right)}{sh\dfrac{b_{m_j}l}{2}}\right), & m_j=2k_j-1,\ k_j=1,2,\dots,\end{cases}$$

b_{m_j} – корень уравнения $ch(lb)\cdot\cos(lb)=-1$.

Справедлива следующая

Теорема 4. Система собственных функций (11) спектральной задачи (9), (10) образует базис Рисса в пространстве Соболева $\overset{\circ}{H}{}^{s_1,s_2,\dots,s_N}\left(\Pi\right)$.

Следствие 2. Если $s_j>k+\dfrac{N}{2}, k\geq 0, k\in\mathbb{Z}$, то ряд Фурье функции $f(x)\in\overset{\circ}{H}{}^{s_1,s_2,\dots,s_N}\left(\Pi\right)$ по системе собственных функций (11) спектральной задачи (9), (10) сходится по норме пространства $C^k\left(\Pi\right)$ к функции $f(x)$.

Во второй главе диссертации, озаглавленной **«Начально-граничная задача для уравнения в частных производных высокого порядка»**, рассматриваются вопросы однозначной разрешимости в классах Соболева начально-граничных задач, связанных с уравнением колебания балки с различными краевыми условиями в многомерном случае.

В параграфе 2.1 исследуется однозначная разрешимость в классах Соболева задачи колебаний балки, один конец которой заделан, а другой шарнирно закреплён в многомерном случае.

В данном параграфе в области $Q=\Pi\times(0,T)$, где $\Pi=(0,l)\times\ldots\times(0,l)$, а l,T – заданные положительные числа, рассматривается задача (1)–(3).

Теорема 5. Пусть начальные функции $\varphi_i(y)$, $i=\overline{1,-[-\alpha]}$ и правая часть $f(y,t)$ удовлетворяют условию

$$\sum_{m_1=0}^{\infty}\cdots\sum_{m_N=0}^{\infty}\left|\sum_{j=1}^{-[-\alpha]}\varphi_{j;m_1,...,m_N}t^{\alpha-j}E_{\alpha,\alpha-j+1}\left(\mu_{m_1,...,m_N}t^{\alpha}\right)+\right.$$

$$\left.+\int_0^t(t-\tau)^{\alpha-1}E_{\alpha,\alpha}\left[\mu_{m_1,...,m_N}(t-\tau)^{\alpha}\right]f_{m_1,...,m_N}(\tau)d\tau\right|^2\cdot\prod_{k=1}^{N}\left(1+b_{m_k}^{2s_k}\right)<\infty$$

при каждом $t>0$. Тогда регулярное решение задачи (1), (2), (3) из класса $\overset{\circ}{W}{}_2^{s_1,s_2,...,s_N;\theta}(Q)$ с показателем $s_1=s_2=...=s_N>4m+\dfrac{N}{2}$, $\theta=-[-\alpha]$ существует, единственно и представляется в виде ряда

$$u(y,t)=\sum_{m_1=0}^{\infty}\cdots\sum_{m_N=0}^{\infty}\left[\sum_{j=1}^{-[-\alpha]}\varphi_{j;m_1,...,m_N}t^{\alpha-j}E_{\alpha,\alpha-j+1}\left(\mu_{m_1,...,m_N}t^{\alpha}\right)+\right.$$

$$\left.+\int_0^t(t-\tau)^{\alpha-1}E_{\alpha,\alpha}\left[\mu_{m_1,...,m_N}(t-\tau)^{\alpha}\right]f_{m_1,...,m_N}(\tau)d\tau\right]\cdot\tilde{v}_{m_1,...,m_N}\left(y_1,...,y_N\right),$$

где коэффициенты определяются по формулам

$$\mu_{m_1,...,m_N}=-\lambda_{m_1,...,m_N}=-a^2\sum_{j=1}^{N}\lambda_{m_j}=-a^2\sum_{j=1}^{N}b_{m_j}^{4m}, \tag{12}$$

$$E_{\alpha,\alpha-j+1}\left(\mu_{m_1,...,m_N}\cdot t^{\alpha}\right)=\sum_{q=0}^{\infty}\frac{\left(\mu_{m_1,...,m_N}t^{\alpha}\right)^q}{\Gamma\left(\alpha q+\alpha-j+1\right)}, \tag{13}$$

а b_{m_j}, $m_j\in\overline{\mathbb{Z}_+}$ определяются из трансцендентного уравнения $tg(lb)=th(lb)$.

В параграфе 2.2 исследуется однозначная разрешимость начально-граничной задачи колебания балки, один конец которой заделан, а другой – свободный, в классах Соболева в многомерном случае.

В данном параграфе в области $Q=\Pi\times(0,T)$, где $\Pi=(0,l)\times...\times(0,l)$, а l,T – заданные положительные числа, рассматривается задача (1), (7), (8).

Теорема 6. Пусть начальные функции $\varphi_i(y)$, $i=\overline{1,-[-\alpha]}$ и правая часть $f(y,t)$ удовлетворяют условию

$$\sum_{m_1=1}^{\infty}\cdots\sum_{m_N=1}^{\infty}\left|\sum_{j=1}^{-[-\alpha]}\varphi_{j;m_1,...,m_N}t^{\alpha-j}E_{\alpha,\alpha-j+1}\left(\mu_{m_1,...,m_N}t^{\alpha}\right)+\right.$$

$$\left.+\int_0^t\left(t-\tau\right)^{\alpha-1}E_{\alpha,\alpha}\left[\mu_{m_1,...,m_N}(t-\tau)^{\alpha}\right]f_{m_1,...,m_N}\left(\tau\right)d\tau\right|^2\cdot\prod_{k=1}^{N}\left(1+b_{m_k}^{2s_k}\right)<\infty$$

при каждом $t>0$. Тогда регулярное решение задачи (1), (7), (8) из класса $\overset{\circ}{W}{}_2^{s_1,s_2,...,s_N;\theta}(Q)$ с показателем $s_1=s_2=...=s_N>4m+\dfrac{N}{2}$, $\theta=-[-\alpha]$ существует, единственно и представляется в виде ряда

$$u(y,t)=\sum_{m_1=1}^{\infty}\cdots\sum_{m_N=1}^{\infty}\left[\sum_{j=1}^{-[-\alpha]}\varphi_{j;m_1,\ldots,m_N}t^{\alpha-j}E_{\alpha,\alpha-j+1}\left(\mu_{m_1,\ldots,m_N}t^{\alpha}\right)+\right.$$

$$\left.+\int_0^t(t-\tau)^{\alpha-1}E_{\alpha,\alpha}\left[\mu_{m_1,\ldots,m_N}(t-\tau)^{\alpha}\right]f_{m_1,\ldots,m_N}(\tau)d\tau\right]\cdot\tilde{v}_{m_1,\ldots,m_N}\left(y_1,\ldots,y_N\right),$$

где коэффициенты определяются по формулам (12), (13), а b_{m_j}, $m_j\in\overline{\mathbb{Z}_+}$ определяются из трансцендентного уравнения $ch(lb)\cdot\cos(lb)=-1$.

В третьем параграфе этой главы исследуется однозначная разрешимость задачи колебания балки с заделанными концами в классах Соболева в многомерном случае.

В данном параграфе в области $Q=\Pi\times(0,T)$, где $\Pi=(0,l)\times\ldots\times(0,l)$, а l,T – заданные положительные числа, рассматривается следующее более общее уравнение (1) с начальными условиями

$$D_{0t}^{\alpha-i}u(y,t)\Big|_{t=0}=\varphi_i(y),\quad i=\overline{1,-[-\alpha]} \tag{14}$$

и краевыми условиями

$$\begin{cases}\left.\dfrac{\partial^{4k}u(y,t)}{\partial y_j^{4k}}\right|_{y_j=0}=0,\ \left.\dfrac{\partial^{4k+1}u(y,t)}{\partial y_j^{4k+1}}\right|_{y_j=0}=0,\\ \left.\dfrac{\partial^{4k}u(y,t)}{\partial y_j^{4k}}\right|_{y_j=l}=0,\ \left.\dfrac{\partial^{4k+1}u(y,t)}{\partial y_j^{4k+1}}\right|_{y_j=l}=0,\ k=\overline{0,m-1},\ \ j=\overline{1,N}.\end{cases} \tag{15}$$

Здесь $(y,t)=(y_1,\ldots,y_j,\ldots,y_N,t)\in Q$, число $a>0$ фиксировано, а $f(y,t)$ и $\varphi_i(y)$, $i=\overline{1,-[-\alpha]}$ – достаточно гладкие функции, разлагаемые по собственным функциям $\left\{v_n(y),n\in\mathbb{N}^N\right\}$ следующей спектральной задачи:

$$\sum_{j=1}^{N}\frac{\partial^{4m}v(y)}{\partial y_j^{4m}}-\lambda v(y)=0, \tag{16}$$

$$\begin{cases}\left.\dfrac{\partial^{4k}v(y)}{\partial y_j^{4k}}\right|_{y_j=0}=0,\ \left.\dfrac{\partial^{4k+1}v(y)}{\partial y_j^{4k+1}}\right|_{y_j=0}=0,\\ \left.\dfrac{\partial^{4k}v(y)}{\partial y_j^{4k}}\right|_{y_j=l}=0,\ \left.\dfrac{\partial^{4k+1}v(y)}{\partial y_j^{4k+1}}\right|_{y_j=l}=0,\ k=\overline{0,m-1},\ j=\overline{1,N},\end{cases} \tag{17}$$

где λ – спектральный параметр.

Теорема 7. Пусть начальные функции $\varphi_i(y)$, $i=1,-[-\alpha]$ и правая часть $f(y,t)$ удовлетворяют условию

$$\sum_{m_1=1}^{\infty}\cdots\sum_{m_N=1}^{\infty}\left|\sum_{j=1}^{-[-\alpha]}\varphi_{j;m_1,\ldots,m_N}t^{\alpha-j}E_{\alpha,\alpha-j+1}\left(\mu_{m_1,\ldots,m_N}t^{\alpha}\right)+\right.$$

$$+\int_0^t (t-\tau)^{\alpha-1} E_{\alpha,\alpha}\left[\mu_{m_1,\ldots,m_N}(t-\tau)^{\alpha}\right] f_{m_1,\ldots,m_N}(\tau)d\tau\Bigg|^2 \cdot \prod_{k=1}^{N}\left(1+b_{m_k}^{2s_k}\right)<\infty$$

при каждом $t>0$. Тогда регулярное решение задачи (1), (14), (15) из класса $\overset{\circ}{W}{}_2^{s_1,s_2,\ldots,s_N;\theta}(Q)$ с показателем $s_1=s_2=\ldots=s_N>4m+\dfrac{N}{2}$, $\theta=-[-\alpha]$ существует, единственно и представляется в виде ряда

$$u(y,t)=\sum_{m_1=1}^{\infty}\cdots\sum_{m_N=1}^{\infty}\left[\sum_{j=1}^{-[-\alpha]}\varphi_{j;m_1,\ldots,m_N} t^{\alpha-j}E_{\alpha,\alpha-j+1}\left(\mu_{m_1,\ldots,m_N}t^{\alpha}\right)+\right.$$

$$\left.+\int_0^t (t-\tau)^{\alpha-1} E_{\alpha,\alpha}\left[\mu_{m_1,\ldots,m_N}(t-\tau)^{\alpha}\right] f_{m_1,\ldots,m_N}(\tau)d\tau\right]\cdot \tilde{v}_{m_1,\ldots,m_N}\left(y_1,\ldots,y_N\right)$$

где коэффициенты определяются по формулам (12), (13), а b_{m_j}, $m_j\in\overline{\mathbb{Z}_+}$ определяются из трансцендентного уравнения $ch(lb)\cdot\cos(lb)=1$.

Далее, в четвертом параграфе исследуется однозначная разрешимость начально-граничной задачи колебания балки, один конец которой заделан, а другой – плавающий, в классах Соболева в многомерном случае.

В данном параграфе в области $Q=\Pi\times(0,T)$, где $\Pi=(0,l)\times\ldots\times(0,l)$, а l,T – заданные положительные числа, рассматривается следующее более общее уравнение (1) с начальными условиями

$$D_{0t}^{\alpha-i}u(y,t)\Big|_{t=0}=\varphi_i(y),\quad i=\overline{1,-[-\alpha]} \tag{18}$$

и краевыми условиями

$$\begin{cases} \left.\dfrac{\partial^{4k}u(y,t)}{\partial y_j^{4k}}\right|_{y_j=0}=0,\ \left.\dfrac{\partial^{4k+1}u(y,t)}{\partial y_j^{4k+1}}\right|_{y_j=0}=0, \\ \left.\dfrac{\partial^{4k+1}u(y,t)}{\partial y_j^{4k+1}}\right|_{y_j=l}=0,\ \left.\dfrac{\partial^{4k+3}u(y,t)}{\partial y_j^{4k+3}}\right|_{y_j=l}=0,\ k=\overline{0,m-1},\ j=\overline{1,N}. \end{cases} \tag{19}$$

Здесь $(y,t)=(y_1,\ldots,y_j,\ldots,y_N,t)\in Q$, число $a>0$ фиксировано, а $f(y,t)$ и $\varphi_i(y)$, $i=\overline{1,-[-\alpha]}$ – достаточно гладкие функции, разлагаемые по собственным функциям $\left\{v_n(y),\,n\in\overline{\mathbb{Z}_+}^N\right\}$ следующей спектральной задачи:

$$\sum_{j=1}^{N}\frac{\partial^{4m}v(y)}{\partial y_j^{4m}}-\lambda v(y)=0, \tag{20}$$

$$
\begin{cases}
\left.\dfrac{\partial^{4k}v(y)}{\partial y_j^{4k}}\right|_{y_j=0}=0,\ \left.\dfrac{\partial^{4k+1}v(y)}{\partial y_j^{4k+1}}\right|_{y_j=0}=0,\\
\left.\dfrac{\partial^{4k+1}v(y)}{\partial y_j^{4k+1}}\right|_{y_j=l}=0,\ \left.\dfrac{\partial^{4k+3}v(y)}{\partial y_j^{4k+3}}\right|_{y_j=l}=0,\ k=\overline{0,m-1},\ j=\overline{1,N},
\end{cases}
\tag{21}
$$

где λ – спектральный параметр.

Теорема 8. Пусть начальные функции $\varphi_i(y),\ i=\overline{1,-[-\alpha]}$ и правая часть $f(y,t)$ удовлетворяют условию

$$
\sum_{m_1=0}^{\infty}\cdots\sum_{m_N=0}^{\infty}\left|\sum_{j=1}^{-[-\alpha]}\varphi_{j;m_1,\ldots,m_N}t^{\alpha-j}E_{\alpha,\alpha-j+1}\left(\mu_{m_1,\ldots,m_N}t^{\alpha}\right)+\right.
$$

$$
\left.+\int_0^t(t-\tau)^{\alpha-1}E_{\alpha,\alpha}\left[\mu_{m_1,\ldots,m_N}(t-\tau)^{\alpha}\right]f_{m_1,\ldots,m_N}(\tau)d\tau\right|^2\cdot\prod_{k=1}^{N}\left(1+b_{m_k}^{2s_k}\right)<\infty
$$

при каждом $t>0$. Тогда регулярное решение задачи (1), (18), (19) из класса $\overset{\circ}{W}{}_2^{s_1,s_2,\ldots,s_N;\theta}(Q)$ с показателем $s_1=s_2=\ldots=s_N>4m+\dfrac{N}{2}$, $\theta=-[-\alpha]$ существует, единственно и представляется в виде ряда

$$
u(y,t)=\sum_{m_1=0}^{\infty}\cdots\sum_{m_N=0}^{\infty}\left[\sum_{j=1}^{-[-\alpha]}\varphi_{j;m_1,\ldots,m_N}t^{\alpha-j}E_{\alpha,\alpha-j+1}\left(\mu_{m_1,\ldots,m_N}t^{\alpha}\right)+\right.
$$

$$
\left.+\int_0^t(t-\tau)^{\alpha-1}E_{\alpha,\alpha}\left[\mu_{m_1,\ldots,m_N}(t-\tau)^{\alpha}\right]f_{m_1,\ldots,m_N}(\tau)d\tau\right]\cdot\tilde{v}_{m_1,\ldots,m_N}(y_1,\ldots,y_N),
$$

где коэффициенты определяются по формулам (12), (13), а $b_{m_j},\ m_j\in\overline{\mathbb{Z}_+}$ определяются из трансцендентного уравнения $tg(bl)=-th(bl)$.

В третьей главе диссертации, названной **«Задача Коши для уравнения дробного порядка с псевдодифференциальными операторными коэффициентами»**, исследована задача Коши с псевдодифференциальными операторными коэффициентами в классах Соболева $\overset{\circ}{W}{}_2^{2s_1,2s_2,\ldots,2s_N}(Q)$.

В параграфе 3.1 в области $Q=\Pi\times(0,T)$, где $\Pi=(0,l)\times\ldots\times(0,l)$, а l,T – заданные положительные числа, рассматривается следующее псевдодифференциальное уравнение в частных производных, связанное с уравнением колебания балки в многомерном случае с дробной производной

$$
D_{0t}^{\alpha}u(y,t)+Bu(y,t)=F(y,t),\ (y,t)\in Q,\ 0<\alpha\le 2 \tag{22}
$$

с начальными условиями

$$
\left.D_{0t}^{\alpha-i}u(y,t)\right|_{t=0}=\varphi_i(y),\quad i=\overline{1,-[-\alpha]}. \tag{23}
$$

Здесь D^{α} – оператор интегро-дифференцирования в смысле Римана-Лиувилля.

Оператор

$$Au(y,t)=\sum_{j=1}^{N}\frac{\partial^{4m}u(y,t)}{\partial y_j^{4m}},\ (y,t)\in Q,\ m\in\mathbb{N}$$

определяется в гильбертовом пространстве $H=W_2^{2s_1,2s_2,\ldots,2s_N}\left(\Pi\right)$ с областью определения

$$\overset{\circ}{W}{}_2^{2s_1,2s_2,\ldots,2s_N}\left(\Pi\right)=\left\{u(y,t):\left.\frac{\partial^{4k_j}u(y,t)}{\partial y_j^{4k_j}}\right|_{y_j=0}=\left.\frac{\partial^{4k_j}u(y,t)}{\partial y_j^{4k_j}}\right|_{y_j=l}=0 \text{ при } 0\le k_j<\frac{4s_j-N}{8},\right.$$

$$\left.\frac{\partial^{4k_j+1}u(y,t)}{\partial y_j^{4k_j+1}}\right|_{y_j=0}=0 \text{ при } 0\le k_j<\frac{4s_j-N-2}{8},\ \left.\frac{\partial^{4k_j+2}u(y,t)}{\partial y_j^{4k_j+2}}\right|_{y_j=l}=0 \text{ при}$$

$$\left.0\le k_j<\frac{4s_j-N-4}{8},\ j=\overline{1,N},\ u(y,t)\in W_2^{2s_1,2s_2,\ldots,2s_N}\left(\Pi\right)\right\}. \quad (24)$$

Для произвольной кусочно равномерно непрерывной на $(-\infty,+\infty)$ функции $f(\lambda)$ определим псевдодифференциальный оператор $B=f(A)$ следующими равенствами

$$Bu(y,t)=\sum_{n_1=0}^{\infty}\cdots\sum_{n_N=0}^{\infty}f\left(\lambda_{n_1,\ldots,n_N}\right)T_{n_1,\ldots,n_N}(t)v_{n_1,\ldots,n_N}(y),\ (y,t)\in Q,$$

где $T_{n_1,\ldots,n_N}(t)=\left(u(y,t),v_{n_1,\ldots,n_N}(y)\right)_{W_2^{2s_1,2s_2,\ldots,2s_N}(\Pi)}$ – коэффициент Фурье, с областью определения $D(B)$, состоящей из тех $u(y,t)\in\overset{\circ}{W}{}_2^{2s_1,2s_2,\ldots,2s_N}\left(\Pi\right)$, для которых

$$\sum_{n_1=0}^{\infty}\cdots\sum_{n_N=0}^{\infty}\left|f\left(\lambda_{n_1,\ldots,n_N}\right)\right|^2\left|T_{n_1,\ldots,n_N}(t)\right|^2<+\infty,$$

$\lambda_{n_1,\ldots,n_N}=\sum_{j=1}^{N}\lambda_{n_j}=\sum_{j=1}^{N}b_{n_j}^{4m}$, а числа b_{n_j} – корни уравнения $tg(lb)=th(lb)$.

Соответствующая система собственных функций имеет вид

$$v_{n_1,\ldots,n_N}\left(x_1,\ldots,x_N\right)=X_{n_1}\left(x_1\right)\cdot\ldots\cdot X_{n_N}\left(x_N\right),$$

где

$$X_{n_j}(x)=\frac{1}{\sqrt{1+b_{n_j}^{4s_j}}}\frac{1}{\sqrt{l}}\left(\frac{\sin b_{n_j}(l-x)}{\sin b_{n_j}l}-\frac{shb_{n_j}(l-x)}{shb_{n_j}l}\right),\ n_j\in\overline{\mathbb{Z}_+}.$$

Теорема 9. Пусть начальные функции $\varphi_i(y)$, $i=\overline{1,-[-\alpha]}$ и правая часть $F(y,t)$ удовлетворяют условию

$$\sum_{n_1=0}^{\infty}\cdots\sum_{n_N=0}^{\infty}\left|\sum_{j=1}^{-[-\alpha]}\left(\varphi_j\right)_{n_1,\ldots,n_N}\cdot t^{\alpha-j}\cdot E_{\alpha,\alpha-j+1}\left(\mu_{n_1,\ldots,n_N}\cdot t^{\alpha}\right)+\right.$$

$$+\int_0^t (t-\tau)^{\alpha-1} E_{\alpha,\alpha}\left[\mu_{n_1,\dots,n_N}\cdot(t-\tau)^{\alpha}\right] F_{n_1,\dots,n_N}(\tau)d\tau\Bigg|^2 \cdot \left(1+\left|f\left(\sum_{j=1}^{N} b_{n_j}^{4m}\right)\right|^2\right) < \infty$$

при каждом $t > 0$. Тогда регулярное решение задачи (22)–(24) из класса $\overset{\circ}{W}{}_2^{2s_1,2s_2,\dots,2s_N;\theta}(Q)$ с показателем $s_1 = s_2 = \dots = s_N > \dfrac{N}{4}$, $\theta = -[-\alpha]$ существует, единственно и представляется в виде ряда

$$u(y,t) = \sum_{n_1=0}^{\infty}\cdots\sum_{n_N=0}^{\infty}\left[\sum_{j=1}^{-[-\alpha]}\left(\varphi_j\right)_{n_1,\dots,n_N}\cdot t^{\alpha-j}\cdot E_{\alpha,\alpha-j+1}\left(\mu_{n_1,\dots,n_N}\cdot t^{\alpha}\right)+\right.$$

$$\left.+\int_0^t (t-\tau)^{\alpha-1} E_{\alpha,\alpha}\left[\mu_{n_1,\dots,n_N}\cdot(t-\tau)^{\alpha}\right] F_{n_1,\dots,n_N}(\tau)d\tau\right]\cdot v_{n_1,\dots,n_N}(y_1,\dots,y_N),$$

где коэффициенты определяются по формулам

$$\mu_{n_1,\dots,n_N} = -f\left(\lambda_{n_1,\dots,n_N}\right) = -f\left(\sum_{j=1}^{N}\lambda_{n_j}\right) = -f\left(\sum_{j=1}^{N} b_{n_j}^{4m}\right),$$

$$E_{\alpha,\alpha-j+1}\left(\mu_{n_1,\dots,n_N}\cdot t^{\alpha}\right) = \sum_{q=0}^{\infty}\frac{\left(\mu_{n_1,\dots,n_N} t^{\alpha}\right)^q}{\Gamma\left(\alpha q+\alpha-j+1\right)}.$$

Во втором параграфе третьей главы в классах Соболева доказана теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения дробного порядка с псевдодифференциальным операторным коэффициентом, связанной с уравнением колебания балки, один конец, которой заделан, а другой – свободный, в многомерном случае.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Диссертационная работа посвящена исследованию полноты и базисности Рисса системы собственных функций в классах Соболева и вопросов однозначной разрешимости смешанной задачи в классах Соболева с дробными производными, связанными с уравнением колебания балки с различными краевыми условиями в многомерном случае.

По основным результатам исследования мы пришли к следующим выводам:

1. Доказана теорема о полноте и базисности Рисса системы ортонормированных собственных функций спектральной задачи, связанной с задачей колебания балки, с различными краевыми условиями в многомерном случае.

2. В классах Соболева доказаны теоремы существования и единственности решения задачи колебаний балки, один конец которой заделан, а другой шарнирно закреплен.

3. В классах Соболева доказаны теоремы существования и единственности решения задачи колебания балки, один конец которой заделан, а другой – свободный.

4. В классах Соболева доказаны теоремы существования и единственности решения задачи колебания балки с заделанными концами.

5. В классах Соболева доказаны теоремы существования и единственности решения задачи колебания балки, один конец которой заделан, а другой – плавающий.

6. В классах Соболева доказаны теоремы существования и единственности решения задачи Коши для уравнений дробного порядка с псевдодифференциальными операторными коэффициентами, связанной с уравнением колебания балки, с различными краевыми условиями в многомерном случае.

SCIENTIFIC COUNCIL AWARDING SCIENTIFIC DEGREE
PhD.03/30.12.2019.FM.55.01 URGENCH STATE UNIVERSITY

NATIONAL UNIVERSITY OF UZBEKISTAN

MADRAKHIMOV UMRBEK SOBIROVICH

MIXED PROBLEMS WITH NONLOCAL BOUNDARY CONDITIONS ASSOCIATED WITH PSEUDO-DIFFERENTIAL OPERATORS

01.01.02-Differential equations and mathematical physics

ABSTRACT OF DISSERTATION OF THE DOCTOR OF PHILOSOPHY (PhD) ON PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

Tashkent – 2021

The theme of dissertation of doctor of philosophy (PhD) on physical and mathematical sciences was registered at the Supreme Attestation Commission at the Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan under number B2018.3.PhD/FM273.

Dissertation has been prepared at National University of Uzbekistan named after Mirzo Ulugbek.

The abstract of the dissertation is posted in three languages (Uzbek, Russian, English (resume)) on the website (www.ik-mat.urdu.uz) and the "Ziyonet" Information and educational portal (www.ziyonet.uz).

Scientific supervisor	**Kasimov Shakirbay Gapparovich** Doctor of Physical and Mathematical Sciences
Official opponents:	**Amanov Djumakilich** Doctor of Physical and Mathematical Sciences
	Baltaeva Umida Ismoilovna Doctor of Physical and Mathematical Sciences
Leading organization	**Samarkand State University**

Defense will take place "6" September 2021 at 1400 at the meeting of Scientific Council number PhD.03/30.12.2019.FM.55.01 at Urgench State University. (Address: 14 Kh. Alimdjan str., Urgench city, 220100, Uzbekistan, Ph.: (+99862) 224-66-11, fax: (+99862) 224-67-00, e-mail: ik_mat.urdu@umail.uz).

Dissertation is possible to review in Information-resource centre at Urgench State University (is registered № D-264). (Address: 14 Kh. Alimdjan str., Urgench city, 220100, Uzbekistan, Ph.: (+99862) 224-66-11, fax: (+99862) 224-67-00, e-mail: ik_mat.urdu@umail.uz).

Abstract of dissertation sent out on "17" august 2021 year.
(Mailling report № 1 on "17" august 2021 year).

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI * URGANCH DAVLAT UNIVERSITETI * O'ZBEKISTON

B.I. Abdullayev
Chairman of Scientific Council on award of scientific degree, D.Ph.M.S.

A.A. Atamuratov
Scientific secretary of Scientific Council on award of scientific degree, C.Ph.M.S.

S.A. Imomkulov
Chairman of scientific Seminar under Scientific Council on award of scientific degree, D.Ph.M.S.

INTRODUCTION (abstract of PhD thesis)

The aim of the research work. The present dissertation work is devoted to clarifying Riesz basis properties of the system of eigenfunctions of the spectral problem in Soboev spaces and questions of the unique solvability of the mixed problem in Sobolev classes with fractional derivatives, related to the vibrations equations of a beam with different boundary conditions in the multidimensional case.

The object of the research work is the completeness and Riesz basis properties of the system of eigenfunctions of a differential or pseudo- differential operator in Soboev spaces and questions of the unique solvability of the mixed problems in Sobolev classes with fractional derivatives associated with the equation of beam vibrations with different boundary conditions in the multidimensional case.

Application of the research results: During the study of the completeness of the system of eigenfunctions of differential or pseudo-differential operators, the study of Riesz basis problems and in the multidimensional case finding one-valued methods for solving mixed problems under different boundary conditions for equations involving fractional derivatives related to the equation of vibration of the beam in Sobolev space:

an algorithm for determining the one-valued solution of mixed problems under different boundary conditions for equations involving fractional derivatives related to the equation of vibration of the beam in Sobolev space is used in the fundamental project "Nonlinear boundary conditions and inverse problems for nonclassical differential and operator-differential equations" with the reference number MRU-OT-1/2017 (Reference of the Ministry of Higher and Secondary Specialized Education of the Republic of Uzbekistan given on October 15, 2020, with number 89-03-3949). The application of the scientific result to a mixed problem involving an integral condition for a third-order hyperbolic type equation made it possible to show the existence of a solution;

an algorithm for determining the solution of the Cauchy problem for the equations involving fractional derivatives with pseudo-differential operator coefficients in the multidimensional case, related to the equation of vibration of the beam in Sobolev space, is used in solving the problem of thermal conductivity and in the theory of chase games which are considered in the fundamental project "Development of new methods of managing cases of chase characterized by differential equations and their numerical interpretation" with reference number "OT–Ф4–33" (reference of the Ministry of Higher and Secondary Specialized Education of the Republic of Uzbekistan given on October 15, 2020, with the number № 89-03-3949). The application of the scientific result has made it possible to construct positional strategies in the theory of differential tracking games and in the invariance of constant multivariate reflection on the problem of thermal conductivity.

Scientific novelty of research work is as follows:

the theorem on the completeness and Riesz basis of the system of orthonormal eigenvectors of the spectral problem that correspond to the problem of vibrations of a beam with different boundary conditions in Sobolev classes in the multidimensional case was proved;

in the Sobolev classes, existence and uniqueness theorem for the solution of the problem of vibration of a beam, one end of which is embedded and the other is hinged was proved;

in the Sobolev classes, existence and uniqueness theorem for the solution of the problem of vibration of a beam, one end of which is embedded and the other is free, was proved;

in the Sobolev classes, existence and uniqueness theorem for the solution of the problem of vibration of a beam with fixed ends was proved;

in the Sobolev classes, existence and uniqueness theorem for the solution of the problem of vibration of a beam, one end of which is embedded and the other is floating, was proved;

in the Sobolev classes, existence and uniqueness theorem for a solution of the Cauchy problem for a fractional-order equation with pseudo-differential operator coefficients related to the equations of vibrations of a beam, with different boundary conditions, was proved in the multidimensional case.

The structure and volume of the thesis. The thesis consists of the introduction, three chapters, the conclusions and the list of references. The volume of the thesis is 107 pages.

ЭЪЛОН ҚИЛИНГАН ИШЛАР РЎЙХАТИ
СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ
LIST OF PUBLISHED WORKS

I бўлим (Часть I; Part I)

1. Касимов Ш.Г., Атаев Ш.К., Мадрахимов У.С. О полноте системы собственных функций оператора Штурма–Лиувилля с нелокальными краевыми условиями //Вестник НУУз. 2016 г.№ 2/1, С.37-44. (01.00.00; № 8)

2. Касимов Ш.Г., Атаев Ш.К., Мадрахимов У.С. О разрешимости смешанной задачи для уравнения с частными производными дробного порядка с операторами Штурма–Лиувилля с нелокальными краевыми условиями // Узбекский математический журнал. г. Ташкент. Изд. «Фан» АН РУз. 2016 г. № 2. С. 158 – 169.(01.00.00; № 6)

3. Kasimov Sh.G., Ilhan O.A., Madraximov U.S., Baskonus H.M. Solvability of the mixed problem of a high-order PDE with fractional time derivatives, Sturm-Liouville operators on spatial variables and non-local boundary conditions // Rocky mountain journal of mathematics. Volume 49, number 4, 2019, pp. 1191-1206 DOI:10.1216/RMJ-2019-49-4-1191.(Scopus. IF=0.456).

4. Касимов Ш.Г., Мадрахимов У.С. Начально-граничная задача для уравнения балки в многомерном случае // Дифференциальные уравнения. 2019 г. Том 55, №10, с. 1379-1391. DOI: 10.1134/S0374064119100091. (Scopus, Web of Science. IF=0.659).

5. Kasimov Sh.G., Madrakhimov U.S. On the unique solvability for initial-boundary problems of vibrations of a beam, one end of which is fixed and the other is free, in the Sobolev classes in the multidimensional case // Uzbek mathematical journal. Tashkent “FAN”. 2019, № 4, pp. 92-106 DOI: 10.29229/uzmj.(01.00.00; № 6)

6. Касимов Ш.Г., Мадрахимов У.С., Кощанов А.П. Об однозначной разрешимости начально-граничной задачи колебаний балки, один конец которой заделан, а другой плавающий, в классах Соболева в многомерном случае // Бюллетень Института Математики, 2020, № 3, с. 119-136. (01.00.00; № 17)

7. Мадрахимов У.С. Задача Коши для уравнения дробного порядка с псевдодифференциальными операторными коэффициентами, связанная с уравнениями колебаний плит // Бюллетень Института Математики, 2020. № 6, с. 30-36.(01.00.00; № 17)

II бўлим (Часть II; Part II)

8. Сабитов К.Б., Касимов Ш.Г., Мадрахимов У.С. Начально-граничная задача для уравнения в частных производных высокого порядка в многомерном случае // Вестник РГГУ. Серия «Информатика. Информационная безопасность. Математика». 2020. № 1. С. 75-101.

9. Касимов Ш.Г., Атаев Ш.К., Мадрахимов У.С. О полноте системы собственных функций оператора Штурма-Лиувилля с нелокальными краевыми условиями // Труды математического центра имени Н.И. Лобачевского Том 49. Краевые задачи для дифференциальных уравнений и аналитических функций-2014. Материалы международной научной конференции (Казань, 29 сентября-1 октября 2014 г.) С. 196-199.

10. Касимов Ш.Г., Атаев Ш.К., Мадрахимов У.С. О полноте системы собственных функций оператора Штурма-Лиувилля с нелокальными краевыми условиями // Материалы конференции «Актуальные вопросы геометрии и её приложения». Ташкент, 27-28 октября 2014 года. С. 189-190.

11. Касимов Ш.Г., Атаев Ш.К., Мадрахимов У.С. О разрешимости смешанной задачи для уравнения с частными производными дробного порядка с операторами Штурма-Лиувилля с нелокальными краевыми условиями // Материалы конференции «Современные методы математической физики и их приложения». Ташкент, 15-17 апреля 2015 г. С. 58-61.

12. Касимов Ш.Г., Мадрахимов У.С. Задача на собственные значения в теории теплопроводности с двумя нелокальными краевыми условиями типа Самарского-Ионкина // Материалы международной научной конференции «Дифференциальные уравнения и смежные проблемы» 9-13 октября 2017 г. Самара 2017, С. 134-136.

13. Касимов Ш.Г., Атаев Ш.К., Мадрахимов У.С. О разрешимости смешанной задачи для уравнения с частными производными дробного порядка оператора Штурма-Лиувилля с нелокальными краевыми условиями // Материалы конференции "Modern problems of dynamical systems and their applications". May 1-3, 2017, Turin Polytecnic University in Tashkent. pp. 123-124.

14. Касимов Ш.Г., Мадрахимов У.С. Задача на собственные значения в теории теплопроводности с двумя нелокальными краевыми условиями типа Самарского-Ионкина // Материалы конференции "Modern problems of dynamical systems and their applications". May 1-3, 2017, Turin Polytecnic University in Tashkent. pp. 126.

15. Мадрахимов У.С. О разрешимости смешанной задачи для уравнения с частными производными дробного порядка с операторами Штурма-Лиувилля с нелокальными краевыми условиями в классах Соболева // Материалы международной научной конференции «Дифференциальные уравнения и смежные проблемы». г. Стерлитамак 25-29 июня 2018 г. Том I, с. 289-293.

16. Мадрахимов У.С. О разрешимости нелокальной смешанной задачи для уравнения с частными производными дробного порядка с операторами Штурма–Лиувилля // Материалы V международной конференции. «Нелокальные краевые задачи и родственные проблемы математической биологии, информатики и физики», 4-7 декабря 2018 г. Нальчик, Кабардино-Балкарская Республика, с. 128.

17. Касимов Ш.Г., Мадрахимов У.С. Об однозначной разрешимости обобщенного аналога начально-граничной задачи колебаний балки, один конец которой заделан, а другой шарнирно закреплен, в классах Соболева в многомерном случае // Материалы международной конференции, посвящённой 80 – летию академика РАН В.А. Садовничего «Современные проблемы математики и механики», Москва 13-15 мая 2019 г., с. 290-293.
18. Касимов Ш.Г., Мадрахимов У.С. Об однозначной разрешимости начально-граничной задачи колебаний балки, один конец которой заделан, а другой свободный, в классах Соболева в многомерном случае // Неклассические уравнения математической физики и их приложения. Узбекско-Российская научная конференция 24–26 октября 2019 года Ташкент, Узбекистан. С. 163-164.
19. Касимов Ш.Г., Мадрахимов У.С. Об однозначной разрешимости начально-граничной задачи колебаний балки, один конец которой заделан, а другой свободный, в классах Соболева в многомерном случае // Международная конференция "Обратные и некорректные задачи". Самарканд, Узбекистан, 2–4 октября, 2019. С. 91–92.
20. Касимов Ш.Г., Мадрахимов У.С. Об однозначной разрешимости начально-граничной задачи колебаний балки, один конец которой заделан, а другой плавающий, в классах Соболева в многомерном случае // Тезисы докладов международной конференции «Современные проблемы дифференциальных уравнений и смежных разделов математики». г. Фергана, 12-13 марта 2020 года. С. 243-245.
21. Касимов Ш.Г., Мадрахимов У.С., Кощанов А.П. Об однозначной разрешимости начально-граничной задачи колебаний балки, один конец которой заделан, а другой плавающий, в классах Соболева в многомерном случае // Сборник тезисов научной онлайн-конференции «Современные проблемы математики» г. Нукус. 20 мая 2020 года. С. 160-163.
22. Мадрахимов У.С. Задача Коши для уравнения дробного порядка с псевдодифференциальными операторными коэффициентами, связанная с уравнением колебания балки в многомерном случае // Тезисы докладов республиканской научной конференции с участием зарубежных ученых «Современные методы математической физики и их приложения», г. Ташкент, 17-18 ноября 2020 г. С. 73-79.

Автореферат Урганч Давлат университетиноширлик бўлимида таҳрирдан ўтказилди (12.08.2021 йил)

Босишга рухсат этилди: 12.08.2021.
Офсет қоғози. Қоғоз бичими 60х84 1/16.
«Times New Roman» гарнитураси.
Адади 100. Буюртма № 24.
Шартли босма табағи 2,8.

УрДУ матбаа бўлими матбаа фаолиятини бошлагани ҳақида ваколатли давлат органини хабардор қилиш тўғрисидаги Тасдиқнома асосида фаолият юритади (QR-kod 9704).

УрДУ босмахонасида чоп қилинди.
Манзил: 220110. Урганч шаҳри,
Ҳ. Олимжон кўчаси, 14-уй.
Телефон: (0-362)-224-66-01.