

**Wo'zbekstan Respublikasi' Joqari' ha'm orta arnawli' bilim ministrliqi**

**Berdaq ati'ndag'i' Qaraqalpaq ma'mleketlik universiteti**

**Uli'wma fizika kafedrasi'**

*Qol jazba huqi'qi'nda*  
**UDK 537,226:548,248:539,2**

**Kamila Embergenova**

**$\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'ndag'i' segnetoelektriklik fazali'q  
o'tiwdi  
eksperimentalli'q ha'm teoriyali'q izertlew**

**5A140204 – Kondensaciyalang'an ortali'qlar fizikasi' ha'm materialtani'w  
qa'nigeli boyi'nsha magistr da'rejesin ali'w ushi'n jazi'lg'an dissertaciya**

**MAK da jaqlawg'a ruxsat:**

**Magistratura**

**bo'limi basli'g'i'**

**Kafedra basli'g'i'**

**Ilimiy basshi'**

**docent A.Gulimov**

**fizika-matematika ilimlerinin'**

**kandidati' J.Akimova**

**professor B.A.Abdikamalov**

**No'kis 2013-ji'l**

O'zbekistan Respublikasi Jo'kari ha'm orta arnawli bilimlendiriw ministrliqi  
Berdaq atindag'ı Qaraqalpaq Ma'mleketlik Universiteti

Magistratura bo'limi  
Kafedra: Uliwma fizika  
2011-2012/2012-2013

Magistrant: Embergenova K.  
İlimiy basshi: Abdikamalov B. Oqıw jılı  
Qa'nigelik: 5A140204

**Magistrlik dissertatsiya annotatsiyası**

**Temanın' aktualıg'ı:** Ha'zirgi waqıtta  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristalının' segnetoelektrik fazalıq o'tiwın u'yreniw arqalı bunday kristallardıń qollanıw oblastların o'zgeritiwge yag'nıy strukralıq o'zgganıqlawg'a ha'm fizikalıq strukturasın sırtqı ta'sirlerdin' na'tiyjesinde o'zgeritiwge boladı.  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristalı o'zinin' qollanıw oblastı boyınshada qattı strukturag'a iye materiallar ishinde en' ko'p qollanılatug'ın qattı materiallar bolıp tabıladı.

**İzertleniw obekti.** Bul jumısta izertleý obekti sıpatında  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristalının' strukturası alındı.

**İzzertleý predmeti.**  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristalının' rentgenlik difraktsiya izertlew, termodinamikalıq ha'm mikroskopiyalıq teoriyalıq izertlew.

**İzertlewdir' metodikası ha'm usılları.** Segnetoelektriklik fazalıq o'tiwlerdegi difraktsiyalıq izertlew, segnetoelektriklerdegi fazalıq o'tiwdi teoriyalıq izertlew, segnetoelektriklik fazalıq o'tiwdir' mikroskopiyalıq (modellik) teoriyasi'.

**İzertlewdir' na'tiyjelerinin' ilimiy ta'repten jan'alıg'ı.**

1.  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'ndag'i' segnetoelektriklik fazalıq o'tiwdi teoriyalıq izertlewlerdir' eksperimentlalıq jaqtan izertlewler menen sa'ykes keliwi ha'mde segnetoelektriklerdir' termodinamikalıq teoriyasi' ha'm fazalıq o'tiwdir' mikroskopiyalıq (modellik) teoriyasi' qarap shi'g'i'ldi'.

**İzertlew na'tiyjelerinin' ilimiy a'hiyemeti ha'm qollanılıwı**

$\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristalının' segnetoelektrik fazalıq o'tiwın teoriyalıq ha'm eksperimentallıq izertlew na'tiyjesinde bunday qattı strukturalardıń taza turdegi strukturasın yamasa simmetriyalıg'ı o'zgergen strukturasın alıwg'a boladı, usıg'an sa'ykes tu'rde olardıń qollanıliya oblastı o'zgerip otradı.

**Jumıstın' du'zilisi ha'm quramı.** Dissertatsiya u'sh bapıtan turadı, a'debiy sholiw, eksperiment metodikası, tiykarg'ı bo'lim.

**Orınlang'an jumıstın' tiykarg'ı na'tiyjesi.**  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'nda formani' este saqlaw effekti baqlandı'. Oni'n' ma'nisi mi'nadan ibarat: segnetoelektriklik haldag'i' kristalda monodomenizaciya processinde iymeygen (formasi'n o'zgeritken) kristal temperatura joqari'lag'anda paraelektriklik fazag'a o'tkende o'zinin' da'silepki formasi'na qayti'p keledi.

Kafedra baslıg'ı:

f.m.i kandidati J.Akimova

Magistrant:

K.Embergenova

**Ministry of high and secondary special education of the Republic of  
Uzbekistan**

**Karakalpak State Universitet**

|                                    |                            |
|------------------------------------|----------------------------|
| Master's course                    | master: Embergenova. K     |
| «General fizics»                   | Supervisor: Abdikamalov. B |
| Academic year: 2011-2012/2012-2013 | Speciality: 5A140204       |

**The annotation of the master's dissertation**

Kamila Embergenova's magister dissertation "Experimental and theoretical study of ferroelectric phase transitions in  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  crystals".

**Actuality of the theme:** The magister dissertation is devoted to one of topical issues of physics of the condensed condition and physical materials science and includes in a range of the carried-out research works the following: oscillation of atoms of a crystal lattice and thermal properties of firm bodies, elastic oscillations in single crystals, one-dimensional oscillation of a lattice with basis, oscillation of a three-dimensional lattice, quantum nature of fluctuations of a crystal lattice, a thermal capacity of firm bodies, Dulong-Petit, Einstein's laws, Debye, questions of diffraction research of ferroelectric phase transitions in  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  crystals, nuclear and crystal structures paraelectric and ferroelectric phases of crystals of  $\text{KH}_2\text{PO}_4$ ,

**The aim and task of the dissertation:** X-ray topography researches of system of structural domains, shape memory effect, connected with process of an electric monodomination, theoretical research of ferroelectric phase transitions in  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  crystals, the thermodynamic (modeling) theory of ferroelectric phase transitions.

**The aim of the study is to establish** the physical nature of the processes occurring in thin semiconductor epitaxial layers, and study the influence of external factors - interacting macrodefects and mobile point defects.

By means of a X-ray topography method of angular scanning structural aspects of ferroelectric phase transition and transformations of structural domains are investigated at the appendix of static homogeneous electric field. It is shown that at the appendix of electric field of intensity about 4kV/cm along the direction [001] there is a structural monodomainization. It is proved that this process leads to a homogeneous bend of a sample round the direction [002] and to formation of a new orientation state. It is shown also that in electric field phase transition occurs on the dilatation mechanism along the crystallographic direction  $\langle 110 \rangle$ .

**Application and testing results of the study.** The shape memory effect of a form in  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  crystals which essence consists in the following is found: bent at influence of electric field the ferroelectric crystal upon transition to a paraelectric condition restores the initial form. To the dress and these questions the theory of ferroelectric phase transition in  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  crystals is considered.

**The structure and amount of work** The dissertation consists of 3 heads and 22 paragraphs. The bibliography totals 72 names.

Head of Department:

J. Akimova

Master:

K. Embergenova

## Mazmuni'

|   |    |
|---|----|
| Kirisiw.  | 3  |
| I bap. Kristalli'q pa'njere atomlari'ni'n' terbelisleri ha'm qatti' denelerdin' ji'lli'li'q qa'siyetleri.   | 4  |
| 1-§. Bir tekli tardag'i' bir o'lshemli terbelisler.   | 5  |
| 2-§. Monokristallardag'i' serpimli terbelisler.   | 7  |
| 3-§. Bir atomli' si'zi'qli' dizbektin' terbelisleri.  | 10 |
| 4-§. Baziske iye bir o'lshemli pa'njerenin' terbelisleri.   | 17 |
| 5-§. Ysh o'lshemli pa'njerenin' terbelisleri.   | 26 |
| 6-§. Pa'njere terbelisinin' kvantli'q xarakteri.  | 31 |
| 7-§. Fononni'n' impulsi.  | 33 |
| 8-§. Fotonlardin' akustikali'q fononlardag'i' serpimli emes shashi'rawi'.   | 34 |
| 9-§. Rentgen nurlari'ni'n' fononlardag'i' serpimli emes shashi'rawi'.   | 37 |
| 10-§. Neytronlardin' fononlardag'i' serpimli emes shashi'rawi'.   | 38 |
| 11-§. Qatti' denelerdin' ji'lli'li'q si'yi'mli'g'i'. Dyulong-Pti ni'zami'.  | 40 |
| 12-§. Eynshteynnin' ji'lli'li'q si'yimli'g'i' teoriyasi'.   | 42 |
| 13-§. Debaydi'n' ji'lli'li'q si'yi'mli'g'i' teoriyasi'.   | 47 |
| 14-§. Fononlar ko'z-qaraslari'na tiykarlanip ji'lli'li'q si'yi'mli'g'i' ushi'n an'latpani' keltirip shi'g'ari'w.  | 55 |
| II bap. $\text{KH}_2\text{PO}_4$ kristallari'ndag'i' segnetoelektriklik fazali'q o'tiwlerdi difrakciyali'q izertlew.  | 57 |
| 15-§. $\text{KH}_2\text{PO}_4$ kristallari'ni'n' paraelektriklik ha'm segnetoelektriklik fazalari'ni'n' atomli'q-kristalli'q strukturalari'.  | 57 |
| 16-§. Domenler sistemasi'n rentgentopografiyali'q baqlaw.   | 62 |
| 17-§. Elektrik monodomenizaciya menen baylani'sli' bolg'an formani' este saqlaw effekti.  | 69 |
| III bap. $\text{KH}_2\text{PO}_4$ kristallari'ndag'i' segnetoelektriklik fazali'q o'tiwdi teoriyali'q izertlew. $\text{KH}_2\text{PO}_4$ kristallari'ndag'i' segnetoelektriklik fazali'q o'tiwidin' mikroskopiyali'q (modellik) teoriyasi'. | 73 |
| 18-§. Atomlardin' terbelisleri ha'm kristalli'q denelerdegi fazali'q o'tiwler.  | 73 |
| 19-§. Segnetoelektriklerdin' termodinamikali'q teoriyasi'.  | 74 |
| 20-§. I a'wlad fazali'q o'tiwleri.  | 75 |
| 21-§. II a'wlad fazali'q o'tiwleri.   | 77 |
| 22-§.   | 80 |
| Magistrlik dissertaciya boyi'nsha uli'wmali'q juwmaqlar.  | 82 |
| Paydalani'lg'an a'debiyatlar dizimi.  | 83 |

## Kirisiw

**Jumıstın' aktualıg'ı** Belgili bir fizikalıq quramg'a yamasa strukturag'a iye kristallardı alıw eksperimentalıq ilimiy jumıs penen shugıllanıwshı fiziklerdin' en' bir qızıqlı ha'm a'hiymetli ma'seleleri bolıp esaplanadı. Kristalli'q strukturag'a iye denelerdegi ha'r qi'yli' si'rtqi' ta'sirlerde ju'zege keletug'in ko'p sanli' strukturali'q o'zgerislerdin' ni'zamli'qlari'n ani'qlawda modellik obektler dep atalatug'in sali'sti'rmali' a'piwayi' strukturag'a iye, si'rtqi' ta'sirlerde strukturani'n' o'zgerisin ju'zege keltiriw mu'mkin bolg'an obektler ayri'qsha ori'ndi' iyeleydi. Bunday obektler qatari'na birinshi gezekte joqari' temperaturalarda kubli'q yamasa tetragonalli'q atomli'q-kristalli'q strukturag'a iye segnetoelektriklik (ferroelektriklik) ha'm segnetoelastiklik (ferroelastik) kristallardi' kirgiziwge boladı. Usınday kristallardıń biri segnetoelektriklik fazalıq o'tiwge iye  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristalı bolıp esaplanadı.  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristalınnı' segnetoelektriklik fazalıq o'tiwın uyreniw arqalı bunday kristallardıń qollanıw oblastların anıqlawg'a ha'm fizikalıq strukturasını sırtqi' ta'sirlerdin' na'tiyjesinde o'zgeriyage boladı.

**İzzertleñ obekti.** Bul jumısta izzertleñ obekti sıpatında  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristalınnı' strukturası alındı.

**İzzertlew predmeti.**  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristalınnı' segnetoelektriklik fazalıq o'tiwın teoriyalıq ha'm eksperimentallıq izertlewde mikroskopiyalıq (modellik) ha'm termodinamikalıq teoriyalar menen birge eksperimentallıq rentengen difraktsiyalıq usıl qollanıldı.

**İzertlewdir' metodikası ha'm usılları.**  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'ndag'i' segnetoelektriklik fazalıq o'tiwlerdi difrakciyalıq izertlew,  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'ndag'i' segnetoelektriklik fazalıq o'tiwdi teoriyalıq izertlew,  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'ndag'i' segnetoelektriklik fazalıq o'tiwdirin' mikroskopiyalıq (modellik) teoriyası'.

### **İzertlewdirin' ilimiy jan'alıg'ı.**

1.  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'ndag'i' segnetoelektriklik fazalıq o'tiwdi teoriyalıq izertlew, segnetoelektriklerdin' termodinamikalıq teoriyası' ha'm  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'ndag'i' segnetoelektriklik fazalıq o'tiwdirin' mikroskopiyalıq (modellik) teoriyası' qarap shi'g'i'ldi'.

2. Rentgenografiyalıq mu'yeshlik skanirovanie usi'li'ni'n ja'rdeminde  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'ndag'i' segnetoelektriklik fazalıq o'tiwlerdegi ha'm segnetoelektriklik fazadag'i' kristallarg'a bir tekli elektr maydani'n tu'sirgende ju'zege keletug'in substrukturalıq o'zgerisler izertlendi.

**Problemanın' izertleniñ da'rejesi.** Son'g'ı waqıtları qattı deneler fizikasının' klassikalıq ma'selelerinin' biri bolg'an strukturalıq fazalıq o'tiw problemaların sheshiwde u'iken jetiskenliklerge erisildi. Usı maqsette ilim ha'm texnikanın rawajlanıwı menen qattı strukturag'a iye materiallardın' qollanıya oblastların artırıw ushın ko'plegen teoriyalıq ha'm eksperimentallıq ilimiy jumıslar alıp barılıp atır.  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristalınnı' fizikalıq jaqtan duzilisin u'yreniw arqalı onnı' barlıq texnika oblastlarında qollanıw mu'mkinshilikleri artıp atır.

**Jumıstın' maqseti ha'm Ƴazıypaları.** Magistrlik dissertatsiya jumısının' tiykarg'ı maqseti  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristalındag'ı segnetoelektrlik fazalık o'tiwdi teoriyalıq ha'm eksperimentallıq jaqtan u'yreniw bolıp esaplanadı.

Joqarıdag'ı qoyılğ'an maqsetke erisiƳ ushın, to'mendegi Ƴazıypalar orınlanıƳı kerek;

1.  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristalındag'ı segnetoelektrlik fazalıq o'tiwin teoriyalıq jaqtan u'yrenip shıg'ıw.

2.  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristalındag'ı segnetoelektrlik fazalıq o'tiwin eksperimentallıq jaqtan u'yrenip shıg'ıw.

3. Eksperimentallıq ha'm teoriyalıq izertlengen na'tiyjelerdi bir-biri menen salıstırıw.

**Jumıstın' du'zilisi ha'm quramı.** Dissertatsiya u'sh baptan turadı, a'debiy sholıw, eksperiment metodikası, tiykarg'ı bo'lim.

**Orınlang'an jumıstın' tiykarg'ı na'tiyjesi.** Fazalıq o'tiwlerde [110] bag'i'ti'nda o'tlemleri 3-4 mm ge shekem jetetug'i'n eki tu'rli polidomenlik komplekslerdin' payda bolatug'i'nli'g'i' ani'qlandı'. Bunday jag'dayda bir biri menen kogerentli baylanisqan domenler kompleksleri arasi'nda eni 300-400 mkm bolg'an mexanikalıq kernewlerge iye shegaralı'q oblastlar payda boladı'.

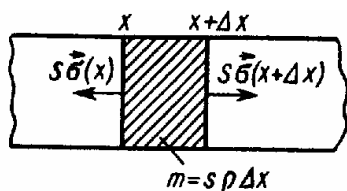
## **I bap. Kristalli'q pa'njere atomlari'ni'n' terbelisleri ha'm qatti' denelerdin' ji'lli'li'q qa'siyetleri**

Qatti' denelerdegi atomlar qa'legen temperaturada, soni'n' ishinde 0 K de de o'zlerinin' ortasha ten' salmaqli'q hallari' a'tirapi'nda yzliksiz terbeledi. Amplitudalar y'iken bolmag'an jag'daylarda bunday terbelislerdi garmonikali'q terbelisler dep esaplawg'a boladi'. Temperaturani'n' joqari'lawi' menen bul terbelislerdin' amplitudalari' da, energiyalari' da y'keyedi. Qatti' denelerdegi atomlar bir biri menen kyshli baylani'sqan bolg'anli'qtan atomlardi'n' birewinde terbelistin' qozi'wi' qon'si'las ekinshi atomg'a beriledi. Al ekinshi atomnan terbelis og'an en' jaqi'n jaylasqan atomg'a, onnan o'z gezeginde yshinshi, to'rtinshi ha'm basqa da atomlarga'a beriledi. Bul process qatti' denelerdegi ses tolqi'nlarini'n' tarqali'wi'na uqsas. Bir biri menen kyshli baylani'sqan atomlardi'n' mymkin bolg'an barli'q terbelislerin kristaldi'n' barli'q ko'lemi boyi'nsha tarqalatug'i'n tolqi'n uzi'nli'qlari' ha'r qi'yli' bolg'an bir biri menen ta'sir etiwshi serpimli tolqi'nlar dep ko'z aldi'g'a keltiriwge boladi'. Qatti' denenin' o'lshemleri sheklengen bolg'anli'qtan berilgen temperaturada terbelislerdin' stacionar hali' jyzege keledi. Bul stacionar hal turg'i'n tolqi'nlardin' superpoziciyasi'nan turadi'. Ses tolqi'nlarini' ushi'n qatti' denenin' betinin' tyynlik bet boli'p tabi'latug'i'nli'g'i'n eske tysiremiz.

Kristalli'q pa'njerenin' atomlari'ni'n' terbelisleri menen qatti' denelerdegi ko'plegen fizikali'q qubi'li'slar baylani'sqan. Olardan ji'lli'li'q si'yi'mli'g'i'n, ji'lli'li'q o'tkizgishlikti, ji'lli'li'q ken'eyiwin, elektr o'tkizgishlikti ko'rsetiwge boladi'. Soni'n' menen bir qatarda atomlardi'n' terbelisleri menen qatti' denelerdegi segnetoelektriklik si'yaqli' fazali'q o'tiwlerdin' de tikkeley baylani'sli' ekenligin atap o'temiz. Ysh o'lshemli kristaldi'n' atomlari'ni'n' terbelislerinin' teoriyasi' jyda' quramali' teoriyalardi'n' biri boli'p esaplanadi'. Sonli'qtan biz da'slep ko'pshilikke belgili bolg'an oqi'w ha'm ilimiy a'debiyatlardagi' mag'li'wmatlar tiykari'nda serpimli tolqi'nlardin' bir tekli serpimli tardag'i' ha'm kristallardag'i' olardi'n' diskret strukturasi'n esapqa almag'an jag'dayda tarqali'wi'n qarap shi'g'ami'z [1-8]. Bunnan keyin bir tekli pa'njeredegi atomlardi'n' terbelislerin qarap o'temiz ha'm ali'ng'an na'tiyjelerdi ysh o'lshemli kristalli'q pa'njere ushi'n uli'wmalasti'rami'z.

### **1-§. Bir tekli tardag'i' bir o'lshemli terbelisler**

Si'ziqli' ti'g'i'zli'g'i'  $\rho$  bolg'an bir tekli sheksiz uzi'n bolg'an tardag'i' boyli'q tolqi'nlardin' tarqali'wi'n yyrenemiz. Bul jag'dayda tardi'n' ha'r bir elementinin' qozg'ali'si' oni'n' uzi'nli'g'i' bag'i'ti'nda jyzege keledi. Boyli'q tolqi'n tarqalg'anda  $\Delta x$  uzi'nli'q elementine (1-1 sywret) mi'naday kyshler ta'sir etedi: shep ta'repten  $S\sigma(x)$  ha'm on' ta'repten  $S\sigma(x+\Delta x)$ . Bul an'latpalarda  $S$  arqali' tardi'n' kesekesimnin' maydani', al  $\sigma(x)$  ha'm  $\sigma(x+\Delta x)$  arqali' normal serpimli kernewler belgilengen.



1-1 sywret.

Tarda tarqalatug'i'n serpimli tolqi'nlardi'n' qozg'ali's ten'lemesin keltirip shi'g'ari'w ushi'n arnalg'an sywret.

$\Delta x$  elementine ta'sir etetug'i'n kyshlerdin' qosi'ndi'si' mi'nag'an ten':

$$F = S\sigma(x + \Delta x) - S\sigma(x). \quad (1.1)$$

Bunday kyshtin' ta'sirinde  $\Delta x$  elementi orni'nan ji'li'sadi'. Bul  $\Delta x$  elementinin' massa orayi'ni'n' ji'li'si'wi'n (awi'si'wi'n)  $u(x, t)$  arqali' belgilep Nyutonni'n' ekinshi ni'zami' boyi'nsha oni'n' qozg'ali's ten'lemesin bi'layi'nsha jazami'z:

$$\rho S \Delta x \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = S\sigma(x + \Delta x) - S\sigma(x). \quad (1.2)$$

Bul an'latpada  $\rho S \Delta x = m$  shamasi' qali'n'li'g'i'  $\Delta x$  bolg'an elementtin' massasi', al  $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$  bolsa tezleniw. (1.2)-ten'lemeni bi'layi'nsha ko'shirip jazami'z:

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\sigma(x + \Delta x) - \sigma(x)}{\Delta x}.$$

$\Delta x \rightarrow 0$  sheginde bul ten'leme

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma}{\partial x} \quad (1.3)$$

ten'lemesine o'tedi. Izotrop qatti' deneler ushi'n Guk ni'zami'na sa'ykes

$$\sigma = E\varepsilon.$$

Bul formulada  $E$  arqali' serpimlilik moduli (YUng moduli), al  $\varepsilon = \frac{\partial u}{\partial x}$  arqali' noqattag'i' deformaciya belgilengen. Bunnan

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} = E \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = \frac{E}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

ten'lemesine iye bolami'z. Na'tiyjede  $u(x, t)$  awi'si'wi' ushi'n qozg'ali's ten'lemesi en' aqiri'nda

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{E}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (1.4)$$

tyrine enedi. Bul tardi'n' boyi'n boyi'nsha tarqalatug'i'n a'dettegi tolqi'nli'q ten'leme boli'p tabi'ladi'.

(1.4) tyrindegi ten'lemeni Mathematica 9 programmalaw tilinde an'sat sheshiwge boladi'. Buni'n' ushi'n

$$DSolve[D[u[x,t],\{t,2\}] == \frac{E1}{\rho} D[u[x,t],\{x,2\}], u[x,t], x, t]$$

tyrindegi an'latpa jazi'ladi' (bul an'latpada shegarali'q ma'nisler qoyi'lmag'an ha'm YUng moduli  $E1$  arqali' belgilengen). Kompyuter mi'naday sheshimdi beredi

$$u[x,t] \rightarrow C[1][t - \frac{x\sqrt{E1\rho}}{E1}] + C[2][t + \frac{x\sqrt{E1\rho}}{E1}]$$

Bul an'latpada  $C[1]$  menen  $C[2]$  arqali' integrallaw turaqli'lari' belgilengen.

(1.4)-ten'lemenin' sheshimin a'dette juwi'ri'wshi' monoxromat boyli'q tolqi'n tyrinde izleydi:

$$u = u_0 \exp[i(kx - \omega t)] = u_0 \sin 2\pi \left( \frac{x}{\lambda} - \nu t \right) = u_0 \sin(kx - \omega t). \quad (1.5)$$

Bul an'latpada  $u_0$  arqali' terbelislerdin' amplitudasi',  $\nu$  arqali' terbelislerdin' jiyiligi,  $\omega$  arqali' ciklli'q jiyilik,  $t$  arqali' waqi't,  $k = 2\pi / \lambda$  arqali' tolqi'nli'q san belgilengen. (1.5)-sheshimdi (1.4)-ten'lemege qoyi'p

$$\omega = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \cdot k \quad (1.6)$$

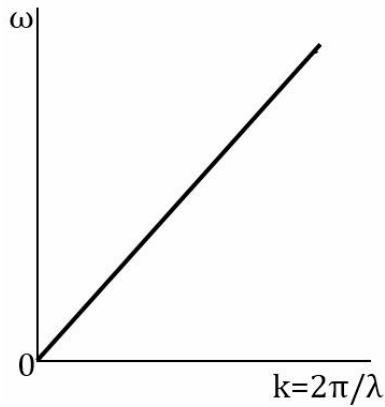
dispersiyali'q qatnasti' alami'z.

Bunday dispersiyali'q qatnasti' biz Mathematica 9 tilinin' ja'rdeminde de ala alami'z. Buni'n' ushi'n biz (1.5)-qatnastan  $x$  ha'm  $t$  o'zgeriwshileri boyi'nsha eki retten tuwi'ndi' ali'p, bul tuwi'ndi'lardi' (5.4)-an'latpag'a qoyi'p, ali'ng'an algebra'li'q ten'lemeni  $\omega$  g'a qarata sheshiwimiz kerek. Buni' bi'layi'nsha jazami'z:

$$u[x_, t_] = u0 Sin[kx - \omega t];$$

$$Solve[D[u[x,t],\{t,2\}] == \frac{E1}{\rho} D[u[x,t],\{x,2\}], \omega]$$

Kompyuter  $\omega \rightarrow \frac{kx}{t}, \omega \rightarrow -\frac{\sqrt{E1}k}{\sqrt{\rho}}, \omega \rightarrow \frac{\sqrt{E1}k}{\sqrt{\rho}}$  sheshimlerin beredi.



1-2 sywret.

Yzliksiz tar ushi'n dispersiyali'q g'a'rezlilik.

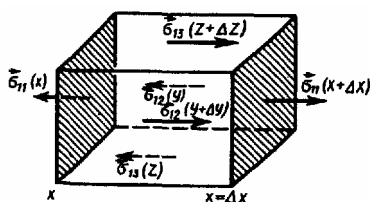
(1.6)-an'latpadan sheksiz uzi'n tarda tarqalatug'i'n serpimli tolqi'n ushi'n terbelisler jiyiliginin' tolqi'nli'q sannan si'zi'qli' g'a'rezli ekenligin ko'rsetedi. (1-2 sywret). Bunday jag'dayda tolqi'nni'n' tarqali'w tezligi  $v_i = \sqrt{E/\rho}$  shamasi' berilgen material ushi'n turaqli' san boli'p tabi'ladi'. Sebebi  $E$  menen  $\rho$  shamarini'n' berilgen materialdi'n' xarakteristikalari' ekenligin bilemiz. Mi'sali' temir struna ushi'n  $E = 2,1 \cdot 10^{11}$  Pa,  $\rho = 7,8 \cdot 10^3$  kg/m<sup>3</sup> bolg'anli'qtan  $v_i = \sqrt{E/\rho} = 5 \cdot 10^3$  m/sek.

1-2 sywretten tolqi'nli'q sannin' modulini'n' 0 den  $\infty$  ke shekem o'zgeretug'i'nli'g'i' ko'rinip tur. Demek terbelis jiyiligi de 0 den  $\infty$  ke shekem o'zgeredi eken.

## 2-§. Monokristallardag'i' serpimli terbelisler

Kristallardag'i' serpimli tolqi'nlaridin' tarqali'w tezligi elektromagnit tolqi'nlaridin' tarqali'w processlerine sali'sti'rg'anda a'dewir quramali'. Elektromagnit tolqi'nlar barli'q waqi'tta da ko'ldenen', al serpimli (ses tolqi'nlarini') tolqi'nlar bolsa ko'ldenen' de, boyli'q ta boladi'. Boyli'q tolqi'nlar qi'si'li'w ha'm sozi'li'w tolqi'nlarini', al ko'ldenen' tolqi'nlarini' ji'lji'w deformaciyasi' tolqi'nlarini' boli'p tabi'ladi'. Uli'wma jag'dayda kristalda ha'r bir berilgen bag'i'tta ha'r qi'yl'i' tezliklerge iye bolg'an ysh polyarizaciyalang'an serpimli tolqi'n tarqaladi'.

Ti'g'i'zli'g'i'  $\rho$  bolg'an kristallardag'i' serpimli tolqi'nlaridin' tarqali'wi'n qaraymi'z. Kristaldi'n' ishinde  $x$ ,  $y$  ha'm  $z$  ko'sherlerine parallel bolg'an qabi'rg'alari'ni'n' uzi'nli'g'i'  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  ha'm  $\Delta z$  bolg'an elementar parallelepipedni ayi'ri'p alami'z. Serpimli tardag'i'day kristal boyi'nsha serpimli tolqi'n qozg'alg'anda elementar parallelepipedtin' ha'm bir qaptali'  $\sigma_{ij}$  kernewinin' ta'sirinde azmaz ji'lji'ydi' (Guk ni'zami' ori'nli' bolatug'i'n serpimlilik oblasti'nda).  $x$  ko'sheri bag'i'ti'nda serpimli tolqi'n tarqalg'anda elementar parallelepipedtin' ilgerilemeli ji'lji'wi' ushi'n qozg'ali's ten'lemesin tabami'z (2-1 sywret).



2-1 sywret.

Serpimli tolqi'n  $Ox$  ko'sherinin' bag'i'ti'nda tarqalg'an jag'daydag'i' elementar parallelepipedke ta'sir etetug'i'n kyshler.

$x$  qaptali'na  $\sigma_{11}(x)$  kernewi ta'sir etedi. Al og'an parallel bolg'an  $x + \Delta x$  qaptalg'a  $\sigma_{11}(x + \Delta x) \approx \sigma_{11} + \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x} \Delta x$  kyshi ta'sir etedi.  $x$  ko'sheri bag'i'ti'nda ta'sir etetug'i'n kyshlerdin' qosi'ndi'si'  $\left( \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x} \Delta x \right) \Delta y \Delta z$  shamasina ten'.  $x$  ko'sheri bag'i'ti'nda ta'sir etetug'i'n basqa kyshler parallelopipedtin' ishindeg'i  $\sigma_{12}$  ha'm  $\sigma_{13}$  kernewlerinin' o'zgerisleri menen baylani'sli'. Sonli'qtan  $x$  ko'sheri bag'i'ti'nda ta'sir etetug'i'n kyshlerdin' qosi'ndi'si' mi'nag'an ten':

$$F(x) = \left( \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial z} \right) \Delta x \Delta y \Delta z. \quad (2.1)$$

Parallelepipedtin' massa orayi'ni'n' ji'lji'w vektori'ni'n' qurawshi'lari'n  $u$ ,  $v$  ha'm  $\omega$  arqali' belgileyik. Nyutonni'n' ekinshi ni'zami'na sa'ykes kyshtin' shamasini' parallelepipedtin' massasi' bolg'an  $\rho \Delta x \Delta y \Delta z$  shamasini' menen tezleniwidin'  $x$  qurawshi'si' bolg'an  $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$  shamasini'n' ko'beymesine ten'. Parallelepipedtin'  $x$  bag'i'ti'ndag'i' kernewdin' ta'sirindegi qozg'ali's ten'lemesi mi'na tyрге iye boladi':

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial z}. \quad (2.2)$$

Eger  $u$ ,  $v$  ha'm  $w$  ji'lji'wlari'n (awi'si'wlari'n)  $x_i$  arqali' belgilesek (bul jerde  $i = 1, 2, 3$ ),  $x_1$  shamasini'  $u$  g'a,  $x_2$  shamasini'  $v$  g'a ha'm  $x_3$  shamasini'  $w$  g'a sa'ykes keledi, onda qozg'ali's ten'lemesini bi'layi'nsha jaza alami'z:

$$\rho \frac{\partial^2 x_i}{\partial t^2} = \sum_j \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}, \quad j = 1, 2, 3. \quad (2.3)$$

Bul an'latpada  $\sigma_{ij}$  arqali' kernewler tenzori'ni'n' qurawshi'lari' belgilengen.

Kubli'q kristallar ushi'n kubli'q simmetriyani'n'  $C_{ij}$  serpimli koefficientleri ushi'n qoyatug'i'n sheklerin ja'ne deformaciyani'n' qurawshi'lari' ushi'n an'latpalardi' esapqa ali'p mi'na an'latpalarg'a iye bolami'z [1-3]:

$$\sigma_{11} = C_{11} \frac{\partial u}{\partial x} + C_{12} \left( \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial z} \right); \quad \sigma_{12} = C_{44} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right); \quad \sigma_{13} = C_{44} \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial \omega}{\partial x} \right);$$

Bul an'latpalardi' (2.2)-an'latpag'a qoyi'p kubli'q kristaldi'n'  $u$  awi'si'wi' (ji'lji'wi') ushi'n qozg'ali's ten'lemesini alami'z:

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = C_{11} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + C_{44} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + (C_{12} + C_{44}) \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial z} \right). \quad (2.4)$$

$v$  ha'm  $\omega$  ji'lji'wlari' ushi'n qozg'ali's ten'lemeleri (2.4)-an'latpadan ciklli'q ori'n almasti'ri'wlar joli' menen an'sat ali'nadi':

$$\rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = C_{11} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + C_{44} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + (C_{12} + C_{44}) \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial z} \right). \quad (2.5)$$

$$\rho \frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2} = C_{11} \frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2} + C_{44} \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) + (C_{12} + C_{44}) \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 v}{\partial y \partial z} \right). \quad (2.6)$$

[100] bag'i'ti'nda tarqalatug'i'n tegis tolqi'nlar ushi'n ten'lemelerdin' sheshimin tabami'z. Ten'lemenin' sheshimin

$$u = u_0 \exp[i(kx - \omega t)] \quad (2.7)$$

tyrindegi boyli'q tolqi'n tyrinde izleyviz. Bul an'latpada  $u_0$  arqali' terbelisler amplitudasi', al  $|\mathbf{k}| = 2\pi / \lambda$  arqali' tolqi'nli'q vektor belgilengen.

$\mathbf{k}$  tolqi'n vektori' ha'm  $u$  awi'si'wi' kubti'n' qabi'rg'asi' bag'i'ti'nda bag'i'tlang'an ha'm bag'i'ti' boyi'nsha  $x$  ko'sherinin' bag'i'ti'na sa'ykes keledi (yag'ni'y  $\mathbf{k}$  vektori' tolqi'n fronti'na normal bag'i'tta bag'i'tlang'an).

(2.7)-sheshimdi (2.4)-ten'lemege qoyg'annan keyin

$$v_t = \omega / k = \sqrt{C_{11} / \rho} \quad (2.8)$$

an'latpasi'n alami'z. Bul an'latpada  $v_t$  arqali' boyli'q serpimli tolqi'nni'n' (ses tolqi'ni'ni'n') [100] bag'i'ti'ndagi' tezligi belgilengen.

Ekinshi sheshim de orni' aladi'. Bul sheshimge ko'ldenen' tolqi'n yamasa ji'lji'w tolqi'ni' sa'ykes keledi. Tolqi'n vektori' kubti'n'  $x$  ko'sherine parallel bolg'an qabi'rg'asi' bag'i'ti'nda bag'i'tlang'an, al  $v$  awi'si'wi'  $y$  ko'sheri bag'i'ti'na parallel:

$$v = v_0 \exp[i(kx - \omega t)]. \quad (2.9)$$

Bul sheshimdi (2.5)-ten'lemege qoyg'annan keyin  $v$  awi'si'wi' ushi'n

$$v_t = \omega / k = \sqrt{C_{44} / \rho} \quad (2.10)$$

an'latpasi'n alami'z. Bul an'latpada  $v_t$  arqali' [100] bag'i'ti'nda tarqalatug'i'n ko'ldenen' serpimli tolqi'nni'n' tezligi belgilengen.

En' aqiri'nda yshinshi sheshimge kelemiz. Bul da ji'lji'w tolqi'ni' boli'p tabi'ladi', tolqi'n vektori'  $x$  ko'sheri bag'i'ti'ndagi' kubti'n' qabi'rg'asi'na bag'i'tlas,

biraq  $\omega$  awi'si'wi'  $z$  ko'sheri bag'i'ti'nda boladi':

$$\omega = \omega_0 \exp[i(kx - \omega t)]. \quad (2.11)$$

Bul sheshimdi (2.6)-ten'lemege qoyg'annan keyin  $\omega$  awi'si'wi' ushi'n

$$v_i = \sqrt{C_{44} / \rho} \quad (2.12)$$

an'latpasi'n alami'z.

Solay etip [100] bag'i'ti'nda tarqalatug'i'n bir  $k$  tolqi'nli'q vektor ushi'n ysh tolqi'n payda boladi' eken: bir boyli'q ha'm eki ko'ldenen' tolqi'n. Bunday jag'dayda bir birinen g'a'rezsiz bolg'an eki ji'lji'w tolqi'nleri' birdey tezlik penen tarqaladi'. Eger  $k$  vektori'ni'n' bag'i'ti' i'qti'yarli' bolsa, onda ysh polyarizatsiyalangan' tolqi'ng'a iye bolami'z, olar ha'r qi'yli' tezlikler menen tarqaladi', al tezliklerdin' shamasii' terbelislerdin' jiyiliginin' ma'nisinen g'a'rezli' emes.

Tezlikler ushi'n jazi'lg'an (2.8)-, (2.10)- ha'm (2.12)-an'latpalardan kristaldi'n' ti'g'i'zli'g'i' qansha kishi bolsa, al qatti'li'g'i' y'iken bolsa serpimli' tolqi'nlardin' (ses tolqi'nleri'ni'n') tezliklerinin' sonshama joqari' bolatug'i'nli'g'i' ko'rinip tur. Usi' an'latpalardan terbelislerdin'  $\omega$  ciklli'q jiyiliklerinin' tolqi'nli'q sang'a proporcional ekenligi de ko'rinip tur. YAg'ni'y bul jag'dayda da dispersiyali'q qatnaslar serpimli' tardag'i' dispersiyali'q qatnaslarday boli'p ali'ndi'.

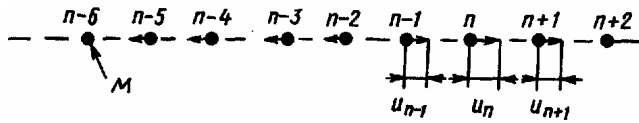
### 3-§. Bir atomli' si'zi'qli' dizbektin' terbelisleri

Qatti' denenin' bir o'lshemli modeli si'pati'nda biz ha'r qaysi'si'ni'n' massasi'  $M$  bolg'an, bir birinen  $a$  qashi'qli'qta jaylasqan  $N$  dana atomnan turatug'i'n dizbektin' qaraymi'z. Atomlar tuwri' si'zi'q bag'i'ti'nda ji'lji'y alatug'i'n bolsi'n (3-1 sywret). Bunday sistemada ha'r bir atom bir erkinlik da'rejesine, al sistemani'n' o'zi  $N$  erkinlik da'rejesine iye. Atomli'q struktura ko'z-qaraslari' boyi'nsha bul model Bravenin' a'piwayi' si'zi'qli' quti'shasi'na sa'ykes keledi. Bunday quti'shada atomlardin' iyelep turg'an orni'  $T = na$  translyatsiyasi'ni'n' ja'rdeminde ani'qlanadi'. Bul an'latpada  $n$  pytin san boli'p tabi'ladi' ha'm ol dizbektin' atomlardin' ten' salmaqli'q ori'nleri'n ko'rsetedi.

Biz  $t=0$  waqi't momentinde  $n=0$  nomerli atomdi' ten' salmaqli'q haldan  $u_0$  arali'g'i'na ji'li'sti'rdi'q dep boljayi'q. Dizbektin' atomlar bir biri menen baylani's kyshi menen baylani'sqan bolg'anli'qtan bunday qozi'w dizbek boyi'nsha qi'si'li'w tolqi'ni' tyrinde tarqaladi' ha'm basqa atomlardin' barli'g'i' da o'zlerinin' ten' salmaqli'q ori'nleri'nan ji'lji'ydi'.

Meyli koordinatasi'  $x_n = na$  bolg'an noqatta turg'an  $n$ - atomni'n' bazi' bir waqi't momentindegi ten' salmaqli'q ori'nnan ji'lji'wi'  $u_n(x, t)$  shamasina ten' bolsi'n. Eger atomlardin' orni'nan ji'lji'wi' olar arasi'ndag'i'  $a$  qashi'qli'g'i'nan kishi bolatug'i'n bolsa atomlar arasi'ndag'i' ta'sir etiwshi kyshlerdi kvaziserpimli' dep esaplawg'a boladi'. Guk ni'zami' boyi'nsha bul kyshlerdin' shamasii' ji'lji'wlarg'a tuwri' proporcional. Dizbektin' atomlardin' bir biri menen serpimli' prujinalar menen

tutasqan dep ko'z aldi'g'a keltiriwge boladi'. Prujinani'n' serpimlik koefficientin  $C$  g'a ten' dep qabi'l etemiz. Al  $u_n$  awi'si'wi' (ji'lji'wi') bolsa atomni'n' ten' salmaqli'q ornin' a'tirapi'ndag'i' terbelisin ta'riyipleydi.



3-1 sywret.  
Birdey atomlardan turatug'i'n  
si'zi'qli' dizbek.

$n$  – atomni'n' qozg'ali's ten'lemesin tabami'z. Ha'r bir atomg'a ta'sir etetug'i'n kyshti ani'qlag'anda tek jaqi'nnan ta'sir etetug'i'n kyshler g'ana ori'n aladi' dep esaplaymi'z. Bul o'z gezeginde biz qarap ati'rg'an  $n$  – atomni'n' tek  $(n+1)$ - ha'm  $(n-1)$ - atomlar menen g'ana ta'sir etisetug'i'nli'g'i'n bildiredi.  $n$  – atomg'a basqa atomlardi'n' ta'sirin jyda' kishi dep esaplaymi'z. Bunday jag'dayda qozg'ali's ten'lemesi jyda' a'piwayi' tyрге iye boladi'. Atomlar arasi'ndag'i' o'z-ara ta'sir etisiw kyshleri kvaziserpimli bolg'anli'qtan  $n$  – atomg'a ta'sir etetug'i'n kyshlerdin' qosi'ndi'si' mi'nag'an ten' boladi':

$$F_n = \beta(u_{n+1} - u_n) - \beta(u_n - u_{n-1}) = \beta(u_{n+1} + u_{n-1} - 2u_n). \quad (3.1)$$

Bul an'latpada  $\beta$  arqali' kysh turaqli'si' belgilengen, ol serpimli turaqli' menen  $C = \beta a$  arqali' baylani'sqan.  $F_n$  kyshin ani'qlap qozg'ali's ten'lemesin jazami'z:

$$M \frac{d^2 u}{dt^2} = \beta(u_{n+1} + u_{n-1} - 2u_n). \quad (3.2)$$

Endi terbelislerdin' normal modalari'n tabami'z. Bunday normal modalarda barli'q atomlar waqi't boyi'nsha birdey  $\omega$  jiyiligi menen  $\exp(-\omega t)$  ni'zami' boyi'nsha terbeledi. (3.2)-ten'lemenin' sheshimin juwi'ri'wshi' tolqi'n tyrinde izleyimiz:

$$u_n = u_0 \exp[i(kna - \omega t)] = u_0 \exp[i(kx_n - \omega t)]. \quad (2.3)$$

Bul an'latpada  $u_0$  arqali'  $t=0$  waqi't momentindegi  $n=0$  nomerli atomni'n' awi'si'wi' belgilengen.  $k = 2\pi / \lambda$ , al  $\omega$  bolsa usi' modani'n' ciklli'q jiyiligi.

(3.3)-an'latpadan normal modani'n' tyrinin'  $n=0$  nomerli atomni'n' awi'si'wi'n' beriw menen toli'q ani'qlanatug'i'nli'g'i' ko'rinip tur.

(3.3)-sheshimdi (3.2)-ten'lemege qoyg'annan keyin mi'nani' alami'z:

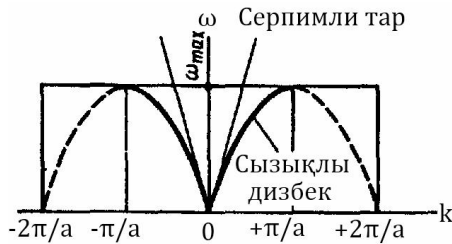
$$-M\omega^2 = \beta[\exp(ika) + \exp(-ika) - 2] = -4\beta \sin^2\left(k \frac{a}{2}\right). \quad (3.4)$$

Bul jerde tolqi'nli'q sanni'n' ha'r bir ma'nisine  $\omega^2$  shamasini'n' ani'q ma'nisinin' sa'ykes keletug'i'nli'g'i'n ko'remiz. Usi'ni'n' menen birge  $\omega^2(k) = \omega^2(-k)$ , yag'ni'y  $\omega^2$  funkciyasi'ni'n'  $k$  argumentinin' jup funkciyasi' bolatug'i'nli'g'i'na iye bolami'z.

(3.4)-an'latpadan birdey atomlardan turatug'i'n si'ziqli' dizbekte tarqalatug'i'n tolqi'nlar ushi'n

$$\omega = \pm(4\beta / M)^{1/2} \sin(ka / 2) \quad (3.5)$$

tyrindegi dispersiyali'q qatnas ali'nadi'. Bul an'latpadagi'i jiyilik  $\omega$  teris ma'niske iye bolmaydi' ha'm sonli'qtan (3.5)-an'latpadagi'i minus belgisi  $k$  ni'n' teris ma'nisleri oblasti'na sa'ykes keledi.



3-2 sywret.  
Si'ziqli' bir atomli'q dizbektin'  
dispersiyali'q iymekligi.

(3.5)-an'latpadan  $n$  – atomni'n' terbelis jiyiliginin'  $n$  nen g'a'rezsiz ekenligi ko'rinip tur, al bul jag'day dizbektegi barli'q atomlardi'n' birdey jiyilikte terbeletug'i'nli'g'i'n ko'rsetedi. (3.5) -g'a'rezlilik 3-2 sywrette keltirilgen.

(3.5)-an'latpani' tallasaq tolqi'nli'q vektor  $|k| = 2\pi / \lambda = \pi / a$  shamasina ten' bolg'anda (yag'ni'y  $\lambda = 2a$  bolg'an qi'sqa tolqi'nda) terbelislerdin' ciklli'q jiyiliginin' maksimalli'q ma'nisine jetetug'i'nli'g'i'n ko'remiz:

$$\omega = \omega_{max} = (4\beta / M)^{1/2}. \quad (3.6)$$

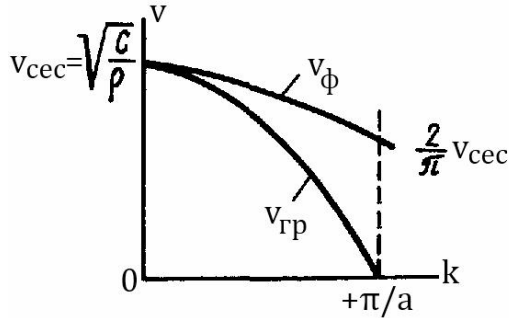
$\omega_{max} \approx v_{cec} k$  shamasini'n' ma'nisin bahalaymi'z. Bul an'latpada  $v_{cec} = \sqrt{C / \rho}$  arqali' akustikali'q tolqi'nlardin' tarqali'w tezligi belgilengen. Kestelerden  $v_{cec} = 5 \cdot 10^3$  m/sek ekenligin bilemiz. Eger qatti' deneler ushi'n  $a = 3 \cdot 10^{-10}$  m ekenligin esapqa alsaq  $k = \pi / \lambda \approx 10^{10} \text{ m}^{-1}$  ha'm  $\omega_{max} = 5 \cdot 10^3 \cdot 10^{10} \text{ sek}^{-1} \approx 5 \cdot 10^{13} \text{ sek}^{-1}$  ekenligine iye bolami'z. Bul shama qatti' denelerdegi atomlardi'n' jilli'li'q terbelislerinin' jiyiligine sa'ykes keledi.

$k$  ni'n' kishi ma'nislerinde, yag'ni'y tolqi'n uzi'nli'g'i' dizbektegi atomlar arasi'ndagi'i qashi'qli'qtan a'dewir ylken bolg'anda  $\omega$  jiyiligi menen  $k$  arasi'nda si'ziqli' baylani'sqa iye bolami'z (si'ziqli'q ti'g'i'zli'g'i'  $\rho = M / a$  shamasina ten' yzliksiz serpimli tar bolg'an jag'daydag'i'day):

$$\omega = \left( \frac{4\beta}{M} \right)^{1/2} \sin\left( \frac{ka}{2} \right) \approx \left( \frac{4\beta}{M} \right)^{1/2} \frac{ka}{2} \left( \frac{C}{\rho} \right)^{1/2} k = v_{cec} k. \quad (3.7)$$

Solay etip diskret dizbektin' yzliksiz tardan ayi'rmashi'li'g'i'  $\omega$  jiyiligi menen tolqi'nli'q san  $k$  arasi'ndagi'i proporcionalli'qti'n' joq ekenliginen ibarat eken. Bul tolqi'nlardin' dispersiyasi' menen baylani'sli'. Joqari' jiyilik sa'ykes keletug'i'n qi'sqa tolqi'nlar bo'lekshelerdin' massalari'ni'n' inerciyasi'na baylani'sli' uzi'n

tolqi'nlarg'a sali'sti'rg'anda a'sterek tarqaladi'. Dispersiyani'n' ori'n ali'wi'  $\omega = \omega(k)$  iymekliginin' si'zi'qli'q baylani'stan awi'si'wi' menen baylani'sli' boli'p shi'qti' (3-2 sywretti qaran'iz ha'm serpimli tarda  $\omega = \omega(k)$  baylani'si'ni'n' si'zi'qli' ekenligin eske tysirin'iz). Birdey atomlardan turatug'i'n dizbek akustikali'q tolqi'nlardin' tarqali'wi'na qatnasi' boyi'nsha tek uzi'n tolqi'nlarda g'ana (yag'ni'y  $\lambda \gg 2a$  bolg'an jag'dayda) serpimli targ'a usaydi'.



3-3 sywret.  
Fazali'q ha'm gruppali'q tezliklerin' tolqi'nli'q sannan g'a'rezligi.

Diskret dizbek bag'i'ti'ndagi' akustikali'q tolqi'nni'n' tarqali'w tezligi tolqi'n uzi'nli'g'i'nan g'a'rezli boladi' [(3.8)-an'latpada serpimli tardagi' tolqi'nni'n' tarqali'w tezligi berilgen]:

$$v = \frac{\omega(\lambda)}{2\pi} = \lambda \left( \frac{\beta}{M} \right)^{1/2} \sin \left( \frac{\pi a}{\lambda} \right). \quad (3.8)$$

Bunday baylani's (bunday g'a'rezlilik) diskret strukturag'a iye bolg'an ortalig'iqtag'i' serpimli tolqi'nlardin' tarqali'wi' ushi'n xarakterli. (3.3)-sheshim dizbek boylap fazali'q tezligi

$$v_{faz} = \frac{\omega}{k} = v_{ses} \left| \frac{\sin(ka/2)}{ka/2} \right| \quad (3.9)$$

ha'm gruppali'q tezligi

$$v_{gr} = \frac{\partial \omega}{\partial k} = v_{ses} \left| \cos \frac{ka}{2} \right| \quad (3.10)$$

bolg'an tolqi'ndi' ta'riyipleydi.

Tolqi'nli'q san  $k$  ni'n' kishi ma'nislerinde (3-3 sywret) fazali'q tezlik penen gruppali'q tezliklerin' ma'nisleri birdey boladi' ha'm ol ma'nisler sestin' tarqali'w tezligine ten':

$$v_{gr} = v_{faz} = v_{ses}. \quad (3.11)$$

(3.10)-an'latpadan gruppali'q tezliktin' (usi'nday tezlik penen dizbektegi terbeliwshi atomlardin' energiyasi' jetkerilip beriledi) jyda' qi'sqa tolqi'nlar ushi'n,

yag'ni'y  $k = \pi / a$  ushi'n nolge aylanatug'i'nli'g'i' ko'rinip tur. Bul jag'day terbelislerdin' usi' modasi'ni'n' dizbekte

$$u_n = u_0 \exp[i(kna - \omega t)] = u_0 \exp[i\omega t] \cos(n\pi) \quad (3.12)$$

turg'i'n tolqi'ni'ni'n' payda ekenligin ko'rsetedi. Bul tolqi'n amplitudalari', jiyilikleri ha'm tolqi'n uzi'nli'qlari' birdey bolg'an, biraq bir birine dizbek boylap qarama-qarsi' bag'i'tlarda tarqalatug'i'n eki juwi'ri'wshi' tolqi'nlardi' qosi'wdi'n' na'tiyjesi boli'p tabi'ladi'.

(3.2)-differencialli'q ten'lemeni sheshkende biz ma'selenin' shegarali'q sha'rtleri haqqi'nda hesh na'rse aytpadi'q. Shegarali'q sha'rtler berilgende  $k$  tolqi'nli'q sani'ni'n' o'zgeriw intervali' ha'm usi' intervaldag'i'  $k$  sani'ni'n' mymkin bolg'an ma'nisleri haqqi'nda ayta alg'an bolar edik. Usi' waqi'tlarg'a shekem biz uzi'nli'g'i' sheksiz ylken bolg'an dizbek penen is ali'p bardiq. Dizbektin' ortasi'nda turg'an atomg'a ta'sir etetug'i'n kyshtin' dizbektin' shetlerinde turg'an atomlarg'a ta'sir etetug'i'n kyshlerden parqi'ni'n' bar ekenligi ba'rshege tysinikli. Bul jag'day dizbektin' ushlari'nda ten' salmaqli'qti'n' buzi'li'wi'na ali'p keledi. Bul qi'yi'nshi'li'qti' atomlar ylken saqi'ynani' payda etedi dep esaplaw joli' menen saplasti'ri'wg'a boladi' [bunday jag'dayda son'g'i' atom ( $n = N$ ) birinshi ( $n = 1$ ) atomnan  $a$  qashi'qli'qta jaylasqan boladi']. Eger  $N$  shamasini'n' ma'nisi ylken bolsa usi'nday saqi'ynani'n' qa'siyetleri si'zi'qli' dizbektin' qa'siyetlerinen az g'ana ayirmashi'li'qqa iye boladi'. Bunday jag'dayda shegarali'q sha'rtler si'pati'nda Born-Karmanni'n' da'wirli shegarali'q sha'rtlerin paydalani'wg'a boladi'. Born-Karmanni'n' da'wirli shegarali'q sha'rtleri boyi'nsha awi'si'wlardi'n' to'mendegidey ciklli'q sha'rtti qanaatlandi'ri'wi' kerek (sebebi  $n$  ha'm  $n + N$  nomerleri bir atomg'a tiyisli boladi):

$$u_{N+n} = u_n. \quad (3.13)$$

(3.3)-sheshimdi (3.13)-sha'rtke qoysaq ha'm eger  $\exp(ikNa) = 1$  ten'ligi ori'nlanatug'i'n bolsa

$$u_{N+n} = \exp(i(kNa))u_n \quad (3.14)$$

an'latpasi'n alami'z. Bunnan (3.3)-sheshimnin' eger

$$kNa = 2\pi n \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (3.15)$$

ten'ligi ori'nlanatug'i'n bolsa (3.13)-shegarali'q sha'rtlerdi qanaatlandi'ratug'i'nli'g'i' kelip shi'g'adi'. Demek  $k = (2\pi / a)n / N$  kvantlanadi' eken.

$k$  sani' tek  $\exp(i(kna))$  tipidegi an'latpalarda qatnasatug'i'n bolg'anli'qtan og'an pytin sang'a ko'beytilgen  $2\pi / a$  sani'n qosi'w hesh na'rzeni de o'zgertpeydi. Sonli'qtan  $k$  sani'ni'n' o'zgeriwlerin

$$-\pi/a \leq k \leq \pi/a \quad (3.16)$$

intervali' menen sheklewge boladi'.

Keyinirek (3.16) intervali'ni'n' elektronlardi'n' tolqi'nli'q vektor'i' ushi'n Brilliyen zonasina sa'ykes keletug'i'nli'g'i'n ko'remiz. Demek (3.16) intervali'nda (3.13)-ciklli'q sha'rti ori'nlang'anda  $k$  sani'ni'n' mymkin bolg'an ma'nisleri (menschikli ma'nisleri)  $N$  ge, yag'ni'y dizbektegi atomlar sani'na yamasa elementar quti'shalardi'n' sani'na ten' boladi' eken.  $k$  ni'n' ha'r bir menschikli ma'nisine (3.3)-sheshim formasi'ndagi' o'zinin' menschikli funkciyasi' sa'ykes keledi. Sonli'qtan bunday funkciyalardi'n' sani' yamasa si'zi'qli' g'a'rezsiz sheshimlardin' sani'  $N$  sani'nan arti'q bolmaydi'.

Endi biz si'zi'qli' qozg'ali's ten'lemesinin' uli'wmali'q sheshimin dyzemiz. V Dizbektegi atomlardi'n' garmonikali'q terbelisleri ori'n alatug'i'n jag'dayda qozg'ali's ten'lemesinin' si'zi'qli' ekenligine baylani'sli' sheshimdi (3.3)-tiptegi juwri'wshi' tolqi'nlard'i'n' superpoziciyasi' tyrinde ko'rsetiwge boladi'. Sol tolqi'nlard'i'n' ha'r qaysi'si'  $k$  tolqi'nli'q sani',  $\omega_k$  jiyiligi ha'm  $A_k$  amplitudasi' menen xarakterlenedi. Bunday jag'dayda  $u_n$  awi'si'wi'n bi'layi'nsha jazami'z:

$$u_n = \sum_k A_k \exp[i(kna - \omega_k t)]. \quad (3.17)$$

Bul an'latpada summaw (3.14)-sha'rtti qanaatlandi'ratug'i'n  $k$  ni'n' barli'q ma'nisleri boyi'nsha jyrgiziledi.

Koordinatalardi' sa'ykes tyrde saylap ali'w joli' menen qa'legen kishi terbeliske ushi'raytug'i'n bo'lekshelerdin' qa'legen sistemasini'n' qozg'ali'si'n bir birinen g'a'rezsiz oscillyatorlard'i'n' qozg'ali'si'na ali'p keliwge boladi'. Buni'n' ushi'n normal koordinatalar dep atalatug'i'n  $q_k$  koordinatalari'n kirgizemiz. Normal koordinatalar dep waqi't boyi'nsha

$$q_k = A_k \sqrt{N} \exp[-i\omega_k t] \quad (3.18)$$

garmonikali'q ni'zam boyi'nsha o'zgeretug'i'n bir birinen g'a'rezsiz koordinatalarg'a aytami'z.

(3.18) ni' (3.17) ke qoyg'annan keyin mi'na an'latpani' alami'z:

$$u_n = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum q_n \exp(ikna). \quad (3.19)$$

(3.12)-an'latpani'  $t$  boyi'nsha diferenciallap qa'legen  $q_k$  ushi'n qozg'ali's ten'lemesinin'

$$\ddot{q}_k + \omega_k^2 q_k = 0 \quad (3.20)$$

tyrine iye bolatug'i'nli'g'i'n an'sat ko'rsetiwge boladi'. Bul ten'lemede  $k = 1, 2, 3, \dots, N$ .

(3.20)-an'latpa si'ziqli' garmonikali'q oscillyatordi'n' qozg'ali's ten'lemesi boli'p tabi'ladi'. Oscillyatordi'n' toli'q energiyasi'  $E_k$  oni'n' kinetikali'q ha'm potencial energiyalari'ni'n' qosi'ndi'si'nan turadi' ha'm

$$E_k = \frac{M}{2} \dot{q}_k^2 + \frac{M}{2} \omega_k^2 q_k^2 \quad (3.21)$$

klassikali'q an'latpani'n' ja'rdeminde ani'qlanadi'. Bul an'latpada  $M$  arqali' oscillyatordi'n' massasi' belgilengen. Bunday jag'dayda dizbektin' atomlari'ni'n' terbelislerinin' toli'q energiyasi'

$$E = T + U = U_0 + \sum_k E_k \quad (3.2)$$

an'latpasi'ni'n' ja'rdeminde ani'qlanadi'. Bul an'latpada  $T$  arqali' kinetikali'q energiya,  $U_0$  arqali' potencial energiyani'n' ten' salmaqli'q haldag'i' ma'nisi,  $U$  arqali' potencial energiya belgilengen.

Garmonikali'q qozg'ali's penen baylani'sli' bolg'an barli'q ma'selede kvantli'q-mexanikali'q uli'wmalasti'ri'wdi' an'sat j'rgiziwge boladi'. Bul jag'dayda da kvantli'q-mexanikali'q uli'wmalasti'ri'w menen shug'i'llanami'z. Klassikali'q mexanikada bir o'lshemli garmonikali'q oscillyator ushi'n Gamilton funkciyasi'

$$H = \frac{p_x^2}{2M} + \frac{M\omega_k^2}{2} x^2 \quad (3.23)$$

tyrine iye boladi'. Bul an'latpada  $p_x$  arqali' bo'lekshenin' impulsu,  $M$  arqali' massasi',  $x$  arqali' ten' salmaqli'q haldan awi'si'wi',  $\omega_k$  arqali' oscillyatordi'n' menshikli ciklli'q jiyiligi belgilengen. Kvantli'q mexanikada bolsa bir o'lshemli oscillyator dep Gamilton operatori'  $\hat{H}$  penen ta'riplenetug'i'n sistemani' tysinedi. Gamilton operatori' bolsa (3.23)-an'latpag'a sa'ykes bi'layi'nsha jazi'ladi':

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}_x^2}{2M} + \frac{M\omega_k^2}{2} x^2. \quad (3.24)$$

Bul an'latpada  $\hat{p}_x = i\hbar \frac{d}{dx}$  arqali' impuls operatori', al  $\hat{x} = x$  arqali' koordinata operatori' belgilengen.

(3.24)-gamiltoniang'a sa'ykes oscillyatordi'n' stacionar hallari' ushi'n Shredinger ten'lemesi bi'layi'nsha jazi'ladi':

$$\hat{H}\psi = -\frac{\hbar^2}{2M} \frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{M\omega_k^2}{2} x^2\psi = E_k\psi. \quad (3.25)$$

Bul an'latpada  $\hbar$  arqali' Plank turaqli'si',  $\psi$  arqali' tolqi'nli'q funkciya,  $E_k$

arqali' oscillyatordi'n' toli'q energiyasi' belgilengen.

(3.25)-Shredinger ten'lemesinin' sheshimi energiyani'n' mymkin bolg'an ma'nisleri (energiyani'n' bunday ma'nislerin kvantli'q mexanikada Gamilton operatori'ni'n' menshikli ma'nisler dep ataydi') boli'p tabi'ladi':

$$E_k = \hbar\omega_k \left( n + \frac{1}{2} \right), \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (3.26)$$

Bul an'latpada  $n$  arqali' kvant sani' belgilengen. Bul formula oscillyatordi'n' energiyasi'ni'n' tek diskret ma'nislerge iye bola alatug'i'nli'g'i'n ko'rsetedi.

Joqari'da keltirilgen uli'wmalasti'ri'wdi' esapqa ali'p dizbektegi atomlardi'n' terbelislerinin' toli'q energiyasi'n jazami'z [(3.22)-an'latpag'a qaran'i'z]:

$$E = U_0 + \sum_k E_k \quad U_0 + \sum_k \hbar\omega_k \left( n + \frac{1}{2} \right). \quad (3.27)$$

Qawsi'rmani'n' ishindegi  $\frac{1}{2}$  "nollik" energiyag'a tiyisli. Oni'n' (3.27)-formulag'a qatnasi'wi' ha'tte 0 K temperaturada da, yag'ni'y en' to'mengi energiyag'a iye halda da atomlardi'n' o'zlerinin' ten' salmaqli'q ori'nlarinda da'l jaylaspaytug'i'nli'g'i'n an'g'artadi'. Olar barli'q waqi'tta terbelmeli qozg'ali'sta boladi'. Bunday jag'day Geyzenbergtin' ani'qsi'zli'q qatnaslari' menen baylani'sli'. Bul qatnaslar boyi'nsha atomlardi' da'l lokalizaciyalaw (belgili bir ori'ng'a jaylasti'ri'w) olardi'n' tezliklerinin' arti'wi'na ali'p keledi.

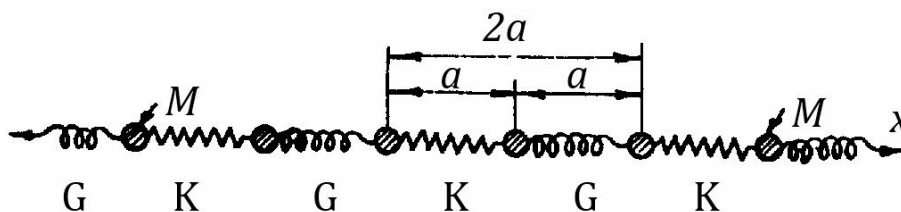
Solay etip atomlardi'n' terbelislerinin' toli'q ji'lli'li'q energiyasi' normal terbelislerdin' energiyalari'ni'n' qosi'ndi'si'nan turadi' eken. Normal terbelisler menshikli terbelislerinin' jiyiligi  $\omega_k$  bolg'an si'zi'qli' garmonikali'q oscillyatorday bolg'an terbelisler boli'p tabi'ladi'.

Bul paragrafti'n' aqi'ri'nda mi'naday a'hmiyetli jag'daydi' atap o'temiz: eger qozg'ali's ten'lemesin keltirip shi'g'arg'anda tek jaqi'nnan ta'sirlesiwdi emes (yag'ni'y tek qon'si'las atomlar arasi'ndag'i' ta'sirlesiwdi) esapqa almay, al uzaqtan ta'sirlesiwdi de esapqa alg'anda en' aqi'rg'i' na'tiyje uli'wma alg'anda o'zgerissiz qaladi'. Bunday jag'dayda  $\omega = \omega_k$  g'a rezligi a'dewir quramali'raq tyрге iye bolatug'i'n bolsa da (3.23) tipindegi normal terbelislerdin' sani' buri'ng'i'day  $N$  ge ten' boli'p qala beredi [yag'ni'y (3.16) intervali'ndag'i'  $k$  ni'n' mymkin bolg'an ma'nislerinin' sani'na ten' boladi']. Kishi  $k$  larda  $\omega = \omega_k$  g'a rezligi si'zi'qli', al  $k = \pm\pi/a$  bolg'an jag'dayda gruppali'q tezlik nolge ten' boladi' ha'm bul jag'dayda sheshim (3.12) tipindegi turg'i'n tolqi'nlar menen ta'riplenedi.

#### 4-§. Baziske iye bir o'lshemli pa'njerenin' terbelisleri

Biz joqari'da Bravenin' bir o'lshemli monoatomli' pa'njeresindegi normal terbelislerdin' modalari'n ani'qlag'an edik. Endi baziske iye bir o'lshemli pa'njerenin' boyli'q terbelislerin qaraymi'z. Parametri  $2a$  g'a ten' bolg'an Bravenin' si'zi'qli' elementar quti'shasi'na eki atom sa'ykes keletug'i'n jag'daydi' yyrenemiz.

Tuwri' si'zi'q boylap  $N$  dana quti'sha jaylasqan dep boljaymi'z. Bunday sistema  $2N$  erkinlik da'rejesine iye boladi'. Bunday sistemadag'i' atomlardi'n' terbelisleri haqqi'ndag'i' ma'seleni sheshkende dizbektin' eki modelin qaraw mymkin. Biraq olardi'n' ekewin paydalang'anda da birdey na'tiyjege ali'p keledi. Birinshi model birdey atomnan turatug'i'n si'zi'qli' dizbek. Olar qatti'li'g'i' gezeklesetug'i'n prujinalar menen baylani'sqan (4-1 sywret). Ekinshi model eki atomli' si'zi'qli' dizbek boli'p (4-2 sywret), bul dizbek boylap massalari'  $M_1$  ha'm  $M_2$  bolg'an atomlar gezeklesip jaylasqan, al qon'si'las atomlar juplari' arasi'ndag'i' kyshler birdey ma'niske iye (atomlar bir biri menen birdey qatti'li'qqa iye prujinalar menen baylani'sqan). Prujina sozi'lg'an jag'dayda tarti'li's kyshlerin, qi'si'lg'an jag'dayda iyterilis kyshlerin modellestiredi. Bizler ekinshi modelden paydalanami'z.



4-1 sywret. Birdey atomlardan turatug'i'n eki atomli' si'zi'qli' dizbek. Atomlar bir biri menen qatti'li'qlari'  $G$  ha'm  $K$  bolg'an gezeklesip jaylasti'ri'lg'an prujinalar arqali' baylani'sqan. Parametri  $2a$  bolg'an Bravenin' elementar quti'shasi' ayi'ri'p ko'rsetilgen. Punktir do'n'gelekler ten' salmaqli'q awhali'ndag'i' atomlar.

$2n$  arqali' massasi'  $M_1$  ge ten' bolg'an atomlardi'n' jup ten' salmaqli'q ori'nlarin', al  $(2n+1)$  arqali' massasi'  $M_2$  bolg'an atomlardi'n' taq ten' salmaqli'q ori'nlarin' belgileymiz ( $n$  arqali' pytin san belgilengen). Meyli massasi'  $M_1$  bolg'an atomni'n'  $x$  bag'i'ti'ndag'i'  $t$  waqi't momentindegi ten' salmaqli'q orni'na sali'sti'rg'andag'i' awi'si'wi'  $u_{2n}$ , al  $u_{2n+1}$  massasi'  $M_2$  bolg'an atomni'n' awi'si'wi' bolsi'n.

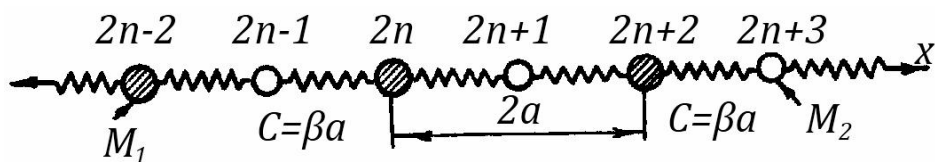
Bul jag'dayda da atomlardi'n' ten' salmaqli'q ori'nlarin'nan awi'si'wi' atomlar arasi'ndag'i' qashi'qli'q  $a$  dan kishi, al atomlar arasi'ndag'i' ta'sirlesiw kyshlerin kvaziserpimli kyshler dep esaplaymi'z. Awi'si'w atomlardi'n' ten' salmaqli'q ori'nlarin' a'tirapi'ndag'i' boyli'q terbelislerin ta'riyipleydi.

Atomlardi'n' qozg'ali's ten'lemesin tabami'z. Tek bir birine jaqi'n jaylasqan atomlar arasi'ndag'i' o'z-ara ta'sirlesiwdi esapqa ali'p biz saylap alg'an atomlarga ta'sir etetug'i'n kyshlerdin' qosi'ndi'si'n

$$F_{2n} = \beta(u_{2n+1} - u_{2n}) - \beta(u_{2n} - u_{2n-1}) = \beta(u_{2n+1} + u_{2n-1} - 2u_{2n});$$

$$F_{2n+1} = \beta(u_{2n+2} - u_{2n+1}) - \beta(u_{2n+1} - u_{2n}) = \beta(u_{2n+2} + u_{2n} - 2u_{2n+1}).$$

Bul an'latpada  $\beta$  arqali' kysh turaqli'si' belgilengen ha'm ol serpimli turaqli' (qatti'li'q) penen  $C = \beta a$  tyrinde baylani'sqan. Kysh turaqli'si' atomlardi'n' barli'q juplari' ushi'n birdey ma'niske iye dep boljaymi'z (5.8-sywretke qaran'i'z).



4-2 sywret. Eki atomli' si'zi'qli' dizbek.

Parametri  $2a$  bolg'an elementar quti'shada massalari'  $M_1$  ha'm  $M_2$  bolg'an eki atom jaylasqan. Prujinani'n' qatti'li'g'i'  $C$  g'a ten'.

Nyutonni'n' ni'zami'n paydalani'p qozg'ali's ten'lemesin jazami'z:

$$\begin{aligned} M_1 \frac{d^2 u_{2n}}{dt^2} &= \beta(u_{2n+1} + u_{2n-1} - 2u_{2n}); \\ M_2 \frac{d^2 u_{2n+1}}{dt^2} &= \beta(u_{2n+2} + u_{2n} - 2u_{2n+1}). \end{aligned} \quad (4.1)$$

Massalari' ha'r qi'yli' bolg'an atomlardi'n' terbelis amplitudalari' da ha'r qi'yli' boladi' dep esaplap (amplitudalardi'  $u_1$  ha'm  $u_2$  arqali' belgileymiz) joqari'dag'i' ten'lemelerdin' sheshimlerin

$$u_{2n} = u_1 \exp[i(2nka - \omega t)]; \quad u_{2n+1} = u_2 \exp[i(2n+1)ka - \omega t] \quad (4.2)$$

tyrindegi juwi'ri'wshi' tolqi'nlar tyrinde izleyviz. Bul sheshimlerde (4.2)-ten'lemege qoyami'z ha'm ha'r bir ten'lemeni uli'wmali'q  $\exp[i(2nka - \omega t)]$  ko'beytiwshisine qi'sqartami'z. Na'tiyjede  $u_1$  menen  $u_2$  ge qarata jazi'lg'an

$$\begin{aligned} (2\beta - M_1 \omega^2)u_1 - 2\beta \cos ka \cdot u_2 &= 0, \\ -2\beta \cos ka \cdot u_1 + (2\beta - M_2 \omega^2)u_2 &= 0 \end{aligned} \quad (4.3)$$

ten'lemeler sistemasi'n alami'z. Bul bir tekli ten'lemeler sistemasi' determinant

$$\begin{vmatrix} 2\beta - M_1 \omega^2 & -2\beta \cos ka \\ -2\beta \cos ka & 2\beta - M_2 \omega^2 \end{vmatrix} = 0 \quad (4.4)$$

nolge ten' bolg'an jag'dayda sheshimge iye boladi'. Bunnan jiyilik  $\omega$  menen tolqi'nli'q san  $k$  ni' baylani'sti'ratug'i'n ten'leme alami'z:

$$\omega^4 - 2\beta \left( \frac{M_1 + M_2}{M_1 M_2} \right) \omega^2 + \frac{4\beta^2}{M_1 M_2} \sin^2 ka = 0. \quad (4.5)$$

Bul bikvadrat ten'lemenin' tybirleri mi'nag'an ten':

$$\omega^2 = \beta \left( \frac{M_1 + M_2}{M_1 M_2} \right) \pm \beta \sqrt{\left( \frac{M_1 + M_2}{M_1 M_2} \right)^2 - \frac{4}{M_1 M_2} \sin^2 ka}. \tag{4.6}$$

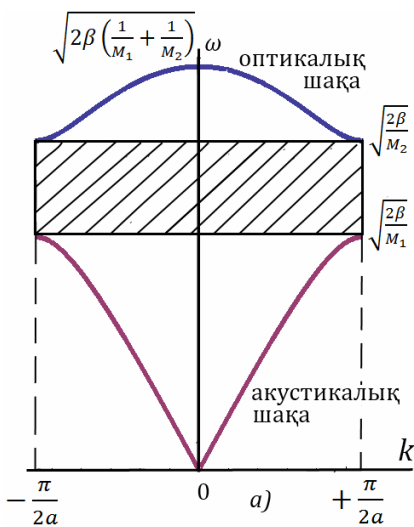
$k$  ni'n' teris ma'nisleri fizikali'q jaqtan ma'niske iye emes. Sonli'qtan bizdi tek on' ma'nisler qi'zi'qti'radi'. Sonli'qtan (4.6)-an'latpadan ha'r bir  $k$  ni'n' ma'nisine eki  $\omega$  ni'n', usi'g'an sa'ykes (4.2)tiptegi terbelislerdin' eki modasi'ni'n' sa'ykes keletug'i'nli'g'i'na iye bolami'z. Born-Karmanni'n'  $u_{2n+2N} = u_{2n}$  yamasa  $u_{(2n+1)+2N} = u_{2n+1}$  shegarali'q sha'rtlerin paydalani'p (ciklli'q sha'rti)  $k$  tolqi'nli'q sani'ni'n' mymkin bolg'an ma'nislerin tabami'z. Eger  $\exp(i2Nka) = 1$  sha'rti ori'nlanisa  $u_{2n+2N} = u_1 \exp i[(2n + 2N)ka - \omega t]$   $u_1 \exp i(\pm nka - \omega t) \exp i2Nka$  ciklli'q sha'rti ori'nlanadi'. Bul jag'daydi'n' ori'n ali'wi' tek  $2Nka = 2\pi m$  sha'rti ( $m$  arqali' pytin san belgilengen) ori'nlang'anda g'ana mymkin. Bunnan

$$2\pi mk = \frac{2\pi}{2a} \frac{m}{N} \tag{4.7}$$

sha'rtine iye bolami'z.  $k$  ni'n' tek  $\exp(i2nka)$  tipidagi an'latpalarda ushi'rasatug'i'nli'g'in na'zerde tutsaq, tolqi'nli'q sang'a pytin san eselengen  $\frac{2\pi}{2a}$  shamasi'n qosqan menen hesh na'rsenin' o'zgermeytug'i'nli'g'in ko'remiz. Demek  $k$  ni'n' o'zgeriwin

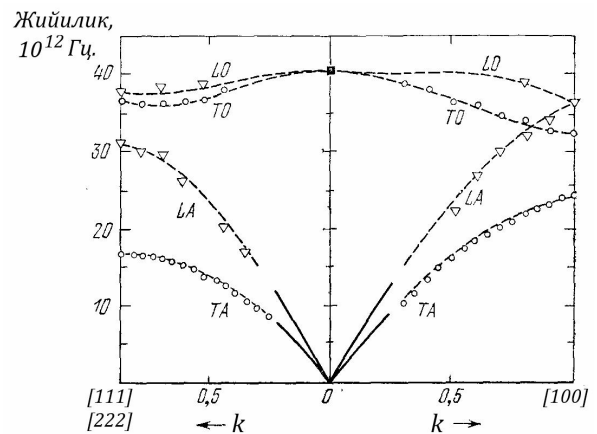
$$-\frac{\pi}{2a} \leq k \leq +\frac{\pi}{2a} \tag{4.8}$$

intervali' menen sheklewge boladi' degen so'z.



4-3 sywret.

Eki atomli' si'zi'qli' dizbek ushi'n dispersiyali'q iymeklikler. (4.6)-formula boyi'nsha

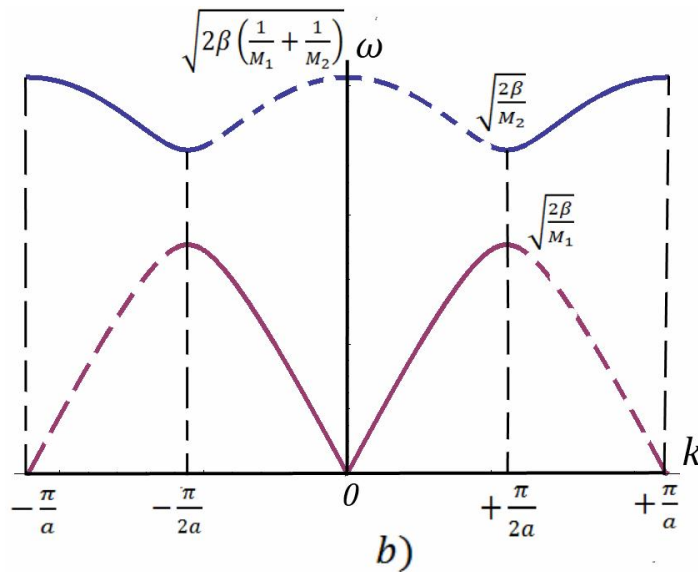


4-4-sywret. Almaz ushi'n [100] ha'm [111] bag'itlari'ndagi' v shamasi'ni'n' K dan g'a'rezligi. Bul an'latpada K arqali'  $\pi/a$  birliklerindegi keltirilgen tolki'n vektorii'

Mathematica 9 programmalaw  
tilinin' ja'rdeminde si'zi'ldi'.

belgilengen. Ha'r bir a'piwayi' elementar  
quti'g'a eki atom sa'ykes keletug'i'n optikali'q  
ha'm akustikali'q shaqalardi'n' bar ekenligi  
di'qqatti' o'zine tartadi' [76].

(4.7)- ha'm (4.8)-an'latpalardan  $k$  ni'n' (4.8)-intervaldag'i' mymkin bolg'an  
ekvivalent emes ma'nislerinin' sani'ni'n'  $-N/2 \leq m \leq N/2$  shekleri menen  
sheklengenligin ha'm dizbektegi elementar quti'shalardi'n' sani'  $N$  ge ten' ekenligin  
an'sat ko'riwge boladi'.  $k$  ni'n' ha'r bir ma'nisine terbelistin' eki modasi' sa'ykes  
keletug'i'n bolg'anli'qtan, (4.4) intervali'ndag'i' normal modalardi'n' toli'q sani'  
sistemadag'i' erkinlik da'rejeler sani'na, yag'ni'y  $2N$  ge ten' (4.8) intervali' eki  
atomli' dizbek ushi'n Brillyuennin' keltirilgen zonasi' boli'p tabi'ladi'.



4-3 b sywret. Eki atomli' si'ziqli' dizbek ushi'n dispersiyali'q iymeklikler. (4.6)-formula boyi'nsha Mathematica 9 programmaw tilinin' ja'rdeminde si'zi'ldi'.

Solay etip dizbektegi eki sorttag'i' atomlardi'n' terbelisi haqqi'ndag'i' ma'selenin' sheshimi  $\omega$  ni'n'  $k$  dan eki ty'rlı g'a'rezliligine ali'p keledi. Olar dispersiya ni'zami'ni'n' eki shaqasi' atami'si'n aldi'. 4-3 b sywrette  $M_1 > M_2$  bolg'an jag'day ushi'n Brillyuennin' keltirilgen zonasi'ndag'i' shaqalar ko'rsetilgen. Usi' sywrette Brillyuennin' ken'eytilgen zonasi' da keltirilgen. Oni'n' ushi'n tolqi'nli'q sanlardi'n' o'zgeriw intervali'  $(-\pi/a \leq k \leq +\pi/a)$  birdey atomlardan turatug'i'n si'ziqli' dizbektegedey. Bul jag'daydi' elektronli'q hallardi' ta'riyiplew ushi'n paydalani'wg'a boladi'. Ken'eytilgen zonadag'i'  $\omega$  ni'n'  $k$  dan g'a'rezliligi oni'n' keltirilgen zonada ko'rsetilgen sxemasi' menen birdey. Sebebi bizin' joqari'da atap o'tkenimizdey (4.8) intervali'ndag'i' tolqi'nli'q san  $k$  g'a  $2\pi/2a$  shamasin' qosqan menen sheshimnin' ty'ri o'zgeriske ushi'ramaydi'.

4-3 sywrettegi to'mengi iymeklikti akustikali'q shaqa, al joqari'dag'i' iymeklikti optikali'q shaqa dep ataydi'. Tolqi'nli'q san  $k$  ni'n' o'zgeriwini'n' barli'q intervali'nda optikali'q terbelislerdin' jiyiligi akustikali'q terbelislerdin' jiyiliginen joqari' ekenligin an'g'ari'wi'mi'z kerek. Shaqalardi'n' atamasi'ni'n' kelip shi'g'i'w sebebin ani'qlaw ushi'n  $k$  ni'n' kishi ma'nislerindegi ha'm  $k = \pm\pi/2a$  ma'nisindegi jiyiliktin' o'zgerislerin qaraymi'z. Kishi  $ka \ll 1$  shamarinda (4.5)-an'latpada  $ka \ll 1$  bolg'an jag'dayda  $\sin^2 ka$  shamasin' Makleron qatari'na jayami'z ( $\sin^2 ka \approx k^2 a^2$ ) ha'm qatardi'n' birinshi ag'zasi' menen sheklenemiz.  $x^2 + px + q = 0$  kvadrat ten'lemesinin' ty'birlerinin' qa'siyetlerinen paydalani'p ( $x_1 + x_2 = -p$ ,  $x_2 = q$ ) ha'm optikali'q shaqani'n' jiyiliginin'  $k=0$  a'tirapi'nda a'sta-aqi'ri'nli'q penen o'zgeretug'i'nli'g'in na'zerde tuti'p (4.5)-ten'lemenin' ty'birlerin tabami'z:

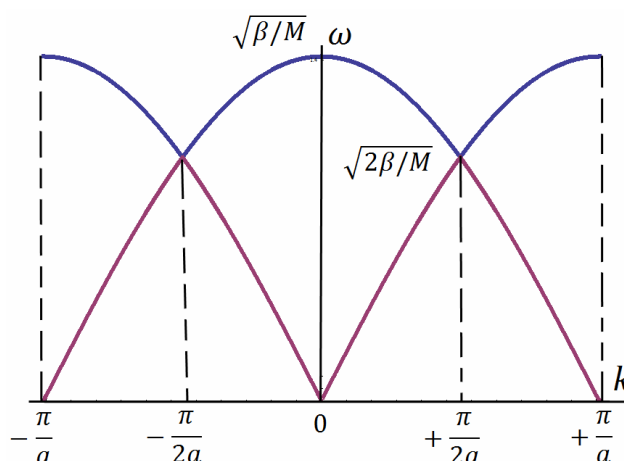
$$\omega_1 = \sqrt{2\beta \left( \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \right)} \quad (\text{optikali'q shaqa}), \quad (4.9)$$

$$\omega_2 = \left( a \sqrt{\frac{2\beta}{M_1 + M_2}} \right) \cdot k \quad (\text{akustikalik shaqa}). \quad (4.10)$$

(4.10)-an'latpani' (3.7)-an'latpa menen sali'stiri'p mi'naday juwmaqqa keliwge boladi': bul jerde  $\omega = \omega(k)$  g'a'rezligi boyli'q akustikalik terbelisler shaqasi'n ta'riyipleydi, bul g'a'rezlik monoatomli'q dizbek bolg'an jag'daydag'i'day  $k$  tolqi'nli'q sang'a proporcional nolge jaqi'nlasadi'. Bul shaqa ushi'n sestini' tezligi uzi'n tolqi'nlar ushi'n

$$v_{ses} = a \sqrt{2\beta / (M_1 + M_2)} \quad (4.11)$$

an'latpasi' menen beriledi. Kishi  $k$  larda fazali'q ha'm gruppali'q tezliklerdin' ma'nisleri birdey boladi':  $v_{faz} = v_{gr} = v_{ses}$ . Eger  $M_1 = M_2$  ten'ligi ori'nlanatug'i'n bolsa, onda (4.11)-an'latpa si'zi'qli'q ti'g'i'zli'g'i'  $\rho = M/a$  bolg'an monoatomli'q dizbektegi sestini' tezligi ushi'n jazi'lg'an an'latpag'a o'tedi:  $v_{ses} = a \sqrt{\beta / M} = \sqrt{C / \rho}$ .



4-3 s sywret. Dizbektegi atomlardi'n massalari' o'z-ara ten' (yag'ni'y  $M_1 = M_2 = M$ ) bolg'an jag'dayda ali'natug'i'n dispersiyali'q iymeklikler.

$k = \pm\pi/2a$  bolg'an jag'dayda, yag'ni'y Brilliyen zonasi'ni'n shegaralari'nda, jiyilik  $\omega_2 = \sqrt{2\beta / M_1}$  shamasina shekem jetedi, iymeklik jati'q iymeklikke aylanadi' ha'm gruppali'q tezlik nolge aylanadi', yag'ni'y to'mengi shaqa bir atomli' dizbektin' iymekligindey tyrge iye boladi'. Bul aytilg'anlardan to'mengi shaqani'n ne sebepten akustikalik shaqa dep atalatug'i'nli'g'i' tysinikli boladi'.

Ekinshi shaqa  $k=0$  bolg'an jag'daydan jiyiliktin' maksimalli'q  $\omega_1 = \sqrt{2\beta \left( \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \right)}$  shamasinan baslanadi'. Iymeklik  $k$  ni'n' arti'wi' menen to'menge tysedi ha'm  $k = \pm\pi/(2a)$  ma'nisinde  $\sqrt{2\beta / M_2}$  ma'nisine jetedi. Bul shaqani' optikalik shaqa dep ataydi'. Sebebi ionli'q kristallardag'i' uzi'n tolqi'nli' optikalik modalar elektromagnit nurlani'w menen ta'sirlese aladi'.  $k \rightarrow 0$  de optikalik terbelislerdin' fazali'q tezligi  $v_{faz} = \omega_1 / k \rightarrow \infty$  ha'm gruppali'q tezligi

$v_{gr} = d\omega / dk \rightarrow 0$  shamasi'na ten'.

4-3 sywrette ko'rinip turg'ani'nday, eki shaqa qadag'an etilgen jiyilikler jolag'i' menen ayri'lg'an (4-3 a sywrette bul jolaq yamasa oblast shtrixlang'an). Basqa so'z benen aytqanda  $\sqrt{2\beta M_1} < \omega < \sqrt{2\beta M_2}$  oblasti'nda (4.1)-ten'leme sheshimge iye emes. Biraq, eger dizbekte massasi'  $M_2$  bolg'an bir yamasa bir neshe atomdi' massasi'  $M_1$  bolg'an atomlar menen almasti'rsa, yag'ni'y strukturag'a defektler kirgizilse, qadag'an etilgen oblastta sheshim payda boladi'. Bunday sheshimlardi' lokalli'q modalar dep ataydi'. Eger (4.5)-ten'lemede  $M_1 = M_2 = M$  dep alsaq, onda sheshimlar

$$\omega^2 = \frac{2\beta}{M}(1 \pm \cos ka)$$

yamasa

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{4\beta}{M}} \cdot \cos \frac{ka}{2}; \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{4\beta}{M}} \cdot \sin \frac{ka}{2}$$

tyrinde boladi' (4-3 s sywretke qaran'i'z).

Sinusi' bar sheshim monoatomli' dizbek ushi'n ali'ng'an sheshim menen birdey. Al kosinusi' bar sheshimdi' bolsa esapqa almawg'a boladi' (bul da  $k$  tolqi'nli'q sani'na  $\pi/a$  si'nan qosqan menen hesh na'rsenin' o'zgermeytug'i'nli'g'i'na baylani'sli'). Sebebi ha'r bir  $\omega_1$  jiyiligine endi  $\omega_2$  ushi'n ali'ng'an moda sa'ykes keledi ha'm  $M_1 = M_2$  bolg'an jag'dayda qadag'an etilgen jolaqti'n' ken'ligi  $\Delta \sqrt{2\beta/M_2} - \sqrt{2\beta/M_1}$  shamasi' nolge aylanadi'. Solay etip  $M_1 = M_2$  bolg'an jag'dayda qadag'an etilgen jiyilikler jolag'i' jog'aladi'.

Dizbektegi atomlardi'n' terbelislerinin' akustikali'q ha'm optikali'q modalari' arasi'ndag'i' ayirmani'n' fizikali'q ma'nisin ayqi'nlasti'rami'z. Buni'n' ushi'n eki shaqa ushi'n qon'si'las atomlardi'n' terbelis amplitudalari'ni'n' qatnasi'  $u_1/u_2$  menen fazalari'ni'n' qatnaslari' sali'sti'rami'z.  $k$  ni'n' kishi ma'nislerinde (yag'ni'y  $ka \ll 1$  sha'rti ori'nlang'anda) (4.2)-an'latpani' esapqa ali'p ha'm  $k=0$  bolg'andag'i' (4.10)-sheshimdi (4.3)-ten'lemege qoyi'p mi'nani' alami'z:

$$\left( \frac{u_{2n}}{u_{2n+1}} \right)_{ak} = \left( \frac{u_1}{u_2} \right)_{ak} = 1. \quad (4.12)$$

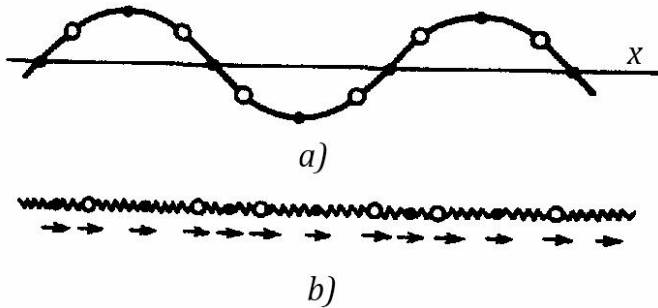
Bunnan dizbektegi qon'si'las atomlardi'n' terbelislerinin' birdey fazada bolatug'i'nli'g'i' kelip shi'g'adi' (olardi'n' massalari'ni'n' oraylari' menen birlikte). Soni'n' menen birge qon'si'las atomlar birdey amplitudalar menen terbeledi, yag'ni'y quti'shalar tutas quti'sha si'pati'nda awi'sadi' (ji'lji'ydi'). Terbelislerdin' usi'nday tipi akustikali'q tolqi'nlar ushi'n xarakterli (4-4 sywret). 4-4, 4-5 ha'm bunnan keyingi sywretlerde ko'rgizbelilik ushi'n bir o'lshemli pa'njerenin' atomlari'ni'n' boyli'q terbelisleri de, ko'ldeneni' terbelisleri de ko'rsetilgen.

Eger (4.3)-ten'lemege  $k=0$  bolg'an jag'day ushi'n optikali'q shaqa ushi'n

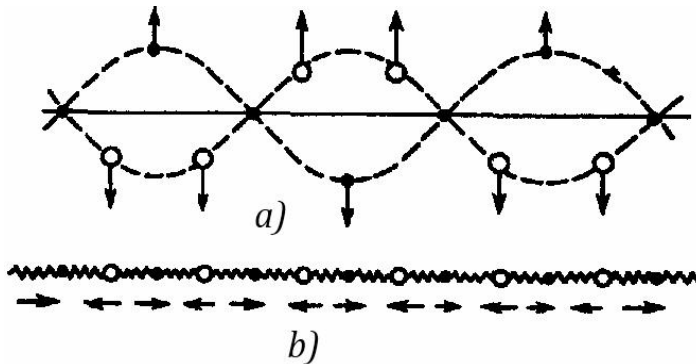
ali'ng'an (4.9)-sheshim qoyi'latug'i'n bolsa, onda

$$\frac{u_1}{u_2} = -\frac{M_2}{M_1} \quad (4.13)$$

qatnasi'n alami'z. Demek quti'shadag'i' atomlar qarama-qarsi' bag'i'tta terbeledi (fazasi' boyi'nsha qarama-qarsi'), al eki sorttag'i' atomlarga iye ha'r bir quti'shani'n' massa orayi' o'zorni'nda qaladi' (4-5 sywret). Sebebi [bul jag'day (4.13)-ten'likten kelip shi'g'adi'] quti'shadag'i' atomlardi'n' massa orayi'ni'n' amplitudasi'  $u_1M_1 + u_2M_2 = 0$  ge ten'. Uzi'n tolqi'nli' optikali'q terbelislerde massasi'  $M_1$  bolg'an atomlar tutasi' menen qozg'alatug'i'n pa'njereni payda etedi, al massasi'  $M_2$  bolg'an atomlar da tutasi' menen pa'njereni payda etip da'l massasi'  $M_1$  bolg'an atomlardi'n' pa'njeresindey boli'p qozg'aladi'.

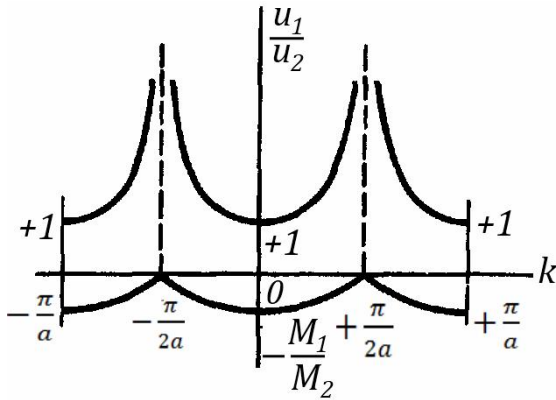


4-4 sywret.  
 $k=0$  bolg'an jag'day ushi'n atomlardi'n' akustikali'q modag'a sa'ykes keliwshi terbelisleri. a) ko'ldenen', b) boyli'q terbelisler.



4-5 sywret. Terbelislerdin' uzi'n tolqi'nli'q optikali'q modalari'. Massalari'  $M_1$  ha'm  $M_2$  bolg'an atomlardi'n' qozg'ali'slari' fazasi' boyi'nsha  $180^\circ$  qa awi'sqan. a) ko'ldenen', b) boyli'q terbelisler.

$k = \pi / (2a)$  ten'ligi ori'nlang'anda Brilliyen zonasi'ni'n' qasi'ndag'i' atomlardi'n' qozg'ali'slari'ni'n' xarakterin ani'qlaw ushi'n amplitudalardi'n' qatnaslari' bolg'an  $u_1 / u_2$  shamasini'n' akustikali'q ha'm optikali'q shaqalar ushi'n tolqi'nli'q san  $k$  dan qanday g'a'rezlikke iye ekenligin ani'qlaymi'z (4-6 sywret).



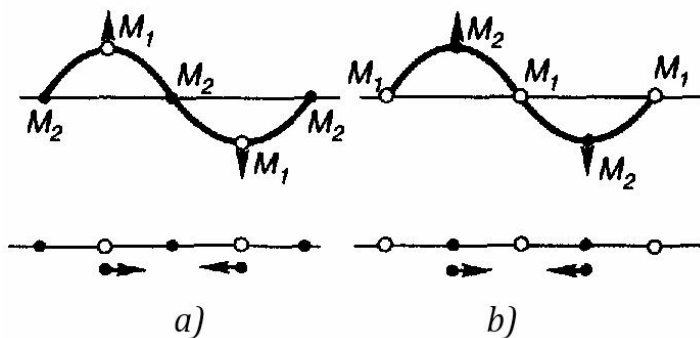
4-6 sywret.

$\frac{u_1}{u_2}$  qatnasi' menen tolqi'nli'q san  $k$  arasi'ndag'i' baylani's. Joqari'dag'i' iymeklikler akustikali'q, to'mendegi iymeklikler optikali'q shaqalar.

4-6 sywrette ko'rinip turg'ani'nday zonani'n' shegarasi'na jaqi'nlag'anda akustikali'q shaqa ushi'n amplitudalardi'n' qatnasi' sheksizlikke umti'ladi'. Bul jen'il atomlardi'n' terbelis amplitudalari'ni'n' kishireyiwin an'latadi'. Bunday jag'dayda  $k$  ni'n' kishi ma'nisleridegidey qon'si'las atomlar birdey fazada terbeledi ( $u_1/u_2$  qatnasi'ni'n' on' ma'nisleri).  $k = \pi/(2a)$  bolg'an jag'dayda jen'il atomlardi'n' terbelislerinin' amplitudasi' nolge ten' boladi', al massalari'  $M_1$  bolg'an awi'r atomlar qon'si' awi'r atomlarga sali'sti'rg'anda  $180^\circ$  li'q faza ayi'rmasi'na iye boli'p terbeledi (4-7 a sywret).

Optikali'q shaqa ushi'n  $u_1/u_2$  qatnasi'  $k = \pi/(2a)$  shamasina jaqi'nlag'anda nolge umti'ladi',  $k$  ni'n' kishi ma'nisidegidey qon'si'las atomlar qarama-qarsi' fazada terbeledi ( $u_1/u_2$  qatnasi'ni'n' teris ma'nisi).  $k = \pi/(2a)$  ten'ligi ori'nlang'anda  $u_1/u_2$  qatnasi' nolge ten' (yag'ni'y  $u_1/u_2 = 0$ ). Bul jag'dayda massasi'  $M_2$  ge ten' tek jen'il atomlar g'ana  $u_2$  amplitudasi' menen qon'si'las atomlarga sali'sti'rg'anda fazasi'  $180^\circ$  qa ten' ayi'rma menen terbeledi (4-7 b sywret).

Solay etip tolqi'nli'q sanni'n' barli'q intervali'nda (yag'ni'y 0 den  $\pi/(2a)$  g'a shekem) eki sorttan turatug'i'n dizbekte terbelislerdin' akustikali'q ha'm optikali'q shaqalarga bo'liniwi ori'n aladi'. Usi'ni'n' menen birge akustikali'q modada eki sorttag'i' atomlar qi'si'li'w tolqi'ni'nda birge qozg'aladi' (yag'ni'y birdey fazada qozg'aladi'). Optikali'q modada bolsa qon'si'las atomlar qarama-qarsi' fazada terbeledi.



4-7 sywret.

$k = \pi/a$  bolg'an jag'daydag'i' eki atomli' dizbektegi atomlardi'n' qozg'ali'si'.

- a) akustikali'q shaqa,
- b) optikali'q shaqa.

Eger tolqi'nli'q san  $k$  ni'n' kishi ma'nisleridegi (yag'ni'y uzi'n tolqi'nlardag'i') optikali'q terbelislerge itibar bersek ha'm atomlardi'n' zaryadlari'n ha'r qi'yli' dep

esaplasaq (teris zaryadli' atom menen on' zaryadli' atom qon'si'las), onda ionlardi'n' qarama-qarsi' fazadag'i' awi'si'wi' quti'shani'n' dipollik momentinin' o'zgeriwine ali'p keledi. Usi'ni'n' na'tiyjesinde dizbek boylap tolqi'nli'q sani'  $k$  g'a ten' bolg'an elektr polyarizaciyasi' tolqi'ni' tarqaladi'. Endi optikali'q terbelislerdin' infraqi'zi'l jiyiliklerde payda bolatug'i'nli'g'i'n ha'm olardi' infraqi'zi'l nurlani'wdi'n' ja'rdeminde qozdi'ri'wg'a bolatug'i'nli'g'i'n ko'rsetemiz.

Meyli  $Na^+$  ha'm  $Cl^-$  ionlari'nan turatug'i'n  $NaCl$  kristalli' kernewligi  $E$  shamasina ten' elektr maydani'na jaylasti'ri'lg'an ha'm elektr maydani'ni'n' kernewligi vektorini'n' bag'i'ti' kubli'q elementar quti'shani'n' [100] bag'i'ti'na bag'i'tlas bolsin. Maydanni'n' ta'sirinde  $Cl^-$  anionlari' menen  $Na^+$  kationlari' qarama-qarsi' bag'i'tlarg'a awi'sadi'. Bul awi'si'wlar ortasha ma'nisi  $P = N|Q|x - E/(4\pi)$  shamasina ten' dipollik elektr momentinin' payda boli'wi'na ali'p keledi. Bunnan

$$E = -4\pi N|Q|x$$

an'latpasi'n alami'z. Bul an'latpada  $N$  arqali' ionlardi'n' ti'g'i'zli'g'i',  $Q$  zaryadi', al  $x$  arqali' maydanni'n' ta'sirindegi ionlardi'n' awi'si'wi' belgilengen.

Qarama-qarsi' zaryadlang'an ionlar arasi'nda Kulonli'q o'z-ara tarti'si'w kyshi ta'sir etedi:

$$F = |Q|E - 4\pi NQ^2x.$$

Bul kysh ionlardi' o'zlerinin' da'slepki ori'nleri'na qaytari'wg'a qaray ta'sir etedi.  $d^2x/dt^2$  tezleniwin kirgizip ha'm oni' Nyutonni'n' ekinshi ni'zami'ni'n' an'latpasi'na qoyi'p

$$\mu \frac{d^2x}{dt^2} + 4\pi NQ^2x = 0 \quad (4.14)$$

ten'lemesin alami'z. Bul an'latpada  $\mu$  arqali' ionlardi'n' keltirilgen massasi' belgilengen.

(4.14)-an'latpa a'piwayi' garmonikali'q qozg'ali'sti'n' ten'lemesi boli'p tabi'ladi'. Demek zaryadlar o'zlerinin' ten' salmaqli'q ori'nleri'ni'n' a'tirapi'nda jiyiligi

$$\omega_p = \sqrt{\frac{4\pi NQ^2}{\mu}} \quad (4.15)$$

shamasina ten' jiyilik penen terbeledi. Bul an'latpada  $\omega_p$  arqali' plazmali'q jiyilik belgilengen. Oni'n' san shamasini' eger  $\beta = \frac{1}{2}\mu\omega_p^2$  shamasina ten' dep boljasaq ha'm

optikali'q shaqa ushi'n  $k=0$  ten'ligi ori'nlang'anda  $\omega_1 = \sqrt{2\beta \left( \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \right)}$  shamasina ten' boladi'.

Bahalawlar  $\omega_p$  shamasini'n' ma'nisinin'  $\sim 2 \cdot 10^{13}$  sek<sup>-1</sup> shamasina ten' ekenligin ko'rsetedi. Bul jiyilik elektromagnit nurlani'wdi'n' infraqi'zi'l oblasti'na sa'ykes keledi. Ionli'q kristallarda optikali'q modalar haqi'yqati'nda da infraqi'zi'l oblastta aktiv. Bul jag'day infraqi'zi'l nurlardi'n' juti'li'wi' menen shi'g'ari'li'wi'nda ayqi'n ko'rinedi.

Ionli'q kristallardi'n' pa'njerelerinin' terbelisleri ko'p sanli' izertlewshiler

ta'repinen izertlendi [9].

### 5-§. Ysh o'lishemli pa'njerenin' terbelisleri

Biz usi' bap'ti'n' basi'nda ysh o'lishemli haqi'yqi'y qatti' denenin' terbelislerin sanli' tallaw ma'selesinin' og'ada quramali' ma'sele ekenligin' atap o'tken edik. Usi'nday denedegi normal modalardi'n' uli'wmali'q qa'siyetlerin' tysiniw ushi'n biz aldi'n ala si'zi'qli' dizbektin' atomlari'ni'n' terbelisleri haqqi'ndag'i' ma'seleni qarap o'ttik. Endi ali'ng'an na'tiyjelerdi ysh o'lishemli pa'njerenin' atomlari'ni'n' terbelislerin sapali'q jaqtan ta'riyiplew ushi'n paydalanami'z.

Meyli ysh o'lishemli pa'njere massalari'  $M$  ge ten' birdey atomlardan turatug'i'n bolsi'n. Al  $V$  ko'lemge iye kristalda  $N$  dana Bravenin' a'piwayi' elementar quti'shasi' bar bolsi'n. Pa'njerede ha'r bir atom ysh erkinlik da'rejesine iye bolatug'i'n bolg'anli'qtan pytin kristal  $3N$  erkinlik da'rejesi menen xarakterlenedi. Garmonikali'q jaqi'nlas'i'wda ma'seleni sheshkende ha'r bir  $j$ -atomni'n' awi'si'wi' birdey atomlarga iye dizbektegi atomni'n' qozg'ali's ten'lemesine sa'ykes ten'leme menen ta'riyiplenedi. Tek g'ana bul jag'dayda atomlardi'n' awi'si'wi'n  $\mathbf{u}$  awi'si'w vektori' menen almasti'rami'z. Na'tiyjede ysh o'lishemli pa'njerenin' terbelisler spektrin toli'q ta'riyiplew ushi'n bir biri menen baylani'sqan  $3N$  ten'lemeden turatug'i'n ten'lemeler sistemasi'n sheshiw kerek boladi'. Bunday ten'lemeler sistemasi'ni'n' sheshimlerin bul rette de juwi'ri'wshi' tolqi'nlar tyrinde izleyimiz:

$$\mathbf{u}_j = A_k \mathbf{e}_v(\mathbf{k}) \exp[i(\mathbf{k}\mathbf{R}_j^0 - \omega t)]. \quad (5.1)$$

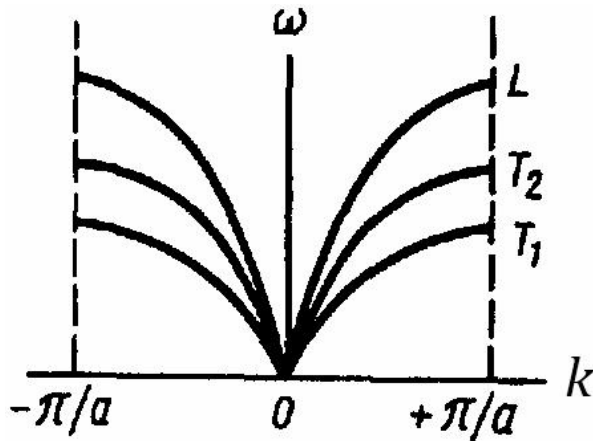
Bul formulada  $\mathbf{k}$  arqali' tolqi'nni'n' tarqali'w bag'i'ti'n ani'qlaytug'i'n birlik vektor,  $A_k$  arqali' terbelis amplitudasi',  $\mathbf{e}_v(\mathbf{k})$  arqali' normal modani'n' polyarizatsiyasi'ni'n' birlik vektori' (bul vektor ionlar qozg'alatug'i'n bag'i'tti' ani'qlaydi'), al  $\mathbf{R}_j^0$  arqali' ten' salmaqli'q konfiguratsiyadag'i'  $j$ -atomni'n' radius-vektori' belgilengen.

(5.1)-sheshimdi  $3N$  dana qozg'ali's ten'lemelerine qoyi'p amplituda  $A_k$  g'a qarata dyzilgen bir tekli ten'lemeler sistemasi'n aladi'. Bunday ten'lemeler sistemasi' belgisiz  $A_k$  lar ushi'n koeffitsientlerden quralg'an determinant nolge ten' bolsa sheshimlerge iye boladi'. Determinant  $\omega^3$  ke qarata yshinshi da'rejeli polinom boli'p tabi'ladi' ha'm uli'wma jag'dayda ysh tybirge iye boladi'. Bul tybirlerdin' ma'nisleri haqi'yqi'y ha'm on' ma'nislerge iye boli'wi' kerek. Eger atomlar da'slepki xalda ten' salmaqli'q halda turg'an bolsa teris ma'nisler ma'niske iye bolmaydi'.

Solay etip  $k$  tolqi'nli'q vektori'ni'n' ha'r bir ma'nisine terbelislerdin' ysh modasi' sa'ykes keledi eken. Olar dispersiyali'q qatnaslardi'n' ysh shaqasi'n ani'qlaydi' (5-1 sywret):

$$\omega = \omega_{k_v} \quad (v = 1, 2, 3). \quad (5.2)$$

Ysh modalardi'n' biri  $L$  boyli'q, al qalg'an ekewi  $T_1$  menen  $T_2$  ko'ldeneni' tolqi'nlarg'a sa'ykes keledi. Izotrop ortali'qlar ushi'n boyli'q tolqi'nlar ushi'n sheshimlardi'  $\mathbf{e}_v(\mathbf{k})$  polyarizatsiya vektori'n' ha'm atomlardi'n' awi'si'wi'n  $\mathbf{k}$  vektori'na parallel, al ko'ldeneni' tolqi'nlar ushi'n perpendikulyar etip saylap aladi'.



5-1 sywret.  
Ysh o'lishemli a'piwayi' Brave pa'njeresi  
ushi'n dispersiyali'q iymeklikler.

$\mathbf{k}$  tolqi'n vektorini'n' o'zgeriw intervali'n ha'm tolqi'n vektorlari'ni'n' mymkin bolg'an ma'nislerinin' sani'n ani'qlaw ushi'n Born-Karmanni'n' ciklli'q sha'rtin ja'ne de qollanami'z. Oni'n' ushi'n kristaldi' tuwri' myyeshli parallelepiped formasi'na iye dep esaplaymi'z. Oni'n' qabi'rg'alari'ni'n' uzi'nli'g'i'  $N_1\mathbf{a}_1$ ,  $N_2\mathbf{a}_2$  ha'm  $N_3\mathbf{a}_3$  bolsi'n. Bul an'latpada  $\mathbf{a}_1 = \mathbf{a}$ ,  $\mathbf{a}_2 = \mathbf{b}$  ha'm  $\mathbf{a}_3 = \mathbf{c}$  tuwri' pa'njerenin' vektorlari' belgilengen. Ciklli'q sha'rti boyi'nsha ha'r bir sheshim ushi'n

$$u_j(\mathbf{R}_j^0 + N_i\mathbf{a}_i) = u_j\mathbf{R}_j^0 \quad (5.3)$$

an'latpasi'n jaza alami'z. Bul an'latpada  $i = 1, 2, 3$ . Bunday jag'dayda vektorlardi'n' ruqsat etilgen ma'nisleri

$$\exp[i(N_i\mathbf{k}\mathbf{a}_i)] = 1 \quad (5.4)$$

sha'rtin qanaatlandi'ri'wi' kerek. Bunnan

$$\mathbf{k}\mathbf{a}_i = 2\pi n_i / N_i \quad (5.5)$$

(bul an'latpada  $n_i$  pytin san) yamasa

$$\mathbf{k} = 2\pi \left( \frac{n_1}{N_1} \mathbf{a}^* + \frac{n_2}{N_2} \mathbf{b}^* + \frac{n_3}{N_3} \mathbf{c}^* \right) \quad (5.6)$$

an'latpasi'n alami'z. Bul an'latpada  $\mathbf{a}^*$ ,  $\mathbf{b}^*$  ha'm  $\mathbf{c}^*$  arqali' keru pa'njerenin' vektorlari' belgilengen.

$\mathbf{k}$  ni'n' o'zgeriwin Brilluennin' bir zonasi' menen sheklewge bolatug'i'nli'g'i'n (Vigner-Zeyc quti'shasi' menen sheklewge bolatug'i'nli'g'i'n) ko'rsetiwge boladi':

$$-\frac{\pi}{\mathbf{a}} \leq \mathbf{k} \leq +\frac{\pi}{\mathbf{a}}. \quad (5.7)$$

(5.4) sha'rtin qanaatlandi'ratug'i'n (5.7)-intervaldag'i' mymkin bolg'an ma'nislerdin' sani'ni'n' kristaldag'i' elementar quti'shalardi'n' sani'  $N$  ge ten' bolatug'i'nli'g'i' o'z-o'zinen ko'rinip tur. Usi'ni'n' menen birge  $\mathbf{k}$  ni'n' ruqsat etilgen ma'nisleri  $k$  ken'islikte  $V/(2\pi)^3$  ti'g'i'zli'g'i' menen bir tekli tarqalg'an.

Baziske iye ysh o'lishemli pa'njerenin' terbelislerinde (bul jag'dayda ha'r bir

elementar quti'shag'a  $r$  dana atom sa'ykes keledi, yag'ni'y  $3rN$  erkinlik da'rejesine iye sistema)  $3rN$  ten'lemeden turatug'in sistemani' sheshiw terbelislerdin'  $3r$  shaqasi'ni'n' bar boli'wi'na ali'p keledi ha'm usi' shaqalardi'n' dispersiyali'q qatnaslari'n

$$\omega = \omega_{k,v}^s \quad (v = 1, 2, 3; \quad s = 1, 2, 3, \dots, r) \quad (5.8)$$

tyrinde jazi'wg'a boladi'.

To'mengi ysh shaqa (olar kishi  $k$  larda nolge umti'ladi' ha'm 5.15-sywrette ko'rsetilgen), qalg'anlari' ( $3r-3$ ) optikali'q shaqalar boli'p tabi'ladi'. Optikali'q shaqlardi'n' ishinde boyli'q ha'm ko'ldenen' terbelislerdin' shaqalari'n bir birinen ayi'ri'w kerek boladi'. Boyli'q tolqi'nlardin' tarqali'w tezligi ko'ldenen' tolqi'nlardin' tarqali'w tezliklerinen y'ken. Sebebi boyli'q tolqi'nlardin' terbelis jiyilikleri ko'ldenen' tolqi'nlardin' terbelis jiyiliklerinen y'ken ( $\omega_L > \omega_{T_2} > \omega_{T_1}$ ).

Solay etip, bazisi bar pa'njerenin' en' uli'wmali'q jag'dayi'nda atomlardi'n' qozg'ali'si'n  $3rN$  normal terbelistin' yamasa modani'n' superpozitsiyasi' dep qarawg'a boladi' eken. Mexanikali'q ko'z-qarastan ha'r bir normal terbelis garmonikali'q oscillyator boli'p tabi'ladi'. Bunday garmonikali'q oscillyator ushi'n  $q_{k,s}$  normal koordinatalari'

$$\ddot{q}_{k,s} + \omega^2(\mathbf{k}, s)q_{k,s} = 0 \quad (5.9)$$

ten'lemesin qanaatlandi'radi'.

Kristaldi'n' toli'q energiyasi'  $3rN$  dana bir biri menen ta'sirlespeytug'in garmonikali'q oscillyatorlardin' energiyalari'ni'n' summasi'nan turadi'. Bir o'lshemli jag'daydag'i'day, ja'ne de kvantli'q-mexanikali'q uli'wmalasti'ri'w o'tkeriwge boladi'. Bul jag'dayda  $\omega(\mathbf{k}, s)$  jiyiligi menen terbeliwshi ha'r bir oscillyator

$$E_{k,s} = \hbar\omega(\mathbf{k}, s) \left[ n(\mathbf{k}, s) + \frac{1}{2} \right], \quad (n(\mathbf{k}, s) = 0, 1, 2, 3, \quad s = 1, 2, 3, \dots, r) \quad (5.10)$$

energiyasi'na iye boladi' dep esaplaw mymkin. Kinetikali'q ha'm potentsial energiyalardi'n' summasi'nan turatug'in toli'q energiya bi'layi'nsha jazi'ladi':

$$E = \sum_{\mathbf{k}} \sum_s E_{k,s} = \sum_{\mathbf{k}} \sum_s \left[ n(\mathbf{k}, s) + \frac{1}{2} \right] \hbar\omega(\mathbf{k}, s) + U_0. \quad (5.11)$$

Bul an'latpada  $U_0$  arqali' ten' salmaqli'q haldag'i' potentsial energiya belgilengen.

Solay etip kristalli'q pa'njerenin' bir biri menen kyshli baylani'sqan atomlardi'n' terbelislerin biz kristalda tarqalatug'in tolqi'n vektori'  $k$ , jiyiligi  $\omega(\mathbf{k}, s)$  bolg'an bir biri menen a'zzi baylani'sqan tolqi'nlardin' ji'ynag'i' dep qarawg'a boladi' eken. Ha'r bir tolqi'ng'a jiyiligi  $\omega(\mathbf{k}, s)$  bolg'an oscillyator sa'ykes keledi dep esapladi'q.

Kvantli'q mexanikani'n' en' fundamentalli'q uli'wmalasti'ri'wlari'ni'n' birin paydalansaq kristalli'q pa'njerenin' atomlari'ni'n' terbelisleri menen baylani'sli' bolg'an processler jyda' a'piwayi' boli'p ko'rinedi. Bul uli'wmalasti'ri'wdi'n' tiykari'n francuz fizigi Lui de Broylidin' ideyasi' jatadi'. Bul ideya boyi'nsha jiyiligi  $\omega$  ha'm tolqi'nli'q vektori'  $\mathbf{k}$  bolg'an ha'r bir tolqi'ng'a energiyasi'  $E = \hbar\omega$  ha'm impulsi

$\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}$  shamasina ten' bo'lekshe sa'ykes keledi. Mi'sali', jaqti'li'q (elektromagnit) tolqi'nlarini nurlani'wdi'n' kvantli'q oscillyatorlari' yamasa olardi' bo'lekshelerden, fotonlar dep atalaturug'in' kvantlardan turadi' dep qarawg'a boladi'. Tap sol si'yaqli' kvantli'q oscillyatordi'n' energiyasi' ushi'n jazi'lg'an (5.10)-an'latpag'a itibar bersek, onda energiyasi'  $\hbar\omega(\mathbf{k},s)$ , og'an plyus tiykarg'i' haldag'i' energiyasi'  $\frac{1}{2}\hbar\omega(\mathbf{k},s)$ , tolqi'nli'q vektori'  $\mathbf{k}$  ha'm polyarizatsiyasi'  $s$  bolg'an ses tolqi'ni'n'  $n(\mathbf{k},s)$  dana kvantlardi'n' ji'ynag'i' dep qarawg'a boladi'. Ses tolqi'nlarini'n' bul kvanti'n' (yamasa sestini' bo'lekshelerin) fononlar dep ataydi'.  $\hbar\omega(\mathbf{k},s)$  shamasini' tiykarg'i'  $\frac{1}{2}\hbar\omega(\mathbf{k},s)$  qa'ddinin' ystindegi qoziw'di'n' en' kishi energiyasi' bolip tabi'ladi'. Foton en' kishi energiyani' alip jyretug'in' bolg'anli'qtan oni' elementar qoziw dep qaraydi'. "Quramali" qoziw degenimiz ko'p fononlarga iye a'dettegi qoziw bolip tabi'ladi'. Kristallardag'i' atomlardi'n' kollektivlik qozg'ali'slari' ses tolqi'nlarini' bolip tabi'ladi', al sol kollektivlik qozg'ali'slarg'a sa'ykes keliwshi qoziwlar ses kvantlari' yamasa fononlar bolip tabi'ladi'.

Jogari'da aytilg'anlardan mi'naday juwmaqlardi' shig'aramiz: klassikali'q jiyiligi  $\omega(\mathbf{k},s)$  bolg'an terbelislerdin' ha'r bir modasi'n' energiyani'n'  $\hbar\omega(\mathbf{k},s)$  shamasina ten' bolg'an kvantlar menen qoziri'wg'a boladi'. Bul kvantlardi'n' sani' pytin sang'a ten'. Bunday jag'dayda (5.10)-formuladag'i'  $n(\mathbf{k},s)$  shamasini' a'piwayi' fizikali'q ma'niske iye boladi': bul impulsi  $\mathbf{p}$  g'a, energiyasi'  $\hbar\omega(\mathbf{k},s)$  ke ten' bolg'an berilgen sorttag'i' fononlardi'n' sani' bolip shig'adi'.

Qatti' denelerdin' jilli'li'q qasiyetleri menen baylani'sli' bolg'an ko'p sanli' ma'selelerde berilgen  $T$  temperaturasi'nda terbelislerdin' berilgen modasi'nda bar energiyasi'  $\hbar\omega(\mathbf{k},s)$  bolg'an fononlardi'n' ortasha sani'n' biliw kerek boladi'. Fononlardi'n' usi' ortasha sani'n'  $\langle n(\mathbf{k},s) \rangle$  arqali' belgileymiz.  $n(\mathbf{k},s)$  shamasini'n' tabiw ushi'n Plank ta'repinen ali'ng'an kvant oscillyatori'ni'n' ortasha energiyasi'n' esaplaytug'in' formuladan paydalanami'z:

$$\langle E \rangle = \frac{\hbar\omega(\mathbf{k},s)}{\exp[\hbar\omega(\mathbf{k},s)/(k_B T - 1)]} + \frac{\hbar\omega(\mathbf{k},s)}{2}. \quad (5.12)$$

Ortasha san  $n(\mathbf{k},s)$  ti esaplag'anda  $\frac{\hbar\omega(\mathbf{k},s)}{2}$  ag'zasi'n' esapqa almawg'a boladi'. Sebebi bul ag'za temperaturadan g'a'rezli emes. (5.12) den

$$\langle n(\mathbf{k},s) \rangle = \frac{\langle E \rangle}{\hbar\omega(\mathbf{k},s)} = \frac{1}{\exp[\hbar\omega(\mathbf{k},s)/(k_B T - 1)]} \quad (5.13)$$

shamasina ten' ekenligi ko'rinip tur. Bul an'latpa Boze-Eynshteyn statistikasi'na bag'inatug'in' fononlardi'n' tarqali'wi'n da ani'qlaydi'.

Solay etip ko'lemi  $(2\pi\hbar)^3$  bolg'an fazali'q ken'isliktin' bir quti'shasi'ndag'i' energiyasi'  $\hbar\omega(\mathbf{k},s)$  bolg'an fononlardi'n' ortasha sani' (5.13)-an'latpani'n'

ja'rdeminde esaplanadi' eken.

Qatti' denelerde akustikali'q ta, optikali'q ta fononlar boladi'. Optikali'q fononlardi'n' jiyilikleri akustikali'q fononlardi'n' jiyiliklerinen barli'q waqi'tta da joqari' bolg'anli'qtan optikali'q fononlardi'n' energiyalari' akustikali'q fononlardi'n' energiyalari'nan y'iken boladi'. Sonli'qtan jyda' to'mengi temperaturalarda tek akustikali'q fononlar g'ana qozadi'.

Fononlar tysinigin kirgiziwdin' na'tiyjesinde qa'legen qatti' deneni ishine fonon gazi' jaylasti'ri'lg'an quti' si'pati'nda qarawg'a boladi'. A'dettegi gazdin' bo'leksheleri si'yaqli' fononlar usi'nday quti'ni'n' bir diywali'nan ekinshi diywali'na qaray jyredi, bir biri menen soqli'g'i'sadi', bir biri menen ta'sirlesiwini'n' saldari'nan fononlardi'n' tuwi'li'wi' da, jog'ali'wi' da mymkin. Biraq fonon gazi' a'dettegidey gaz emes. Qatti' denelerdegi fononlardi'n' sani' turaqli' emes. Temperatura joqari' bolg'an sayi'n fononlardi'n' sani' da joqari' boladi'. Temperatura absolyut nolge jaqi'nlag'anda fononlardi'n' sani' da nolge umti'ladi'.

Demek terbeliw spektrinin'  $3r$  shaqalari'ni'n' yshewi akustikali'q shaqalar (olar ushi'n  $\omega \rightarrow 0$  sheginde  $k \rightarrow 0$  sha'rti ori'nlanadi'), al  $3r+3$  shaqa optikali'q shaqa boli'p tabi'ladi'. Bul jag'dayda terbelisler bir birinen tolqi'nli'q vektorg'a sali'sti'rg'anda awi'si'w bag'i'ti'nda da bir birinen ayri'ladi'.

Bazi' bir dara jag'daylarda (mi'sali'  $\mathbf{k}$  vektori' simmetriya ko'sheri bag'i'ti'nda bag'i'tlang'an jag'day) belgili bir shaqalar ushi'n awi'si'wlar tek boyli'q (yag'ni'y tek tolqi'nli'q vektordi'n' bag'i'ti'nda), al basqa shaqalar ushi'n tek ko'ldeneni' (yag'ni'y awi'si'wlar tolqi'nli'q vektordi'n' bag'i'ti'na perpendikulyar) bag'i'tta boladi'.

Bul paragrafti'n' aqiri'nda ha'zirgi waqi'tlari' pa'njeredegi tolqi'nlardi' eksperimentte baqlawdi'n' en' quwatli' qurali' fononlardag'i' ji'lli'li'q neytronlari'ni'n' serpimli emes shashi'rawi' boli'p tabi'latug'i'nli'g'in' atap o'temiz. Ji'lli'li'q neytronlari' menen fononlardi'n' energiyalari' menen impulsleri shama menen birdey. Serpimli emes soqli'g'i'si'wdi'n' na'tiyjesinde neytron o'zinin' energiyasi'ni'n' a'dewir bo'limin jog'altadi' yamasa sonday energiyani' qabi'l etedi. Na'tiyjede oni'n' tolqi'n uzi'nli'g'i' da (energiyasi' da), qozg'ali'w bag'i'ti' da (impulsinin' o'zgeriske ushi'rawi') o'zgeredi. Eger ayi'ri'm bir fonon neytron menen soqli'g'i'sqanda qozatug'i'n bolsa yamasa jog'alsa, onda neytronni'n' tolqi'n uzi'nli'g'i'ni'n' o'zgerisi fononni'n' energiyasi' menen jiyiligin ani'qlaydi', al neytronni'n' impulsinin' o'zgerisi fononni'n'  $k$  tolqi'nli'q sani' boli'p tabi'ladi'.

Neytronlardi'n' shashi'rawi'ni'n' ja'rdeminde pa'njerenin' terbelislerin y'reniwde ji'lli'li'q neytroni'ni'n' serpimli emes shashi'rawi'ndag'i' energiyani'n' saqlani'w ni'zami'n esapqa ali'w gerek:

$$\frac{\hbar^2}{2m_H}(\mathbf{k}_i^2 - \mathbf{k}_j^2) = \hbar \mathbf{u}_\mathbf{k}.$$

Bul an'latpada  $\mathbf{k}_i$  menen  $\mathbf{k}_j$  arqali' neytronni'n' da'slepki ha'm aqir'gi' tolqi'nli'q vektorlari',  $m_H$  arqali' neytronni'n' massasi', al  $\mathbf{u}_\mathbf{k}$  arqali' pa'njeredegi  $\mathbf{k}$  tolqi'nli'q sani'na iye fononni'n' jiyiligi.  $\mathbf{k}_i$  menen  $\mathbf{k}_j$  shamalari'n ha'm neytronli'q da'stenin' energiyali'q jog'alti'wlari'n da'l o'lshep eksperimentte  $\omega$  menen  $k$  arasi'ndag'i' baylani'sti', yag'ni'y pa'njeredegi tolqi'nlar ushi'n dispersiyali'q qatnasti' ani'qlawg'a

boladi. Fononlardi'n' serpimli emes shashi'raw metodi'n' paydalani'p tek fononlardi'n' spektrin emes, al magnonlardi'n' ha'm basqa da ji'lli'li'q qozi'wlari'n, atomlar arasi'ndag'i' kyshlik ta'sirlesiwdi ha'm kyshlik koefficientlerinin' sanli'q ma'nislerin ali'w mymkin. Bul metodti'n' qollani'li'w oblasti' ji'ldan ji'lg'a ken'eymekte.

Biz to'mende fononli'q spektrdi ani'qlawdi'n' ayi'ri'm usi'llari'n (metodlari'n) ha'm olardi'n' fizikali'q ma'nislerin toli'g'i'raq tallaymi'z.

### 6-§. Pa'njere terbelisinin' kvantli'q xarakteri

Biz joqari'da pa'njere terbelislerinin' energiyasi' yamasa serpimli tolqi'nni'n' energiyasi' kvantlang'an shama boli'p tabi'latug'i'nli'g'in ko'rdik. Serpimli tolqi'nni'n' energiyasi'ni'n' kvanti' fonon dep ataladi' (elektromagnit tolqi'ni'nin' energiya kvanti'n foton dep ataytug'i'ni' si'yaqli'). Da'slep biz "foton" tysiniginin' qalayi'nsha kelip shi'qqanli'g'in eske tysiremiz. Fotonlardi' qollani'wdag'i' paydalani'latug'in koncepciyalardi'n' derlik barli'g'in (mi'sali' tolqi'nli'q-korpuskulali'q dualizm koncepciyasi') fononlar ushi'n da ylken tabi'slar menen qollani'wg'a boladi'. Kristallardag'i' ses tolqi'nlarin' fononlardi'n' tarqali'wi' dep qaraw mymkin. Absolyut qara denelerdin' nurlani'wi'ni'n' fotonlardi'n' ji'lli'li'q qozi'wi' menen baylani'sli' ekenligindey kristallardag'i' atomlardi'n' terbelislerin fononlardi'n' ji'lli'li'q qozi'wi' dep qarawg'a boladi'.

| Belgileniwi   | Atamasi' | Maydan                               |
|---|----------|--------------------------------------|
|  | Elektron | -                                    |
|  | Foton    | Elektromagnit maydani'               |
|  | Fonon    | Serpimli tolqi'n                     |
|  | Plazmon  | Kollektivlesken elektronli'q tolqi'n |
|  | Magnon   | Qaytadan magnitleniw tolqi'ni'       |
| -   | Polyaron | Elektron + serpimli deformaciya      |

|   |         |                         |
|---|---------|-------------------------|
| - | Eksiton | Polarizatsiya tolqi'ni' |
|---|---------|-------------------------|

6-1 sywret. Qatti' denelerdegi bazi' bir a'hmiyetli elementar qozi'wlar. Sywrette keltirilgen qozi'wlardi'n' belgilewleri tekste qollani'ladi'. Bul qozi'wlardi'n' atamaları'ni'n' kelip shi'g'i'wi' Uolker menen Slektin' jumi'si'nda talqi'lang'an [10].

Kvantli'q teoriya 1900 ji'li' payda boldi'. Usi' ji'li' Maks Plank absolyut qatti' denenin' ten' salmaqli'q nurlani'wi'ndag'i' jiyilik penen elektromagnit nurlani'wi'ni'n' energiyasi' arasi'ndag'i' baylani'sti'n' eksperimentte baqlanatug'in' g'a'rezligin energiyani'n' kvantlani'wi' menen tysindiriwge bolatug'inli'g'i'n' ko'rsetti. Plank quwi'sli'qtag'i' elektromagnit terbelislerin'in' ha'r bir tyrinin' energiyasi'ni'n'  $h\nu$  shamasi'na proporcional dep boljadi'. Bir fotonni'n' energiyasi'  $\varepsilon = h\nu$  shamasi'na ten'. Jiyiligi  $\nu$  bolg'an terbelisler modasi'ndag'i'  $n$  dana fotonni'n' energiyasi'

$$\varepsilon = nh\nu. \quad (6.1)$$

Bul an'latpadag'i' on' ma'niske iye  $n$  sani' pytin ma'niske yamasa nolge ten'. Al  $h$  turaqli'si'ni'n' sanli'q ma'nisi bolsa (bul shamag'a keyinirek Plank turaqli'si' degen atama berildi)  $6,6262 \cdot 10^{-27}$  erg·sek shamasi'na ten'. (6.1)-an'latpag'a qolayli'li'q ushi'n  $\varepsilon = S h\nu$  ag'zasi' kirgizilmegen. Biraq bul jag'day ma'seleni o'zgartpeydi

(6.1)-qatnasti' myyeshlik jiyilik arqali' ko'birek jazadi':

$$\varepsilon = n\hbar\omega.$$

Bul an'latpada  $\omega \equiv 2\pi\nu$  arqali' myyeshlik tezlik belgilengen, al  $\hbar = \frac{h}{2\pi} \approx 1,0546 \cdot 10^{-27}$  erg·sek.

Ekinshi ta'repten ko'p sanli' difraktsiyali'q eksperimentlerden elektromagnit maydani'ni'n' tolqi'nlard'i'n' ko'p qa'siyetlerine iye ekenligin ko'rsetedi. Ekinshi ta'repten Plankti'n' nurlani'w energiyasi'ni'n' jiyilik boyi'nsha tarqali'w ni'zami' elektromagnit maydani'ni'n' energiyasi'ni'n' kvantlang'anli'g'i'n' da'lilleydi. Tap usi'nday situatsiya serpimli tolqi'nlarda da ori'n aladi'.

Qatti' denelerdin' pa'njeresinin' ji'lli'li'q si'yi'mli'g'i'na ylesinin' temperatura nolge umti'lg'anda nolge jaqi'nlas'i'wi' (kelesi bap) kristalli'q pa'njerenin' serpimli tolqi'nları'ni'n' energiyasi'ni'n' kvantlani'wi'ni'n' birinshi eksperimentalli'q da'lilleniwi boli'p tabi'ladi'. Bul jag'daydi' tek pa'njerenin' terbelislerin'in' energiyasi' kvantlanadi' dep tysindiriw mymkin edi.

Rentgen nurlari' menen neytronlar kristallar menen ta'sirleskende serpimli emes tyrde shashi'raydi'. Usi'ni'n' na'tiyjesinde rentgen nurlari' menen neytronlard'i'n' energiyaları' menen impulsleri shashi'rawdi'n' na'tiyjesinde bir yamasa bir neshe fononni'n' payda boli'wi'na yamasa juti'li'wi'na sa'ykes keledi. Usi'nday processler menen baylani'sli' bolg'an effektlerdi da'l o'lshew ayi'ri'm fononlard'i'n' qa'siyetlerin ani'qlawg'a mymkinshilik beredi. Mi'sali' jiyiliktin' tolqi'n vektorin'an g'a'rezligin, yag'ni'y dispersiya ni'zami'n ani'qlaw mymkin.

## 7-§. Fononni'n' impulsı

Tolqi'n vektori'  $\mathbf{K}$  bolg'an fonon basqa bo'leksheler yamasa maydanlar menen  $\hbar\mathbf{K}$  impulsine iye bolg'an bo'lekshede y bolip ta'sir etisedi<sup>1</sup>. Haqiyqati'nda pa'njeredegi fonon impulske iye emes. Biz arnavli' ma'seleni sheshkende tek tolqi'n vektori'  $\mathbf{K} = 0$  bolg'an fononni'n' fizikali'q jaqtan ori'n alatug'i'n impulske iye bolatug'i'nli'g'i'n ko'remiz. Bul impuls sistemani'n' bir tekli ori'n almasti'ri'wi'na sa'ykes keledi. Biraq ko'pshilik a'meliy maqsetler ushi'n fonondi'  $\hbar\mathbf{K}$  impulsine iye bo'lekshe dep qaraydi'.  $\hbar\mathbf{K}$  impulsin geypara jag'daylarda *kvaziimpuls* dep ataydi'.

Kristallar ushi'n  $\mathbf{K}$  tolqi'n vektori'ni'n' ma'nisleri ushi'n saylap ali'w qag'i'ydasii' ori'n aladi'. Bul qag'i'yda kvantli'q hallar arasi'ndagi' ruqsat etilgen o'tiwler menen baylani'sli'. Ken' tarqalg'an a'debiyatta [11-12] rentgen fotonlari'ni'n' kristallardagi' serpimli shashi'rawi' ushi'n (Bregg difrakciyasi' ushi'n) tolqi'n vektori' ushi'n to'mendegidey saylap ali'w qag'i'ydasii'ni'n' bar ekenligi ko'rsetildi:

$$\mathbf{k}' = \mathbf{k} + \mathbf{G}. \quad (7.1)$$

Bul an'latpada  $\mathbf{G}$  arqali' kerii pa'njerenin' vektori', al  $\mathbf{k}$  menen  $\mathbf{k}'$  arqali' kelip tysi'wshi ha'm shashi'rag'an fotonlardii'n' tolqi'n vektorlari' belgilengen. Shashi'rag'anda kristall tutasi' menen  $\hbar\mathbf{G}$  tepki impulsin aladi'. Biraq bul ma'sele a'dette toli'q qarap shi'g'i'lmaydi'. Bir biri menen ta'sir etisetug'i'n tolqi'nlardii'n' qosi'ndii' vektori' da'wirli pa'njerede saqlanadi', biraq kerii pa'njerenin' vektori'n qosi'w mymkinshiligi menen. Barli'q sistemani'n' haqiy'qi'y impulsii barli'q waqii'tta da turaqli'.

Eger foton tolqi'n vektori'  $\mathbf{K}$  shamasii'na ten' fononni'n' payda bolii'wi' menen serpimli emes shashi'raytug'i'n bolsa, onda tolqi'n vektori' ushi'n saylap ali'w qag'i'ydasii' bi'layi'nsha jazii'ladi'<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Bul jetkilikli da'rejede na'zik bolg'an ma'sele [13-15] jumi'slarda talqi'lang'an. Pa'njeredegi fononlardii'n' impulske iye bolmaytug'i'nli'g'i'ni'n' sebebi fononlardii'n' koordinatalari'ni'n' atomlardii'n' sali'sti'rmali' koordinatalari' menen baylani'sli' ( $\mathbf{K} = 0$  bolg'an fotonlardan basqalari'). Mi'sali'  $H_2$  molekulasii'nda yadro arali'q terbelistin' koordinatasi'  $r_1 - r_2$  sali'sti'rmali' koordinata bolii'p tabii'ladi' ha'm bul terbeliske sa'ykes keli'wshi fonon impulske iye bolmaydi'. Al massa orayi'ni'n' koordinatasi' bolg'an  $S(r_1 + r_2)$  shamasii' bir tekli terbeliske sa'ykes keledi ha'm sonli'qtan impulske iye bola aladi'.

<sup>2</sup> Mi'sal si'patii'nda pa'njere ushi'n ha'm kontinum ushi'n ha'r qi'yli' saylap ali'w qag'i'ydalari' bar matematikali'q qatnaslardii' biz keltire alami'z. Meyli tolqi'nli'q vektorlari'  $\mathbf{K}_1$  menen  $\mathbf{K}_2$  bolg'an eki fonon bi'layi'nsha ta'sirlesetug'i'n bolsii'n: serpimli energiya ushi'n jazii'lg'an an'latpada  $\mathbb{Z}$ shinshi ta'rtpi'li angarmonikalii'q ag'zalar bar bolatug'i'n ha'm ta'sirlesiw'din' na'tiyjesinde tolqi'n vektori'  $\mathbf{K}_3$  bolg'an  $\mathbb{Z}$ shinshi fonon payda bolatug'i'n bolsii'n. Bul fononlardii'n' soqli'g'i'si'wi'ni'n' itimalli'g'i' ushi'n jazii'lg'an an'latpada pa'njerenin' barli'q t $\mathbb{Z}$ yinleri boyi'nsha summalang'an  $\mathbb{Z}$ sh fononni'n' tolqi'nli'q amplitudalari'ni'n' qosi'ndii'sii' boladi':

$$W \sim \sum_n e^{-i\mathbf{K}_1 \cdot \mathbf{r}_n} e^{-i\mathbf{K}_2 \cdot \mathbf{r}_n} e^{-i\mathbf{K}_3 \cdot \mathbf{r}_n} = \sum_n \exp[i \cdot (\mathbf{K}_3 - \mathbf{K}_1 - \mathbf{K}_2) \cdot \mathbf{r}_n].$$

Eger  $\mathbf{K}_3 = \mathbf{K}_1 + \mathbf{K}_2$  yamasa  $\mathbf{K}_3 = \mathbf{K}_1 + \mathbf{K}_2 + \mathbf{G}$  sha'rtii ori'nlanbaytug'i'n bolsa, onda bul summa t $\mathbb{Z}$ yinlerdin' sani'  $\mathbb{Z}$ lken bolg'anda nolge umti'ladi'. Birinshi sha'rt ekinshi sha'rttin' dara jag'dayi' bolii'p tabii'ladi'. Eger bul sha'rtler ori'nlanatug'i'n bolsa, onda summa pa'njeredegi t $\mathbb{Z}$ yinler sani'  $N$  ge ten' boladi'.

Kontinum ushi'n sol ma'seledegi matricali'q element

$$\int d^3x \exp[i \cdot (\mathbf{K}_3 - \mathbf{K}_1 - \mathbf{K}_2) \cdot \mathbf{r}] = (2\pi)^3 \delta(\mathbf{K}_3 - \mathbf{K}_1 - \mathbf{K}_2).$$

Bul an'latpada  $\delta$  arqali' Diraktii'n' delta-funkciyasi' belgilengen. Kontinum ushi'n kerii pa'njere vektorlari'

$$\mathbf{k}' + \mathbf{K} = \mathbf{k} + \mathbf{G}. \quad (7.2)$$

Eger biz qarap ati'rg'an processte tolqi'n vektori'  $\mathbf{K}$  shamasi'na ten' fonon juti'latug'i'n bolsa, onda (7.2)-an'latpani'n' orni'na to'mendegidey an'latpag'a iye bolami'z:

$$\mathbf{k}' = \mathbf{k} + \mathbf{K} + \mathbf{G}. \quad (7.3)$$

(7.2)- menen (7.3)-qatnaslar (7.1)-qatnasqa sa'ykes keledi.

### 8-§. Fotonlardi'n' akustikali'q fononlardag'i' serpimli emes shashi'rawi'

Kristalda tarqalatug'i'n jiyiligi  $v = \omega / 2\pi$  bolg'an fotondi' qaraymi'z. Eger kristaldi' si'ni'w ko'rsetkishi  $n$  ge ten' tutas ortalig' dep qaraytug'i'n bolsaq fotonni'n' tolqi'n vektori'

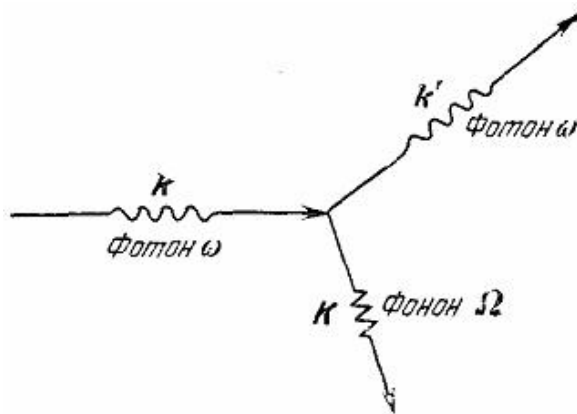
$$\omega = \frac{ck}{n} \text{ yamasa } \lambda v = \frac{c}{n}. \quad (8.1)$$

an'latpasi'ni'n' ja'rdeminde ani'qlanadi'. Bul an'latpada  $c$  arqali' jaqti'li'qti'n' tezligi belgilengen. Fotonni'n' impulsi

$$\mathbf{p} = \hbar \mathbf{k} \quad (8.2)$$

shamasi'na ten'.

Meyli foton kristaldag'i' fononlar da'stesi yamasa ses tolqi'ni' menen ta'sirlesetug'i'n bolsi'n. Foton ses tolqi'ni'ni'n' ta'sirinde shashi'ray aladi'. Bunday ta'sirlesiw ses tolqi'nleri'ni'n' serpimli deformაციyalari'ni'n' atomlardi'n' lokalli'q koncentraciyasi'n, yag'ni'y si'ni'w ko'rsetkishin o'zgertetug'i'nli'g'i' menen baylani'sli'. Solay etip ses tolqi'ni' ortalig' qti'n' optikali'q qa'siyetin modulyaciya'g'a ushi'ratadi'. Kerisinshe jaqti'li'q tolqi'ni'ni'n' elektr maydani' ortalig' qti'n' serpimli qa'siyetlerine modulyaciyalaydi'.



8-1. sywret.

Tolqi'n vektori'  $\mathbf{k}$  bolg'an fotonni'n' serpimli emes shashi'rawi'ni'n' sxemasi'. Usi'ni'n' saldari'nan tolqi'n vektori'  $\mathbf{K}$  bolg'an fonon payda boladi'. Shashi'rag'an fotonni'n' tolqi'n vektori'  $\mathbf{k}'$  shamasi'na ten'.

t̄sinigi kirgizilmeydi. Eger bul vektorlardi' shektegi xarakteristikalar si'pati'nda ani'qlaytug'i'n bolsaq, onda en' kelte nollik vektor sheksiz ̄lken uzi'nli'qqa iye bolg'an bolar edi.

Kristalda fotonni'n' shashi'rawi' mymkin. Bul jag'day fononni'n' payda boli'wi'na yamasa juti'li'wi'na ali'p keledi. Na'tiyjede fotonni'n' tolqi'n vektori' ha'm jiyiligi o'zgeredi:  $\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{k}'$ ,  $\mathbf{m} \rightarrow \mathbf{m}'$ . Foton shashi'rag'anda tolqi'n vektori'  $\mathbf{K}$  g'a, myyeshlik jiyiligi  $\Omega$  shamasina ten' fonon payda boldi' dep boljayi'q. Bul processtin' sxemasi' (8-1 sywret) jetkilikli da'rejede a'piwayi'. Energiya saqlanadi' dep sha'rt qoyi'lsa

$$\hbar\omega = \hbar\omega' + \hbar\Omega \quad (8.3)$$

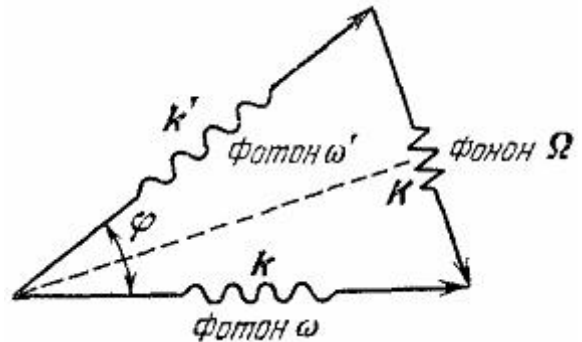
ten'ligi ori'nli' boladi'. Tolqi'n vektori' ushi'n saylap ali'w qag'i'ydasini' bi'layi'nsha jazi'ladi':

$$\mathbf{k} = \mathbf{k}' + \mathbf{K}. \quad (8.4)$$

Bul an'latpada a'piwayi'li'q ushi'n shashi'raw processini menen Bregg difrakciyasi' processlarini'n' bir waqit'ta jyzege keliv mymkinshiligi esapqa ali'nbag'an. Sonli'qtan (8.4)-an'latpada (7.2)-an'latpada bar kerini pa'njere vektori' qatnaspaydi'. Eger sestini' tezligi  $v_s$  turaqli' shama boli'p tabi'latug'i'n bolsa, onda  $\lambda\Omega / 2\pi = v_s$  bolg'anli'qtan  $\Omega = v_s K$ .

8-2-sywret.

7-1 sywrette keltirilgen process ushi'n saylap ali'w qag'i'ydasini' illyustraciyalawshi' diagramma. Eger  $k = k'$  sha'rti ori'nlanatug'i'n bolsa ysh myyeshlik ten' qaptalli' ysh myyeshlik, al ysh myyeshliktin' ultani' uzi'nli'g'i'  $K = 2k \sin(\varphi / 2)$  shamasina ten' tolqi'n vektori' boli'p tabi'ladi'.



Sestini' ha'm jaqti'li'qti'n' tezliklarini'n' ma'nisleri arasi'ndagi' ayi'rma jyda' yknen bolg'anli'qtan kelip tysiwshi fotonni'n' energiyasini'n' jyda' kishi bo'legi g'ana fonong'a berile aladi'. Fotonni'n' tolqi'n vektori'  $\mathbf{k}$  menen shamasini' barabar bolg'an tolqi'n vektori'  $\mathbf{K}$  bolg'an fonon ushi'n  $ck \ll v_s K$  ten'sizligini jazi'w mymkin. Al  $\omega = ck$  ha'm  $\Omega = v_s K$  bolg'anli'qtan  $\omega \ll \Omega$ . (8.3)-an'latpadan  $\omega' \approx \omega$  ha'm  $k' \approx k$  ekenligi kelip shi'g'adi'.

Eger  $k' \approx k$  ten'ligi ori'nlanatug'i'n bolsa, onda 8-2 sywretten

$$K \approx 2k \sin(\varphi / 2) \quad (8.5)$$

ten'ligini'n' ori'nlanatug'i'nli'g'i' ko'rinip tur. Usini'n' menen birge  $k = \omega n / c$  ten'ligi ori'nli' bolg'anli'qtan [(8.1)-qatnasqa qaran'i'z] mi'naday an'latpani' jazi'w mymkin:

$$v_s K \approx \frac{2v_s \omega n}{c} \sin(\varphi / 2). \quad (8.6)$$

$\Omega = v_s k$  bolg'anli'qtan fotonlardi'n'  $\varphi$  myyeshine serpimli emes

shashi'rag'ani'nda payda bolg'an fononlar

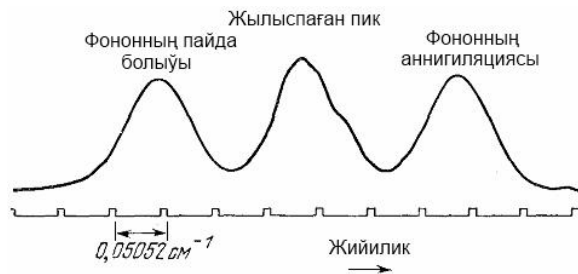
$$\Omega \approx \frac{2v_s \omega n}{c} \sin(\varphi / 2) \quad (8.7)$$

jiyiligine iye boladi'. Bul an'latpada  $n$  arqali' kristaldi'n' si'ni'w ko'rsetkishi belgilengen.

*Mi'sal.* Fononlardi'n' generaciyasi'. Meyli si'ni'w ko'rsetkishi  $n \approx 1,5$  bolg'an ortali'qqa vakuumdegi tolqi'n uzi'nli'g'i'  $\lambda = 4000 \text{ \AA}$  bolg'an jaqti'li'q kelip tysetug'i'n bolsi'n ha'm bul ortali'qtag'i' ses tolqi'nlarini'n' tarqali'w tezligi  $v_s \approx 5 \cdot 10^5$  sm/sek shamasina ten' bolsi'n. Bul jag'dayda ortali'qta jaqti'li'qti'n' shashi'rawi'ni'n' na'tiyjesinde payda bolg'an fononni'n' maksimalli'q jiyiligi ushi'n mi'naday an'latpa alami'z:

$$\Omega \approx \frac{2 \cdot 5 \cdot 10^5 \cdot 2\pi \cdot 1,5}{4 \cdot 10^{-5}} \approx 2 \cdot 10^{11} \text{ rad/sek.} \quad (8.8)$$

Bul an'latpani' keltirip shi'g'ararda  $\sin(\varphi / 2) = 1$  dep qabi'l etip (8.7)-formuladan paydalandi'q. Bunday jiyilikte  $K = \Omega / v_s \approx 4 \cdot 10^5 \text{ sm}^{-1}$ . Shashi'rawdi'n' na'tiyjesinde jaqti'li'qti'n' jiyiliginin' sali'sti'rmali' o'zgerisi  $5 \cdot 10^{-5}$  shamasina ten'.



8-3 sywret. O'jire temperaturasi'nda suwda tuwri' myyesh penen shashi'rag'an  $\lambda = 6238 \text{ \AA}$  bolg'an jaqti'li'q tolqi'ni'ni'n' spektrlik iymekligi [16]. Lazerdin' nurlani'w jiyiligi rayoni'ndag'i' ji'li'spag'an orayli'q pik tiykari'nan suwda jyzip jyrgegen kishi bo'lekshelerdegi Tindalev shashi'rawi'ni'n' saldari'nan payda bolg'an. Si'zi'qti'n' ken'ligi spektrografti'n' san'lag'i'ni'n' ken'ligi menen baylani'sli'. Spekr registraciyalawshi' a'sbapti'n' ja'rdeminde 5 minut ishinde ali'ng'an. Bul spektrali'q iymekliktin' ja'rdeminde ani'qlang'an fononni'n' jiyiligi  $(4,33 \pm 0,010) \cdot 10^9$  Gc shamasina ten'. Tezliktin' ma'nisi (8.7)-qatnasti'n' ja'rdeminde esapladi' ha'm  $(1,437 \pm 0,010) \cdot 10^5$  sm/sek shamasina ten'.

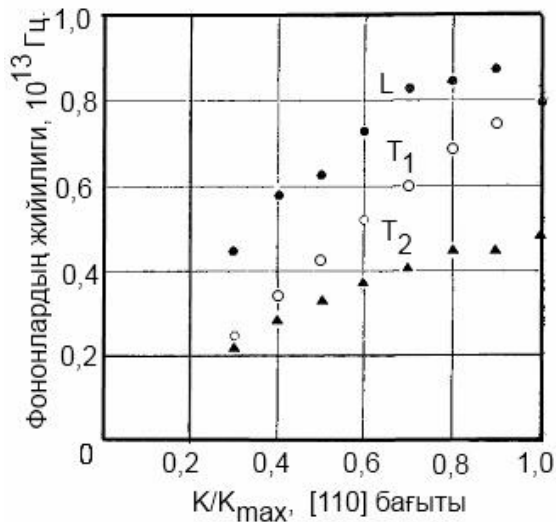
Kvarc penen sappirdegi mikroto'lqi'nli'q oblasttag'i' fononlardi' generaciyalaw ushi'n intensivli lazerlik derekten shi'qqan jaqti'li'q nurlari'ni'n' shashi'rawi'ni'n' paydalani'ldi' [17]. Fotonlardi'n' jiyiliginin' baqlang'an awi'si'wlari' (5.11)-an'latpani'n' ja'rdeminde esaplang'an shama menen toli'q sa'ykes kelgen. Bul jag'dayda to'mengi jiyiliklerde ultrases usi'li' menen ani'qlang'an ses tolqi'nlarini'n' ma'nisi paydalani'lg'an.

Jaqti'li'qti'n' qatti' denelerdegi ha'm suyi'qliqlardag'i' fononlardag'i'

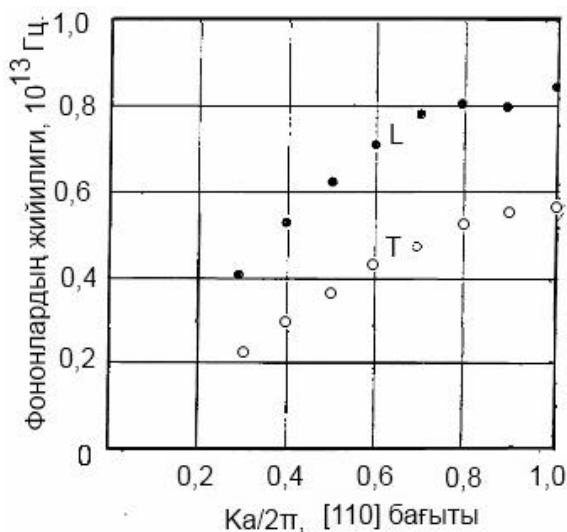
shashi'rawi'n Brilliyuen shashi'rawi' dep ataydi<sup>3</sup>. Suwda shashi'rag'an monoxromat jaqti'li'qti'n' spektri 5.4-sywrette berilgen. Kristallardag'i' akustikali'q fononlardi'n' qozi'wi' jaqti'li'qti'n' difrakciyasi'ni'n' ja'rdeminde baqlandi' [18-19] ([20]-jumi'stag'i' 1-sywretti de qaran'i'z).

### 9-§. Rentgen nurlari'ni'n' fononlardag'i' serpimli emes shashi'rawi'

Qatti' denelerdin' fononli'q spektrin yyreniwidin' usi'llari'ni'n' biri rentgen nurlari'ni'n' fononlardig'i' serpimli emes shashi'rawi' usi'li' boli'p tabiladi'. Joqari'da qarap o'tilgen jag'daylardi' bir fonon payda bolatug'i'n yamasa juti'latug'i'n processlerdegi rentgen fotonlari'ni'n' serpimli emes yamasa diffuziyali'q shashi'rawi'n yyreniwde paydalani'wg'a boladi'. 5.5- ha'm 5.6-sywretlerde alyuminiydegi usi'nday processlerdi yyrengende Uolker ta'repinen ali'ng'an na'tiyjeler keltirilgen [21].



9-1 sywret. Alyuminiydegi [100] bag'i'ti'nda tarqalatug'i'n fononlardag'i' rentgen nurlari'ni'n' serpimli emes shashi'rawi' ja'rdeminde ani'qlang'an dispersiyali'q iymeklikler. Qara noqatlar menen L boyli'q tolqi'nlar, al boyalmag'an noqatlar menen T<sub>1</sub> ko'ldenen' tolqi'n ushi'n ma'nisler berilgen. Bul ko'ldenen' tolqi'nda bo'leksheler [001] ko'sherine parallel terbeledi. Al ysh myyeshliklerdin' ja'rdeminde [110] bag'i'ti'na parallel terbeletug'i'n ko'ldenen' tolqi'nlar ushi'n ali'ng'an ma'nisler ko'rsetilgen (Uolker boyi'nsha [21]).



9-2 sywret. Alyuminiyde [100] bag'i'ti'nda tarqalatug'i'n serpimli tolqi'nlar ushi'n rentgen nurlari'ni'n' serpimli emes shashi'rawi' boyi'nsha ali'ng'an dispersiyali'q iymeklikler. Boyli'q ha'm ko'ldenen' tolqi'nlar ushi'n ali'ng'an ma'nisler sa'ykes qara noqatlar ha'm do'n'gelekler menen belgilengen (Uolker boyi'nsha [21]).

<sup>3</sup> Brilliyuennin' [6]-jumi'si'n qaran'i'z. Kristallardag'i' Raman effekti boyi'nsha sholi'w Laudonni'n' jumi'si'nda berilgen [7].

Bunday eksperimentlerde fononni'n' jiyiligin oni'n' tolqi'n vektori'  $\mathbf{K}$  ni'n' funkciyasi' si'patisi'nda izleyemiz. Fononni'n' tolqi'n vektori' tolqi'n vektori'ni'n' saqlani'w ni'zamlari'nan, yag'ni'y sol ni'zamlardan kelip shi'g'atug'i'n (8.6)- ha'm (8.7)-an'latpalardan ani'qlanadi'. Tilekke qarsi' shashi'raw menen baylani'sli' bolg'an rentgen nurlari'ni'n' jiyiliginin' jyda' kishi o'zgerisin tikkeley ani'qlaw qi'yi'n. Neytronlardi'n' shashi'rawi' boyi'nsha o'tkerilgen eksperimentler bazi' bir atri'q mashli'qqa iye. Bul jag'dayda olardi'n' energiyalari'ni'n' (usi'g'an sa'ykes jiyiliklerinin') o'zgerisi tikkeley ani'qlanadi'.

### 10-§. Neytronlardi'n' fononlardag'i' serpimli emes shashi'rawi'

Neytronlardi'n' fononlardag'i' serpimli emes shashi'rawi'n neytronli'q spektroskopiya izertleydi. "Neytronli'q spektroskopiyan' do'retkeni ushi'n" belgili fizik Bertram Brokxauz 1994-ji'li' xali'q arali'q Nobel si'yli'g'i'n ali'wg'a miyasar boldi'. Oni'n' fizika boyi'nsha "Kishi tezlikler menen qozg'alatug'i'n neytronlardi'n' spektroskopiya' ha'm fizikali'q dnyani'n' Ulli' Atlasi'" dep atalatug'i'n Nobel lekciyasi'ni'n' rus tilindegi awdarmasi' "Uspexi fizisheskix nauk" jurnali'ni'n' 1995-ji'lg'i' 12-sani'ni'n' 1381-1397 betlerinde ja'riyalandi' [22].

Neytron kristalli'q pa'njere menen atomlardi'n' yadrolari' menen ta'sir etisiw arqali' ta'sirlesedi. Neytronlar da'stesinin' kristalli'q pa'njeredegi shashi'rawi'ni'n' kinematikali'q sxemasi' tolqi'n vektori'n saylap ali'wdi'n' a'piwayi' qag'i'ydasinan [(7.2)- yamasa (7.3)-qatnaslarg'a qaran'i'z]

$$\mathbf{k} + \mathbf{G} = \mathbf{k} \pm \mathbf{K} \quad (10.1)$$

ha'm energiyani'n' saqlani'wi'ni'n' talap etiletug'i'nli'g'i'nan kelip shi'g'adi'. Tolqi'n vektori'ni'n' aldi'ndag'i' plyus belgisi fononni'n' payda boli'w processine, al minus belgisi fononni'n' jog'ali'w processine sa'ykes keledi.  $\mathbf{G}$  arqali' keru pa'njerenin' i'qti'yarli' vektori' belgilengen.

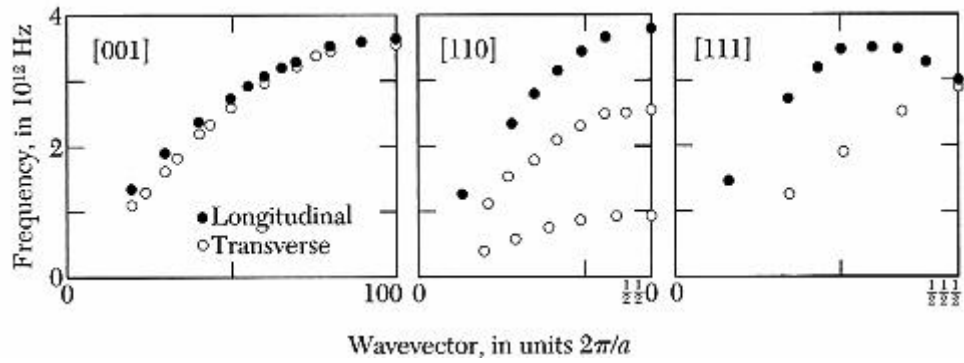
Kristallg'a kelip tyisiwshi neytronni'n' kinetikali'q energiyasi'  $p^2 / 2M_n$  shamasina ten' (bul an'latpada  $M_n$  arqali' neytronni'n' massasi' belgilengen). Neytronni'n' impulsi  $\mathbf{p}$  ni'n' shamasini'  $\hbar\mathbf{k}$  g'a ten'. Bul jerde  $\mathbf{k}$  arqali' neytronni'n' tolqi'n vektori' belgilengen. Solay etip kristalg'a kelip tyisiwshi neytronni'n' kinetikali'q energiyasi'  $\hbar^2 k^2 / 2M_n$  shamasina ten'. Eger shashi'rag'an neytronni'n' tolqi'n vektori'  $\mathbf{k}$  bolsa, onda oni'n' kinetikali'q energiyasi'  $\hbar^2 k^2 / 2M_n$  shamasina ten' boladi'. Energiyani'n' saqlani'w ni'zami'n bi'layi'nsha jazi'wg'a boladi':

$$\frac{\hbar^2 k^2}{2M_n} = \frac{\hbar^2 k'^2}{2M_n} \pm \hbar\omega_k. \quad (10.2)$$

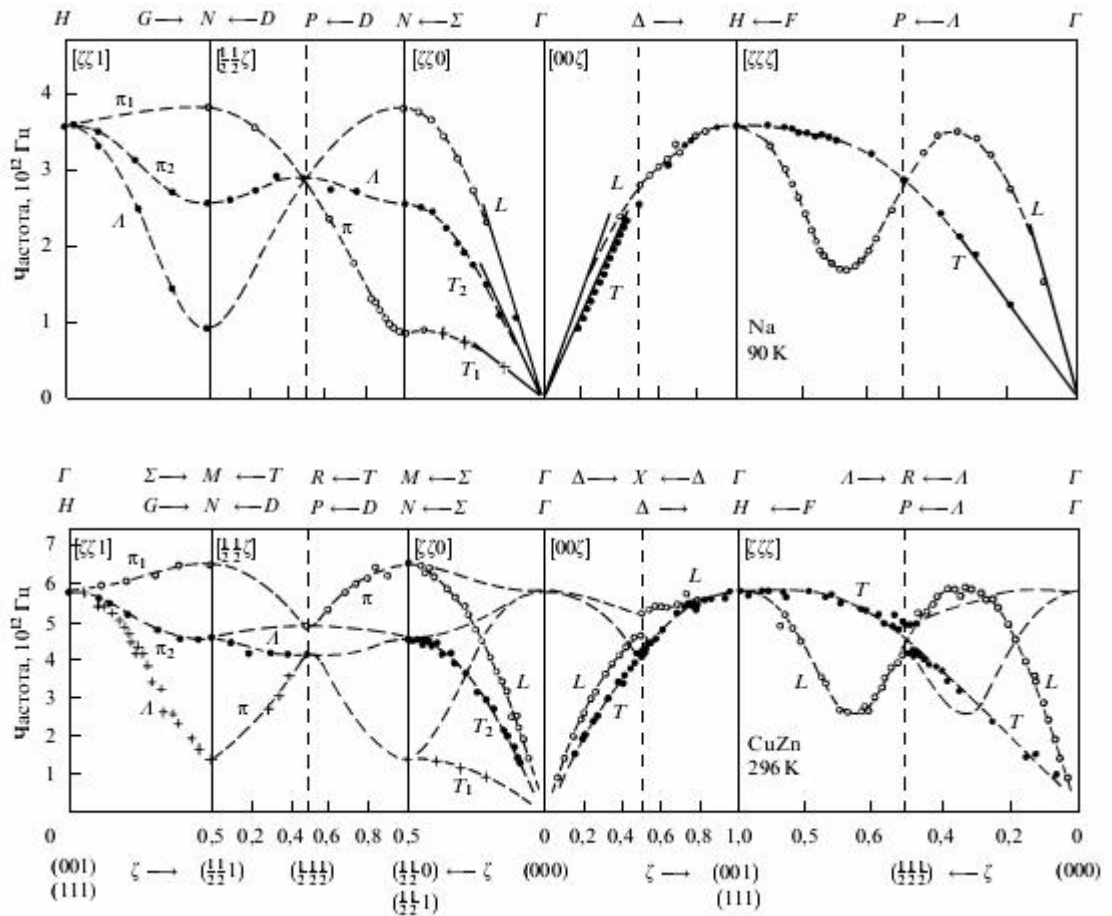
Fononni'n' energiyasi' bolg'an  $\hbar\omega_k$  shamasini'n' aldi'ndag'i' plyus belgisi fononni'n' payda boli'w, al minus belgisi joq boli'w processine sa'ykes keledi.

(10.1)- ha'm (10.2)-an'latpalardi' paydalani'w ja'rdeminde dispersiyali'q

ni'zamdi' tabi'w ushi'n eksperimentte shashi'raw bag'i'ti'  $k-k'$  shamasini'n' funkciyasi' si'pati'nda shashi'rag'an neytronlardi'n' energiyasi'ni'n' o'simin yamasa jog'alti'wi'n tabi'w kerek boladi'.



10-1 a sywret. 90 K temperaturada [100], [110] ha'm [111] bag'i'tlari'nda tarqalatug'i'n fononlar ushi'n dispersiyali'q iymeklikler. Bul iymeklikler neytronlardi'n' serpimli emes shashi'rawi' ja'rdemide ali'ng'an [23]. Boyalg'an do'n'gelekler boyli'q tolqi'nlar, al boyalmag'an do'n'gelekler ko'ldenen' tolqi'nlardan ali'ng'an noqatlardi' bildiredi.



10-1 b sywret.

Na ha'm ta'rtiplesken CuZn kristallari' ushi'n toli'q dispersiyali'q iymeklikler.

Ha'ripler menen ha'r bir shaqani'n' teoriyali'q-gruppali'q atamaları' belgilengen [24-25].

10-1 a sywrette kristalli'q natriydi'n' fononli'q spektri ko'rsetilgen (bul jag'day metaldi'n' fononli'q spektrin ani'qlawda ali'ng'an isenimli tyrdegi eksperimentalli'q na'tiyje boli'p tabi'ladi'). Al 10-1 b sywrette bolsa *Na* ha'm ta'rtplesken *CuZn* kristallari' ushi'n kristalli'ni'n' fononli'q spektri berilgen.

Geypara jag'daylarda neytronlardi'n' shashi'raw usi'li' fononli'q spektrdi ani'qlawdag'i' idealli'q usi'l' boli'p tabi'ladi'. Biraq kristaldi'n' qurami'ndag'i' atomlardi'n' yadrolari' neytronlardi' kyshli jutatug'i'n' bolg'anda bul usi'ldi' paydalani'wg'a bolmaydi'.

### 11-§. Qatti' denelerdin' ji'lli'li'q si'yi'mli'g'i'. Dyulong-Pti ni'zami'

Qatti' denelerdegi atomlar qa'legen  $T$  temperaturada o'zlerinin' ten' salmaqli'q ori'nleri' a'tirapi'nda ji'lli'li'q terbelislerine qatnasadi'. Eger deneni qi'zdi'rsa, onda dene ta'repinen juti'lg'an ji'lli'li'q energiyasi' ji'lli'li'q qozg'ali'slari'ni'n' intensivliklerinin' arti'wi' ushi'n jumsaladi'. Atomlardi'n' terbelislerinin' amplitudalari'ni'n' jyda' joqari' emes temperaturalarda  $T^{1/2}$  ge tuwri' proporcional o'setug'i'nli'g'i'n' an'sat ko'rsetiwge boladi'.

Qatti' denelerdegi ji'lli'li'q qozg'ali'slari'ni'n' tiykarg'i' o'zgesheliklerin ji'lli'li'q si'yi'mli'g'i'ni'n' temperaturani'n' o'zgeriwi menen o'zgerislerine qarap tysiniwge boladi'. Ani'qlamasi' boyi'nsha molekulalardi'n' bir moli ushi'n ali'ng'an zatti'n' ji'lli'li'q si'yi'mli'g'i' oni'n' temperaturasi'n'  $1^0$  qa joqari'lati'w ushi'n za'ryr bolg'an energiyani'n' mug'dari'na ten'. Bunnan turaqli' ko'lemdegi ji'lli'li'q si'yi'mli'g'i'  $C_v$  ushi'n formula bi'layi'nsha jazi'ladi':

$$C_v = \left( \frac{\partial E}{\partial T} \right)_v. \quad (11.1)$$

YAg'ni'y sistemani'n' energiyasi'  $\partial E$  shamasina o'zgergende oni'n' temperaturasi'  $\partial T$  shamasina o'zgeredi.

1819-ji'li' Franciyali' ilimpazlar Dyulong ha'm Pti eksperimentte barli'q qatti' denelerdin' jetkilikli da'rejede joqari' temperaturalarda ji'lli'li'q si'yi'mli'g'i'ni'n' temperaturadan g'a'rezsiz turaqli' shama ekenligin ha'm oni'n' san ma'nisinin' shama menen 25 Dj/(mol·K) ekenligin ani'qladi'. Bul jag'dayda qa'legen qatti' deneni 1 gradusqa qi'zdi'rg'anda oni'n' ha'r bir atomi'ni'n' birdey mug'dardag'i' energiyani' alatug'i'nli'g'i' kelip shi'g'adi'.

Bul zor faktti klassikali'q fizika sheklerinde tysindiriw mymkin. Barli'q erkinlik da'rejeleri boyi'nsha energiyani'n' ten' o'lsheqli tarqali'w ni'zami'nan kelip shi'g'ami'z. Bul ni'zamga sa'ykes klassikali'q sistemani'n' ortasha energiyasi' erkinlik da'rejelerinin' sani'ni'n'  $k_B T / 2$  shamasina ko'beymesine ten' ( $k_B$  arqali' Bolcman turaqli'si' belgilengen,  $k_B = 1,3807 \cdot 10^{-23}$  Dj·K<sup>-1</sup>). Ha'r bir erkinlik da'rejesine  $k_B T / 2$  shamasina ten' energiya sa'ykes keledi. Ideal gazler ushi'n duri's bul na'tiyjeni ta'sir etisiw kyshleri garmonikali'q bolg'anda, yag'ni'y Guk ni'zami'na

bag'inatug'in jag'daylarda bir biri menen ta'sirlesetug'in bo'leksheler ushi'n da qollani'wg'a boladi'.

Bul jag'dayda model si'pati'nda atomlari' kristalli'q pa'njerenin' tyyinlerinde ten' salmaqli'q ori'nlari'ni'n' a'tirapi'nda kishi terbeletug'in qatti' deneni ali'wg'a boladi'. Ha'r bir atom qon'si'lari'nan g'a'rezsiz bir birine perpendikulyar bolg'an ysh bag'i'tta terbeledi, atom bir birinen g'a'rezsiz ysh erkinlik terbelmeli da'rejesine iye boladi'. Joqari'dag'i' bapta biz usi'nday atomdi' ysh si'ziqli' garmonikali'q oscillyatordi'n' ji'ynag'i'na ten'lewdin' mymkin ekenligin ko'rdik. Oscillyator terbelgende kinetikali'q energiyani'n' potencial energiyag'a, al potencial energiyani'n' kinetikali'q energiyag'a tyrleniwi jyzege keledi. Bir erkinlik da'rejesine sa'ykes keletug'in ortasha kinetikali'q energiyani'n'  $k_B T / 2$  shamasina en' ma'nisi o'zgerissiz qalatug'in, al ortasha potencial energiyani'n' shamasini' ortasha kinetikali'q energiyag'a ten' bolg'anli'qtan kinetikali'q energiya menen potencial energiyalardi'n' qosi'ndi'si'nan turatug'in oscillyatordi'n' toli'q energiyasi'  $k_B T$  shamasina ten' boladi'.

Eger kristall  $N_A$  atomnan turatug'in bolsa ( $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$  shamasini' Avagadro sani' boli'p tabi'ladi'), onda ha'r bir atom ushi'n ysh terbelmeli erkinlik da'rejesi sa'ykes keletug'in bolg'anli'qtan kristall  $3N_A$  erkinlik da'rejesine iye sistema boli'p tabi'ladi'. Bunday jag'dayda sistemani'n' toli'q ortasha ji'lli'li'q energiyasi'

$$E = 3N_A k_B T \quad (11.2)$$

shamasina ten' boladi'. Bunnan ji'lli'li'q si'yi'mli'g'i', yag'ni'y temperaturani'  $1^0$  qa ko'teriw ushi'n kerek bolatug'in energiyani'n' o'simi

$$C_v = \left( \frac{\partial E}{\partial T} \right)_v = 3N_A k_B = 3R \quad (11.3)$$

shamasina ten' boladi'. Bul an'latpada  $R = 8,314 \text{ Dj} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$  mollik gaz turaqli'si' boli'p tabi'ladi'. Demek (11.3)-an'latpadan  $C_v = 25 \text{ Dj} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$  shamasini' kelip shi'g'adi'. Bul na'tiyje ko'plegen qatti' denelerdi izertlegende ali'ng'an eksperimentalli'q mag'li'wmatlar menen jaqsi' sa'ykes keledi. Klassikali'q fizikada metaldi'n' terbeliwshi atomlar menen erkin elektronlardi'n' ji'ynag'i' ekenligin atap o'temiz. Atomlar garmonikali'q oscillyatorlar si'pati'nda qaraladi', olar arasi'nda erkin elektronlar ilgerilemeli qozg'aladi', al elektronlardi'n' ha'r biri ysh ilgerilemeli erkinlik da'rejesine iye boladi'. Elektronlardi'n' energiyalari'n' esapqa alsaq bunday sistemani'n' toli'q ortasha energiyasi' erkinlik da'rejeleri boyi'nsha energiyani'n' ten' tarqali'w ni'zami'na sa'ykes to'mendegidey tyрге iye boladi':

$$E = 3N_A k_B T + 3N k_B T / 2. \quad (11.4)$$

Bul an'latpada  $N$  arqali' erkin elektronlardi'n' sani' belgilengen.

Biz bir valentli metall menen is ali'p bari'p ati'rg'an bolayi'q. Sonli'qtan  $N = N_A$ .

Bunday jag'dayda

$$E = 3N_A k_B T + 3N k_B T / 2 = \frac{9}{2} N_A k_B T = \frac{9}{2} RT \quad (11.5)$$

an'latpasi'na iye bolami'z. Bunnan  $C_v = \frac{9}{2} R = 37,6 \text{ Dj} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$  shamasin alami'z.

Bul jag'dayda ta'jiriybede ali'ng'an shamag'a qarag'anda 1,5 ese y'ken shama kelip shi'g'adi'. Sonli'qtan Dyulong ha'm Pti ni'zami'n t'sindirgende fizikler erkin elektronlar metaldi'n ji'lli'li'q si'yi'mli'g'i'na y'les qospaydi' dep juwmaq shi'g'ardi'.

Soni'n' menen bir qatarda Dyulong ha'm Ptilerdin' ni'zami' ta'jiriybelerde ali'ng'an na'tiyjelerge tek joqari' temperaturalarda g'ana jaqsi' sa'ykes keletug'in boli'p shi'qti'. Eksperimentler temperatura to'menlegende kristalli'q denelerdin' ji'lli'li'q si'yi'mli'g'i'ni'n' temperaturag'a g'a'rezli kemeyetug'i'nli'g'i'n ko'rsetti.

## 12-§. Eynshteynnin' ji'lli'li'q si'yimli'g'i' teoriyasi'

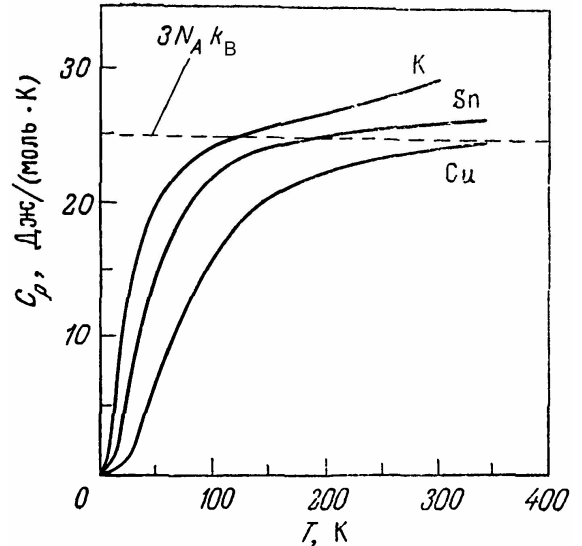
A.Eynshteynnin' qatti' deneler ushi'n do'retken ji'lli'li'q si'yi'mli'g'i' teoriyasi' oni'n' Ann. Phys. jurnali'ni'n' 1907-ji'lg'a 22-tomi'ni'n' 180-190 betlerinde nemis tilinde ja'riyalandi'. Bul maqalani'n' rus tilidagi awdarmasi' "Teoriya izlusheniya Planka i teoriya udelnoy teploemkosti" A.Eynshteynnin' 4 tomli'q shi'g'armalar ji'ynag'i'ni'n' 3-tomi'ni'n' 134-143 betlerinde jari'q ko'rди [26].

Qatti' denelerdin' ji'lli'li'q si'yi'mli'g'i'ni'n' temperaturadan g'a'rezli ekenligi temperaturani'n' ken' intervali' ushi'n 12-1 sywrette keltirilgen. Bul sywrette ji'lli'li'q si'yi'mli'g'i'ni'n' turaqli' shama emes ekenligi, al temperaturani'n' o'siwi menen nolden baslap Dyulong ha'm Pti ni'zami' boyi'nsha ali'natug'in ma'nisine shekem o'zgeretug'i'nli'g'i' ko'rinip tur. Bunday baylani'sti' t'sindiriw ushi'n klassikali'q ko'z-qaraslar jetkilikli emes boli'p shi'qti' ha'm sonli'qtan kvantli'q statistikasi' paydalani'w za'ryrligi payda boldi'.

1907-ji'li' A.Eynshteyn qatti' denelerdin' ji'lli'li'q si'yi'mli'g'i' ushi'n o'zinin' modelin usi'ndi' [27]. Bul model ji'lli'li'q si'yi'mli'g'i'ni'n' temperaturadan g'a'rezli ekenligin sapali'q jaqtan t'sindire aldi'. Modeldi saylap ali'wda Eynshteyn Planktin' kvantli'q gipotezasi'na tiykarlandi'. Plank 1900-ji'li' absolyut qara denenin' nurlani'wi'ni'n' intensivliginin' spektrlik tarqali'wi' haqqi'ndagi' ma'seleni matematikali'q jollar menen sheshkende klassikali'q fizikani'n' ko'z-qaraslari'na pytkilley sa'ykes kelmeytug'in gipotezani' usi'ndi'. Bul gipotezag'a sa'ykes mikroskopiyali'q sistemalardi'n' energiyasi' tek g'ana diskret kvantli'q  $E = n\varepsilon$  ma'nislerin g'ana qabi'l ete aladi' ( $n = 0, 1, 2, 3, \dots$  shamalari'na ten' pytin san). Bul an'latpada  $\varepsilon = h\nu = \hbar\omega$  energiyani'n' elementar kvanti' boli'p tabi'ladi'.  $\omega$  arqali' ciklli'q jiyilik belgilengen.  $h = 2\pi\hbar$  shamasi' Plank turaqli'si' dep atalatum'in universalli'q turaqli' shama.

## 12-1 sywret.

Turaqli' basi'mda ali'ng'an ko'p tarqalg'an metallardi'n' ji'lli'li'q si'yi'mli'g'i'ni'n' temperaturag'a g'a'rezligi. Qatti' deneler ushi'n  $C_p$  menen  $C_v$  derlik birdey bolg'anli'qtan o'lshevlard'in' na'tiyjesinde ali'ng'an  $C_p$  ni'n' ma'nisin Dyulong ha'm Ptidin' klassikali'q ni'zami'ndag'i' ji'lli'li'q si'yi'mli'g'i' menen sali'sti'ri'wg'a boladi'.



Qatti' denede garmonikali'q oscillyator si'pati'nda qaralatug'i'n atomni'n' energiya qa'ddileri biyikligi  $h\omega$  shamasina ten' bir birinen ten'dey qashiqli'qta joylasqan bazi' bir energiya za'n'gini (basqi'shti', lestnicani') payda etedi. Energiya qa'ddilerinin' bul diskretligi to'mengi temperaturalarda gi' ji'lli'li'q si'yi'mli'g'i'ni'n' Dyulong ha'm Pti ni'zami'na sa'ykes turaqli' shama emes, al temperaturag'a baylani'sli' ekenligin da'rha'l tysindire aladi'.

Eynshteyn 12-1 sywrette ko'rsetilgen ji'lli'li'q si'yi'mli'g'i'ni'n' temperaturag'a baylani'sli' o'zgeriwin tysindiriw ushi'n to'mendegidey eki boljawdi' basshili'qqa aldi':

1. Qatti' dene birdey tolg'an garmonikali'q oscillyatorlardi'n' (atomlardi'n') ji'ynag'inan turadi', olar bir birinen g'a'rezsiz bir birine sali'sti'rg'anda perpendikulyar ysh bag'i'tta birdey jiyilik penen terbeledi;

2. Oscillyatorlardi'n' energiyalari' Plank boyi'nsha kvantlang'an.

Ji'lli'li'q si'yi'mli'g'i'ni'n' temperaturadan g'a'rezliginin' an'latpasi'n tabi'w ushi'n qatti' denenin'  $T$  temperaturasi'ndag'i' ji'lli'li'q energiyasi' ushi'n an'latpag'a iye boli'wi'mi'z kerek. Usi'g'an baylani'sli' ma'sele atomni'n' bir birine sali'sti'rg'anda ysh perpendikulyar bag'i'tti'n' biri boyi'nsha terbelgendegi ortasha energiyasi'n tabi'wg'a ali'p kelinedi. Na'tiyjeni atomlar sani'na ha'm 3 ke (qozg'ali'sti'n' ysh qurawshi'si'na sa'ykes keliwshi) ko'beytip biz toli'q ji'lli'li'q energiyasi'n alami'z. Si'ziqli' garmonikali'q oscillyatordi'n' ortasha ma'nisin esaplaw ushi'n arnalg'an formulani' Plank keltirip shi'g'arg'an edi. Ol (Plank) ji'lli'li'q ten' salmag'i'nda energiyani'n' anaw yamasa mi'naw ma'nisine iye hallardi'n' Bolcman faktori' dep atalatug'i'n  $e^{\frac{-h\omega}{k_B T}}$  shamasini'n' ja'rdeminde esaplanatug'i'n sali'sti'rmali' itimalli'q penen ani'qlanadi' dep esapladi'. Soni'n' menen birge energiyani'n' barli'q ma'nisleri emes, al tek  $n\varepsilon$  shamasina ten' ( $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ ) diskret ma'nisleri esapqa ali'nadi'.

Energiyasi'  $n h \omega$  shamasina ten' energiya menen terbeletug'i'n oscillyatorlardi'n' energiyalari'  $e^{\frac{-n h \omega}{k_B T}}$  shamasina proporcional dep esaplap bir oscillyatordi'n' (yamasa modani'n') ortasha energiyasi' ortasha ma'nistin' ani'qlamasini' boyi'nsha

$$\langle E \rangle = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n \hbar \omega e^{\frac{-n \hbar \omega}{k_B T}}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{\frac{-n \hbar \omega}{k_B T}}} = \frac{\hbar \omega \left( e^{\frac{-\hbar \omega}{k_B T}} + 2e^{\frac{-2\hbar \omega}{k_B T}} + 3e^{\frac{-3\hbar \omega}{k_B T}} + \dots \right)}{1 + e^{\frac{-\hbar \omega}{k_B T}} + 2e^{\frac{-2\hbar \omega}{k_B T}} + 3e^{\frac{-3\hbar \omega}{k_B T}} + \dots} \quad (12.6)$$

shamasi'na ten' boladi'. Jan'a  $x = \frac{-\hbar \omega}{k_B T}$  o'zgeriwshisin kirgizip ha'm tyrlendiriwden keyin

$$\langle E \rangle = \hbar \omega \frac{d}{dx} \ln(1 + e^x + e^{2x} + \dots) = \hbar \omega \frac{d}{dx} \ln \frac{1}{1 - e^x} = \frac{\hbar \omega}{e^x - 1} =$$

ha'm en' aqi'ri'nda

$$\langle E \rangle = \frac{\hbar \omega}{e^{\frac{-\hbar \omega}{k_B T}} - 1} \quad (12.2)$$

an'latpasi'na iye bolami'z. Biz joqari'da  $T$  temperaturadag'i' terbelislerdin' berilgen modasi'na sa'ykes keliwshi  $\hbar \omega(\mathbf{k}, s)$  energiyag'a iye fononlardin' ortasha ma'nisi  $\langle n(\mathbf{k}, s) \rangle$  shamasi'n ani'qlawda (12.2)-formulani' keltirip shi'g'armay paydalandi'q.

Solay etip eger qatti' denede  $N_A$  dana atom bolatug'i'n bolsa, onda pa'njerenin' terbelislerine sa'ykes keliwshi toli'q ji'lli'li'q energiyasi'n mi'na shamag'a ten' boladi':

$$E = 3N_A \langle E \rangle = 3N_A \frac{\hbar \omega}{e^{\frac{-\hbar \omega}{k_B T}} - 1}. \quad (12.3)$$

(12.3)-an'latpadan ji'lli'li'q si'yi'mli'g'i' ushi'n uli'wma ty'rdegi an'latpa alami'z:

$$C_V = \left( \frac{\partial E}{\partial T} \right)_V = \frac{3N_A k_B \left( \frac{-\hbar \omega}{k_B T} \right)^2}{\left( e^{\frac{-\hbar \omega}{k_B T}} - 1 \right)^2} e^{\frac{-\hbar \omega}{k_B T}}. \quad (12.4)$$

Eki dara jag'daydi' qaraymi'z (eki sheklik jag'daydi' qaraymi'z):

Joqari' temperaturalar oblasti'  $k_B T \gg \hbar \omega$ :

Bul jag'dayda (12.4)-formulani' bo'limindegi an'latpani' qatarg'a jayi'p a'piwayi'lasti'ri'wg'a boladi':

$$\left( e^{\frac{-\hbar \omega}{k_B T}} - 1 \right)^2 = \left( 1 - \frac{\hbar \omega}{k_B T} + \dots - 1 \right)^2 \approx \left( \frac{\hbar \omega}{k_B T} \right)^2.$$

Ali'mi'ndag'i'  $e^{\frac{-\hbar \omega}{k_B T}}$  eksponentasi' 1 ge umti'ladi'. Bunday jag'dayda (12.4) formulasi'

$$C_V \approx 3N_A k_B \quad 3R \approx 25 \text{ Dj} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

tyrine enedi. Bizin' ko'rip turg'ani'mi'zday joqari' temperaturalarda (12.4)-formula Dyulong ha'm Pti ni'zami'na aylanadi' eken. Toli'q ortasha energiya  $E = 3N_A k_B T$  ni'n' ma'nisi [(12.3)-formulag'a qaran'i'z] klassikali'q ma'niske jaqi'n.

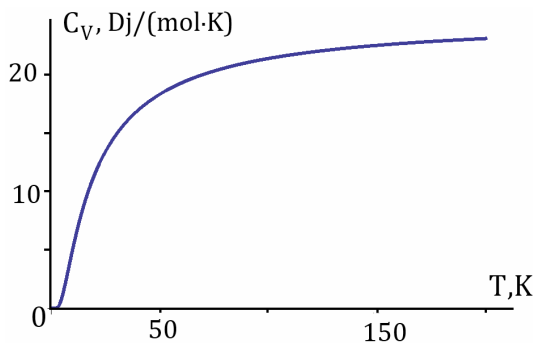
To'mengi temperaturalardag'i' jag'day ( $k_B T \ll \hbar\omega$ ):

Bul jag'dayda  $e^{\frac{-\hbar\omega}{k_B T}}$  eksponentani'n' ma'nisi 1 den a'dewir y'iken (yag'ni'y  $e^{\frac{-\hbar\omega}{k_B T}} \ll 1$ ) ha'm usi'g'an baylani'sli' bo'limdegi 1 di esapqa almawg'a boladi'. Bunday jag'dayda

$$C_V = 3N_A k_B \left( \frac{\hbar\omega}{k_B T} \right)^2 e^{\frac{-\hbar\omega}{k_B T}} \quad (12.5)$$

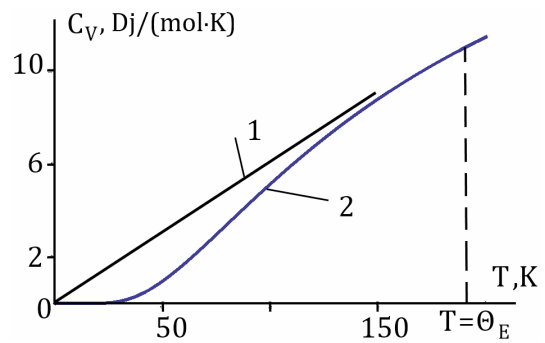
formulasi'na iye bolami'z. (12.5)-formuladan qatti' denenin' temperaturasi' 0 K g'a umti'lg'anda eksponencialli'q ko'beytiwshinin' ma'nisi y'iken boladi' ha'm sonli'qtan ji'lli'li'q si'yi'mli'g'i' nolge  $e^{\frac{-\hbar\omega}{k_B T}}$  ni'zami' menen umti'ladi'. Biz (12.5)-formulani'n' grafigin Mathematica 9 programmalaw tilinin' ja'rdeminde d'yzemiz.

Ali'ng'an grafik 12-2 sywrette keltirilgen.



12-2 sywret.

(6.9)-formula boyi'nsha sali'ng'an  $C_V(T)$  funkciyasi'ni'n' grafigi. Jiyilik  $\omega$  ushi'n  $10^{12}$  rad/sek ma'nisi ali'ng'an.



12-3 sywret.

$T < \Theta_E$  oblasti'nda oscillyatordi'n' ortasha energiyasi'ni'n' temperaturadan g'a rezligi. 1- klassikali'q ha'm 2- kvantli'q oscillyator (nollik energiya esapqa ali'nbag'an).

Temperatura to'menlegende ji'lli'li'q si'yi'mli'g'i'ni'n' ma'nisinin' kishireyiwinin' tiykarg'i' sebebi to'mengi temperaturalarda energiyani'n' erkinlik da'rejeleri boyi'nsha ten' o'lsheqli (birdey) tarqali'wi'ni'n' ori'nlanbaytug'i'nli'g'i'nda. Kishi temperaturalarda (yag'ni'y  $k_B T \ll \hbar\omega$  sha'rti ori'nlang'anda)  $T$  temperatura nolge

umti'lg'anda oscillyatordi'n' ortasha energiyasi' bolg'an  $\langle E \rangle = \hbar\omega e^{\frac{-\hbar\omega}{k_B T}}$  shamas'i da nolge umti'ladi'. Biraq erkinlik da'rejeleri boyi'nsha ten' o'lsheqli tarqali'w ni'zami' boyi'nsha oni'n' ma'nisi nolge si'zi'qli' ni'zam boyi'nsha umti'li'wi' kerek. Bul jag'day 12-3 sywrette keltirilgen (bul jag'dayda  $\omega = 10^{13}$  rad/sek ma'nisi ali'ng'an).

Solay etip Eynshteyn modeli oscillyatordi'n' jiyiligi  $\omega$  ni'n' ma'nisin duri's tyrde saylap alg'anda to'mengi temperaturalar dag'i' qatti' denelerdin' ji'lli'li'q si'yi'mli'g'i'nin' keskin tyrde kemeyetug'i'nli'g'i'n haqi'yqati'nda da jaqsi' ta'riyipleydi eken.

Ji'lli'li'q si'ymli'g'i' tez kishireye baslaytug'in temperaturani' Eynshteynnin' xarakteristikali'q temperaturasi' dep ataymi'z (oni'  $\Theta_E$  arqali' belgileyemiz). Oni'n' shamasi'n

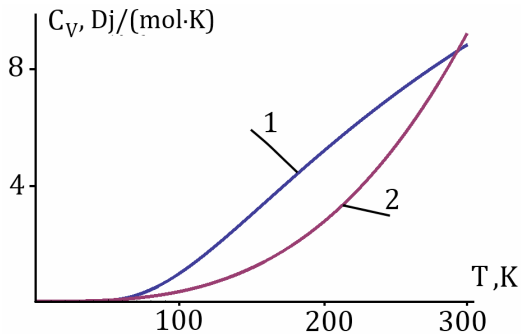
$$\hbar\omega_E = k_B\Theta_E \quad (12.6)$$

an'latpasi'na jaqi'nli'g'i' boyi'nsha ani'qlanadi'. Eger  $\omega_E = 2 \cdot 10^{13} \text{ sek}^{-1}$ ,  $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ Dj} \cdot \text{K}^{-1}$ ,  $\hbar = 1.38 \cdot 10^{-34} \text{ Dj} \cdot \text{sek}^{-1}$  ekenligin esapqa alsaq, onda  $\Theta_E = 150 \text{ K}$  ma'nisin alami'z.

Eynshteynnin' haqi'yqi'y temperaturasi'ni'n' ma'nisi zatlardi'n' qa'siyetlerinen g'a'rezli boladi'. Ko'pshilik deneler ushi'n oni'n' ma'nisi 100 K nin' a'tirapi'nda. Biraq ayi'ri'm zatlar ushi'n (mi'sali' berilliy menen almaz)  $\Theta_E$  nin' ma'nisi jyda' joqari' (1000 K nen de joqari'). Buni'n' sebebi mi'nadan ibarat: Eynshteyn temperaturasi' ushi'n jazi'lg'an (12.6)-formulag'a oscillyatordi'n' terbelis jiyiligi kiredi. Bul jiyilikti a'piwayi'li'q ushi'n bi'layi'nsha jazami'z [(3.6)-an'latpag'a qaran'i'z]:

$$\omega = \omega_{\max} = \sqrt{4\beta/M}. \quad (6.12)$$

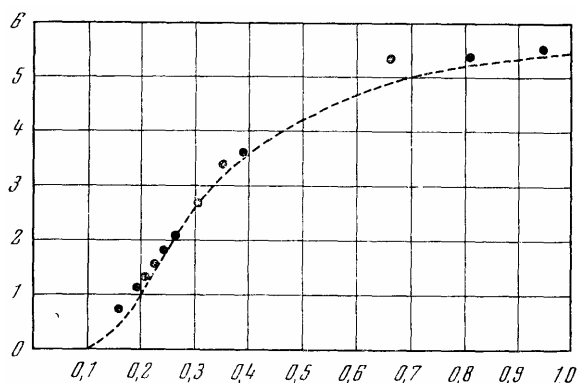
Bul an'latpada  $\beta$  arqali' atomlar arasi'ndag'i' ta'sirlesiwdi xarakterlewshi kyshlik turaqli' belgilengen,  $M$  menen atomni'n' massasi'n belgiledik.



12-4 a sywret.

Ji'lli'li'q si'yi'mli'g'i'ni'n' temperaturadan g'a'rezligi. 1-eksperimentalli'q iymeklik, 2- Eynshteyn formulasi' boyi'nsha jyrgizilgen iymeklik.

(12.7)-an'latpadan kristall qansha qatti' bolsa, yag'ni'y kristalda atomlar o'zlerinin' ten' salmaqli'q ori'nlarina qansha bekkem baylang'an bolsa, olardi'n' terbelislerinin' jiyiliginin' de sonshama joqari' bolatug'i'nli'g'i' ko'rinip tur. Usi'ni'n' na'tiyjesinde Eynshteynnin' xarakteristikali'q temperaturasi'ni'n' ma'nisi de joqari' boladi'.



Bul sywrette almazdi'n ji'lli'li'q si'yi'mli'g'i' ushi'n Eynshteyn modeli menen ali'ng'an iymeklik (punktir iymeklik) eksperimentte ali'ng'an mag'li'wmatlar (do'n'gelekler) menen sali'sti'ri'lg'an. Abscissa ko'sherine  $T/\theta_E$  (Eynshteyn temperaturasi'  $\theta_E = 1320$  arqali' belgilengen), al ordinata ko'sherine  $C_V$  (kal/mol-grad) qoyi'lg'an. Bul grafik Eynshteynnin' o'zinin' [27] jumi'si'nan ali'ndi'.

$\Theta_E$  xarakteristikali'q temperaturasi' kristaldi'n' en' a'hmiyetli xarakteristikalarini'n' biri boli'p tabi'ladi'. Xarakteristikali'q temperaturadan kishi  $T < \Theta_E$  temperaturalarda ma'selini kvantli'q ko'z-qarastan qaraw talap etiledi.  $T \square \Theta_E$  temperaturalari'nda energiyani'n' kvantlani'wi'n esapqa almawg'a boladi' ha'm ma'selini klassikali'q ko'z-qaraslarda turi'p sheshiwge boladi'.

### 13-§. Debaydi'n' ji'lli'li'q si'yi'mli'g'i' teoriyasi'

Eynshteyn ta'repinen ji'lli'li'q si'yi'mli'g'i' ushi'n ali'ng'an (12.4)-formula eksperimentlerdin' na'tiyjeleri menen  $T = \Theta_E$  temperaturasi'nda ha'm usi' temperaturani'n' a'tirapi'nda jaqsi' sa'ykes keledi. Biraq to'menirek temperaturalarda jaqsi' sa'ykes keliw baqlanbaydi'. Eynshteyn boyi'nsha esaplang'an qatti' denelerdin' ji'lli'li'q si'yi'mli'g'i' eksperimentlerde ali'ng'an ji'lli'li'q si'yi'mli'g'i'na sali'sti'rg'anda tezirek kemeyedi (12-4 sywret). Eksperimentler ji'lli'li'q si'yi'mli'g'i'ni'n' (mi'sali' dielektrikler ushi'n ali'ng'an shamalardi'n') to'mengi temperaturalarda eksponencialli'q ni'zam boyi'nsha emes, al  $T^3$  ke proporcional o'zgeretug'i'nli'g'i'n ko'rsetti.

Eksperiment penen teoriyani'n' na'tiyjelerinin' bir birine sa'ykes kelmeytug'i'nli'g'i'ni'n' sebebi mi'nadan ibarat: Eynshteynnin' qatti' deneler modelinde ha'r bir atom basqa atomlardan g'a'rezsiz  $\omega$  jiyiligi menen garmonikali'q terbeledi. Al haqi'yqati'nda qatti' denelerdegi atomlar birdey jiyilik penen terbele almaydi'. Sebebi qatti' denelerdegi atomlar bir biri menen kyshli baylani'sqan.

Ji'lli'li'q si'yi'mli'g'i'ni'n' kvantli'q teoriyasi'n do'retiw bag'dari'ndag'i' kelesi qa'demdi 1912-ji'li' Debay qoydi'. Debaydi'n' teoriyasi'ni'n' ma'nisin tysiniw ushi'n kristalli'q pa'njeredegi atomlardi'n' terbelisleri ushi'n ali'ng'an na'tiyjelerdi eske tysiremiz. Bir biri menen kyshli baylani'sqan atomlardi'n' terbelislerin kristaldi'n' barli'q ko'lemi boyi'nsha tarqalatug'i'n bar bir biri menen a'zzi baylani'sqan tolqi'nlardin' ji'y nag'i'na ali'p kelgen edik. Bul tolqi'nlardin' tolqi'nli'q vektori'  $k$  ha'm jiyiligi  $\omega(\mathbf{k}, s)$  edi. Ha'r bir usi'nday tolqi'ng'a yamasa normal terbeliske biz  $\omega(\mathbf{k}, s)$  jiyiligi menen terbeliwshi garmonikali'q oscillyatordi' ten'lestirgen edik. Bul garmonikali'q oscillyatordi'n' qozg'ali'si'na qatti' denenin' barli'q atomlari'

qatnasadi'. Plank formulasi'na sa'ykes usi'nday ha'r bir oscillyatordi'n' ortasha energiyasi' mi'nag'an ten':

$$\langle E_{\mathbf{k},s} \rangle = \hbar\omega(\mathbf{k}, s) \left[ n(\mathbf{k}, s) + \frac{1}{2} \right].$$

Garmonikali'q jaqi'nlasiwda ha'r bir oscillyator basqa oscillyatorlardan g'a'rezsiz terbeletug'i'n bolg'anli'qtan kristaldi'n' terbelislerinin' toli'q energiyasi' (ji'lli'li'q energiyasi') uli'wma jag'dayda  $T$  temperaturasi'nda bir biri menen ta'sirlespeytug'i'n  $3rN$  dana garmonikali'q oscillyatordi'n' [terbelislerinin' ayi'ri'm modalari'ni'n', (5.11)-formula] energiyalari'ni'n' qosi'ndi'si'na ten' boladi':

$$\begin{aligned} \langle E_{\mathbf{k},s} \rangle &= \sum_{s=1}^{3r} \sum_{\mathbf{k}} \langle E_{\mathbf{k}} \rangle \sum_{s=1}^3 \sum_{\mathbf{k}} \frac{\hbar\omega(\mathbf{k}, s)}{e^{\frac{\hbar\omega(\mathbf{k},s)}{k_B T}} - 1} + \\ &+ \sum_{s=1}^{3r} \sum_{\mathbf{k}} \langle E_{\mathbf{k}} \rangle \frac{\hbar\omega(\mathbf{k}, s)}{e^{\frac{\hbar\omega(\mathbf{k},s)}{k_B T}} - 1} \langle E_a \rangle + \langle E_o \rangle. \end{aligned} \quad (13.1)$$

Bul an'latpada  $\langle E_a \rangle$  ha'm  $\langle E_o \rangle$  arqali' pa'njerenin' akustikali'q ha'm optikali'q terbelislerinin' ten' salmaqli'q ma'nisleri belgilengen:

$$\langle E_a \rangle = \sum_{s=1}^3 \sum_{\mathbf{k}} \frac{\hbar\omega(\mathbf{k}, s)}{e^{\frac{\hbar\omega(\mathbf{k},s)}{k_B T}} - 1}, \quad (13.2)$$

$$\langle E_o \rangle = \sum_{s=1}^{3r} \sum_{\mathbf{k}} \langle E_{\mathbf{k}} \rangle \frac{\hbar\omega(\mathbf{k}, s)}{e^{\frac{\hbar\omega(\mathbf{k},s)}{k_B T}} - 1}. \quad (13.3)$$

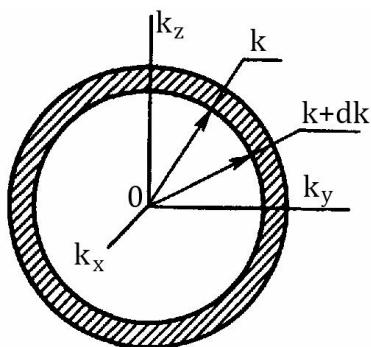
(13.2)- ha'm (13.3)-formulalarda summaw Brillyuen zonasi'ndag'i' spektrdin'  $s$  – shaqasi' boyi'nsha  $\mathbf{k}$  tolqi'nli'q vektordi'n' barli'q ruqsat etilgen ma'nisleri boyi'nsha j'rgiziledi. Bunday summawdi' tikkeley j'rgiziw jyda' quramali' ma'selelerdin' biri boli'p esaplanadi'. Biraq ma'seleni juwi'q ty'rde sheshiwge boladi'.

Bul ma'sele birinshi ret Debay ta'repinen sheshildi [28]. Ol qatti' deneni  $N$  dana birdey atomnan turatug'i'n tutas serpimli ortali'q dep qaradi'. Bunday ortali'qtag'i' qozg'ali's tarqali'wshi' serpimli tolqi'nlaridin' mymkin bolg'an barli'q jiyiliklerindeki akustikali'q terbelislerge ali'p kelinedi. Eynshteynnin' tiykarg'i' ideyasi'n Debay saqlap qaldi'. Bul ideyani' garmonikali'q oscillyatorlar ha'r qi'yli' jiyilikler menen terbeledi degen ideya menen toli'qti'rdi'. Garmonikali'q oscillyatorlardin' energiyasi' Plank boyi'nsha kvantlang'an. Bunday jag'dayda birdey  $N$  atomnan turatug'i'n kristaldi'n' toli'q energiyasi' (11.4)-formulani'n' ja'rdeminde ani'qlanadi'. Bul formuladag'i' summawdi'  $\mathbf{k}$  boyi'nsha integrallaw menen almasti'rami'z. Bunday operaciyani' isley ali'wi'mi'zdi'n' sebebi mi'nalardan ibarat: Brillyuen zonasi'ndag'i' ruqsat etilgen  $\mathbf{k}$  tolqi'nli'q vektorlari'ni'n' sani'

og'ada y'ken [(5.7)-an'latpag'a qaran'i'z] ha'm  $N$  ge ten'. Demek tolqi'nli'q vektordi'n' ma'nisi kvaziylksiz o'zgeredi degen so'z. Sonli'qtan  $\omega(\mathbf{k})$  jiyiligi de akustikali'q shaqada 0 den  $\omega_{\max}$  shamasina shekem kvaziylksiz o'zgeredi (6-1 sywretke qaran'i'z). Bunday jag'dayda

$$E_a = \int \frac{\hbar\omega}{e^{k_B T} - 1} dN \quad (13.4)$$

an'latpasi'na iye bolami'z. Bul an'latpada  $dN$  arqali'  $k$  dan  $k+dk$  shamasina shekemgi intervaldag'i' normal terbelislerdin' sani'. Integrallaw Brilliyen zonasi' boyinsha j'rgiziledi.  $dN$  di ani'qlaw ushi'n  $k$  ken'isliginde radiuslari'  $k$  menen  $k+dk$  shamalari'na ten' sferalar arasi'nda qatlamdi' ayiri'p alami'z (13-1 sywret).



13-1 sywret.

Tolqi'nli'q sanlar ken'isligidegi qali'nli'g'i'  $dk$  shamasina ten' bolg'an sferali'q qatlam.

Sferali'q qatlamni'n' ko'lemi  $dV_{qatl}$  mi'nag'an ten' boladi'

$$dV_{qatl} = \frac{4\pi}{3}(k+dk)^3 - \frac{4\pi}{3}k^3 \approx 4\pi k^2 dk.$$

Bul qatlamni'n' ko'lemin ha'r bir quti'shani'n' ishinde  $k$  tolqi'nli'q sani'ni'n' tek bir ruqsat etilgen ma'nisi jaylasatug'i'nday quti'shalarg'a bo'lemiz. Biz joqari'da  $-\frac{\pi}{a} \leq \mathbf{k} \leq +\frac{\pi}{a}$  intervali'ndag'i'  $k$  tolqi'nli'q sanlari'ni'n' ruqsat etilgen ma'nislerinin' kristaldag'i' elementar quti'shalardi'n' sani'  $N$  ge ten' ekenligin ko'rdik (biz qarap ati'rg'an jag'dayda atomlar sani'na ten'). Usi'ni'n' menen birge  $k$  ni'n' ruqsat etilgen ma'nisleri  $k$  ken'isliginde  $V/(2\pi)^3$  ti'g'i'zli'g'i'nda ten' o'lsheqli tarqalg'an (bul an'latpada  $V = N_1 \mathbf{a}_1 + N_2 \mathbf{a}_2 + N_3 \mathbf{a}_3$  arqali' kristaldi'n' ko'lemi belgilengen) Bunnan  $k$  ken'isligide tolqi'nli'q san  $k$  ni'n' ha'r bir ruqsat etilgen ma'nisine ko'lemi

$$dV = dk_x + dk_y + dk_z = \frac{2\pi}{N_1 a} \cdot \frac{2\pi}{N_2 b} \cdot \frac{2\pi}{N_3 c} = \frac{(2\pi)^3}{V} \quad (5.5) \text{ ke qaran'i'z}$$

shamasina ten' bolatug'i'nli'g'i'n ko'remiz. Ko'lemi  $dV_{qatl}$  bolg'an sferali'q qatlamda bir akustikali'q shaqada usi'nday quti'shalari'n' sani'

$$dN = \frac{dV_{qatl}}{dV} = \frac{4\pi V k^2 dk}{8\pi^3} = \frac{V k^2 \cdot dk}{2\pi^2} \quad (13.5)$$

shamasi'na ten'. Debay modelinde barli'q tolqi'nlari ushi'n sestin' tezligi birdey ha'm polarizatsiyani'n' bag'iti'nan g'a'rezli emes dep esaplanadi'. YA'g'ni'y barli'q ysh akustikali'q shaqalar ushi'n si'zi'qli' dispersiya ni'zami' ori'nli' boladi':

$$\omega(\mathbf{k}, s) = v_s^{ses} k \quad (s = 1, 2, 3). \quad (13.6)$$

Bul an'latpada  $v_s^{ses}$  arqali' sestin' tezligi – konstanta belgilengen. Bunday jag'dayda

$$k^2 dk = \frac{1}{(v_s^{ses})^3} \omega^2 d\omega \quad (13.7)$$

an'latpasi'na iye bolami'z ha'm usi'g'an sa'ykes  $\omega$  menen  $\omega + d\omega$  arasi'ndag'i' intervaldag'i' normal terbelislerdin' sani'

$$dN = \frac{V}{2\pi^2} \frac{1}{(v_s^{ses})^3} \omega^2 d\omega \quad (13.8)$$

shamasi'na ten'.

$$\frac{dN}{Vd\omega} = \rho(\omega) = \frac{\omega^2}{2\pi^2 (v_s^{ses})^3} \quad (13.9)$$

qatnasi' polarizatsiyani'n' birewindegi pa'njerenin' terbelis modasi'ni'n' ti'g'i'zli'g'i' boli'p tabi'ladi' (yag'ni'y bir birlik ko'lemge iye kristaldag'i' jiyiliktin' bir birlik intervali'na sa'ykes keliwshi terbelislerdin' normal modalari'ni'n' sani'). A'debiyatta  $\rho(\omega)$  shamasi'n jiyiliklerdin' tarqali'wi'ni'n' spektralli'q funktsiyasi' dep ataydi'.

Qatti' denelerde akustikali'q terbelislerdin' ysh tipinin' jyzege keliwi mymkin bolg'anli'qtan (birewi tezligi  $v_l$  bolg'an boyli'q tolqi'n, ekewi tezlikleri  $v_t$  bolg'an ko'ldeneni' tolqi'nlari', izotrop denelerde eki ko'ldeneni' tolqi'nlardi'n' tezlikleri birdey) ha'm barli'q modalardi'n' ti'g'i'zli'g'i'ni'n' ayi'ri'm modalardi'n' ti'g'i'zli'qlari'ni'n' qosindi'si'na ten' boli'wi'ni'n' sebebinen  $d\omega$  intervali'ndag'i' spektralli'q tarqali'w funktsiyasi'

$$G(\omega) = \frac{\omega^2}{2\pi^2 v_l^3} + \frac{2\omega^2}{2\pi^2 v_t^3} = \frac{3\omega^2}{2\pi^2 v_s^3} \quad (13.10)$$

an'latpasi' tyrinde beriledi. Bul an'latpadag'i'  $v_s$  tin' ma'nisi

$$\frac{1}{v_s^3} = \frac{1}{3} \left[ \frac{1}{v_l^3} + \frac{1}{v_t^3} \right] \quad (13.11)$$

sha'rtinen ani'qlanadi' ha'm ol kristallografiyalig' bag'i'tlar ha'm terbelisler tipleri boyi'nsha ortashalang'an sestin' tezligi boli'p tabi'ladi'.

(13.10)-an'latpani' paydalani'p  $E_a$  ushi'n jazi'lg'an (13.4)-an'latpani'

$$\int_0^{\omega_D = v_s k_D} VG(\omega) \frac{\hbar \omega}{e^{\frac{\hbar \omega}{k_B T}} - 1} d\omega \quad (13.12)$$

tyrinde jazami'z. (13.12)-an'latpada Debay Brilliyuennin' birinshi zonasi' boyi'nsha integrallawdi'n' orni'na radiusi'  $k_D$  bolg'an sfera boyi'nsha integrallawdi' usi'ndi'. Al radiusi'  $k_D$  bolg'an sfera  $\mathbf{k}$  tolqi'n vektorini'n'  $N$  dana ruqsat etilgen ma'nislerin iye etip saylap ali'ndi'. Bul sonday sferani'n' radiusi'ni'n'

$$\frac{4\pi}{3} k_D^3 = N \frac{(2\pi)^3}{V} \quad (13.13)$$

an'latpasi'ni'n' ja'rdeminde ani'qlanatum'g'i'nli'g'i'n an'g'artadi'. Bul an'latpada  $\frac{(2\pi)^3}{V} = dV$  arqali'  $k$  ken'isliktegi bir ruqsat etilgen tolqi'nli'q vektorg'a sa'ykes keliwshi ko'lem belgilengen. Bunday jag'dayda

$$k_D = (6\pi^2 N / V)^{1/3}. \quad (13.14)$$

Eger  $N/V = 10^{23} \text{ sm}^{-3}$  shamasina ten' bolatum'g'i'n bolsa, onda  $k_D = 2 \cdot 10^8 \text{ sm}^{-1}$ . Bul shama da'rejesinin' shamasini' boyi'nsha Brilliyuen zonasi'ni'n' o'lshemleri menen birdey, al minimalli'q tolqi'n uzi'nli'g'i'  $\lambda_D = 2\pi / k_D = 3 \cdot 10^{-8} \text{ sm}$ . Bul shama kristalli'q pa'njerenin'  $a$  turaqli'si'ni'n' shamasina ten' keledi. Pa'njerede tolqi'n uzi'nli'g'i'  $\lambda < 2a$  bolg'an uzi'nli'qtan kishi bolg'an tolqi'nlar tarqala almaydi' ha'm (13.4)-integral ali'natum'g'i'n jiyiliktin' maksimalli'q ma'nisi yamasa Debay jiyiligi dep atalum'g'i'n jiyilik bul modelde

$$\omega_D = v_s \cdot k_D \approx 7 \cdot 10^{13} \text{ sek}^{-1} \quad (13.15)$$

shamasina ten' boladi'.

Debay ta'repinen usi'ni'lg'an boljawlarda barli'q jiyilikler ushi'n spektralli'q tarqali'w funkciyasi' to'mendegidey an'latpalardi'n' ja'rdeminde beriledi:

$$G(\omega) = \begin{cases} \omega \leq \omega_D \text{ bolg'anda } \frac{3}{2\pi^2 v_s^3} \omega^2 = A\omega^2, \\ \omega > \omega_D \text{ bolg'anda } 0. \end{cases} \quad (13.16)$$

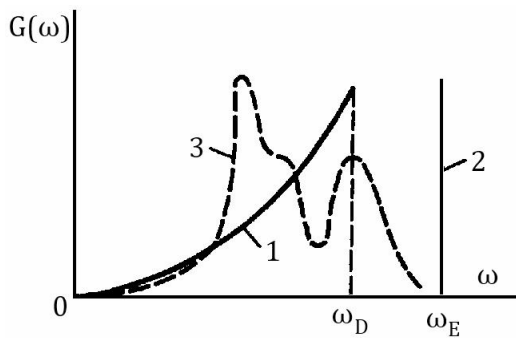
Bul an'latpa mi'nani' beredi:

$$\int_0^{\omega_{\max}} G(\omega) d\omega = 3N.$$

(13.16)-an'latpada  $A = \frac{3}{2\pi^2 v_s^3}$  shamasi' jiyilikten g'a'rezli emes ha'm turaqli'

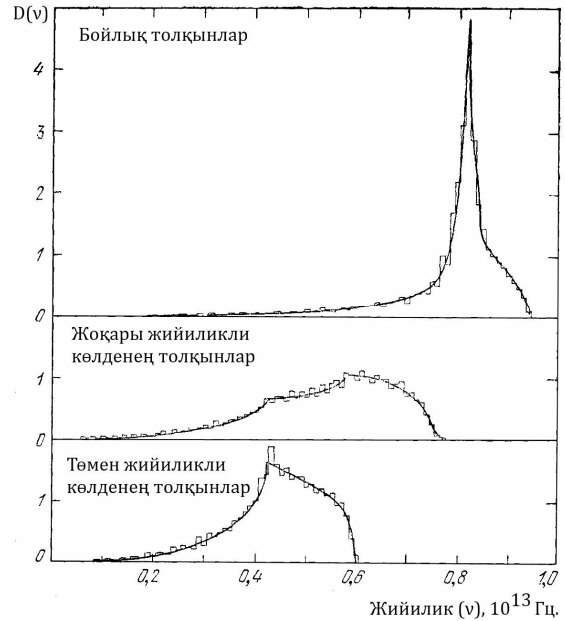
shama boli'p tabi'ladi'.

13-2 sywrette Eynshteyn ha'm Debay jaqi'nlas'i'wlari'ndag'i' spektralli'q funkciyalar ja'ne eksperimentte ali'ng'an mag'li'wmatlar bir biri menen sali'sti'ri'lg'an.



13-12 a sywret.

Debay jaqi'nlas'i'wi' (1-iymeklik), Eynshteyn jaqi'nlas'i'wi' (2-si'zi'q) tiykari'nda ha'm eksperimentte ali'ng'an (sapali'q)  $G(\omega) = f(\omega)$  baylani'si'.



13-12 b sywret. Alyuminiydegi

fononlardi'n' hallari'ni'n' ti'g'i'zli'g'i' funkciyasi'. Ysh shaqani'n' ha'r biri ushi'n grafikleri (gistorgrammalar)  $D(v)$  ushi'n 2791 tolqi'nli'q vektor ushi'n noqatlar boyi'nsha esaplawlar joli' menen ali'ng'an.

(13.12)-formula belgili tarqali'w funkciyasi'nda qa'legen temperatura ushi'n mi'na tyрге iye boladi':

$$E_a = \frac{3V\hbar}{2\pi^2 v_s^3} \int_0^{\omega_D} \frac{\omega^3 d\omega}{e^{\hbar\omega/k_B T} - 1}. \tag{13.17}$$

(6.29)-an'latpadag'i' integraldi' esaplag'anda jan'a

$$x = \hbar\omega / k_B T; \quad \Theta_D = \hbar\omega_D / k_B \tag{13.18}$$

o'zgeriwshilerin paydalang'an qolayli'. Bunday jag'dayda

$$E_a = \frac{3V\hbar}{2\pi^2 v_s^3} \left( \frac{k_B T}{\hbar} \right)^4 \int_0^{\Theta_D/T} \frac{x^3}{e^x - 1} \tag{13.19}$$

an'latpasi'na iye bolami'z. (13.14)-, (13.15)- ha'm (13.18)-formulalardi' paydalani'p (13.19)-an'latpani'

$$E = \langle E_a \rangle = \frac{9Nk_B T}{(\Theta_D/T)^3} \int_0^{\Theta_D/T} \frac{x^3}{e^x - 1} dx = 3Nk_B T D\left(\frac{\Theta_D}{T}\right) \quad (13.20)$$

an'latpasi'n alami'z. (13.20)-an'latpa Debaydi'n' interpoliyaciyalig' formulasi' dep ataladi', al

$$D\left(\frac{\Theta_D}{T}\right) = \frac{3}{(\Theta_D/T)^3} \int_0^{\Theta_D/T} \frac{x^3}{e^x - 1} dx \quad (13.21)$$

funkciyasi'n Debay funkciyasi' dep ataymi'z.

(13.20)-formulani'n' j'yd' a'hmiyetli qa'siyeti bar: barli'q temperaturalarda tek bir  $\Theta_D$  parametri arqali' ani'qlanadi'. Bul parametrni qatti' denelerdin' xarakteristikali'q temperaturasi' yamasa Debay temperaturasi' dep ataydi'. Oni'n' fizikali'q ma'nisi mi'nalardan ibarat:  $k_B \Theta_D = \hbar \omega_D$  ten'ligi boyi'nsha ani'qlang'an shama (energiyani'n' ma'nisi) pa'njerenin' terbelisin qozdi'ri'w ushi'n kerek bolg'an energiyani'n' en' maksimalli'q kvanti'ni'n' shamasina ten'. (13.15)-an'latpa boyi'nsha ani'qlang'an  $\omega_D$  ni'n' ma'nisinin'  $\omega_D = 7 \cdot 10^{13}$  sek<sup>-1</sup> shamasina ten' ekenligin esapqa alsaq, onda (13.18)-an'latpadan  $\Theta_D = 100$  K ekenligine iye bolami'z. Debay temperaturasi' da, Eynshteyn temperaturasi' si'yaqli' zatti'n' qa'siyetlerinen g'a'rezli boladi'. Ko'pshilik zatlar ushi'n oni'n' ma'nisi 100—400 K a'tirapi'nda. Biraq berilliy ( $\Theta_D = 1440$  K) ha'm almaz ( $\Theta_D = 2230$  K) si'yaqli' zatlar ushi'n Debay temperaturasi'ni'n' ma'nisi j'yd' joqari'. Bul jag'day bunday zatlardag'i' atomlar arasi'ndag'i' baylani'slardin' j'yd' "qatti'" ekenligi menen baylani'sli'. Tilekke qarsi'  $D\left(\frac{\Theta_D}{T}\right)$  Debay funkciyasi'n analitikali'q ani'q tyrde esaplaw mymkin emes, biraq energiya menen j'illi'li'q si'yi'mli'g'i' ushi'n analitikali'q an'latpalardi' sheklik jag'daylar ushi'n (to'men ha'm joqari' temperaturalar ushi'n) ali'wg'a boladi'.

Joqari' temperaturalar  $\hbar \omega \ll k_B T$  yamasa  $x \ll 1$  [(13.20)-formula]. Bul jag'dayda integral asti'ndag'i' an'latpadag'i' bo'limdi qatarg'a jaysaq  $e^x - 1 \approx 1 + x - 1 = x$  an'latpasi'n alami'z. Bunday jag'dayda (13.20)-an'latpani' bi'layi'nsha jazami'z:

$$E = \langle E_a \rangle = 9Nk_B \Theta_D \left(\frac{\Theta_D}{T}\right)^4 \int_0^{\Theta_D/T} x^2 dx = 3Nk_B T = 3RT. \quad (13.22)$$

Demek j'illi'li'q si'yi'mli'g'i'

$$C_V = \left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_V = 3R$$

shamasina ten' boladi'. Oni'n' ma'nisi temperaturag'a baylani'sli' emes ha'm

Dyulong menen Ptidin' ni'zami'na sa'ykes keledi.

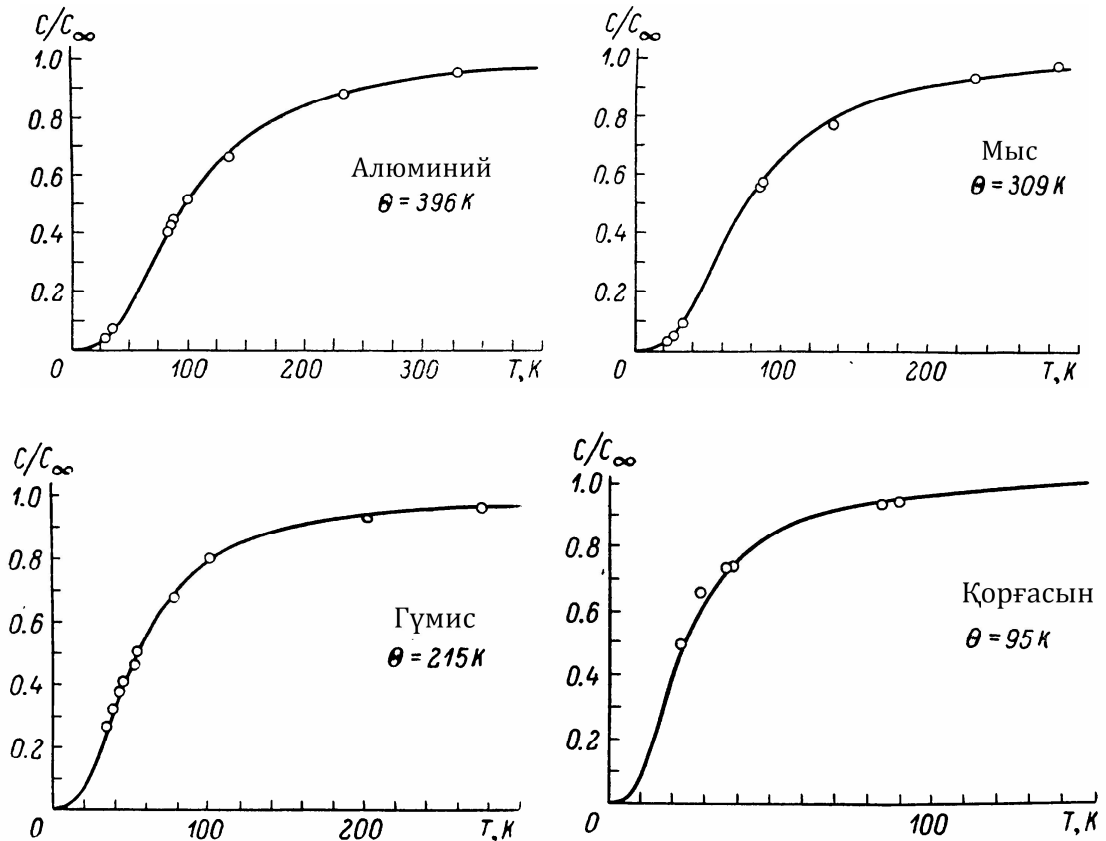
To'mengi temperaturalar:  $\hbar\omega \ll k_B T$  yamasa  $x \ll 1$ . Bul jag'dayda (13.20)-formuladag'i' integrallaw sheklerin 0 den  $\Theta_D/T$  shamasina shekem emes, al 0 den  $\infty$  ke shekem o'zgartiwge boladi' Bunday o'zgartiw integraldin' ma'nisin sezilerliktey o'zgeriske ushi'ratpaydi' ha'm integraldin' ma'nisin esaplawg'a boladi'. Mi'sali' Mathematica 9 programmali'q tili  $\int_0^{\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15}$  ma'nisin beredi. Bunday jag'dayda akustikali'q terbelislerdin' energiyasi'

$$E = \langle E_a \rangle = \frac{9Nk_B\Theta_D\pi^4}{15} \left( \frac{T}{\Theta_D} \right)^4 = \frac{3Nk_B\Theta_D\pi^4}{5} \left( \frac{T}{\Theta_D} \right)^4 \quad (13.23)$$

formulasi'ni'n' ja'rdeminde ani'qlanadi'. Bul formula to'mengi temperaturalarda da'l formula bolip tabiladi'. Temperaturaldin' bunday intervalinda  $E$  shamasini'n' temperaturani'n' to'rtinshi da'rejesi  $T^4$  ten g'a'rezli ekenligin duri's ta'riypleydi. To'mengi temperaturaldag'i' ji'lli'li'q si'yi'mli'g'i' (13.23)-formula boyi'nsha kubli'q ni'zam menen ta'riyiplenedi ( $T^3$ ):

$$C_V = \left( \frac{\partial E}{\partial T} \right)_V = \frac{12\pi^4 Nk_B}{5\Theta_D^3} T^3 = \gamma_D T^3. \quad (13.24)$$

Bul g'a'rezlilik 0 K temperaturasi'ni'n' qasi'nda eksperimentlik na'tiyjelerga jyda' jaqsi' sa'ykes keledi (13-3 sywretler). Joqari'raq temperaturalarda ( $T < \Theta_D$ ) bunday jaqsi' sa'ykeslik baqlanbaydi'. Bul jag'day energiya ushi'n (13.20)-formulani' keltirip shi'g'arg'ani'mi'zda jetkilikli da'rejede ylken a'piwayi'lasti'ri'wlardi' islegenimiz benen baylani'sli'. Mi'sali' ma'sele garmonikali'q jaqinlasi'wda sheshildi. Bunday jag'dayda terbelis spektri bir birinen g'a'rezsiz modalarg'a bo'liwge boladi'. Al haqi'yqi'y sharayatlarda (mi'sali' joqari' temperaturalarda) bunday jag'daydin' ori'n ali'wi' mymkin emes. Spektklik funkciya  $G(\omega)$  bolsa haqi'yqi'y funkciyadan a'dewir ayi'rmag'a iye etip ali'ndi' (13-2 a sywrettegi 1- ha'm 3-iymeklikler).  $\omega_D$  jiyiligindagi keskin yziliw hesh na'rse menen tiykarlanbadi'.  $G(\omega)$  funkciyasi'ni'n' xaqi'yqi'y tyri a'dette esaplaw mashinalari'ni'n' ja'rdeminde esaplanadi'. Olar temperaturaldin' ken' intervallari'nda eksperimentalli'q mag'li'wmatlarga toli'q ha'm da'l sa'ykes keledi (13-2 b sywret).



13-3 сыwрет. Алюмини́й, ми́с, гүмис һәм қорғасынның Дебайдың жи́лли́ли́г си́йи́мли́г'i теорияси́ ти́кәри́нда али́нг'ан и́мекликлер менен экспериментлерде али́нг'ан на́ти́желердин са́йкес кели́ши. Сыwретлер Дебайдың о́зинин 1907-жи́лг'i жи́лли́ли́г си́йи́мли́г'i бойынша ори́нлаг'ан биринши́ жуми́си́нан али́нди́ [28].

Уси́ вақи́тқа шекем бизини́ таллавлари́ми́з элементар қути́шалари́ примитивлик болг'ан па́нжерени́н тек акустикали́г тербелислери́ о́з ишине алди́. Егер па́нжере базиске и́е болса жи́лли́ли́г энергияси́ ушине али́нг'ан формулада акустикали́г тербелислердин ы́леслери́ менен оптикали́г тербелислердин де қосатуг'ин ы́леслерин есапқа али́ш керек болди́ [(13.1)- һәм (13.3)-формуларга қаран'из]. Биз оптикали́г тербелислердин жи́йилеклеринин толқи́нли́г вектордан а́ззи г'а́резликке и́е екенли́гин де көрдик (8-1 сыwретке қаран'из). Сонли́қтан оптикали́г тербелислерге Эйнштейн модели́ жақи́ни́рақ келеди. Бул моделде тербелислердин барли́г модалари́на бир  $\omega_E$  жи́йилги́ берилген еди. Бундай жақи́нласи́вда һәм бир  $i$ -оптикали́г шақа жи́лли́ли́г энергияси́на

$$E_i = \frac{(N/r)\hbar\omega_E}{e^{\hbar\omega/k_B T} - 1} \quad (13.25)$$

шамаси́на тен ы́лес қосади́.  $N/r$  көбейтiwшиси́ спектри́н һәр бир шақаси́ндәг'í һаллардини́н толи́г сани́на тен,  $r$  арқали́ элементар бир қути́шаг'а са́йкес кели́шши атомлардини́н сани́ белгиленген. Ули́вма жаг'дада  $(3r-3)$  шақаг'а и́е боламиз. Сонли́қтан акустикали́г тербелислердин бар боли́wíни́н есаби́нан пайда болг'ан жи́лли́ли́г си́йи́мли́г'íнда қоси́мша ағ'за пайда болди́ [(13.1)-формула менен сали́сти́ри́н'из]:

$$C_V^{opt} = (3r-3) \frac{N}{r} k_B \frac{\left(\frac{\hbar\omega_E}{k_B T}\right)^2 e^{\hbar\omega/k_B T}}{\left(e^{\hbar\omega/k_B T} - 1\right)^2}. \quad (13.26)$$

Bul an'latpa Eynshteyn temperaturasi'nan a'dewir joqari' temperaturalarda (bunday  $T \ll \Theta_E$  sha'rti ori'n alatug'i'n temperaturalarda optikali'q terbelislerdin' barli'q modalari' qozg'an) ji'lli'li'q si'yi'mli'g'i'na temperaturadan g'a'rezsiz yles qosadi'.  $T \ll \Theta_E$  temperaturalarda ji'lli'li'q si'yi'mli'g'i'na optikali'q terbelislerdin' ylesi eksponencialli'q ra'wishte jog'aladi' ha'm absolyut nolge jaqi'n bolg'an jyda' kishi temperaturalarda optikali'q terbelislerdi pytkilley esapqa almawg'a boladi'. Sebebi olar to'mengi temperaturalarda qozbaydi' ha'm ji'lli'li'q si'yi'mli'g'i'na yles qospaydi'.

#### 14-§. Fononlar ko'z-qaraslari'na tiykarlani'p ji'lli'li'q si'yi'mli'g'i' ushi'n an'latpani' keltirip shi'g'ari'w

Kristallardag'i' atomlardi'n' kollektivlik qozg'ali'slari'ni'n' ses tolqi'nlarini' ekenligin ko'rdik, al bunday ses tolqi'nlarini'na sa'ykes keletug'i'n qozilwlar ses kvantlari' yamasa fononlar boli'p tabiladi'. Fononlardi'n' energiyasi'  $E = \hbar\omega$ , al impulsi bolsa tolqi'nli'q  $k$  sani' menen erkin bo'leksheler ushi'n jazi'lg'an  $p = \hbar k$  an'latpasi' arqali' baylani'sqan. (13.6) tipidagi an'latpani' esapqa alsaq fononni'n' energiyasi' menen impulsi

$$E = pv_{ses} \quad (14.1)$$

an'latpasi' arqali' baylani'sqan. Bul formuladagi'  $v_{ses}$  shamasi' (13.11)-sha'rttin' ja'rdemide ani'qlanadi'.

Fononlardi'n' hallari'ni'n' ti'g'i'zli'g'i' bolg'an  $G(\omega)$  funkciyasi'n ani'qlaw (yag'ni'y energiyasi'  $E$  menen  $E + dE$  arali'g'i'nda bolg'an fononlardi'n' sani'n ani'qlaw) ushi'n to'mendegishe ha'reket etemiz.  $p$  ken'isliginde radiuslari'  $p$  ha'm  $p + dp$  bolg'an sferalar arasi'ndagi' qatlamdi' ayiri'p alami'z ( $k$  ken'isligi ushi'n si'zi'lg'an 13-1 sywretke qaran'i'z). Sferali'q qatlamni'n' ko'lemi

$$dV_{qatlam} = \frac{4}{3} \pi (p + dp)^3 - \frac{4}{3} \pi p^3 \approx 4\pi^2 p^2 dp$$

shamasi'na ten' boladi'.  $p$  ken'islikti ko'lemi  $(2\pi\hbar)^3 / V$  bolg'an fazali'q quti'shalarg'a bo'lemiz ( $V$  arqali' kristaldi'n' ko'lemi belgilengen). Bunday jag'dayda sferali'q qatlamda usi'nday

$$dz = G(E)dE = \frac{3 \cdot 4\pi p^2 V dp}{(2\pi\hbar)^3} \quad (14.2)$$

dana quti'sha boladi'. Bul an'latpadag'i' 3 ko'beytiwshisi fononlardi'n' mymkin bolg'an 3 polyarizaciyasi'n esapqa aladi' (birewi boyli'q, ekewi ko'ldenen'). (14.2)-an'latpadag'i'  $p$  ni'  $E$  energiya menen almasti'ri'p ha'm (14.1)-an'latpani' paydalani'p mi'nani' alami'z:

$$G(E) = \frac{12\pi V}{(2\pi\hbar)^3} \cdot \frac{1}{(v_s)^3} E^{1/2}. \quad (14.2)$$

Sheklengen qatti' denede fononlardi'n' toli'q sani'ni'n'  $3N$  nen arti'q bolmaytug'i'n sebepli

$$\int_0^{k_D\Theta_D} G(E)dE = 3N \quad (14.3)$$

ten'ligin alami'z. Bunnan (14.2)-formulani' esapqa ali'p

$$G(E) = \frac{9NE^2}{(k_B\Theta_D)^3} \quad (14.4)$$

ekenligine iye bolami'z.

Fononlar Boze-Eynshteyn statistikasi'na bag'i'nadi'. Sonli'qtan ko'lemi  $\frac{(2\pi\hbar)^3}{V}$  shamasina ten' ken'isliktegi bir quti'shadag'i' energiyasi'  $E$  ge ten' bolg'an fononlar sani' (5.13)-an'latpani'n' ja'rdeminde esaplanadi'. Bunday jag'dayda kristaldag'i' fononlardi'n' toli'q energiyasi'

$$\langle E \rangle = \int_0^{k_D\Theta_D} EG(E)\langle n(k,s) \rangle dE = \frac{9Nk_B T}{(\Theta_D/T)^3} \int_0^{\Theta_D/T} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} \quad (14.5)$$

formulasi'ni'n' ja'rdeminde ani'qlanadi'. Bul formulada  $x = E / (k_B T)$ ,  $\Theta_D = \hbar\omega_D / k_B$ .

(14.5)- ha'm (13.20)-formulalardi' sali'sti'ri'w olardi'n' teppe-ten' ekenligin ko'rsetedi. Bunnan fononlar haqqi'ndag'i' ko'z-qaraslardi'n' a'dettegi haqi'yqi'y bo'leksheler ushi'n paydalani'latug'i'n matematikali'q usi'llardi' ha'm tysiniklerdi paydalani'wg'a mymkinshilik beretug'i'nli'g'i' kelip shi'g'adi'.

## II bap. $\text{KH}_2\text{PO}_4$ kristallari'ndag'i' segnetoelektriklik fazali'q o'tiwlerdi difrakciyalig'ni' izertlew

### 15-§. $\text{KH}_2\text{PO}_4$ kristallari'ni'n' paraelektriklik ha'm segnetoelektriklik fazalari'ni'n' atomli'q-kristalli'q strukturalari'

Paraelektriklik tetragonalli'q kaliy digidrofosfati'  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  (simmetriyasi'ni'n' ken'isliktegi gruppasi'  $D_{2d}^{12} - I\bar{4}2d$  [29], kristalli'q pa'njere turaqli'lari'  $a = 7.45236 \pm 0.000089$  Å,  $c = 6,97298 \pm 0.000073$  Å [30]) kristallari'nda 121.3 - 122 K

a'tirapi'nda segnetoelektriklik fazali'q o'tiw ori'n aladi' [31, 42].  $D_{2d}^{12} - I\bar{4}2d$  ken'isliklik gruppasi' menen ta'riyiplenetug'i'n kristallar pezoelektriklik kristallar boli'p tabi'ladi'. Elementar quti'shasi' 4 formulali'q birlikke iye.  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'ni'n' kristalli'q pa'njeresin basqa tetragonalli'q elementar quti'shani'n' ja'rdeminde ta'riyiplew mymkin. Bul quti'shada kvadrat ultandi' payda etiwshi qabi'rg'alar joqari'da esletilip o'tilgen kvadrat qaptaldi'n' diagonallari' boli'p tabi'ladi'. Oni'n' uzi'nli'g'i' jaqari'dag'i'  $a$  ni'n' ma'nisinen  $\sqrt{2}$  ese ylken (yag'ni'y  $a = 10,5392 \text{ \AA}$ ,  $c = 6,97298 \text{ \AA}$  ge ten'). Biraq bul jag'dayda simmetriyani'n' ken'isliktegi gruppasi'  $D_d^{12} - F\bar{4}d2$  boladi' [32].

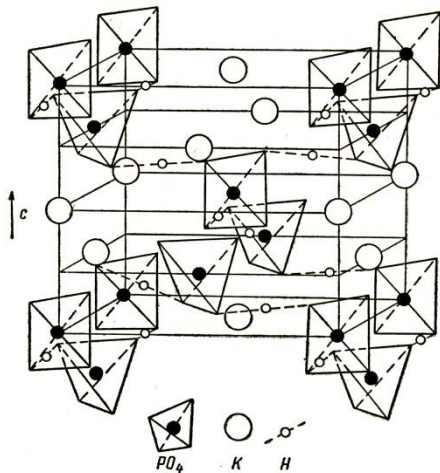
$a = 7.45236 \text{ \AA}$  bolg'an elementar quti'shadag'i' atomlardi'n' jaylasi'wlari' 1-sywrette berilgen. Pa'njere derlik duri's formag'a iye  $\text{PO}_4$  tetraedrlerinen turadi'. Tetraedrler arasi'nda kaliy ionlari' jaylasqan boli'p, olardi'n' ha'r biri  $\text{PO}_4$  tetraedrlerine tiyisli bolg'an 8 koslorod atomi' menen qorshalg'an. Olardi'n' to'rtewi kaliy ionlari'na basqalari'na sali'sti'rg'anda jaqi'ni'raq jaylasqan. Ha'r bir  $\text{PO}_4$  gruppasi' qon'si'las to'rt  $\text{PO}_4$  gruppasi' menen vodorodli'q baylani'sti'n' ja'rdeminde baylani'sqan. Vodorodli'q baylani'slar  $c$  ko'sherine perpendikulyar bag'i'tta boli'p bir  $\text{PO}_4$  gruppasi'ni'n' "to'meninde" jaylasqan kislorod atomi'n' ekinshi  $\text{PO}_4$  gruppasi'ndag'i' "joqari'da" jaylasqan kislorod atomi' menen baylani'sti'radi'. Vodorodli'q baylani'slar sistemasi' 3.2-sywrette keltirilgen (bul jag'day 1953-jillari' ani'q boldi' [32]). [34]-jumi'sti'n' avtorlari'ni'n' ko'rsetiwi boyi'nsha vodorod atomlari'ni'n' terbelisleri joqari' anizotropiyag'a iye. Soni'n' menen birge terbelis amplitudalari'ni'n' ma'nisi baylani's bag'i'ti'nda maksimalli'q ma'niske jetedi.  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'ni'n' paraelektriklik fazasi'nda vodorod atomlari' bir birine jaqi'n jaylasqan kislorod atomlari' arasi'ndag'i' eki ori'nda statistikali'q jaylasqan. Bul eki ori'n arasi'ndag'i' qashi'qli'q  $0,35 \text{ \AA}$  ge ten'. Bul eki ori'nda vodorod atomlari'ni'n' statistikali'q jaylasi'wi' kristaldag'i' spontan elektr momentinin' bolmawi'n ta'miyinleydi.

-150<sup>0</sup>S temperaturada (yag'ni'y 123 K temperaturada)  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'nda segnetoelektriklik fazali'q o'tiw ori'n aladi' [31,33]. Bul fazali'q o'tiw I a'wlad fazali'q o'tiw boli'p tabi'ladi'. Simmetriyasi'  $I\bar{4}2d$  ken'isliklik gruppag'a kiriwshi elementar quti'shani'n' kvadrat ultani'ni'n' bir diagonali' boyi'nsha uzayi'wi', al ekinshi diagonal boyi'nsha qi'sqari'wi' ori'n aladi'. Usi'ni'n' na'tiyjesinde kristaldi'n' simmetriyasi'  $C_{2v}^{19} - Fdd$  g'a shekem to'menleydi. Polyar ko'sher tetragonalli'q  $c$  ko'sherinin' bag'i'ti'nda (yag'ni'y spontan polyarizaciya tetragonalli'q kristaldi'n' polyarlli'q emes [001] yamasa  $[00\bar{1}]$  ko'sherleri bag'i'ti'nda payda boladi'). Ortorombali'q  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'ni'n' turaqli'lari' 104 K temperaturada mi'nalarg'a ten':  $a = 10.54581 \pm 0.000087 \text{ \AA}$ ,  $b = 10.46634 \pm 0.000094 \text{ \AA}$  ha'm  $c = 6.92641 \pm 0.000072 \text{ \AA}$  [35]. Fazali'q o'tiwde kristaldi'n' elementar quti'shasi'ni'n' ko'lemi  $(6-10) \cdot 10^{-3}$  procentke g'ana o'zgeredi. Fazali'q o'tiw temperaturasi'  $T_c$  izertlenip ati'rg'an ylginin' tariyxina baylani'sli' [31]. Bul mag'li'wmatlardi'n' barli'g'i'  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'ndag'i' segnetoelektriklik fazali'q o'tiw din' II a'wlad fazali'q o'tiwine jaqi'n I a'wlad fazali'q o'tiwi ekenliginen derek beredi.

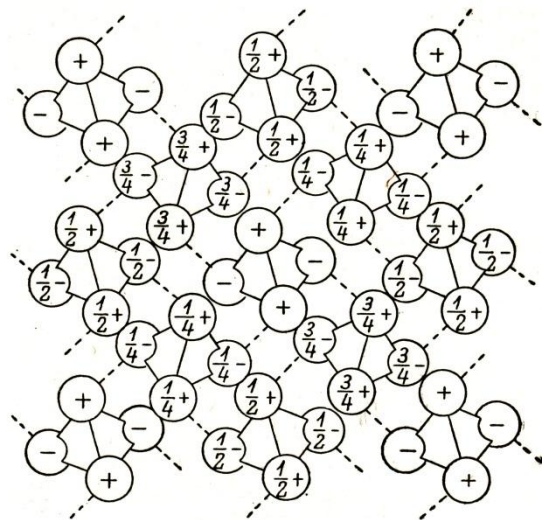
$\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'ni'n' kristalli'q pa'njerelerinin' turaqli'lari'ni'n' ha'r qi'yli' temperaturaldag'i' ma'nisleri to'mendegi kestedede berilgen [35]:

| Temperature<br>(°C) | Lattice parameters<br>(Å) |                         |                        | Thermal expansion<br>coefficients<br>( $\times 10^{-5}$ ) |            |            |
|---------------------|---------------------------|-------------------------|------------------------|---|------------|------------|
|                     | A                         | B                       | C                      | $\alpha_A$  | $\alpha_B$ | $\alpha_C$ |
| 23.4                | $10.53923 \pm 0.000089$   | $10.53923 \pm 0.000089$ | $6.97298 \pm 0.000073$ | 2.21  | 2.21       | 3.80       |
| -23.3               | $10.52531 \pm 0.000094$   | $10.52531 \pm 0.000094$ | $6.95405 \pm 0.000077$ | 2.21  | 2.21       | 3.80       |
| -139.8              | $10.50194 \pm 0.000088$   | $10.50194 \pm 0.000088$ | $6.92682 \pm 0.000068$ | 1.54  | 1.54       | 2.71       |
| -159.6              | $10.54406 \pm 0.000090$   | $10.46813 \pm 0.000083$ | $6.92719 \pm 0.000071$ | -3.60   | 4.50       | -0.39      |
| -169.3              | $10.54581 \pm 0.000087$   | $10.46634 \pm 0.000094$ | $6.92641 \pm 0.000072$ | -1.10   | 0.72       | 1.85       |

Joqari'da atap o'tkenimizdey, segnetoelektriklik fazali'q o'tiwde  $KH_2PO_4$  kristallari'ni'n' tetragonalli'q modifikatsiyasi'ni'n'  $c$  ko'sheri spontan elektr polarizatsiyasi' ko'sherine aylanadi'. Usi'ni'n' na'tiyjesinde vodorod atomlari'ni'n' iyelegan ori'n'lari' ta'rtiplesedi. Bul vodorodli'q baylani'sti'n' uzi'nli'g'i'ni'n' 2.51 Å ge shekem y'keyiwi ha'm spontan polarizatsiyani'n' payda boli'wi'na sezilerliktey y'les qosatug'i'n fosfor menen kaliy atomlari'ni'n' a'dewir awi'si'wlari' menen j'zege keledi. Polarizatsiyani'n' bag'i'ti' tetraedrdegi fosfor atomlari'ni'n' awi'si'w bag'i'ti'na, al kaliydin' awi'si'wi'na qarama-qarsi' bag'i'ti'na sa'ykes keledi.  $H^+$  ionlari'ni'n' o'zleri spontan polarizatsiyani'n' payda boli'wi'na y'les qospaydi'. Sebebi olar segnetoelektriklik ko'sherge perpendikulyar bolg'an vodorodli'q baylani's si'zi'g'i' bag'i'ti'nda qozg'aladi'. biraq biz qarap ati'rg'an struktura sonday qa'siyetke iye,  $H^+$  ionlari'ni'n' ta'rtiplesken hali'nda  $PO_4$  gruppasi'ni'n' " $c$ " ko'sheri bag'i'ti'ndagi' polarizatsiyasi'n j'zege keltiredi. Usi'g'an baylani'sli'  $KH_2PO_4$  kristallari' menshikli emes segnetoelektriklerdin' ayri'qsha tipleri qatari'na kiredi. Bunday segnetoelektriklerde fazali'q o'tiwdin' triggeri xi'zmetin atqaratug'i'n ta'rtiptin' haqiy'qi'y parametri protonlardin' ta'rtiplesiw parametri boli'p tabi'ladi' [36].



3-1 sywret.

 $KH_2PO_4$  kristallari'ni'n' strukturası'

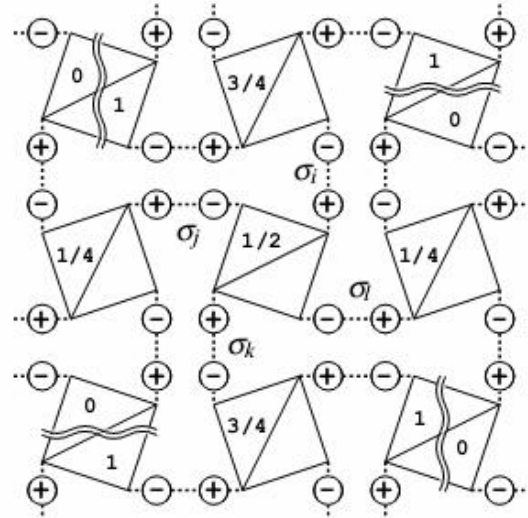
3-2 a sywret.

 $KH_2PO_4$  kristallari'ni'n' tetragonalli'q

[34].

3-2 b sywret. Segnetoelektriklik fazadag'i  $PO_4$  komplekslerin tutasti'ri'wshi' vodorodli'q baylani'slardi'n' (001) tegisligine tysiirilgen proekciyasi'.  $PO_4$  tetragoni'ni'n' ishindeg'i sanlar olardi'n' Z ko'sheri bag'i'ni'dag'i' sali'sti'rmali' biyikligin bildiredi. 3.2-a sywret penen sali'sti'rsa'q tetragonlardi'n'  $\sigma_i$ ,  $\sigma_j$  ha'm  $\sigma_k$  shamalari'na buri'lg'anli'g'i'n ko'riwge boladi' [37].

modifikaciyasi'ndag'i' vodorodli'q baylani'slar sistemasi'ni'n' (001) tegisligine tysiirilgen proekciyasi'. K atomlari' ko'rsetilmegen [32].



Frazar ha'm Pepinski lerdin' [32] jumi'si'nda tetragonalli'q  $I\bar{4}2d$  strukturasi'ndag'i' barli'q atomlardi'n' koordinatalari' ani'qlang'an. Olar mi'nalardan ibarat:

$I\bar{4}2d$  modifikaciyasi' ushi'n

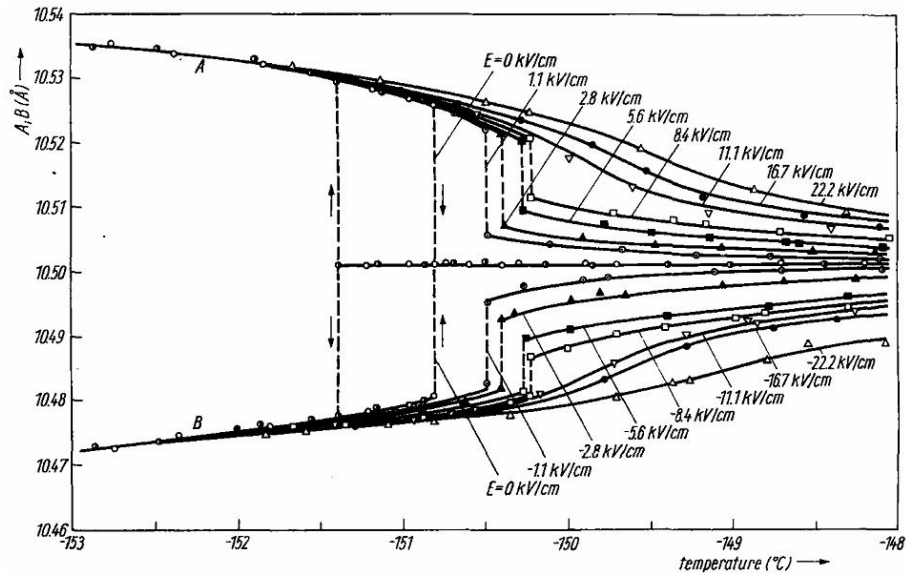
- 4 P:  $0, 0, 0; \frac{1}{2}, 0, \frac{1}{4}; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}; 0, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ .  
 4 K:  $0, 0, \frac{1}{2}; \frac{1}{2}, 0, \frac{3}{4}; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0; 0, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}$ .  
 16 O:  $x, y, z; \frac{1}{2}-x, y, \frac{1}{4}-z;$   
 $\bar{x}, \bar{y}, z; \frac{1}{2}+x, \bar{y}, \frac{1}{4}-z;$   
 $\bar{y}, x, \bar{z}; \frac{1}{2}+y, x, \frac{1}{4}+z;$   
 $y, \bar{x}, \bar{z}; \frac{1}{2}-y, \bar{x}, \frac{1}{4}+z;$   
 + 8 similar points about  $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$ .  
 8 H:  $\frac{1}{4}, u, \frac{1}{8}; u, \frac{3}{8}, \frac{7}{8}; \frac{3}{4}, \bar{u}, \frac{1}{8}; \bar{u}, \frac{1}{4}, \frac{7}{8};$   
 + similar points about  $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$ .  
 $x = 0.0805,$   
 $y = 0.144,$   
 $z = 0.139.$

$Fdd$  ( $Fdd2$ ) modifikaciyasi' ushi'n

- $(0, 0, 0; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0; \frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}; 0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})+$   
 8 P:  $0, 0, 0; \frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}$ .  
 8 K:  $0, 0, \frac{1}{2}+z_k; \frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}+z_k$ .  
 16 O:  $x_1, y_1, z_1; \frac{1}{4}+x_1, \frac{1}{4}-y_1, \frac{3}{4}+z_1;$   
 $\bar{x}_1, \bar{y}_1, z_1; \frac{1}{4}-x_1, \frac{1}{4}+y_1, \frac{3}{4}+z_1;$   
 16 O:  $\bar{y}_2, x_2, \bar{z}_2; \frac{1}{4}+y_2, \frac{1}{4}+x_2, \frac{3}{4}-z_2;$   
 $y_2, \bar{x}_2, \bar{z}_2; \frac{1}{4}-y_2, \frac{1}{4}-x_2, \frac{3}{4}-z_2$ .  
 16 H:  $u, v, w; \frac{1}{4}-u, \frac{1}{4}+v, \frac{3}{4}+w;$   
 $\bar{u}, \bar{v}, w; \frac{1}{4}+u, \frac{1}{4}-v, \frac{3}{4}+w$ .  
 $x = r+s; y = -r+s; z = t.$

Bul jumi'sti'n' avtorlari'  $KH_2PO_4$  kristallari' ushi'n ha'r qi'yli' rentgendifrakciyalig' maksimumlar ushi'n strukturalig' faktorlardi'n' ma'nislerin de ani'qlang'an. biz olardi' tomende paydalanami'z.

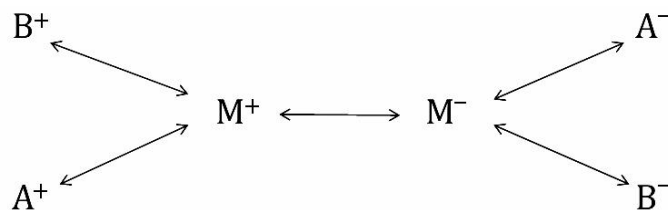
Yaponiyali' fizikler J.Kobayashi, Y.Uesu ha'm Y.Enomoto  $KH_2PO_4$  kristallari'ndag'i' fazali'q o'tiwlerdi rentgendilatometriyalig' izertlew'din' bari'si'nda segnetoelektriklik fazali'q o'tiw'din' bari'si'nda tetragonalli'q  $2a\sqrt{2} = 10,50 \text{ \AA}$  shamasini'n' ortorombali'q  $a$  ha'm  $b$  turaqli'lari'na aylani'w'di' jyda' y'ken da'llikte izertlegen [38-41]. Soni'n' menen birge segnetoelektriklik fazali'q o'tiw'degi strukturani'n' o'zgeriwine statikalig' elektr maydani'ni'n' ta'sirin de izertlegen. Olar alg'an na'tiyjeler 3.3-sywrette keltirilgen.



3-3 sywret. Segnetoelektriklik fazali'q o'tiw a'tirapi'ndag'i'  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'ni'n' kristalli'q pa'njeresi turaqli'lari'ni'n' o'zgeriwi ha'm bul o'zgerislerge statikali'q elektr maydani'ni'n' ta'siri [40-41].

$\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'ndag'i' domenlerdin' tyrlerin baqlaw boyi'nsha o'tkerilgen eksperimentler [43-50] ortorombali'q modifikaciya'ga o'tiw da'slepki paraelektriklik tetragonalli'q modifikaciyanin'  $\{100\}$  tegisliklerindagi dvoynikleniw arqali' o'tetug'i'nli'g'in ko'rsetedi. Bul process bi'layi'nsha jyzge keledi: 105 K temperaturadag'i' dvoynikleniw myyeshi 27', ji'lji'w tegisligi  $\{001\}$  ha'm ji'lji'w bag'i'ti'n  $\langle 100 \rangle$ . Usi'ni'n' na'tiyjesinde to'rt orientaciya'li'q hal payda boli'p, olardi'  $A^+A^-$  i  $V^+V^-$  arqali' belgileydi [66]. Bir biri menen kogerentli baylani'sqan  $A^+A^-$  ha'm  $V^+V^-$  domenleri polidomenlik komplekslerdi payda etedi. Bul belgilewlerde "+" belgisi bir, al "-" belgisi ekinshi polyarizaciya'ga iye domenlerge sa'ykes keledi. [43] jumi'si'ni'n' avtorlari'ni'n' alg'an eksperimentalli'q mag'li'wmatlari' boyi'nsha segnetoelektriklik domenlerdin' qali'nli'g'i' 3-10 mkm, al qalg'an o'lshemleri kristalli'q ylginin' o'lshemleri menen barabar.

[51] jumi'sti'n' avtorlari' segnetoelektriklik  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'na statikali'q elektr maydani'ni'n' ta'sirin yyrendi. Olar domenlerdin' bir sistemasi'ni'n' ekinshisine spontan polyarizaciya'si'ni'n' vektori'n o'zgartpey-aq o'tkeriwge bolatug'i'nli'g'in ko'rsetti. Keyinirek bul jag'day rentgendifraktometriya'li'q eksperimentlerde de tasti'yi'qlandi' [52]. Bul eksperimentlerdin' na'tiyjelerin bi'layi'nsha jazi'wg'a boladi':

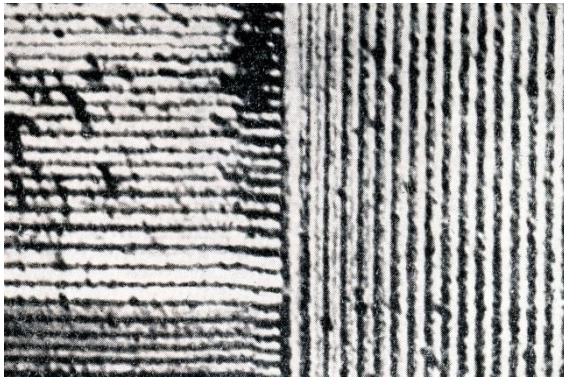


Bul jerde  $M^+$  ha'm  $M^-$  arqali' jan'a orientaciya'li'q hallar belgilengen. Olar kristaldi'n tetragonalli'q modifikaciya'sinan atomlardi'n  $\langle 110 \rangle$  bag'i'tlari'ndag'i'

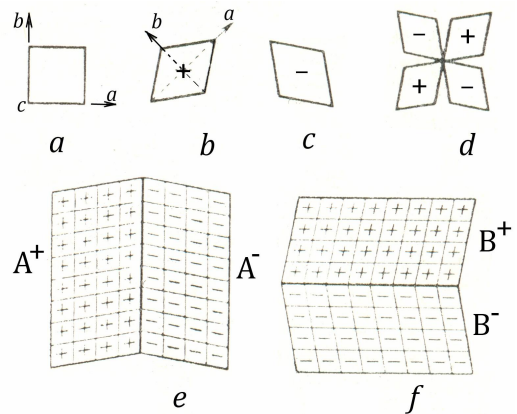
tek ji'lji'wlari'ni'n' na'tiyjesinde (dvoyniklerdin' payda boli'wi'ni'n' saldari'nan emes) ali'nadi'.

3.4-sywretlerde  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'ndag'i' strukturali'q domenlerdin' shi'q usi'li' menen ali'ng'an sywreti (3.4-a sywret) ha'm segnetoelektriklik fazali'q o'tiwde kristalli'q pa'njerenin' o'zgerisleri sxema tyrinde (3.4-b sywret) berilgen. Eksperimentler domenler arasi'ndag'i' shegaralardi'n' tetragonalli'q (100) ha'm (010) tegisliklerine parallel, olardi'n' kali'n'li'g'i'ni'n'  $(2-3) \cdot 10^{-4}$  sm ge, al domenler arasi'ndag'i' shegarani'n' energiyasi'ni'n' shama menen  $40 \text{ erg/sm}^2$  qa ten' ekenligin ko'rsetedi [43].

Solay etip  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'ndag'i' segnetoelektriklik fazali'q o'tiwde kristalli'q pa'njerenin' qaytadan quri'li'wi' tetragonalli'q modifikaciyadag'i' (001) tegisligine a'melge asadi' eken. Usi'ni'n' saldari'nan sali'sti'rmali' tyrde a'piwayi' polidomenlik struktura payda boladi'. Statikali'q elektr maydani'n [001] yamasa  $[00\bar{1}]$  bag'i'ti'nda tysirgende domenler arasi'nda transformaciyalar jyzege keledi.

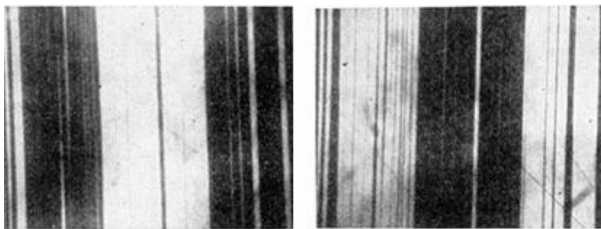


3-4 a sywret. Segnetoelektriklik  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristali'ni'n' spontan polarizaciya vektori'na perpendikulyar bolg'an ylginin' betindegi strukturali'q domenlerdin' shi'q usi'li' menen ali'ng'an sywreti [43].

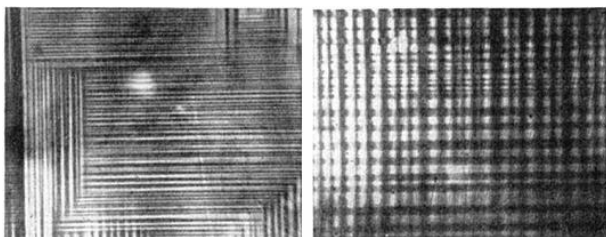


3.4-b sywret.  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristali'ndag'i' segnetoelektriklik fazali'q o'tiwdegi strukturali'q dvoynikleniwidin' sxemasi'.

Bul sywrette (100) ha'm (010) tegisliklerindegi dvoynikleniwidin' saldari'nan  $A^+A^-$  ha'm  $V^+V^-$  orientaciyali'q hallari'ni'n' payda bolatug'i'nli'g'i' ko'rsetilgen.



3.4-s sywret.  
Polarizaciyali'q mikroskopti'n'



ja'rdemide  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'ni'n' (001) kesiminen tʻysirilgen strukturali'q domenlerdin' ko'rinisleri [50].

Ha'r qi'yli' polidomenlik komplekslerdin' payda boli'wi' kristalli'q ylgilerdin' ishinde a'dewir yʻlken bolg'an mexanikali'q kernewlerdin' payda boli'wi'na ali'p keletug'i'nli'g'i'n atap o'temiz. Bul kernewler o'z gezeginde bir qatar substrukturali'q o'zgerislerge ali'p keliwi kerek. Bunday substrukturali'q o'zgerislerdin' boli'wi'ni'n' mymkinshilikleri izertlewshilerdin' di'qqati'nan ti'sta qaldi'. Usi'ni'n' menen bir qatarda elektrlik ta'sirlerdin' asti'nda jʻyzege keletug'i'n strukturali'q monodomenizaciya qubi'li'si' ha'm bunday processlerdin' kayti'mli'g'i' processleri usi' waqi'tlarg'a shekem jetkilikli da'rejede izertlenbey keldi. A'sirese polisintetikali'q ZnS kristallari'ndag'i' bag'i'tlang'an mexanikali'q ta'sirlerde jʻyretug'i'n monodomenizaciya qubi'li'si'ni'n' bari'si'nda strukturali'q defektlerdin' jan'a sistemasi'ni'n' payda bolatug'i'nli'g'i' rentgendifrakciyalı'q eksperimentlerde ayqi'n tyrde ko'rsetildi [53]. Bul jag'daydan strukturali'q qayta quri'wlardi'n' saldari'nan (soni'n' ishinde domenlik sistemalardi'n' transformaciyalari'ni'n' na'tiyjesinde)  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'ndag'i' strukturali'q defektlerinin' jan'a sistemasi'ni'n' payda boli'wi'n kytiwge boladi'. Sonli'qtan  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'ndag'i' fazali'q o'tiwlerdegi ha'm domenler sistemalari'ni'n' transformaciyalari'ndag'i' (olardi'n' mexanizmlerinin' birdey ekenligin' atap o'temiz) kristalli'q pa'njerenin' tkayta quri'li'wlari'ni'n' bari'si'ndag'i' substrukturali'q o'zgerislerdin' ni'zamli'qlari'n baqlaw strukturali'q processlerdin' jʻyriwindegi uli'wmali'q ni'zamli'qlardi'n' ashi'li'wi' ushi'n a'dewir yʻlken a'hmiyetke iye ekenligi so'zsiz. Bunday ma'seleni sheshiw ushi'n rentgentopografiyalı'q usi'llar menen kristaldi'n' substrukturasi'ndag'i' o'zgerislerdi baqlaw maqsetke muwapi'q keledi.

Biz bir ko'sherli segnetoelektrik si'pati'nda  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'ni'n' strukturali'q o'zgerislerdin' evolyuciyasi'n, soni'n' menen birge formani' este saqlaw effektin (effekti pamyati formi' [57-60]) baqlaw ushi'n qolayli' modellik obektin' bola alatug'i'nli'g'i'n atap o'temiz.

### 16-§. Domenler sistemasi'n rentgentopografiyalı'q baqlaw

$\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'ndag'i' fazali'q o'tiwlerdin' na'tiyjesindegi ha'm elektrlik ta'sirlerden bolatug'i'n strukturali'q o'zgerislerdi izertlew rentgenografiyalı'q myyeshlik skannerlew usi'li'ni'n' ja'rdemide ali'p bari'ldi'. Bul usi'ldi'n' optikali'q sxemasi' menen xarakteristikali'q rentgen tolqi'nleri'ndag'i' rentgentopografiyalı'q sywrettin' payda boli'wi'ni'n' geometriyalı'q o'zgeshelikleri [54-55] jumi'slardi'n' avtorlari' ta'repinen teren' izentlendi. Myyeshlik skannerlew usi'li'nda mi'naday eksperimentalli'q parametrlar paydalani'ldi': noqatli'q rentgen nurlari' deregi (BSM-1 tipindegi rentgen trubkasi') menen izertlenetug'i'n yʻlgi arasi'ndag'i' qashi'qli'q 20-25 sm, izertlenetug'i'n yʻlgi menen fotoplanka arasi'ndag'i' qashi'qli'q 30-80 sm.

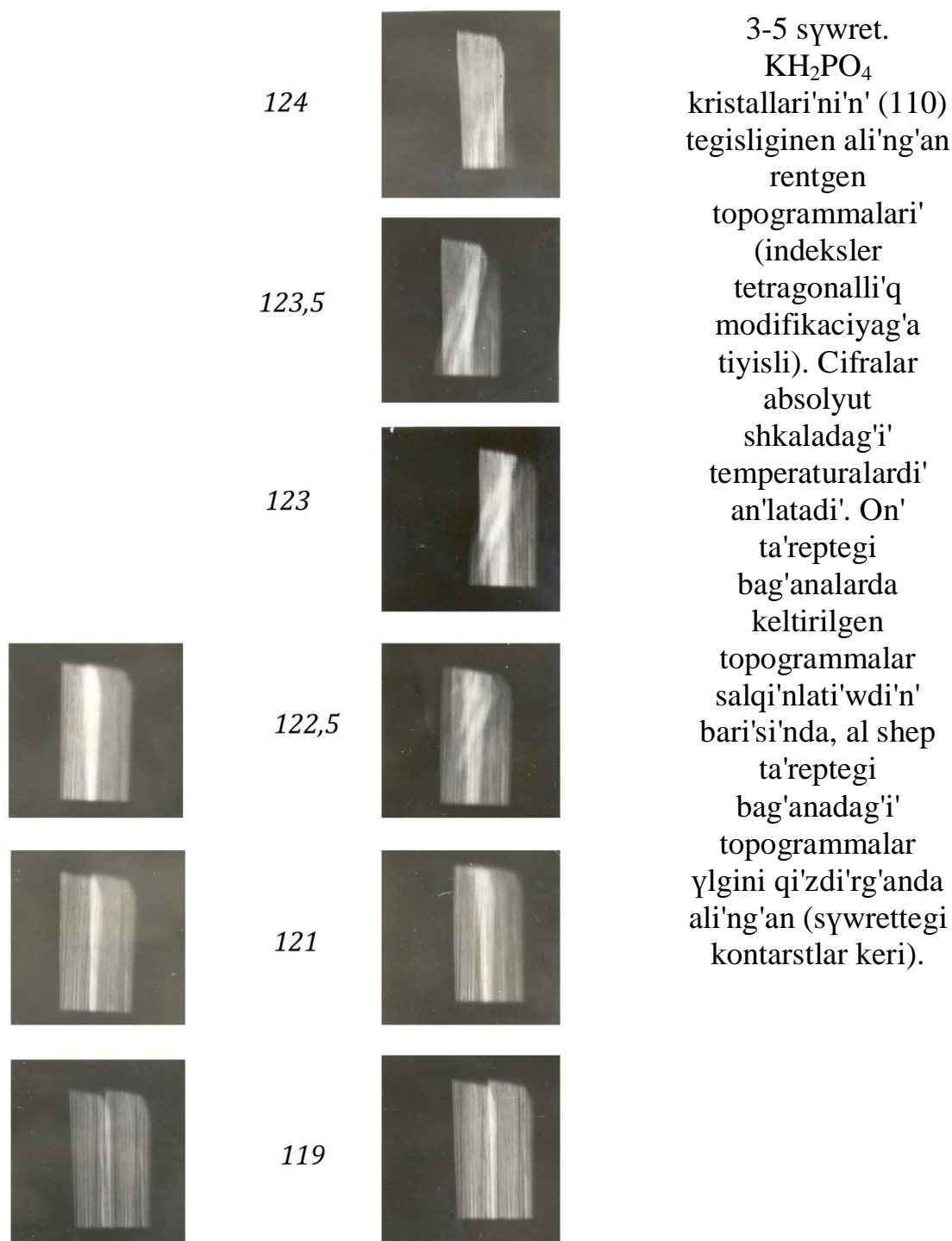
Ylgiler tegis-parallel plastinkalar tyrinde, beti (100), (110) ha'm (001) tegisliklerine parallel etip kesip ali'ndi'. Bul kristallografiyaliq indekslerdin' barli'g'i'ni'n' tetragonalli'q modifikaciya'ga tiyisli ekenligin' atap o'temiz. Bunnan keyin de (yag'ni'y to'mende) biz tetragonalli'q pa'njerenin' indekslerin' paydalanami'z. Kristalli'q ylgilerdin' kali'n'li'g'i' 0,3 mm den kishi emes, al bet maydani' 1 sm<sup>2</sup> shamasini'nda ali'ndi'. Rentgen topogrammalari'n to'mengi temperaturalarda ali'w ushi'n ylgiler rentgen goniometrinda ornati'lg'an URNT-180 azot kriostati'nda jaylasti'ri'ldi'. Kriostatti'n berilgen temperaturani'n ma'nisin' uslap tura ali'w qa'biletligi  $\pm 0,5$  gradustan to'men emes.

3.4-sywrette (110) kristallografiyali'q tegisligine parallel etip kesip ali'ng'an ylgiden ha'r qi'yli' temperaturalarda tysirilgen rentgen topogrammalari'ni'n' sywretleri berilgen (barli'q sywretlerde de kerri kontrastli'q sywretler keltirigen). Spontanli'q polarizaciya bag'i'ti' bolg'an [001] bag'i'ti' vertikal bag'i'tqa sa'ykes keledi. Kristalli'q ylginin' sywretlerindeki o'zgerislerdin' 124 – 123,5 K temperaturalari'nda ylginin' strukturali'q defektleri ko'birek bolg'an ushastkalari'nda baslanatug'i'nli'g'i' ko'rinip tur. Ylginin' temperaturasi'n ele de to'menletiw baqlanatug'i'n sywrettin' ani'qli'g'i'ni'n' to'menlewine ali'p keledi. 123 K temperaturada ali'ng'an topogrammada ylginin' ekilengen sywreti ori'n aladi'. Temperatura bunnan bi'lay to'menlegende ylgilerdin' sywretinde [001] kristallografiyali'q bag'i'ti'na parallel bolg'an bir birine parallel jolaqlar payda boladi'. Ekige aj'i'ralg'an sywrettin' ha'r bir qurawshi'si'ni'n' o'lshemleri ylginin' fazali'q o'tiwge shekemgi o'lshemlerine saykes keledi. Temperatura to'menlegendeki rentgen topogrammasi'ndag'i' baqlang'an o'zgerisler temperatura joqari'lag'anda kerri ta'rtipte boli'p o'tedi. Bul jag'day 3.3-sywrette ani'q ko'rinip tur. Kristalli'q ylginin' temperaturasi'n qaytadan to'menletsek ha'm bunnan keyin joqari'latsaq birinshi salqi'nlati'w menen qi'zdi'ri'wda boli'p o'tken o'zgerisler barli'q detallari'na shekem toli'g'i' menen qaytalanadi'. Basqa segnetoelektriklerde baqlang'an tap usi'nday qubi'li'sti' geypara avtorlar domenlik este saqlaw dep ataydi'.

Kristaldi'n' (001) kesiminen de topogrammalar tysirildi. Bunday topogrammalarda segnetoelektriklik fazali'q o'tiwlerde hesh qanday o'zgerisler baqlanbadi'. (100) kesiminen tysirilgen topogrammalarda da (001) kesiminen tysirilgen topogrammalardag'i'day hesh qanday o'zgerisler baqlang'an joq.

Joqari'da atap o'tilgenindey, tetragonalli'q  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'nda fazali'q o'tiwde (100) ha'm (010) koordinatali'q tegisliklerindeki dvoynikleniw din' na'tiyjesinde orientaciyali'q hallardi'n' eki  $A^+A^-$  ha'm  $V^+V^-$  juplari'ni'n' payda bolatug'i'nli'g'i' atap o'tilgen edi. Bunday jag'dayda tetragonalli'q F pa'njereni alganda to'mendegidey qatnaslardi'n' ori'n alatug'i'nli'g'i'na an'sat ko'z jetkiziwge boladi':  $(100)_A^+ \parallel (010)_V^-$ ;  $(010)_A^- \parallel (100)_V^+$  ha'm  $[001]_A^+ \parallel [001]_B^+ \parallel [001]_A^- \parallel [001]_B^-$ .  $(100)_A^+$  ha'm  $(010)_A^-$  [yamasasi  $(100)_V^+$  ha'm  $(010)_V^-$ ] tegislikleri arasi'ndag'i' myyeshtin' ma'nisi dvoynikleniw myyeshinin' ma'nisine ten' [Tetragonalli'q kristallar ushi'n kristalli'q pa'njereni qaptaldan oraylasqan dep alatug'i'n bolsaq (yag'ni'y oni' F-ustanovkada deymiz) {100} tegislikleri (100) ha'm (010) indekslerine iye boladi']. Bul mag'li'wmatlar fazali'q o'tiwde da'slepki tetragonalli'q modifikaciyalari'ni'n' kristallografiyali'q tegisliklerinin' tegisliklerdin'

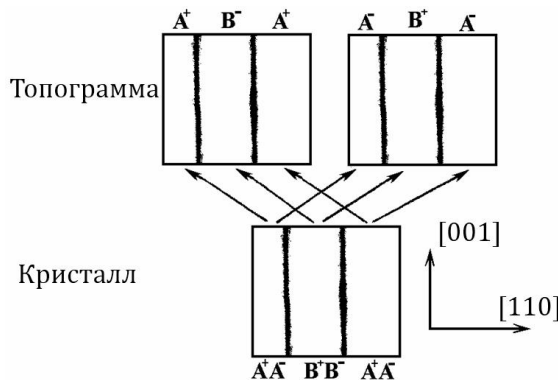
eki sistemasi'na aji'ralatug'i'nli'g'in bildiredi. Bul tegislikler da'slepki pa'njerege sali'strg'anda o'zlerinin' orientაციyaları' (bag'i'tlari') menen ayri'ladi'. Usi'ni'n' menen bir qatarda ortorombali'q faza ushi'n  $d_{(100)}$  ha'm  $d_{(010)}$  tegislikleri arasi'ndag'i' qashi'qli'qti'n' eki tyrli ekenligi o'zine di'qqat awdaradi' [ $d_{(100)} - d_{(010)} = 0.08 \text{ \AA}$ ]. Usi'nday ayi'rmani'n' bar boli'wi'ni'n' saldari'nan  $\text{CuK}_\alpha$  nurlani'wi'n paydalang'anda  $\theta_{(200)}$  difrakciyali'q myyeshi  $\theta_{(020)}$  difrakciyali'q myyeshinen 8 myyeshlik minutli'q ayi'rmag'a iye boladi'.



3-5 sywret.  
 $\text{KH}_2\text{PO}_4$   
 kristallari'ni'n' (110)  
 tegisliginen ali'ng'an  
 rentgen  
 topogrammali'ri'  
 (indeksler  
 tetragonalli'q  
 modifikaciya'g'a  
 tiyisli). Cifralar  
 absolyut  
 shkaladag'i'  
 temperaturalardi'  
 an'latadi'. On'  
 ta'reptegi  
 bag'analarda  
 keltirilgen  
 topogrammalar  
 salqi'nlati'wdi'n'  
 bari'si'nda, al shep  
 ta'reptegi  
 bag'anadag'i'  
 topogrammalar  
 ylgini qi'zdi'rg'anda  
 ali'ng'an (sywrettegi  
 kontrastlar keru).

Endi domenler arasi'ndag'i' buri'li'w myyeshlerinin' bar ekenliginin' ha'm kristallografiyali'q tegislikler arasi'ndag'i' qashi'qli'qlardag'i' ayi'rmani'n' bar

boli'wi'ni'n' myyeshlik skannerlew usi'li'nda kristaldi'n' topografiyali'q sywretine qanday ta'sirinin' bar ekenligin qarap shi'g'ami'z. Geometriyali'q analiz kristall bir birinen tek kristallografiyati'q tegislikleri arasi'ndag'i' qashi'qli'qti'n' shamasin' menen ayri'latug'i'n' fragmentlerge bo'lingende ali'natug'i'n' topogrammalardi'n' tyrinin' o'zgerissiz kalatug'i'nli'g'i' ko'rsetedi. Bul kristaldi'n' betinin' ha'r qi'yli' bo'limlerinin' waqi'tti'n' ha'r qi'yli' momentlerinde qa'liplesetug'i'nli'g'i'na baylani'sli'. Kristaldi'n' kishi  $d$  g'a iye bo'liminin' topografiyali'q sywreti ( $d$  arqali' kristallografiyali'q tegislikler arasi'ndag'i' qashi'qli'q belgilengen) difrakciyali'q myyeshstin' y'ken ma'nislerinde qa'liplesedi. Usi'ni'n' menen y'ken  $d$  larg'a iye ushastkalar ushi'n keru tasti'yi'qlaw duri's boladi' (yag'ni'y kishi difrakciyali'q myyesh sa'ykes keledi). Usi'ni'n' na'tiyjesinde kristalli'q y'lginin' mayi'spag'an topografiyali'q sywreti ali'nadi'. Al rentgen nurlari'n shashi'rati'wshi' tegislikler bir birine sali'sti'rg'anda bazi' bir myyeshlerge buri'lg'an jag'daylarda pytkilley basqa situaciya ori'n aladi' Ekige aji'ralg'an sywret  $[001]$  ko'sherinin' bag'i'ti'nda bazi' bir  $\varphi$  myyeshine buri'lg'an kristallografiyali'q tegisliklerdin' eki sistemasi'ni'n' payda boli'wi' menen baylani'sli' boli'p shi'g'adi'. Bul jag'day 3.6-sywrette tysindirilgen.



3.6-sywret.  
Segnetoelektriklik fazali'q o'tiwidin' saldari'nan  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'ni'n'  $(110)$  kesiminin' topografiyali'q sywretinin' peki qurawshi'g'a ayri'latug'i'n' tysindiriw ushi'n arnalg'an sywret.

$\varphi$  myyeshinin' ma'nisin' ani'qlaw ushi'n eki qurawshi'g'a aji'ralg'an sywrettin' bir birine sa'ykes keliwshi noqatlari' arasi'ndag'i' qashi'qli'q universalli'q o'lshevwshi mikroskop UIM-23 tin' ja'rdeminde  $\pm 0.5$  mm da'llikte o'lsheydi. Bunday jag'dayda myyeshlik skannerlew usi'li' ushi'n  $\varphi = \arctg(L/2d)$  formulasi' menen ani'qlanatug'i'n' izlenip ati'rg'an myyeshstin' shamasini'n' da'lligi  $\pm 1$  myyeshlik minut shamasina jetkerildi. Topogrammlardi' o'lshewdin' na'tiyjesinde 24 - 26' ma'nisi ali'ndi'. Bul shama  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'ndag'i' ekileniw myyeshinin' ma'nisine sa'ykes keledi. Ali'ng'an na'tiyjelerdin' tiykari'nda  $(110)$  kesiminin' topografiyali'q sywretinin' ekileniwi (eki qurawshi'g'a aji'rali'wi')  $[001]$  ko'sheri do'geresinde bir birine sali'sti'rg'anda 24 - 26' shamasni' buri'lg'an domenlerdin' eki sistemasi'ni'n' payda boli'wi'na baylani'sli' dep atsti'yi'qlay alami'z.

$[001]$  ko'sheri bag'i'ti'ndag'i' kontrastli'q jolaqlar topografiyali'q sywretlerde 0,5 - 1 mm qashi'qli'qtan keyin qaytalanadi'. Sonli'qtan olardi' segnetoelektriklik domenler arasi'ndag'i' shegara menen baylani'sti'ri'wg'a bolmaydi' [ $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'ndag'i' domenlerdin' qalinli'g'i'ni'n' shama menen  $(2-3) \cdot 10^{-4}$  cm ekenligin eske tysiremiz]. Bul jag'day kontrastli'q jolaqlardi'  $A^+A^-$  ha'm  $B^+B^-$  polidomenlik kompleksler arasi'ndag'i' shegaralar menen baylani'sli' dep boljawg'a mymkinshilik beredi. Bunday jag'dayda bir biri menen kogerentli baylani'sqan eki domenlik

arasi'ndagi' kristalli'q oblast mayi'sadi', al bul jag'day ekstinkciya effektinin' ha'lsirewine ha'm ylginin' shashi'rati'wshi'li'q qa'biletliginin' joqari'lawi'na ali'p keledi. Bul jag'daydi' to'mendegidey tallawdi'n' ja'rdeminde ko'rsetiwge boladi'.

Strukturali'q analizde qurami'nda strukturali'q defektlerge iye a'dettegidey kristallardi' mozaykali' kristallar, al strukturali'q dfektlerge iye emes quri'li'si' jetilisen kristallardi' ideal kristallar (idealli'q kristallar) dep ataydi'. Usi' atamalrdi' paydalang'an halda biz paraelektriklik haldagi' tetragonalli'q  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'n sali'sti'rmali' tyrde ideal kristallar, al segnetofazadagi' ortorombali'q kristallardi' mozaykali'q kristal dep ataymi'z. Segnetoelektriklik  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'ndagi' strukturali'q defektler polidomenlik kompleksler arasi'ndagi' shegarada toplang'an ha'm olar rentgen topogrammalari'nda kontrastli' jolaqlardi' payda etedi dep esaplaymi'z.

Kristaldi'n' ko'lem birliginin' polyarizaciyalanbag'an rentgen nurlari' ushi'n integralli'q shashi'rati'w qa'biletligi  $Q$  mozaykali'q kristallar (strukturali'q defektlerge iye haqi'yqi'y kristallar) ushi'n

$$\rho_{moz} = \frac{N^2 \lambda^3}{2\mu} \left( \frac{e^2}{mc^2} \right)^2 |F_{hkl}|^2 \frac{1 + \cos^2 2\theta}{2 \sin 2\theta} \quad (16.1)$$

formulasi'ni'n' ja'rdeminde ani'qlanadi'. Bul an'latpada  $\frac{e^2}{mc^2} = 2,81794 \cdot 10^{-13}$  sm arqali' elektronni'n' klassikali'q radiusi' belgilengen.  $N$  arqali' ko'lem birligindegi elementar quti'shalardi'n' sani' belgilengen. Bul kuti'shalardi'n' ha'r biri  $F_{hkl}$  strukturali'q faktori'na iye boladi'.  $\mu$  arqali' kristaldi'n' tolqi'n uzi'nli'g'i  $\lambda$  bolg'an tolqi'nlar ushi'n si'zi'qli' juti'w koefficienti belgilengen. Bizin' boljawi'mi'z boyi'nsha polidomenlik kompleksler arasi'ndagi' shegarani'n' integralli'q shapshi'rati'w qa'biletligi (16.1)-formulani'n' ja'rdeminde esaplanadi'. Bul an'latpada al  $N$  arqali' kristaldi'n' ko'lem birligindegi elementar quti'shalardi'n' sani' belgilengen. Tap usi' formula strukturasi'nda defekleri joq jetilisen ideal kristallar (biz qarap ati'rg'na jag'dayda  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'ni'n' paraelektriklik fazasi') ushi'n bi'layi'nsha jazi'ladi':

$$\rho_{ideal} = \frac{8N\lambda^2}{3\pi} \frac{e^2}{mc^2} F_{hkl} \frac{1 + |\cos 2\theta|}{2 \sin 2\theta}. \quad (16.2)$$

Eki formulada da  $\theta$  arqali' Vulf-Breggler myyeshi (Breggler myyeshi) belgilengen.  $F_{hkl}$  strukturali'q faktor o'z ishine ji'lli'li'q terbelislerin de aladi' ha'm

$$F_{hkl} = \sum_j f_j e^{-M_j} e^{2\pi i \left( \frac{hx_j}{a} + \frac{ky_j}{b} + \frac{lz_j}{c} \right)}$$

tyrinde jazi'ladi' dep boljadi'q. Bul an'latpada  $x_j$ ,  $y_j$  ha'm  $z_j$  arqali' elementar quti'shadagi'  $j$  – atomni'n' ortasha ornini'n' koordinatalari' belgilengen.  $M_j$  arqali' temperaturali'q ko'beytiwshi belgilengen.

Biz Mathematica 9 paketinin 'ja'rdeminde (16.1)-an'latpani' (16.2)-an'latpag'a bo'lemiz ha'm na'tiyjede mi'naday an'latpani' alami'z:

$$\frac{3e^2 F_{hkl} N^2 \pi \lambda^3 (3 + \text{Cos}[4\theta]) \text{Sec}[\theta]^2}{64c^2 m N \Lambda^2 \mu} = \frac{3F_{hkl} N \pi \lambda (3 + \text{Cos}[4\theta]) \text{Sec}[\theta]^2}{64\mu} \frac{e^2}{mc^2}.$$

Biz  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari' ushi'n strukturali'q faktor  $F$  tin' ma'nisin eki jol menen ali'wi'mi'z mymkin. Birinshi joli' Benjamin Frazar menen Ray Pepinski din' "X-ray Analysis of the Ferroelectric Transition in  $\text{KH}_2\text{PO}_4$ " atamasi'ndag'i' 1953-ji'li' Acta Crystallography jurnali'ni'n' 6-tomi'ni'n' 273-285 betlerindegi mag'li'wmatlardan paydalani'wi'mi'z mymkin [32]. Ekinshi biz qollang'an jol Rentgen kristallografiyasi' ushi'n Xali'q arali'q kestelerdin' I tomi'nan paydalani'wi'mi'z mymkin (International Tables for X-Ray Crystallography, Vol. I. 1969. 558 p.) [56]. Oni'n' bizin' esaplawlari'mi'z ushi'n za'ryrli bolg'an 398-betinin' fragmentinin' sywreti 3.7-sywrette berilgen. Bul derekten biz  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari' ushi' strukturali'q faktor  $F$  ushi'n berilgen formulani' alami'z. Bunnan keyin bul formulag'a bir elementar quti'shag'a tiyisli barli'q kaliy, vodorod, fosfor ha'm kislrod atomlari'ni'n' koordinatalari'n Benjamin Frazar menen Ray Pepinski din' joqari'da keltirilgen maqalasi'nan qoyami'z ha'm na'tiyjelardi Mathematica 9 programmalaw peketinin' ja'rdeminde esaplaymi'z. Na'tiyjede tetragonalli'q (220) shag'i'li'si'wi' ushi'n  $F = 45$  shamasi'n alami'z. Sonli'qtan  $F = 45$ ,  $N = 2.510^{21} \text{ sm}^{-3}$ ,  $I = 1.5418 \text{ A}$ ,  $m = 170 \text{ sm}^{-1}$  i  $q = 17^0$  ekenlini esapqa ali'p  $I_m / I_i = 11,8$  ekenligine iye bolami'z. Bul ten'likte  $I_m$  arqali' mozaikali' kristaldi'n' shag'i'li'sti'ri'w intensivligi, al  $I_i$  arqali' ideal jetilisken kristaldi'n' shag'i'li'sti'ri'w intensivligi belgilengen.

*Fdd2*

$C_{2v}^{19}$

No. 43

Origin on 2.  $(0,0,0; 0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}; \frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}; \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0) + |x,y,z; \bar{x},\bar{y},z; \bar{x},\bar{z},y; \bar{x},z,\bar{y}; \bar{z},x,\bar{z},y; \bar{z},y,\bar{x},z|$

$$A = 8 \cos 2\pi \frac{h+l}{4} \cos 2\pi \frac{k+l}{4} \left\{ \cos 2\pi \frac{h-k}{4} \cos 2\pi (hx+ky) \cos 2\pi lz + \cos 2\pi (hx-ky) \cos 2\pi \left( lz - \frac{l}{4} \right) \right\}$$

$$B = 8 \cos 2\pi \frac{h+l}{4} \cos 2\pi \frac{k+l}{4} \left\{ \cos 2\pi \frac{h-k}{4} \cos 2\pi (hx+ky) \sin 2\pi lz + \cos 2\pi (hx-ky) \sin 2\pi \left( lz - \frac{l}{4} \right) \right\} = 0 \text{ if } l=0$$


---


$$\begin{array}{l} |F(hkl)| - |F(\bar{h}\bar{k}l)| = |F(h\bar{k}l)| - |F(hk\bar{l})| = |F(hkl)| - |F(hkl)| \\ \left. \begin{array}{l} h+l = 2n, k+l = 2n \quad A = 16 \cos 2\pi hx \cos 2\pi ky \cos 2\pi lz \quad a(hkl) = -a(\bar{h}k\bar{l}) = a(h\bar{k}l) = -a(hk\bar{l}) \\ h+k+l = 4n \quad B = 16 \cos 2\pi hx \cos 2\pi ky \sin 2\pi lz \\ h+l = 2n, k+l = 2n \quad A = 8 [\cos 2\pi (hx+ky) \cos 2\pi lz - \cos 2\pi (hx-ky) \sin 2\pi lz] \quad a(hkl) = -a(\bar{h}k\bar{l}) \\ h+k+l = 4n+1 \quad B = 8 [\cos 2\pi (hx+ky) \sin 2\pi lz + \cos 2\pi (hx-ky) \cos 2\pi lz] \quad a(hkl) = \pi/2 \\ (h, k, l \text{ all odd. Note. If } h+k+l=4n+1, \text{ then } -h-k-l=4n+3, \text{ etc.}) \quad a(hkl) = \pi/2 = -a(\bar{h}k\bar{l}) \\ h+l = 2n, k+l = 2n \quad A = -16 \sin 2\pi hx \sin 2\pi ky \cos 2\pi lz \quad a(hkl) = -a(\bar{h}k\bar{l}) = \pi + a(hk\bar{l}) \\ h+k+l = 4n+2 \quad B = -16 \sin 2\pi hx \sin 2\pi ky \sin 2\pi lz \quad = \pi + a(hk\bar{l}) = -a(\bar{h}k\bar{l}) \\ A = B = 0 \text{ if } h=0 \text{ or } k=0 \end{array} \right\} \\ \left. \begin{array}{l} h+l = 2n, k+l = 2n \quad A = 8 [\cos 2\pi (hx+ky) \cos 2\pi lz + \cos 2\pi (hx-ky) \sin 2\pi lz] \quad a(hkl) = -a(\bar{h}k\bar{l}) \\ h+k+l = 4n+3 \quad B = 8 [\cos 2\pi (hx+ky) \sin 2\pi lz - \cos 2\pi (hx-ky) \cos 2\pi lz] \quad a(hkl) = \pi/2 \\ (h, k, l \text{ all odd. Note. If } h+k+l=4n+3, \text{ then } -h-k-l=4n+1, \text{ etc.}) \quad a(hkl) = \pi/2 = -a(\bar{h}k\bar{l}) \\ h+l = 2n+1 \text{ or } k+l = 2n+1 \text{ (indices mixed even and odd)} \quad A = B = 0 \end{array} \right\} \end{array}$$

$$\rho(XYZ) = \frac{8}{V_c} \left\{ \sum_{h=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{h+k+4n} F(hkl) \cos 2\pi hX \cos 2\pi kY \cos [2\pi lZ - a(hkl)] - \sum_{h=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{h+k+4n+2} F(hkl) \sin 2\pi hX \sin 2\pi kY \cos [2\pi lZ - a(hkl)] \right\} + \frac{4}{V_c} \left\{ \sum_{h=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{h+k+4n+1} F(hkl) [\cos 2\pi (hX+kY) \cos [2\pi lZ - a(hkl)] - \cos 2\pi (hX-kY) \sin [2\pi lZ - a(hkl)]] + \sum_{h=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{h+k+4n+3} F(hkl) [\cos 2\pi (hX+kY) \cos [2\pi lZ - a(hkl)] + \cos 2\pi (hX-kY) \sin [2\pi lZ - a(hkl)]] \right\}$$

3-7 sywret.

Rentgen kristallografiyasi'ni'n' xali'q arali'q kestesindegi  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'ni'n' segnetoelektriklik ortorombali'q fazasi'na sa'ykes keliwshi difrakciyalı'q maksimumlardi' ani'qlaytug'i'n strukturali'q faktor  $F$  penen elektronli'q ti'g'i'zli'q  $\rho(X, Y, Z)$  funkciyalari' ushi'n jazi'lg'an an'latpalar.

Solay etip mozaikali'  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'ni'n' (220) difrakciyalı'q maksimumi' ushi'n espalang'an shag'i'li'sti'ri'w intensivligi ideal jetilisken  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'ni'n' shag'i'li'sti'ri'w intensivligin 11,8 ese joqari' boli'wi'ni'n' kerek ekenligin ko'rsetti. Ali'ng'an topogrammalardag'i' difrakciyalı'q daqti'n'

intensivliklerin fotometrdirin' ja'rdeminde o'lshevi ylginin' difraktsiyali'q sywretinin' ha'r ki'yli' oblastlari'ni'n' intensivliginin' bir birinen 2 – 8 ese ayri'latug'i'nli'g'in ko'rsetti. Demek eksperimentte ali'ng'an na'tiyjeler menen bizin' espalawlari'mi'zdi'n' na'tiyjeleri bir birine qayshi' kelmeidi eken.

Ali'ng'an na'tiyjeler tiykari'nda biz to'mendegi jag'daylardi' tasti'yi'qlay alami'z:  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'ni'n' (110)-kesiminin' segnetoelektriklik fazali'q o'tiwidin' na'tiyjesindeki tyrinin' o'zgerisleri eki polidomenlik komplekslerdin' payda boli'wi'na sa'ykes keledi. Bunday jag'dayda  $A^+$  ha'm  $A^-$  qurawshi'lari' orientatsiyalari' dvoynikleniw muyeshine ayri'latug'i'n kristallografiyalik tegisliklerdin' eki sistemasi'n ani'qlaydi'. Razorientatsiyalardi'n' bar boli'w sebebinen  $A^+$  qurawshi'si' bir sywretti, al  $A^-$  qurawshi'si' ekinshi sywretti payda etiw ushi'n qatnasadi'. Al  $B^+B^-$  orientatsiyali'q hallardi'n' jubi' ushi'n keru ta'rtiptegi tasti'yi'qlaw duri's -  $B^+$  qurawshi'si' ekinshi sywretti, al  $B^-$  qurawshi'si' birinshi sywretti payda etiwge qatnasadi'. Usi'g'an baylani'sli' 3-6 sywrette keltirilgen situatsiya ori'n aladi'.

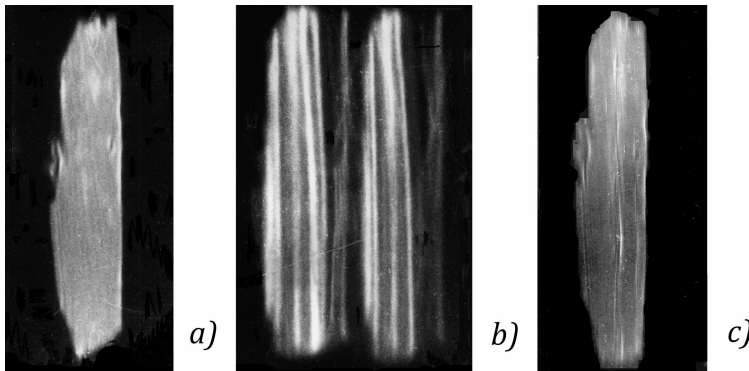
Endi (001) ha'm (100) kesimlerinin' (yag'ni'y usi'nday kristallografiyalik tegislikler semeystvosi'na parallel etip kesip ali'ng'an juqa tegis-parallel ylgiler haqqi'nda ga'p etilip ati'r) topografiyalik sywretlerinin' fazali'q o'tiwidin' bari'si'nda nelikten o'zgeriske ushi'ramaytug'i'nli'g'in tysindiriwge boladi'. (001) tegisligi {100} tegislikterindeki dvoynikleniw processine karata invariant tegislik boli'p tabi'ladi'. Sonli'qtan segnetoelektriklik fazali'q o'tiw oni'n' orientatsiyasi'ni'n' o'zgeriwine ali'p kelmeidi. Al (100) kesiminde bolsa fazali'q o'tiwidin' saldari'nan payda bolg'an domenler sistemasi' ylginin' betine parallel boli'wi' kerek.

Ha'r qi'yli' ylgilerde o'tkerilgen eksperimentler polidomenlik komplekslerdin' o'lshemlerinin' 2 - 3 mm ge shekem jetetug'i'nli'g'in ko'rsetti. Polidomenlik kompleksler arasi'ndagi' kernewli ushastkalardi'n' qali'nli'g'i' 400-500 mkm shamasina jetedi. Usi' jag'dayga baylani'sli' biz a'hmiyetli juwmaq shi'garami'z:  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'ndagi' derlik nollik ko'lemlik effekt penen o'tetug'i'n segnetoelektriklik fazali'q o'tiwidin' na'tiyjesinde martensitik relief payda boladi'. Bul relief polidomenlik kompleksler arasi'ndagi' shegaradagi' kristaldi'n' ekstinktsiyali'q qa'siyetinin' o'zgerisleri menen baylani'sli'.

Kristallardi'n' temperaturasi'n joqari'latqanda segnetoelektriklik ortorombali'q fazadan qaytadan paraelektriklik tetragonalli'q fazaga o'tiw ori'n aladi'. Bunday jag'dayda da'slepki paraelektriklik fazani'n' topografiyalik sywreti toli'g'in menen tiklenedi. Bul fazali'q o'tiwlerdin' bari'si'nda (temperaturani' to'menletkende ha'm temperaturani' joqari'latqanda) kristalda sezilerliktey elastik deformatsiyani'n' bolmaytug'i'nli'g'inan derek beredi. Al kristaldi'n' temperaturasi'n ekinshi ret to'menletkende qaytadan birinshi retki jag'daydag'i'day topografiyalik sywrettin' ali'ni'wi' kristaldi'n' polidomenlik modifikatsiyasi'ni'n' substrukturasi' haqqi'nda "este saqlaw" qa'biletliginin' bar ekenligin ko'rsetedi. Bul "este saqlaw" qa'biletliginin' en' itimal sebebi kristalda strukturalik defektlerdin' orni'qli' sistemasi'ni'n' bar ekenliginen derek beredi. Bul defektler sistemasi' fazali'q o'tiwlerdegi kristalli'q pa'njerenin' qayta qurili'w processinin' jollari'n ani'qlaydi'. Biraq eksperimentler bari'si'nda fazali'q o'tiw noqati' a'tirapi'nda ko'p qaytara o'tkerilgen eksperimentlerdin' na'tiyjesinde segnetoelektriklik fazadagi'i'

ekstinkciyaliq kontrastti'n' a'ste-aqiri'nliq penen o'siwi baqlandi' (3.8-sywret). Usi'ni'n' menen birge 110-130 K temperaturalar a'tirapi'nda 30-50 ret islengen salki'nlati'w-qi'zdi'ri'w cikllerenin keyin [001] bag'i'ti'nda sozi'lg'an kontrastli'q si'zi'qlardi'n' fazali'q o'tiw noqati'n' joqari' temperaturalarda da baqlanatug'i'nli'g'i' ani'qlandi' (3-8 a sywret penen 3-8 b sywretlerdi sali'sti'ri'n'i'z). Bul mag'li'wmatlar polidomenlik kompleksler arasi'ndag'i' shegarada kristalli'q strukturani'n' defektlerinini' a'stelik penen ji'ynalatug'i'nli'g'i'n ayqi'n ko'rsetedi. Usi' jag'dayg'a baylani'sli' ayi'ri'm avtorlari'ni'n'  $T_c$  noqati'ni'n' a'tirapi'nda ko'p sanli' salqi'nlati'w menen qi'zdi'ri'wlardi'n' na'tiyjesinde kristalli'q ylgilerdin' qi'yrawi'ni'n' domenlerge baylani'sli' degen tasti'yi'qlawi'ni'n' duri's emes ekenligin atap o'temiz. Payda bolg'an defektler sistemasi' orni'qli' emes boli'p shi'qti'. Ylgiler eki ay dawami'nda o'jire temperaturasi'nda saqlang'anda payda bolg'an kristalli'q pa'njerenin' defektleri toli'g'i' menen jog'aldi'.

Strukturali'q fazali'q o'tiwidin' saldari'n' kristalli'q pa'njerenin' defektlerinini' payda boli'wi' tiykari'ndan qatti' denelerdin' (kristalli'q denelerdin') ha'r qi'yli' fazalari' arasi'ndag'i' shegarada mexanikali'q kernewlerdin' payda boli'wi' menen baylani'sli' ekenligi belgili.  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'nda bolsa defektlerdin' payda boli'wi' polidomenlik kompleksler arasi'ndag'i' shegarada, yag'ni'y mexanikali'q kernewler en' y'ken bolg'an ushastkalarda payda boladi'. Sonli'qtan ko'p qaytara fazali'q o'tiwlerde defektlerdin' payda boli'wi' kernewlerdin' relaksaciyasi'na ha'm usi'g'an sa'ykes kristaldi'n' termodinamikali'q xarakteristikalari'ni'n' o'zgeriwine ali'p keledi.



3.8-sywret.  
 $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristalli'ni'n' (110)  
 kesiminen ali'ng'an  
 rentgentopografiyali'q  
 sywretler.  
 a) parafazada, 125 K;  
 b) segnetofazada, 115 K;  
 s) fazali'q aylani's noqati'  
 a'tirapi'nda 115-130 K  
 temperaturalar intervali'nda  
 ko'p sanli' salqi'nlati'w-  
 qi'zdi'ri'w cikli'nan keyin.

Ali'ng'an na'tiyjeler tiykari'nda biz mi'naday juwmaqlardi' shi'g'arami'z: Segnetoelektriklik  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'nan tysirilgen topogrammalar (100) ha'm (010) kristallografiyali'q tegisliklerindeki dvoynikleniw ori'n alatug'i'n kristallgeometriyali'q sxemag'a sa'ykes keledi Usi'ni'n' saldari'nan segnetoelektriklik fazali'q o'tiwde bir biri menen kogerentli baylani'sqan domenler kompleksleri arasi'ndag'i' shegaralarda eni 400 mkm shamasi'ndag'i' kristalli'q pa'njerenin' mayi'sqan oblastlari' payda boladi'. Ylgilerdin' polidomenlik (segnetoelektriklik) modifikaciyasi'ni'n' strukturasi' kristall ta'repinen "este saqlanadi'" ha'm strukturali'q o'zgerisler (kristalli'q pa'njerenin' qaytadan

quri'li'wlari') kristalli'q pa'njerenin' orni'qli' emes strukturali'q defektlerinin' payda boli'wi' menen o'tedi.

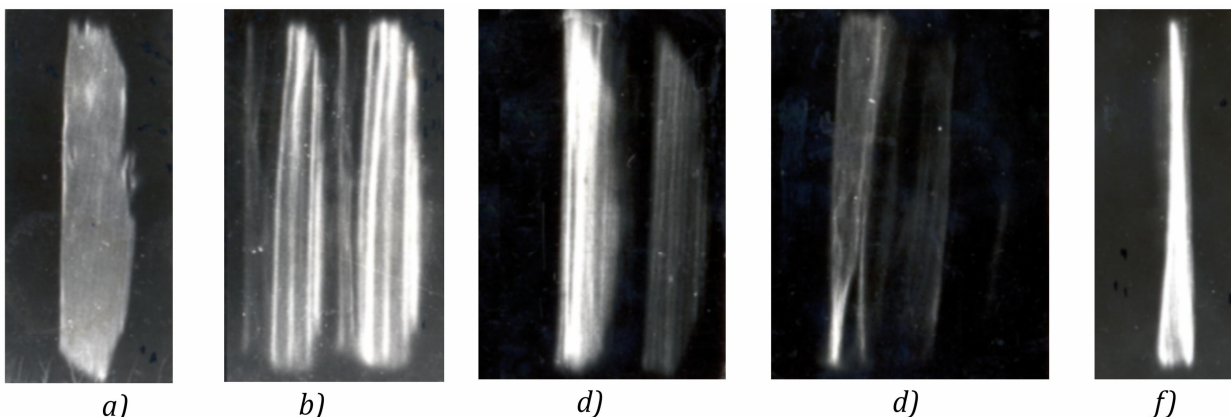
### 17-§. Elektrik monodomenizaciya menen baylani'sli' bolg'an formani' este saqlaw effekti

Endi  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'nda kernewligi 6 kv/sm ge shekemgi statikali'q elektr maydanlari'ni'n' ta'sirinde jyzege keletug'in strukturali'q processlerdi qaraymi'z. Elektr maydani'ni'n' kernewliginin' usi'nday ma'nislerinde bunday kristallarda toli'q monodomenlesiwidin' orni' ali'wi' sha'rt [51].

Elektr maydani'n izeptleniwshi ylgige tysiriw ushi'n URNT-180 kriostati'ni'n' metall ylgı uslag'i'shi' eboni tten islengen ylgı usali'g'i'shqqa almasti'ri'ldi'. Bul ylgı uslag'i'shqqa elektr kondensatori'ni'n' astarlari'ni'n' ori'nleri'n iyelewi ushi'n alyuminiyden yamasa mi'stan islengen plastinkalar ornati'ldi'. Turaqli' potenciallar ayi'rmasi' VS-22 tuwri'lag'i'shi'ni'n' ja'rdeimnde berildi. Bunday sxema 110-300 K temperaturalari'nda 5 kv/sm shekemgi kernewlerde rentgentopografiyali'q eksperimentlerdi o'tkeriwge mymkinshilik berdi.

Eksperimentlerdi o'tkeriw ushi'n (110) kesimindegi qali'n'li'n'i' 1-22 mm bolg'an plastinka ta'rizli ylgiler kesip ali'ndi'. Ylgilerdin' betinin' maydani' joqari'dag'i' paragrafta keltirildi.

3-9 sywrette segnetoelektriklik  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'ndag'i' elektr maydani' tysirilgende substrukturali'q o'zgerisler keltirilgen. Bul rentgentopografiyali'q sywretlerde 1 kv/sm a'tirapi'ndag'i' kishi kernewlerde  $A^+$  ha'm  $V^+$  (yamasa  $A^-$  ha'm  $V^-$ ) orientaciyali'q hallarg'a sa'ykes keliwshi fragmentlerdin' kontrasti'ni'n' ylkeygeni ani'q ko'rinedi. Maydanni'n' kernewliginin' bunnan bi'lay o'skeninde eki sywretti bir sywretke qosi'li'wi' ori'n aldi'. Bul jag'day rentgen nurlari'n shashi'rati'wshi' tegisliklerdin' orientaciyalari'ni'n' (bag'i'tlari'ni'n') o'zgergenligin bildiredi. Maydanni'n' kernewligin 4 kv/sm den 7 kv/sm ge shekem ylkeytiw topogrammalardi'n tyrinin' o'zgeriwine ali'p kelmedi. Monodomenlestirilgen kristaldi'n sywretinin' paraelektriklik halda turg'an ylginin' sywretinen ylken ayi'rmag'a iye ekenligin an'g'arami'z. Si'rtqi'n elektr maydani'ni'n' bag'i'ti'n qaramaqarsi' bag'i'tqa o'zgeratkende ylginin' topografiyali'q sywreti paraelektrik modifikaciyanin'  $\langle 110 \rangle$  bag'i'ti'nda sozi'ladi'.



3-9 sywret. Spontan polyarizaciya bag'i'ni'da tysirilgen statikali'q elektr maydani'ni'n ta'sirindegi  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'ndag'i' substrukturali'q o'zgerisler.

3-9 f sywret aldi'n-ala 10 qaytara fazali'q o'tiwdi basi'nan keshirgen ylgiden ali'ng'an. 4 kv/sm shamasi'na ten' kernew tysirilgende sywrettin' [001] bag'i'ti'ndag'i' fokusleniwinin' ori'n alatug'i'nli'gi' ko'rinip tur. Si'rtqi' maydanni'n'bag'i'ti'n qarama-qarsi' bag'i'tqa o'zgerkende sywrettin' kerri fokusleniwidin' ori'n alatug'i'ni', yag'ni'y kristalli'q ylginin' kerri bag'i'ttag'i' iymeyiwinin' ori'n alatug'i'nli'gi' ani'qlandi' (3-9 d sywret). O'lshevwler iymeygen ylgilerdin' iymeklik radiusi'ni'n' shama menen 30 sm ge ten' ekenligin ko'rsetti.

Elektr maydani' joq o'shirilgende ylgilerdin' iymeygen hali' toli'q saklandi' (biz eksperimentlerdin' 10 saatqa shekem dawam etkenligin atap o'temiz). Kristalli'q ylgilerdi  $T_c = -151^\circ\text{C}$  temperaturasi'nan joqari' temperaturag'a qi'zdi'rg'anda ylgilerdin' da'slepki formasi'ni'n' toli'g'i' menen qayta tiklenetug'i'nli'g'i' ani'qlandi'. Bul qubi'li'sti' fizika iliminde formani' este saqlaw effekti dep ataydi' (effekt pamyati formi') [57-60]. Qaytadan salqi'nlati'wdi'n' na'tiyjesinde segnetoelektriklik ylginin' elektr maydani' tysirilместen buri'ng'i' rentgentopografiyali'q sywreti tiklendi. Elektr maydani' menen ciklew (ko'p sanli' qaytadan polyarizaciya) ylginin' formasi'ni'n' ciklli' tyrde o'zgeriwine ali'p keldi. Usi'ni'n' saldari'nan termocikllawdi'n' na'tiyjesinde ali'ng'anday martensitlik relef ko'p sanli' elektrlik monodomenizaciyanin' na'tiyjesinde de ali'ndi'. Ylgilerdin' ko'pshiligi si'rtqi' elektr maydani'ni'n' bag'i'ti'n 20-30 ret o'zgerkenden keyin zonasi'ni'n' ko'sheri [001] bolg'an tegislikler boyinsha si'ndi'. Biz bul jerde bunday tegisliklerdin' domenler arasi'ndag'i' shegarag'a emes, al polidomenlik kompleksler arasi'ndag'i' shegarag'a sa'ykes keletug'i'nli'g'in' atap o'temiz (usi'nday qubi'li'sti' baqlag'an [61] jumi'sti'n' avtorlari' ylgilerdin' si'ni'w tegisligi domenler arasi'ndag'i' shegarag'a sa'ykes keledi dep duri's emes na'tiyjege kelgen edi).

Bunnan keyin kernewligi 4 kv/sm bolg'na maydandag'i' segnetoelektriklik fazali'q o'tiwdi baqlaw qi'zi'qli' eksperimentlerdin' birine aylandi'. Eksperimentler ylgilerdin' fazali'q o'tiw bari'si'nda iymeyetug'i'nli'g'in' ko'rsetti. Ylgilerdi  $T_c$  temperaturasi'nan joqari' temperaturag'a qi'zdi'rg'anda kristaldi'n' formasi'ni'n' toli'q qayta tikleniwi ori'n aldi'. Bunnan jya' a'hmyetli juwmaq shi'g'aramiz: Elektr maydani'ndag'i' spontan polyarizaciya ko'sheri menen bag'i'tlas ko'sherdin' a'tirapi'ndag'i' kristallardi'n' iymeyiwi polidomenlik komplekslerdin' jog'ali'wi' menen baylani'sli' emes eken. Formani'n' o'zgerisi segnetoelektriklik kristaldi'n' monodomenlik hali'ni'n' payda boli'wi' menen baylani'sli'.

Ali'ng'an na'tiyjelerdi tallawg'a o'temiz.

Polidomenlik kristallardag'i' strukturali'q qayta kuri'wlardi'n' kristallgeometriyasi'n 3-6 sywrette keltirilgen topogrammalardi'n' tiykari'nda tysindiriwge boladi'.  $A^+$  ha'm  $V^+$  (yamasa  $A^-$  ha'm  $V^-$ ) domenler sistemasi'na sa'ykes keletug'i'n sywrettin' fragmentlerinin' kontrasti'ni'n' kysheyiwi elektrlik ta'sirlerde  $A^- \rightarrow A^+$  ha'm  $B^- \rightarrow B^+$  (yamasa kerisinshe) o'tiwlerinin' ori'n alatug'i'nli'g'in' ko'rsetedi. Bunday o'tiwlerdin' en' itimal mexanizmi (100) ha'm (010) koordinatali'q tegisliklerindegi razdvoynikleniw processi boli'p tabi'ladi'.

Usi'ni'n' menen birge jog'ali'wshi' domenlerdin' kristalli'q pa'njerelerinin' qaytadan kuri'li'w marshruti' da'slepki tetragonalli'q fazaga sa'ykes keletug'i'n vitrualli'q hal arqali' jyreidi.

Geometriyali'q tallaw razdvoynikleniw processinin'  $(110)_{orto}$  tegisligindegi dvoynikleniw processine ekvivalent bolatug'i'nli'g'i'n ko'rsetedi. Ji'lji'w bag'i'ti'  $[110]_{orto}$  bag'i'ti' boli'p tabiladi'. Al oni'n' shamasi'  $2d_{(110)_{orto}} \cdot \sin \varphi$  ge ten' (bul an'latpada  $\varphi$  arqali' dvoynikleniw myyeshi belgilengen). Bul shamalardi'n' tiykari'nda biz karap ati'rg'an o'tiwidin' matricasi'n esaplawg'a boladi'. [131] jumi'sqa sa'ykes o'tiw matricasi' bolg'an  $\bar{D}$  matricasi' bi'layi'nsha esaplanadi':

$$\bar{D} = \hat{1} + \bar{d} \cdot \bar{p}. \quad (17.1)$$

Bul an'latpada  $\hat{1}$  arqali' teppe-ten' tyrlendiriw matricasi',  $\bar{d}$  arqali' normallang'an ji'lji'w vektori',  $\bar{p}$  arqali' dvoynikleniw tegisligine tysirilgen normal, al  $\bar{d} \cdot \bar{p}$  arqali' eki vektordi'n' diadli'q ko'beymesi belgilengen. (17.1)-an'latpag'a joqari'da ali'ng'an ma'nislerdi qoyi'p ortorombali'q ko'sherlerdegi

$$\bar{D} = \begin{bmatrix} 1+\varphi & \varphi & 0 \\ -\varphi & 1-\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (17.2)$$

an'latpasi'n alami'z. Bul an'latpada  $\varphi$  myyeshinin' kishi ekenligine baylani'sli'  $\sin \varphi$  din' ma'nisi myyeshin' ma'nisi menen almasti'ri'lg'an.

3-9 f sywrettegi eki sywrettin' bir sywretke aylani'wi' monodomenizaciyani'n' saldari'nan polidomenlik komplekslerdin'  $[001]$  ko'sherinin' a'tirapi'nda  $\pm 0,5\varphi$  myyeshine buri'latug'i'nli'g'i' ko'rsetedi (bul jerde  $\pm$  belgisi  $A^+$  ha'm  $V^-$  orientaciyali'q hallari'ni'n' qarama-qarsi' bag'i'tlarda buri'latug'i'nli'g'i'n bildiredi). Bunday buri'li'wlardi'n' saldari'nan segnetoelektriklik  $KH_2PO_4$  kristallari'ni'n' jan'a orientaciyali'q hali' bolg'an  $M^+$  (yamasa  $M^-$ ) orientaciyali'q hali' payda boladi'. Bunday orientaciyali'q hallardi'n' bar ekenligin birinshi ret  $[45,51]$  jumi'slardin' avtorlari' ko'rsetti.

Tallawlar kogerenti baylani'sqan domenler sistemasi'ndag'i' razdvoynikleniw polidomenlik komplekslerdin' formasi'ni'n' o'zgeretug'ni'li'g'i' ko'rsetedi. Mi'sali' polidomenlik komplekste qaptallari'  $[100]$  ha'm  $[010]$  ko'sherlerine parallel bolg'an tuwri' myyeshliktin' rombg'a aylanadi'. Kristaldi'n' tutasti'li'g'i'ni'n' saqlani'w sha'rti ori'nlang'anda bul jag'day arali'qli'q  $M^+$  ha'm  $M^-$  orientaciyali'q xali'ni'n' payda boli'wi'na ali'p keledi. Bul jag'dayg'a sa'ykes  $KH_2PO_4$  kristallari'nda polyarizaciya vektori'ni'n' bag'i'ti' o'zgermesten bir domenler sistemasi'ni'n' ekinshi domenler sistemasi'na o'tiwi tek  $A^+A^-$  ha'm  $V^+V^-$  polidomenlik kompleksleri birdey mug'darda qatnasatug'i'n ylgilerde g'ana ori'n aladi' dep tasti'yi'qlawg'a boladi'. Bunday jag'day strukturasi' jetilissen kishi o'lshemlerge iye ylgilerde jyzege keledi (betinin' maydani'  $1 - 3 \text{ mm}^2$  shamasi'nan kem).

Kernewligi  $E > 3 \text{ kv/sm}$  bolg'an elektr maydani'nda segnetoelektriklik fazali'q o'tiw ori'n alg'anda payda bolatug'i'n kristaldi'n' orientaciyali'q xali'  $M^+$  yamasa  $M^-$

orientatsiyaliq halg'a sa'ykes keledi. Bunday orientatsiyaliq xaldi'n' payda boli'wi' ushi'n ko'lemde oraylasqan tetragonalli'q pa'njerenin'  $\langle 110 \rangle$  ko'sherleri bag'i'ti'ndag'i' dilatsiyasi' ori'n ali'wi' kerek. Bul mag'di'wmatlardi'n' barli'gi' da elektr maydani'ni'n' fazali'q o'tiw mexanizmin dvoynikleniwden taza dilatsiyag'a o'zgeretug'i'nli'g'i'n bildiredi. Bunday jag'dayda  $b_{orto}$  ko'sheri bag'i'ti'nda elementar quti'shani'n'  $0.048 \text{ \AA}$  ge ken'eyiwi, al  $a_{orto}$  ko'sheri bag'i'ti'nda sonday shamag'i' qi'si'li'wi' ori'n aladi'. Bunday o'zgerisler kristallardi'n' da'slepki formasi'ni'n' qayta tikleniwine ali'p kelmeydi. Sonli'qtan  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristalli'nda formani' este saqlaw effektinin' birden-bir sebebi bolg'an elektrlik ta'sirde payda bolg'an substrukturani'n' jog'ali'wi' boli'p tabi'ladi'.

Solay etip fazali'q o'tiw menen elektr maydani' ta'sirindegi strukturali'q aylani'slardi' izertlegenimizde monodomendi kristall payda bolg'andag'i' substrukturani'n' o'zgeriwi menen baylani'sli' bolg'an jan'a qubi'li's baqlandi'. Oni'n' ma'nisi mi'nadan ibarat:  $T \leq T_c$  temperaturalari'nda payda bolg'an ylginin' bir polidomenlik substrukturasi' kristaldi'n' iymeygen hali'na sa'ykes keletug'i'n substrukturag'a transformatsiyalanadi'.

Bunday qubi'li's bariy titanati'  $\text{BaTiO}_3$  ha'm qorg'asi'n ortovanadati'  $\text{Pb}_3(\text{VO}_4)_2$  kristallari'nda da baqlandi' [62-63].

### III bap. $\text{KH}_2\text{PO}_4$ kristallari'ndag'i' segnetoelektriklik fazali'q o'tiwdi teoriyali'q izertlew

#### 18-§. Atomlardi'n' terbelisleri ha'm kristalli'q denelerdegi fazali'q o'tiwler

Biz ten' salmaqli'q kristalli'q strukturani'n' kristall ushi'n jazi'lg'an  $F$  erkin energiyani'n' minimumi'na sa'ykes keletug'i'nli'g'i'n bilemiz. Biraq temperatura menen basi'mni'n' ken' intervallari'nda bunday minimumlardi'n' sani'ni'n' bir neshe boli'wi' mymkin. Olardi'n' ha'r birine o'zine ta'n kristalli'q struktura ha'm bul kristalli'q struktura ushi'n xarakterli bolg'an ximiyali'q baylani's sa'ykes keledi. Usi'nday strukturalardi' polimorfli'q modifikatsiyalar yamasa formalar, al bir modifikatsiyadan ekinshi modifikatsiyag'a o'tiwlerdi polimorfli'q aylani'slar yamasa fazali'q o'tiwler dep ataydi'.

Polimorfli'q aylani'slardi' tysindirgende pa'njerenin' terbelislerinin' energiyasi'n esapqa almawg'a bolmaydi'. Bul jag'day fazali'q o'tiwlerdin' mexnizmlerinin' pa'njeredegi atomlardi'n' terbelis jiyiliklerinin' o'zgeriwi menen baylani'sli'. Ayi'ri'm jag'daylarda bolsa fazali'q aylani'slar bazi' bir temperaturalarda yamasa

basi'mlarda terbelislerdin' orni'qli' emes modalari'ni'n' payda boli'wi' menen tysindiriledi. Mi'sali' segnetoelektriklik fazali'q o'tiwler ko'ldenen' optikali'q terbelislerdin' orni'qli' emes ekenligi, yag'ni'y jumsaq moda dep atalatug'in terbelislerdin' modasi'ni'n' payda boli'wi' menen baylani'sli'.

Polimorfizm qubi'li'si' 1882-ji'li' Mitsherlix ta'repinen kykirt ha'm kaliy karbonati' kristallari' mi'sali'nda ashi'ldi'. Bul qubi'li's jyda' ken' tarqalg'an. Mi'sali' +13,3<sup>0</sup>S dan to'mengi temperaturalarda qalayi'ni'n' kubli'q modifikaciyasi' orni'qli'. Ol almaz strukturasi'na iye (sur qalayi'). +13,3<sup>0</sup>S din joqari' temperaturalarda qalayi'ni'n' basqa modifikaciyasi' – aq qalayi' orni'qli'. Ol ko'lemde oraylasqan tetragonalli'q strukturag'a iye. Qalayi'ni'n' usi' eki polimorfli'q formalari'ni'n' fizikali'q qa'siyetleri pytkilley ha'r qi'yli'. Aq qalayi' elastik, al sur qalayi' bolsa mort. Kvarc bir neshe polimorfli'q formalg'a iye. Bunday mi'sallardi' ko'plep keltiriwge boladi'.

Birinshi a'wlad ha'm ekinshi a'wlad fazali'q o'tiwlerdi arawli' tyrde ayi'radi'. Birinshi a'wlad fazali'q o'tiwleri entropiya, ko'lem ha'm basqa da termodinamikali'q funkciyalardi'n' sekirmeli tyrde o'zgeriwi, yag'ni'y o'tiwdin' jasi'ri'n ji'li'wi' menen jyredi. Usi'g'an sa'ykes kristalli'q struktura da sekiriw menen o'zgeriske ushi'raydi'. Birinshi a'wlad fazali'q o'tiwleri ushi'n hal diagrammalari'ndag'i'  $T = T(p)$  iymekligi Klauzius-Klapeyron ten'lemesin qanaatlandi'radi':

$$\frac{dT}{dp} = T \frac{dV}{Q}. \quad (18.1)$$

Bul an'latpada  $dV$  arqali' ko'lemnin' o'simi,  $Q$  arqali' fazali'q o'tiwdin' jasi'ri'n ji'lli'li'g'i' belgilengen.

Ekinshi a'wlad fazali'q o'tiwlerinde termodinamikali'q funkciyalardi'n' tuwi'ndi'lari' sekirmeli tyrde o'zgeredi (mi'sali' ji'lli'li'q si'yi'mli'g'i', qi'si'li'wshi'li'q ha'm basqa da funkciyalar). Ekinshi a'wlad fazali'q o'tiwlerinde kristalli'q struktura yzliksiz o'zgeredi. Birinshi a'wlad fazali'q o'tiwi strukturali'q mexanizminen g'a'rezsiz zarodi'shti'n' payda boli'w menen baylani'sli' bolg'anli'qtan bazi' bir temperaturali'q gisterezis penen jyredi. Temperaturali'q gisterezis haqqi'nda aytqanda temperatura to'menlegendegi fazali'q o'tiw temperaturasi' menen temperatura joqari'lag'anda fazali'q o'tiw temperaturasi'ni'n' sa'ykes kelmeytug'i'nli'g'i' na'zerde tuti'ladi'. Bul ha'r bir birinshi a'wlad fazali'q o'tiwini'n' asa salqi'nlati'w ha'm asa qi'zdi'ri'w menen baylani'sli' ekenligin an'g'artadi'. Bul jag'dayg'a ko'p tarqalg'an mi'sal retinde kristallizaciya processin keltiriwge boladi'. Bul process fazali'q o'tiwdin' dara jag'dayi' boli'p tabi'ladi'. Ekinshi a'wlad fazali'q o'tiwlerinde fazali'q o'tiwdin' temperaturali'q gisterezisi ori'n almaydi'.

Birinshi a'wlad fazali'q o'tiwleri ushi'n da, ekinshi a'wlad fazali'q o'tiwleri ushi'n da kristallardi'n' simmetriyasi' fazali'q o'tiw noqati'nda sekirmeli tyrde o'zgeredi. Biraq birinshi ha'm ekinshi a'wlad fazali'q o'tiwlerindegi simmetriyani'n' o'zgeriwlerinin' aytarli'qtay ayi'rmasi' bar. Ekinshi a'wlad fazali'q o'tiwlerinde fazalardi'n' birinin' simmetriyasi' ekinshisinin' podgruppasi' boli'p tabi'ladi'. Ko'pshilik jag'daylarda (biraq sha'rt emes) simmetriyasi' joqari' faza joqari' temperaturali', al simmetriyasi' to'men faza to'mengi temperaturali' faza boli'p tabi'ladi'. Birinshi a'wlad fazali'q o'tiwlerinde kristaldi'n' simmetriyasi' i'qti'yarli'

tyrde o'zgeredi ha'm eki faza uli'wmali'q simmetriya elementlerine iye bolmawi' mymkin.

V.L.Ginzburg 1949- ha'm 1960 ji'llari', Anderson 1960-ji'li' ha'm Kokren 1960-ji'li' kristalli'q pa'njerenin' dinamikali'q teoriyasi'ni'n' tiykarg'i' jag'daylari'n kristallardi'n' dielektriklik qa'siyetlerin, soni'n' ishinde segnetoelektriklik ha'm antisegetoelektriklik fazali'q o'tiwler ushi'n qollandi'. Bunday jaqi'nulasi'wdi'n' bas ideyasi' mi'naday jag'daydi' da'lillewge qarati'lg'an: geypara kristallar belgili bir sharayatlarda normalli'q terbelislerdin' qanday da bir modasi'na (Ginzburg terbelislerdin' usi'nlay modasi'n "jumsaq moda" dep atadi') qatnasi' boyi'nsha orni'qli' emes halg'a tysedi. Usi'nday ko'z-qarasta turi'p qarag'anda segnetoelektriklik fazali'q o'tiw "jumsaq moda" ni'n' sebebini kristaldi'n' atomli'q-kristalli'q quri'li'si'ni'n' qaytadan qurali'wi'na ali'p keletug'i'n orni'qli' emes halg'a tyisiwinin' na'tiyjesi boli'p tabi'ladi'. Na'tiyjede spontanli'q polyarizaciya payda boladi' ha'm kristall qaytadan orni'qli' kristalg'a aylanadi' [64].

### 19-§. Segnetoelektriklerdin' termodinamikali'q teoriyasi'

Segnetoelektriklerdin' ko'plegen fizikali'q qa'siyetlerin termodinamikali'q teoriya menen ta'riyiplew mymkin. Bul teoriyani'n' tiykari' Ginzburg ha'm Devonshirler ta'repinen do'retildi [64]. Olar segnetoelektriklik kristallarg'a Landaudi'n' fazali'q o'tiwler ushi'n termodinamikali'q teoriyasi'n qollandi'.

Termodinamikali'q teoriya fenomenologiyali'q jaqtan segnetoelektriklik kristallardi'n' ji'lli'li'q, mexanikalik ha'm dielektriklik qa'siyetlerin ta'riyiplewge, II a'wlad fazali'q o'tiwlerindagi simmetriyani'n' mymkin bolg'an o'zgeriwlerin, anomalli'q temperaturali'q g'a'rezlilik penen ha'r qi'yli' fizikali'q shamalardi' baylani'sti'ri'wg'a h.t.b. mymkinshilik beredi. Biz to'mende termodinamikali'q teoriyani'n' tiykarlari'n ha'm bazi' bir na'tiyjelerin bayanlaymi'z. Biz bayanlawdi' tek bir domenli kristallar ushi'n ali'p barami'z. Ma'sele sonnan ibarat, domenli strukturani'n' termodinamikali'q teoriyasi' jyda qanaatlandi'rarli'q da'rejede islep shi'g'i'lmag'an.

Landau teoriyasi'ni'n' tiykari'nda denenin' agregat hali'ni'n' o'zgeriwini'n' na'tiyjesinde emes, al simmetriyasi'ni'n' o'zgeriwini'n' na'tiyjesinde jyzege keletug'i'n fazali'q o'tiwler jatadi'. Makroskopiya'li'q teoriyani'n' ko'z-qaraslari' boyi'nsha sistemani'n' simmetriyasi' ta'rtpleskenlik faktori'  $\eta(T, p)$  arqali' ani'qlanadi'. Bul shama ta'rtpike tyspegen fazada nolge ten', al to'menirek simmetriya menen ta'riyiplenetug'ni' fazada nolge ten' emes. Segnetoelektriklik fazali'q o'tiwler ushi'n ta'rtpleskenlik parametri si'pati'nda spontanli'q polyarizaciya xi'zmet ete aladi'. Spontanli'q polyarizaciya bolsa makroskopiya'li'q dipollik momenttin' payda boli'wi'na ali'p keletug'i'n atomli'q podreshetkalarini'n' awi'si'wi'ni'n' saldari'nan yamasa atomli'q yamasa molekuli'q gruppalardi'n' ta'rtplesiwini'n' saldari'nan payda boladi'.

Eger temperatura o'zgergende ta'rtpleskenlik faktori'  $\eta$  sekirmeli o'zgerse I a'wlad fazali'q o'tiwi ori'n aladi'. Bul jag'dayda sistemani'n' bazi' bir oblastlari'nda eki fazani'n' da bar boli'wi' mymkin. Al ha'r bir fazani'n' sheklerinde termodinamikali'q funkciyalar eki ma'nisli boladi'. Sonli'qtan o'tiwdin' saldari'nan

hal sekirmeli o'zgeredi, temperaturali'q gisterezis ori'n aladi' ha'm usi'g'an sa'ykes ji'lli'li'qti'n' juti'li'wi' yamasa shi'g'ari'li'wi' baqlanadi'.

II a'wlad fazali'q o'tiwlerinde  $\eta$  ni'n' shamasii' da, termodinamikali'q funkciyalardi'n' ma'nisleri de yzliksiz o'zgeredi, al olardi'n' birinshi tuwi'ndi'lari' (ji'lli'li'q si'yi'mli'g'i', qi'si'li'wshi'li'q, dielektriklik sin'irgishlik ha'm basqalar) sekirmeli tyrde o'zgeredi. Al jasi'ri'n' ji'lli'li'qti'n' bo'linip shi'g'i'wi' baqlanbaydi'.

## 20-§. I a'wlad fazali'q o'tiwleri

Meyli sistemani'n' hali'  $\Phi(p, T, \eta)$  termodinamikali'q potentsiali' menen ta'riplenetug'i'n bolsi'n<sup>4</sup>. Oni'

$$\Phi(p, T, \eta) = \Phi_0(p, T) + a\eta + A\eta^2 + B\eta^3 + C\eta^4 + D\eta^5 + F\eta^6 \quad (20.1)$$

tyrindegi da'rejeli qatar dep boljaymi'z. Bul an'latpadag'i'  $A, B, C$  ha'm basqa koefficientler temperatura  $T$  menen basi'm  $p$  ni'n' funkciyasi' boli'p tabi'ladi'.

$\eta = 0$  ha'm  $\eta \neq 0$  bolg'an hallar bir birinen simmetriyasi' boyi'nsha ayi'rmag'a iye bolg'anli'qtan ha'm  $\eta \neq 0$  bolg'an jag'dayda fazali'q o'tiwge jaqi'n qa'legen noqatta  $\Phi$  funkciyasi' minimalli'q ma'niske iye bolatug'i'n bolg'anli'qtan temperatura o'zgeretug'i'n qa'legen noqatta  $a \equiv 0$  ten'ligi ori'nlanadi' dep boljawg'a boladi'.

Soni'n' menen birge  $\left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \eta^2}\right) > 0$  sha'rtine sa'ykes simmetriyasi' fazada  $A > 0$

ten'sizliginin' ori'nlanatug'i'nli'g'i' da ani'q.  $\eta \neq 0$  bolg'an jag'dayda kerisinshe  $\Phi$  funkciyasi'ni'n' minimumi'  $A < 0$  ha'm  $C > 0$  ten'sizligi ori'nlanatug'i'n jag'daylarga sa'ykes keledi. Demek fazali'q o'tiw noqati'nda  $A_0 = 0$ . Usi'ni'n' menen birge joqari'da o'tkerilgen tallawlardan  $B_0 = 0$  ekenligi de kelip shi'g'adi'. Bul jerde jyda' a'hmiyetli jag'dayg'a itibar beriw kerek boladi': eger  $B(p, T)$  bazi' bir oblastta simmetriya qa'siyetine baylani'sli' teppe-ten' nolge ten' bolatug'i'n bolsa, onda bul jag'dayda tek  $A_0(p, T) = 0$  sha'rti g'ana qaladi'. Usi'ni'n' saldari'nan  $p, T$  tegisliginde fazali'q o'tiwler si'zi'g'i' payda boladi'. Eger  $B(p, T)$  teppe-ten' nolge ten' bolmasa, onda  $p, T$  tegisliginde tek  $A_0(p, T) = 0$  ha'm  $B_0(p, T)$  sha'rtlerinen ani'qlanatug'i'n fazali'q o'tiwlerdin' izolyaciyalang'an noqatlari' payda boladi'. Biz  $B(p, T) \equiv 0$  ha'm  $D(p, T) \equiv 0$  sha'rtleri ori'nlanadi' dep boljaymi'z.

Joqari'da keltirilgen tallawlardan termodinamikali'q potentsial ushi'n an'latpa tek  $\eta$  ni'n' jup da'rejelerinen turatug'i'nli'g'i'n an'g'arami'z:

$$\Phi(p, T, \eta) = \Phi_0(p, T) + A\eta^2 + C\eta^4 + F\eta^6. \quad (20.2)$$

<sup>4</sup> Ten' salmaqli'q hali'nda  $\Phi(p, T, \eta)$  funkciyasi'  $\eta$  o'zgeriwshisine qatnasi' boyi'nsha minimumg'a iye boladi' dep boljaymi'z.  $\Phi(p, T, \eta)$  funkciyasi' entropiya  $S$  oni'n' menen  $S = -\left(\frac{\partial \Phi}{\partial T}\right)_p$  t'rindegi baylani'sqa iye bolatug'i'nday etip saylap ali'ng'an.

Minimum sha'rtinen (yag'ni'y  $A_{T<0} < 0$ ,  $A_{T=0} = 0$  ha'm  $A_{T>0} > 0$ )  $A(T)$  funkciyasi' temperaturani'n si'ziqli' funkciyasi' tyrinde jazi'ladi':

$$A(T) = \left( \frac{\partial A}{\partial T} \right)_\theta (T - \theta). \quad (20.3)$$

Bul an'latpada  $\theta$  arqali' Kyuri noqati' belgilengen.

Bunnan keyin  $\frac{\partial \Phi}{\partial \eta} = 0$  minimum sha'rtinen

$$\eta^2 = -\frac{A}{2C} - \frac{1}{2C} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \right)_\theta (T - \theta) \quad (20.4)$$

an'latpasi'n alami'z. Bunnan keyin fazali'q o'tiwdegi entropiyani'n o'zgerisi  $\Delta S$  penen ji'lli'li'q si'yi'mli'g'i'ni'n o'zgerisi  $\Delta c_p$  shamasin alami'z:

$$\Delta S = S - S_0 \cong - \left( \frac{\partial A}{\partial T} \right)_\theta \eta^2, \quad (20.5)$$

$$\Delta c_p = c_p - c_{0p} \cong \left( \frac{\partial A}{\partial T} \right)_\theta^2 \frac{\theta}{2C}. \quad (20.6)$$

Bul an'latpada  $S_0$  ha'm  $c_{0p}$  arqali' ta'rtiplespen fazadag'i' entropiya menen ji'lli'li'q si'yi'mli'g'i' belgilengen.

Ginzburg ta'repinen do'retilgen segnetoelektriklerdin' termodinamikali'q teoriyasi'nda joqari'da atap o'tilgen jag'daylar ha'm olardi'n tiykari'nda ali'ng'an (20.5)-(20.6) formulalar paydalani'lg'an. Spontan polyarizaciya  $P_s$  ta'rtipleskenlik faktori'  $\eta$  ushi'n xarakterli bolg'an qa'siyetlerge iye bolg'anli'qtan (ta'rtiplespen fazada  $P_s = 0$  ha'm ta'rtiplesken fazada  $P_s \neq 0$ ) si'rtqi'  $E$  maydani' bolmag'anda  $\Phi(\eta)$  funkciyasi'ni'n tyrine uqsas tyrg'e iye boladi' [(20.2)-formula] Eger  $E$  nolge ten' bolmasa, onda  $\Phi$  ushi'n jazi'lg'an an'latpada toli'q polyarizaciya  $P = P_s + P_i$  qatnasadi' (bul an'latpada  $P_i$  arqali' si'rtqi' elektr maydan ta'repinen payda etilgen polyarizaciya belgilengen). Usi'nday jag'daylardan kelip shi'qqan halda

$$\Phi - \Phi_0 \cong \alpha P^2 + \frac{\beta}{2} P^4 + \dots \quad (20.7)$$

an'latpasi'na iye bolami'z. Bul an'latpadan segnetoelektriklerdin' bizdi qi'zi'qti'ratug'i'n xarakteristikalarini'n alami'z.  $\frac{\partial \Phi}{\partial P} = 0$  ha'm  $\frac{\partial^2 \Phi}{\partial P^2} > 0$  sha'rtlerinen

$$2\alpha P + 2\beta P^3 = E, \quad (20.8a)$$

$$2\alpha + 6\beta P^2 > 0. \quad (20.8b)$$

Maydan bolmag'anda (20.8a) ten'lemesi mi'nani' beredi:

$$T < \theta \text{ sha'rti ori'nlang'anda } P_s^2 = -\frac{\alpha}{\beta} \frac{\alpha'_\theta}{\beta} (\theta - T); \quad (20.9a)$$

$$T > \theta \text{ sha'rti ori'nlang'anda } P_s^2 = 0. \quad (20.9b)$$

Bunnan keyin (20.5)- ha'm (20.6)-formulalardi' paydalani'p ji'lli'li'q si'yimli'g'i'ni'n' fazali'q o'tiwdegi o'zgerisi ushi'n an'latpa alami'z:

$$\Delta c_p = (\alpha'_\theta)^2 \frac{\theta}{\beta}. \quad (20.10)$$

Dielektriklik sin'irgishlik  $P_s = \frac{\varepsilon - 1}{4\pi} E$  shamasin (20.8a) an'latpasi'na qoyg'annan keyin (20.9)-ten'liklerdi esapqa alg'an halda ali'nadi':

$$T > \theta \text{ sha'rti ori'nlang'anda } \varepsilon = 1 + \frac{2\pi}{\alpha'_\theta(T - \theta)}; \quad (20.11a)$$

$$T < \theta \text{ sha'rti ori'nlang'anda } \varepsilon = 1 + \frac{\pi}{\alpha'_\theta(T - \theta)}. \quad (20.11b)$$

$\varepsilon(T)$  ushi'n ali'ng'an g'a'rezlik magnitlik sin'irgishlik  $\mu(T)$  ushi'n belgili bolg'an ni'zamg'a sa'ykes Kyuri-Veys ni'zami' dep ataladi', al  $C = \frac{2\pi}{\alpha_\theta}$  shamasi' Kyuri turaqli'si' dep ataladi'.

## 21-§. II a'wlad fazali'q o'tiwleri

(20.8)-an'latpa tiykari'nda ali'ng'an  $P_s(T)$ ,  $\varepsilon(T)$  ha'm  $c_p(T)$  funkciyalari' (g'a'rezlikleri) II a'wlad fazali'q o'tiwler ushi'n duri's. biraq ko'p jag'daylarda eksperimentalli'q iymeklikler (g'a'rezlikler) I a'wlad fazali'q o'tiwlerinin' ani'q tyrdegi belgilerin ko'rsetedi.  $\Phi$  funkciyasi'n qatarg'a jayg'andag'i' koefficientlerdin' san shamasina ha'm olardi'n' belgilerine baylani'sli' fazali'q o'tiwdin' xarakteri o'zgere aladi'. Bunday jag'dayda I ha'm II a'wlad fazali'q o'tiwlerinin' "yzliksiz gammasi'n" payda etedi. Haqi'yqati'nda da II a'wlad fazali'q o'tiwlerinin' teoriyasi'na sa'ykes  $\Phi$  ushi'n jazi'lg'an (7.8)-an'latpada  $\beta$  koefficientinin' ma'nisi nolden y'ken, yag'ni'y  $\beta > 0$ . Eger  $\beta < 0$  ten'sizligi ori'nlanatug'i'n bolsa, onda 4-tartipli ag'zalar menen shekleniwge bolmaydi' ( $\Phi$  ushi'n minimum sha'rti ori'nlanbaydi'). Bunday jag'dayda 6-da'rejege proporcional bolg'an ag'zalardi' esapqa ali'wg'a tuwri' keledi

$$\Phi - \Phi_0 = \alpha P^2 + \frac{\beta}{2} P^4 + \frac{\gamma}{3} P^6. \quad (21.1)$$

Joqari'da o'tkerilgen tallawdi' qaytalap polyariziciya ushi'n mi'na an'latpani' alami'z:

$$P_s^2 = -\frac{\beta}{2\gamma} \left( 1 + \sqrt{1 - \frac{4\alpha\gamma}{\beta^2}} \right). \quad (21.24)$$

$\beta$  shamasini'n' kemeyiwi menen fazali'q o'tiwidin' xarakteri o'zgere baslaydi' ha'm  $\beta = 0$  ten'ligi ori'nlanatug'i'n jag'dayda ( $P_s^2 = 0$ ) biz Kyuridin' kritikali'q noqati' dep atalatug'i'n noqati'n alami'z. Bul noqattan to'mende

$$P_s^2 = \sqrt{\frac{\alpha_\theta}{\gamma}} (\theta - T), \quad (21.3)$$

$$c_p = c_{0p} + \frac{\theta_c \alpha_\theta}{2\sqrt{\gamma} \sqrt{\theta_c - T}}. \quad (21.4)$$

Usi' an'latpag'a sa'ykes Kyuri noqati'nda ji'lli'li'q si'yi'mli'g'i' sheksiz y'ken shamag'a aylanadi'. Bunday fazali'q o'tiw  $\lambda$ -n'oqat dep te ataladi'.

$T > \theta$  oblasti'ndag'i' dielektriklik sin'irgishliktin' o'zgeriw ni'zami' (20.11a) ni'zami'na sa'ykes keledi. biraq Kyuri noqati'nan to'mengi noqatlarda

$$\varepsilon = \frac{\pi}{2\alpha_\theta (\theta_c - T)}. \quad (21.5)$$

Bul an'latpada  $T < \theta$ .

Biz qarag'an jag'dayda Kyuri noqati'na jaqi'n jaylasqan bazi' bir oblastta  $\beta$  shamasini' nolge teppe ten'. Biraq  $\beta$  shamasini' Kyuri noqati'ni'n' o'zinde yamasa oni'n' a'tirapi'nda nolge teppe ten' bolatug'i'n kristallardi'n' bar boli'wi' da mymkin, yag'ni'y  $\beta = \beta_\theta (T - \theta_c)$ . Bunday jag'dayda g'a'rezliliknin' xarakteri  $\beta = 0$  bolg'an jag'daydag'i'dan azmaz g'ana o'zgeshelikke iye boladi'.

Endi II a'wlad fazali'q o'tiwlerin qaraymi'z.

Ta'rtilpesken ha'm ta'rtilpespegen fazani'n' ekewi de termodinamikali'q ten' salmaqli'q halda turadi', yag'ni'y fazali'q o'tiw noqati'nda  $\Phi_{P_s \neq 0} - \Phi_{P_s = 0}$  (duri'si'rag'i' fazali'q o'tiw oblasti'nda, sebebi temperaturali'q gisterezis ori'n aladi')  $P_s$  shamasini' sekirmeli ty'rde o'zgeredi. Termodinamikali'q potentsiallardi'n' ten'ligi ha'm  $\frac{\partial \Phi}{\partial P_s} = 0$

sha'rtlerinen fazali'q o'tiw noqati'nda  $P_{s\theta_1}^2 = -\frac{3\beta}{4\gamma}$  ten'ligine iye bolami'z.

Bul jerde  $\alpha$  shamasini'  $T = \theta_1$  noqati'nda nolge aylanbaydi'. II a'wlad fazali'q

o'tiwinen ayi'rmasi', bul jag'dayda fazali'q o'tiw  $\Phi_{P_s \neq 0}$  yamasa  $\Phi_{P_s=0}$  hallari'ni'n' biri metaorni'qli' boli'p qaladi'. Sonli'qtan  $\alpha$  shamasin' fazali'q o'tiw oblasti'nda bi'layi'nsha ko'rsetken qolayli':

$$\alpha = \alpha_{\theta_1} + \alpha'_{\theta_1}(T - \theta_1). \quad (21.6)$$

(21.6)-formulani' paydalani'p  $\varepsilon(T)$  funkciyasi'n tabami'z:

$$T \geq \theta_1 \text{ sha'rti ori'nlang'anda } \varepsilon = \frac{2\pi}{\alpha_{\theta_1} + \alpha'_{\theta_1}(T - \theta_1)}, \quad (21.7)$$

$$T \leq \theta_1 \text{ sha'rti ori'nlang'anda } \varepsilon = \frac{\pi}{\alpha_{\theta_1}}. \quad (21.8)$$

Solay etip fazali'q o'tiw oblasti'ndagi' dielektriklik sin'irgishliktin' sekirmeli tyrdegi o'zgerisi  $\Delta\varepsilon = \frac{3\pi}{2\alpha_{\theta_1}}$  ge ten' boladi'. Fazali'q o'tiw din' jasi'ri'n jilli'lig'i entropiyani'n' sekirmeli o'zgerisi boyi'nsha bi'layi'nsha tabi'ladi':

$$Q = \theta_1 \Delta S = \theta_1 \alpha'_{\theta_1} P_{s, \theta_1}^2. \quad (21.9)$$

Usi' waqi'tlarga shekem belgili bolg'an segnetoelektriklerdegi fazali'q o'tiwler (segnetoelektriklik fazali'q o'tiwler) Kyuridin' kritikali'q noqati'na jaqi'n I a'wlad fazali'q o'tiwleri boli'p esaplanadi'. Al biz joqari'da ko'rip shi'qqan jag'daylar Kyuridin' kritikali'q noqati'na jaqi'n bolg'an I a'wlad fazali'q o'tiwleri boli'p tabi'ladi'. YAg'ni'y  $\alpha$  ha'm  $\beta$  lar  $T = \theta_1$  noqati' qasi'nda jyda' kishi ma'nislerge iye boladi'. Eger bul sha'rt ori'nlanbaytug'i'n bolsa, yag'ni'y  $\beta < 0$  ha'm shamasin' boyi'nsha ylken bolsa, ani'q ko'rinetug'i'n I a'wlad fazali'q o'tiwine iye bolami'z.

Biz joqari'da bir o'lshemli segnetoelektrikti qarap shi'qti'q. Bunday jag'dayda spontan elektr polyarizatsiyasi'  $P_s$  tin' bir qurawshi'si' menen ta'riyiplenedi ha'm usi'g'an sa'ykes kristall tek bir segnetoelektriklik ko'sherge iye boladi'.

Landau teoriiyasi'ni'n' tiykari'nda simmetriyani'n' o'zgeriwi menen baylani'sli' bolg'an fazali'q o'tiwler jatatug'i'n bolg'anli'qtan ysh o'lshemli jag'daylar ushi'n  $\Phi$  termodinamikali'q funkciyani' fazali'q o'tiw din' saldari'nan kristaldi'n' simmetriyasi'ni'n' mymkin bolg'an barli'q o'zgerislerin qanti'ytug'i'nday etip jazi'wi'mi'z kerek. Bul jag'dayda da bunday o'zgerislerdin' o'lshemi buri'ng'i' jag'daydag'i'day ta'rtipleskenlik parametri  $\eta$  ha'm boli'wi' kerek ha'm eki faza da (joqari'raq ha'm to'mengi simmetriyali' eki faza da)  $\Phi$  funkciyasi'ni'n' minimum boli'wi'n qanaatlendi'ri'wi' kerek.

Fazali'q o'tiw di simmetriya teoriiyasi' pozitsiyasi'nda turi'p ta'riyiplew ushi'n mi'na jag'daydi' esapqa ali'wi'mi'z sha'rt: ha'r bir fazani'n' termodinamikali'q potentsiali' usi' fazani'n' simmetriya gruppasi'n' payda etetug'i'n barli'q simmetriyali'q operatsiyalarga qarata invariant boli'wi' kerek. To'menirek simmetriyaga iye fazaga o'tiw simmetriyani'n' bir yamasa bir neshe simmetriya elementlerini'n' jog'ali'wi' menen, yag'ni'y gruppani'n' o'zini'n' podgruppani'na o'tiwi menen jyzege keledi. Sonli'qtan ta'rtipleskenlik faktori' da simmetriyali'q

operაციyalar menen sonday baylani'sta boli'wi' kerek, usi' faktordi'n' o'zgerisi gruppada'g'i' simmetriyali'q elementlerdin' sani'ni'n' o'zgerislerine sa'ykes boli'wi' sha'rt. Fazali'q o'tiwlerdi usi'nday jollar menen ta'riyiplew II a'wlad fazali'q o'tiwleri ushi'n Landau ha'm Lifshic ta'repinen rawajlandi'ri'ldi'.

Usi'ni'n' menen bir qatarda segnetoelektriklik fazali'q o'tiwlerdegi kristallardi'n' simmetriyasi'ni'n' o'zgerislerin kristallofizikali'q Kyuri principinin' ja'rdeminde de ori'nlawg'a boladi'. Bul jag'dayda kristaldi'n' simmetriyasi' menen si'rtqi' ta'sirdin' simmetriyasi' arasi'ndag'i' baylani'slar tabi'ladi'. Bunday ushi'n Jeludev ha'm Shuvalovlardi'n' jumi'slari'nda ori'nlandi' [65-66].

Paragrafti'n' aqi'ri'nda biz  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kaliy digidrofosfati' kristallari'nda ha'm og'an izomorfli' bolg'an kristallarda olardi'n' segnetoelektriklik emes parafazada'g'i' simmetriyasi'ni'n'  $D_{2d}$  noqatli'q gruppasi'na (yag'ni'y  $\bar{4}2m$  noqatli'q gruppasi'na) kiretug'i'nli'g'i'n, al  $\theta = 123$  K temperaturadan to'mengi temperaturalarda  $C_{2v} = mm2$  n'oqatli'q gruppasi'na kiretug'i'nli'g'i'n atap o'temiz. Polyarizaciya  $C_2$  bas ko'sherinin' bag'i'ti'nda payda bolatug'i'n bolg'anli'qtan (bul tetragonalli'q kristaldag'i' [001] bag'i'ti)  $\Phi$  funkciyasi'n

$$\Phi(T, P_s) = \Phi_0(T) + \alpha P_{sz}^2 + \frac{\beta}{2} P_{sz}^4 + \frac{\gamma}{3} P_{sz}^6 \quad (21.10)$$

tyrdegi qatarg'a jaya alami'z (spontan polyarizaciya  $z$  ko'sheri bag'i'ti'nda payda boladi').

## **22-§. $\text{KH}_2\text{PO}_4$ kristallari'ndag'i' segnetoelektriklik fazali'q o'tiw din' mikroskopiya li'q (modellik) teoriyasi'**

$\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'n ilimiy a'debiyatta vodorodqa iye kristallar qatari'na kiredi dep esaplaydi'. Buni'n' tiykarg'i' sebebi segnetoelektriklik fazali'q o'tiwdegi protonlardi'n' (vodorod atomlari'ni'n' yadrolari'ni'n') iyegen ori'nlarini'n' ta'rtipke ty'siwine baylani'si'li'. Bul jag'dayda proton vodorodli'q baylani's si'zi'g'i' ystinde eki orni'qli' ori'ng'a iye boladi'. Proton sol eki ten' salmaqli'q ori'nni'n' qa'legen birewinde turg'an jag'dayda dipollik moment payda payda boladi'. Eger protonlardi'n' jaylasqan ori'nlarini' ta'rtipke ty'sse, onda sa'ykes dipollik momentler bir birine qosi'ladi' ha'm kristallar spontan polyarizaciya'g'a iye boladi'. Temperatura o'zgergende (jokari'lag'i'nda) baylani'slarda protonlardi'n' iyelegen ori'nlarini'ndag'i' ta'rtip buzi'ladi' ha'm spontan polyarizaciya jog'aladi'.

$\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'ndag'i' fazali'q o'tiwlerdin' teoriyasi' ko'p sanli' sholi'w maqalalari'nda [67-72], dissertaciyalarda [73-74] a'dewir ken' tyrde sa'wlelengen. Biraq bul jumi'slardi'n' ko'pshiligi sapali'q jaqtan tallawlar o'tkeriw menen sheklengen ha'm fazali'q o'tiw temperaturasi'ni'n' ma'nisi hesh bir teoriyada keltirilip shi'g'ari'lmaydi'. Sonli'qtan biz ma'selenin' tiykari'n qaraw menen sheklenemiz.

Ko'plegen teoriyali'q jumi'slarda proton vodorodli'q baylani's si'zi'g'i'ni'n' boyi'nsha (3-2 sywret) eki simmetriyali' ori'nda jaylasadi', ha'r bir vodorodli'q

baylani'sqa tek bir proton sa'ykes keledi ha'm ha'r bir PO<sub>4</sub> topari'ni'n' qasi'nda tek eki vodorod atomi' tura aladi' degen tiykarg'i' boljawlardan kelip shi'g'adi'. Soni'n' menen birge ko'pshilik izertlewshilerdin' jumi'slari'nda protonlar arasi'ndag'i' tek jaqi'nnan ta'sirlesiw esapqa ali'nadi'. Sleyter teoriyasi'nda segnetoelektriklik fazali'q

$$\theta = \frac{I}{k \ln 2} \quad (22.1)$$

temperaturasi'nda jyretug'i'nli'g'i' ko'rsetilgen. Bul formulada  $I$  arqali' tetragonalli'q ko'sher bag'i'ti'ndag'i' ha'm sol ko'sherge qarama-qarsi' bag'i'tlang'an dipollerdin' energiyalari'ni'n' ayi'rmasi' belgilengen. Bunnan keyin Yomoza ha'm Nagamiya ta'repinen bir qansha jetilistirilgen teoriyada pezoelektriklik effekt esapqa ali'ng'an ha'm kristaldi'n' serpinli qa'siyetlerinin' anomaliyasi'n ha'm kristaldi'n' spontan deformaciyasi'ni'n' shamasin' alg'an. Bul shamalardi'n' barli'g'i' da ta'jiriybelerde ali'ng'an shamalg'a sa'ykes keledi. Eger vodorodti' deyteriy menen almasti'rg'anda Kyuri noqati'ni'n' derlik eki ese ylkeyiwin (bunday effekti izotopli'q effekt dep ataymi'z) bul teoriya tysindire almadi'. Ayi'ri'm jumi'slarda avtorlar Sleyter modelinde uzi'qtan ta'sirlesiwdi esapqa ali'wg'a umti'ldi'. Geypara jumi'slarda eksperimentlerdin' na'tiyjlerine sa'ykes keliwshi na'tiyjeler ali'ndi'. biraq o'tiwdin' jyda' ylken entropiyasi'n ja'ne izotopli'q effektke tysinik bere almadi'.

1963-ji'li' P.G. de Gennes (Pierre-Gilles de Gennes, 1991-ji'lg'i' fizika boyi'nsha xali'q arali'q Nobel si'yli'g'i'ni'n' laureati') [75] KH<sub>2</sub>PO<sub>4</sub> kristallari'ndag'i' fazali'q o'tiwdi ta'riyiplew ushi'n izospin usi'li' dep atalatug'i'n usi'ldi' qollandi'. Bul usi'li' ko'plegen izertlewshilerdin' jumi'slari'nda protonlardi'n' kollektivlik qozi'wlari'n izertlew ushi'n qollani'lg'an edi.

Elementar qozi'wlardi' izertlegende sistemani'n' gamiltoniani' bi'layi'nsha jazi'ladi':

$$H = H_p + H_L + H_{pL}. \quad (22.2)$$

Bul an'latpada  $H_p$  arqali' pa'njeredegi protonli'q podsistemani'n' gamiltoniani',  $H_L$  arqali' protonlar ti'ni'shli'qta turg'an jag'day cshi'n pa'njere terbelislerinin' gamiltoniani', al  $H_{pL}$  bolsa protonli'q ha'm pa'njerelek podsistemalardi'n' bir biri menen ta'sir etisiwine sa'ykes keletug'i'n gamiltonian belgilengen.

$H_p$  protonli'q gamiltoniandi' jazg'anda "izospin" kirgiziledi. Bul jag'dayda ha'r bir protong'a eger ol eki ten' salmaqli'q hali'ni'n' birinde jaylasqan bolsa shamasi' 1/2 ge ten', al proton basqa ori'nda jaylasqan bolsa -1/2 shamasina ten' spin jalg'an spin jazi'ladi'. Bul jag'dayda  $H_p$  gamiltoniani' mi'naday tyrge iye boladi':

$$-H_p = -2\mathfrak{H} \sum_{f=1}^N \sum_{\alpha=1}^n S_{f\alpha}^x + \sum_{f,g}^N \sum_{f,\alpha}^n \{ B_{fg}^{\alpha\beta} S_{f\alpha}^x S_{g\beta}^x + I_{fg}^{\alpha\beta} S_{f\alpha}^z S_{g\beta}^z \} + U_3(S^z) + U_4(S^z). \quad (22.3)$$

Bul an'latpada  $\Gamma$  arqali' protonni'n' tunnelleniw jiyiligi belgilengen. Ekinshi ag'za bir protonni'n' tunnelleniw jiyiligindagi ekinshi protonni'n' tunnelleniwin ta'riyipleydi. Bunnan keyingi ag'zalar sa'ykes eki, ysh, to'rt bo'lekshelik ta'sirlesiwlerdi ta'riyipleydi,  $f, g$  indeksleri pa'njerenin' tyyinlerin nomerleydi,  $\alpha, \beta$  indeksleri tyyindagi protonlardi' nomerleydi,  $S_{f\alpha}^x$  penen  $S_{f\alpha}^z$  operatorlari' Pauli

matricolari' menen ta'riyiplenedi

$$S^x = \begin{pmatrix} 0 & 1/2 \\ 1/2 & 0 \end{pmatrix}, \quad S^z = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & -1/2 \end{pmatrix}. \quad (22.4)$$

ha'm menshikli funkciyalarg'a ta'sir etedi:

$$|\Phi_R'\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ ha'm } |\Phi_L'\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Eger protonlardi'n' pa'njere menen ta'sirlesiwini ha'm (22.4)-an'latpadag'i' yshinshi ( $U_3$ ), to'rtinshi ( $U_4$ ) ta'rtpili ag'zalardi' esapqa almasaq, onda  $H_p$  gamiltoniani' a'dewir a'piwayi'lasadi' ha'm to'mendegidey sali'sti'rmali' a'piwayi' tyrge iye boladi':

$$-H_p = 2\Gamma \sum_{f=1}^N \sum_{\alpha=1}^n S_{f\alpha}^x \neq \sum_{f,g}^N \sum_{f,\alpha}^n (B_{fg}^{\alpha\beta} S_{f\alpha}^x S_{g\beta}^x + I_{fg}^{\alpha\beta} S_{f\alpha}^z S_{g\beta}^z). \quad (22.5)$$

Molekulali'q maydan jaqi'nlasa'wi'nda (22.5)-an'latpani' bi'layi'nsha ko'shirip jazi'wg'a boladi':

$$-H_p = H_x \sum_f \sum_{\alpha} S_{f\alpha}^x + H_z \sum_f \sum_{\alpha} S_{f\alpha}^z. \quad (22.6)$$

Bul an'latpada

$$H_x = 2\Gamma + 2B \langle S_{g\beta}^x \rangle, \quad H_z = 2I \langle S_{g\beta}^z \rangle, \quad B = \sum_{fg,\alpha\beta} B_{fg}^{\alpha\beta}, \quad I = \sum_{fg,\alpha\beta} I_{fg}^{\alpha\beta}.$$

$\langle S^z \rangle$  shamasii'  $S^z$  shamasii'ni'n' ji'lli'li'q ortasha ma'nisin an'g'artadi'.

(22.6) gamiltoniani'n' izertlew sanli'q "kvazispinlik" protonli'q modalardi'n' jiyiligin tabi'wg'a ha'm olardi'n' temperaturali'q g'a'rezligin ani'qlawg'a mymkinshilik beredi. Bunday izertlewdin' tiykarg'i' na'tiyjesi mi'nag'an ali'p kelinedi:  $KH_2PO_4$  kristallari'ndag'i' protonli'q modalardi'n' jiyiliklerinin' biri Kyuri noqati'ni'n' qasi'nda temperaturag'a g'a'rezli

$$\omega_1^2(\bar{q}) = \gamma(T - \theta) + aq^2$$

ni'zami' boyi'nsha o'zgeredi. YAg'ni'y  $T = \theta$  da ha'm  $q \rightarrow 0$  de  $\omega_1 \rightarrow 0$ . Solay etip bul kvazispinlik modani'n' qa'siyeti awi'si'w tipindegi segnetoelektriklerde Kyuri noqati'ni'n' qasi'ndag'i' pa'njerenin' terbelisine (jumsaq modag'a) uqsas boli'p shi'g'adi'.

Protonli'q podsistemani'n' pa'njerenin' terbelisleri menen ta'sirlesiwini esapqa ali'w joqari'da ali'ng'an na'tiyjelerdi bi'layi'nsha o'zgerledi: Protonli'q modalardi'n' biri pa'njerenin' optikali'q terbelislerinin' terbelisleri menen aralasi'p ketedi.

$KH_2PO_4$  kristallari'ndag'i' fazali'q o'tiwler teoriiyasi'ni'n' basqa a'hmiyetli juwmag'i' eki o'lshemli Sleyter modeli ushi'n da'l sheshimnin' tabi'li'wi' boli'p esaplanadi'. Bunday jag'dayda fazali'q o'tiw I a'wlad fazali'q o'tiwi boli'p shi'g'adi' (yag'ni'y haqiyqatli'qqa jaqi'n keledi) ha'm bunday jag'dayda jasi'ri'n ji'lli'li'g'i' bo'linip shi'g'adi'. Kyuri temperaturasi' Sleyter teoriiyasi'ndag'i'day  $\theta = \frac{I}{k \ln 2}$  shamasii'na tan'. Al ji'lli'li'q si'yi'mli'g'i' y'kenirek boli'p shi'g'adi' ha'm  $\theta$

temperaturasi'na jaqi'n temperaturalarda  $c_p \propto (T-\theta)^{1/2}$ . Al Sleyter teoriyasi'nda bolsa  $T=\theta$  temperaturasi'nda shekli ma'niske iye bolatug'i'n edi. Dielektriklik sin'irgishlik bolsa Kyuri-Veyss ni'zami'na bag'i'nadi'.

### Magistrlik dissertaciya boyi'nsha uli'wmali'q juwmaqlar

1. Dissertaciyada kristalli'q pa'njere atomlari'ni'n' terbelisleri ha'm qatti' denelerdin' ji'lli'li'q qa'siyetleri, monokristallardag'i' serpimli terbelisler, baziske iye bir o'lshemli pa'njerenin' terbelisleri, ysh o'lshemli pa'njerenin' terbelisleri, pa'njere terbelisinin' kvantli'q xarakteri, qatti' denelerdin' ji'lli'li'q si'yi'mli'g'i', Dyulong-Pti, Eynshteyn, Debay ni'zamlari',  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'ndag'i' segnetoelektriklik fazali'q o'tiwlerdi difrakciyali'q izertlewma'speleleri,  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'ni'n' paraelektriklik ha'm segnetoelektriklik fazalari'ni'n' atomli'q-kristalli'q strukturalari', bul kristallardag'i' domenler sistemasin' rentgentopografiyali'q baqlaw, elektrik monodomenizaciya menen baylani'sli' bolg'an formani' este saqlaw effekti,  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'ndag'i' segnetoelektriklik fazali'q o'tiwdi teoriyali'q izertlew, segnetoelektriklerdin' termodinamikali'q teoriyasi' ha'm  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'ndag'i' segnetoelektriklik fazali'q o'tiwdin' mikroskopiyali'q (modellik) teoriyasi' qarap shi'g'i'ldi'.

2. Rentgenografiyali'q myyeshlik skanirovanie usi'li'ni'n' ja'rdeminde  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'ndag'i' segnetoelektriklik fazali'q o'tiwlerdegi ha'm segnetoelektriklik fazadag'i' kristallarg'a bir tekli elektr maydani'n tysirgende jyzege keletug'in substrukturali'q o'zgerisler izertlendi. Fazali'q o'tiwlerde [110] bag'i'ti'nda o'tlemleri 3-4 mm ge shekem jetetug'in eki tyrlı polidomenlik komplekslerdin' payda bolatug'inli'g'i' ani'qlandi'. Bunday jag'dayda bir biri menen kogerentli baylani'sqan domenler kompleksleri arasi'nda eni 300-400 mkm bolg'an mexanikalı'q kernewlerge iye shegaralı'q oblastlar payda boladi'. Ko'p qaytara jyzege keltirilgen strukturali'q o'zgerisler ten' salmaqli' emes strukturali'q defetlerdin' usi' oblastlarga ji'ynali'wi'na ali'p keledi.

3. Segnetoelektriklik  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'na [001] bag'i'ti'nda tysirilgen kernewligi shama menen 4 kv/sm bolg'an elektrostatikalı'q maydan strukturali'q monodomenizaciyag'a ali'p keledi. Bul qubi'li's kristalli'q ylginin' [001] ko'sheri do'geregindagi iymeyiwine ha'm jan'a orientaciyali'q haldi'n' payda boli'wi'na ali'p keledi. Elektr maydani'nda segnetoelektriklik fazali'q o'tiw a'melge asi'ri'lg'andi' strukturali'q o'zgerisler  $\langle 110 \rangle$  ko'sheri bag'i'ti'ndagi' dilataciya mexanizmi boyi'nsha jyredi.

4.  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'nda formani' este saqlaw effekti baqlandi'. Oni'n' ma'nisi mi'nadan ibarat: segnetoelektriklik haldag'i' kristalda monodomenizaciya processinde iymeygen (formasi'n o'zgertken) kristal temperatura joqari'lag'anda paraelektriklik fazag'a o'tkende o'zinin' da'silepki formasi'na qayti'p keledi.

5.  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  kristallari'ndag'i' segnetoelektriklik fazali'q o'tiwdin' teoriyasi' qarap o'tildi ha'm paraelektriklik fazadan segnetoelektriklik fazag'a o'tkende kristalli'q pa'njere terbelislerinin' ta'sirinde vodorod atomlari'ni'n' ta'rtiplesiw processinin' ori'n alatug'inli'g'i' ko'rsetildi.

### **Paydalani'lg'an a'debiyatlar dizimi**

1. Современная кристаллография. Том 4. Л.А.Шувалов, А.А.Урусовская, И.С.Желудев, А.В.Залесский, С.А.Семилетов, Б.Н.Гручущников, И.Г.Чистяков, С.А.Пикин. Физический свойства кристаллов. Издательство "Наука". Москва. 1981. 496 с.
2. Дж.Блейкмор. Физика твердого тела. Издательство "Мир". Москва. 1988. 608 с.
3. А.С.Василевский. Физика твердого тела. Издательство "Дрофа". Москва. 2010. 206 с.
4. Физическое материаловедение. Том. 1. Физика твердого тела. Издательство МИФИ. Москва. 2007. 636 с.
5. Ч.Киттель. Введение в физику твердого тела. Издательство "Наука". Москва. 1978. 792 с. Charles Kittel. Introduction to Solid State Physics. New York City: Wiley. Eighth Edition. 1996. 682 p.
6. П.В.Павлов, А.Ф.Хохлов. Физика твердого тела. Издательство "Высшая школа". Москва. 2000. 494 с.
7. Дж.Займан. Электроны и фононы. теория явлений переноса в твердых телах. Издательство иностранной литературы. Москва. 1962. 488 с.
8. А.Марадудин, Э.Монтролл, Дж.Вейсс. Динамическая теория кристаллической решетки в гармоническом приближении. Издательство "Мир". Москва. 1965. 384 с. 9. Г.А.Смоленский, В.А.Боков, В.А.Исупов, Н.Н.Крайник, Р.Е.Пасынков, М.С.Шур. Сегнетоэлектрики и антисегнетоэлектрики. Издательство "Наука". Ленинградское отделение. Ленинград. 1971. 476 с.
10. Charles T. Walker and Glen A. Slack. Who Named the -ON's? American Journal of Physics. December. 1970. Volume 38, Issue 12, pp. 1380.
11. А.И.Китайгородский. Рентгеноструктурный анализ. Государственное издательство Технико-теоретической литературы. Москва-Ленинград. 1950. 659 с.
12. А.Гинье. Рентгенография кристаллов. Государственное издательство физико-математической литературы. Москва. 1961. 604 с.
13. G.Leibfried. Gittertheorie der mechanischen und thermischen Eigenschaften der Kristalle. Handbuch der Physik. 2 Aufl., Bd. 7/1. Berlin. 1955. S. 104.
14. Н.Б. Брандт, В.А.Кульбачинский. Квазичастицы в физике конденсированного состояния. Издательство ФИЗМАТЛИТ. Москва. 2005. 632 с.
15. М.И.Каганов, И.М.Лифшиц. Квазичастицы. Идеи и принципы квантовой физики твердого тела. Издательство "Наука". Москва. 1976. 80 с.
16. G.B.Benedek et al. Journal Opt. Soc. Amer. Isotopic Shifts of Uranyl Frequencies. **54**. 1964. P. 1284-1285.
17. R.Y.Chiao. С.Н.Townes, В.Р.Stoicheff. Physical Review Letters. Stimulated Brillouin Scattering and Coherent Generation of Intense Hypersonic Waves. V. 12. 1964. P. 592-595.
18. L.Brillouin. Diffusion de la Lumière et des Rayonnes X par un Corps

Transparent Homogéne; Influence del'Agitation Thermique. Annales des Physique. 1922. Vol. 17. P. 88.

19. R.Loudon. The Raman effect in crystals. Advances in Physics. Volume 13. Issue 52. 1964. P. 423-482.

20. H. E. Bömmel and K. Dransfeld. Excitation of Very-High-Frequency Sound in Quartz. Phys. Rev. Lett. 1, 234–236 (1958).

21. C. B. Walker. X-Ray Study of Lattice Vibrations in Aluminum. Phys. Rev. 103, 547–557 (1956).

22. Б.Н.Брукхауз. Спектроскопия медленных нейтронов и Великий Атлас физического мира. Успехи физических наук. Том 165. № 12. 1995. с. 1381-1397.

23. A. D. B. Woods, B. N. Brockhouse, R. H. March and R. Bowers. Normal Vibrations of Sodium. Proceedings of the Physical Society (Proc. Phys. Soc.). Volume 79. 1962. P. 440-441.

24. Woods A.D.B., Brockhouse B.N., March R.H., Stewart A.T., Bowers R. Crystal Dynamics of Sodium at 90 K. Phys.Rev.128. 1112 (1962).

25. Gilat G., Dolling G. Normal Vibrations of  $\beta$  Brass. Phys.Rev.138. A1053 (1963).

26. Альберт Эйнштейн. Собрание научных трудов. Том III. Работы по кинетической энергии, теории излучения и основам квантовой механики. Издательство "Наука". Москва. 1966. 632 с.

27. A.Einstein. Planckshe Theorie der Strahlung und die Theorie der Spezifischen Wärme . Annalen der Physik (ser. 4). 22. 180–190. 1907.

28. Петер Дебай. К теории удельной теплоемкости. Избранные труды. Статьи 1909-1965. Издательство "Наука". Ленинградское отделение. Ленинград. 1987. 560 с. 436-474 бетлер

29. В.Кенциг. Сегнетоэлектрики и антисегнетоэлектрики. Издательство Иностранной литературы. Москва. 1960.

30. J.Kobayashi, Y.Uesu, J.Mizutani, Y.Enamoto. X-ray study on thermal expansion of ferroelectric  $\text{KN}_2\text{PO}_4$ . J.Phys. Stat. Solidi (a). 1970. 3. P. 63-69.

31. С.Р.Горбар, Л.А.Смоленко. Dilatometric Investigation of the Ferroelectric Transition in  $\text{KN}_2\text{PO}_4$ . ЖЭТФ. 1968. 55. С. 2031-2046.

32. Benjamin Chalmers Frazer, Ray Pepinsky. X-Ray Analises of the Ferroelectric Transition in  $\text{KN}_2\text{PO}_4$ . Acta Cryst. V. 6. P. 273-285. 1953.

33. Jean Pirene. On the Ferroelectricity of  $\text{KN}_2\text{PO}_4$  and  $\text{KD}_2\text{PO}_4$  Crystals. Physica. XV. No 11-12. P. 1019-1022. December. 1949.

34. А.А.Левин, С.П.Долин, Т.Ю.Михайлова. Непрямой неэлектрический механизм протон-протонного взаимодействия и протон-решеточная связь в сегнетоэлектриках типа  $\text{KN}_2\text{PO}_4$ . Физика твердого тела. Т. 54. Вып. 5. С.927-929. 2012.

35. J. Kobayashi, Y. Uesu, I. Mizutani and Y. Enomo. X-Ray Study on Thermal Expansion of Ferroelectric  $\text{KN}_2\text{PO}_4$ . Phys. Stat. Sol. (a) 3. P. 63-69. 1970.

36. Я.Уезу, Т.Хосокава, Дж. Кобаяси. Оптическое исследование фазового перехода в кристаллах семейства  $\text{KN}_2\text{PO}_4$ . Известия АН СССР. Серия физическая. 1977. 41. С. 522-529.

37. Koh Wada, Shun-ichi Yoshida, Norihiro Ihara. Dynamical Susceptibility in  $\text{KH}_2\text{PO}_4$ -type Crystals above and below  $T_c$ . arXiv:cond-mat/0011490v1 [cond-mat.stat-mech] 29 Nov 2000.

38. Kobayashi, Kenji K. Dynamical Theory of the Phase Transition in  $\text{KH}_2\text{PO}_4$ -Type Ferroelectric Crystals. Journal of the Physical Society of Japan, Volume 24, Issue 3, pp. 497 (1968).

39. K.Kobayashi. Dinamical aspects of the phase transirion in  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  – type ferroelectric crystals. Physics Letters. Volume 26a. Number 1. 1967. p. 55-56.

40. J. Kobayashi, Y. Uesu, Y. Enomoto. The Order of the Ferroelectric Phase Transformation of  $\text{KH}_2\text{PO}_4$ . Physics Letters. Volume 34 A. No 3. 171-172.

41. J. Kobayashi, Y. Uesu, Y. Enomoto. X-Ray Dilatometric Study on Ferroelectric Phase Transition of  $\text{KH}_2\text{PO}_4$ . Phys. Stat. Sol. (b) 46, 293. 1971. 293-304.

42. T.Fukami. Refinement of the Crystal Structure of  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  in the Ferrielectric Phase. Phys. Stat. Sol. (a) 117. P. K93-K96. 1990.

43. С.Д.Тошев. Наблюдение доменной структуры в кристаллах дигидрофосфата калия методом росы. Кристаллография. 1963. 8. 680.

44. Фомычев Н.Н. Наблюдение доменной структуры в кристаллах KDP поляризованно-оптическим методом. Изв.АН СССР. Сер. физ. 1965. Т.29. № 6. С. 962-964.

45. Шехтман В.Ш., Л.Г.Шабельников, И.М.Шмытько, С.Х.Акназаров. Наблюдение доменной структуры в KDP методом низкотемпературной семки по схеме широкорасходящего пучка. ФТТ. 1972. Т. 14. № 11. С. 3143.

46. Афоникова Н.С., Боровиков В.В., Шмытько И.М. Строение межфазных границ и границ между доменами в KDP. Физика твердого тела. 1987. 29. № 3. С. 813-817.

47. S. Veintemillas Verdaguer, F.Lefaudheux, M.C.Robert. X-Ray Topographic Study of  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  Crystals Grown From Boiling Solutions. Journal of Crystal Growth. Vol. 80. P. 289-297. 1987.

48. C.Belouet, E.Dunia, J.F.Petroff. X-Ray Topographic Study of defects in  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  Single Crystals and their Relation with Ompurity Segregation. Journal of Crystal Growth 23 (1974) 243—252. North-Holland Publishing Co.

49. Bornarel J. Domains in  $\text{KH}_2\text{PO}_4$ . Ferroelectrics. 1987. Vol. 71. No. 104. P. 255-268.

50. Toshito Mitsui, Jiro Furuich. Domain Structure of Rochelle Salt and  $\text{KH}_2\text{PO}_4$ . Physical Review. Volume 90. Number 2. 1953. P. 193-202.

51. Акназаров С.Х., Л.Г.Шабельников, В.Ш.Шехтман. Рентгеновская дифрактометрия мартенситного превращения в кристаллах KDP. ФТТ. 1975. Т. 17. № 1. С. 30-36.

52. Б.А.Абдикамалов, Аристов В.В., Мухина Л.В., Шехтман В.Ш. Эффекты структурной памяти при низкотемпературных перестройках в кристаллах KDP. Физика твердого тела. Т. 20. № 5. 1978. С. 1593-1594.

53. Б.А.Абдикамалов, М.Т.Ережепов, У.К.Ерназаров. Наблюдение субструктуры полисинтетических кристаллов сульфида и селенида цинка. Физика твердого тела. Т. 34. № 5. 1992. С. 1425-1428.

54. Аристов В.В., Шехтман В.Ш., Шмытько И.М. О применении дифракции широко расходящегося пучка рентгеновских лучей в схеме нахождение при изучении реальной структуры кристаллов. В сб. "Аппаратура и методы рентгеновского анализа. Ленинград. 1980. № 23. С. 67-77.

55. Е.В.Шулаков, В.В.Аристов. Анализ топографического разрешения в методе углового сканирования. В сб. "Аппаратура и методы рентгеновского анализа". Вып. 21. 1978. С. 151-161.

56. International Tables for X-Ray Crystallography. Vol. I. 1969. 558 p.

57. Delaey L., Krishnan R.V., Tas H., Wariimont H. Thermoelasticity, pseudoelasticity and the memory effects associated with martensitic transformations. Part I. Structural and microstructural changes associated with the transformations. [Термоупругость, псевдоупругость и эффекты памяти, связанные с мартенситными превращениями. Ч. I. Структурные и микроструктурные изменения, связанные с превращениями]. J.Mater.Sci. 1974. Vol. 9. P. 1521-1535.

58. Delaey L., Krishnan R.V., Tas H., Wariimont H. Thermoelasticity, pseudoelasticity and the memory effects associated with martensitic transformations. Part II. The macroscopic mechanical behaviour [Термоупругость, псевдоупругость и эффекты памяти, связанные с мартенситными превращениями. Ч. II. Макроскопические механические свойства]. J.Mater.Sci. 1974. Vol. 9. P. 1536-1544.

59. Delaey L., Krishnan R.V., Tas H., Wariimont H. Thermoelasticity, pseudoelasticity and the memory effects associated with martensitic transformations. Part III. Thermodynamics and kinetics [Термоупругость, псевдоупругость и эффекты памяти, связанные с мартенситными превращениями. Ч. III. Термодинамика и кинетика]. J.Mater.Sci. 1974. Vol. 9. P. 1545-1555.

60. Dalaey L., Warlimont H. Crystallography and thermodynamics of SME-martensitias (Кристаллография и термодинамика мартенсита в сплавах с памятью формы). "Shape Mem. Eff. Alloys". New York - London. 1975. 89-114.

61. Фомычев Н.Н. Наблюдение доменной структуры в кристаллах KDP поляризованно-оптическим методом. Изв.АН СССР. Сер. физ. 1965. Т.29. № 6. С. 962-964.

62. В.Ш.Шехтман, Л.Г.Шабельников, О.М.Царев. Фотоактивные структурные перестройки в титанате бария вблизи  $T_c$ . Письма в ЖЭТФ. Т.2. Вып. 10. 470-472.

63. V.Abdikamalov. The memory effect in Lead Orthovanadate Crystals (Эффект структурной памяти в кристаллах ортованадата свинца). Узбекский физический журнал. 2000. Т.2. № 5-6. С. 469-470. Uzbek J. Phys 2, 469-470 (2000).

64. В.Л.Гинзбург. теория сегнетоэлектрических явлений. Успехи физических наук. Том XXXVIII. Вып. 4. 1949. С. 490-525. Е.Г.Максимов. Теоретические исследования сегнетоэлектрического перехода. Успехи физических наук. Том 179. № 6. 2009. 639-651. В.К. Малиновский, А.М.

Пугачев, Н.В. Суровцев. Об универсальных закономерностях динамики решетки сегнетоэлектриков. Физика твердого тела, 2009, том 51, вып. 7. 1315-1317.

65. Желудев И.С., Шувалов Л.А. Сегнетоэлектрические фазовые переходы и симметрия кристаллов. Кристаллография. 1956. Т.1. С. 681.

66. Желудев И.С., Шувалов Л.А. Ориентация доменов и макросимметрия свойств сегнетоэлектрических монокристаллов. Изв. АН СССР. Сер. Физ. 1957. Т. 21. С. 264.

67. Blinc R., Burgar M., Levstik A. On the order the phase transition in KDA type ferroelectric crystals. Solid State Commun., 1973, v.I2, No. 6, pp. 573-576.

68. V. Hugo Schmidt and Edwin A. Uehling. Random Motion of Deuterons in  $KD_2PO_4$ . Phys. Rev. Volume 126. P. 477 (1962).

69. Takagi, Yutaka. Theory of the Transition in  $KH_2PO_4$  (I). Journal of the Physical Society of Japan, Volume 3, Issue 4, pp. 271 (1934).

70. Takagi, Yutaka. Theory of the Transition in  $KH_2PO_4$  (II). Journal of the Physical Society of Japan, Volume 3, Issue 4, pp. 273 (1934).

71. Kobayashi, Kenji K. Dynamical Theory of the Phase Transition in  $KH_2PO_4$ -Type Ferroelectric Crystals. Journal of the Physical Society of Japan, Volume 24, Issue 3, pp. 497 (1968).

72. J. C.Slater. Theory of the Transition in  $KH_2PO_4$ . Journal of Chemical Physics, Vol. 9, 1941. p.16-33

73. А.С. Сасов. Динамика поляризации кристаллов с электрическими диполь-дипольными взаимодействиями в присутствии сильных электрических и акустических полей. 01.04.07 – конденсацияланған хал физикасы бойынша кандидатлық диссертация. Волгоград. 2007.

74. В.В.Гладкий. Электрические эффекты высших порядков в области структурных фазовых переходов в сегнетоэлектриках. 01.04.07 – конденсацияланған хал физикасы бойынша докторлық диссертация. Москва. 1984-жыл.

75. P.G. de Gennes. Collective motions of hydrogen bonds. Solid State Commun. 1. 132-137. 1963.

76. Warren J.L., Wenzel R.G., Yarnell J.L. Inelastic scattering on neutrons IAEA. Vienna. 1965.