САМАРҚАНД ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ ҲУЗУРИДАГИ ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD) ИЛМИЙ ДАРАЖАСИНИ БЕРУВЧИ PhD.27.06.2017.ФМ.02.01РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

САМАРҚАНД ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

КУРБАНОВ ШАХЗОД ХАБИБУЛЛАЕВИЧ

УМУМЛАШГАН ФРИДРИХС МОДЕЛИ ХОС ҚИЙМАТИ УЧУН ЁЙИЛМА

01.01.01 – Математик анализ

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

Самарқанд шаҳри – 2018 йил

УДК: 517.984

Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD) диссертацияси автореферати мундарижаси

Contents of dissertation abstract of doctor of philosophy (PhD) on physical-mathematical sciences

Оглавление автореферата диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам

Курбанов Шахзод Хабибуллаевич
Умумлашган Фридрихс модели хос қиймати учун ёйилма. 3

Kurbanov Shakhzod Habibullayevich
An expansion for eigenvalue of the generalized Friedrichs model 17

Курбанов Шахзод Хабибуллаевич
Разложение для собственного значения обобщенной модели Фридрихса . . 31

Эълон қилинган ишлар рўйхати
List of published works
Список опубликованных работ. 35

САМАРҚАНД ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ ҲУЗУРИДАГИ ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD) ИЛМИЙ ДАРАЖАСИНИ БЕРУВЧИ PhD.27.06.2017.ФМ.02.01РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

САМАРҚАНД ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

КУРБАНОВ ШАХЗОД ХАБИБУЛЛАЕВИЧ

УМУМЛАШГАН ФРИДРИХС МОДЕЛИ ХОС ҚИЙМАТИ УЧУН ЁЙИЛМА

01.01.01 – Математик анализ

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

Самарқанд шаҳри – 2018 йил

Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (Doctor og Philosphy) Диссертацияси мавзуси Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамаси ҳузуридаги Олий аттестация комиссиясида B2017.4. PhD /FM 147 рақам билан рўйхатга олинган.

Диссертация Самарқанд давлат университетида бажарилган.

Диссертация автореферати уч тилда (ўзбек, инглиз рус(резюме)) Илмий кенгаш веб-саҳифасида (www.samdu.uz) ва «Ziyonet» Ахборот таълим порталида (www.ziyonet.uz) жойлаштирилган.

Илмий раҳбар:	**Лакаев Саидахмат Норжигитович** физика-математика фанлари доктори, академик
Расмий оппонентлар:	**Ашуров Равшан Ражабович** физика-математика фанлари доктори, профессор
	Урозбоев Ғайрат Ўразалиевич физика-математика фанлари доктори, профессор
Етакчи ташкилот:	**Навоий давлат педагогика институти**

Диссертация ҳимояси Самарқанд давлат университети ҳузуридаги PhD.27.06.2017.ФМ.02.01 рақамли Илмий кенгашнинг 2017 йил «___»_________ соат____ даги мажлисида бўлиб ўтади. (Манзил: 140104, Самарқанд ш., Университет хиёбони, 15-уй. Тел.: (+99866) 231-06-32, факс: (+99866) 235-19-38, 239-12-47, e-mail:patent@samdu.uz).

Диссертация билан Самарқанд давлат университетининг Ахборот-ресурс марказида танишиш мумкин (___ рақами билан рўйхатга олинган). Манзил: 140104, Самарқанд ш., Университет хиёбони, 15-уй. Тел.: (+99866) 231-06-32.

Диссертация автореферати 2018 йил «____» _______________куни тарқатилди.
(2018 йил «____» ___________ даги _______ рақамли реестр баённомаси).

А.С. Солеев
Илмий даражалар берувчи Илмий кенгаш раиси, ф.-м.ф.д., профессор

А.М. Халхўжаев
Илмий даражалар берувчи Илмий кенгаш илмий котиби, ф.-м.ф.д.

И.А.Икромов
Илмий даражалар берувчи Илмий кенгаш қошидаги илмий семинар раиси ўринбосари, ф.-м.ф.д., профессор

КИРИШ (фалсафа доктори (PhD) диссертацияси аннотацияси)

Диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурияти. Жаҳон миқёсида олиб борилаётган кўплаб илмий-амалий тадқиқотлар, физикада мураккаб турғун объектлар одатда уларнинг боғланган пайтдаги энергиясини камайиш имконини берувчи тортишиш кучлари натижасида ҳосил бўлишини кўрсатади. Бироқ кейинги йилларда олимлар томонидан тартибланган муҳитларда мураккаб турғун объектлар ҳаттоки итаришувчи таъсирлар натижасида ҳам мавжуд бўлишлиги исботланди. Итаришувчи жуфтликларни тавсифлашда фойдаланиладиган Бозе-Хаббард модели, яъни панжарадаги Шредингер оператори экспериментал кузатишларнинг назарий асоси ва қўллашнинг назарий базаси ҳисобланади. Шунинг учун қаттиқ жисмлар физикаси ҳамда квант майдонлар назариясида учрайдиган ва умумлашган Фридрихс моделларига келтириладиган панжарадаги заррачалар системаси ҳамилтонианларига мос Шредингер операторларига оид тадқиқотларни ривожлантириш муҳим вазифалардан бири бўлиб қолмоқда.

Ҳозирги кунда жаҳонда ўз-ўзига қўшма операторларнинг спектри ва резонансларини ўрганиш ҳақидаги масалалар замонавий математик анализнинг долзарб масалаларидан бири ҳисобланади. Ушбу масалалар панжарадаги икки заррачали системага мос умумлашган Фридрихс модели спектрини тадқиқ қилиш билан узвий боғлиқ. Назарий физиканинг ҳамда квант механикасининг қатор масалалари, хусусан, панжарадаги икки заррачали системага мос Шредингер операторининг спектрал хоссаларини ўрганиш аксарият ҳолларда, умумлашган Фридрихс моделлари деб аталувчи, ўз-ўзига қўшма операторлар махсус синфининг спектрини ўрганишга келтирилади. Бу борада: панжарадагиикки заррачали системага мос умумлашган Фридрихс модели муҳим спектри ўрнини тавсифлаш; муҳим спектрдан ташқаридаги хос қийматлар сонининг ўзгаришини оператор параметрларига ва қаралаётган фазонинг ўлчамига боғлиқлигини кўрсатиш мақсадли илмий тадқиқотлар ҳисобланади.

Мамлакатимизда фундаментал фанларнинг амалий татбиқига эга бўлган долзарб йўналишларга, хусусан, икки заррачали система ҳамилтонианига мос Шредингер операторларини умумлаштирувчи умумлашган Фридрихс моделини ўрганишга алоҳида эътибор қаратилди. Алгебра ва математик анализ, динамик тизимлар назарияси, амалий математика ва математик моделлаштириш математика фанларининг устувор йўналишлари бўйича халқаро стандартлар даражасида илмий тадқиқот олиб бориш асосий вазифалар ва фаолият йўналишлари этиб белгиланди[1]. Қарор ижросини таъминлашда ўз-ўзига қўшма операторлар назариясини ривожлантириш, хусусан, умумлашган Фридрихс модели спектрал хоссларини ўрганиш муҳим аҳамиятга эга.

---

[1]Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамасининг 2017 йил 18 майдаги «Ўзбекистон Республикаси Фанлар академиясининг янгидан ташкил этилган илмий тадқиқот муассасалари фаолиятини ташкил этиш тўғрисида» ги қарори

Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2008 йил 15 июлдаги ПҚ-916-сон «Инновацион лойиҳалар ва технологияларни ишлаб чиқаришга татбиқ этишни рағбатлантириш борасидаги қўшимча чора-тадбирлар тўғрисида»ги, 2017 йил 17 февралдаги ПҚ-2789-сон «Фанлар академияси фаолияти, илмий-тадқиқот ишларини ташкил этиш, бошқариш ва молиялаштиришни янада такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида»ги Қарори ва 2017 йил 8 февралдаги ПФ-4947-сон «Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантириш бўйича ҳаракатлар стратегияси тўғрисида»ги Фармони ҳамда мазкур фаолиятга тегишли бошқа норматив-ҳуқуқий хужжатларда белгиланган вазифаларни амалга оширишга ушбу диссертация тадқиқоти муайян даражада хизмат қилади.

Тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устувор йўналишларига боғлиқлиги. Мазкур тадқиқот республика фан ва технологиялар ривожланишининг IV. «Математика, механика ва информатика» устувор йўналиши доирасида бажарилган.

Муаммонинг ўрганилганлик даражаси. К.О. Фридрихс томонидан дастлаб, ўз-ўзига қўшма операторларнинг қўзғалишлар назарияси модели сифатида эркли ўзгарувчига кўпайтириш ва унинг интеграл оператор ёрдамидаги қўзғалиши киритилган. Бу модел кейинчалик узлуксиз спектрнинг қўзғалишлари назарияси модели деб ном олган.

Бу оператор россиялик олимлар О.А.Ладиженская ва Л.Д.Фаддеев ҳамда Л.Д.Фаддеев ишларида Фридрихс модели деб аталган ва Шредингер операторларини ўрганиш масаласи Фридрихс моделини ўрганиш масаласига келтирилган.

Фридрихс моделининг узлуксиз спектри карралиги ўзгармас бўлгани учун С.Н.Лақаев томонидан умумлашган Фридрихс модели узлуксиз спектрнинг карралиги ўзгарувчан бўлган ҳол сифатида киритилган. Кейинчалик бу модель Р.А.Минлос, С.Н.Лақаев, Ж.И.Абдуллаев, С.А.Степен, С.Албеверио, Е.Л.Лакштанов, Э.Р.Акчурин, И.А.Икромов, Ф.Шарипов ишларида ўрганилди, хусусан, унинг спектрал хоссалари яъни узлуксиз спектри, хос қийматлари, хос қийматларининг пайдо бўлиш принциплари, хос қийматлар сонининг чеклилиги ўрганилган.

С.Н.Лақаев, Ж.И.Абдуллаевларнинг ишларида заррачалар сони икки ёки иккидан ошмайдиган системаларга мос умумлашган Фридрихс моделининг хос қийматлари ва резонанслари ҳамда улар сонининг чеклилиги исботланган.

С.А.Степен ва М.Э.Мўминов ишларида ўз-ўзига қўшма бўлмаган Фридрихс моделининг спектрал хоссалари ўрганилган бўлиб, унда хос қийматлар сонининг чеклилик шартлари топилган.

И.Икромов, Ф.Шарипов ишларида умумлашган Фридрихс модели кенг синфининг дискрет спектри чеклилиги исботланган.

Бугунги кунда ҳамумумлашган Фридрихс моделининг спектрал хоссаларини тадқиқ қилишга оид тадқиқотларни ривожлантириш долзарб вазифалардан бири ҳисобланади.

Диссертация тадқиқотининг диссертация бажарилган олий таълим муассасасининг илмий-тадқиқот ишлари режалари билан боғлиқлиги. Диссертация тадқиқоти Самарқанд давлат университетининг ЁФ4-ҚХ-0-18588 ЁФ4 «Дискрет Шредингер оператори ва Фридрихс моделлари хос қийматлари ва резонанслари учун ёйилмалар» (2014-2016 йиллар) мавзусидаги илмий тадқиқот лойиҳаси доирасида бажарилган.

Тадқиқотнинг мақсади қўзғалишининг ранги бирга тенг бўлган умумлашган Фридрихс модели хос қийматлари мавжудлигини кўрсатиш ва бу хос қиймат учун яқинлашувчи ёйилмалар топишдан иборат.

Тадқиқотнинг вазифалари:

бир ва икки ўлчамли ҳолда қўзғалишининг ранги бирга тенг бўлган умумлашган Фридрихс модели муҳим спектри ўрнини аниқлаш;

қўзғалишининг ранги бирга тенг бўлган умумлашган Фридрихс модели муҳим спектр ташқарисидаги ягона хос қиймати мавжудлик шартларини топиш;

бу хос қийматга мос хос функциянинг умумий кўринишини топиш ва унинг хоссаларини ўрганиш;

муҳим спектр тубининг хос қиймат ёки виртуал сатҳ бўлиш шартларини аниқлаш;

хос қиймат учун ўзаро таъсир доимийсининг бўсаға қиймати атрофида яқинлашувчи ёйилма олиш;

хос қийматнинг ўзаро таъсир доимийси чексизга интилгандаги асимптотикасини топиш.

Тадқиқотнинг объекти панжарадаги иккита бир хил заррачали системага мос умумлашган Фридрихс моделидан иборат.

Тадқиқотнинг предмети қўзғалишининг ранги бирга тенг бўлган умумлашган Фридрихс моделинтнг спектрал тадқиқотларидан иборат.

Тадқиқотнинг усуллари. Тадқиқот ишида математик анализ, математик физика, фунционал анализ ва комплекс ўзгарувчили функциялар назарияси усулларидан фойдаланилган.

Тадқиқотнинг илмий янгилиги қуйидагилардан иборат:

қўзғалишининг ранги бирга тенг бўлган умумлашган Фридрихс модели муҳим спектри ўрни аниқланган;

қўзғалишининг ранги бирга тенг бўлган умумлашган Фридрихс модели муҳим спектр ташқарисидаги хос қийматлари мавжудлик шартлари топилган;

бу хос қийматга мос хос функциянинг хоссаларини ўрганилган;

муҳим спектр тубининг хос қиймат ёки виртуал сатҳ бўлиш шартлари аниқланган ва мос равишда бу хос функция ёки виртуал сатҳ кўриниши топилган;

хос қиймат учун ўзаро таъсир доимийсининг бўсаға қиймати атрофида яқинлашувчи ёйилмалар олинган;

хос қийматнинг ўзаро таъсир доимийси чексизга интилгандаги асимптотикаси топилган.

Тадқиқотнинг амалий натижалари умумлашган Фридрихс модели боғланган ҳолатларининг аналитиклиги ҳақидаги хулосалар қаттиқ жисмлар физикаси ва квант механикасида экспериментал тадқиқотларнинг сифат кўрсаткичини аниқлашда ва сонли ҳисоблашда фойдаланилган.

Тадқиқот натижаларининг ишончлилиги математик анализ, математик физика, функционал анализ ва комплекс ўзгарувчили функциялар назарияси усулларидан фойдаланилганлиги ва математик мулоҳазаларнинг ҳамда исботларнинг қатъийлиги билан асосланган.

Тадқиқот натижаларининг илмий ва амалий аҳамияти. Тадқиқот ишининг илмий аҳамияти ўз ўзига қўшма операторлар спектрал назариясида, квант механикаси, қаттиқ жисмлар физикаси, хусусан, икки заррачали система ҳамилтонианига мос Шредингер оператори спектри билан боғлиқ масалаларни ҳал этишда қўлланилиши мумкинлиги билан изоҳланади. Тадқиқот натижаларининг амалий аҳамияти ишда олинган илмий натижалар қаттиқ жисмлар физикаси, квант механикасида экспериментал тадқиқотлар ўтказиш ва қўллашга назарий асос сифатида хизмат қилиши билан белгиланади.

Тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши. Панжарадаги икки заррачали системага мос умумлашган Фридрихс модели дискрет спектрига оид олинган натижалар асосида:

қўзғалишининг ранги бирга тенг бўлган умумлашган Фридрихс модели спектрал хоссаларидан, яъни хос қийматининг аналитиклиги ва унинг жойлашиш ўрнидан QJ130000.2626.14J72 рақамли грант лойиҳасида олмос панжарадаги уч заррачали Шредингер операторининг спектрал хоссаларини тадқиқ қилишда фойдаланилган (Малайзия технология университетининг 2017 йил 19 декабрдаги маълумотномаси). Илмий натижанинг қўлланилиши олмос панжарадаги уч заррачали Шредингер операторига мос Фредгольм детерминантининг муҳим спектрдан чапда ўсувчи эканлигини исботлаш имконини берган;

қўзғалишининг ранги бирга тенг бўлган умумлашган Фридрихс моделининг ягона хос қиймати мавжудлигидан QJ130000.2626.14J72 рақамли грант лойиҳасида олмос панжарадаги уч заррачали Шредингер оператори хос қийматининг мавжудлигини исботлашда фойдаланилган (Малайзия технология университетининг 2017 йил 19 декабрдаги маълумотномаси). Илмий натижанинг қўлланилиши олмос панжарадаги уч заррачали Шредингер операторининг муҳим спектрдан ташқарида ётувчи дискрет спектрининг чеклилигини кўрсатиш имконини берган.

бир ўлчамли ҳолда қўзғалишининг ранги бирга тенг бўлган умумлашган Фридрихс модели хос қийматининг мавжудлигидан ва хос қиймат учун олинган ёйилмалардан QJ130000.2626.14J72 рақамли грант лойиҳасида олмос панжарадаги уч заррачали Шредингер оператори хос қийматининг хоссаларини тадқиқ қилишда фойдаланилган (Малайзия технология университетининг 2017 йил 19 декабрдаги маълумотномаси). Илмий натижанинг қўлланилиши олмос панжарадаги уч заррачали Шредингер операторининг муҳим спектрдан ташқарида ётувчи хос қийматнинг монотонлигини кўрсатиш имконини берган.

Тадқиқот натижаларининг апробацияси. Мазкур тадқиқот натижалари, 20 та илмий-амалий анжуманларда, жумладан 8 та халқаро ва 12 та республика илмий-амалий анжуманларида муҳокамадан ўтказилган.

Тадқиқот натижаларининг эълон қилинганлиги. Диссертация мавзуси бўйича жами 25 та илмий иш чоп этилган, шулардан, Ўзбекистон Республикаси Олий Аттестация комиссиясининг докторлик диссертациялари асосий илмий натижаларини чоп этиш тавсия этилган илмий нашрларда 5 та мақола, жумладан, 2 таси хорижий ва 3 таси республика даврий журналларида нашр этилган.

Диссертациянинг ҳажми ва тузилиши. Диссертация кириш қисми, учта боб, хулоса ва фойдаланилган адабиётлар рўйхатидан ташкил топган. Диссертациянинг ҳажми 85 бетни ташкил этган.

ДИССЕРТАЦИЯНИНГ АСОСИЙ МАЗМУНИ

Кириш қисмида диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати асосланган, тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устувор йўналишларига мослиги кўрсатилган, мавзу бўйича хорижий илмий-тадқиқотлар шарҳи, муаммонинг ўрганилганлик даражаси келтирилган, тадқиқот мақсади, вазифалари, объекти ва предмети тавсифланган, тадқиқотнинг илмий янгилиги ва амалий натижалари баён қилинган, олинган натижаларнинг назарий ва амалий аҳамияти очиб берилган, тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши, нашр этилган ишлар ва диссертация тузилиши бўйича маълумотлар келтирилган.

Диссертациянинг **«Икки заррачали система ҳамилтонианларини умумлашган Фридрихс моделига келтириш ва баъзи ёрдамчи маълумотлар»** деб номланувчи биринчи бобида диссертациянинг асосий натижаларини баён қилишда зарур бўладиган ёрдамчи маълумотлар, асосий таъриф ва теоремалар келтирилган.

1.1 бўлимда иккита бир хил заррачали система ҳамилтонианига мос Шредингер операторининг координата ва импулс кўринишлари келтирилган.

1.2 бўлимда ўз-ўзига қўшма операторларнинг баъзи спектрал хоссалари, хусусан Вейл теоремаси келтирилган.

1.3 бўлимда ошкормас функция ҳақидаги теоремадан келиб чиқадиган баъзи натижалар келтирилган.

1.4 бўлимда параметрикга боғлиқ Морс леммаси келтирилган.

Диссертациянинг “**Умумлашган Фридрихс моделининг спектрал хоссалари**” деб номланган иккинчи бобида қўзғалишининг ранги бирга тенг бўлган умумлашган Фридрихс модели ва унинг муҳим спектри аниқланган.

Икки ўлчамли ҳолда, қўзғалишининг ранги бирга тенг бўлган умумлашган Фридрихс моделининг хос қиймати мавжудлик шарти ҳамда бўсаға ҳодисаси келтирилган. Хос қиймат учун ўзаро таъсир доимийсининг бўсаға қиймати атрофида яқинлашувчи ёйилма олинган. Бундан ташқари хос қийматнинг ўзаро таъсир доимийси чексизга интилгандаги асимптотикаси топилган.

Диссертациянинг "**Қўзғалишининг ранги бирга тенг бўлган умумлашган Фридрихс модели хос қиймати учун ёйилма**" деб номланган учинчи бобида бир ўлчамли ҳолда қўзғалишининг ранги бирга тенг бўлган умумлашган Фридрихс моделининг хос қиймати мавжудлик шарти келтирилган. Хос қиймат учун ўзаро таъсир доимийсининг бўсаға қиймати атрофида Пюзе-Лоран қаторига ёйилмаси топилган. Бундан ташқари хос қийматнинг ўзаро таъсир доимийси чексизга интилгандаги асимптотикаси топилган.

Фараз қиламиз T^d - d ўлчамли тор бўсин. $L^2(T^d)$-T^d да аниқланган модулининг квадрати билан интегралланувчи функциялар Ҳилберт фазоси бўлсин. Ушбу Ҳилберт фазосида берилган қўзғалишининг ранги бирга тенг бўлган умумлашган Фридрихс моделини қуйидагича аниқлаймиз:

$$H_\mu(p) = H_0(p) - \mu V, \quad \mu > 0,$$

$$H_0(p) f(q) = w_p(q) f(q), \quad f \in L^2(T^d),$$

$$Vf(q) = \varphi(q) \int_{T^d} \varphi(s) f(s) ds, \quad f \in L^2(T^d).$$

Диссертация ишини баён қилишда қуйидагича фараз қиламиз.

Фараз 1. Фараз қиламизки, $\varphi(\cdot)$ -T^d да аниқланган ҳақиқий қийматли аналитик функция ва $w(p,q)$-$(T^d)^2 = T^d \times T^d$ да аниқланган ҳақиқий қийматли аналитик функция бўлиб, $(0,0) \in (T^d)^2$ нуқтада ягона айнимаган минимум нуқтага эга бўлсин.

Қўйилган ушбу шартдан $H_\mu(p),\ p \in T^d$ нинг ўз-ўзига қўшма ва чегараланган оператор эканлиги келиб чиқади.

Лемма 1. $w(p,q)$ функцияга қўйилган шартдан $p = 0 \in T^d$ нуқтанинг шундай $U_\delta(0) \subset T^d$ атрофи ва шу атрофда аниқланган $q_0 : U_\delta(0) \to T^d$ аналитик функция мавжудки, ҳар бир $p \in U_\delta(0)$ учун $q_0(p)$ нуқта $w_p(\cdot)$ функциянинг ягона айнимаган минимум нуқтаси бўлади.

V оператор компакт оператор бўлганлиги сабабли муҳим спектр турғунлиги ҳақидаги Вейл теоремасига кўра $H_\mu(p)$, $p \in T^d$ операторнинг муҳим спектри учун қуйидаги тенглик ўринли бўлади:

$$\sigma_{ess}(H_\mu(p)) = \sigma_{ess}(H_0(p)) = \sigma(H_0(p)) = [m(p), M(p)],$$

$$m(p) = \min_{q \in T^d} w_p(q), \; M(p) = \max_{q \in T^d} w_p(q)$$

Лемма 2. Ихтиёрий $p \in U_\delta(0)$ учун $W_\gamma(0) \subset R^d$ ни $q_0(p) \in T^d$ нинг $U(q_0(p))$ атрофига аклантирувчи шундай $s = \psi(y, p)$ функция мавжудки, $U(q_0(p))$ да $w_p(\psi(y, p))$ функция қуйидаги

$$w_p(\psi(y, p)) = m(p) + y^2$$

кўринишда тасвирланади. Бу ерда $\psi(y, \cdot)$ (мос равишда $\psi(\cdot, p)$) функция $U_\delta(0)$ (мос рафишда $W_\gamma(0)$) да аналитик ва $\psi(0, p) = q_0(p)$ бўлади. Бундан ташқари $s = \psi(y, p)$ алмаштириш Якобиани $J(\psi(y, p))$, қаралаётган $W_\gamma(0)$ атрофда аналитик бўлиб, барча $p \in U_\delta(0)$ ва $y \in W_\gamma(0)$ лар учун $J(\psi(y, p)) > 0$ бўлади.

Ихтиёрий $\mu > 0$ ва $p \in T^d$ учун $\mathrm{C} \setminus [m(p); M(p)]$ да аниқланган қуйидаги аналитик $\Delta(\mu, p; \cdot)$ ($H_\mu(p)$ операторга мос Фредгольм детерминанти) функцияни қараймиз:

$$\Delta(\mu, p; \cdot) = 1 - \mu\,\Omega(p; \cdot), \quad \Omega(p; z) = \int_{T^d} \frac{\varphi^2(s)ds}{w_p(s) - z}, \qquad p \in T^d, \quad z \in \mathrm{C} \setminus [m(p); M(p)].$$

$d = 1, 2$ бўлсин. У ҳолда, $\varphi(q_0(p)) = 0$, $p \in U_\delta(0)$ бўлганда қуйидаги интеграл

$$\frac{1}{\mu_d(p)} = \int_{T^d} \frac{\varphi^2(s)ds}{w_p(s) - m(p)}$$

мавжуд ва $\varphi(q_0(p)) \neq 0$ бўлганда $\mu_d(p) = 0$ деб ҳисоблаймиз.

2.1 бўлимда $H_\mu(p)$, $p \in T^2$ операторга мос Фредгольм детерминанти хоссалари ўрганилган ва унинг муҳим спектр туби атрофида ёйилмаси топилган.

Лемма 3. $d = 2$ бўлсин. У ҳолда барча $\mu > 0, p \in U_\delta(0)$ лар ва етарлича кичик $m(p) - z > 0$ учун $\Delta(\mu, p; \cdot)$ функция қуйидаги яқинлашувчи қаторга ёйилади.

$$\Delta(\mu, p; z) = 1 - \mu\alpha_0(p)\ln(m(p) - z) + \frac{\mu}{2}\ln(m(p) - z)\sum_{n=1}^{\infty}\alpha_n(p)\big(m(p) - z\big)^n - \mu F(p, z),$$

$$\alpha_0(p) = -\frac{1}{2}\varphi^2(q_0(p))J(q_0(p)), \; F(p, z) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n(p)\big(m(p) - z\big)^n, \qquad (1)$$

бу ерда $\alpha_n(p), c_n(p), n = 0, 1, 2, \ldots$ ҳақиқий сонлар.

2.2 бўлимда $H_\mu(p)$, $p \in T^2$ операторнинг хос қиймати мавжудлик шарти топилган. Хос қийматга мос хос функциянинг хоссалари келтирилган. Бундан ташқари қаралаётган операторнинг муҳим спектри тубининг хос қиймат ёки виртуал сатҳ бўлиш шартлари аниқланган.

Таъриф 1. Агар $H_\mu(p) f = m(p) f$ тенглама $L^1(T^2) \setminus L^2(T^2)$ да нолмас f ечимга эга бўлса у ҳолда $H_\mu(p)$ оператор $z = m(p)$ нуқтада виртуал сатҳга эга дейилади. Бу ҳолда f ечим $H_\mu(p)$ операторнинг виртуал ҳолати дейилади. Бунда $L^1(T^2)$ орқали T^2 да аниқланган абсолют интегралланувчи функциялар Банах фазоси белгиланган.

Теорема 1. $d=2$ бўлсин. У ҳолда барча $p\in U_\delta(0)$ лар учун қуйидаги тасдиқлар ўринли:

1. Агар $\mu>\mu_2(p)$ бўлса у ҳолда $H_\mu(p)$ оператор муҳим спектрдан чапда ётувчи ягона $E(\mu,p)$ хос қийматга эга. $E(\cdot,p)$ функция $(\mu_2(p),+\infty)$ да монотон камаювчи, аналитик функция ҳамда $E(\mu,\cdot)$ функция $U_\delta(0)$ да ҳақиқий аналитик функция бўлади. Бу хос қийматга мос хос функция

$$\Psi(\mu;p,q,E(\mu,p))=\frac{C\mu\varphi(q)}{w_p(q)-E(\mu,p)}$$

T^2 да аниқланган ҳақиқий аналитик функция бўлади, бу ерда $C\neq 0$ нормалловчи кўпайтувчи. Бундан ташқари

$$\Psi:U_\delta(0)\to L^2(T^2),\quad p\mapsto\Psi(\mu;p,q,E(\mu,p))\in L^2(T^2)$$

ва

$$\Psi:(\mu_2(p),+\infty)\to L^2(T^2),\quad \mu\mapsto\Psi(\mu;p,q,E(\mu,p))\in L^2(T^2)$$

акслантиришлар мос равишда $U_\delta(0)$ ва $(\mu_2(p),+\infty)$ да аналитик функция бўлади.

2. Агар $\varphi(q_0(p))=0$ ва $0<\mu<\mu_2(p)$ бўлса у ҳолда $H_\mu(p)$ оператор $(-\infty,m(p)]$ да хос қийматга эга бўлмайди.

3. Агар $\varphi(q_0(p))=0, \nabla\varphi(q_0(p))=\left(\frac{\partial\varphi}{\partial q_1}(q_0(p)),\frac{\partial\varphi}{\partial q_2}(q_0(p))\right)\neq 0$ ва $\mu=\mu_2(p),$ бўлса у ҳолда $z=m(p)$ сони $H_{\mu_2(p)}(p)$ оператор учун виртуал сатҳ бўлади ва унга мос виртуал ҳолат қуйидаги

$$f(q)=\frac{C\mu_2(p)\varphi(q)}{w_p(q)-m(p)}$$

кўринишда бўлади, бу ерда $C\neq 0$ нормалловчи кўпайтувчи ва $f\in L^1(T^2)\setminus L^2(T^2)$.

4. Агар $\varphi(q_0(p))=0, \nabla\varphi(q_0(p))=\left(\frac{\partial\varphi}{\partial q_1}(q_0(p)),\frac{\partial\varphi}{\partial q_2}(q_0(p))\right)=0$ ва $\mu=\mu_2(p),$ бўлса у ҳолда $z=m(p)$ сони $H_{\mu_2(p)}(p)$ оператор учун хос қиймат бўлади ва унга мос хос функция қуйидаги

$$f(q)=\frac{C\mu_2(p)\varphi(q)}{w_p(q)-m(p)}\in L^2(T^2),$$

кўринишда бўлади, бу ерда $C\neq 0$ нормалловчи кўпайтувчи.

Тасдиқ 1. V оператор мусбатлигидан $H_\mu(p)$ оператор $M(p)$ дан ўнгда ётувчи хос қийматга эга эмас.

2.3 бўлимда икки ўлчамли ҳолда $H_\mu(p),\, p\in U_\delta(0)$ операторнинг $E(\mu,p)$ хос қиймати учун $\mu=\mu_2(p)$ нуқтада ёйилма олинган.

Теорема 2. $d=2$ ва $p\in U_\delta(0)$ бўлсин. Агар μ параметр $\mu_2(p)$ га интилса у ҳолда $E(\mu,p)$ муҳим спектр туби $m(p)$ га интилади ва аксинча $E(\mu,p)$ муҳим спектр туби $m(p)$га интилса μ параметр $\mu_2(p)$ га интилади. Бундан ташқари $\varphi(q_0(p))\neq 0$бўлганда етарлича кичик $\mu-\mu_2(p)$ ларда $E(\mu,p)$ хос қиймат учун қуйидаги яқинлашувчи ёйилма ўринли:

$$m(p)-E(\mu,p)=\sigma a(p)+\sum_{n\geq 1,s\geq 0,n+s>1} c(m,n)(p)\sigma^n\tau^s$$

$$\sigma=\exp\{(\alpha_0(p)\mu)^{-1}\},\quad \tau=\frac{1}{\mu}\exp\{(\alpha_0(p)\mu)^{-1}\},$$

бунда$c(n,m),\, m,n=1,2,\ldots$- ҳақиқий сонлар ва

$$a(p)=\exp\{-c_0(p)/\alpha_0(p)\},\quad \alpha_0(p)=-1/2\varphi^2(q_0(p))J(q_0(p))<0.$$

бу ерда $c_0(p)$ коеффициент (1) тенгликдан аниқланади.

Натижа 1. $d=2$ ва $p\in U_\delta(0)$ бўлсин у ҳолда $\varphi(q_0(p))\neq 0$ бўлганда $H_\mu(p)$ операторнинг $E(\mu,p)$ хос қиймати учун қуйидаги асимптотик формула ўринли:

$$E(\mu,p)=m(p)-\exp\{-c_0(p)/\alpha_0(p)\}\sigma+O(\sigma\tau),\ \mu\to 0+0.$$

Теорема 3. $d=2$ ва $p\in U_\delta(0)$ бўлсин. У ҳолда $E(\mu,p)$ учун қуйидаги асимптотик формула ўринли

$$E(\mu,p)=-\|\varphi\|^2\,\mu+E^{(1)}(\mu,p),\quad \mu\to+\infty,$$

бунда $E^{(1)}(\mu,p)=O(1)$, $\mu\to+\infty.$

Натижа 2. $d=2$ ва $p\in U_\delta(0)$ бўлсин. У ҳолда қуйидаги асимптотик формула ўринли

$$\inf_p E(\mu,p)=-\|\varphi\|^2\,\mu+E^{(2)}(\mu),\ \ \mu\to+\infty,$$

бунда $E^{(2)}(\mu)=O(1)$, $\mu\to+\infty.$

3.1 бўлимда $H_\mu(p),\ p\in T^1$ операторга мос Фредгольм детерминанти хоссалари келтирилган ва унинг муҳим спектр туби атрофида ёйилмаси топилган.

Лемма 4. $d=1$ бўлсин. У ҳолда ихтиёрий $\mu>0,\, p\in U_\delta(0)$ ва етарлича кичик $m(p)-z>0$ ларда $\Delta(\mu,p;\cdot)$ функция қуйидаги Пюзе-Лоран қаторига ёйилади:

$$\Delta(\mu,p;z)=1-\mu\frac{c_{-1}(p)}{\sqrt{m(p)-z}}-\mu\sum_{n=0}^{\infty}c_n(p)\left(\sqrt{m(p)-z}\right)^n,$$

бу ерда

$$c_{-1}(p) = \pi\varphi^2(q_0(p))J(q_0(p)).$$

Натижа 3. $d = 1$ ва $\varphi(q_0(p)) = 0,\ p \in U_\delta(0)$ бўлсин. У ҳолда ихтиёрий $\mu > 0$ ва етарлича кичик $m(p) - z > 0$ ларда $\Delta(\mu, p;\cdot)$ функция қуйидаги яқинлашувчи қаторга ёйилади:

$$\Delta(\mu, p; z) = 1 - \mu \sum_{n=0}^{\infty} c_n(p) \left(\sqrt{m(p) - z}\right)^n,\ c_0(p) = \frac{1}{\mu_1(p)} > 0, \qquad (2)$$

3.2 бўлимда бир ўлчамли ҳолда $H_\mu(p)$ операторнинг хос қиймат мавжудлик шартлари топилган. Хос қийматга мос хос функциянинг аниқ кўриниши келтирилган.

Теорема 4. $d = 1$ бўлсин. У ҳолда барча $p \in U_\delta(0)$лар учун қуйидаги тасдиқлар ўринли:

1. Агар $\mu > \mu_1(p)$ бўлса у ҳолда $H_\mu(p)$ оператор муҳим спектрдан чапда ётувчи ягона $E(\mu, p)$ хос қийматга эга. $E(\cdot, p)$ функция $(\mu_1(p), +\infty)$ да монотон камаювчи, аналитик функция ҳамда $E(\mu, \cdot)$ функция $U_\delta(0)$ да ҳақиқий аналитик функция бўлади. Бу хос қийматга мос хос функция

$$\Psi(\mu; p, q, E(\mu, p)) = \frac{C\mu\varphi(q)}{w_p(q) - E(\mu, p)}$$

T^1 да аниқланган ҳақиқий аналитик функция бўлади, бу ерда $C \neq 0$ нормалловчи кўпайтма. Бундан ташқари

$$\Psi : U_\delta(0) \to L^2(T^1), \quad p \mapsto \Psi(\mu; p, q, E(\mu, p)) \in L^2(T^1)$$

ва

$$\Psi : (\mu_1(p), +\infty) \to L^2(T^1), \quad \mu \mapsto \Psi(\mu; p, q, E(\mu, p)) \in L^2(T^1)$$

акслантиришлар мос равишда $U_\delta(0)$ ва $(\mu_1(p), +\infty)$ да аналитик функция бўлади.

2. Агар $\varphi(q_0(p)) = 0$ ва $0 < \mu < \mu_1(p)$ бўлса у ҳолда $H_\mu(p)$ оператор $(-\infty, m(p)]$ да хос қийматга эга бўлмайди.

3.3 бўлимда бир ўлчамли ҳолда $H_\mu(p),\ p \in U_\delta(0)$ операторнинг $E(\mu, p)$ хос қиймати учун $\mu = \mu_1(p)$ нуқтада ёйилма олинаган. Бундан ташқари $E(\mu, p)$ хос қиймат учун $\mu \to \infty$ даги асимптотик формуласи топилган.

Теорема 5. $d = 1$ ва $p \in U_\delta(0)$ бўлсин. У ҳолда агар μ параметр $\mu_1(p)$ га интилса у ҳолда $E(\mu, p)$ муҳим спектр туби $m(p)$ га интилади ва аксинча $E(\mu, p)$ муҳим спектр туби $m(p)$га интилса μ параметр $\mu_1(p)$ га интилади. Бундан ташқари етарлича кичик $\mu - \mu_1(p)$ ларда $E(\mu, p)$ хос қиймат учун қуйидаги яқинлашувчи ёйилма ўринли:

1. Агар $\varphi(q_0(p)) \neq 0$ бўлса у ҳолда $E(\mu, p)$ қуйидаги қаторга ёйилади

$$E(\mu,p)=m(p)-\left(\sum_{n=1}^{\infty}a_n(p)\mu^n\right)^2,$$

бунда $a_n(p), n=1,2,\ldots$ ҳақиқий сонлар ва

$$a_1(p)=\pi\varphi^2(q_0(p))J(q_0(p))>0.$$

2. Агар $\varphi(q_0(p))=0$ ва (2) ёйилманинг $c_1(p),c_2(p),\ldots$ коэффициентлари $c_1(p)=c_2(p)=\ldots=c_{k-1}(p)=0, c_k(p)\neq 0, k=1,2,..,$ шартни қаноатлантирса, у ҳолда $E(\mu,p), \mu=\mu_1(p)$ нуқта атрофида қуйидаги Пюзе қаторига ёйилади.

$$E(\mu,p)=m(p)-\left(\sum_{n=1}^{\infty}a_n(p)[\mu-\mu_1(p)]^{n/k}\right)^2,$$

бунда $a_n(p), n=1,2,\ldots$ ҳақиқий сонлар ва

$$a_1(p)=\left[-\mu_1^2(p)c_k(p)\right]^{-1/k},\ c_k(p)<0\,[\mu-\mu_1(p)]^{1/k}>0,\ \mu-\mu_1(p)>0.$$

Натижа 4. $d=1$ ва $p\in U_\delta(0)$ бўлсин. У ҳолда $H_\mu(p)$ операторнинг $E(\mu,p)$ хос қиймати учун қуйидаги асимптотик формулалар ўринли:

1. $\varphi(q_0(p))\neq 0$ бўлсин у ҳолда

$$E(\mu,p)=m(p)-[\pi\varphi^2(q_0(p))J(q_0(p))]^2\mu^2+O(\mu^3),\ \mu\to 0$$

2. $\varphi(q_0(p))=0$ ва (2) ёйилманинг коэффициентлари $c_1(p),c_2(p),\ldots$ учун қуйидаги

$$c_1(p)=c_2(p)=\ldots=c_{k-1}(p)=0, c_k(p)\neq 0,\ k=1,2,\ldots.$$

муносабат ўринли бўлса у ҳолда

$$E(\mu,p)=m(p)-\left[-\mu_1^2(p)c_k(p)\right]^{-2/k}[\mu-\mu_1(p)]^{2/k}+O([\mu-\mu_1(p)]^{3/k}),\mu\to\mu_1(p)$$

бунда $c_k(p)<0.$

Қуйидаги теоремада $E(\mu,p)$ хос қиймат учун $\mu\to+\infty$ бўлганда асимптотик формулага эга бўламиз.

Теорема 6. $d=1$ ва $p\in U_\delta(0)$ бўлсин. У ҳолда $E(\mu,p)$ учун қуйидаги асимптотик формула ўринли

$$E(\mu,p)=-\|\varphi\|^2\mu+E^{(1)}(\mu,p),\quad \mu\to+\infty,$$

бунда $E^{(1)}(\mu,p)=O(1),\quad \mu\to+\infty.$

Натижа 5. $p\in U_\delta(0)$ бўлсин. У ҳолда қуйидаги асимптотика ўринли

$$\inf_p E(\mu,p)=-\|\varphi\|^2\mu+E^{(2)}(\mu),\quad \mu\to+\infty,$$

бунда $E^{(2)}(\mu)=O(1),\quad \mu\to+\infty.$

Хулоса

Диссертация иши умумлашган Фридрихс модели хос қиймати учун ёйилма мавзусига бағишланган. Бир ва икки ўлчамли ҳолда қўзғалишининг ранги бирга тенг бўлган умумлашган Фридрихс модели спектрал хоссалари ўрганилган.

Асосий натижалар қуйидагилардан иборат:

1. Қўзғалишининг ранги бирга тенг бўлган умумлашган Фридрихс моделининг хос қиймати мавжудлик шарти келтирилган.
2. Хос қийматнинг аналитик эканлиги исботланган.
3. Хос қийматга мос хос функциянинг умумий кўриниши аниқланган ва унинг аналитиклиги исботланган.
3. Муҳим спектр тубининг хос қиймат ёки виртуал сатҳ бўлиш шартлари топилган. Мос равишда бу хос қиймат ва виртуал сатҳга мос хос функция ва виртуал ҳолатни аниқ кўриниши келтирилган.
4. Хос қиймат учун ўзаро таъсир доимийсининг бўсаға қиймати атрофида яқинлашувчи ёйилмалар топилган ва бу ёйилма ёрдамида асимптотик формулалар ҳосил қилинган.
5. Хос қийматнинг ўзаро таъсир доимийси чексизга интилгандаги асипмтотик формуласи топилган

Олинган натижалар қаттиқ жисмлар физикаси ва квант механикасида экспериментал тадқиқотларнинг сифат кўрсаткичини аниқлашда ҳамда математик физикада қўлланилиши мумкин.

SCIENTIFIC COUNCIL AWARDING SCIENTIFIC DEGREE DOCTOR OF PHILOSOPHY (PhD) PhD.27.06.2017.FM.02.01

SAMARKAND STATE UNIVERSITY

KURBANOV SHAKHZOD KHABIBULLAYEVICH

AN EXPANSION FOR EIGENVALUE OF THE GENERALIZED FRIEDRICHS MODEL

01.01.01– Mathematical analysis

ABSTRACT OF DISSERTATION OF THE DOCTOR OF PHILOSOPHY (PhD) ON PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

Samarkand – 2018

The theme of dissertation of doctor of philosophy (PhD) on physical and mathematical sciences was registered at the Supreme Attestation Commission at the Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan under number B2017.4.PhD/FM147.

Dissertation has been prepared at Samarkand State University.

The abstract of the dissertation is posted in three languages (uzbek, russian, english (resume)) on the website (www.samdu.uz) and the "Ziyonet" Information and educational portal (www.ziyonet.uz).

Scientific supervisor:	**Lakaev Saidahmat Norjigitovich** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Academician
Official opponents:	**Ashurov Ravshan Rajabovich** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor
	Urozbaev Gayrat Urazalievich Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor
Leading organization:	**Navoiy state pedagogical institute**

Defense will take place «____» _____________2018 at _____ at the meeting of Scientific Council number PhD.27.06.2017.FM.02.01at Samarkand State University. (Address: University Boulevard 15, Samarkand, 140104, Uzbekistan, Ph.: (+99866) 231-06-32, fax: (+99866) 235-19-38, e-mail: patent@samdu.uz).

Dissertation is possible to review in Information-resource centre at Samarkand State University (is registered №____) (Address: University Boulevard 15, Samarkand, 140104, Uzbekistan, Ph.: (+99866) 231-06-32).

Abstract of dissertation sent out on «____» _______________2018 year

(Mailing report № ___________on «____» _______________2018 year)

A.S. Soleev
Chairman of scientific council on award of scientific degrees, D.F.-M.S., professor

I.A. Ikromov
Scientific secretary of scientific council on award of scientific degrees, D.F.-M.S.

I.A. Ikromov
Acting Scientific secretary of scientific council on award of scientific degrees, D.F.-M.S. professor

INTRODUCTION (abstract of PhD thesis)

Actuality and demand of the theme of dissertation. Many scientific and applied research conducted on a global level show that everywhere in physics stable complex objects are usually formed as a result of action of attractive forces that allow the component parts to reduce the energy in their binding. However, recent years scientists have proved that in the ordered medium stable complex objects can exist even in the case of repulsive interactions. Bose-Hubbard model is used to describe the repulsive pairs, i.e. Schrödinger operator on a lattice is the theoretical basis of experimental observations and theoretical basis for the application. Therefore, the development of research of Schrödinger operators corresponding Hamiltonians of the systems of particles on a lattice which is reduced tothe generalized Friedrichs models that are found in models of solid state physics and lattice field theory is one of the priorities.

At the present time in the world one of the important problems of mathematical analysis is the problem of studying the spectrum and resonances of self-adjoint operators. These problems have a close connection with the study of the spectrum and resonances of the generalized Friedrichs model corresponding to a system of two particles on a lattice. In most cases the numerous problems of mathematical physics and mechanics, in particular, the investigation of the spectral properties of the Schrödinger operator associated to asystem of two particles reduce to study the spectrum of the generalized Friedrichs models which are defined as self-adjoint bounded operator. In this connection, to describe the essential spectrum of the generalized Friedrichs model corresponding to a system of two particles, to study the existence and number of eigenvalues depending on parameters and depending on the dimension of the space are implementation of targeted scientific research.

In our country much attention has been paid to directions of applied importance, in particular, special attention was paid to the study of generalized Friedrichs model which generalizes the Schrödinger operators corresponding Hamiltonians of the systems of two particles. For the Schrödinger operators and generalized Friedrichs model a number of results were achieved in determining the conditions for the existence of bound states which is located outside of the essential spectrum and for their number. The priority area of activity and the main task is the conduct of research in the main areas of such sciences as mathematics, physics, applied mathematics, in accordance with world standards[2]. The development of quantum field theory and the spectral theory of linear operators, in particular, the study of the spectral properties of the generalized Friedrichs model play an important role in the execution of the resolution.

This dissertation, to some extent, serves the tasks specified in the Decrees of the President of the Republic of Uzbekistan № DP-436 dated August 7, 2006 "On Measures for Improving the Coordination and Management of the Development of

[2]Desision of the Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan of May 18, 2017 No. 292 «On measures to organize the activities of the newly established scientific research institutions of the Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan»

Science and Technology" and №DP-916 dated July 15, 2008 "Encouraging the introduction of innovative projects and technologies in production ", №DP -2789 dated February 17, 2017 "On measures to further improve the organization, management and financing of research activities and activities of the Academy of Sciences " and №DP -4947 dated February 8, 2017 "On strategy actions for the further development of the Republic of Uzbekistan ", as well as in other normative-legal acts on this activity.

Dependence of research to priority directions of development of science and technologies of the republic. This study was performed in accordance with the Republic of Uzbekistan IV priority areas of science and technology "Mathematics, Mechanics and Computer Science".

The degree of scrutiny of the problem. First K.O.Friedrichs was introduced as a model of perturbation theory of self-adjoint operators, themultiplication operator by an independent variable, and as a perturbation the integral operator was considered. Later this model called the perturbation theory of the continuous spectrum.

In the works of soviet scientists Ladyzhenskaya O.A. and Faddeev L.D. this operator was called the Friedrichs model and the problem of studying the Schrödinger operator was reduced to the problem of studying the Friedrichs model.

The generalized Friedrichs model was introduced by S.N.Lakaev, in case, the multiplicity of the continuous spectrum was non-constant. Spectral properties, i.e. continuous spectrum, eigenvalues and resonances, the appearance and absorption of eigenvalues, and the finiteness of the number of eigenvalues of this model, was studied in the works of R.A.Minlos, S.N.Lakaev, Zh.I.Abdullaev, S.A.Stepen, C.Albeverio, E.L.Lakshtanova, E.R.Akchurin, I.A.Ikromov, F.Sharipov and M.E. Muminov.

In the works of S.N.Lakaev, Zh.I.Abdullaev, the finiteness of the number of eigenvalues and the resonances of the generalized Friedrichs model of no more than two particles are proved.

The spectral properties of the non-self-adjoint Friedrichs model are studied in the works of S.A.Stepen and M.E.Muminov, in particular, the conditions of the finiteness of the number of eigenvalues are established.

In works of I.A.Ikromov and F.Sharipov the finiteness of the discrete spectrum of the generalized Friedrichs model is proved.

At present, the development of the study of the spectral properties of the generalized Friedrichs model is one of the essential tasks.

The connection of the topic of the dissertation with the research work of the higher educational institution, in which the dissertation is carried out.

The dissertation work is done in accordance with the planned theme of scientific research “The expansions for eigenvalues and resonances of the discrete Shrödinger operators and Friedrichs models”(YoF4-QX-0-18588 YoF4, Samarkand State University, 2014-2016).

The aim of the research is to show the existence of eigenvalues and to obtain the convergent expansions for these eigenvalues of the generalized Friedrichs model with the perturbation of rank one.

Research tasks:

to define the location of the essential spectrum of the generalized Friedrichs model with the perturbation of rank one;

to find the conditions for existance of eigenvalues of the generalized Friedrichs model with the perturbation of rank one in the one and two-dimensional cases;

to find the explicit form and to study the properties of the corresponding eigenfunction;

to define a criterion, for being the bottom of the essential spectrum a virtual level or eigenvalue of the generalized Friedrichs model with the perturbation of rank in the two-dimensional case;

to find the expansion for eigenvalue at the neigborhood of coupling constant of the generalized Friedrichs model with the perturbation of rank one in the one and two-dimensional cases;

to obtain an asymptotic formula for eigenvalue as interaction energy tends to infinity.

The research object. The Friedrichs model associated to a system of two identical particles on lattice.

The research subject. Spectral study of the generalized Friedrichs model with the perturbation of rank one.

Spectral study of two-particle Schrödinger operators associated to systems of two arbitrary particles on lattice.

Research methods. In the research used the general methods of mathematical analysis, mathematical physics and functional analysis, as well as the theory of complex analysis.

The scientific novelty of the research is as follows:

the location of the essential spectrum of the generalized Friedrichs model with the perturbation of rank is defined;

the conditions for existence of eigenvalues lying bellow the essential spectrum of the generalized Friedrichs model with the perturbation of rank one in the one and two-dimensional cases are found;

the properties of the corresponding eigenfunction are studied;

a criterion, for being the bottom of the essential spectrum a virtual level or virtual state of the generalized Friedrichs model with the perturbation of rank in the two-dimensional cases is given;

obtained and the explicit forms of the corresponding eigenfunction and virtual state are found respectively;

the expansions for eigenvalue at the neighborhood of coupling constant of the generalized Friedrichs model with the perturbation of rank one in the one and two-dimensional cases are found;

an asymptotic formula for eigenvalue as interaction energy tends to infinity is obtained.

Practical results of the research consists in the possibility of using the findings of the analyticity of bound states of the generalized Friedrichs model in the study of qualitative properties of experimental observations and numerical calculations in solid state physics and quantum mechanics.

The reliability of the results of the research based on using the methods of mathematical analysis, mathematical physics, functional analysis and complex analysis, as well as the rigor of mathematical reasoning.

The scientific and practical significance of the research results. The scientific value of the results of the study lies in the fact that they can be used in the spectral theory of self-adjoint operators, quantum mechanics, solid state physics, quantum field theory, in particular, solutions of problems related to the spectrum of Shrödinger operator associated to Hamiltonians of systems of two particles. The practical significance of the dissertation work is determined by the fact that the scientific results obtained in this work can serve as a theoretical basis of experimental observations, carried out in solid-state physics and quantum mechanics.

Implementation of the research results. Based on the results of the discrete spectrum of the generalized Friedrichs model, associated to a system of two identical particles on a lattice:

the spectral properties of the generalized Friedrichs model with the perturbation of rank one, i.e. the analyticity and location of eigenvalue are used in scientific research QJ130000.2626.14J72 to investigate the spectral properties of the three-particle Shrödinger operator on diamond lattice(certificate of Malaysian University of Technology, December 19, 2017). Using scientific result enabled to prove the increasing of Fredholm determinant associated to the three-particle Shrödinger operator bellow the its essential spectrum;

in scientific research QJ130000.2626.14J72 using the existence of a unique eigenvalue of the generalized Friedrichs model with the perturbation of rank one it is proved the existence of eigenvalue lying bellow the essential spectrum of the three-particle Shrödinger operator on diamond lattice (certificate of Malaysian University of Technology, December 19, 2017). Using scientific result enabled to show the finiteness of the discrete spectrum lying out of the essential spectrum of the three-particle Shrödinger operator on diamond lattice;

in one dimensional case the existence of eigenvalue and the expansion for eigenvalue of the generalized Friedrichs model with the perturbation of rank one are used in scientific research QJ130000.2626.14J72 to investigate the main properties of eigenvalue of the three-particle Shrödinger operator on diamond lattice(certificate of Malaysian University of Technology, December 19, 2017). Using scientific result enabled to prove the monotonicity of eigenvalue lying outside the essential spectrum of the three-particle Shrödinger operator on diamond lattice.

Approbation of the research results. The results of this research were discussed at 20 international and republican conferences, in particular, at 8 international and 12 republican scientific and practical conferences.

Publications of the research results. 25 scientific works were published on the topic of the dissertation, 5 of them are published in journals included in the list of scientific publications proposed by the Higher Attestation Commission of the Republic of Uzbekistan for the protection of doctoral dissertations, including 2 published in foreign and 3 in national scientific journals.

The volume and structure of the dissertation. The dissertation work consists of an introduction, three chapters, conclusion and bibliography. The volume of the thesis is 85 pages.

MAIN CONTENT OF DISSERTATION

In the introduction is given the actuality and relevance of the thesis topics, determined the appropriate research priority areas of science and technology of the Republic, presented a review of international research on the theme of the dissertation and the degree of scrutiny of the problem, formulated goals and objectives, identified the object and subject of study, scientific novelty and practical results of the research are stated, revealed the theoretical and practical importance of the obtained results, information on the implementation of the research results about the published works and the structure of dissertation are given.

In the first chapter of the dissertation called "**Reduction of the system of Hamiltonians of two particles to thegeneralized Friedrichs model and preliminary informations**" is given basic notions and results including the necessary theorems in order to describe main results.

In Section 1.1 it is defined the Schrödinger operator associated to a system of Hamiltonians of two identical particles in coordinate and momentum representation.

In Section 1.2 it is given the necessary theorems of spectral theory of bounded self-adjoint operators, in particular, the Weyl theorem is given.

In Section 1.3 it is given some consequences of the implicit function theorem

In Section 1.4 it is given the parametric Mors's lemma.

In the second chapter of the dissertation called "**The spectral properties of the generalized Friedrichs model**" is defined the generalized Friedrichs model $H_\mu(p),\ p\in T^d$ with the perturbation of rank one and its essential spectrum is found. In two-dimensional case it is given a condition for existence of eigenvalue and the threshold effect of the operator $H_\mu(p),\ p\in T^2$. It is found an expansion for eigenvalue in some neighborhood of coupling constant. Moreover for eigenvalue it is established an asymptotic formula as interaction energy tends to infinity.

In the third chapter of the dissertation called "**An expansion for eigenvalue of the generalized Friedrichs model with the perturbation of rank one**" is given a condition for existence of eigenvalue of the generalized Friedrichs model with the perturbation of rank one in one dimensional case. It is found a Puiseux-Laurent expansion for eigenvalue in some neighborhood of coupling constant. Moreover in this case for eigenvalue it is also established an asymptotic formula as interaction energy tends to infinity.

Let T^d be the d-dimensional torus and $L^2(T^d)$-be the Hilbert space of square-integrable functions defined on T^d. We consider the generalized Friedrichs model with the perturbation of rank one as follows:

$$H_\mu(p) = H_0(p) - \mu V, \quad \mu > 0,$$
$$H_0(p) f(q) = w_p(q) f(q), \quad f \in L^2(T^d),$$
$$Vf(q) = \varphi(q) \int_{T^d} \varphi(s) f(s) ds, \quad f \in L^2(T^d).$$

Throughout the thesis we assume the following hypothesis.

Hypothesis 1. Let the function $\varphi(\cdot)$ is nontrivial real-analytic function defined on T^d and the function $w(p,q)$ is real-analytic function defined on $(T^d)^2 = T^d \times T^d$ and has a unique non-degenerated minimum at the point $(0,0) \in (T^d)^2$.

By the Hypothesis 1 follows that the operator $H_\mu(p),\ p \in T^d$ is bounded and self-adjoint operator.

Lemma 1. By the conditions which are given to the function $w(p,q)$, there exist such a neighborhood $U_\delta(0) \subset T^d$ of the point $p = 0 \in T^d$ and the analytic function $q_0 : U_\delta(0) \to T^d$ such that for any $p \in U_\delta(0)$ the point $q_0(p)$ is a unique non-degenerated minimum of the function $w_p(\cdot)$.

Since the operator V is positive operator of rank one by the well-known Weyl theorem for the essential spectrum of the operator $H_\mu(p),\ p \in T^d$ the following equality is hold:

$$\sigma_{ess}(H_\mu(p)) = \sigma_{ess}(H_0(p)) = \sigma(H_0(p)) = [m(p), M(p)],$$
$$m(p) = \min_{q \in T^d} w_p(q),\ M(p) = \max_{q \in T^d} w_p(q)$$

Lemma 2. For any $p \in U_\delta(0)$ there exists a map $s = \psi(y,p)$ of the interval $W_\gamma(0) \subset R^d$ to a neighborhood $U(q_0(p))$ of the point $q_0(p) \in T^d$ that in $U(q_0(p))$ the function $w_p(\psi(y,p))$ can be represented as

$$w_p(\psi(y,p)) = m(p) + y^2.$$

Here the function $\psi(y,\cdot)$ (resp. $\psi(\cdot,p)$) is analytic in $U_\delta(0)$ (resp. $W_\gamma(0)$) and $\psi(0,p) = q_0(p)$. Moreover, the Jacobian $J(\psi(y,p))$ of the mapping $s = \psi(y,p)$ is analytic in $W_\gamma(0)$ and positive, i.e. $J(\psi(y,p))>0$ for all $p\in U_\delta(0)$ and $y\in W_\gamma(0)$.

For any $\mu>0$ and $p\in T^d$ we define an analytic function $\Delta(\mu,p;\cdot)$(the Fredholm determinant, associated to theoperator $H_\mu(p)$) in$\mathbf{C}\setminus[m(p);M(p)]$ as follows:

$$\Delta(\mu,p;\cdot)=1-\mu\Omega(p;\cdot),\Omega(p;z)=\int_{T^d}\frac{\varphi^2(s)ds}{w_p(s)-z},\qquad p\in T^d,\quad z\in\mathbf{C}\setminus[m(p);M(p)].$$

Let $d=1,2$. In case $\varphi(q_0(p))=0$, $p\in U_\delta(0)$ the following integral

$$\frac{1}{\mu_d(p)}=\int_{T^d}\frac{\varphi^2(s)ds}{w_p(s)-m(p)}$$

exists and we define $\mu_d(p)=0$ if $\varphi(q_0(p))\neq 0$.

In Section 2.1 it is studied the properties of the Fredholm determinant, associated to the operator $H_\mu(p)$, $p\in T^2$ and it is established its expansion at the neighborhood of the bottom of the essential spectrum.

Lemma 3. Let $d=2$. Then for any $\mu>0, p\in U_\delta(0)$ and sufficiently small $m(p)-z>0$ the function $\Delta(\mu,p;\cdot)$ can be represented as following convergent series.

$$\Delta(\mu,p;z)=1-\mu\alpha_0(p)\ln(m(p)-z)+\frac{\mu}{2}\ln(m(p)-z)\sum_{n=1}^{\infty}\alpha_n(p)(m(p)-z)^n-\mu F(p,z),$$

$$\alpha_0(p)=-\frac{1}{2}\varphi^2(q_0(p))J(q_0(p)),\ F(p,z)=\sum_{n=0}^{\infty}c_n(p)(m(p)-z)^n,\qquad (1)$$

where $\alpha_n(p),c_n(p),n=0,1,2,...$real numbers.

In Section 2.2 it is found the conditions for existance of eigenvalue of the operator $H_\mu(p)$, $p\in T^2$. It is given the main properties of the corresponding eigenfunction. Moreover it is defined the conditions for being the bottom of the essential spectrum a virtual level or eigenvalue of the operator $H_\mu(p)$, $p\in T^2$.

Defenition 1. The number $z=m(p)$ is called a virtual level of the operator $H_\mu(p)$ if the equation $H_\mu(p)f=m(p)f$ has a nontrivial solution $f\in L^1(T^2)\setminus L^2(T^2)$. The corresponding solution f is called a virtual state of the operator $H_\mu(p)$. Where $L^1(T^2)$ is Banach space of absolutely integrable functions defined on T^2.

Theorem 1. Let $d=2$. Then for any $p\in U_\delta(0)$ the following assertion are true:

1. If $\mu>\mu_2(p)$ then the operator $H_\mu(p)$ has a unique eigenvalue $E(\mu,p)$ bellow the essential spectrum. The function $E(\cdot,p)$ is monotonously decreasing analytic function in the interval $(\mu_2(p),+\infty)$ and the function $E(\mu,\cdot)$ is real-analytic in $U_\delta(0)$. The corresponding eigenfunction

$$\Psi(\mu; p, q, E(\mu, p)) = \frac{C\mu\varphi(q)}{w_p(q) - E(\mu, p)}$$

is analytic on T^2, where $C \neq 0$ normalization factor. Moreover the mappings

$$\Psi : U_\delta(0) \to L^2(T^2), \quad p \mapsto \Psi(\mu; p, q, E(\mu, p)) \in L^2(T^2)$$

and

$$\Psi : (\mu_2(p), +\infty) \to L^2(T^2), \quad \mu \mapsto \Psi(\mu; p, q, E(\mu, p)) \in L^2(T^2)$$

are vector-valued analytic functions in $U_\delta(0)$ and $(\mu_2(p), +\infty)$ respevtively.

2. If $\varphi(q_0(p)) = 0$ and $0 < \mu < \mu_2(p)$, then the operator $H_\mu(p)$ has none eigenvalue in $(-\infty, m(p)]$.

3. If $\varphi(q_0(p)) = 0, \nabla\varphi(q_0(p)) = \left(\frac{\partial\varphi}{\partial q_1}(q_0(p)), \frac{\partial\varphi}{\partial q_2}(q_0(p))\right) \neq 0$ and $\mu = \mu_2(p)$, then the number $z = m(p)$ is a virtual level of the operator $H_{\mu_2(p)}(p)$ and the corresponding virtual state is of the form

$$f(q) = \frac{C\mu_2(p)\varphi(q)}{w_p(q) - m(p)},$$

where $C \neq 0$ is normalizing constant and $f \in L^1(T^2) \setminus L^2(T^2)$.

4. If $\varphi(q_0(p)) = 0, \nabla\varphi(q_0(p)) = \left(\frac{\partial\varphi}{\partial q_1}(q_0(p)), \frac{\partial\varphi}{\partial q_2}(q_0(p))\right) = 0$ and $\mu = \mu_2(p)$, then the number $z = m(p)$ is an eigenvalue of the operator $H_{\mu_2(p)}(p)$ and the corresponding eigenfunction has the form

$$f(q) = \frac{C\mu_2(p)\varphi(q)}{w_p(q) - m(p)} \in L^2(T^2),$$

where $C \neq 0$ is normalizing constant.

Remark 1. Since the operator V is positive, the operator $H_\mu(p)$ has no eigenvalue upper $M(p)$.

In Section 2.3 in two dimentional case it is found en expansion for eigenvalue $E(\mu, p)$ of the operator $H_\mu(p),\ p \in U_\delta(0)$ at the point $\mu = \mu_2(p)$.

Theorem 2. Let $d = 2$ and $p \in U_\delta(0)$. Then if μ tends to $\mu_2(p)$ then the eigenvalue $E(\mu, p)$ tends to the threshold $m(p)$ and if eigenvalue $E(\mu, p)$ tends to the threshold $m(p)$ then μ teds to $\mu_2(p)$. Moreover if $\varphi(q_0(p)) \neq 0$ for sufficiently small $\mu - \mu_2(p)$ for eigenvalue $E(\mu, p)$ the following expansion is true:

$$m(p) - E(\mu, p) = \sigma a(p) + \sum_{n \geq 1, s \geq 0, n+s > 1} c(m, n)(p)\sigma^n \tau^s$$

$$\sigma = \exp\{(\alpha_0(p)\mu)^{-1}\}, \quad \tau = \frac{1}{\mu}\exp\{(\alpha_0(p)\mu)^{-1}\},$$

where $c(n,m), m,n = 1,2,...$- real numbers with

$$a(p) = \exp\{-c_0(p)/\alpha_0(p)\}, \quad \alpha_0(p) = -1/2\varphi^2(q_0(p))J(q_0(p)) < 0,$$

where $c_0(p)$ is the cofficient which is defined in (1).

Corollary 1. Let $p \in U_\delta(0)$, then if $\varphi(q_0(p)) \neq 0$ for eigenvalue $E(\mu, p)$ of the operator $H_\mu(p)$ the folloving asymptotics is true :

$$E(\mu, p) = m(p) - \exp\{-c_0(p)/\alpha_0(p)\}\sigma + O(\sigma\tau), \ \mu \to 0+0.$$

Theorem 3. Let $d = 2$ and $p \in U_\delta(0)$. Then the function $E(\mu, p)$ has the asymptotics

$$E(\mu, p) = -\|\varphi\|^2 \ \mu + E^{(1)}(\mu, p), \quad \mu \to +\infty,$$

where $E^{(1)}(\mu, p) = O(1)$ is uniformly in $p \in U_\delta(0)$ as $\mu \to +\infty$.

Corollary 2. Let $p \in U_\delta(0)$. Then the following asymptotics is true:

$$\inf_p E(\mu, p) = -\|\varphi\|^2 \ \mu + E^{(2)}(\mu), \ \ \mu \to +\infty,$$

where $E^{(2)}(\mu) = O(1)$, $\mu \to +\infty$.

In Section 3.1 it is studied the properties of the Fredholm determinant, associated to the operator $H_\mu(p)$, $p \in T^1$ and it is found its expansion at the neighborhood of the bottom of the essential spectrum.

Lemma 4. Let $d = 1$. Then for any $\mu > 0$, $p \in U_\delta(0)$ for sufficiently small $m(p) - z > 0$ the function $\Delta(\mu, p;\cdot)$ has the following Puiseux-Laurent series expansion:

$$\Delta(\mu, p; z) = 1 - \mu \frac{c_{-1}(p)}{\sqrt{m(p) - z}} - \mu \sum_{n=0}^{\infty} c_n(p)\left(\sqrt{m(p) - z}\right)^n,$$

where

$$c_{-1}(p) = \pi\varphi^2(q_0(p))J(q_0(p)).$$

Corollary 3. Let $d = 1$ and $\varphi(q_0(p)) = 0$, $p \in U_\delta(0)$. Then for any $\mu > 0$ and sufficiently small $m(p) - z > 0$ the funcsion $\Delta(\mu, p;\cdot)$ can be represented as the following expansion:

$$\Delta(\mu, p; z) = 1 - \mu \sum_{n=0}^{\infty} c_n(p)\left(\sqrt{m(p) - z}\right)^n, \ c_0(p) = \frac{1}{\mu_1(p)} > 0, \qquad (2)$$

In Section 3.2 it is found the conditions for existance of eigenvalue of the operator $H_\mu(p)$, $p \in T^1$. It is given the properties of the corresponding eigenfunction.

Theorem 4. Let $d = 1$. Then for any $p \in U_\delta(0)$ the following assertions are true:

If $\mu > \mu_1(p)$ then the operator $H_\mu(p)$ has a unique eigenvalue $E(\mu, p)$ bellow the essential spectrum. The function $E(\cdot, p)$ is monotonously decreasing analytic function in the interval $(\mu_1(p), +\infty)$ and the function $E(\mu, \cdot)$ is real-analytic in $U_\delta(0)$. The corresponding eigenfunction

$$\Psi(\mu;p,q,E(\mu,p))=\frac{C\mu\varphi(q)}{w_p(q)-E(\mu,p)}$$

is analytic on T^1, where $C\neq 0$ normalization factor. Moreover the mappings

$$\Psi: U_\delta(0)\to L^2(T^1),\quad p\mapsto \Psi(\mu;p,q,E(\mu,p))\in L^2(T^1)$$

and

$$\Psi: (\mu(p),+\infty)\to L^2(T^1),\quad \mu\mapsto \Psi(\mu;p,q,E(\mu,p))\in L^2(T^1)$$

are vector-valued analytic functions in $U_\delta(0)$ and $(\mu_1(p),+\infty)$ respevtively.

2. If $\varphi(q_0(p))=0$ and $0<\mu<\mu_1(p)$, then the operator $H_\mu(p)$ has none eigenvalue in $(-\infty,m(p)]$.

In section 3.3 in one dimentional case it is obteined an expansion for eigenvalue $E(\mu,p)$ of the operator $H_\mu(p)$, $p\in U_\delta(0)$. Moreover we found an asymptotic formula for $E(\mu,p)$ as $\mu\to\infty$.

Theorem 5. Let $d=1$ and $p\in U_\delta(0)$. Then if μ tends to $\mu_1(p)$ then the eigenvalue $E(\mu,p)$ tends to the threshold $m(p)$ and if eigenvalue $E(\mu,p)$ tends to the threshold $m(p)$ then μ teds to $\mu_1(p)$. Moreover for sufficiently small $\mu-\mu_1(p)$ for eigenvalue $E(\mu,p)$ the following expansions are true:

1. If $\varphi(q_0(p))\neq 0$ then $E(\mu,p)$ can be represented the following convergent series expansion

$$E(\mu,p)=m(p)-\left(\sum_{n=1}^{\infty}a_n(p)\mu^n\right)^2,$$

where $a_n(p), n=1,2,\ldots$ real numbers and

$$a_1(p)=\pi\varphi^2(q_0(p))J(q_0(p))>0.$$

2. If $\varphi(q_0(p))=0$ and for fixed $k\in N$ the coefficients of expansion (2) satisfy the following condition $c_1(p)=c_2(p)=\ldots=c_{k-1}(p)=0, c_k(p)\neq 0$, then for $E(\mu,p)$ the following Puiseuxs series expansion at $\mu=\mu_1(p)$ is true.

$$E(\mu,p)=m(p)-\left(\sum_{n=1}^{\infty}a_n(p)[\mu-\mu_1(p)]^{n/k}\right)^2,$$

where $a_n(p), n=1,2,\ldots$ real numbers and

$$a_1(p)=\left[-\mu_1^2(p)c_k(p)\right]^{-1/k},\ c_k(p)<0, [\mu-\mu_1(p)]^{1/k}>0,\ \mu-\mu_1(p)>0.$$

Corollery 4. Let $d=1$. Assume Hypohesis 1 and $p\in U_\delta(0)$. Then the eigenvalue $E(\mu,p)$ of the operator $H_\mu(p)$ has the following asymptotics:

1. If $\varphi(q_0(p))\neq 0$ then

$$E(\mu,p)=m(p)-[\pi\varphi^2(q_0(p))J(q_0(p))]^2\mu^2+O(\mu^3),\ \mu\to 0$$

2. If $\varphi(q_0(p))=0$ and for fixed $k\in N$ the coefficients of expansion (2) satisfy the following condition $c_1(p)=c_2(p)=\ldots=c_{k-1}(p)=0, c_k(p)\neq 0$ then

$$E(\mu,p)=m(p)-\left[-\mu_1^2(p)c_k(p)\right]^{-2/k}[\mu-\mu_1(p)]^{2/k}+O([\mu-\mu_1(p)]^{3/k}),\ \mu\to\mu_1(p),$$

with $c_k(p)<0$.

In the following theorem we found an asymtotic formula for $E(\mu,p)$ as $\mu\to+\infty$.

Theorem 6. Let $d=1$ and $p\in U_\delta(0)$. Then the function $E(\mu,p)$ has the following asymptotics

$$E(\mu,p)=-\|\varphi\|^2\ \mu+E^{(1)}(\mu,p),\quad \mu\to+\infty,$$

where $E^{(1)}(\mu,p)=O(1)$ uniformly in $p\in U_\delta(0)$ as $\mu\to+\infty$.

Corollary 7. Let $d=1$ and $p\in U_\delta(0)$. Then the following asymptotics is true

$$\inf_p E(\mu,p)=-\|\varphi\|^2\ \mu+E^{(2)}(\mu),\quad \mu\to+\infty,$$

where $E^{(2)}(\mu)=O(1)$, $\mu\to+\infty$.

CONCLUTION

The dissertation is devoted to study the spectral properties, in particular, an expansion for eigenvalue of the generalized Friedrichs model with the perturbation of rank in one and two-dimensional case.

The main results of the research are as follows:

1. It is given the conditions for existence of eigenvalue of the generalized Friedrichs model with the perturbation of rank one.
2. It is proved the analiticity of eigenvalue.
3. The implicit form of the corresponding eigenfunction is found and its analiticity is proved.
3. It is found the condition for being the bottom of the essential spectrum a virtual level or virtual state. The implicit forms of the corresponding eigenfunction and virtual state are found respectevely.
4. It is found the expansions for eigenvalue at the neighborhood of coupling constant and uning these expansions it is obtained the asymptotic formulas;
5. It is obtained an asymptotic formula for eigenvalue as interaction energy tends to infinity.

The obtained results can be used to determine the quality of experimental investigations in mathematical physics, solid state physics and quantum mechanics.

НАУЧНЫЙ СОВЕТ PhD.27.06.2017.FM.02.01 ПО ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ ДОКТОРА ФИЛОСОФИИ (PhD) ПРИ САМАРКАНДСКОМ ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

САМАРКАНДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

КУРБАНОВ ШАХЗОД ХАБИБУЛЛАЕВИЧ

РАЗЛОЖЕНИЕ ДЛЯ СОБСТВЕННОГО ЗНАЧЕНИЯ ОБОБЩЕННОЙ МОДЕЛИ ФРИДРИХСА

01.01.01 – Математический анализ

АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ ДОКТОРА ФИЛОСОФИИ (PhD) ПО ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИМ НАУКАМ

г. Самарканд – 2018 год

Тема диссертации доктора философии (Doctor of Philosophy) по физико-математическим наукам зарегистрирована в Высшей аттестационной ком Кабинете Министров Республики Узбекистан за B2017.4.PhD/FM147.

Диссертация выполнена в Самаркандском государственном университете.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, английский, русский (резюме)) размещен на веб-странице Научного совета (www.samdu.uz) и на Информационно-образовательном портале «Ziyonet» (www.ziyonet.uz).

Научный руководитель:	**Лакаев Саидахмат Норжигитович** доктор физико-математических наук, академик
Официальные оппоненты:	**Ашуров Равшан Ражабович** доктор физико-математических наук
	Уразбаев Гайрат Уразалиевич доктор физико-математических наук
Ведущая организация:	**Наваинский педагогический институт**

Защита диссертации состоится «____» _____________2018 года в ____ часов на заседании Научного совета PhD.27.06.2017.FM.02.01 при Самаркандском государственном университете. (Адрес: 140104, г. Самарканд, Университетский бульвар, 15. Тел.: (99866)231-06-32, факс: (99866) 235-19-38, e-mail: patent@samdu.uz).

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Самаркандского государственном университета (зарегистрирована за №_____). (Адрес: 140104, г. Самарканд, Университетский бульвар, 15. Тел.: (99866)231-06-32, факс: (99866) 235-19-38).

Автореферат диссертации разослан «____» _______________2018 года.

(протокол рассылки №________ от «____» _______________2018 года).

А.С. Солеев
Председатель Научного совета по присуждению ученых степеней, д.ф.-м.н., профессор

А.М. Халхужаев
Ученый секретарь Научного совета по присуждению ученых степеней, д.ф.-м.н.

И.А.Икромов
Заместитель председателя научного семинара при Научном совете по присуждению ученых степеней, д.ф.-м.н.,профессор

ВВЕДЕНИЕ (аннотация диссертации доктора философии(PhD))

Целью исследования является изучение спектральных свойств, в частности изучение существований собственных значений и получить сходящиеся разложения для собственных значений обобщенной модели Фридрихса с возмущением ранга один.

Объект исследования. обобщенная модель Фридрихса, ассоциированной системе двух одинаковых частиц на решетке.

Научная новизна исследования заключается в следующем:

найдено местоположение существенного спектра обобщенной модели Фридрихса с возмущением ранга один;

получено условие существования собственных значений, лежащих левее существенного спектра обобщенной модели Фридрихса с возмущением ранга один в одномерном и двумерном случаях.

изучены некоторые свойства соостветствующей собственной функции;

найдены условия для которых левый край существенного спектра является собственным значением или виртуальным уровнем обобщенной модели Фридрихса с возмущением ранга один в двумерном случае и найден явный вид соответствующей соответственной функции и виртуального состояния, соответственно.

получены разложения для собственного значения обобщенной модели Фридрихса с возмущением ранга один в одномерном и двумерном случае;

найдено асимптотическая формула собственного значения, когда энергия взаимодействия стремится к бесконечности.

Внедрение результатов исследования. Основываясь на результатах дискретного спектра обобщенной модели Фридрихса, ассоциированной системе двух одинаковых частиц на решетке:

Спектральные свойства обобщенной модели Фридрихса с возмущением ранга один, т.е. аналитичность и местопожение собственного значения, использованы в исследованиях зарубежного проекта гранта номером QJ130000.2626.14J72 для исследования спектральных свойств трехчастичного оператора Шредингера на алмазной решетке (справка Малайзийского технологического университета, 19 декабря 2017 года). Применение этих научных результатов дала возможность доказать возрастание определителя Фредгольма, левее существенного спектра трехчастичного оператора Шредингера;

пользуясь существованием единственного собственного значения модели Фридрихса с возмущением ранга один для трехчастичного оператора Шрёдингера в зарубежном проекте гранта номером QJ130000.2626.14J72, доказано существование собственного значения, лежащего левее существенного спектра трехчастичного оператора Шредингера на алмазной решетке (справка Малайзийского технологического университета, 19 декабря 2017 года). Применение этих научных результатов дала возможность показать конечность дискретного спектра, лежащего левее существенного спектра трехчастичного оператора Шредингера на алмазной решетке;

из существования собственного значения и из разложения для собственного значения обобщенной модели Фридрихса с возмущением ранга один в одномерном случае, в зарубежном проекте гранта номером QJ130000.2626.14J72, использованы для изучения основных свойств собственного значения трехчастичного оператора Шредингера на алмазной решетке (справка Малайзийского технологического университета, 19 декабря 2017 года). Применение этих научных результатов дала возможность показать монотонность собственного значения лежащего вне существенного спектра трехчастичного оператора Шредингера на алмазной решетке.

Объём и структура диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка использованной литературы. Объем диссертации составляет 85 страниц.

ЭЪЛОН ҚИЛИНГАН ИШЛАР РЎЙХАТИ
СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ
LIST OF PUBLISHED WORKS

I бўлим (I часть; part I)

1. С.Н.Лакаев, Ш.Х.Курбанов. Существование собственных значений обобщенной модели Фридрихса. //Узбекский Математический Журнал-Ташкент 2012.-№3.-72-86.(01.00.00; №6).
2. S.N.Lakaev, A.Ibrahim, Sh.Kurbanov. Threshold effects for the generalized Friedrichs model with the perturbation of rank one. //Hindawi publishing corporation. Abstract and applied analysis- Volume 2012(2012), Article ID 180953(40. ResearchGate IF=0.78).
3. S.N.Lakaev, M.Darus, Sh.Kurbanov. Puiseux series expansion for an eigenvalue of the generalized Friedrichs model with perturbation of rank 1. //Journal of physics A: mathematical and theoretical-Volume 46. 2013. (41. SCImago IF=1.857)
4. Ш.Курбанов: Спектральные свойства обобщенной модели Фридрихса. //Узбекский Математический Журнал-Ташкент 2015.-№1.-42-54. (01.00.00; №6).
5. Лакаев С.Н., Курбанов Ш.Х. Сходящееся разложения для собственных значений обобщенной модели Фридрихса с возмущением ранга один. //СамДУ-илмий ахборотномаси 2017-№5.-12-17. (01.00.00; №2).

II бўлим (II часть; part II)

6. Sh.Kurbanov. Number of eigenvalues of the family of Friedrichs model under rank one perturbation. //Abstracts of the IV Congress of the Turkic world mathematical society. 1-3 july, Baku-2011.
7. Sh.Kurbanov. Number of eigenvalues of the family of Friedrichs models. //International training seminars on mathematics 3-5 june 2011. Samar-kand.
8. S.N.Lakaev, Sh.H.Kurbanov. Asimptotics of eigenvalues of the generalized Friedrichs model with the perturbation of rank one. //Тезиси докладов республиканской научной копференции с участием зарубежных учёных 12- 14 сентябрь 2012 г, Ташкент.
9. Ш.Курбанов. Разложение определителя Фредгольма в окрестности особой точки. //Тезисы научно-практического семинара 5-6 июля 2012 г.Самарканд.
10. S.N.Lakaev, Sh.H.Kurbanov. Threshold effects for the generalized Friedrichs model with the perturbaition of rank one (one dimensional case). //Актуальные проблемы математического анализа. Ургенч 2012г 9-11 ноябрь.
11. S.N.Lakaev, Sh.H.Kurbanov. Threshold effects for the generalized Friedrichs model with the perturbaition of rank one (two dimensional case).

//Актуальные проблемы математического анализа. Ургенч 2012г 9-11 ноябрь.

12. S.N.Lakaev, Sh.H.Kurbanov. Puiseux series expansion for eigenvalue of the Generalized Friedrichs model with the perturbation of Rank one. //Abstract proceedings. International seminar on mathematics and natural sciences Samarkand. Malaysia. 15-17 august 2013.
13. Sh.Kurbanov. Some consequences of the implicit function theorem. Abstract proceedings. //International seminar on mathematics and natural sciences Samarkand. Malaysia. 15-17 august 2013.
14. Курбанов Ш.Х. Разложение в ряд Пюизо-Лорана решения одного уравнения //Международная конференция. Прикладной и геометрический анализ. Самарканд, Узбекистан, 22-25 сентябрь 2014.
15. S.N.Lakaev, Sh.H.Kurbanov. Convergence expansion for eigenvalie of the Generalized Friedrichs model. //Современные методы математической физики и их приложения. Тезисы докладов республиканской конференции с участием зарубежных ученных 15-17 апрель 2015г Ташкент.
16. S.N.Lakaev, Sh.H.Kurbanov. Asymptotics for eigenvalue ofthe Generalized Friedrichs model under rank one perturbation. //Современные методы математической физики и их приложения. Тезисы докладов республиканской конференции с участием зарубежных ученных. 15-17 апрель 2015г Ташкент.
17. Sh.H.Kurbanov. The expansion for eigenvalue of the Generalized Friedrichs model. //Matematika va uni zamonaviy pedagogik texnologiyalar yordamida o'qitish muammolari. Respublika ilmiy-amaliy konferensiya materiallari (Navoiy 25-aprel 2015).
18. Sh.Kurbanov. Asymptotic expansion for an eigenvalue of the Generalized Friedrichs model under rank one perturbation. //Mixed type equations and related problems of analysis and informatics. III-International Russian-Khazakh Symposium 3-7 december Кабардино-Балгаская Республика 2015.
19. Sh.Kurbanov. The spectral properties of the Friedrichs model. // Mixed type equations and related problems of analysis and informatics. III-International Russian-Khazakh Symposium 3-7 december Кабардино-Балгаская Республика 2015.
20. Sh.H.Kurbanov. Some spectral properties of the generalized Friedrichs model. //Matematik fizika va zamonaviy analizning turdosh masalalari respublika ilmiy-amaliy anjumani. 26-bet (Buxoro 26-27 noyabr 2015 y).
21. Sh.H.Kurbanov. The discrete spektrum of the generalized Friedrichs model under rank one perturbation. //Matematik fizika va zamonaviy analizning turdosh masalalari respublika ilmiy-amaliy anjumani. 26-bet (Buxoro 26-27 noyabr 2015 y).
22. Sh.H.Kurbanov. The convergence expansion for bound state of the generalized Friedrichs with the perturbation of rank one. //Актуальные

вопросы анализа материалы научной конференции, 22-23 апрель, Карши 2016.
23. Kurbanov Sh.H. The number of eigenvalues of the generalized Friedrichs model //Problems of modern topology and its applications. Abstracts of the conference. 5-6 may. Tashkent-2016.
24. S.N.Lakaev, Sh.H.Kurbanov. Asymptotics for eigenvalue of the Generalized Friedrichs model with the perturbation of rank one. //Математиканинг долзарб муаммолари республика илмий амалий анжумани. Андижон 17 май 2016 йил.
25. S.N.Lakaev, Sh.H.Kurbanov. Threshold effect for the Generalized Friedrichs model with the perturbation of rank. //Analysis and Mathematical Physics, august 8-12, Urgench, Uzbekistan.

Автореферат СамДУ илмий ахборотномаси тахриридан ўтказилди. Ўзбекча, русча ва инглизча матнлар бир-бирига мос келади.

Бош мухаррир ўринбосари: доц.Ҳ.Хушвақтов