

**WO'ZBEKSTAN RESPUBLIKASI' XALI'Q BILIMLENDIRIW  
MINISTRILIGI**

**A'JINIYAZ ATI'NDAG'I' NO'KIS MA'MLEKETLIK  
PEDAGOGIKA INSTITUTI'  
FIZIKA-MATEMATIKA FAKULTETI**

**«Matematikani woqi'ti'w metodikasi'» kafedrası'**

**«Matematikani woqi'ti'w metodikasi'» qa'nigeliginin' 4 v – kurs talabasi  
Saparova Jamila Il'yasovnani'n'**

**«Matematika sabaqlari'nda “Maple” paketlerinen paydalani'w  
usi'llari'»  
temasi'ndag'i'**

**PITKERIW QA'NIGELIK JUMI'SI'**

**Kafedra basli'g'i':**

**f.-m.i.k. G . Qaypnazarova**

**İlimiy basshi':**

**Ag'a woqi'ti'wshi' M. Dj. Urazbaeva**

**NO'KIS– 2016**

## Mazmunı

Kirisiw

§1. Matematika pa'nin oqıtıwda xabar texnologiyalarının' ornı.....	3
§2. Xabar texnologiyalarında avtomatlastırılǵ'an ta'lim sisteması....	10
§3. Ten'lemeler sistemasın sheshiw sxeması.....	16
§4. Ten'lemeler sistemasın sheshiw din' sanlı usılları.....	21
§5. Sızıqlı ten'lemeler sistemasın kompyuterde sheshiw metodikası.....	31
§6. Maple paketlerin paydalanıp ten'lemeler sistemasın sheshiw.....	37
Juwmaqlaw.....	46
A'debiyatlar.....	47

## **Kirisiw**

1) **Temanın' aktualıg'ı.** Matematik ma'selelerdi zamanago'y informatsion sistemalar bazasında sheshiw ha'zirgi waqıtta aktual esaplanadı. Bunday ma'seleler basqarıw protsessinde, sotsiallıq-ekonomikalıq ma'seleler sheshimin optimallastırıwda ha'm sheshim qabıl etiwde ushırasadı. Sonın' ushın bul protsesslerdi informatsion sistemalar bazasında «soraw-juwap» rejiminde sheshiwdi avtomatlastırıw ushın ma'selelerdin' matematikalıq modeller, algoritmler, programmalar ha'm jan'a informatsiyalıq texnologiyalar menen ta'miyinlew kerek boladı. Sonday-aq, informatsion sistemalar bazasında matematikalıq ma'selelerdi sheshiwdi mektep oqıwshılarına u'yretiw, olarda mashina programmaların du'ziw ko'nlikpelerin payda etiw ha'm a'meliy ma'seleler sheshiwde do'retiwshilik uqıplılıg'ın payda etiw, oylaw ha'm o'z betinshe pikirlewdi payda etiw texnologiyaların islep shıg'ıw zaman talabı.

Joqarıda keltirilgen talaplarg'a muwapıq pitkeriw qa'nigelik jumısında ten'lemeler sistemasın sheshiwde xabar texnologiyaların paydalanıwha'm onın' sheshiw texnologiyasın islep shıg'ıw bu'gingi ku'nnin' aktual ma'seselesı esaplanadı.

2) **Jumıstın' maqseti ha'm wazıypaları.** Xabar texnologiyaların paydalanıp progammalastırılğ'an oqıtıwda tiykargı maqset oqıwshılardıń teoriyalıq ha'm a'meliy bilimlerin bekkemlew ushın kompyuter, İnternet ha'm multimediya qurallarınan paydalanıw bolıp tabıladı. Kompyuter oqıwshının' taza temanı o'zlestiriw da'rejesin anıqlawg'a, berilgen temanın' ayırım bolimlerin u'yreniw ushın oqıwshıg'a ko'rsetpe beriwge, sol tema boyınsha qanday ilimiy izleniwshilik jumıslar alıp barıw kerekligi haqqında ma'slahatlar beriwge ha'm oqıwshının jil dawamında alg'an biliminin' sıpatın anıqlawg'a ja'rdem beredi.

Jumıstın' tiykarg'ı ma'qseti informatsiyalıq sistema bazasında ma'seleler sheshiw ha'm anıq ma'selelerdi analizlew usılların u'yretiw bolıp tabıladı.

3) **İzertlew obekti ha'm predmeti.** Pitkeriw qa'nigelik jumısında izertlew obekti bolıp matematikanın' tiykarg'ı bo'limi bolğ'an

ten'lemeler sistemasın sheshiwde xabar texnologiyaların paydalanıw. İzertlew protsessinin' predmeti sıpatında ma'selelerdin' sheshiliw algoritmlerin islep shıg'ıw, mashina programmaların du'ziw, a'meliy programma paketlerinen paydalanıw metodikası esaplanadı.

**4) İzertlew metodikası ha'm usılları.** Pitkeriw qa'nigelik jumısında ma'selelerdi izertlewge sistemalı tu'rde jandasıp, avtomatlastırılǵ'an sistemalar bazasın paydalanıw qaraladı.

**5) İzertlew na'tiyjelerinin' ilimiy ta'repten jan'alıq da'rejesi.** Xabar texnologiyaları sisteması bazasında ma'seleler sheshiw ushın algoritmllestiriw, interpretatsiyalaw ha'm mashina programmaların jaratıw ta'repleri jan'alıq da'rejesine kiredi.

**6) İzertlew na'tiyjelerinin' a'meliy a'hmiyeti ha'm qollanıwı.** Pitkeriw qa'nigelik jumısında izertlew na'tiyjelerinin' a'meliy a'hmiyeti mektep, kolledj, akademik litsey ha'm joqarg'ı oqıw orınlarının' talabaları ushın, ilimiy izleniwshiler, aspirantlar ushın metodikalıq ko'rsetpe bolıp xızmet ete aladı.

**7) Jumıstın' du'zilisi.** Pitkeriw qa'nigelik jumısı kirisiw, u'sh tiykarg'ı bo'limnen, juwmaq ha'm paydalanılǵ'an a'debiyatldardan turadı.

**8) Jumıstın' tiykarg'ı na'tiyjeleri.** Jumıstın' tiykarg'ı na'tiyjesine sonı aytıw mumkin, magistrlik dissertatsiyada ko'p qa'ddili basqarıw sistemasın jan'a informatsion texnologiyalar bazasında ko'plik teoriyasına tiykarlanıp formal tiller ja'rdeminde matematikalıq modellestiriw ha'm onı sheshiw metodikası islep shıg'ıldı. Onda algoritmllestiriw, programmalastırıw ha'm interpretatsiyalaw usılları ko'rsetildi.

**9) Juwmaqlaw ha'm usınıslardıń qısqasha ulıwmalasqan ko'rınisi.** Ten'lemeler sistemasın sheshiwde xabar texnologiyaların paydalanıw metodikası qaraladı.

## **\* 1. Matematika pa'nin oqıtıwda xabar texnologiyalarının' ornı**

Jeke kompyuterlerdi oqıtıw quralı retinde paydalanıwǵa boladı. Bunın ushın ha'r bir teoriyalıq ha'm a'meliy sabaqlarǵa tiyisli texnologiyasın u'yreniw, ma'sla'ha'tlı rejimde isleytug'ın programmalar duziw kerek. Programmalaştırılǵan oqıtıw bul oqıtıwdın' bir usılı bolıp ulıma metodika tiykarında jeke oqıtıwdı tolıq iske asırıwǵa waqtınsha oqıwshıǵa ja'rdem beriwge ha'm bilimlerdi o'zlestiriwin u'zliksiz qadag'alawǵa ja'rdem beredi. Matematika pa'ni boyınsha programmalaştırılǵ'an oqıtıwda:

1. Oqıw materalların (baplar, temalar, shınıǵıwlar, jeke tapsırmalar, qadag'alawshı sorawlar h.t.b) u'yreniwge beyimlestirip onsha u'lken bolmagan bo'limlerge ajıratıw.

2. Ha'r bir ajıratılǵ'an bo'limdi u'yreniw ushın izbe-iz orınlanatug'ın algoritimler sistemasın islep shıǵarıw.

3. Bo'limlerge tiyisli bolǵ'an didaktikalıq oqıw materialların tayarlaw.

4. Oqıwshı menen kompyuter arasındag'ı o'z-ara (tuwrı ha'm kerı) baylanıstı ta'miyinlew sistemasın istep shıǵıw ko'zde tutıladı.

Progammalaştırılǵ'an oqıtıwda tiykarg'ı maqset oqıwshılardıń teoriyalıq ha'm a'meliy bilimlerin bekkemlew ushın kompyuterden paydalanıw bolıp tabıladı. Kompyuter oqıwshınıń' taza temanı

o'zlestiriv da'rejesin aniqlawga, berilgen temanın' ayırım bo'limlerin u'yreniw ushın oqıwshıg'a ko'rsetpe beriwge, sol tema boyınsha qanday ilimiy izleniwshilik jumıslar alıp barıw kerekligi haqqında ma'sla'ha'tler beriwge ha'm oqıwshının' jıl dawamında alg'an biliminin' sıpatın aniqlawg'a ja'rdem beredi.

Oqıtıwdın' bul usılı bilim beriwdi ja'ma'a'tshilikten jekkeshilikke ha'r bir oqıwshının' uqıplılıg'ın, ko'nlikpelerin ha'm ruwxıylıg'ın izbe-iz aniqlawg'a, oqıw materialların jedellestiriwge ja'rdem beredi. Programmalaştırılğ'an oqıtıwda oqıw pa'nlerin oqıwshılarg'a u'yretiw sızıqlı ha'm tarmaqlang'an usılda boladı.

Sızıqlı u'yretiw usılı-bul qatan' ta'rtipte du'zilgen mashina programmalarınan ibarat bolıp, bul programmalar soraw ha'm juwaplardın' du'zilisine baylanıslı boladı. Oqıwshı sorawlarg'a durıs juwap qaytarıwg'a belsendi qatnasadı. Biraq oqıwshının' taza temanı jeke o'zlestiriwine, ko'nlikpe payda etiwine ta'siri az boladı. Bul usıldın jetiskenligi sonnan ibarat, oqıwshı sorawlarg'a durıs juwaptı turaqlı tu'rde izleniwge ma'jbu'r boladı, keyingi oqıw temaların jenil o'zlestiriwge tirek boladı. Bul usılda oqıw materialları oqıwshı tolıq o'zlestirgennen son dawam ettiriledi.

Tarmaqlang'an u'yretiw usılı-bul sızıqlı u'yretiw usılına qarag'anda apiwayı bolıp, oqıtıwdın' birneshe tarmaqlarınan turadı. Eger oqıwshı o'z waqtında oqıw materialların o'zlestirse onda onın' oqıw temaların o'zlestiriv waqtı qısqa boladı. Eger oqıwshı o'z

waqtında o'zlestire almasa onda onin' u'yreniw waqtı uzun boladı. Tarmaqlang'an oqıw programmaları to'mendegi mu'mkinshiliklerge iye:

1. Berilgen sorawlardıń durıs emes juwapların tusindiriw
2. Egerde tema tolıq o'zlestirilmegen bolsa onı takırarlaw
3. Oqıw materialların oqıwshılardıń o'zlestiriw uqıbına qarap ha'r tu'rli tarmaqlarg'a bolıw.
4. Oqıwshılardıń oqıw materialların o'zlestiriw o'z betinshe saylap alıwga mu'mkinshilikler beriw.

Tayarlıq juwmaqlang'annan son' oqıtıwdın' kompyuter programma tekstleri ko'rip shıg'ıladı. Kompyuterlerdin' mu'mkinshiligine qarap algoritmlik tilinde jazılğ'an oqıw programmasında psixologiyalıq ha'm pedagogikalıq talaplardı esapqa alıw kerek. Ha'r bir paragrafqa yamasa tema ushın du'zilgen kompyuterde oqıtıw programması to'mendegi talaplarg'a juwap beriw kerek.

1. Oz waqtında juwap beriw.
2. Oqıwshı qıynalatug'ın tusiniklerge durıs juwap beriw (mısal shıgarıwg'a, formulalardı keltirip shıgarıwg'a, grafiklerdi duziwge h.t.b )
3. Ja'rdem beriwde oqıwshının' uqıbın esapqa alıw kerek
4. Oqıw teması boyınsha tusinikler, anıqlamalar, teoremlar, natiyjeler saldarlar kompyuter ja'rdeminde beriliwi kerek.

5. Oqıwshı qa'legen waqıt aralıg'ında (sabaq waqtında) ja'rdem soraw huqıqına iye (kompyuterden)

Oqıtıwdın' kompyuterlik texnoologiyası bayanatta tolıq ko'rsetiledi.

Oqıtıwshı- kompyuter menen oqıwshı arasındag'ı keri baylanıstı ta'miynlew to'mendegi talaplar tiykarında boladı:

1. Jiberilgen qa'telerdi o'zlestiriw ushın keri baylanıs bolıw kerek..
2. Jiberilgen qate tolıq talıqlanıwı ha'm qoyılǵ'an sorawdın' a'hmiyetliligi keri baylanıs mag'lumatın toltıradı.
3. Qateni durıslaw ushın da'slep oqıwshı o'zi erikli tu'rde ha'reket etiwı kerek.
4. Qosımsha mag'lıwmatlar tek g'ana qoyılǵ'an sorawlarg'a juwap berilgen son' alınadı.
5. Keri baylanıs mag'lıwmatları ja'rdem sorag'an paydalanıwshının jasına, qa'nigeligine sa'ykes bolıwı kerek.
6. Keri baylanıs temanı uyreniwde apiwayı ha'm tu'sinikli bolıwı kerek.
7. Keri baylanıs jasaw oqıwshı jibergen qateden keyin tez waqıt aralıg'ında bolıw kerek.

Oqıtıwdın' avtomatlastırılǵ'an usılında bilimdi bahalaw to'mendegishe bo'linedi: da'slepki, ku'ndelikli ha'm juwmaqlawshı. Da'slepki bahalaw oqıwshılardıń o'tilgen tema boyınsha alg'an bilimlerin anıqlaw ushın paydalanıladı. Ku'ndelikli bahalaw o'tilgen temag'a tiyisli bolǵ'an sorawlarg'a juwap qaytarıw menen anıqlanadı.

Juwmaqlawshı bahalawda, o'tilgen tema boyınsha oqıwshının' alg'an bilim da'rejesi tolıq anıqlanadı.

Ha'r bir tema ha'm bo'limler boyınsha tiyisli sorawlar, shınıg'ıwlar ha'm o'z betinshe islewge tapsırmalar, a'meliy jumıslar du'zilse, onda oqıwshının' bilimin baqlaw, durıs ha'm nadurıs juwaplardı anıqlaw kompyuterde oqıtıwda u'lken mu'mkinshilik beredi.

Juwmaqlawshı bahalaw oqıwshılardı kompyuter ja'rdeminde oqıtıwda ha'm olardıń avtomatlastırılǵ'an oqıtıw sisteması boyınsha ko'nlikpelerdi payda etiwge ja'rdem beredi.

Oqıw protsessin avtomatlastırıw ma'selesin iske asırıw ushın tiykarg'ı eki wazıpanı orınlaw kerek:

1. Jeke kompyuter menen jumıs islew ko'nlikpelerin payda etiw.
2. Oqıw pedagogikalıq programmalar duziw u'yreniw.

## §2. Xabar texnologiyalarında avtomatlastırılğ'an ta'lim sisteması

Avtomatlastırılğ'an ta'lim sisteması adam ha'm mashina ortasındag'ı ma'sla'ha'tlı sistema bolıp ta'lim beriwdi jedellestiriw ushın paydalanıladı ha'm paydalanıwshının' psixologiyalıq ha'm pedagogikalıq qasiyetlerin esapqa aladı. Avtomatlastırılğ'an ta'lim sisteması ja'rdeminde bilim beriwdin': mag'lıwmatlı-u'yretiwshi, qadagalawshı, oyınlı ma'sla'ha'tlı tu'rleri bar. Avtomatlastırılğ'an ta'lim sisteması ta'limdi differentsiyallaw ha'm onı oqıwshıg'a sa'ykeslendiriwge ja'rdem beredi. Pa'nler arasındag'ı baylanıstı ta'miynlewge ha'm oqıw materialların optimal paydalanıwg'a ja'rdemlesedi. Ha'zirgi waqıtta avtomatlastırılğ'an ta'lim sistemasında to'mendegi programmalar bar:

- Klasstan tıs oqıw ushın islenetug'ın programmalar
- Oqıw prossesinde qollanılatus'ın programmalar

Avtomatlastırılğ'an ta'lim sistemasın (ATS) metodikalıq ta'miynlew bul ko'rsetpeler ha'm usınıslar jıyını bolıp avtomatlastırılğ'an ta'lim sistemasının' islew texnologiyasın belgileydi. Ha'zirgi waqıtta to'mendegi ATS ga tiyisli programmalar: mag'lıwmatlar menen islewshi programmalar, basqarıw ma'selelerine tiyisli programmalar, arnawlı a'meliy programmalar, pedagogikalıq ma'seleler ushın programmalar bar.

Oqıw pedagogikalıq programmalar duziw ha'm olardı paydalanıw quramalı ma'seleler bolıp esaplanadı. Bul programmalaradı arnawlı qa'nigelikler toparı islep shıgadı. Mısal ushın pa'n oqıtıwshısı kerekli mag'lıwmatlardı tayarlaydı. Psixolog-pedagog bul materiallardı oqıwshı qanday da'rejede o'lzestiriwin bahalaydı. Programma du'ziwshi kerekli oqıw pedagogiq programmaların' strukturasını islep shıg'adı, programma teksttin jazadı ha'm birgelikte oqıw protsessine qollanadı. Ha'zirgi waqıtta oqıw pedagogikalıq programmalaradı olardıń paydalanıw da'rejesine qarap to'mendegishe ajratamız:

- Kompyuter oyunlari ja'rdeminde mag'lıwmatlardı u'yreniw ha'm bahalaw programmaları
- Teoriyalıq mag'lıwmatlar, ma'sele sheshiw u'lgilerin ko'rsetiw ha'm bilimdi bahalaw basqıshlarınan turatug'ın oqıw pedagogikalıq programmalar
- Berilgen sorawga birneshe juwap ko'rsetilip olarda tuwrı juwaptı izlewge tiykarlang'an oqıw pedagogikalıq programmalar

Bunda birinshi topar programmaların paydalanıwdı bir pa'nnen tayarlang'an materialdı u'yreniwdi ha'm bahalawdı oyunlar tiykarında sho'lkemlestiriw ko'zde tutıl'gan. Bul oynınnıń taktika ha'm strategiyası tiykarında arnawlı sorawlar qoyıl'gan bolıp oqıwshının' (oyınshının') naduris juwabı onıw ushın jeniliw sebeplerin keltirip shıg'aradı. Ekinshi topar programmalar moduller tiykarında du'zilgen bolıp bir neshe-kishi

programmalaridan turadi. Bunda o'qish berilgan temaning teoriyalik tiykarlari menen tanisadi. Misal islew u'lgileri menen tanisadi ha'm og'an basqa ko'rinistegi misallar mira't etiledi ha'm onin' bilimi bahalanadi. Bul usil ha'zir ken' qollanilatug'in usil bolip mekteplerde sabaq o'tiw usilina uqsaydi. Bul usildin' tiykari o'qish bolip, ol bunda bir temani toliq u'yreniwge ha'm a'meliy shing'iwlar orinlaydi. U'shinshi topar o'qiw metodikalik programmaları eki turde boladi:

- Mag'lumatsiz ja'rdem beriwshi;
- Mag'lumatli ja'rdem beriwshi;

Bul o'qiw pedagogikalik programmalarin' qosimsha mag'lumat beriwshi o'qishig'a teoriyalik bilim beriw mu'mkinshiligin jaratadi. Bul usildin' tiykarg'i maqseti o'qishig'a baha qoyih emes, al belgili o'qiw temasi boyinsha bilim beriwden ibarat. O'qiw pedagogikalik programmalar duziw eki basqishtan turadi:

1. Oqitw din' infologik sxemasin duziw.
2. Programma du'ziw (kontseptual sxema)

Oqitw din' infologik sxemasi to'mendegilerdi o'z ishine aladi:

1. Mag'lumatlar toplaw.
2. Mag'lumatlardı o'qishig'a sa'ykeslendiriw.
3. Temag'a tiyisli tu'siniklerdi anıqlamasın beriw.

Programma duziw to'mendegilerdi o'z ishine aladi:

1. Infologik sxemag'a qarap kerekli grafikler, blok – sxemalar tayarlanadi.

2. Programma duziw ushin algoritmlik til saylap alinadi.

3. Programma paydalaniladi.

Programmani paydalanıw ushin ha'r bir oqıtıwshı to'mendegi islerdi orınlawı kerek:

- Pa'n oqıtıwshısı oqıw protsessine paydalanılatug'ın kompyuterdin' mu'mkinshilikleri menen tanıs bolıwı kerek.
- Jıynalg'an mag'lıwmatlar a'piwayı, tu'sinikli, qızıqlı ha'm turmısqa baylanıslı mısallar menen toltırılǵ'an bolıwı kerek.
- Oqıtıwshı oqıw materialların qanday usılda tu'sindiriwdi anıq biliwi kerek.
- Programma du'ziwshi anıq ha'm tolıq ko'rsetilgen mag'lıwmatlar ushin programma tekstin jazadı.

Oqıtıwdın' avtomatlastırılǵ'an ta'lim sistemasında bir saatlıq sabaq jobasın ko'rsetemiz.

«Argument ha'm funktsiyanin' o'simi» teması boyınsha  
programmalaştırılǵ'an oqıtıw sabag'ın o'tkiziwge

İS JOBA.

1. SABAQTI ShO'LKEMLESTİRİW. Kompyuter klassı, temag'a baylanıslı kompyuter programmaları, didaktikalık ko'rgizbeler modulli tiykarda kompyuter yadında bolıwı kerek.

2. TEMANIN' TEORİYALIQ MAZMUNI.

ANIQLAMA: Argumenttin' o'simi dep  $x = x_0 + \Delta x$  an'latpag'a ayıladı,  $x_0$  – toshkasında argument  $x$  tin' o'simi.

Funktsiyanin' o'simi  $\Delta f = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$  an'latpag'a ayıladı,  $x_0$  - toshkasında funktsiyanin' o'siwi.

3. ALGORİTM DU'ZİW. Funktsiyanin' qa'legen  $x$  toshkasındaǵı o'simin esaplaw algoritmin kompyuter to'mendegishe usnadı:

1.1 Qalegen  $x_0$  argument ushın  $y=f(x)$  funktsiyanin  $x=x_0$  toshkadag'ı ma'nisin esaplaymız

1.2 Argument  $x_0$  ge o'sim beremiz ha'm  $x=x_0$  toshkada  $y=f(x)$  nın' ma'nisin esaplaymız

.  $y=f(x)$  funktsiyanin o'simin tabamız.

4.USI TEMAG'A TIYİSLİ PROGRAMMA TEKSTİN  
KOMPYuTER YADINAN ShAKIRIW

5. KOMPYUTERDİN USINISI MENEN A'MELİY MISAL shıgarıw.

6. KOMPYUTER USINISI MENEN JEKE TAPSIRMA BERİW. Kompyuter oqıwshılardıń usı tema boyınsha alg'an bilimin bekkemlew ushın ha'r bir oqıwshıg'a jeke tapsırma beredi.

7. TEMA BOYINSHA KOMPYUTERDİN' BAKLAW SORAWLARI. Kompyuter bazasında usı temaga tiyisli test sorawları bahlaw jumısları didaktik materiallar bolıwı kerek.

8. TEMA BOYINSHA KOMPYUTERDİN' BİLİMDİ BAHALAWI. Usı tema boyınsha oqıwshılardıń alg'an bilimlerin reyting sistemasında bahalaydı ha'm yadına jazıp qoyadı.

9. KOMPYUTERDİN UYGE TAPSIRMA BERİWİ. Usı temag'a tiyisli bolg'an sorawlar ha'm shınıg'ıwlar kompyuter ekranına shıgarıladı. Oqıwshınıń talabı boyınsha qagazg'a shıg'arılıp beriledi.

### §3 . Ten'lemeler sistemasin sheshiw sxeması

Ko'plegen ilimiy texnikaliq ma'selelerdi tabisli sheshiw belgili da'rejede sızıqli algebraliq ten'lemeler sistemasinin juwmaqlarin tez ha'm aniq etip ala aliwg'a baylanisli. Sızıqli emes ma'selelerdi sheshiwdin' ko'p metodlari sonday-aq bir qatar sızıqli sistemalardin' izbe-izligin sheshiwge tirkeledi. Ha'zirgi waqitta sızıqli algebraliq ten'lemelerdi EEM de sheshiwdin' sanli usillari islep shigildi. Ko'plegen metodlar ushin EEM de sheshilgen ma'selelerdin' duris belgilerinin' mug'darin aniqlawg'a ha'm sheshimlardin' da'lligin bahalawg'a mu'mkinshilik beretug'in matematikaliq apparat islep shiqqan. Sanli usillardin' sızıqli algebraliq sistemalardi sheshiwdin' sanli usildin' ko'p turliligini tuwri ha'm iteratsiyaliq dep bo'liwge boladi.

Tuwri metodlar arifmetikaliq operatsiyaliq son'g'i sani ushin sistemasinin' sheshimin bere alatug'ini menen xarakterlenedi. Egerde ha'mme operatsiyalar qa'teliksiz turde islese, onda berilgen sistemanin' sheshimi de aniq boladi. Tuwri bir sheshimge iye bolsa, ha'm aniqlang'an emes, eger ol birden ko'p sheshimge iye bolsa sızıqli ten'lemelerdin' 2 sisteması ekvivalent dep ataladi, eger 1 - sistemanin' sheshimi bolsa ha'm kerisinshe.

$$B = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & \dots & a_{m2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{1n} & a_{2n} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

A kvadratliq matritssa eger ol transponirlengen matritsaga ten' bolsa ( $A=A^T$ ), eger  $a_{ij}=a_{ji}$  bolsa simmetriyali dep ataladi.

Eger ha'r bag'anasinin' kvadratliq elementlerinin' qasindisi birge ten' bolsa al eki ha'r qiyli bag'anasinin' sa'ykes elementlerinin' metodqa Kramer metodi, Gauss metodi ha'm onin' modifikatsiyalari tiykarg'i element metodi, kvartiraliq

koren metodi, sa'wleleniw metodi ha'm t.b. ortogonalizatsiya metodi. Tuvri metodlari sanlari 103 ten u'lken bolmag'an sistemalardi EEM de sheshiw ushin qollaniladi.

Iteratsiyaliq metod jaqinlasiwshi boladi. Olar bir qiyli sxema boyinsha esaplang'an izbe-iz jaqinlasiwinin' shegi retinde sistemalardin' sheshimin beredi. Iteratsiyaliq metodqa a'piwayi iteratsiyaliq metod, Zeydel metodi, plaksatsiya metodi, gradint ha'm onin' modifikatsiyalar metodi kiredi. Praktikada iteratsiyaliq metodlar 106 ta'rtpili sanlar sistemasin sheshiwde qollaniladi.

n belgisizli m siziqli algebraliq ten'lemeler sistemasin qaraymiz.

$$\begin{aligned}
 a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \\
 a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2 \\
 \dots\dots\dots & \\
 a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &= b_m
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

ol matritsaliq tu'rde  $Ax=b$  tu'rinde jaziliwi mu'mkin. Bunda

$$A = \begin{pmatrix}
 a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\
 a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\
 \dots\dots\dots & & & \\
 a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn}
 \end{pmatrix}$$

tikmu'yeshli matritsa  $m \times n$  parametrli,

$$x = \begin{pmatrix}
 x_1 \\
 x_2 \\
 \dots \\
 \dots
 \end{pmatrix}$$

- n-shi

$x_n$

ta'rtipli vektor, al

$$b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix} \text{ -- m shi}$$

ta'rtipli vektor (2.0) ten'lemeler sheshimi dep barliq ten'lemelerdin' sistemasin duris ten'likke aylandiratug'in  $x_1=c_1, x_2=c_2, \dots, x_n=c_n$  sanlardin' ta'rtiplesken jiynag'ina aytiladi.

$$B = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & b_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} & b_m \end{pmatrix}$$

A matritsag'a erikli sanlar bag'anasi qosiw joli menen alingan matritsa ken'eyttirilgen dep ataladi. Eger de A matritsanin' rangi r ken'eyttirilgen B matritsanin' rangine ten' bolsa rang A = rang B bolsa sistema tek bir sheshimge iye bolatug'inlig'i belgili. Eger de A matritsasinin' rangi belgisiz n sanina ten' bolsa, onda sistema bir sheshimge iye boladi ha'm  $r < n$  bolsa sheksiz ko'p sheshimge iye boladi.

Eger A matritsa kvadratliq ha'm onin' aniqlawshisi 0 ge ten' bolmasa  $\det A \neq 0$  bolsa, onda ayriqsha emes dep ataladi. A matritsag'a iye n belgisizli algebralik ten'lemeler sistemasi birgelkili ha'm ol tek bir sheshimge iye.

Ayriqsha emes matritsa ushin kerri matritsa tu'sinigi kerikli bolip tabiladi. Berilgen matritsaga kerri matritsa  $A^{-1}$ , ol sol jaqtan ha'm on' jaqtan da berilgen matritsag'a ko'beytse, birlik matritsani beredi.  $AA^{-1}=A^{-1}A=E$  A matritsadag'i

qatar ha'm bag'analardi orin almashtirivda payda bolg'an A matritsasi transponirlengen matritsasi dep ataladi.

Siziqli ten'lemelerdin' sistemasi birgelki dep ataladi, eger ol en' keminde bir sheshimge iye bolsa, ha'm birgelki dep ataladi, eger ol sheshimge iye bolmasa. Birgelkili sistema aniqlang'an dep ataladi, eger ol tek g'ana ko'beymelerinin' qosindisi 0 ge ten' bolsa, ol ortogonal dep ataladi.

$A^{-1} A = E$  ekenligin esapqa alsaq A matritsanin' xarakterliq ten'lemesi dep  $A - \lambda E = 0$  aytiladi yamasa

$$\begin{pmatrix} a_{11} - \lambda & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} - \lambda & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} - \lambda \end{pmatrix} = 0$$

Xarakterlik ten'lemenin' korenleri xarakterlik (menschiklik) sanlari dep ataladi. menschiklik ma'nisi juwap beriwshi A matritsanin' menschiklik bektori dep  $A = \lambda V$  matritsasini ten'lemesini qanaat-

lanivshi 
$$V = \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \dots \\ V_n \end{pmatrix}$$
 bektotg'a aytamiz.

Eger n belgisizli n siziqli ten'lemeler sistemasinda A matritsasi ayriqsha (dep  $A = 0$ ) bolsa, onda ol b vektori A matritsasini barliq p menschiklik ma'nisine ortogonal bolsa sheksiz ko'p sheshimge iye boladi ha'm eger  $(b, v) = 0$ , bul jerde  $Av = 0$  - sistemanin' jeke sheshimi,  $v = (v_1, v_2, \dots, v_n)$  - A matritsanin' v menschik bektorlaridan turatug'in matritsa, al  $c = (c_1, c_2, \dots, c_n)$  - erkli turaqli bektor.

Endigide kvadratli matritsali siziqli ten'lemenin' sistemasini sheshiwidin' sanli usullarini ko'remiz.

#### §4 . Ten'lemeler sistemasın sheshiwidin'

##### sanlı usılları

Gauss usılı. Siziqli algebraııq ten'lemeler sistemasın ko'remız:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ &\dots\dots\dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n &= b_n \end{aligned} \quad (1)$$

eger onın' matritsası  $A=(a)$  ayrıqsha emes bolsa (1) ten'lemeler sistemasın sheshiwidin' Gawss medodi - bul belgisizdi izbe-iz shig'ariw metodi. Onın' ma'nisi (1) sistemani ushmueyesli sistemag'a aylandiriwdan ibarat, onda izbe-iz (keri jol menen) ha'mme belgisizlerdin' manislerin tabiwg'a boladı. Gawss metodi anıq metodqa kiredi. Bul eger de kerek bolg'an jollardi da'l orinlasaq, onda anıq da'l juwabi alınadı degendi bildiredi.

Esaplawda ketken qatelikler (do'n'gelekler h.t.b) kesirinen bul udeal qol jetersiz.

Tomende bir bolıw sxemasın qaraymız. (1) Sistema kelesi almastiriwg'a ushiraydı.  $a_{11} = 0$  (bos element) dep, (1) - ten'lemenin'  $a_{11}$  koeffitsentine bo'lemiz/  $a_{11} = 0$  orinlay otirip, sistemanın' ten'lemesın orın almastiriw natıyjesinde to'mendegini aliwg'a boladı.

$$x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \quad (2).$$

(2) den paydalana otirip, qalg'an sistemasının' ten'lemesınen  $x_1$  belgisizdi alıp taslawg'a boladı. Bul ushin ha'r ten'likten (2) ten'lemesın sa'ykes  $x_1$  koeffitsentine ko'beytip alsaq bolg'ani.

Bunın' izinen 1-shi ten'lemeni sol qalbinde qoyıp, sistemanın' basqa ten'lemesi u'stinde da'l sonday almastiriw orinlaymız. Bul protsessti qaytalay otirip (1) sistemasi ornına og'an ten' ku'shli u'shmu'yeshli matritsa alamız.

$$\begin{aligned}
 x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \\
 x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2 \\
 &\dots \\
 x_n &= b_n
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

(3) sistemadan  $x_1, x_2, \dots, x_n$  barliq belgisizlerdin' ma'nislerin izbe-iz tabiladi.

Solay etip, (1) sistemasinin' Gawss metodi sheshiw protsesi 2 etapqa bo'linedi.

- 1) belgisizlerdi izbe-iz shig'ariw tuwrin xod dep ataladi.
- 2) belgisizlerdin' manislerin tabiw-keri xod dep ataladi.

Iteratsiya usuli. Sa'wleleniwidin' qIsIIIwshI bolatUg'In shartlerin qollanayIq.

Meyli  $x(x_1, x_2, \dots, x_n)$  ha'm  $y(y_1, y_2, \dots, y_n)$  - n o'lsheimli ken'isliktin' 2 toshkasI bolsIn. Iteratsiya usIIIInIn' praktikallIq qollanIwInda sIzIqII ten'lemeler sistemasIn ken'isliktin' to'mendegi 3 metrikanIn' birewi menen qarag'an jo'n:

$$a) \rho_1(x, y) = \max_{1 \leq i \leq n} |x_i - y_i| \tag{1}$$

$$b) \rho_2(x, y) = \sum_{i=1}^n |x_i - y_i| \tag{2}$$

$$v) \rho_3(x, y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2} \tag{3}$$

MIsal. Ken'isliktin' joqarIda 3-formulanIn' ha'r biri menen metrikallIq ken'islik bolatug'InIn da'liylin'.

Sa'uleleniwdin'  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  ha'm  $\rho_3$  metrikali ken'islikte qisilwshI shartlerin du'zeyik. Bul shartler algebraiq ten'lemeler sistemasinin' belgisizli koeffitsentleri arqali an'latiladi.

Solay etip metrikaliq ken'islikte ten'lemeler sisteması menen berilgen F sa'lelendiriw qisilwshI sa'uleleniw bolwI ushIn kelesi shartlerdin' birewinin' orInlanIwI jetkilikli:

$$\text{a) } \rho_1 \text{ metrikasI menen } \alpha = \max_{1 \leq i \leq n} \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} < 1$$

$$\text{b) } \rho_2 \text{ menen } \alpha = \max_{1 \leq i \leq n} \sum_{i=1}^n \alpha_{ij} < 1$$

$$\text{v) } \rho_3 \text{ menen } \alpha = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} - 1$$

yag'nIy sistemanIn' on' jag'I birden kishi. Joqarıdag'ı shartlerdi shIg'arIw an'sat. Misal ushIn

$x'(x_1', x_2', \dots, x_n')$  ha'm  $x''(x_1'', x_2'', \dots, x_n'')$  2 toshka ushIn saykes

$$y_i' - y_i'' = \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} (x_j' - x_j'') \quad i=1, 2, \dots, n \text{ ge iye bolamIz.}$$

Onda absolyut u'lkenlik qa'siyeti boyInsha

$$|y_i' - y_i''| = \sum_{j=1}^n |\alpha_{ij}| |x_j' - x_j''|, \quad i=1, 2, \dots, n$$

Bul ten'lemedegi ha'r bir  $x_j' - x_j''$  modulin  $\rho_1(x'; x'')$

ma'nisi menen almastIrsaq ku'sheyedi

$$|y_i' - y_i''| \leq \sum_{j=1}^n |a_{ij}| \rho_1 |x_j' - x_j''|, \quad i=1,2,\dots,n$$

$\rho_1(x'-x'')$  ma'nisi turaqII san retinde summadan keyin jazIwg'a boladI, al summanI onIn' maksimal ma'nisi menen almastIrIwg'a boladI:

$$|y_i' - y_i''| \leq \left( \max_{1 \leq i \leq n} \sum_{j=1}^n |a_{ij}| \right) * \rho_1(x'-x'') \quad i=1,2,\dots,n$$

Ha'mme  $i=1,2,\dots,n$  ushIn haqIyqIy bolg'anIIqtan ol  $|y_i' - y_i''| = \rho_1(y';y'')$

bolg'andag'I i ma'nisleri de haqIyqIy:

$$\rho_1(y',y'') \leq \max_{1 \leq i \leq n} \sum_{j=1}^n |a_{ij}| * \rho_1(x';x'') \quad i=1,2,\dots,n$$

Bul shartlerdin' ha'r biri sa'wleleniwdin' qIsIIIwshI bolIwI ushIn jetlilikli.

AldIng'Ilarg'a tiykarlanIp, da'slep (4.1) sistema (4.4) tu'rinde jazIwI kerek. Bunda iteratsiyallq protsess jIlynaqIIIg'I, (5.4)-(5.6) shartlerinin' orInlanIwIna alIp kelip, joqarIdag'I qarastIrIlg'an ush ken'isliktin' birewinde ko'rinedi.

JIlynaqII shart orInlanIwI usIn (1) sistemadan, sistemanIn, on' jag'Indag'I belgisiz koeffitsentlerin birden kishi dep alIp (3) tu'rinde sistemag'a kelemiz. Bug'an bIIayInsha erisiwimiz mumkin. (1) tu'rindegI sistemanI ten, kushli tu'rlendiriw arqalI bas diagonalIndag'I koeffitsentlerinin' absolyut o'lshem ten'lemenin' basqa belgisiz aldIndag'I ko'effitsentlerinin' absolyut olshemlerin u'lken bolg'an sistemag'a a'kelemiz. Endi eger barIIq ten'lemeni sa'ykes dioganalI koeffitsentlerine bolsek, ha'm har bir ten'lemeden birge ten' bolg'an belgisiz koeffitsentlerin ayIrsaq (3) turindegi sistemsg'a iye bolamIz. Bunda barIIq  $|a_{ij}| < 1$ . Bul sharttin' orInlanIwI zarurli, lekin paseyiw shartlerinin' orInlanIwIna jetkiliksiz. Eger joqarIda korsetilgen tu'rlendiriwler ja'rdeminde

joqaridag'ı shartleri orInlanbasa, onda qaytadan berilgen sistemag'a kelip, basqa jaqsI na'tiyje beretu'g'In tu'rlendiriwler orInlawg'a h'areket etiw kerek. UsInday sheshimlerge tiykarlanag'an arnawII a'meller bar.

Joqaridag'ı shartlerinin' en' bolmag'anda birewinin' natijesinin' qoyIIIwI, a ma'nisin allw menen, keyninen (1) formuladag'I k-dallik penen jaqInlasIwg'a tiykarlanadI. JIynaqlIIIq qoyIIg'annan keyin esaplawg'a kirisiwge boladI.

Ten'lemeler sistemasInIn' iteratsiya usIII menen sheshiwde, a'dette da'slepki jaqInlasIw retinde (3) sistemanIn' erkin ag'zalar bag'anasI allnadI. (1) tiykarInan, iteratsiya protsessin berilgen  $\varepsilon$  da'llikke jetiskennen keyin, toqtattIw ushIn formula shIgadI:

$$\rho(x^{(k-1)}, x^{(k)}) \leq \varepsilon (1 - \frac{\rho}{\rho_{\max}}) / \frac{\rho}{\rho_{\max}} \quad (4)$$

Bunda  $\rho$  - metrika

MIsal 1. SistemanI  $\varepsilon = 10^{-4}$  da'llik penen a'piwayI iteratsiya usIII menen shsheshin':

$$2.34x_1 - 4.21x_2 - 11.61x_3 = 14.41$$

$$8.04x_1 + 5.22x_2 + 0.27x_3 = -6.44$$

$$3.92x_1 - 7.99x_2 + 8.37x_3 = 55.56$$

Da'slep diagonal koeffitsentlerin ulken, kishisin izbe-iz jaylasqan sistemanI alamIz. BunIn' ushIn bir ten'leme retinde ekinshi, u'shinshi etip birinshini, al ekinshi etip biribshi ha'm ushinshinin' qosIndIsIn alamIz.

$$8.04x_1 + 5.22x_2 + 0.27x_3 = -6.44$$

$$6.26x_1 - 12.20x_2 - 3.24x_3 = 69.97$$

$$2.34x_1 - 4.21x_2 - 11.61x_3 = 14.41$$

Endi ha'r bir ten'lemeni onIn' diagonalInIn' koeffitsetnlerine bo'lip, ha'm ha'r bir ten'lemeden diagonalI belgisizin tabamIz.

$$x_1 = -0.6492537x_2 - 0.03355737x_3 - 0.800995$$

$$x_2 = 0.5131147x_1 - 0.2655737x_3 - 5.7352459$$

$$x_3 = 0.2015503x_1 - 0.3626184x_2 - 1.2411714$$

Endi jiynaqlII shartininin beriliwin tekseriwimiz kerek.  $\rho_2$  metrika boyInsha jiynaqlIIIqtlI tekseremiz.

Bag'ana koeffitsentlerinin' maksimal qosIndIsinIn moduli,  $x_2$  koeffitsentlerinin' qosIndIsinIn' moduline ten' bolatug'InIlg'I ko'rinip tur. Lekin bul qosIndI (3) shartti qanaatlandIrmaydI.

$$0.6492537+0.3626184>1$$

Sharttin' orInlanbawI, iteratsiya usIIIIn toqtatIw degen emes. JiynaqlIIIqtlI evklid metrikallq ken'isligine qoyIp ko'reyik.

$$0.6492537^2+0.033582^2+0.5131147^2+0.2655737^2+0.2015503^2++0.3626184^2==0.4215303+$$

$$+0.0011277+0.2632866+0.0705293+0.0412271+0.131221=0.929131<1$$

Evklid ken'isliginde iteratsiyallq protsess jaqInlasadI, qIsIIIw koeffitsenti  $d = \sqrt{0.9291331} = 0.96$  bolg'anda  $\varepsilon = 10^{-4}$  da'llilikke erisiw ushIn jaqInlasadI.

$$\rho(x^{(k-1)}, x^k) \leq \varepsilon (1 - \alpha) / \alpha$$

ten'sizlik orInlang'an sha, bunda  $\rho(x^{(k-1)}, x^k) \leq \varepsilon$  - keyingi 2 Evklid metrikasIndag'I jaqInlasIw arallgI ha'm  $10^{-4} \alpha = 0.96$  bolg'anda.

Zeydel usIII. Zeydel usilinin' tiykarg'i maqseti bul y ma'nisinin' esaplag'anda iteratsiya protsesinin' ha'r bir aduiminda  $y, y, \dots, y$  aling'an ma'nisi esapqa alinadi. Sog'an sa'ykes keliwshi esaplawshi formulalar jazamiz:

$$\begin{aligned}
 & n \\
 Y_1 &= \sum_{j=1}^n \alpha_{1j} x_j + \beta_1; \\
 & \\
 & n \\
 Y_2 &= \alpha_{21} y_1 + \sum_{j=2}^n \alpha_{2j} x_j + \beta_2; \\
 & \\
 & \dots \dots \dots \\
 & i-1 \quad n \\
 Y_i &= \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} x_j + \sum_{j=i}^n \alpha_{ij} x_j + \beta_i;
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

.....  
n-1

$$Y_n = \sum_{j=1}^{n-1} a_{nj} Y_j + a_{nn} X_n + \beta_n;$$

To'mendegi tasiqlawlar orinli boladi:

1. Eger (1) sistemanin' koeffitsientleri ushin keminde bir jıynaqlılıq sha'rti orinlansa, onda Zeynel usili boyinsha iteratsiyalaw protsessi qa'legen da'slepki jaqinlasiwdan saylag'anda bir sheshimge iye boladi. Solay etip ha'r bir jıynaqlılıq sha'rti Zeydel usili boyinsha iteratsiyalaw protsesi jaqinlasiwshi ushin za'ru'r. (1) sistemasina "jol menen esaplap" o'tiw onnan keyin jaqinlasiwshi ushin sha'rtlerin orinlap ha'm esaplaw qolaysiz. Zeydel metodi boyinsha iteratsiyalaw protsesin esaplawin ko'remiz.

(1) matritsaliq formada jazamiz.

$$Ax=B$$

onda A izlenetug'in belgisiz koeffitsietler sistemasinin' matritsa B erikli ag'zalar bag'ana vektori, x-belgisizler vektor bag'anasi. A matritsani transponirlep juwmag'i A' dep belgileymiz. (1) sistemanin' shep ha'm on' jaqlarin A matritsaga ko'beytemiz.

$$AAX=AB$$

AA-C dep alamiz ha'm AB-D dep sonda sistema to'mendegi turge iye boladi.

$$CX=D \tag{2}$$

Usinday turdegi sistemani normal sistema dep ataw qabil etilgen. Normal sistemalar "jaqsi" qa'siyetlerge iye:

- C matritsasi belgisizler normal sistemasinda simmetriali ( $a_{ij}=a_{ji}$ ,  $i,j=1,2,\dots,n$ )s -normal sistemadag'i s matritsanin' basli dioganalindag'i hamme elementleri on' ( $a_{ii}>0$ ,  $i=1,2,\dots,n$ ). Usillarda kollanip (2) normal sistemani to'mendegi turde boladi:

$$x_{i \ j=1} = a_{ij} * x_j + \beta_j \quad (i=1,2,\dots,n) \tag{3}$$

di

$$\alpha_{ij} = -c_{ij}/c_{ii} \quad (j \neq i) \text{ ham } \beta_i = d_i/c_{ii} \quad (4)$$

Keltirip shig'aruwdi misalda ko'remiz

$$x_1 + x_2 + x_3 = 3$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 = 4$$

$$x_1 + 3x_2 + x_3 = 5$$

Berilgen sistema ushin:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \quad A' = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Esaplaimiz:

$$C = A * A' = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 4 & 5 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 11 & 5 \\ 6 & 11 & 5 \\ 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

$$D = A' * B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 \\ 22 \\ 12 \end{pmatrix}$$

Solay etip berilgen sistemadan normal sistema to'mendegi turde boladi:

$$6x_1 + 6x_2 + 4x_3 = 16$$

$$6x_1 + 11x_2 + 5x_3 = 22$$

$$4x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 12$$

Keltirilgen sistema normal sistemasina ekfivalent turi to'mendegishe:

$$x_1 = -x_2 - 0,6667x_3 + 2,667$$

$$x_2 = -0,5455x_1 - 0,4545x_3 + 2$$

$$x_3 = -1,3333x_1 - 1,6667x_2 + 4$$

Keltirilgen sistemanin' koeffitsientleri da'lligi boyinsha u'tirden keyingi 4-shi belgige shekem formula menen esaplanadi. Tabilatin sistemanin' sheshimi:

$$x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1.$$

Berilgen konkret jag'day ushin Zeydel iteratsialau protsessi to'mendegi turge iye boladi.

$$y_1 = -x_2 - 0,6667x_3 + 2,6667$$

$$y_2 = -0,5455y_1 - 0,4545x_3 + 2$$

$$y_3 = -1,3333y_1 - 1,6667y_2 + 4$$

$x_1, x_2$  da'slepki manislerdi ha'm  $\varepsilon$  da'llikti esaplawdin'kiritiwin ko'remiz. Iteratsiyalliq protsestin' tamamlanuw dep hamme saykes keliwshi ma'nisler eki izbe-iz kelgen jaqilashuwshI to'mendegi saykeslikti orInlasa  $Y_i - X_i < E$  (i=1,2,3)

(1) turdegi slzIqlI ten'lemeler sistemasIn Zeydel usIII menen esaplaw tiykarg'I adimlarI:

(1) A matzitsg'a tabIlatun sistemanIn' koeffisetleri ha'm B matzitsa ba'g'anag'a onIn' erikli ag'zalarIn' kiritiw.

(2) E-da'lillikti esplawin kiritiw

(3) At transpozitsiyalang'an matritsa ha'm  $C = A^t A$  ha'm  $D = A^t B$  normal sistemanI esaplaw.

(4) Normal sistemanI Zeydel iteratsiyalaw protsesi joq turge keltiruw.

(5) Iteratsiyalaw protsesin izbe-iz kelgen jaqInlashIwshIlardIn' ma'nislerin saykes keliwin menen ayIrmanI ulken belgisizlerdi tsiklli esaplaw.

(6)  $M < E$  bolg'anda iteratsiyalaw protsestsinen shIg'Iw ha'm keyingi shIqqan jaqInlasIwshIg'a saykes keliwshi belgisiz ma'nislerdi peshatqa shIgarIw.

## §5. Sızıqlı ten'lemeler sistemasın kompyuterde

### sheshiw metodikası

Berilgen n sızıqlı ten'lemeler sistemasın

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2,$$

.....

$$a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = b_n$$

sheshiw anıq ha'm iteratsiya usılları menen alıp barıladı. Anıq usıllar ja'rdeminde ten'lemeler sistemasının' anıq sheshimi sanaqlı a'mellerdin' orınlanıwı menen tabıladı. Bul jag'dayda jiberilgen qa'telik bolmaydı. İteratsiya usılında a'meller sanı sızıqlı algebralıq ten'lemeler sistemasının' sheshimin tabıwdın' anıqlıq da'rejesine baylanıslı boladı.

Bul usıl menen sızıqlı algebralıq ten'lemeler sistemasın(SATS) sheshiwde  $a_{ij}$  koeffitsientleri ush muyeshli matritsag'a keltiriledi. Bul jag'dayda SATS sheshiw algoritmi to'mendegishe:

1. Berilgen o'zgeriwshilerdin' indeksleri  $i = 1, 2, \dots, n$  ha'm  $j = 1, 2, \dots, n$  ja'rdeminde  $a_{ij}$ ,  $b_i$  kiritemiz,  $A(I, J)$  ha'm  $B(I)$  massivlerin duzemiz.

2. SATS o'zgeriwshilerinin' koeffitsientlerin turlendirip o'zgeriwshilerdi izbe-iz jog'altamız to'mendegi formula boyınsha jog'altamız:

$$a_{ji} = -a_{ji} / a_{ii} ; a_{jk} = a_{jk} + a_{ji} a_{ik} ; b_j = b_j + a_{ji} b_i$$

bul jerde  $i = 1, 2, \dots, n-1$ ;  $j = i+1, i+2, \dots, n$  ha'm  $k = i+1, i+2, \dots, i+n$ . Bul formuladan paydalanıp turlendirsek to'mendegi ulıwma sheshimge kelemiz:

$$x_n = B_n / a_{nn}$$

3. To'mendegi formula ja'rdeminde  $x_{n-1}$  ,  $x_{n-2}$  , ...,  $x_2$  ,  $x_1$  o'zgeriwshilerdi esaplaymiz:

$$h=b, h=h-x_j a_{ij}$$

bul jerde  $i=1,2,\dots, n-1, \dots, 2, 1$ ;  $j=i+1, i+2, \dots, n$  ha'm  $x_i=h_i/a_{ii}$ .

Na'tiyjede  $X(I)$  bir o'lshemli massiv duziledi  $x_n, x_{n-1}, x_{n-2}, \dots, x_2, x_1$ , belgisiz o'zgeriwshileri ushin.

4. Massiv  $X(I)$  di peshatqa shig'aramiz.

Misal. To'mendegi SATS ni sheshin':

$$4x_1 + 0.24x_2 - 0.08x_3 = 8$$

$$0.09x_1 + 3x_2 - 0.15x_3 = 9$$

$$0.04x_1 - 0.08x_2 + 4x_3 = 20$$

Duzilgen programma ja'rdeminde to'mendegi sheshimlerden tabamiz

$$x_1 = 1.909198281; x_2 = 3.194964417; x_3 = 5.044807306.$$

Bas elementni saylap aliw ja'rdeminde absolyut moduli boyinsha o'zgeriwshilerdin' en' ulken koeffitsienti saylap alinadi ha'm matritsanin' bag'ana ha'm qatarlari orin almashtiriladi. Bul usulda matritsa  $A(I,J) \neq 0$ .

Misal. To'mendegi SATS ni sheshin':

$$3x_1 + 2x_2 - x_3 = 4$$

$$x_1 + x_2 - x_3 = 1$$

$$x_1 - 2x_2 + x_3 = 3$$

Duzilgen programma ja'rdeminde to'mendegi sheshimlerden tabamiz

$$x_1 = 1.7; x_2 = -0.6; x_3 = 0.1.$$

Aylandırılıw usılı ja'rdeminde berilgen SATS ush muyeshli matritsa ko'rinisine to'mendegi algoritm ja'rdeminde keltiriledi:

1.  $a_{ij}$  ha'm  $B_i$  kompyuter yadına kiritemiz.

2. Esaplaymız:

$$M_{ki} = \frac{a_{ii}}{\sqrt{a_{ii}^2 + a_{ki}^2}} \quad L_{ki} = - \frac{a_{ki}}{\sqrt{a_{ii}^2 + a_{ki}^2}}$$

bul jag'dayda  $a_{ii} = 0$ ,  $a_{ki} = 0$ , onda  $M_{ki} = 1$  ha'm  $L_{ki} = 0$ .

SATS ın to'mendegi formula boyınsha turlendiremiz:

$$M_{ki}y_i - L_{ki}y_k = M_{ki}b_i - L_{ki}b_k$$

$$L_{ki}y_i - M_{ki}y_k = L_{ki}b_i - M_{ki}b_k$$

bul jerde  $i = 1, 2, \dots, n+1$ ;  $k = i+1, i+2, \dots, n$ .

$y_i, y_k$  – ten'lemeler sistemasının' shep ta'repi;

$b_i, b_k$  - ten'lemeler sistemasının' on' ta'repi;

$i, k$  – ten'lemeler nomeri.

SATS nın' ush muyeshli matritsasın payda etiw ushın  $n(n-1)/2$  адым a'mel orınlaymız.

1. Keri esaplaw protsessin orınlaymız:

$$x_m = (b_m^{(1)} - a_{m,m+1}^{(1)}x_{m+1} - a_{mn}^{(1)}x_n) / a_{mm}^{(1)}$$

bul jerde  $m = n, n-1, \dots, 1$ .

Programma – 1.

05 PRINT «SATS»

10 INPUT N

20 DIM A(N,N), B(N), X(N)

```

30 FOR I=1 TO N; PRINT I
40 FOR J=1 TO N; INPUT A(N,N)
50 NEXT J; INPUT B(I); NEXT I
60 FOR I=1 TO N-1: FOR J=I+1 TO N
70 A(J,I)=-A(J,I)/A(I,I): FOR K=I+1 TO N
80 A(J,K)=A(J,K)+ A(J,I)* A(I,K): NEXT K
90 B(J)=B(J)+ A(J,I)*B(I): NEXT J: NEXT I
100 X(N)=B(N)/A(N,N)
110 FOR I=N-1 TO 1 STEP -1: H=B(I)
120 FOR J=I+1 TO N: H=H-X(J)*A(I,J): NEXT J
130 X(I)=H/A(I,I): NEXT I
140 PRINT `SATS ShEShİMİ`
150 FOR I=1 TO N: PRINT X(I)
160 NEXT I: END

```

Programma – 2.

```

10 PRINT «SATS BAS ELEMENT BOYINShA»
30 INPUT N
40 DIM A(N,N), B(N), X(N), C(N,N), G(N)
50 FOR I=1 TO N: FOR J=1 TO N
60 INPUT A(I,J): NEXT J
70 INPUT B(I): NEXT I
80 GOSUB 100
85 FOR I=1 TO N
90 PRINT X(I): NEXT I: STOP
100 N1=N-1: FOR K=1 TO N1
110 IF ABS(A(K,K))>0 GOTO 200
120 K1=K+1: FOR M=K1 TO N
130 IF ABS(A(M,K))>0 GOTO 150

```

```

140 GOTO 165
150 FOR L=1 TO N: V=A(K,L): A(K,L)=A(M,L)
160 A(M,L)=V: NEXT L
165 NEXT M
170 V=B(K): B(K)= B(M): B(M)=V
200 G(K)=B(K)/A(K,K): K1=K+1
210 FOR I=K1 TO N: B(I)=B(I)-A(I,K)*G(K)
220 FOR J1=K TO N: J=N-J1+K: C(K,J)=A(K,J)/A(K,K)
225 A(I,J)= A(I,J) - A(I,K)* C(K,J)
230 NEXT J1: NEXT I: NEXT K
240 M=N: X(M)=B(M)/A(M,M)
250 M=M-1: S=0: FOR L=M TO N1
260 S=S+C(M,L+1)*X(L+1): NEXT L
270 X(M)=G(M)-S: IF M>1 GOTO 250
280 RETURN: END

```

### Programma – 3.

```

10 PRINT «SATS AYLANDIRIU»
20 INPUT N: M=0: DIM A(N,N)
25 FOR I=1 TO N: FOR J=1 TO N
40 INPUT A(I,J): IF J<>N THEN 60
50 PRINT I: INPUT A(I,0)
60 NEXT J: NEXT I
70 FOR I=1 TO N-1: FOR K=I+1 TO N
80 IF A(I,I)<>0 THEN 110
90 IF A(K,I)<>0 THEN 110
100 M=1: L=0: GOTO 130
110 M=SQR(A(I,I))^2+ A(K,I)^2)
120 L=- A(K,I)/M: M= A(I,I)/M

```

```
130 FOR J=1 TO N: R=M*A(I,J)-L*A(K,J)
140 A(K,J)=L*A(I,J)+M*A(K,J)
150 A(I,J)=R:NEXT J
160 R=M*A(I,0)-L*A(K,0)
170 A(K,0)=L*A(I,0)+M*A(K,0)
180 A(I,0)=R:NEXT K:NEXT I
190 FOR I=N TO 1 STEP -1: M=0
200 FOR K=0 TO N-I-1
210 M=M+A(0,N-K)*A(I,N-K): NEXT K
220 A(0,I)=(A(I,0)-M)/A(I,I)
230 PRINT X, A(0,I)
240 NEXT I: END
```

## §6. Maple paketlerin paydalanıp sızıqlı ten'lemeler sistemasın sheshiw

Sızıqlı algebralıq ten'lemeler sisteması sızıqlı(SATS) algebra kursının' tiykarg'ı ma'selelerinen bolıp esaplanadı. Bul ma'selelerdi sheshiwdin' ko'p klassik usılları bar. Biraq bul usıllar ja'rdeminde haqıqıy sanlar ko'pliginde da'l sheshimdi anıqlawda qa'teliklerdin' toplanıwı sheshimnin' anıqlıq da'rejesin kemeytiredi. Al, Maple programma paketlerin paydalansaq, joqarıda ayılǵ'an mashqalag'a orın qalmaydı, sebebi paketten paydalanıwshı sistemalı Digits o'zgeriwshisinen paydalanıp san mantissasınin' tsifrların ko'beytiwi mu'mkin.

Sızıqlı algebralıq ten'lemeler sistemasın sheshiw ushın Maple programma paketleri LinearAlgebra ha'm linalg isletiledi. Bul paketlerde LinearSolve() arnawlı bwyrıg'ı SATS sheshiw ushın paydalanıladı. Bul buyırıqtın' wlıuma sintaksisi to'mendegishe`

`LinearSolve( A, B, m, t, c, in, outopts ) ;`

bul jerde A- sistema matritsası, B- sistemanın' on' ta'repi, m – SATS sheshiw usılları, t- o'zgeriwshi ataması, c- logikalıq o'zgeriwshi, in – sheshimnin' vektorlı yamasa matritsalı ko'rinishin anıqlaydı, outopts – sheshim konstruktsiyası ushın qosımsha mag'lıwmatlardı anıqlaydı. To'mendegi sızıqlı algebralıq ten'lemeler sistemasın qaraymız[2,3]



```

c:=a;
c:= 'Linalg/concat' (c,b);
x:=vector(m);
For i from 1 to m do
    r:=1/c[i,i];
    c:= 'Linalg/mulrow' (c,i,r);
    if i <> m then
        for j from i+1 to m do
            r:=-c[j,i];
            c:= 'Linalg/addrow' (c,i,j,r);
        end do;
    end if;
end do;
x[m]:=c[m,m+1];
for i from m-1 to 1 by -1 do
    x[i]:=c[i,m+1]-sum(x[k]*c[i,k], k=(i+1)..m);
end do;
eval(x);
end proc:

```

Bul programma ja'rdeminde  $n=3$  bolg'anda

$$4x_1 + 0.24x_2 - 0.08x_3 = 8$$

$$0.09x_1 + 3x_2 - 0.15x_3 = 9$$

$$0.04x_1 - 0.08x_2 + 4x_3 = 20$$

ten'lemeler sistemasının' sheshimi to'mendegishe boldı'  $x_1=1.909198281$ ,  
 $x_2 = 3.194964417$  ,  $x_3=5.044807306$ . Sheshimnin' durıs ekenligin anıqlaw  
ushın  $> \text{evalm}(A * \text{sol}); \text{evalm}(B)$ ; buyırıqları isletiledi.

Maple programmalar paketin paydalanıp programma du'ziw texnologiyası, analitik esaplawlar alıp barıwdı avtomatlastırıw ha'm matematik ma'selelerdi algoritmllestiriw tiykarları jumısta tolıq izleniwler jurgizshiwdi talap etedi.

## Juwmaqlaw

Jumıstın' tiykarg'ı ma'qseti bolıp xabar texnologiyalarınin' bazasındag'ı informatsiyalıq sistemalar ja'rdeminde matematikalıq ma'selelerdi sheshiwdi avtomatlastırıw mashqalaları qaraladı. Bul boyınsha to'mendegi na'tiyjeler alındı. Kirisiw bo'liminde ma'selenin' aktualıg'ı sıpatlap berildi. Ma'selenin' qoyılıwında matematika pa'nin oqıtıwda xabar texnologiyalarınin' ornı ko'rsetildi, avtomatlastırıl'g'an ta'lim sistemasının' oqıtıw protsessinde paydalanıw metodikası qaraldı, sızıqlı algebralıq ten'lemeler sistemasın sheshiw sxeması islep shıg'ıldı. Ma'selening sheshiliw texnologiyasında ten'lemeler sistemasın sheshiwdin' sanlı usıllarının' algoritmit, sızıqlı ten'lemeler sistemasın kompyuterde sheshiw metodikası, Maple paketlerin paydalanıp sızıqlı ten'lemeler sistemasın sheshiw ko'rsetildi. Pedagogikalıq texnologiya elementleri bo'liminde matematika sabag'ında didaktik materiallardan paydalanıw jolları ko'rsetilgen. Jumıstın' son'ında paydalanıl'g'an a'debiyatlar dizimi keltirilgen.

Pitkeriw qa'nigelik jumısında izertlew na'tiyjelerinin' a'meliy a'himiyeti mektep, kolledj, akademik litsey ha'm joqarg'ı oqıw orınlarınin' talabaları, ilimiy izleniwshiler, aspirantlar, magistrler ushın metodikalıq ko'rsetpe bolıp xızmet ete aladı.

## A'debiyatlar

1. А. Матросов MAPLE 6. Решение задач высшей математики и механики. М., 2001
2. А.Г. Курош Курс высшей алгебры. М., 1975
3. В.И. Соболев Лекции по дополнительным главам математического анализа. М., 1968
4. Повышение эффективности обучения математике в школе. М., 1990
6. М. Аripov Informatika va hisoblash texnikasi asoslari. T., 2001, 370 b.
7. А. Abdullaev, J. Juginisova, M. Allamberganova, M. Urazbaeva MAPLE sistemasida hujjatlarni yaratishni o'rgatish metodikasi (uslubiy qo'llanma) Nukus, 2005y

