

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O'RTA
MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI

FARG'ONA DAVLAT UNIVERSITETI

Qo'lyozma huquqida

UDK: 519.21

Ikromjonov Oybek Rasuljonovich

**UMUMIY FIZIKA KURSINI O'QITISHDA EXTIMOLLIKLAR NAZARIYASI
FANIDAN FOYDALANISH USLUBLARI**

5A440126 “Fizika o’qitish metodikasi” mutaxassisligi bo’yicha magistr akademik
darajasini olish uchun

MAGISTRLIK DISSERTATSIYASI

Ilmiy raxbar: fizika - matematika fanlari
doktori, professor B. Atakulov

Farg’ona 2011

MUNDARIJA

Kirish.....3

I - Bob. Fizikada ehtimolliklar nazariyasi.

1.1. Molekulyar fizika va ehtimolliklar nazariyasi.....15

1.2. Ehtimolliklar nazariyasidan elementar ma'lumotlar.....20

1.3. Voqealar ustida amallar.....24

1.4. Diskret va uzluksiz tasodif kattaliklar.....29

II - Bob. Statistik taqsimotlar

2.1. Ehtimollikni taqsimot funksiyasi.....34

2.2. Maksvell taqsimoti38

2.3. Broun zarrasini harakati49

2.4. Relaksasiya vaqti55

Xulosalar.....58

Foydalanilgan adabiyotlar.....60

KIRISH

Prezidentimiz I.A. Karimovning "Yuksak ma'naviyat engilmas kuch" asarida quiidagilar belgilab o'tilgan:

Bugun biz tarihi bir davrda - halqimiz o'z oldiga ezgu va ulug' maqsadlar qo'yib, tinch - osoiishta haet kechiraetgan, avvlombor o'z kuch va imkoniyatlariga tayanib, demokratik davlat va fuqarolik jamiyati qurish io'lida ulkan natijalarni qo'lga kiritilaetgan bir zamonda yashamoqdamiz.

Biz o'z taqdirimizni o'z qo'limizga olib, azalii qadriyatlarimizga suyanib, shu bilan birga, taraqqii topgan davlatlar tajribasini hisobga olgan holda, mana shundai olijanob intilishlar bilan yashaetganimiz, halqimiz asrlar davomida orziqib kutgan ozod, erkin va farovon haetni barpo etaetganimiz, bu io'lda erishaetgan yutuqlarimizni halqaro hamjamiyat tan olgani bundai imkoniyatlarning barchasini ainan mustaqillik berganini bugun hammamiz chuqur aniqlaimiz.

Ana shu haqiqatni halqimiz har tomonlama to'g'ri tushunib, tanlagan taraqqiet io'limzni ongli ravishda qabul qilgani va qo'o'llab-quvvatlaetgani oldimizga qo'igan maqsadlarga erishishning asosii manbai va garovi ekanini haetning o'zi tasdiqlamoqda.

Hulosa qilib aitganda, bugungi shiddatli davrda chinakam ma'naviyatli va ma'rifatli odamgina inson qadrini bilishi, o'z millii qadriyatlarini, millii o'zligini anglashi, erkin va ozod jamiyatda yashashi, mustaqil davlatimizning

jaʼon hamjamiyatida oʻziga munosib oʻrin egallashi uchun fidoilik bilan kurasha olishi mumkin.

Agarki mendan, hozirgi kunda maʼnaviyatimizni asrash uchun nima qilish lozim va unga tanqid soladigan hurujlarga nimani qarshi qoʻiish kerak, deb soʻrasa, men avvalombor shu yurtda yashaetgan har qaisi inson oʻzligini anglashi, qadimii tarihimiz va boi madaniyatimiz, ulugʻ ajdodlarimizning merosini chuqurroq oʻzlashtirishi, bugungi tez oʻzgaraetgan haet voqeligiga ongli qarab, mustaqil fikrlashi va dierimizdagi barcha oʻzgarishlarga dahldorlik tuigʻusi bilan yashashi zarur, deb javob bergan boʻlardim. Ishonchim komilki, ana shunday noyob inosniy fazilatlariga, yuksak maʼnaviyatga ega boʻlgan xalq hech kimga hech qachon qaram boʻlmaydi, oʻzining ezgu maqsadlariga albatta yetadi.

Prezidentimiz I. A. Karimov oʻzining «Jaxon moliyaviy - iqtisodiy inqirozi, Oʻzbekiston sharoitida uning bartaraf etishning yoʻllari va choralari» nomli asarida ...biz hozirdanoq taraqqiyotimizning inqirozdan keyingi davri haqida chuqur oʻylashimiz, bu borada uzoq muddatga moʻljallangan dastur ishlab chiqish haqida bosh qotirishimiz kerak. Bu dastur iqtisodiyotimizning asosiy tarmoqlarini modernizatsiya qilish va texnik yangilash, mamlakatimizning yangi marralarini egallashi uchun kuchli turtki kerakligi va jahon bozoriga raqobatbardoshligini taʼminlaydigan zamonaviy innovatsion texnologiyalarni joriy qilish boʻyicha maqsadli loyixalarni uzviy mujassam etishi darkor» deyilgan.

“Dasturga kiritilishi mo'ljallanayotgan bu loyixalar avvalambor yoqilg'i energetika, kimyo, neft gazni qayta ishlash, metallurgiya tarmoqlariga, yengil va to'qimachilik sanoati, qurilish materiallari sanoati, mashinasozlik va boshqa sohalarga tegishlidir.”

“Bugungi kunda iqtisodiyotimizni modernizatsiya qilish, texnik va texnologik yangilash, uning raqobatbardoshligini keskin oshirish, eksport salohiyatini yuksaltirishga qaratilgan muhim ustuvor loyixalarni amalga oshirish bo'yicha dastur ishlab chiqilmoqda.”

O'zbekiston Respublikasida keyingi yillarda amalga oshirilayotgan isloxotlar doirasida ta'lim sohasidagi o'zgarishlar, ayonki yurtimiz taqdiri uchun hal qiluvchi ahamiyatga egadir. Respublikamiz prezidenti I.A. Karimov bu masalaning ustivor ahamiyatini qayd qila turib, “Oliy va o'rta maxsus ta'lim tizimining saviyasini jahon andozalari darajasiga yetkazish, xalq xo'jaligida mutaxassislarga bo'lgan talab va ehtiyojini ilmiy ta'lim asosida aniqlash, xorijiy mamlakatlar tajribasidan oqilona foydalanish, shu kunning dolzarb vazifalaridan degan edi.¹

Yuqorida aytilganlarni amalga oshirish doirasida ta'limni tubdan yaxshilashni, fanlar bo'yicha milliy va maxalliy sharoitlarga mos keladigan hamda malakali mutaxassislarni tayyorlash imkoniyatini beradigan dastur va darsliklar, ta'limning zamonaviy metodlarini ishlab chiqishni talab qiladi.

¹ **И.А. Каримов. «Жахон молиявий - иқтисодий инқирози, О'збекистон шароитида унинг бартараф этишнинг йо'ллари ва чоралари» 2009 й**

Kompyuter texnikasining keng qo'llanilayotganligi, matematik

usullarni inson faoliyatining yangi sohalariga ta'sir etishini tobora ortib borishi, umumiy o'rta ta'lim maktablarida amaliy va xisoblash matematikani o'qitishda yangi uslublar qo'llashni nazarda tutadi.

Ehtimolliklar nazariyasi tasodifiy hodisalarni o'rganuvchi matematikaviy fan sifatida XX asrni o'rtasida zamonaviy tabiatshunoslik va texnikani asosiy matematikaviy usuliga aylangan. Fizika va biologiyani, avtomatik boshqarish va lingvistikani muammolari tasodifiy omillar ta'sir o'tkazuvchi juda ko'p masalalarni yechish zaruriyatiga olib kelgan. Tasodifni ko'rishdan chiqarib yuborish real jarayonlarni buzilishiga olib keladi.

Yana bir narsani belgilab o'tish zarurki, kundan kunga– ehtimoliy usullarni roli bilimni turli xil sohalarida kattalashib bormoqda. Shu sababdan bu fan to'g'risidagi xech bo'lmasa elementar ma'lumotlar har bir o'quvchiga yetkazilishi lozim.

Ehtimolliklar nazariyasini zamonaviy dunyodagi shunchalik katta ahamiyatga egaligini kuzatiladigan va natijasi tasodifga bog'liq ko'pchilik hodisalar o'zining asosiy chizgichlarida quyidagi sxema bo'yicha o'tadi: tekshirilayotgan hodisa bir biriga bog'liqmas ko'p miqdordagi ta'sirlar ostida bo'ladi bog'liq; ulardan har biri hodisa butunicha o'tishiga deyarli xisobga olmasa bo'ladigan ta'sir o'tkazadi. Bu sabablarni har biri $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ tasodifiy kattaliklar orqali ifodalanadi, ularning ommaviy ta'siri esa $S_n = \xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_n$ yig'indini tashkil etadi. Bu sabablardan har birining ta'sirini hisobga olish (boshqacha qilib aytganda, kattaliklarni taqsimot funksiyasini

belgilash) va xattoki ularni sanab chiqish amalda ko'pchilik xollarda imkoniyatsiz bo'lganligi uchun alohida sabablarni tabiatini aniqlamay, ularni hodisaga ommaviy ta'sirini o'rganish usullarini ishlab chiqish juda muximligi oydin. Qo'yilgan masalani yechish uchun odatdagi tekshirish usullari kuchsiz, ularni o'rniga boshqa usullar kelishi lozim bo'lgan. Yangi usullarda hodisaga ta'sir etuvchi omillarni ko'pligi masalani yechishga to'sqinlik qillmay, balki uni yechimini osonlashtirish lozim. Bu usullar har bir alohida ta'sirlar etuvchi sabablar to'g'risidagi bilimlar yetarli bo'lmaganligi ularni soni ko'pligi, ta'siri ommaviyligi orqali kompensatsiyalanishi lozim.

Asosan rus olimlari P.L.Chebichev, A.A.Markov va A.M. Lyapunovlar o'rnatgan markaziy limit teorema quyidagini o'rnatadi: agar $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ ta'sir etuvchi sabablar o'zaro bog'liq bo'lmasa, ularni n -soni ko'p, har birini ta'siri esa yig'indi ta'sirdan kichik bo'lsa, yig'indi S_n ta'sirni taqsimot qonuni normal taqsimot qonunidan juda oz farqlanishi mumkin.

Ayrim fizikaviy konstantani o'lchash maqsadida biz biror bir kuzatish olib borishimizda olinadigan natijaga albatta juda ko'p omillar ta'sir etadi. Ularni har birini alohida hisobga olish imkoniyatsiz, lekin bunga qaramay ular o'lchashdagi hatoliklarga olib keladi. Hatoliklar qatoriga o'lchovchi asbobni atmosferaviy, issiqlik, mexanikaviy yoki boshqa sabablarga bog'liq holati uni ko'rsatishlariga ta'sir etuvchi omillar kuzatuvchini psixik va fizikaviy holatiga bog'liq yoki eshitish qobiliyati bilan bog'liq hatoliklar kiradi. Natijaviy xatolik o'zarobog'liqmas, juda kichik va tasodifiy yoki

elementar hatoliklarda yig'iladi. Lyapunov teoremasiga binoan kuzatishlardagi hatolar normal taqsimot qonuniga bo'ysunadi.

Bunday misollardan juda ko'pini keltirish mumkin: molekulararo to'qnashuvlar orqali belgilanadigan gaz molekulasini holati va tezligi; diffuziyalangan moddaning miqdori; mexanizmlarni ommaviy ishlab chiqishda kuzatiladigan ular detallari o'lchovlarini og'ishi va h.

Fizikaviy statistikaning mukammallashishi, texnikani qator sohalaridagi amaliy muammolar ehimliklar nazariyasi oldiga mumtoz sxemalar doirasiga sig'maydigan juda ko'p tubdan yangi masalalarni qo'ydi. Fizika yoki texnikani jarayon, yoki hodisa vaqt o'zgarishi bilan o'tishi hodisani tekshirish qiziqtirgan. Shu sababdan tasodifiy jaryonlar umumiy nazariyasini ishlab chiqish zaruriyati vujudga kelgan. Bu nazariya doirasida vaqt bilan uzluksiz o'zgaruvchi yoki bir necha parametrlarga bog'liq tasodifiy kattaliklarni o'rganish imkoniyatlari vujudga kelishi lozim bo'lgan.

Vaqt bilan o'zgaruvchi tasodifiy kattaliklarni ko'pib chiqishga olib keluvchi bir necha masalalarga izox beramiz. Faraz qilaylik, oldimizga maqsad qilib gaz yoki suyuqlikni ayrim molekulasini harakatini kuzatishni qo'ygan bo'laylik. Bu molekula vaqtni tasodifiy paytlarida boshqa molekular bilan to'qnashib, bunda o'zini tezligini va harakat yohnalishini o'zgartiradi. Molekula holatini bu o'zgarishi tasodifiy ta'sirga har bir paytda uchraydi. Fizikaviy hodisalarni anchasini o'rganish uchun qancha molekula u yoki bu vaqt oralig'ida'ichida u yoki bu masofaga ko'chishga ulgurishi ehimligini hisob-kitob qilishga imkoniyatli bo'lishni talab qiladi. Masalan ikki gaz yoki

ikki suyuqlik umumiy chegarasi mavjud holatga keltirilsa, bir gaz yoki suyuqlik molekulalarini ikkinchisiga o'zaro o'tishi boshlanadi: diffuziya hodisasi kuzatiladi. Diffuziya jarayoni qancha tez o'tadi? Qaysi qonunlarga binoan? Qachon hosil bo'layotgan moddalarni aralashmasi bir jinsli bo'lib qoladi? Savollarning barchasiga javoblarni diffuziyani statistik nazariyasi beradi. Uning asosida ehimoliy hisob-kitoblar, tasodifiy jarayonlarni o'rganish yotadi.

Oydinki, o'xshash masalalar kimyoda moddalarning kimyoviy o'zaro ta'siri jarayonini, kimyoviy reaksiya jarayonini o'rganishda paydo bo'ladi. Molekulalarni qaysi qismi reaksiyaga kiradi, vaqt ichida reaksiya qanday o'tadi, qachon reaksiya deyarli tugallanadi?

Hodisalarni juda muxim doirasini radioaktiv yemirilishiga munosib jarayonlar tashkil etadi. Bu hodisalarni mazmuni radioaktiv element yemirilib boshqa element atomlariga o'zgarishida turadi. Atomni har bir yemirilishi portlash kabi oniy o'tadi; bunda energiyani ayrim qismi ajrab chiqadi.

Ko'p sonli kuzatishlar ko'rsatishicha atomlarni yemirilishlari radioaktiv moddani massasi juda katta bo'lmasa vaqtning tasodifiy paytlarida bir biriga bo'g'liq bo'lmay o'tadi. Radioaktiv yemirilish jarayonini o'rganish uchun vaqtning belgilangan oralig'ichida atomlarni u yoki bu miqdori yemirilishining ehimolligini aniqlash juda muxim bo'ladi. Bu masala tasodifiy jarayonlar nazariyasining tipik misollaridan. Formal ravishda, agar hodisalar o'tishini faqat matematik tomoni qiziqтира quyidagini belgilash mumkin.

Ko'pchilik boshqa hodisalar: telefon stansiyasini yuklanishi (abonentlardan telefon stansiyasiga tushuvchi chaqirishlar soni), Broun harakati, tikuv stanogida ishlarni uzilishi va yana ko'pchiligi yuqoridagidek o'tadi.

Shunday qilib, molekulyar fizikada modda holatini aniqlash, elektrda moddani segnetoelektrik yoki ferromagnetik xususiyatlarini o'rnatish, atom fizikasida elektron holatini aniqlash, atom elektromagnitaviy nurlanishni yutishi va chiqarishni tekshirish, yadro fizikasida radioaktiv yemirilish xosliklarini o'rganish kabi masalalarni yechish faqat ehimolliklar nazaryaisiga va statistik usullarga tayanib amalga oshiriladi.

Demak, fizika fanini o'zlashtirishda o'rganilayotgan hodisa va qonunlarni tushunish uchun fanning o'rganilayotgan qismiga tegishli ehimolliklar nazariyasidan elementar bilimlarga albatta ega bo'lishi lozim. Ehimolliklar nazariyasidan elementar ma'lumotlar ancha sodda bo'lsa ham, ular boshqa, mustaqil, o'ziga xos fanni boshlang'ich tushunchalarini tashkil qiladi. Ehimolliklar nazariyasi juda ko'p voqealardan hosil bo'lgan ommaviy natijani berishi sababli, o'rnatilayotgan qonuniyatlarni ko'rgazmali qilish juda qiyin. Odatda ehimolliklar nazariyasi juda ko'p bir-biriga bog'liq bo'lmagan tajribalar orqali kuzatiladigan natijani o'rnatib beradi.

Yuqoridagi fikrlarga quyidagi xulosalar qilish mumkin:

- fizikada juda ko'p elementlardan iborat sistemalarda ommaviy hodisalarga to'g'ri ta'rif berish faqat ehimoliy va fizikaviy qonunlarga uzatilgan statistik qarashlar orqali erishiladi;

- o'rganilayotgan fizikaviy hodisalar ommaviy o'zaro mustaqil ta'sirlar orqali o'tayotgan bo'lsa, ularni tabiatga mos muzokara qilish va tushunish uchun o'quvchiga o'rganish jarayonida ehimolliklar nazariyasiga tegishli elementar ma'lumot va bilimlar uzatish lozim;
- fizika o'qituvchisi tabiatda namoyon bo'luvchi qonunlarda ehimoliy bog'lanishlar mavjudligini ko'rsatish, ularga elementar matematik ta'rif berish, ehimolliklar nazariyasi asoslarini o'quvchiga yetkazish metodikalariga ega bo'lishi shart.

Fizika tinimsiz rivojlanib borayotganligi, unda yangi qonuniyatlar oshkor etilayotganligi va ularning ko'pchiligi ehimoliy va statistik harakterga ega bo'lganligi sababli, fizika va ehimolliklar nazariyasi va statistik usullar o'zaro bog'langan bo'ladi. Bu fanlarni yonma-yon o'rganish va o'rgatish metodikasiga tegishli muammolar o'zini **dolzarbligini** yo'qotmaydi.

Ilmiy metodik tadqiqotning ob'ektlari: fizikada tasodifga ega hodisalar, ularga ehimolliklar nazariyasi asosida matematik ta'rif berish yo'llari, o'quvchilarda ommaviy hodisalarga ehimoliy qarashlarni rivojlantirish usullari.

Dissertatsiya ishining maqsadi. Aniq amaliy va ko'rgazmali misollar asosida fizikani o'rganish jarayonida muxim bo'lgan ehimolliklar nazariyasini tushunchalari va ehimoliy xisob - kitoblar usullari bilan o'quvchilarni tanishtirishga oid effektiv uslubiy yo'llarini ishlab chiqishga tegishli muammolarni ko'rib chiqish va ularni yechishga yo'llanma berish.

Himoyaga chiqarilgan xolatlar.

1. O'rta ta'lim muassasalarida aynan fizika fanini o'rganishda o'quvchi ilk bor tasodifiy ta'sirlar haqiqatdan ham fizikaviy xodisalar o'tishini belgilashi bilan tanishadi. O'quvchi mikroskopda Broun harakatini kuzatib, moddani suyuqlikda tortilgan juda mayda zarrachalari tartibsiz (xaotik) harakatda turishini o'rnatadi. Bir qarashda bunday harakat sababsiz o'tadi deb tuyuladi. Faqat gazlarni kinetik nazariyasi bilan tanishganidan so'ng o'quvchi suyuqlikda tortilgan zarrachalarni harakati suyuqlik molekulalarini zarbalari natijasi ekanligini tushuniboladi. Zarrachani ayrim tezlik bilan belgilangan yo'nalishda ko'chishi zarba o'tkazgan molekulalarni impulsi va soniga bog'liq. Har bir molekula vaqtni tasodifiy paytlarida boshqa molekulalar bilan to'qnashib, o'zini tezligi va harakat yo'nalishini o'zgartiradi. Molekulalarni bu xolati har bir paytda tasodif ta'sirga bog'liq. Broun harakatga ta'rif berish uchun ko'rib chiqilayotgan paytda nechta molekula zarrachaga ta'sir o'tkazishi extimolligini hisoblashni talab qiladi. SHu sababdan kuzatilayotgan xodisani o'quvchi to'g'ri tasavvur qilish uchun u extimolliklardan ba'zi elementar tushunchalar bilan tanishish bo'lishi lozim.

2. Extimoliy qarashlar bilan o'quvchini tanishtirishda dastlabki sxemani taklif etish mumkin: xodisa - tasodifiy xodisa - ishonchli va imkoniyatsiz xodisalar - imkoniyatlar - imkoniyatlar to'plami - extimollik - extimoliy vaziyatlardan misollar.

3. O'qitishda aynan soddalashtirish omili o'quvchini extimoliy qarashlarni yaxshi o'zlashtirishiga yo'l ochadi. Sinfdan - sinfga o'tishda taklif etilgan sxemani murakkablashtirish tomoniga o'zgartirish imkoniyatli,

masalan, extimolliklar nazariyasidan ba'zi teoremlar, taqsimot tushunchasi va ularning misollari.

Dissertatsiyada erishilgan yangi ilmiy – metodik natijalar

Bizning fikrimiz bo'yicha o'quvchilarni ilk fizika fanini asoslari bilan tanishtirishdayoq tabiatdagi ko'pchilik hodisalar tasodif o'tishiga ahamiyat berish lozim. Bunda o'quvchi fizikaviy qonun va hodisalarga ilmiy va metodik jihatdan o'rganilayotgan hodisaga to'g'ri yondoshishga anni o'rganishni boshidan vasiyatga mos fikr yuritishga o'rganadi. O'qituvchini zaxirasida turli xil extimolliklarda tegishli har xil murakkablikka ega masalalar turishi lozim.

Dissertatsiyani ilmiy-amaliy ahamiyati: o'quvchi fizikaviy qonunlarni o'rganishda, masalalar yechishda quyidagi matematik statistikaga oid masalalarni yecha olishi lozim: tasodifiy xodisani noma'lum extimolligini baxolash, tasodif kattalikni noma'lum taqsimot funksiyasini qidira olish, ayrim tasodifiy xodisalarga nisbatan qilingan taxminlarni tekshirish. Dissertatsiyada taklif etilgan metodik takliflar bunday natijaga erishishga amaliy yordam berishi mumkin.

Dissertatsiya strukturasi va xajmi: kirish, ikki bobdan, xulosalardan va adabiyotlar ro'yhatidan iborat. Oltmish bir (61) sahifada tasvirlangan.

I BOB

FIZIKADA EXTIMOLLIKLAR NAZARIYASI

1.1. Molekulyar fizika va ehimolliklar nazariyasi

Amaliy muammolarni o'rganishda o'quvchilar ehimollar tushunchasiga ilk bor fizika fanini bo'limini tashkil etuvchi molekulyar fizikada duch kelishadi.

Molekulyar fizika makrosko'pik sistemalarni fizikaviy xususiyatlarini o'rganadi.

Bunday sistemalarni misoli sifatida gaz, suyuqlik, qattiq jism, plazma yuritilishi mumkin.

O'zining fizikaviy xususiyatlari bo'yicha o'rganishda qo'yilgan ob'ektlar ancha turli xil bo'lsa ham ularni ob'yektlarning barchasini bir nuqtai nazaridan o'rganishga imkoniyat beruvchi xoslik birlashtiradi-ulardagi mikroskopik ob'yektlar : molekula, atom, ion, elektronlar soni juda ham katta ($10^{26} \cdot m^{-3}$).

Mikrosistemalarni o'lchoviga nisbatan atom va elektronlarni o'lchovi juda kichik. Ular 10^{-10} (vodorod atomini o'lchovi) dan 10^{-7} m (virusning oqsil molekulasi o'lchovi) gacha o'zgaradi. Insonning sezish qobiliyati alohida molekulalarning o'lchovi, shakli, energiyasi yoki

impulsini ajratishga imkoniyatsiz. Lekin, qator tajribalar bilvosita, alohida hollarda bevosita ham tekshirishlar o'tkazishda hosil etishga imkoniyat beradi.

Molekulalarni to'g'ridan - to'g'ri kuzatish usullariga zamonaviy elektron yoki tunnul mikroskopiya usullari munosib. Molekulalar o'lchovlari ko'inuvchan yorug'likni to'lqin uzunligidan kichikroq bo'lganligi sababli, o'ptik mikrosko'plar yordamida alohida molekulalarni kuzatish imkoniyatsiz. Katta molekulalarni electron mikroskopni yordamida ko'rish mumkin, chunki electron dastani energiyasi ayrim belgilangan energiyadan ortiqroq bo'lsa, elektronning to'lqin uzunligi molekula o'lchovidan kichikroq bo'ladi.

Ionaviy proektor yordamida metallarning diskret (**uzlukli**) strukturasi kuzatish mumkin. Golografik mikroskopiya usullari nafaqat molekulalarni, balki atomlarni ham ko'rishga imkon beradi.

Molekulalarni kuzatishga imkoniyat beruvchi to'g'ridan to'g'ri tajribalardan tashqari, ko'pgina bilvosita tajribalar ham mavjud. Broun harakati, idish devorlariga gaz bosim o'tkazgich, gaz va suyuqliklardagi diffuziya, qovushqoq ishqalanish va boshqa tajribalar bilvosita tajribalarni o'tkazgichga imkoniyat beradi. Bu hodisalarni barcha moddalar temperatura mutloq noldan farqli bo'lganida uzluksiz va tartibsiz harakatda turgan atom va molekulalardan tashkil topganini etiborga olib, tushuntirish mumkin.

Fizikaviy jismlarni juda katta sonli uzluksiz va tartibsiz harakatda turgan zarralardan iboratligi moddaning molekulyar kinetic modeliga asos soladi. Eng qizig'i shundaki, sistemaning eng muvozanat holati harakatning eng

katta tartibsizlanganiga mos keladi. Haqiqatdan ham, agar harakatning biror - bir yo'nalishi ustivor bo'lganida, bu yo'nalishga perpendikulyar joylashtirilgan devorga boshqalarga nisbatan ko'proq zarrachalar etib borar edib, gaz bosimi yer sirti yonida bir xil bo'lmas edi. Shunday qilib, zarrachalarning harakatidagi eng katta tartibsizlik sistemani holatiga mos muayyan qonuniyatlarga olib keladi. Tabiat rivojlanishini umumiy qonunlaridan biri xuddi shunday ko'rinishda bo'ladi. Katta sistemalardagi eng muvozanat holat eng yuqori darajada tartibsiz harakatni talab qiladi.

Jismni tashkil etuvchi zarralarning xususiyatlarini va ular orasidagi o'zaro ta'sirni hisobga olgan holda juda ko'p zarralardan iborat makroskopik jismlarni o'rganishga qaratilgan fizikani bo'limi statistik fizika deb yuritiladi.

Fizikani boshqa bo'limi mexanikani o'rganishimizda biz quyidagilarni o'rnatganmiz. Agar berilgan sanoq sistemasida jismni $t_0 = 0$ vaqtdagi x_0, y_0, z_0 koordinatalari aniq bo'lsa va uning harakat tenglamasi ma'lum bo'lsa, ihtiyoriy $t > t_0$ vaqtda biz jismni $x(t), y(t)$ va $z(t)$ koordinatalarini o'rnatishimiz imkoniyatli. Bundan tashqari biz harakat tenglamasi yordamida jism tezligini; x, y va z tezlikni tashkil etuvchilarni ham o'rnatishimiz mumkin.

Huddi shunday yo'l bilan juda ko'p zarralardan iborat sistemani holatini aniqlash mumkinmi? Bu savolga javob qidirishga urinamiz.

Misol sifatida xona temperaturasida (tahminan 20^0 C) va atmosfera bosimida turgan gazning bir kubik santimetrini olamiz. Gazning bu miqdorida tahminan $3 \cdot 10^{19}$ molekula mavjud. Vaqtning ayrim boshlang'ich paytida barcha molekulalar holati va tezliklarini bila turib, mexanika

qonunlari yordamida har bir molekulani holati va tezligini, yoki vaqtini keyingi paytlaridagi gazning holatini aniqlash mumkin tuyiladi. Lekin gazni hosil etuvchi molekulalar ommasini bunchalik aniq tariflash uchun taxminan 10^{20} (har bir molekula uchun uchtdan) harakat tenglamasini yozish lozim bo'lib, keyin ularni yechish talab qilinadi. Agar har bir tenglamani yozish uchun faqat bir soniya vaqt sarflanganida ham ularni yozishga (yechimini aniqlamay) koinot yoshidan (10^{10} yil) 300 barobar ortiqroq vaqt sarflash lozim bo'lar edi.

Hal etishga imkoniyatsiz texnik qiyinchiliklardan tashqari (ularning o'zi prinsiplar harakterga ega) yuqorida keltirilgan barcha molekulalar harakatini ta'riflash imkoniyatsizligiga fizikaviy sabablar mavjud. Kvant mexanikasiga binoan zarrachalar bir vaqtda koordinata (masalan, x) va bunga mos impuls komponentasining (p_x) aniq qiymatlari bilan harakterlanishi mumkin emas. Aniqlikning chegarasi Geyzenberg noaniqlik munosabati orqali belgilanadi

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar \quad (1.1)$$

Bu yerda Δx - koordinata noaniqligi, Δp_x - impuls x komponentasini noaniqligi, $\hbar \approx 1.06 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{c}$ Plank doimiysi. O'xshash munosabatlar boshqa koordinata va impuls komponentlariga ham tegishli. Shu sababli zarrachalarni boshlang'ich koordinata va tezliklari ilojisiz xatolik bilan aniqlanishi mumkin. Vaqt o'tishi bilan bu xatoliklar yig'iladi va tez orada koordinata va tezliklar xisob - kitob qilinganlardan kuchli farq qiladi.

Masalani yechdik ham deb faraz qilaylik: vaqtning har bir payti uchun 10^{20} kordinatalarni va 10^{20} tezlik komponentalarni aniq qiymatlari o'rnatilgan bo'lsin. Bu sonlarni misilsiz katta ko'pligi gazni butunicha holati va xususiyatlari to'g'risida hech qanday tasavvur bermaydi. Lekin, agar termodinamikaga nazar tashlasak, tajribaga binoan gazning holati hammasi bo'lib uch parameter: temperatura, bosim va hajm orqali belgilanishi mumkin. Bunday vaziyatni mazmuni shundaki, molekulalarni juda katta ommasida yangi sifatga ega, statistik deb yuritiladigan, qonuniyatlar paydo bo'ladi va aynan shu sistemani holatini belgilaydi. Bu qonuniyatlar kam sonli zarralar sistemalariga o'tishda o'zining ma'nosini yo'qotadi, demak, yangi qonuniyatlar faqat ommaviy hodisalarga munosib.

Statistik qonuniyatlarni statistik fizika o'rganadi. Unda ehimolli usullardan foydalaniladi va jismlarning bevosita tajribada kuzatiladigan xususiyatlarini alohida molekularni ommaviy o'rtalashtirilgan ta'sirini natijasi sifatida tushuntiradi. Statistik fizika usullarini qo'llash xususan molekulyar fizika bilan chegaralanmaydi. Bu usullardan fizikani turli xil sohalarida foydalanishadi.

Demak, zarralar soni juda katta sistemalarning fizikaviy xususiyatlarini o'rganishda har bir zarrachani fe'l - atvorini kuzatish imkoniyatsiz. Makrosistemani ta'riflovchi ma'lumotlarni ehimolliklar nazariyasi yordamida oldindan ta'rifga imkoniyatsiz hodisalarni matematik nazaryasiga asoslangan statistik fizika usullari orqali olish mumkin.

Fizika kursini o'rganishga kirishgan o'quvchilar bu nazarya bilan tanish bo'lmaganligi sababli, makrosistemalardagi fizik hodisalarga statistik

nazariya bilan bog'liq bilimlarni uzatishdan avval ehimollar nazariyasidan ayrim ma'lumotlar va teoremlar bilan tanishtirish lozim.

1.2. Ehimolliklar nazariyasidan elementar ma'lumotlar

Ehimolliklar nazariyasi o'zi bilan tasodif harakterga ega ommaviy hodisalardagi qonuniyatlarni o'rganuvchi matematikaning bo'limi.

Nazariyaga tegishli xosliklar bilan o'quvchilarni tanishtirishdan avval ko'rgazmali misollar orqali tasodif hodisa (voqealar)ga ta'rif berish foydali va maqsadga muvofiq.

Belgilangan sharoitlarda cheksiz marta (ketma - ket yoki bir vaqtda) qaytarishga imkoniyatni ayrim tajriba o'tkazilayotganini faraz qilaylik. Tajribani (sinovni) har birida ayrim A tasodif hodisa kuzatilishi yoki kuzatilmasligi mumkin bo'lsin. Ketma - ket N sinovlar o'tkazamiz. Bu sinovlar natijasida A hodisa N_A marta kuzatilishini taxmin qilamiz. Tajriba shuni ko'rsatadiki, tez orada berilgan sharoitlarda A hodisaga eng sodda statistic qonuniyat munosibligini ko'ramiz.

$$\frac{n_a}{N} = W(A) \quad (1.2)$$

Uning mazmunini nisbatan yuqori barqarorlikka egaligida turadi: sinovlarning har bir ketma-ketligi $W(A)$ ni yaqin qiymatlarini beradi, bunda ular N ortishi bilan oz o'zgaradi. Bunday qonuniyatni mavjudligi $W(A)$ kattalik belgilangan fizikaviy ma'noga egaligini ko'rsatadi. U A hodisani berilgan sharoitlardagi ehtimolligi deb yuritiladi.

Ideal kub shaklidagi muntazam o'yin toshini faraz qilamiz. U kub shaklida bo'lganligi sababli olti yoqqa ega va ularning har birida 1, 2, 3, ..., 6 raqamlar shakllantirilgan. Agar ayrim mexanizm yordamida tosh juda ko'p marotaba bir xil sharoitda tashlansa bu raqamlarni har biri teng chastota bilan namoyon bolishini o'rnatish mumkin. Raqamlarni chiqish chastotasi $1/6$. Bu tasdiqni aniqligi sinovlar soni ortishi bilan kattalashadi. Izoh berib o'tish lozim, toshni tashlashda faqat bir biriga bog'liq bo'lmagan olti hodisa olti raqamidan biri chiqishi imkoniyatli.

Shunday qilib, har bir sinovni natijasini oldindan belgilab bo'lmasa ham, sinovlar soni ko'pligida yetarli aniq xulosalar qilish mumkin.

1. Simmetriya xisobiga har bir raqamni chiqish imkoniyati bir xil bo'lganligi sababli bu hodisalar teng ehimolli.
2. Sinovlarning soni (N) juda ko'pligida ixtiyoriy raqamni namoyon bo'lish soni (N_i) bir xil va sinovlarning umumiy sonini $1/6$ qismini tashkil etadi.
3. Yuqorida kiritilgan ta'rifga binoan

$$\frac{N_i}{N} = W(i) \quad (1.3)$$

kuzatiladigan voqeani ehimolligi. Ixtiyoriy raqamni namoyon bo'lishi chastotasi keyingi sinovlarda ham qaytarilishini tasdiqlash mumkin.

4. Agar, misol uchun, 2 raqam boshqalarga nisbatan ko'proq tushganda biz buni toshni noidealligiga bog'lar edik. Mexanikaviy fikrlarga tayanib, biz bunday toshning massalar markazi 2 raqamga ega yoqqa qarama - qarshi tomonga yaqinroq joylashganini taxminlar edik. Toshning tarkibini o'rganish bu hulosani tasdiqlar edi.

Tasodif voqealar(hodisalar)ni turlari. **1- belgilash.** Ikki voqea noo'rindosh yuritilishi uchun birinchi voqea yuz berishida ikkinchi voqea kuzatilishi mumkin bo'lmasligi lozim. Teskari holda voqealar o'rindosh bo'ladi.

1- misol. Qutida standart va nostandart detallar mavjud. Qutidan extiyoriy detal olindi. Olingan detal standart"A, voqea va olingan detal nostandart"A₂ voqea noo'rindosh bo'ladi.

2 - misol. Tosh tashlandi. A₁ tushgan yoq 2 raqamiga ega va A₂ tushgan yoq juft songa ega "voqealar o'rindosh, chunki birini kuzatilishi ikkinchisiga qarshi bo'lmaydi.

2 - belgilash. A₁, A₂, ..., A_n voqealar o'zaro juft noo'rindosh bo'lishi uchun ulardan ixtiyoriy ikkisi noo'rindosh bo'lishi lozim.

3 - misol. Nishonga ikki o'q uzildi. A₁ «nishonga ikki o'q tegdi», A₂ «nishonga bir o'q tegdi» va A₃ «nishonga o'q tegmadi» voqealar o'zaro juft noo'rindosh.

3-belgilash. A_1, A_2, \dots, A_n voqealar to'la voqealar sistemasini hosil etishi uchun berilgan sinov natijasida ulardan hech bo'lmasa bittasi kuzatilishi lozim.

4 - misol. Imtixonda o'quvchiga ikki nazariy savolli bilet tegdi. A_1 o'quvchi savollarni ikkisiga javob bera oladi, A_2 o'quvchi birinchi savolni biladi, ikkisini bilmaydi, A_3 o'quvchi birinchi savolni bilmaydi, ikkinchisi savolni biladi, A_4 o'quvchi faqat birinchi savolni biladi, va A_5 o'quvchi savolga javob bera olmaydi"voqealar to'la voqealar sistemasini hosil etadi. Ular ichida noo'rindosh A_1 va A_2 , A_1 va A_5 , va boshqa voqealar hamda A_2 va A_4 , A_3 va A_4 - o'rindosh voqealar mavjud.

Ehimliklar nazariyasida o'zaro juft noo'rindosh to'la voqealar sistemi, yoki berilgan sinov natijasida albatta berilgan sistemani bir va faqat yagona voqeasi yuz beradigan sistemi muhim ro'l o'ynaydi.

5 - misol. Standart va nostandard detallarga ega qutidan tasodifiy uchta detal olindi. A_1 barcha detallar standart, A_2 ikki detal standart va bir detal nostandard, A_3 bir detal standart va ikki detal nostandard"va A_4 detallarning barchasi nostandard voqealar to'la o'zaro juft noo'rindosh voqealar sistemasini hosil etadi.

Elementar va tarkibiy voqealar ajratiladi. 4 chi misoldagi A_4 voqea o'zining tarkibiga A_2 va A_3 voqealarni kiritadi, shu sababli A_4 voqea faqat A_2 yoki A_3 voqealar kuzatilishi natijasida yuz beradi. Bu holda A_4 voqea A_2 va A_3 elementar voqealarga ajrashi to'g'risida so'z yuritishadi: $A_4 = \{A_2, A_3\}$.

6 - misol. Toshni bir karra tashlanishida $A_1 = \{ 1 \}$, $A_2 = \{ 2 \}$, $A_3 = \{ 3 \}$, $A_4 = \{4\}$, $A_5 = \{ 5 \}$ va $A_6 = \{ 6 \}$ voqealar elementar bo'ladi. $B_1 = \{1,3,5\}$ toq son

kuzatilishi, $B_2 = \{3,6\}$ uchga karra son kuzatilishi, $B_3 = \{1,2,3,4\}$ beshdan kichik son kuzatilishi voqealar tarkibiy bo'la oladi, chunki ularni uch $\{1\}$, $\{3\}$, $\{5\}$, ikki $\{3\}$, $\{6\}$ va to'rt $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{4\}$ elementar voqealarga ajratish mumkin.

Izohlab o'tamiz, A_1, A_2, \dots, A_6 6 - misoldagi voqealar to'la o'zaro noo'rindosh voqealar sistemasini tashkil etadi. B_1, B_3 va B_5 voqealar to'la sistemasini tashkil etsa ham, ular o'zaro juft o'rindosh.

4- belgilash. A_1, A_2, \dots, A_4 voqealar teng imkoniyatli deb yuritilishi uchun sinov sharoitlari ularning har birini kuzatish uchun bir xil imkoniyat ta'minlash lozim.

7- misol. Tosh tashlanishida uning yoqlarida u yoki bu raqam namoyon bo'lishi teng imkoniyatli voqealar, chunki tosh bir jinsli materialdan tayyorlanadi va simmetrik shaklga ega.

5 - belgilash. Ayrim tajribabilan bog'liq elementar voqealar ommasi voqealar elementar fazosi deb yuritiladi.

1.3 Voqealar ustida amallar.

Toshni tashlashda kuzatiladigan voqealarni ko'rib chiqamiz:

A - "uch raqam chiqishi, $A = \{3\}$, B - "toq son chiqishi, $B = \{1,2,3\}$. Oson ko'pirish mumkin, agar A voqea bo'lib o'tgan bo'lsa, albatta B voqea ham bo'lib o'tgan. Bunda A voqea B ni chaqiradi deyishidi va bu $A < B$ ko'prinishda yoziladi.

6 - belgilash. Agar A va B voqealar uchun $A < B$ va $B < A$ o'rinli bo'lsa, ular teng deb nomlanadi va $A = B$ ko'prinishda belgilanadi.

8 - misol. Simmetrik tanga tashlangan. A voqea tanga tomon namoyon bo'lishi, B voqea raqam chiqmasligi. Muayyanni m, $A < B$ va $B < A$, natijada $A = B$.

7 - belgilash. Ikki A va B voqealarni xech bo'lmasa biri o'tishidan iborat C voqeani yuritishadi. Buni quyidagicha belgilashadi.

$$C = A + B \text{ yoki } C = A \cup B \quad (1.4)$$

9 - misol. A o'yin toshida bir chiqishi, B - o'yin toshida ikki chiqishi voqealarni yig'indisini toping.

A+B yig'indiga teng voqea o'yin toshini tashlashda ikkidan katta bo'lgan son chiqishi.

8 - belgilash. Ikki A va B voqealarni ko'paytmasi yoki kesishmasi sifatida bir vaqtda A va B voqealar o'tishidan iborat C voqea yuritiladi:

$$C = A \cap B \text{ yoki } C = A \cap B \quad (1.5)$$

Agar A va B noo'rindosh voqealar bo'lsa, $AB = 0$ (imkoniyatsiz voqea).

10 - misol. A - talabaga imtihonda tushgan biletning tartib soni juft, B - talabani tanlagan biletning tartib soni beshga karra voqealarni ko'paytmasi AB - talabaga tushgan bilet o'nga karra.

9 - belgilash. Ikki tasodifiy hodisa qarama - qarshi deb yuritilishi uchun ulardan biri ikkinchisi faqat va faqat kuzatilmasida o'tishi lozim. A hodisaga qarama qarshi hodisani \bar{A} orqali belgilashadi va A emas deb yuritishadi.

11- misol. O'q uzishda nishoni olish va olmaslik - qarama qarshi voqealar. Agar A - nishoni olish bo'sa \bar{A} nishoni olish bo'lsa.

12 - misol. O'yin toshini tashlashda juft son chiqishi toq son chiqishiga qarama - qarshi voqea.

Sinov natijasida albatta qarama - qarshi voqealardan biri kuzatilishi sababli, qarama-qarshi voqealar juft noo'rindosh voqealarni to'la sistemasini hosil etishadi.

Keyingi mulohazalarimiz uchun A hodisani ehimolligiga ta'rif berib o'tamiz.

10 - belgilash. A voqeaning ehimolligi $P(A)$ sifatida a voqeani kuzatilishini taminlovchi t elementar voqealar sonini teng imkoniyatli n elementar voqealar umumiy soniga nisbatini yuritamiz:

$$P(A) = \frac{m}{n} \quad (1.6)$$

Ehimollikni ta'rifidan quyidagi uning xossasi kelib chiqadi;

$$0 \leq P(A) \leq 1, \quad (1.7)$$

chunki $0 \leq m \leq n$.

13 - misol. Ikki o'yin toshini otishadi. Ikki toshdagi raqamlar yig'indisi 6 chiqishining ehimolligini aniqlang.

Ikki o'yin toshini tashlashda teng imkoniyatli elementar natijalarning umumiy soni (x,y) juftliklar soniga teng, bunda x va y 1, 2, 3, 4, 5, 6 qiymatlarni qabul qiladi:

(1,1) (1,2) (1,3) (1,4) (1,5) (1,6)
(2,1) (2,2) (2,3) (2,4) (2,5) (2,6)
(3,1) (3,2) (3,3) (3,4) (3,5) (3,6)
(4,1) (4,2) (4,3) (4,4) (4,5) (4,6)
(5,1) (5,2) (5,3) (5,4) (5,5) (5,6)

(6,1) (6,2) (6,3) (6,4) (6,5) (6,6),

yoki $n=36$. A voqea besh juftlik (1,5) (2,4) (3,3) (2,4) (5,1) chiqishi natijasida kuzatiladi, yoki $n=5$. Demak, izlanilayotgan ehimollik $P(A) = 5/36 \approx 1,39$.

Ehimolliklarni qo'shish teoremasi. I kki A va B noo'rindosh hodisalar yig'indisini ehimolliigi bu hodisalar ehimolliklarini yig'indisiga teng, yoki

$$P(A+B) = P(A) + P(B) \quad (1.8)$$

Ehimolliklar nazaryasi bilan ilk bor tanishyotgan o'quvchilarga teorema isbotini namoyon etish shart emas. Lekin misollar keltirish foydali.

14 - misol. Qutida 40 ta detal mavjud: ulardan 20 tasi – birinchi turdagi, 15 tasi ikkinchi turdagi, 5 tasi uchinchi turdagi. Tasodif olingan detal uchinchi turdagi detal bo'lmasligining (A - voqea) ehimolliigini toping .

I - usulda yechish: Qiziqtirgan voqea (A) kuzatilishi uchun tasodifiy olingan detal yo birinchi turdagi (B voqea) yo ikkinchi turdagi (C voqea) bo'lishi lozim, boshqacha qilib aytganda, A no o'rindagi B va C hodisalarning yig'indisi B ga noo'rinli hodisa. Shu sababli, ehtimollarni qo'shish teoremasidan foydalani,

$$P(A) = P(B+C) = P(B) + P(C) = \frac{20}{40} + \frac{15}{40} = \frac{35}{40} = \frac{7}{8}$$

II - usulda yechish. Masalaning shartiga binoan $P(\bar{A}) = 5/40 = 1/8$. \bar{A} va $A = B+C$ hodisalar to'la noo'rindosh hodisalar sistemasini xosil etishadi. Shuning uchun (1.7) ga binoan $P(\bar{A}) + P(A) = P(\bar{A}) + P(B+C) = 1$

Bu tenglikdan

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

II - usul asosida ehimoliklarni qo'shish teoremasidan kelib chiqadigan muhim holat yotadi: qarama - qarshi voqealar ehimoliklarini yig'indisi birga teng, yoki

$$P(A)+P(\bar{A})=1 \quad (1.9)$$

Ehimolliklarni ko'paytirish teoremasi. Ikki bog'liqmas voqealardan iborat murakkab voqeani ehimolligini ularni har birining alohida ehimolligini ko'paytmasiga teng.

$$P(A \times B) = P(A) \cdot P(B). \quad (1.10)$$

B voqea B voqeadan mustaqil bo'lishi uchun B voqeani ehimolligi A voqea kuzatilishida o'zgarmasligi lozim.

15 - misol. O'yin toshi ikki marta tashlangan. Birinchi sinovda (A voqea) 3 raqami tushishi ikkinchi sinovda (B voqea) ham 3 raqam tushishiga bogliq emas. Xuddi shunday, ikkinchi sinovda 3 raqami paydo bo'lishi birinchi sinovi natijasiga bog'liq emas.

16 - misol. Birinchi zambarakdan otishda nishonga tegish ehimolligi $P(A)=0,8$, ikkinchisidan otishda (A voqea) $P(B)= 0,7$. Ikki zanbarak bir vaqtda otishida xech bo'lmasa bir marta nishonga snaryad tagishining (A+B natija) ehimolligini aniqlang.

Har bir zambarak otishida u nishonni olishi ehimoligi boshqasini otishda erishgan natijasiga bog'liq bo'lmaganligi sababli, A va B voqealar mustaqil.

Masalani shartiga bog'liq holda nishonga tegish uch imkoniyat orqali hosil bo'lishi mumkin.

- 1) Ikki zambarak ham nishonni oldi ($P(AB)$);
- 2) Birinchi zanbarak nishonga tegdi, ikkinchisi yo'q ($P(A\bar{B})$);

3) Ikkinchi zanbarak nishonga tegdi, birinchisi yo'q ($P(\bar{A}B)$);

Ehimolliklarni ko'paytirish teoremasiga binoan:

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B),$$

$$P(A\bar{B}) = P(A) \cdot P(\bar{B});$$

$$P(\bar{A}B) = P(\bar{A}) \cdot P(B).$$

(1.9) munosabatni hisobga olib, $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0.2$, $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 0.3$ qiymatlarni olamiz. Unda $P(AB) = 0,8 \cdot 0,7 = 0,56$, $P(A\bar{B}) = 0,8 \cdot 0,3 = 0,24$, $P(\bar{A}B) = 0,7 \cdot 0,2 = 0,14$.

AB , $A\bar{B}$ va $\bar{A}B$ voqealar noo'rindosh bo'lganligi sababli,

$$P(A+B) = P(AB) + P(A\bar{B}) + P(\bar{A}B) = 0,56 + 0,24 + 0,1 = 0,94.$$

1.3. Diskret va uzluksiz tasodif kattaliklar

1. Diskret tasodif kattalik tushunchasi va uning taqsimot qonuni.

Ayrim tajriba bilan bog'liq tasodif voqea tajribani sifatli harakteristikasi bo'ladi. O'tkazilgan tajribani miqdoriy harakteristikasi tasodif kattalik.

17 - misol. Ikki muntazam bir jinsli tanga tashlanmoqda. Ulardan nechtasi tamg'alangan tomoni bilan yuqoriga qaraydi.

Ikki tamg'a tashlanishida elementer voqealar fazosi quyidagi ko'prinishda bo'ladi:

$$\{ PP, PT, TP, TT \}.$$

Bu erda R- raqam, T- tamg'a. Birinchi simvol birinchi tanga qanday tushganini ko'rsatadi, ikkinchisi ikkinchi tanga. Masalan PT birinchi tanga raqami bilan, ikkinchi tanga tamg'asi bilan yuqoriga qaraganini bildiradi.

Tangalar muntazam va bir jinsli bo'lganligi sababli, ko'pirib chiqilayotgan fazoda barcha elementar voqealar teng ehimolli deb hisoblasa bo'ladi. Unda har bir hodisani ehimolligi $P=1/4$. X orqali tamg'asi bilan yuqoriga tushgan tangalarning sonini belgilab, quyidagi 1.1 jadvalni tuzamiz.

1 .1 Jadval.

	P P	P T	T P	T T
X	0	1	1	2
P	1/4	1/4	1/4	1/4

P T va T elementar hodisalarga X kattalikni 1 ga teng bixil qiymati mos kelishi sababli, X kattalik bu qiymatni $P= 1/4 + 1/4= 2/4=1/2$ ehimollik bilan qabul qiladi deb olish mumkin. Shunday qilib X kattalikni qiymatlari – tamg'asi bilan yuqoriga qaragan tangalarni soni, ularga mos keluvchi ehimolliklarni 1.2 jadval ko'prinishida yozish mumkin.

1.2 jadval

X	0	1	2
p	1/4	1/2	1/4

Shunday qilib, X kattalikni har xil qiymati tasodifga bog'liq tajriba natijasida aniqlanadigan son.

11 - belgilash. Tasodif kattalik sifatida tajriba natijasida belgilangan ehimollik bilan tajriba natijasiga bog'liq u yoki bu qiymatni qabul qiluvchi kattalik yuritiladi. Tasodif kattaliklarni katta lotin harflari bilan: X, Y, Z va

hokazo, ularni qiymatlarini esa mos keluvchi kichik harflar bilan: x, y, z va hokazo belgilash kelishilgan.

12 - belgilash. Tasodifiy kattalik diskret deb yuritilishi uchun uni qiymatlarini soni yo cheklangan, yo xisoblashga imkoniyatli bo'lishi lozim. Boshqacha qilib aytganda, uni qiymatlarini ommasi o'zi bilan yo cheklangan yo cheksiz ketma-ketlikni namoyon etishi lozim.

13 - belgilash. Tasodifiy X kattalikni imkoniyatli qiymatlari va ularni extimolliklari orasidagi munosabat x tasodifiy kattalkini taqsimot qonuni deyiladi:

Tasodifiy kattalikni taqsimot qonuni 1.3 jadval ko'rinishida tasvirlanishi mumkin.

1.3 jadval

X	X_1	X_2	...	X_i	...	X_n
P	P_1	P_2	...	P_i	...	P_n

$X=X_1, X=X_2, \dots, X=X_n$ xodisalar juft noo'rinli xodisalarni to'la sistemasini hosil etishadi, shu sababdan ular extimollarini yig'indisi birga teng:

$$P_1+P_2+\dots+P_n=1$$

Endi xodisani ta'riflovchi kattalik $x=a$ dan $x=b$ gacha uzluksiz qiymatlar qatoiga ega bo'lishi mumkin. Xolni ko'rib chiqamiz (xususiy xolda a va $b \pm \infty$ ga teng) bo'lishi mumkin. Bunday kattaliklarni misollari sifatida ilgarilanma xarakat tezligini moduli yoki molekulani kinetik energiyasi

yuritilishi mumkin. Bunda x ni imkoniyatli qiymatlari cheksiz ko'p. Molekulalarni soni N esa ko'p bo'lsa ham, cheklangan. SHu sababdan, nechta molekula aynan berilgan qiymatga teng x ga egaligi to'g'risidagi savol ma'nosiz - bu son nolga teng.

Ko'rib chiqilayotgan xolda kattalik kichik dx intervalda turgan qiymatlarga egaligi extimolligi dp_x qandayligi to'g'risidagi savol o'rinli. dx kichikligida bu extimollik dx ga proporsional. Bundan tashqari u o'qni qaysi joyida x turganiga bog'liq, yoki x ni $f(x)$ funktsiyasi bo'ladi. SHunday qilib

$$dP_x = f(x)dx$$

dp_x yonidagi x indeks dx joylashgan yerni belgilaydi. $f(x)$ funktsiya extimollikni taqsimot funktsiyasi yoki extimollik zichligi deb nomlanadi.

dp_x ni molekulalarni N to'la soniga ko'paytirib, x qiymatlarga ega berilgan dx interval ichida turgan dN_x molekulalar sonini olamiz:

$$dN_x = NdP_x = Nf(x)dx$$

dN_x dan x ni barcha imkoniyatli intervali bo'yicha olingan integral molekulalarni to'la soniga teng bo'lishi lozim:

$$\int dN_x = \int NdP_x = \int Nf(x)dx = N$$

bu yerdan

$$\int dP_x = \int f(x)dx = 1$$

$x dN_x$ ifoda dN_x molekulalar ega x larni yig'indisini beradi, yoki

$$\int x dN_x = \int x N dp_x = N \int x dp_x$$

barcha N molekularning x qiymatlarini yig'indisini beradi. Bu yig'indini N ga bo'lib, barcha molekular bo'yicha x kattalikni o'rtacha qiymatini olamiz.

II bob

STATISTIK TAQSIMOTLAR

2.1. Ehimlikni taqsimot funksiyasi

Muvozanatda turgan N bir xil molekullarni juda ko'p sonli ommasi mavjud bo'lsin (masalan, gaz). Molekulani harakterlovchi ayrim x kattalik (misol uchun, molekulani aylanma yoki tebranma energiyasi) qator diskret qiymatlarga ega bo'lishi mumkin:

$$x_1, x_2, \dots, x_i$$

Agar bir vaqtda x kattalikni qiymatini barcha N molekulalarda o'lchash imkoniyatli bo'lganida, N_1 molekulada x kattalikni qiymati x_1 , N_2 molekulada - x_2, \dots , N_i molekulada x_i va h. bo'lar edi.

Avvalgi bobda muzokara qilingan qarashlarga binoan

$$P_i = \frac{N_i}{N} \quad (2.1)$$

kattalik x kattalik x_i qiymatga egaligini ehimolligi deb yuritiladi. Bu yerda yana bir izox berib o'tamiz o'tamiz. Ehimollikni bunday belgilash N faqat juda katta bo'lgan holda o'rinli.

Oydinki, $\sum N_i = \sum N$; shu sababdan

$$\sum P_i = \sum \frac{N_i}{N} = 1 \quad (2.2)$$

Shunday qilib, x kattalikni barcha imkoniyatli qiymatlarini yig'indisi 1 ga teng (normallashtirish sharti).

Faraz qilamiz, molekular ikki kattalik x va y qiymatlari orqali harakterlanadi (aylanma va tebranma energiyalar). Ularni har biri x_i va y_k qiymatlarni qabul qilishga imkoniyatli bo'lsin. (2.1) belgilashga binoan bu qiymatlarni ehimolliklari

$$P(x_i) = \frac{N(x_i)}{N}, \quad P(y_k) = \frac{N(y_k)}{N} \quad (2.3)$$

ga teng.

Agar bir kattalikni qiymati boshqa kattalik qanday qiymatga ega bo'lishga bog'liq bo'lmasa, x va y kattaliklar statistik bog'liqmas deb yuritiladi.

Statistik bog'liqmas bo'lmagan kattaliklar bir paytda x_i va y_k qiymatlarga egaligining ehimolligi $p(x_i, y_k)$ ni topamiz. (2.3) dan x_i ga $N(x_i) = N'(x_i)$ molekula egaligi kelib chiqadi. Statistik bog'liqmaslik sababli, bu $N(x_i)$ molekularning y_k qiymatlari barcha N molekularlarda shu qiymat taqsimlanishi proporsiyasida bo'ladi. Shuning uchun $N(x_i)$ molekuladan $N(x_i) P(y_k) = NP(x_i) P(y_k)$ molekula y ni y_k qiymatiga ega bo'ladi. Bu sonni N ga bo'lib, izlanayotgan ehimollikni topamiz:

$$\sum N_i x_i = \sum P_i N x_i$$

ifoda orqali aniqlanadi. Bu yig'indini $\langle x \rangle$ bo'lib, x kattalikni o'rtacha (molekulalar bo'yicha) qiymatini topamiz:

$$\langle x \rangle = \sum p_i x_i \quad (2.5)$$

olingan formula x kattalikni turli xil qiymatlarining ehtimolliklarini bilgan holda, bu kattalikni o'rtacha qiymatini aniqlashga imkoniyat beradi.

Endi molekulani harakterlovchi x kattalik $x=a$ dan $x=B$ gacha qiymatlar qatorini uzluksiz qabul qilish mumkin bo'lgan xolni ko'rib chiqamiz (xususan, a va $b \rightarrow -\infty$ va $+\infty$ larga teng bo'lishi mumkin). Bunday kattaliklarni misollari sifatida molekulani ilgari tanilgan tezligi, uning moduli yoki kinetik energiyasi xizmat qilish mumkin. Bu holda x ni imkoniyatli bo'lgan qiymatlarini soni cheksiz katta, molekulalarni soni esa (N) juda katta bo'lsa ham, lekin cheklangan. Shu sababdan molekulalarni qaysi miqdori x kattalikni aniq belgilangan qiymatga ega savol ma'nosiz bo'ladi bu miqdor nolga teng.

Ko'rib chiqilayotgan xolda kattalik kichik o'zi ichida turgan dx oraliqdagi qiymatlarga ega bo'lishni ehtimolligi dP_x qanday bo'lishi to'g'risidagi savol o'rinli bo'ladi. Kichik dx xolida bu ehtimollik joyida dx ga proporsional bo'ladi. Bunday tashqari, u x o'qishi qaysi joyida dx oraliq joylashganiga bog'liq, yoki ehtimollik x ni funktsiyasi $f(x)$ bo'ladi. SHunday qilib,

$$dP_x = f(x)dx \quad (2.6)$$

dP yonidagi x indeks x ni qaysi qiymati sohasida dx oraliq joylashganini bildiradi. $f(x)$ funktsiya extimollik taqsimoti funktsiyasi yoki extimollik zichligi deb yuritiladi.

dP_x ni molekular to'la soni N ga ko'paytirib, berilgan dx ichidagi x qiymatlarga ega dN_x molekular sonini olamiz:

$$dN_x = NdP_x = Nf(x)dx \quad (2.7)$$

Bu yerdan

$$\int dN_x = \int NdP_x = \int Nf(x)dx = N \quad (2.8)$$

kelib chiqadi. (2.8) formula – (2.2) formulaning analogi. (2.8) dan $f(x)$ funktsiya grafigi chegaralangan yuz birga tengligi kelib chiqadi.

$x dN_x$ ifoda dN_x molekular ega x qiymatlarni yig'indisini beradi, bunda ifodalarni "yig'indisi" esa, yoki

$$\int x dN_x = \int xNdP_x = N \int x dP_x \quad (2.9)$$

barcha N molekular x qiymatlarini yig'indisini beradi. Bu yig'indini N ga bo'lib, x kattalikni o'rtachasini (molekular bo'yicha) olamiz

$$\langle x \rangle = \int x dP_x = \int x f(x) dx \quad (2.10)$$

Bu formula – (2.5) formulaning analogi.

(2.9) formulaga x o'rniga ayrim $\varphi(x)$ funktsiyani qo'yib,

$$\langle \varphi(x) \rangle = \int \varphi(x) f(x) dx \quad (2.11)$$

formulaga kelamiz. Bu formulaga binoan, masalan, x^2 ni o'rtachasini hisoblash mumkin:

$$\langle x^2 \rangle = \int x^2 f(x) dx \quad (2.12)$$

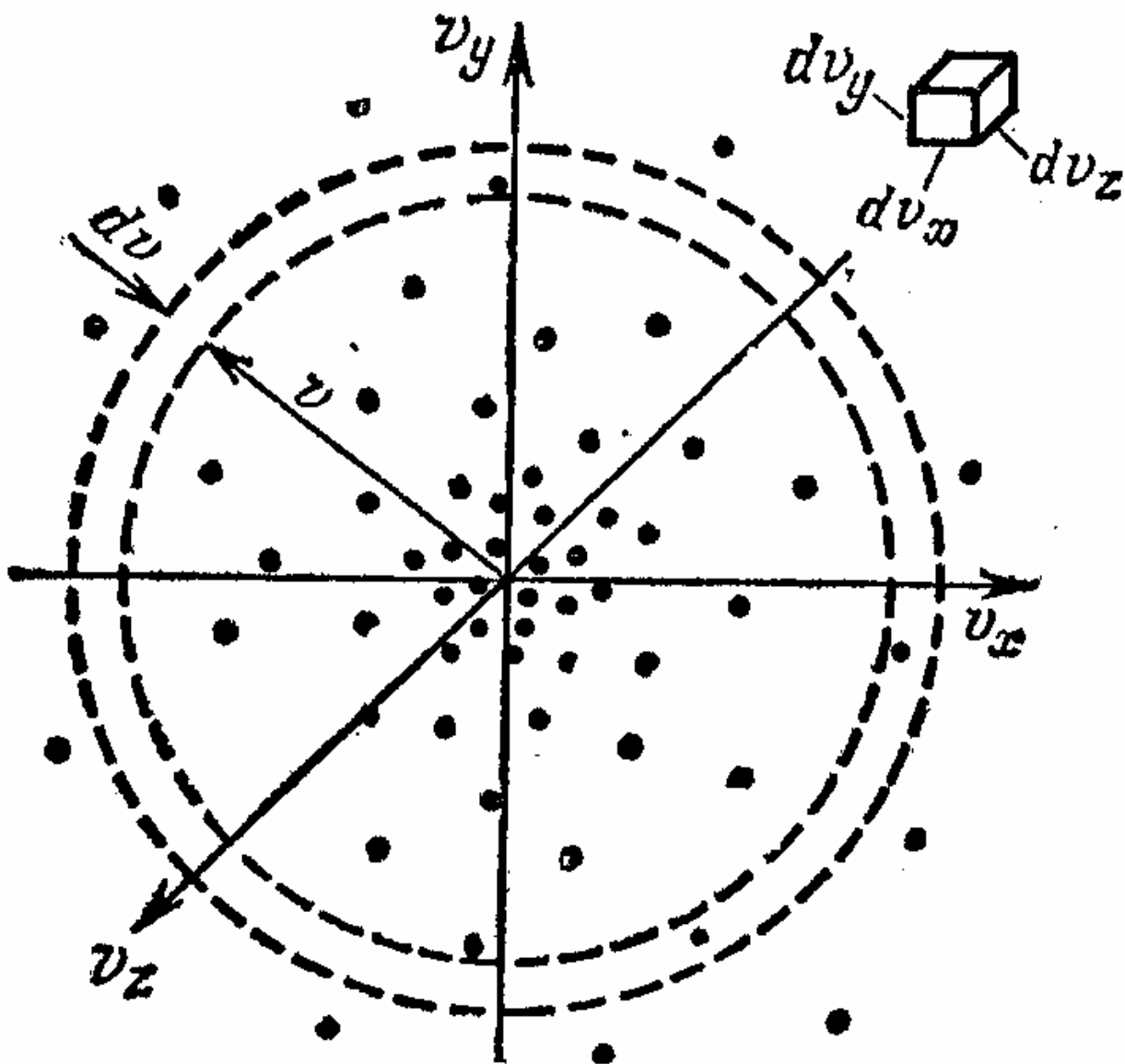
2.2. Maksvell taqsimoti

Bu paragrafda biz gaz molekulalarini tezliklar bo'yicha taqsimotini ko'rib chiqamiz. Gaz holatini muvozanat deb taxmin qilamiz. Gaz molekulalari tezliklarini ko'rgazmali namoyon qilish uchun quyidagi usuldan foydalanamiz. Xayoliy tezliklar fazosini (v - fazoni) kiritamiz; unda to'g'ri burchakli koordinatalar o'qlari bo'ylab alohida molekulalar tezligi koordinatalari v_x , v_y , v_z ning komponentlarini belgilaymiz (2.1 rasm). Bu holda har bir molekulaga tezliklar fazosida nuqta mos keladi. Bu nuqta v - fazoni ixtiyoriy nuqtasidan farq qilish uchun molekula tezligini tasvirlovchi nuqtani μ - nuqta, v - fazoni ixtiyoriy nuqtasini geometrik nuqta deb nomlashni kelishib olamiz.

Gaz muvozanatda turgani uchun, gaz molekulalari harakatlanishining barcha yo'nalishlari teng huquqli. SHu sababdan μ - nuqtalarni koordinatalar boshiga nisbatan joylashishi sferali – simmetrik bo'ladi. Buning uchun μ - nuqtalarni zichligi (v - fazoni hajmi birligidagi soni)

koordinatalar boshidan masofa funksiyasi bo'ladi (tezlik moduli v funksiyasi).

Agar gaz molekulari soni N ni ayrim marta ko'paytirilsa,



2.1 rasm. Tezliklar fazosi.

xuddi shu barobar μ - nuqtalar zichligi ortadi. Demak, μ -- nuqtalarni zichligi N ga proporsional. Bunga binoan μ - nuqtalar zichligini

$$Nf(\vartheta) \quad (2.13)$$

ko'rinishda namoyonlaymiz.

$F(x)$ funktsiya ko'rinishini bila turib, qator masalalarni yechish imkoniyatli. Masalan, koordinatalari v_x, v_y, v_z geometrik nuqtani yonida yotgan dv_x, dv_y, dv_z oraliqlardagi tezlik komponentlariga ega molekulalarni dN_{v_x, v_y, v_z} sonini topish mumkin. Buning uchun ko'rib chiqilayotgan geometrik nuqtadagi μ - nuqtalar zichligini qirralari dv_x, dv_y, dv_z bo'lgan to'g'ri burchakli parallelopipedni xajmiga ko'paytirish lozim (2.1 rasm). Bunda

$$dN_{v_x, v_y, v_z} = Nf(\vartheta)dv_x dv_y dv_z \quad (2.14)$$

2.1 rasmda shtrix chiziq orqali v radiusli qalinligi dv sharaviy qatlam tasvirlangan. μ - nuqtalari shu sharaviy qatlamda turgan molekulalar modullari v dan $v+dv$ gacha oraliqdagi tezliklarga ega. Bunday molekulalar soni dN_v ni topish uchun v ni belgilangan qiymatiga mos μ - nuqtalar zichligi (2.13)ni $4\pi v^2 dv$ ga teng sharaviy qatlamni xajmiga ko'paytirish lozim:

$$dN_\vartheta = Nf(\vartheta) \cdot 4\pi v^2 dv \quad (2.15)$$

Bu ifodani molekulalar soni N ga bo'lib, molekulani tezligi moduli v dan $v+dv$ gacha oraliqda bo'lishi ehtimolligini topamiz:

$$dP_\vartheta = f(\vartheta) \cdot 4\pi v^2 dv = F(\vartheta)dv \quad (2.16)$$

(2.6) formulasiga binoan $F(v)=f(v)\cdot 4\pi v^2$ ifoda o'zi bilan v qiymatlari extimolligini taqsimot funksiyasini namoyonlaydi.

$F(v)$ funksiyani D.K. Maksvell nazariy yo'l bilan topgan. Uning ko'rinishi

$$F(\vartheta) = A_{exp} \left(-\frac{m\vartheta^2}{2kT} \right) \cdot 4\pi\vartheta^2 \quad (2.17)$$

Bu yerda m - molekula massasi; k - Boltsman doimiysi, T - termodinamik (mutloqiy) temperatura. A proportsionallik koeffitsienti

$$\int_0^{\infty} F(\vartheta) d\vartheta = 1 \quad (2.18)$$

shartdan topiladi; u $F(v)$ funksiyani normallashtirish sharti deb yuritiladi. Integrallashni yuqori chegarasi haqida quyidagi aniqlanish kiritish lozim. Gaz molekulalarining tezligi modulini qiymati ayrim, juda katta bo'lsa ham, chegeralangan qiymatdan katta bo'lishi mumkin emas. Lekin eksponentsial ko'paytgich xisobiga $F(v)$ funksiya shuncha tez kamayadiki, yetarli katta v larda u deyarli noldan farq qilmaydi. SHu sababdan integrallashni yuqori chegarasini cheksizgacha kengaytirish sezilarli xatoga olib kelmaydi.

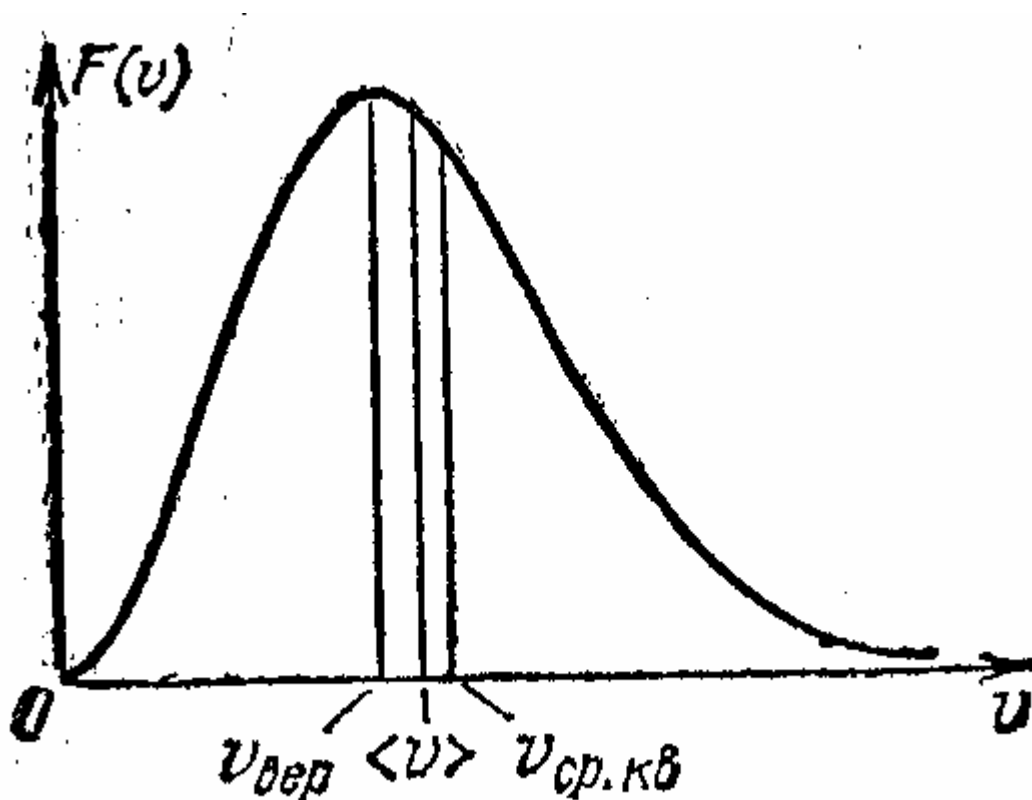
Mos keluvchi hisob-kitob proportsionallik koeffitsienti uchun $(m/2\pi kT)^{3/2}$ qiymatni beradi. Buni hisobga olgan holda gaz molekulalarini tezliklar bo'yicha taqsimot funksiyasini yakuniy ko'rinishda yozamiz:

$$F(\vartheta) = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{m\vartheta^2}{2kT} \right) \cdot 4\pi\vartheta^2 \quad (2.19)$$

Bu funktsiya Maksvell taqsimot funktsiyasi deb nomlanadi.

(2.19) formulada eksponenta belgisi ostida molekula kinetik energiyasini (v tezlikni belgilangan qiymatga mos) energiyani molekularlar bo'yicha o'rta qiymatini xarakterlovchi kT kattalikka nisbati turishini izohlab o'tamiz.

(2.19) funktsiyani grafigi 2.2 rasmda keltirilgan. Oydinki, $F(v)$ funktsiyani maksimumini ta'minlovchi v ni qiymati eng



2.2 rasm. Taqsimot funktsiyasida xarakterli tezliklar.

extimolli bo'ladi. Uni v_{ex} qiymatini dF/dv xosilani nolga tenglab, aniqlash mumkin. (2.19) ifodada v ga bog'liq bo'lmagan ko'paytginlarni hisobga olmasdan v_{ex} ni topish uchun

$$\frac{d}{d\vartheta} \left[\exp\left(-\frac{m\vartheta^2}{2kT}\right) \vartheta^2 \right] = 0$$

munosabatni olamiz. Differentsiallashtirib,

$$\exp\left(-\frac{m\vartheta^2}{2kT}\right) \left(2 - \frac{m\vartheta^2}{kT}\right) \vartheta = 0$$

tenglamaga kelamiz. Birinchi ko'paytginch (eksponenta) nolga $v=\infty$ da aylanadi, uchinchi ko'paytginch (v) $v=0$ da. Grafikdan ko'rinishicha $v=0$ va $v=\infty$ qiymatlar $F(v)$ funktsiyani minimumlariga mos. Demak, maksimumga mos v ni qiymati ikkinchi qavs nolga tengligida namoyonlanadi:

$$2 - \frac{m\vartheta^2}{kT} = 0$$

Bu yerdan

$$v_{ex} = \sqrt{\frac{2kT}{m}} \quad (2.20)$$

(2.10) va (2.12) formulalarga binoan molekular bo'yicha

tezlik moduli v ni qiymati va v ni kvadratini o'rtacha qiymatlari

$$\langle v \rangle = \int_0^{\infty} vF(v)dv = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

$$\langle v^2 \rangle = \int_0^{\infty} v^2 F(v) dv = \frac{2kT}{m} \quad (2.21)$$

ifodalar orqali aniqlanadi (hisob-kitoblarni keltirmay biz integrallashni natijasini keltirdik).

SHunday qilib, molekulalarni o'rtacha tezligi (uni o'rtacha arifmetik tezlik deb ham aytishadi)

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \quad (2.22)$$

qiymatga ega. (2.21) ni kvadrat ildizi molekulalarni o'rtacha kvadratik tezligini beradi:

$$v_{\text{kv}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \quad (2.23)$$

(2.7) ga binoan tezliklari v dan $v+dv$ gacha bo'lgan molekulalarni soni

$$dN_v = NF(v)dv = N \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m\theta^2}{2kT}\right) \cdot 4\pi\theta^2 d\theta \quad (2.24)$$

ga teng. Agar nisbiy tezlik

$$U = \frac{\theta}{\theta_{ex}} \quad (2.25)$$

ga o'tilsa, (2.24) formula muhim darajada soddalashadi

$$dN_u = N \frac{4}{\sqrt{\pi}} \exp(-u^2) u^2 du = f(u) du \quad (2.26)$$

Bu yerda dN_u - nisbiy tezliklari u dan $u+du$ gacha bo'lgan molekulalarni soni. $f(u)$ funktsiya bu u qiymatlari extimolligini taqsimot funktsiyasi, u

$$f(u) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \exp(-u^2) u^2 \quad (2.27)$$

ko'rinishga ega. Bu ifoda o'zi bilan u o'zgaruvchanga yozilgan Maksvell taqsimot funktsiyasini namoyon qiladi.

(2.26) ifodani u_1 dan u_2 gacha chegarada integrallab, nisbiy tezliklari u_1 dan u_2 gacha bo'lgan molekulalar miqdori ΔN ni topamiz:

$$\Delta N = N \int_{u_1}^{u_2} \frac{4}{\sqrt{\pi}} \exp(-u^2) u^2 du \quad (2.28)$$

2.1 jadvalda turli xil tezliklar oraliqlari uchun (2.28) formulaga binoan hisoblangan molekulalarni $\Delta N/N$ nisbiy miqdorlari keltirilgan.

2.1 jadval. Turli xil nisbiy tezlik $u=v/v_{ex}$ ga molekulalarni nisbiy ulushi

u	$\frac{\Delta N}{N}, \%$	u	$\frac{\Delta N}{N}, \%$
0 – 0,5	8,1	2 – 3	4,6
0,5 – 1,5	70,7	>3	0,04
1,5 - 2	16,6	>5	$8 - 10^{-9}$

Jadvalga binoan molekullarni 70,7% ni v tezliklari eng ehtimolli tezlikdan farqlanishi 50% ko'p emas. Tezligi eng ehtimolli tezlikdan uch barobar kattaroq tezlikka ega ehtimolli tezlikdan besh barobar kattaroq tezlikka 12 milliard molekuladan bittasi ega. Bu berilmalar molekullar tezliklari asosan eng ehtimolli qiymati yonida guruhlanadi degan xulosani tasdiqlaydi. Bu xulosada eng ehtimolli tezlik o'rniga o'rtacha tezlik tushunchasidan foydalanish mumkin. Haqiqatda ham, yuqorida keltirilgan formulalardan foydalanib,

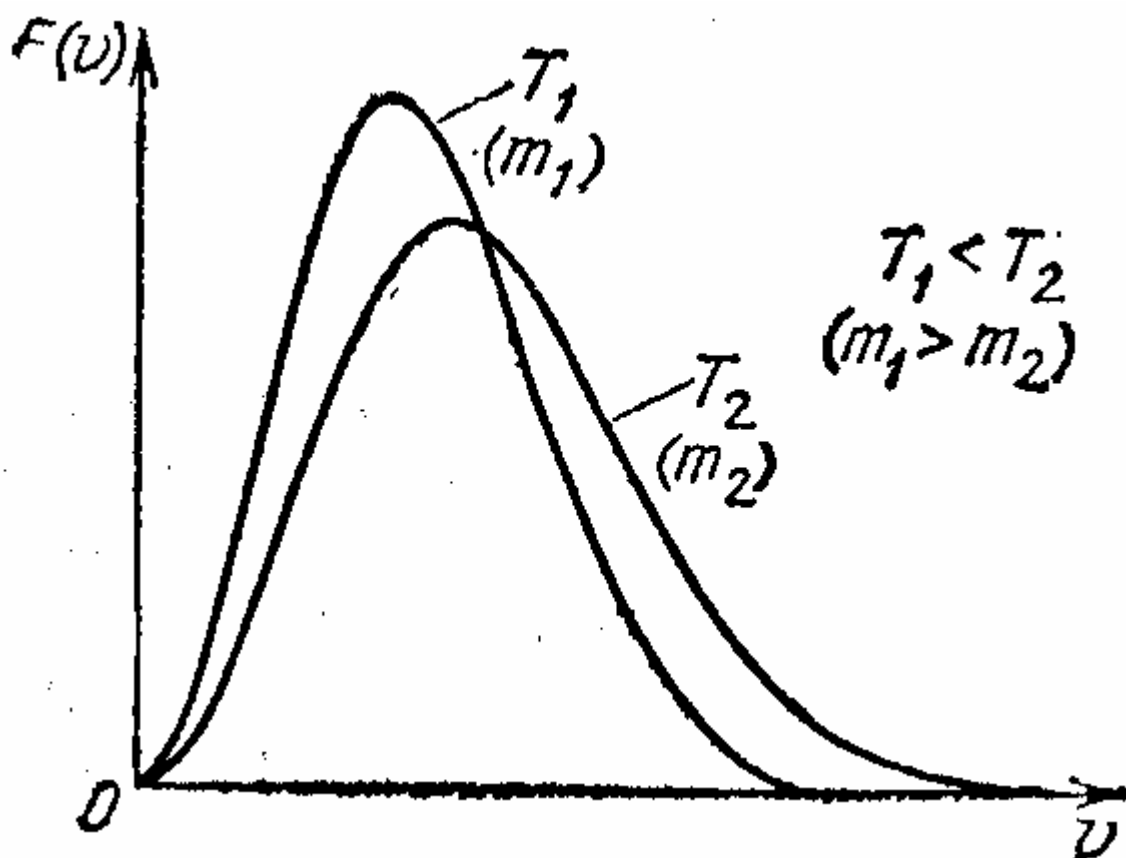
$$\vartheta_{ex} : \langle \vartheta \rangle : \vartheta_{ir.kv} = \sqrt{2} : \sqrt{8/\pi} : \sqrt{3} = 1 : 1,13 : 1,22 \quad (2.29)$$

ekanligini o'rnatish mumkin. Bu 2.2 rasmda ham tasvirlangan. SHunday qilib, o'rtacha va o'rtacha kvadratik tezliklar eng ehtimolli tezlikdan 13 va 22 % ga mos holda kattaroq. (2.25) va (2.29) dan $U_{ex}=1$, $\langle u \rangle = 1,13$, $u_{o'r.kv}=1,22$ kelib chiqadi.

2.3 rasmda ikki temperatura uchun Maksvell taqsimoti grafiklari taqqoslangan.

Tezliklar bo'yicha taqsimotdan molekullarni ilgarilanma harakati kinetik energiyalari bo'yicha taqsimotga o'tish mumkin. Bu E energiya tezlik v bilan $E=mv^2/2$ munosabat orqali bog'langan. Bu yerdan

$$\vartheta^2 = \frac{2E}{m}, \quad \vartheta = \sqrt{\frac{2E}{m}}, \quad d\vartheta = \sqrt{\frac{1}{2mE}} dE$$



2.3 rasm. Taqismot funksiyasining temperatura va zarralar massasiga bog'lanishi.

(2.24) da v^2 va dv ni ularni E va dE orqali yozilgan ifodalarga almashtirib, quyidagi formulaga kelamiz:

$$dN_E = N \frac{2}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-3/2} \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) \sqrt{E} dE \quad (2.30)$$

Bu yerda dN_E ilgarilanma harakati kinetik energiyasi E dan $E+dE$ gacha oraliqda bo'lgan molekularlar soni.

(2.30) dan molekularni E qiymatlari bo'yicha taqsimot funksiyasi

$$f(E) = A \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) \sqrt{E} \quad (2.31)$$

ekanligi kelib chiqadi. (2.31) da

$$A = \frac{2}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-3/2}$$

Bu yerda izohlab o'tamiz, turli usullarda amalga oshirilgan tajribalar Maksvell nazariy olgan taqsimotga to'la mos kelgan. Demak, fizikada statistik usullarga yondoshish (juda katta sonli elementlardan iborat sistemalarda) hodisalardagi qonuniyatlarni o'rnatishga imkoniyatlar ochadi. Teskari xulosa ham qilish o'rinli ko'p sonli elementlardan iborat sistemalarda kuzatiladigan qonuniyatlar statistik xarakterga ega.

Statistik usullar fizikadagi tajribalarga qaratilgan amaliy masalalarni muvofaqiyatli yechishga olib kelgan misollardan birini ko'rib chiqamiz.

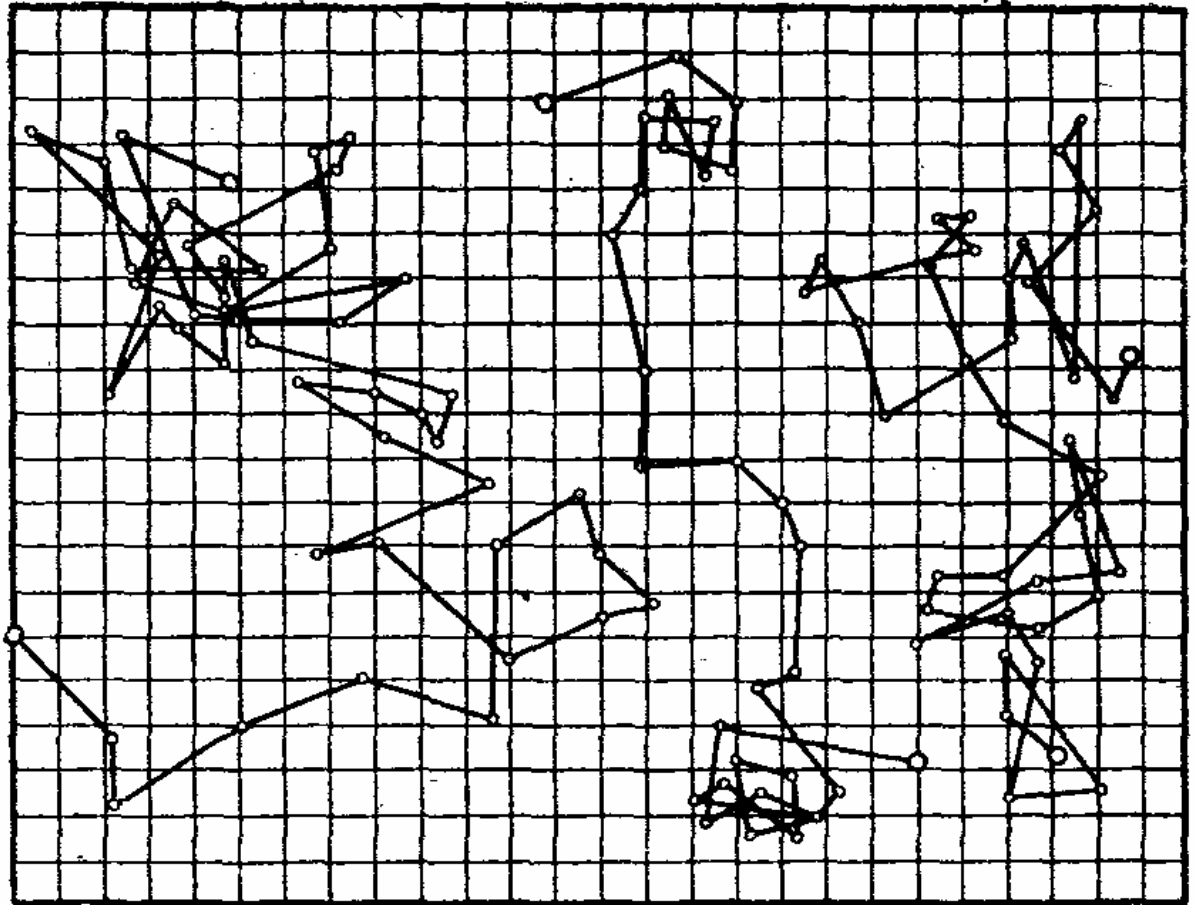
2.3. Broun zarrasini harakati

Atomistik tasavvurlarga ko'ra barcha jismlar elementar zarralar atomlardan iborat. Jismdagi atom va molekulalar tinimsiz issiqlik harakatda turadi. Modda tuzilishining zamonaviy nazariyasi o'zi bilan atomistik nazariyani namoyon etadi, bunda issiqlik modda zarralari atom va molekulalarni tartibsiz harakatiga bog'lanadi.

Modda zarralarini harakati universal harakterga ega. Nafaqat molekulalar, balki kattaroq zarralar ham harakatlanadi. Masalan, suyuqlikda tortilgan kichik zarralar mikroskopda ko'rishga imkoniyatli xarakatda turadi, u broun harakati deb yuritiladi. 2.4 rasmda alohida broun zarralarini mikroskopda kuzatishdagi muayyan vaqt oraliqlarida belgilangan xolatlari ko'rsatilgan.

Xuddi shunday broun harakatini gazda tortilgan zarralar ham hosil etishadi.

Broun xarakati suyuqlik yo gaz molekulalarni zarraga o'tkazgan zarbalari hisobiga vujudga keladi. Har bir broun zarrasi barcha tomondan zarbalarga uchraydi. Turli xil yo'nalishlar bo'lsa, vaqtning alohida kichik oraliqlarida ayrim bir yo'nalishdagi zarbalar soni boshqa yo'nalishlardagi zarbalar sonidan ortiqroq bo'lishi mumkin. Zarbalar sonini bunday fluktuatsiyalari zarrani kuzatiladigan tartibsiz ko'chishini chaqiradi. U murakkab zigzagsimon yo'l o'tadi (2.4 rasm).



2.4 rasm. Broun xarakatining oniy tasviri.

Statistik usullar zarrani boshlang'ich holatidan o'rta kvadratik og'ishini vaqt funksiyasi ko'rinishida o'rnatishga imkoniyat beradi. Bunday masala XX asrni boshida Eynshteyn va Smoluxovskiy tomonidan yechilgan.

Broun zarrasini harakat tenglamasini tuzamiz. Har xil tomondan tushuvchi molekulalarni zarbalari to'la kompensatsiyalanmaganligi sababli, zarraga ayrim tasodif natijaviy kuch $F(t)$ ta'sir etadi va uning harakatini chaqiradi. Bundan tashqari zarraga uning tezligiga proporsional ishqalanish kuchi ta'sir etadi. Ikki kuchni hisobga olib, zarra harakatini x -o'qqa proyeksiyasi uchun tenglama yozishimiz mumkin:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} = F_x \quad (2.32)$$

m - zarrani effektiv massasi, b - muxitni xarakatga qarshilik koeffitsienti.

Molekula harakati to'la tartibsiz bo'lganligi sababli, broun zarrasini x o'qini musbat va manfiy yo'nalishlarida ko'chishi bir xil jadallik bilan o'tadi. SHu sababda zarrani o'rtacha ko'chishi $\bar{x} = 0$. lekin ko'chish kvadratini o'rtacha qiymati $\langle x^2 \rangle = x^2$ nolga teng emas, chunki x^2 harakat yo'nalishi o'zgarishida o'zini ishorasini o'zgartirmaydi. SHu sababdan (2.32) tenglamani shunday o'zgartirish lozimki, unga x^2 kattalik kirsin. Tenglamani ikki tomonini x ga ko'paytirib,

$$mx \frac{d^2 x}{dt^2} + bx \frac{dx}{dt} = xF_x \quad (2.33)$$

ga kelimiz.

Olingan ifodani qayta o'zgartiramiz.

$$x \frac{dx}{dt} = \frac{1}{2} \frac{d(x^2)}{dt}, \quad \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{1}{2} \frac{d^2(x^2)}{dt^2} - \left(\frac{dx}{dt}\right)^2$$

bo'lganligi sababli, (2.33) tenglamani

$$\frac{1}{2}m \frac{d^2(x^2)}{dt^2} - m \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \frac{1}{2}b \frac{d(x^2)}{dt} = xF_x \quad (2.34)$$

(2.34)ni vaqt bo'yicha o'rtalashtiramiz. xF_x o'rtalashtirishda nolga kelimiz, chunki x va F bir xil tez musbat va manfiy qiymatlarga ega bo'ladi, bunda xF_x to'la tasodif va zarra ko'chishi x ga bog'liq emas. Shunday qilib,

$$\overline{xF_x} = 0 \quad (2.35)$$

$\overline{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2}$ kattalik v_x - zarra tezligini x o'qi bo'ylab tashkil etuvchisini kvadratini o'rta qiymati. Harakat xaotik bo'lganligi sababli uch koordinata o'qini barchasi teng huquqli, shuning uchun

$$\overline{\vartheta_x^2} = \overline{\vartheta_y^2} = \overline{\vartheta_z^2} = \frac{1}{3}\overline{\vartheta^2} \quad (2.36)$$

Bu yerda $\overline{\vartheta^2} = \overline{\vartheta_x^2} + \overline{\vartheta_y^2} + \overline{\vartheta_z^2}$ - zarra tezligi kvadratini o'rtacha qiymati. $\frac{m\overline{\vartheta^2}}{2}$ broun zarrasini o'rtacha kinetik energiyasi. Bu zarra muhit molekulalari bilan issiqlik muvozanatida turadi, shu sababdan

$$\frac{m\overline{\vartheta^2}}{2} = \frac{3}{2}kT; \quad (2.37)$$

unda (2.36)ni hisobga olib,

$$m\overline{\dot{x}^2} = kT \quad (2.38)$$

ekanligini topamiz.

(2.35)ni va oxirgi munosabatni o'rtalashtirilgan tenglamaga qo'yib,

$$\frac{1}{2}m \frac{d^2(\overline{X^2})}{dt^2} - kT + b \frac{d(\overline{X^2})}{dt} = 0 \quad (2.39)$$

ni olamiz. Bu yerda

$$\frac{d(\overline{x^2})}{dt} = X$$

yangi o'zgaruvchanga o'tib, (2.39) tenglamani quyidagi ko'rinishga kelimiz:

$$\frac{1}{2}m \frac{dx}{dt} = -\frac{1}{2}bX + kT \quad \text{yoki} \quad \frac{dx}{X - \left(\frac{2kT}{b}\right)} = -\frac{b}{m} dt$$

Bu yerdan murakkab bo'lmagan integrallashdan so'ng

$$\ln\left(X - \frac{2kT}{b}\right) = -\frac{b}{m}t + \ln C \quad (2.40)$$

$$\text{yoki} \quad X - \frac{2kT}{b} = c \exp\left(-\frac{b}{m}t\right)$$

ni topamiz, s - integrallash konstantasi.

Odatda, Broun harakatini tekshirishda zarrani ko'chishlari belgilanadigan t vaqt oraliqlari ichida zarracha molekulalar o'tkazadigan zarbalar soni juda ko'p bo'ladi (kattaligi tartibi bo'yicha t 10^{-2} - 10^{-4} s ga teng). Bu holda o'ng tomondagi eksponentsial ko'paytgich juda kichik va taqriban $X=2kT/b$ qilib qabul qilish mumkn.

Yana x o'zgaruvchanga o'tib,

$$\frac{d(\overline{x^2})}{dt} = \frac{2kT}{b} \quad (2.41)$$

tenglamani olamiz. T bo'yicha integrallab,

$$\overline{X^2} = \frac{2kT}{b}t \quad (2.42)$$

ekanligini topamiz.

SHunday qilib, t vaqt oralig'ida broun zarra ko'chishini kvadratini o'rtacha qiymati shu oraliqqa proporsional. (2.42) munosabat Eynshteyn formulasi deb yuritiladi.

a radiusli sfera shakliga ega zarralar uchun Stoks formulasiga binoan $b=6\pi\eta a$, η - muxit qovushqoqligi (Stoks kichik tezlik bilan xarakatlanayotgan jismlarga ta'sir etayotgan qarshilik kuchini o'rnatgan). b ni qiymatini xisobga olib, quyidagini yozish mumkin:

$$\overline{X^2} = \frac{2kT}{6\pi\eta a}t = 2Dt \quad (2.43)$$

Bu yerda D kattalik diffuziya koeffitsiyenti rolini o'ynaydi, chunki u broun zarralari oqimini kattaligini belgilaydi (bu formulani muzokara qilishga keyingi paragrafda qaytamiz).

(2.43) ko'rinishdagi munosabat "tasodif daydi xarakatga" bog'liq barcha masalalarda uchraydi. Bunday harakat zarrani har bir qadami" oldingisiga mutlaqo bog'liqmas sistemalarda kuzatiladi.

2.4. Relaksasiya vaqti

Ma'lumki, termodinamik muvozanat holatdan chiqarilgan sistema o'zidan o'zi unga qaytadi. Sistemani muvozanat xolatga qaytishi relaksatsiya deb nomlanadi.

Sistemani muvozanat holatga qaytishi cheklangan tezlik bilan o'tadi. U nafaqat sistemani termodinamikaviy parametrlariga (bosim, temperatura va h.) bog'liq, balki uni mikroskopik xarakteristikalarigi, xususan, zarralar orasidagi o'zaro ta'sir orqali belgilanadigan kattaliklarga bog'liq. Bunday xarakteristikalar sifatida erkin yugirish yo'li l va erkin yugirishni o'rtacha vaqti \bar{t} xizmat qilishi mumkin.

Ko'pchilik hollarda sistema muvozanat holatga intilishida ayrim ξ parametrni o'zgarishi tezligini bu parametrni muvozanat qiymati ξ_0 dan og'ishiga proporsional, yoki

$$\frac{d\xi}{dt} = -\frac{1}{\tau}(\xi - \xi_0) \quad (2.44)$$

Bu tenglamani yechimi

$$\xi(t) - \xi_0 = c \exp(-t/\tau) \quad (2.45)$$

ko'rinishga ega, c - integrallash konstantasi. $\xi - \xi_0$ kattalik e barobar kamayishi vaqti τ bu parametrga munosib relaksatsiya vaqti deb yuritiladi. U

nomuvozanat sistemani muxim xarakteristikasi. Relaksatsiya vaqti sistema qancha vaqt ichida nomuvozanat holatda turishini ko'rsatadi. Ko'pchilik jarayonlar (bular ichida radiatsion yemirilish, yorug'likni yutilishi va nurlanishi va boshqalar) nomuvozanat sistemalarda muvozanat sistemalardagidan farqli o'tishi sababli, relaksatsiya vaqtini bilish sistemada o'tadigan jarayonlarni tushinish uchun juda muhim bo'ladi.

Odatda, zarralarni erkin yugirish yo'li l va ikki o'zaro to'qnashish orasidagi o'rtacha \bar{t} vaqt sistemani o'lchovidan va unda o'tadigan makroskopik muvozanat ikki bosqichda o'rnaydi. Dastlab u sistemani faqat mikroskopik kichik soxalarida o'rnaydi, lekin bu sohalardagi molekulalar soni juda katta. Sistemani har bir bunday qismini boshqa, o'ziga o'xshash qismlari bilan o'zaro ta'siri ularni ajratuvchi sirtlar bo'ylab o'tishi sababli, ularni o'ziga hos temperatura, bosim, jarayonlar tezligi va h.larga ega deyarli izolyalangan yarimsistemalar sifatida ko'rish mumkin. Har bir yarimsistemada muvozanat juda tez $\tau \approx \bar{t}$ relaksatsiya vaqti bilan o'rnaydi.

Ikkinchi bosqichda barcha sistemalarda temperatura, bosim va b. tenglashadi. Bu jarayon asta sekin o'tadi, uning relaksatsiya vaqti $\tau \gg \bar{t}$ katta. Relaksatsiya o'lchovi L zarrani erkin yugirish yo'lidan ancha kattaligida ma'noli.

Relaksatsiya asta sekin jarayonlariga ko'chish hodisalari – diffuziya, qovushqoqlik, issiqlik o'tkazuvchanlik va boshqalar munosib. Misol uchun eritmada eritilgan modda molekulalari diffuziyasini ko'rib chiqamiz. Boshlang'ich paytda eritilgan modda molekulalari bir birini yonida

konsentratsiyalangan deb taxmin qilamiz. Diffuziya hisobiga vaqt o'tishi bilan bu molekulalar barcha tomonlarga tarqaladi. Molekulalar o'rtacha L tartibidagi masofaga tarqaganda eritmada muvozanat o'rnatiladi (L - ko'rib chiqilayotgan jarayon uchun ayrim hos o'lchov, bizning holimizda idish o'lchovi). 2.3 §da broun zarrachalari uchun olingan natijalardan eritilgan modda molekulalari harakati uchun foydalanib, bu o'rtacha masofani aniqlash qiyin emas. (2.43) formulada $\overline{x^2}$ L^2 ga o'zgartirib,

$$L^2 = 2D\tau \quad (2.44)$$

ni topamiz, bu yerda τ - molekulalar butun sosud bo'ylab tarqalishi o'rtacha vaqti. Bu vaqt ichida eritma hajmini barchasida muvozanat konsentratsiya o'rnashadi. Demak,

$$\tau = \frac{L^2}{2D}$$

eritilgan zarralarni diffuziya jarayonidagi relaksatsiya vaqti.

Xuddi shunday boshqa ko'chish jarayonlari uchun ham relaksatsiya vaqtini o'rnatish mumkin.

XULOSALAR

1. Extimolliklar nazariyasi ommaviy va tasodifiy xodisalarni o'rganuvchi matematikaviy fan sifatida XX asrni o'rtasida zamonaviy tabiatshunosliklar asosiy matematikaviy usuliga aylandi: katta ommaviy sistemalarda uning har bir elementi fe'l-atvorini bilish butun sistemani xolatiga ta'rif berishga yo'l qo'ymaydi, chunki, har elementni holati vaqtning xar bir paytida boshqa elementlarni tasodifiy ta'sirlariga uchrab turadi. Lekin bunga qaramay, elementlar ommasini muvozanat holati, ehtimolliklar nazariyasiga asoslangan statistik qonuniyatlar hisobiga saqlanib qoladi.

2. XX asrda tabiiy fanlar ixtiyohlari chaqirgan juda jiddiy talablar paydo bo'la boshladi, ular katta va ahamiyatli ma'noda mustaqil matematikani extimolliklar nazariyasi deb yuritiladigan bo'limini rivojlanishiga olib keladi. Bilimlarni bu soxasi xozirgacha intensiv rivojlanish xolatida turibdi.

Tabiat to'g'risidagi bilimlarimiz ortib borishiga qaramay extimolliklar nazariyasiga yangi talablar qo'yishi bir qarashda ko'pam tushunarli emas, chunki extimolliklar nazariyasini asosiy ob'ektlari – bu tasodif yoki noaniqlik, ular odatda bilim yetarli bo'lmaganligi bilan bog'liq.

Lekin izoxlangan tushuimovchilik faqat tuyuluvchi. Haqiqatda aniq, oldindan belgilangan miqdoriy bunday mumtoz qonunlardan biri - gaz bosimini uning temperaturasiga bog'lanishi bu haqiqatda extimoliy xarakterga ega zarrachalarni idish devoriga to'qnashuvlari soni va ularning tezliklari to'g'risidagi qonun. Oddiy temperatura va bosimlar soxasida hosil bo'layotgan tasodifiy og'ishlar katta extimollik bilan juda kichik va bizni asboblarimiz ularni sezmaydi. Zarrachalarni ancha siyrak oqimlarini

o'rganishda, masalan, kosmik nurlanishni vaziyat o'zgaradi, lekin bu ikki xodisa orasida sifatiy o'zgarish yo'q.

SHunday qilib, noaniqlik bilimga intilish jarayonini boshida turgan, va bu yo'lni oxirigacha turadi. Qachon extimolliklar nazariyasining usullaridan foydalanish lozim, qachon bu ortiqchaligi, xar doim biz xodisani qanday aniqlik darajasida o'rganishimiz kerakli va xodisa to'g'risida va uning tabiatiga tegishli ma'lumotlar orasidagi munosabatga bog'liq.

3. Inson faoliyatini deyarli barcha soxalarida shunday vaziyatlar mavjudki, u yo bu tajribalar yoki kuzatishlar bir xil sharoitlarda ko'p marta qaytarilish mumkin. Extimolliklar nazariyasini ayrim usulda ifodalangan natija bir tajribadan ikkinchisiga o'tishda qanday o'zgarishi qiziqtiradi. Tajriba natijasiga tegishli voqealar o'tishi va o'tmasligi mumkin bo'lsa, ular tasodifiy voqealar deb nomlanadi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Karimov.I.A. Yuksak ma'naviyat – yengilmas kuch. Toshkent. "Ma'anaviyat"2008 y. 176 b.
2. Karimov.I.A. O'zbekiston XXI asrga intilmoqda. Toshkent."O'zbekiston" – 2000 y. 352 b.
3. Karimov I.A. Jaxon moliyaviy – iqtisodiy inqirozi, O'zbekiston sharoitida uni bartaraf etishning yo'llari va choralari. T.: O'zbekiston. 2009. 146 b.
4. Lipson G. Velikie eksperimenti v fizike. M: Mir, 1972 g.
5. Plank M. Yedinstvo fizicheskoy kartini mira. M.: Nauka,1976g.
6. Kapitsa P.L. Eksperiment. Teoriya. Praktika. M.: Nauka, 1981g.
7. Gnedenko B.V., Xinchin A.Ya. Elementarnoe vvedenie v teoriyu veroyatnostey. M.: Fizmatchiz, 1961
8. Gmurman V.E. Rukovodstvo k resheniyu zadach po teorii veroyatnostey i matematicheskoy statistike. M.: Visshaya shkola, 1970 g.
9. Valushe I.I., Diligul G.D. Matematika dlya texnikumov. M.: Nauka, 1989
10. Savlev I.V. Kurs fiziki. T. I. M.: Nauka, 1989
11. Gershenzon Ye.M. i dr. Kurs obshey fiziki. Molekulyarnaya fizika. M.: Prosveshenie, 1982.
12. Sibirskiy M.S. Elektronnaya teoriya veshestva. M.: Prosveshenie, 1980.

13. Sushinskiy M.M. Kurs fiziki. T. I. M.: Nauka, 1973.
14. Vigodskiy M.Ya. Sparovochnik po visshey matematike. M.: Nauka, 1964
15. Bonch-Bruevich V.L., Kalashnikov S.G. Fizika poluprovodnikov. M.: Nauka, 1977.
16. Kalashnikov S.G. Elektrichestvo. M.: Nauka. 1977.
17. Ravi K.V, P.V. Wald. In: Semikonduktor Silicon 1977. Ed. H.R. Huff and E. Sirte. – The Elektrochemical Soliety. – Princeton N.I, 1977.
18. K. Reyvi. Defekty i primesi v poluprovodnikovom kremnii. – M.: Mir, 1984
19. V.O. Dorfman. Mikrometallurgiya v mikroelektronike. M.: Metallurgiya . – 1978
20. P.I Baranskiy, V.P. Klochkov, I.V. Potykevich. Poluprovodnikovaya elektronika. Sparovochnik. Kiev: Naukovaya dumka, 1975.