oʻrganildi [5] va mustaqil ishlarni *Maple* paketida bajarish boʻyich koʻrsatmalar ishlab chiqildi va joriy qilindi [4].

- oliy matematikani oʻqitishni ushbu konsepsiya boʻyicha bosqichma-bosqich amalga oshrishni belgilovchi oʻquv uslubiy majmualar yaratildi.

Adabiyotlar:

1. Karimov I.A. Yuksak ma'naviyat – yengilmas kuch. – T.: "Ma'naviyat", 2008, 173 b.
2. Sh.R.Xurramov, B.Abduraxmonov. Texnika ta'lim muassasalarida matematikani modulli oʻqitishning ayrim jihatlari. / "Akademik Toshmuhammad Niyozovich Qori-Niyoziyning hayoti va ijodi" mavzusidagi chet el olimlari ishtirokida ilmiy-amaliy konferensiya materiallari, T.: 2017.
3. Sh.R. Xurramov. Oliy matematika. Darslik, 1-jild, T.: "Tafakkur", 2018, 448 b.
4. Sh.R. Xurramov va boshqalar. Oliy matematika. Mustaqil ishlarni bajarish boʻyicha uslubiy koʻrsatmalar. 1-3 qismlar, T.: "Oquv-ta'lim metodika", 2018.
5. Sh.R.Xurramov, B.Abduraxmonov, U.A.Shodmonova. Matematika fanini oʻqitishda axborot texnologiyalari matematik paketlaridan foydalanish imkoniyatlari. / "Iqtisodiyot va innovatsion texnologiyalar" ilmiy elektron jurnal, №1, yanvar-fevral, 2018.

УДК: 515.12

О МЕТРИЗУЕМОСТИ ПРОСТРАНСТВА ИДЕМПОТЕНТНЫХ ВЕРОЯТНОСТНЫХ МЕР

ЗАИТОВ А.А., ИШМЕТОВ А.Я. (ТАСИ)

В работе показано, что пространство идемпотентных вероятностных мер, снабженное топологией поточечной сходимости, метризуемо.

Maqolada idempot ehtimollik o`lchovlari fazosi uchun bu fazoda nuqtali yaqinlashish topologiyasini hosil qilgan metrika ko`rsatilgan.

In the present pepper shown space idempotent probability measure generated topology with pointwise topology and metrizable.

Ключевые слова: *идемпотентных вероятностных мер, пространства, метризуемое пространство, компакт, функтор.*

В работе [1] М. Заричный объявил задачу о существовании естественной метризации пространства идемпотентных вероятностных мер. В той же работе был приведен ряд приложений идемпотентных мер в различных отраслях современной науки.

В работах [1] и [2] предложена метрика на пространстве идемпотентных вероятностных мер, определенных на компактах. В данной работе покажем, что модифицируя предложенную в работах [2] и [3] метрику, можно естественным образом метризовать пространство идемпотентных вероятностных мер, определенных на метризуемых тихоновских пространствах.

Пусть $\mathbf{R}$ – поле вещественных чисел и $\mathbf{R}_+$ – полуполе неотрицательных вещественных чисел (относительно обычных операций). Замена переменных $x \mapsto u = h\ln x$, $h > 0$, определяет отображение $\Phi_h : \mathbf{R}_+ \to S = \mathbf{R} \cup \{-\infty\}$. Пусть операции сложения и умножения на S являются образами обычных операций на $\mathbf{R}$ при отображении Φ_h, т. е. $u \oplus_h v = h\ln(\exp(u/h) + \exp(v/h))$, $u \odot v = u + v$, $\mathbf{0} = -\infty = \Phi_h(0)$, $\mathbf{1} = 0 = \Phi_h(1)$. Легко видеть, что при $h \to 0$ имеем $u \oplus_h v \to \max\{u, v\}$. Следовательно, множество S образует полуполе относительно операций $u \oplus v = \max\{u, v\}$ и $u \odot v = u + v$, нуля $\mathbf{0} = -\infty$ и единицы $\mathbf{1} = 0$. Полученное коммутативное полуполе принято обозначать через $\mathbf{R}_{\max}$. Оно идемпотентно. Изложенная конструкция восходит к работе [4] В.П.Маслова. Она называется деквантизацией Маслова.

Пусть X – компакт, $C(X)$ – алгебра всех непрерывных функций, определенных на X, с обычными поточечными алгебраическими операциями и $\sup$-нормой. Следуя [1] вводим следующие операции:

1) $\odot : \mathbf{R} \times C(X) \to C(X)$ по правилу $\odot(\lambda, \varphi) = \lambda \odot \varphi = \varphi + \lambda_X$, где $\varphi \in C(X)$ и λ_X

– постоянная на X функция, принимающая везде значение $\lambda \in \mathbf{R}$;

2) $\oplus : C(X)\times C(X)\to C(X)$ по правилу $\oplus(\varphi,\psi)=\varphi\oplus\psi=\max\{\varphi,\psi\}$, где $\varphi,\psi\in C(X)$.

Определение 1[1]. Функционал $\mu : C(X)\to \mathbf{R}$ называется идемпотентной вероятностной мерой, если он обладает следующими свойствами:

(i) $\mu(\lambda_X)=\lambda$ для любого $\lambda\in\mathbf{R}$;

(ii) $\mu(\lambda\odot\varphi)=\lambda\odot\mu(\varphi)$ для любых $\lambda\in\mathbf{R}$ и $\varphi\in C(X)$;

(iii) $\mu(\varphi\oplus\psi)=\mu(\varphi)\oplus\mu(\psi)$ для любых $\varphi,\psi\in C(X)$.

Число $\mu(\varphi)$ называется интегралом Маслова, соответствующим к μ. Множество всех идемпотентных вероятностных мер на X обозначается [1] через $I(X)$. Всякая идемпотентная вероятностная мера является непрерывной [1]. Следовательно, $I(X)\subset C_p(C(X))\subset \mathbf{R}^{C(X)}$, где $C_p(C(X))$ – пространство всех непрерывных функций на $C(X)$, снабженное топологией поточечной сходимости. Обеспечим $I(X)$ с индуцированной из $C_p(C(X))$ топологией. Базу окрестностей идемпотентной меры $\mu\in I(X)$ относительно этой топологии образуют множества вида

$$\langle\mu;\varphi_1,...,\varphi_k;\varepsilon\rangle=\{\mu'\in I(X):|\mu'(\varphi_i)-\mu(\mu_i)|<\varepsilon, i=1,...,k\},$$

где $\varphi_1,...,\varphi_k\in C(X)$ и $\varepsilon>0$.

Известно [1, предложение 2.3], что для всякого компакта X пространство $I(X)$ также является компактом относительно топологии поточечной сходимости. Пусть $f : X\to Y$ – непрерывное отображение компактов. Тогда естественным образом определяется отображение $I(f): I(X)\to I(Y)$:

$$I(f)(\mu)(\varphi)=\mu(\varphi\circ f).$$

Для идемпотентной вероятностной меры $\mu\in I(X)$ определен её носитель:

$$S\mu := \operatorname{supp}\mu=\cap\{F : F \text{ замкнуто в } X \text{ и } \mu\in I(F)\}.$$

Пусть X тихоновское пространство, βX – его Стоун-Чеховское расширение. Положим

$$I_\beta(X)=\{\mu\in I(\beta X):\operatorname{supp}\mu\subset X\}.$$

Элементы множества $I_\beta(X)$ назовем идемпотентными вероятностными мерами с компактными носителями.

Если $f : X\to Y$ – непрерывное отображение тихоновских пространств, то $I(\beta f)(I_\beta(X))\subset I_\beta(Y)$, где $\beta f:\beta X\to\beta Y$ – продолжение отображения f. Положим

$$I_\beta(f)=I(\beta f)\,|\,I_\beta(X).$$

Операцию I_β можно рассматривать как функтор, действующий в категории $Tych$. Для натурального n положим $I_{\beta,n}(X)=\{\mu\in I_\beta(X):|\operatorname{supp}\mu|\le n\}$. Определим следующее множество

$$I_{\beta,\omega}(X)=\bigcup_{n=1}^{\infty} I_{\beta,n}(X).$$

Предложение 1. Если Y плотно в компакте X, то $I_{\beta,\omega}(Y)$ плотно $I(X)$.

Доказательство. Известно [1], что $I_\omega(X)$ плотно в $I(X)$. Поэтому достаточно проверить, что $I_{\beta,\omega}(Y)$ плотно в $I_\omega(X)$. Возьмем произвольную меру $\mu\in I_\omega(X)$ и ее базисную окрестность $O(\mu;\varphi_1,...,\varphi_k;\varepsilon)$.

Пусть $\mu=\lambda_1\odot\delta_{x_1}\oplus\lambda_2\odot\delta_{x_2}\oplus...\oplus\lambda_s\odot\delta_{x_s}$. Поскольку Y полотно в X, существуют такие точки $y_1,...,y_s$, что $|\varphi_i(x_j)-\varphi_i(y_j)|<\varepsilon$ для всех $i=1,...,k$; $j=1,...,s$. Существуют $\lambda_1',...,\lambda_s'$, что $|\lambda_i-\lambda_j'<\varepsilon|$ для всех $j=1,...,s$ и $\nu=\lambda_1'\odot\delta_{y_1}\oplus\lambda_2'\odot\delta_{y_2}\oplus...\oplus\lambda_s'\odot\delta_{y_s}$. Тогда $\nu\in O(\mu;\varphi_1,...,\varphi_k;\varepsilon)\cap I_{\beta,\omega}(Y)$. Предложение доказано.

Предложение 2. Если Y плотно в тихоновском X, то $I_{\beta,\omega}(Y)$ плотно $I_\beta(X)$.

Доказательство. Пусть bX – произвольное компактное расширение пространства X. Тогда Y, будучи плотным в X, плотно в компакте bX. По предложению 1 множество $I_{\beta,\omega}(Y)$ плотно в компакте $I(bX)$. Но $I_{\beta,\omega}(X) \subset I_\beta(X) \subset I(bX)$. Следовательно, $I_{\beta,\omega}(Y)$ плотно в пространстве $I_\beta(X)$. Предложение доказано.

Следствие 1. Множество $I_{\beta,\omega}(X)$ всюду плотно в $I_\beta(X)$ для любого тихоновского пространства X.

Пусть X – метризуемое тихоновское пространство. ρ_1 – метрика, порождающая топологию на X. Определим метрику $\rho(x,y) = \dfrac{\rho_1(x,y)}{1+\rho_1(x,y)}$ где $x, y \in X$. Тогда $diamX \le 1$.

Пусть μ_1, μ_2 – идемпотентные вероятностные меры с конечными носителями. Тогда они допускают единственные (до перестановки местами) разложения

$$\mu_i = \lambda_{i1} \odot \delta_{x_{i1}} \oplus \ldots \oplus \lambda_{in_i} \odot \delta_{x_{in_i}}, \quad (1)$$

где: $\lambda_{ik} \in \mathbf{R}_{\max}$, $k = 1,\ldots,n_i, \lambda_{i1} \oplus \lambda_{i2} \oplus \ldots \oplus \lambda_{in_i} = \mathbf{1}$ и $\operatorname{supp} \mu_i = \{x_{i1}, x_{i2}, \ldots, x_{in_i}\}$ $i = 1,2$.

Положим

$$\Lambda_{12} = \Lambda(\mu_1, \mu_2) = \{\xi \in I_\beta(X^2) : I(\pi_i)(\xi) = \mu_i,\ i = 1,2\}.$$

Аналогично [3] можно показать, что $\Lambda_{12} \ne \varnothing$.

Так как множество

$$\{|\lambda_{2k} - \lambda_{1j}| \odot \rho(x_{1j}, x_{2k}) : j = 1,\ldots,n_1; k = 1,\ldots,n_2\} \quad (2)$$

конечно, то существует число

$$\min_{\xi \in \Lambda_{12}}\{\bigoplus_{(x_j,x_k) \in S\xi} |\lambda_{2k} - \lambda_{1j}| \odot \rho(x_{1j}, x_{2k})\}.$$

Положим

$$H(\mu_1, \mu_2) = \min_{\xi \in \Lambda_{12}}\{\bigoplus_{(x_j,x_k) \in S\xi} |\lambda_{2k} - \lambda_{1j}| \odot \rho(x_{1j}, x_{2k})\}.$$

Лемма 1. Для произвольной пары $\mu_1, \mu_2 \in I_{\beta,\omega}(X)$ идемпотентных вероятностных мер с разложениями (1) существует идемпотентная вероятностная мера $\xi \in \Lambda_{12}$ такая, что

$$H(\mu_1, \mu_2) = \bigoplus_{(x_j,x_k) \in S\xi} |\lambda_{2k} - \lambda_{1j}| \odot \rho(x_{1j}, x_{2k}).$$

Доказательство вытекает из конечности множества (2).

Легко заметить, что верна следующая.

Лемма 2. Для произвольной пары $\mu_1, \mu_2 \in I_{\beta,\omega}(X)$ идемпотентных вероятностных мер и всякой идемпотентной вероятностной меры $\xi_{12} \in \Lambda_{12}$ имеют место равенства

$$\pi_i(\operatorname{supp}\xi_{12}) = \operatorname{supp}\mu_i, \quad i = 12.$$

Важным утверждением является следующая лемма, доказательство которой требует довольно технические вычисления. С другой стороны, оно проводится аналогично как в случае [3]. Поэтому ее доказательство опускаем.

Лемма 3. Пусть $\mu_1, \mu_2, \mu_3 \in I_{\beta,\omega}(X)$ – произвольная тройка идемпотентных вероятностных мер с разложениями вида (1). Пусть, кроме того, $\xi_{12} \in \Lambda_{12}$ и $\xi_{23} \in \Lambda_{23}$ – удовлетворяющие заключение леммы 1 идемпотентные вероятностные меры. Тогда существует идемпотентная вероятностная мера $\xi_{13} \in \Lambda_{13}$ такая, что

$$S\xi_{13} = \{(x_{1k}, x_{3l}) : \text{ñóù åñòâóåò } m \in \{1,\ldots,n_2\}, \text{÷òî } (x_{1k}, x_{2m}) \in S\xi_{12} \text{ è } (x_{2m}, x_{3l}) \in S\xi_{23}\}.$$

Ключевым результатом является следующая:

Теорема 1. Функция $H: I_{\beta,\omega}(X) \times I_{\beta,\omega}(X) \to \mathbf{R}$ является метрикой.

Доказательство. Очевидно, что $H(\mu_1,\mu_2) \geq 0$ для всех $\mu_1,\mu_2 \in I_{\beta,\omega}(X)$. Пусть $\mu_1 = \mu_2 = \mu$. Предположим, что μ допускает разложение

$$\mu = \lambda_1 \odot \delta_{x_1} \oplus ... \oplus \lambda_n \odot \delta_{x_n}.$$

Тогда идемпотентная вероятностная мера

$$\xi = \lambda_1 \odot \delta_{(x_1,x_1)} \oplus ... \oplus \lambda_n \odot \delta_{(x_n,x_n)} \quad (3)$$

является элементом множества $\Lambda(\mu,\mu)$, и для нее имеем

$$H(\mu,\mu) \leq \bigoplus_{x_j,x_j \in S\xi} \left|\lambda_j - \lambda_j\right| \odot \rho(x_j,x_j) = 0.$$

Следовательно, $H(\mu,\mu) = 0$.

Обратно, пусть $H(\mu_1,\mu_2) = 0$, где μ_1,μ_2 – произвольные идемпотентные вероятностные меры с конечными носителями, допускающие разложения (1). Тогда из построения H вытекает существование идемпотентной вероятностной меры $\xi_{12} \in \Lambda_{12}$ такой, что $S\xi_{12} \subset \Delta(X) \equiv \{(x,x): x \in X\}$. А это возможно лишь тогда, когда $S\mu_1 = S\mu_2$. С другой стороны, опять из построения H вытекает, что $\left|\lambda_{2j} - \lambda_{1j}\right| = 0$ для всех j. Следовательно, $\mu_1 = \mu_2$.

Таким образом, для идемпотентных вероятностных мер с конечными носителями $H(\mu_1,\mu_2) = 0$ тогда и только тогда, когда $\mu_1 = \mu_2$.

Ясно, что H симметрична.

Остаётся показать, что функция H удовлетворяет аксиоме треугольника. Пусть μ_1,μ_2,μ_3 – произвольные идемпотентные вероятностные меры с конечными носителями, допускающие разложения

$$\mu_i = \lambda_{i1} \odot \delta_{x_{i1}} \oplus ... \oplus \lambda_{in_i} \odot \delta_{x_{in_i}}, \ i = 1,2,3.$$

Пусть ξ_{12}, ξ_{13} – существующие согласно лемме 1 идемпотентные вероятностные меры. Тогда согласно лемме 3 существует ξ_{23} такая, что для любой точки $(x_{1j},x_{3l}) \in S\xi_{13}$ существует точка $x_{2k} \in S\mu_2$ такая, что $(x_{1j},x_{2k}) \in S\xi_{12}$ и $(x_{2k},x_{3l}) \in S\xi_{23}$. Так как $\left|\lambda_{3l} - \lambda_{1j}\right| \odot \rho(x_{1j},x_{3l}) \leq \left|\lambda_{2k} - \lambda_{1j}\right| \odot \rho(x_{1j},x_{2k}) + \left|\lambda_{3l} - \lambda_{2k}\right| \odot \rho(x_{2k},x_{3l})$ для всех j,k,l, то $H(\mu_1,\mu_3) \leq H(\mu_1,\mu_2) + H(\mu_2,\mu_3)$ для произвольной тройки μ_1,μ_2,μ_3 идемпотентных вероятностных мер. Теорема доказана.

Для идемпотентных вероятностных мер μ_1,μ_2 с конечными носителями положим

$$\rho_{\beta\omega}(\mu_1,\mu_2) = \min\{diamX, H(\mu_1,\mu_2)\}.$$

Следствие 2. Функция $\rho_{\beta\omega}: I_{\beta,\omega}(X) \times I_{\beta,\omega}(X) \to \mathbf{R}$ является метрикой, причем $diamI_{\beta,\omega}(X) = diamX$.

Следующее утверждение доказывается аналогично компактному случаю [3].

Предложение 3. Метрика $\rho_{\beta\omega}$ порождает на $I_{\beta,\omega}(X)$ топологию поточечной сходимости.

Пусть теперь $\mu,\nu \in I_\beta(X)$ – произвольные идемпотентные вероятностные меры, $\{\mu^{(k)}\} \subset I_{\beta,\omega}(S\mu)$, $\{\nu^{(k)}\} \subset I_{\beta,\omega}(S\nu)$ – последовательности, сходящиеся, соответственно, к μ,ν, в топологии поточечной сходимости. Положим

$$\rho_{I\beta}(\mu,\nu) = \lim_{k\to\infty} \rho_{\beta\omega}(\mu^{(k)},\nu^{(k)}) \quad (3)$$

Основным результатом настоящей роботы является следующая:

Теорема 2. Функция $\rho_{I\beta}: I_\beta(X) \times I_\beta(X) \to \mathbf{R}$ является метрикой на $I_\beta(X)$, порождающей топологию поточечной сходимости.

Доказательство. В силу следствия 1 и предложения 3 метрическое пространство $(I_\beta(X), \rho_{I\beta})$ является пополнением метрического пространства $(I_{\beta,\omega}(X), \rho_{\beta,\omega})$. Поэтому остается заметить, что сходимости по метрике $\rho_{\beta,\omega}$ и по топологии поточечной сходимости последовательностей из $I_{\beta,\omega}(X)$, к элементам из $I_\beta(X)$ совпадают. Теорема доказана.

Литература:
1. M. Zarichnyi. Idempotent probability measures, I. // Arxiv: math. GN/0608754 v 130 Aug 2006.
2. Тожиев И.И. Об одной метрике пространства идемпотентных вероятностных мер. //Узбекский математический журнал. Ташкент. 2010. №4. С. 165-172.
3. Zaitov A.A., Tojiev I.I. On metric of the space of idempotent probability measures // arxiv: 1006.3902 v 2 [math.GN] 15 March 2012.
4. Маслов В.П. Методы операторов. – М. «Мир». 1987.

УДК: 51:72

МАТЕМАТИКА И АРХИТЕКТУРА

АБДУХАЛИКОВА Д.Т. (ТАСИ)

Изучая тему «Математика и архитектура», можно сказать, что математика сыграла большую роль в развитии строительства. Отточенная красота математики прослеживается везде. Благодаря математике, наш окружающий мир совершенствуется и улучшается с каждым днем.

«Математика ва архитектура» мавзусини ўргана туриб, математика қурилишининг ривожланишида катта аҳамият касб этишини кўриш мумкин. Математиканинг мукаммал гўзаллиги ҳамма жойда кузатилади. Математика туфайли бизни қуршаб турган атроф-муҳит кун сайин чирой очиб, янада ривожланмоқда.

Studying "Mathematics and architecture", we can say that mathematics played a big part in the developing of art. Masterpiece beauty of art can be seen everywhere. Thanks to mathematics, our environment develops and upgrades day by day.

Ключевые слова: *деконструкция, дезориентация, постмодернизм, иллюстрация, оформления, симметрия, асимметрия, диссимметрия.*

Понятие «архитектура» имеет несколько смыслов. Архитектура (лат. architectura, от греч. architecton – строитель), искусство проектировать и строить здания и другие сооружения, также их комплексы, создающие материально организованную среду, необходимую для их жизни и деятельности, в соответствии с назначением, современно-техническими возможностями и эстетическими воззрениями общества[1]. Также архитектура является видом искусства, который входит в сферу духовной культуры, эстетически формирует окружение человека, выражает общественные идеи в художественных образах.

Архитектурный стиль, это общность образной системы, средств художественной выразительности, творческих приёмов, обусловленная единством идейно-художественного содержания. Как и другой вид искусства, архитектура подвержена влиянию моды. Стиль того или иного сооружения определяет замыслом либо технологиями, характерными для данной эпохи или культуры [2]. Можно говорить о стиле целых эпох или крупных художественных направлений, которые в течении развития истории сменялись один на другой, каждый раз добавляя что-то новое, либо же кардинально меняя художественное направление. Смешение разнообразных стилей, часто объединённых общим термином «постмодернизм». Школа «хай-ТЭК» допускает использование старых стилей в новых сочетаниях. Школа «деконструкции» делает акцент на эффекте движения и дезориентации путём зонирования пространства или, наоборот, его расширения с помощью нетрадиционного подхода к таким основным элементам, как пол и стены.

Для современной пирамиды потребов ались стальные распорки и более 900 кусков стекла. На этой иллюстрации, мы видим, что в основе сооружения лежит явная геометрическая фигура, такая как пирамида, но каждая сторона, которой разделена на множество частей, представленных в виде ромбов.

Не в каждом стиле было описано присутствие геометрических фигур в сооружениях, но, тем не менее, на нескольких примерах становится совершенно ясно, что без них было бы невозможным что-либо построить. Мы знаем очень много плоских и пространственных фигур, которые иногда называют геометрическими телами. Ни один вообще вид искусства так тесно не связан с геометрией, как архитектура.

Большой вклад внёс знаменитый архитектурный реформатор Ле Корбюзье. Он восторгался «Окружающий нас мир – это