

Сужение ядра Мартинелли-Бохнера в полупространстве.

Рассмотрим двухмерное комплексное пространство \square^2 точками которого являются $z = (z_1, z_2)$.

Если $z, w \in \square^2$, то $\langle z, \bar{w} \rangle = z_1 \bar{w}_1 + z_2 \bar{w}_2$, и $|z| = \sqrt{\langle z, \bar{z} \rangle}$, где $\bar{z} = (\bar{z}_1, \bar{z}_2)$. Если точка $z \in \square^2$ то $\operatorname{Re} z = (\operatorname{Re} z_1, \operatorname{Re} z_2) \in \square^2$, $\operatorname{Im} z = (\operatorname{Im} z_1, \operatorname{Im} z_2) \in \square^2$, а $\operatorname{Im} z_j = y_j$, т.е. $z_j = x_j + iy_j$ $j = 1, 2$. Отсюда $\square^2 \cong \square^4$.

Ориентация \square^2 определяется порядком координат: (x_1, x_2, y_1, y_2) . Таким образом, форма объема dv имеет вид: $dz = dz_1 \wedge dz_2$.

Рассмотрим верхнее полупространство

$$\square^2_+ = \{(z_1, z_2) \in \square^2 : \operatorname{Im} z_2 > 0\},$$

граница которого

$$\partial \square^2_+ = \{(z_1, z_2) \in \square^2 : \operatorname{Im} z_2 = 0\}.$$

Рассмотрим в \square^2 внешнюю дифференциальную форму $U(\zeta, z)$ типа (3,2) вида

$$U(\zeta, z) = \frac{1}{(2\pi i)^2} \left[\frac{\bar{\zeta}_1 - \bar{z}_1}{|\zeta - z|^4} d\bar{\zeta}_2 \wedge d\zeta_1 \wedge d\zeta_2 - \frac{\bar{\zeta}_2 - \bar{z}_2}{|\zeta - z|^4} d\bar{\zeta}_1 \wedge d\zeta_1 \wedge d\zeta_2 \right].$$

В этой работе вычислено сужение ядра оператора Мартиелли-Бохнера в этом полупространстве.

Лемма. Сужение ядра $U(\zeta, z)$ на \square^3 равно

$$\frac{1}{2i} \cdot \frac{(\bar{\zeta}_2 - \bar{z}_2)}{y_2} P(\zeta, z_1, y_2) dv, \quad z \notin \square^3, \zeta \in \square^3$$

где функция

$$P(\zeta, z_1, y_{n+1}) = \frac{2!}{\pi^3} \cdot \frac{y_2}{\left(|\zeta_1 - z_1|^2 + |\zeta_2 - x_2|^2 + y_2^2 \right)^3}$$

Является ядром Пуассона для полупространства \square^2_+ ,

$$d\zeta = (d\zeta_1, d\zeta_2), \zeta_j = \xi_j + i\eta_j, j = 1, 2, dv = d\xi_1 \wedge d\xi_2 \wedge d\eta_1 \wedge d\eta_2.$$

Литература.

1. Кытманов А.М. Интеграл Бохнера-Мартинелли и его применения. Новосибирск, «Наука» Сиб.отделение, 1992г.
2. Худойбергенов Г.Х. Рустамова М.С. О свойствах оператора Мартинелли-Бохнера в полупространстве. Журнал Сибирского Федерального Университета. Серия математики и физики.-Краснаярс, 2008 -№1 -С.94-99.