

ÓZBEKISTAN RESPUBLIKASI
XALÍQ BILIMLENDIRIW MINISTRILIGI

ÀJINIYAZ ATINDAĞI NÓKIS MÀMLEKETLIK
PEDAGOGIKALÍQ INSTITUTI

Fizika-matematika fakulteti

«Matematika oqıtıw metodikasi» kafedrası

Matematika oqıtıw metodikasi tálım baǵdariniń 4-v kurs talabası

UTEMURATOVA RAYGÚLDIÑ

«Ulıwma bilim beriw mekteplerinde hám akademiyalıq licey oqıwshılarına matematikanı oqıtıw processinde logikalıq pikirlew qábiletin rawajlandırıw hám onı bekkemlew jolları» atamasındaǵı

PITKERIW QÀNIGELIK JUMISI

Kafedra bashlıǵı:

doc. B. Prenov

Ilimiy basshı:

doc.M. Kasimov

NÓKIS-2017

Mazmunı

Kirisiw.....	3
I BAP. MATEMATIKA SABAGIN OQITIWDA LOGIKALIQ PIKIRLEW QABILETIN RAWAJLANDIRIW MASHQALALARI	
1-§. Matematika sabain oqıtıw processinde oqıwshılardıń logikalıq pikirlew qábletin rawajlandırıwdıń bazı bir jolları.....	6
2-§. Matematika sabaqlarında loğikalıq pikirlew qábletin rawajlandırıwshı máseleler.....	9
3-§. Matematikalıq túsinikleri járdeminde oqıwshılardıń logikalıq pikirlew qábletin rawajlandırıw múmkinshilikleri.....	15
II BAP. MATEMATIKA SABAĞIN OQITIWDA PIKIRLEW QABILETIN RAWAJLANDIRIW HÁM ONI BEKKEMLEWDIŃ BAZI BIR JOLLARI	
1-§. Tekstli máselelerdiń járdeminde oqıwshılardıń logikalıq pikirlew qábletin rawajlandırıw.....	24
2-§. Matematika sabağında logikalıq pikirlew qábletin rawajlandırıwshı máselelerdiń túrleri.....	35
3-§. Matematika sabağında logikalıq pikirlewdi rawajlandırıw hám onı qalıplestiriwge arnalğan bazı-bir teńsizliklerdi qollanıw.....	42
4-§. Ámeliy mazmundağı máseleler sheshiw járdeminde oqıwshılardıń logikalıq pikirlew qábletlerin rawajlandırıw jolları.....	51
Juwmaqlaw.....	58
Ádebiyatlar.....	60

Kirisiw

Bizge málim, házirgi waqıtta, matematikanı oqıtıwdıń tiykarı wazıypalarınń biri, oqıwshılardı hár tárepleme jetik insanlar etip tárbiyalaw bolıp esaplanadı. Oqıwshılardıǵa, matematika boyınsha bilimler beriw menen birge olardıǵa úyrenip atırǵan bilimlerin tiykarlawın hám puxta bolıwın támiyinlew, olardı qollana alıw kónlikpe hám qábiletlerin payda etiw zárur ahmiyetke iye. Ásirese, matematika sabaǵında oqıwshılardıǵa matematikanı oqıtıw processinde *logikalıq pikirlew* qábiletin rawajlandırıw hám onı bekkemlew jolları, sonday-aq, olardı keyingi alǵan bilimlerin ańlı túrde, turmıs máselelerin sheshiwde tabıslı qollanıw ushın kónlikpe hám uqıplılıqların payda etiw, bul matematikalıq biliminiń tiykarı wazıypalarına aylanıwı lazım. Matematikanı oqıtıwda tiykarǵı maqsetlerdiń biri, oqıwshılardıń intellektual pikirlewin payda etiw tiykarında, oqıwshılardıń qábiletin hám qızıwshılıǵın rawajlandırıw bolıp esaplanadı. Demek, matematikanı oqıtıw processinde logikalıq pikirlew qábiletin rawajlandırıw hám onı ámeliyatta qollanıw kónlikpesin hám uqıplılıqların rawajlandırıwdı úyretiwdi óz-ishine alıwshı metodikalıq qollanba islep shıǵıw zárúrli. Matematika sabaǵında oqıwshılardıń logikalıq pikirlew qábiletligin qalıplestiriw hám rawajlandırıw ushın keń imkaniyatlar bar. Bunıń sebebi , birinshiden, matematika sabasında kóplegen túsiniqleri turmıs tájiriybege baylanıslı oqıtıwǵa tiykarlanadı, ekinshiden túsiniqler, qaǵıydalar hám olardı kiritiwler, shınıǵıw hám máseleler tiykarında, kórgizbeli esaplaw usılları, ámeller hám olardıń qásiyetlerin túsindiriwde olardıń qollanıwı, úshinshiden, tekstli hám syujetli shınıǵıw hám máseleler, olardı sheshiwde , oqıwshılarda *logikalıq pikirlew* kónlikpelerin payda etiw menen birge algebralıq hám geometriyalıq túsiniqler, basqa ámeller menen óz-ara baylanıslılıǵınan paydalanıw talap etiledi[1-25]. Sonıń ushın, oqıwshılardı turmıs máseleler sheshiw qublısında, *logikalıq pikirlew* qábiletligin qalıplestiriw hám rawajlandırıwdıń nátiyjeli jolların islep shıǵıw hám olardı zamanagóy pedagogikalıq texnologiyalar tiykarında qollanıw usılların úyretiw, bul *eń aktual* máselelerden biri bolıp esaplanadı.

Jumıstıń maqseti–matematikanı oqıtıwdıń metodikalıq teoriyasına hám ámeliyatqa tiykarlanıp, oqıwshılardı ámeliy xarakterdegi máselelerdi sheshiw qublısında, logikalıq pikirlew qábiletlerin rawajlandırıwdıń ózine tiyisli ayırmashılıqların hám olardı payda etiwdiń nátiyjeli usılların úyretiw. Sonday-aq, matematikanı oqıtıw processinde logikalıq pikirlew qábiletin rawajlandırıw hám onı bekkemlew jolların úyretiwshi oqıtıw metodikalıq qollanba islep shıǵıw. Jumıstıń tiykarǵı wazıypaları tómendegilerden ibarat:

1. Matematika sabaǵında oqıwshılardıń ámeliy máseleler qublısında, logikalıq pikirlew qábiletlerin rawajlandırıw boyınsha ilmiy, metodikalıq ádebiyatlar dereginen, Internet saytlarınan paydalanıw tiykarında, logikalıq pikirlewdi rawajlandırıw jolların hám esaplaw usılların sholıw hám talıqlaw;
2. Matematika sabaǵın oqıtıwda logikalıq pikirlew qábiletin rawajlandırıw **mashqalalarınıń** ózine tiyisli ayırmashılıqların itibarǵa alǵan jadayda, onı bekkemlewdiń jolların úyretiw ushın zárurli bolǵan metodikalıq qollanba islep shıǵıwdan ibarat.

Bul pitkeriw qánigelik jumısı kirisiw bóliminen, eki bapтан, birinshi bap úsh paragraften, al ekinshi bap tórt paragraften, juwmaqlaw bóliminen hám paydalanılǵan ádebiyatlar diziminen ibarat. Pitkeriw qánigelik jumısınıń birinshi babında, matematika sabaǵın oqıtıwda logikalıq pikirlew qábiletin rawajlandırıw **mashqalaları** qaralıp, bunıń birinshi paragrafinde matematika sabaǵın oqıtıw processinde oqıwshılardıń logikalıq pikirlew qábiletin rawajlandırıwdıń bazı bir jolları, matematikalıq bilimlerde anıq túsiniwi ushın sáykeslendirilgen nárselerdi, óz-ara baylanısta, birinen-ekinshisin payda etiw tártibinde keltirip shıǵarıw arqalı tusinik beriw, talıqlaw hám sintez óz-ara baylanısta bolıwı keltirilgen, al ekinshi paragrafinde matematika sabaqlarında logikalıq pikirlew qábiletin rawajlandırıwshi máseleler haqqında yaǵınıy oqıwshılardıń matematika sabaqlarında *logikalıq pikirlew* qábiletin rawajlandırıwǵa tikkeyley tásinin tiygiziwshi dóretiwshilik hám reproductivlik pikirlewler, dóretiwshilik pikirlewdiń tiykarǵı kórsetkishleri, úyreniwshilik hám onıń komponentleri máseleleri berilgen.

Úshinshi paragrafinde, matematikalıq túsinikler járdeminde oqıwshılardıń logikalıq pikirlew qábiletin rawajlandırıw múmkinshilikleri máselesi qaralǵan bolıp, bunda oqıwshılardıń matematika sabaqlarında *logikalıq pikirlew* qábiletin rawajlandırıwǵa tikkeley tásirin tiygiziwshi matematikalıq túsinikler, mısallar járdeminde keltirilgen. Al ekinshi bapta, matematika sabaǵın oqıtıwda pikirlew qábiletin rawajlandırıw hám onı bekkemlewdiń bazı bir jolları máselesi qaralıp, bunıń birinshi paragrafinde, tekstli máselelerdiń járdeminde oqıwshılardıń logikalıq pikirlew qábiletin rawajlandırıw yaǵnıy matematika sabaǵında máseleler sheshiwdiń úyrenilip atırǵan ol yamasa bul teoriyalıq materiallardı ózlestiriw processinde zárúrli roldi hám oqıwshılardıń *logikalıq pikirlew* qábiletin rawajlandırıwda ayırıqsha ornı bar ekenligi ayılǵan. Ekinshisi paragrafinde matematika sabaǵında logikalıq pikirlew qábiletin rawajlandırıwshı máselelerdiń túrlerine arnalǵan bolıp, bunda oqıwshılardıń matematika sabaǵında logikalıq pikirlew uqıplılıǵın hám qabiletin rawajlandırıwda, túrli máselelerdi qollanıwdıń ornı júdá úlken ekenligi hám olarǵa hár túrli xarakterdegi anıq mısallar kórsetilgen. Úshinshi paragrafinde matematika sabaǵında logikalıq pikirlewdi rawajlandırıwǵa hám onı qalıplestiriwge arnalǵan bazı bir teńsizliklerdi qollanıw metodikası qaralǵan. Bunda birinshiden, tiykarǵı klassikalıq teńsizliklerdi ápiwayı dálillewge hám jańa teńsizliklerdi dúziwge múmkinshilik beretuǵın, ekinshiden, kórgizbeli hám tez yadlap alıw múmkin kóriniske iye, bir júdá ulıwma teńsizlik kórsetiw úlken áhmiyetke iye ekenligi, olarǵa arnalǵan anıq mısallar orınlaw metodikası kórsetilgen. Al tórtinshi paragraf, ámeliy mazmundaǵı máseleler sheshiw járdeminde oqıwshılardıń logikalıq pikirlew qábiletlerin rawajlandırıw jollarına arnalǵan bolıp, bunda ámeliy ózimizdi qorshap turǵan ortalıqqa baylanıslı dúzilgen máselelerdiń ornı házirgi kúnde júdá áhmiyetli ekenligi berilgen. Solay etip, bul pitkeriw qánigelik jumısında, matematika sabaǵında oqıwshılardıń logikalıq pikirlew qábiletligin qalıplestiriwshı hám rawajlandırıwshı, onı bekkemlew jollarına baylanıslı máselelerdi sheshiwdi úyretiwdiń metodikası keltirilgen.

I BAP. MATEMATIKA SABAĞIN OQÍTÍWDA LOGIKALÍQ PIKIRLEW QÁBILETIN RAWAJLANDÍRÍW MASHQALALARI

1-§. Matematika sabain oqıtıw processinde oqıwshılardıń logikalıq pikirlew qábiletin rawajlandırıwdıń bazı bir jolları

Matematika sabağın oqıtıwda oqıwshılardıń logikalıq pikirin rawajlandırıw ushın keń imkanyatlar bar. *Logikalıq* uqıplılıq bazı bir ulıwma qağıydanı bólekleden hám hámme dara jadaylardı izertlewden, máseleni sheshiwdiń únemli hám qarama- qarsılıqsız sxemasın dúziwden, dálillew pikirlewlernin, dara jağdayda, «qarsıdan» dálillew usılınan, qarsı mısallardan, máselelerdi sheshkende «aqırınan basına qaray» háreket etiw h.t.b. Usıllardan paydalanatuğın *logikalıq* pikirlewler júrgiziwden ibarat.

Matematikalıq bilimlerde anıq túsiniwi ushın sáykeslendirilgen nárselerdi (zatları, túsiniqlerdi, beriletuğın jańa materiallardı) óz-ara baylanısta, birinen-ekinshisi payda etiw tártibinde keltirip shıǵarıw arqalı túsiniqler berip barıladı yaǵnıy bir pútinlik saqlanadı. Beriletuğın túsiniqler, úleslerge ajratıladı hám bir qansha elementlerden bir pútin túsiniqlerdi payda etemiz. Pútin bir nárseni úleslerge ajratıp, logikalıq pikirlewdi «talıqlaw» (analiz) dep ataladı. Zat hám waqıyalardı óz-ara baylanısta úyreniwdi «sintez» dep ataydı.

Talıqlaw hám sintez óz-ara baylanısta bolıp, algebranıń nızamların oqıtıwda qanday qollansa, mısal hám máseleler sheshiwde de, sonday qollanıladı.

Oqıtıwdıń birinshi qádeminde - aq, mısalı, kóplik túsiniğın oqıtıwımızda, oqıwshılar kórgizbe qurallar járdeminde zatlar kópligin, olar dúzgen elementlerge ajratıp analiz etiledi hám kórgizbe tiykarında elementler sintez (birlestirilip) etip kóplik payda boladı. Usıǵan uqsas kórgizbeli talıqlaw hám sintezler nátiyjesinde oqıwshılardı jeke tabısları járdeminde *logikalıq pikirlewi*, eń joqarı kórsetkishlerden, ańlı talıqlaw hám sintez qılıwǵa erisedi. Mısalı, oqıwshı oqıtıwshı járdeminde «Eki onlıq bólshekti qosıw ushın: 1) qosılıwshılardaǵı útirde keyingi

sanın teńlestiriw; 2) qosılıwshılardaǵı biriniń astında, birin útiridin astında jaylasatuǵında qılıp jazıw; 3) alınǵan sanlardı natural sanlarday qılıp qosıw; 4) alınǵan qosında útiridin qosılıwshılardıń útirleriniń astına qoyıw» - degen esaptı sheshiw kerek. Aldın, oqıwshı oqıtıwshı járdeminde esaptıń mazmunın talıqlaydı. Esapta berilgen qosılıwshı sanlardı bólek ajratıp, esaptaǵı shártlerdi túsiniw aladı. Oqıwshı, onlıq bólshekti qosıw ushın, qanday qaǵıyda orınlanıw kerekligin *logikalıq pikirlew* tárepten oylap, pikirin óz-ara birlestirip sintez etedi hám esapqa juwap tabadı. Bul jerde oqıwshı eń dáslep, esaptı talıqlaydı, esaptıń sanlı belgilerin hám talap etilgen qaǵıydalardı anıqlaydı hám sintez etip juwaptı tabadı.

Matematikanı oqıtıwda *logikalıq pikirlewdi* rawajlandırıw ushın salıstırıwdan da keń paydalanıladı. Salıstırıw járdeminde san, mısál máselelerdegi zatlardıń bir túrli hám parıq qılıwshı táreplerin anıqlaydı.

Mısalı, oqıwshıǵa sandı bir neshe birlikke hám bir neshe mártebe arttırıw tuwrısında salıstırıw berilgen bolsın: Neshe birlikke úlken? Neshe mártebe úlken? Mısalı, «Bir qutıda 6 qálem bar, al ekinshisinde odan 3 qálemge artıq. Ekinshi qutıda neshe qálem bar?» Oqıtıwshı basshılıǵında, oqıwshı másleniń berilgen shártlerin salıstıradı hám bir túrli táreplerin ajratadı: eki qutıda da qálemler haqqında sóz ketedi; parqı, birinshi qutıda altı qálem bar, al ekinshi qutıda birinshige qaraǵanda úsh qálem artıq dep ayılǵan. Másele sheshilgennen keyin, oqıwshı qaysı ámeller menen sheshilgenin salıstıradı. Máseleniń sheshimi qosıw ámeli boyınsha tabıldı. Sonnan keyin, másele shárti menen máseleni sheshiw usılın sáykeslendiredi yaǵnıy sheshimniń durılıǵın tekseredi. Nátiyjede, oqıwshı neshewi artıq yamasa kem degen shártte, qanday ámel orınlaw kerekligin, *logikalıq pikirlep*, ózinde ózlestirip aladı.

Geybir jaǵdaylarda, kóp mánisli sanlar menen máseleler sheshkende, analogiya usılında paydalanadı. Mısalı: «Eki miywe saqlaǵıshında 1568 dana kapusta bar edi. Birinshi miywe saqlaǵıshında 240 dana , ekinshisinde 364 dana alınǵannan

keyin, ekewinde de bir qıylı muǵdarda kapusta qaldı. Hár bir miywe saqlaǵıshda qansha kapusta bolǵan?

Máseleni sheshiwden aldın, oqıtıwshı tómenдеgi máseleni sheshiwdi usınıs etedi: eki balada 800 swm bar edi. Olardan birinshisi 350 swm, al ekinshisi 250 swm sarp qılǵannan keyin, ekewinde bara bar pul qaldı. Hár bir balada qanshadan pul bolǵan? Oqıwshılar bul máseleni háttеki awız ekide sheshiw múmkin. Bul máseleni sheshiw jobasın hám jolların anıqlaǵannan keyin, aldınǵı máseleni, usıǵan uqsas jol menen sheshedi. Analogiyadan paydalanıwda, barqulla tuwrı juwmaqlar kelip shıǵa bermeydi. Mısalı, $12+2=14$ payda etemiz, bul duris. Al, oqıwshı qosıwdıń orın almastırw nızamin qollanıp, $10+2-6=10+6-2=14$ shıǵarsa, onda qáte sheshimge iye boladı.

Oqıwshılarǵa salıstırw tiykarında, ulıwmalastırwdı da úyretiw lazım. Bul ulıwmalastırw san, geometriyalıq figura, algebralıq ámellerdiń qásiyetleri, sonday-aq, esaplaw hám máseleler sheshiw usılına baylanıslı. Oqıwshılar bólek waqıya hám faktlerdi gúzetiw tiykarında «induksiya» dep atalıwshı *logikalıq* pikirlewshi formasını da qollaydı. Mısalı, «oqıwshı bir sandı ekinshi sanǵa kóbeytiw, birinshi sandı óz-ózine sonshama márte qosıw ekenligin qaǵıyda sıpatında bilgen halda, bul qaǵıydanı bólek bir mısalǵa qollanadı» $12 \cdot 3 = 12 + 12 + 12$. Bul bolsa, oqıwshınıń deduktiv juwmaq shıǵarıwı boladı. Matematika sabaǵın oqıtıwda, bul metodlardan sonday etip qollanıw kerek, ol oqıwshılardıń *logikalıq* pikirlewin aktivlestirsin hám bul logikalıq pikirlewdiń rawajlanıwına járdem beriwı lazım.

Álbette, biz sonı aytıp ótiwimiz zárurli, tapsırmaǵa esaplar (máseleler) berilgende, onıń quramalılıǵı oqıwshılardıń imkaniyatına, qızıǵıwshılıǵına hám uqıplılıǵına qarap beriliwi kerek. Sonday-aq, kem-kem quramalasıp barıwımız shárt, sebebi oqıwshıǵa bir túrдеgi (xarakterдеgi) esaplar berilgen bolsa, onda olardıń qızıǵıwshılıǵı tómenlep ketedi. Nátiyjede, oqıwshınıń *logikalıq* pikiriniń rawajlanıwı tómen halda boladı.

2-§. Matematika sabaqlarında logikalıq pikirlew qábletin rawajlandırıwshı máseleler

Biz bul paraqrafta, oqıwshılardıń matematika sabaqlarında *logikalıq pikirlew* qábletin rawajlandırıwǵa tikkeley tásirin tiygiziwshı dóretiwshilik hám reproductivlik pikirlewler, dóretiwshilik pikirlewdiń tiykarǵı kórsetkishleri, úyreniwshilik hám onıń komponentleri máselelerine toqtap ótemiz.

Dóretiwshilik hám reproductivlik pikirlewler. Pikirlew haqıyqatlıqtı ulıwma hám basqalar járdeminde úyreniw protsesi sıpatında mudamı dóretiwshilik elementin óz ishine qamtısa da, onıń oy iskerligi protsesinde tutqan ornı hár qıylı bolıwı múmkin. Dóretiwshiliktiń ahmiyeti jeterli dárejede joqarı bolǵan jaǵdayda dóretiwshilik pikirlew haqqında oy iskerliginiń ayrıqsha túri sıpatında sóz etiledi. Dóretiwshilik nátiyjesinde subiekt ushın qanday da bir orginallıq, printsipial jańalıq payda boladı, yaǵnıy bul jerde jańalıq dárejesi joqarı. Bunday pikirlewdiń payda bolıwı shárti- jańa bilimlerde ashıw talabın uǵıp alıwǵa járdem beretuǵın, mashqalani sheshiwshı subiekttiń joqarı belsendiligin xoshametleytuǵın mashqalalı cituatsiyanıń bar bolıwı.

Mashqalanıń jańalıǵı onı sheshiwdiń jańa usılın eriksiz qabıllatadı: sekirmelilik, evristikalıq, «izlew» sınavların, semantikanıń úlken rolın, mashqalanıń mańızlı talqılanıwın qosıw. Bul protsesste jaqsi uǵıp alınǵan sózlik- *logikalıq* uliwmalastiriwlar menen bir qatarda sózde dáslep adekvat sáwleleniwın tappaǵan *intuitivlik*- ámeliy uliwmalastiriwlarda júdá ahmiyetli. Olar kórsetpeleli cituatsiyalardı, konkret- ámeliy máselelerde sheshiw, predmetler yáki olardıń modelleri menen real islerde talqılaw protsesinde payda bolıp, belgisizdi izlewdi ádewir ańsatlastıradı, biraq bul izlew protsesiniń ózi anıq túsilmey, intuitiv túrde ámelge asırıladı.

Dóretiwshilik pikirlew nátiyjesinde psixikalıq jańalıqlar- jańa baylanıs sistemaları, psixikalıq ózin- ózi tártipke salıwdıń , shaxs qásiyetleriniń onıń uqıplılıqlarınıń jańa formaları payda bolıp, bul aqıl rawajlanıwındaǵı alǵa ilgerilewdiń nıshanı boladı.

Solay etip, dóretiwshilik pikirlew ózi ónimniń júdá jańalıǵı, onı alıw protsesiniń ayırıqshalıǵı hám aqıl rawajlanıwına áhmiyetli tásiri menen xarakterlenedi. Ol aqıl iskerliginde sheshiwshi **bólek** (zveno) boladı, sebebi jańa bilimlerge qaray real ilgerilewdi támiyinleydi.

Psixologiyalıq kóz qarastan, qorshap turǵan dúnyanıń adamzatqa ele málim bolmaǵan, obiektiv jańa nızamların ashıwshı ilimpazdıń dóretiwshilik pikirlew menen tek ózi ushın ana jańalıq ashıwshı oqıwshınıń dóretiwshilik pikirlew arasında printsipiallıq ayırmashılıq joq, sebebi bulardıń tiykarında ulıwma psixikalıq nızamlar jatadı. Biraq olardıń jańa bilimlerdi izlew shártleri de, jańalıqqa alıp keletuǵın oy iskerligi dárejesi de júdá hár qıylı. Bul ayırmashılıqlardı belgilew ushın kópshilik izertlewshiler oqıwshılardıń bul túrdegi pikirlewine qarata «ónimli pikirlew» termininen paydalanıwdı maqul kóredi, al «dóretiwshilik pikirlew» termini menen adamzat ushın printsipial jańalıqlardı ashatuǵınlardıń óz analoglarına iye emes orginallıqlardı quratuǵınlardıń oy iskerliginiń joqarı dárejesin belgileydi. Kem ónimliliǵı menen xarakterlense de, *reproduktivlik pikirlew* adamzattıń úyreniw hám ámeliy islerinde áhmiyetli rol oynaydı. Bul túrdegi pikirlew tiykarında subiektke tanis strukturalı máselelerdi sheshiw ámelge asiriladi. Máseleniń shártlerin, oniń berilgenlerin, belgisizin, olar arasındaqı funktsionallıq baylanıslardı túsiniw hám talqılaw tásirinde bunday máseleni durıs, logikalıq tiykarlap sheshiwdi, onı sózde adekvat sáwlelendiriwdi támiyinleytuǵın burın qalıplestirilgen baylanıslar sistemaları aktuallastırıladi.

Reproduktivlik pikirlew oqıwshılardıń oqıw islerinde úlken ahmiyetke iye. Ol oqıtıwshı bayanlaǵan yaki kitapta jazılǵan jańa materialdi túsiniwdi, bilimlerinen ámelde paydalanıwdı h.t.b. támiyinleydi. Reproduktivlik pikirlew múmkinshilikleri bárinen de burın insanda dáslepki bilimler minimuminiń bar bolıwı menen anıqlanadı, ol izertlewlerdiń kórsetiwinshe, ónimli pikirlewge qaraǵanda ańsat rawajlanadı, sonıń menen birge subiekt ushın jańa mashqalalardı sheshiwde úlken rol atqaradi. Bul jaǵdayda ol insan onıń ushın jańa máseleni ózine málim usıllar menen sheshiwge urınatuǵın hám bul usıllar oǵan tabıs alıp

kelmeytuǵın dáslepki basqısha bayqaladı. Bunı túsiniw «mashqalalı situatsiyanıń» payda bolıwına alıp keledi, yaǵnıy jańa bilimlerdiń ashılıwın, keyin oǵan uqsas máselelerdi sheshiwdi támiyinleytuǵın jańa baylanıslar sistemasiniń qalıplesiwine kepillik beretuǵın ónimli pikirlewdi jedellestiredi. Joqarıda ayılǵanday, ónimli pikirlew protsesi sekirmeli, onıń bir bólegi tolıq túsiney, sózde adekvat sáwlelenbey ámelge asırıladı. Sózde dáslep onıń nátiyjesi óz ańlatılıwın tabadı («Mine! Taptım! Túsindim!»), soń oǵan jol tabıladı. Tabılǵan sheshimdi subiektiń túsiniwi, onı tekseriw hám logikalıq tiykarlawı jáne reproductivlik pikirlew tiykarında ámelge asırıladı. Solay etip, real iskerlik, qorshap turǵan haqıyqatlıqtı óz betinshe úyreniw protsesi oy iskerliginiń reproductivlik hám ónimli túrleriniń quramalı aralasıwınıń óz-ara tásiriniń nátiyjesi.

Dóretiwshilik pikirlewdiń tiykarǵı kórsetkishleri. Dóretiwshilik pikirlewdi izertlew máselesin sheshiw pikirlewdiń jańa bilimlerdi ózlestiriwdiń ańsatlıǵı, bul bilimlerden ámelde paydalanıw keńligi ǵárezli bolatuǵın aqıl qásiyetlerin qalıplestiretuǵın jeke ózgeshelikleriniń jıynaǵın ayırıp kórsetiwdi talap qıladı. Olardı tiykarlap ayırıp kórsetiw ushın bárinen de burın oqıwshılardıń oy iskerliginiń jeke ózgeshelikleri haqqında ádebiyatlardaǵı geypara malıwmatlardı talqılaw kerek. Soń biziń oqıwshılardıń ónimli pikirlewiniń mazmunı haqqındaǵı túsinigimizge tiykarlanıp, olar arasınan biziń pikirimizshe oqıwshılardıń iskerliginde, olardıń jańa bilimlerdi óz betinshe ózlestiriwinde, másele-mashqalalardı sheshkeninde, bul iskerlik xarakterin anıqlap, jetekshi rol oynawı kerek bolǵanların tabıw kerek.

«Intellekt» túsiniǵi ilimiy ádebiyatlarda júdá keń qollanıladı, biraq usı waqıtqa deyin onıń mazmunı, strukturası, oǵan kiretuǵın faktorlardıń, olar arasındaǵı óz-ara baylanıslardıń bir mánili tolıq anıqlanbaǵan. Intellekt strukturası teoriyalarında qarama-qarsılıqlar júdá kóp. Dóretiwshilik pikirlew haqqındaǵı kópshilik miynetlerde úyrenshikli sheshiwden awıtqıw, «ótmish tájiriybeleri bar erlerin» jeńip shıǵıw dárejesin sáwlelendiriwshi kórsetkishler onıń tiykarǵı kórsetkishi dep esaplanadı. Olardı ashıp beriw maqsetinde bar tájiriybeniń

máseleniń talapları menen keskin qayshı keliwin talap qılatuǵın jasalma máselelerden paydalanıladı. Intellekttiń hám ónimli pikirlewdiń (onıń eń joqarı basqishi- dóretiwshilik pikirlewdi qosa) óz- ara qatnasları mashqalasın sheshiwge tómendegishe kirisemiz. Insan intellekti (yamasa onıń aqlı) jeke ózgeshelikler aspektinde alınǵan pikirlew menen xarakterlenedi. Pikirlewdi basqa psixikalıq protsesslerden ayırıp turatuǵın eń mańızlı belgi- jańa bilimlerdi ashıwǵa badarlanǵanı, yaǵnıy onıń ónimliliǵı. Usıǵan baylanıslı insanniń ónimli pikirlewiniń rawajlanıw dárejesi menen anıqlanatuǵın (basqa zárúr shártler bar bolsa) jańa bilimlerdi óz betinshe ashıw múmkinshiligi onıń intellektiniń tiykarın, «yadro»sın dúzedi.

Úyreniwshilik hám onıń komponentleri. Ónimli pikirlewdiń jeke- **tipologiyalıq** komponentlerin qaraǵanda biz aldımızǵa bir tekli bilimlerdi ózlestiriw jeńilligi, olarda ilgerilew jedelligi ǵárezli bolatuǵın ózgesheliklerin ayırıp kórsetiw dárese qılıp qoydıq, yaǵnıy onı ulıwma uqıplılıqlar túsiniǵı menen baylanıstırdıq. Oqıwshılarda olardıń psixikasınıń bul qásiyetleri oqıw isleriniń tabıslı bolıwın, jańa bilimlerdi ózlestiriw tezligin hám ańsatlıǵın, olardı kóshiriw keńligin shárt qılıp qoyadı, yaǵnıy olardıń úyreniwge ulıwma uqıplılıqları sıpatında bayqaladı. Olardı belgilew ushın psixologiyada «úyreniwshilik» termini qollanıladı. Úyreniwshilik dárejesi qansha joqarı bolsa, insan jańa bilimlerdi sonsha tez hám ańsat ózlestiredi, salıstırmalı jańa shártlerde olardan sonsha erkin paydalanadı, demek, onıń aqlınıń rawajlanıw jedelligi de joqarı boladı. Usı sebepli biz tásirli, yaǵnıy insan ámelde paydalanatuǵın, bilimler qorı menen bir qatarda úyreniwshilik aqlıń rawajlanıw strukturasına kiredi dep oylaymız. Insanniń aql uqıplılıqları onıń eliklew tiykarında ne isley alatuǵını, bastan ayaq, keńeytilip túsindiriw nátiyjesinde neni ózlestiriwi múmkinligi menen anıqlanbaydı. Insan aqlı ózi ushın jańa bilimlerdi salıstırmalı óz betinshe iyelewinde, bul jańalıqlardı «ashıwında», bul bilimlerin jańa situatsiyalarǵa kóshiriw keńliginde, onıń ushın jańa, standart emes máselelerdi sheshkende bilinedi. Psixikanıń bul tárepinde ónimli pikirlew óz ańlatılıwın tabadı, onıń ózgeshelikleri shaxstıń úyreniwshilik

dárejesin hám spetsifikasın anıqlap insanda qalıplesiwshi aqıl qásiyetlerinde bilinedi. Oqıwshılardıń oy iskerliginiń bul ózgeshelikleri, qásiyetleri, olardıń aqılınıń qásiyetleri úyreniwshilik komponentleri boladı, oniń strukturasına kiredi, al olardıń birlesiwiniń ayırıqshalıǵı oqıwshılardıń úyreniwshiligindegi jeke ózgesheliklerin anıqlaydı.

Ónimli pikirlew tek ózlestirilgen bilimlerden keń paydalanıwdı ǵana emes, oydıń úyrenshikli barısına shetke shıǵıp burınǵı tájiriybeler bar erin jeńiwdi, aktuallastırılǵan bilimler hám mashqalalı cituatsiya talapları arasındaǵı qarama-qarsılıqlardı sheshiwdi, sheshimniń originallıǵın, olardıń ayırıqshalıqların talap qıladı. Pikirlewdiń bul tárepin kóbinese *aqıldın alǵırlıǵı*, háreketlilik, shaqqanlıǵı sıpatında belgilenedi. Birinshi termin eń sátli dep esaplanadı. Aqılı alǵır insan eger sheshiletuǵın másele talap qılsa tuwrı baylanıslardan kerisine, isler sistemasınıń birinen ekinshisine ańsat ótedi, ol úyrenshikli islerden bas tartıwı múmkin h.t.b. *Aqıl inertligi* qarama-qarsısında bayqaladı: shablonǵa beyimliginde, bir isinen ekinshisine ótiwi qıyınlıǵında, unamsız nátiyjelerine qaramastan tanıs islerinde uzaq uslanıp qalıwında h.t.b.

G. P. Antonova, hár qıylı máselelerdi sheshkende pikirlew alǵırlıǵın izertlep, bul qásiyettiń bekkemligin hám birdey jastaǵı oqıwshılardıń pikirlewiniń qosındı «alǵırlıq kórsetkishi» boyınsha júdá ahmiyetli ózgeshelikleri bar ekenin: eń joqarı hám eń tómen rawajlanǵan hám ol izertlegen oqıwshılarda bul kórsetkish, sáykes túrde, 12,5% hám 89% ke teń , yaǵnıy bir kórsetkish ekinshisinen 6 eseden kóbirek artıq ekenin atap kórsetedi. Ónimli pikirlew ushın xarakterli printsipial jańa bilimlerde ashıw sekirmeli, tsiklik protsessten ibarat bolıp, onda dialektikalıq qarama-qarsılıqlar birliginde jaqsı uǵıp alınǵan, sózlik- logikalıq komponentler de, sózde adekvat sáwleleniw tappaǵan, túsilmegen, intuitiv-ámeliy komponentler de bayqaladı. Intuitsiyanı jańalıqtı izlewge qosıw nızamlı. Biraq, usılayınsha tabılǵan bilimler tásirli kúshke iye bolıwı yaǵnıy basqalarǵa beriliwi, keń kólemli máselelerdi sheshiwde paydalanılıwı ushın olardıń áhmiyetli belgilerin de, bul bilimlerden paydalanıw usılların da jaqsı uǵıp alıw kerek. Sol

sebepli úyreniwshilik quramına kiretuǵın aqıldıń tiykarǵı qásiyetleriniń biri- *óz oy iskerligin úǵıp alıw*, mashqalanı sheshetuǵın subiektiń oylaw predmeti qılıw múmkinshiligi. «Refleksiya» termini usıǵan jaqın maǵanada paydalanıladı. Aqıldıń bul qásiyeti sózde yaki basqa simvolları (grafiklerde, sxemalarda, modellerde) oy iskerleginiń maqsetin hám ónimin, nátiyjesin (qaytadan qalıplestirilgen túsiniklerdiń , nizamlardın áhmiyetli belgileri), sonday- aq, bul nátiyje tabılǵan usıllardı ańlatıw, oylaw barısındaǵı qáteliklerdi hám olardıń sebeplerin, olardan qutiliw jolların tabıw h.t.b. múmkinshiliklerinde bayqaladı. *Oy iskerliginiń úǵıp alınbaǵanlıǵı* insanniń máseleni sheshiw haqqında esap bere almawında (hátte ol durıs bolsa da), óz qátelerin bayqamawında, juwap bergende ózi tiykarlanǵan belgilerdi kórsete almawında h. t. b. anıq kórinedi. Ónimli pikirlewdiń sırtqı jaqsı kórinetuǵın ózgesheligi- jańa bilimlerde iyelewdegi hám olardan paydalanıwdaǵı *óz betinsheligi*. Aqıldıń bul qásiyeti maqsetti, mashqalalardı qoyǵanda, gipotezalarda ilgeri súrgende hám bul máselelerdi óz betinshe sheshkende bayqaladı, bul parametr boyınsha áhmiyetli jeke ózgeshelikler eksperiment járdeminde hátte baslawısh mektep oqıwshılarında da tabılǵan. Bul qásiyettiń rawajlanıwınıń eń joqarı basqıshında insan ózi ushın quramalı mashqalalardı sheship ǵana qoymay, ózi sırttan xoshametlewersiz, olardı sheshiwdiń eń jetilistirilgen, júdá joqarı dárejede ulıwmalastırılǵan usılların izleydi (pikirlewdiń bul dárejesin D. B. Bogoyavlenskaya kreativlik dep atadı). Sonıń menen birge qoyılǵan máseleni óz betinshe sheshiw múmkin bolmaǵan tómengi basqishta, ónimli pikirlewdegi ayırmashılıqlar *járdemli sezgirlikte* bilinedi: sheshiw ushin zárúr bolǵan járdem qansha kem bolsa, ónimli pikirlewde sonsha joqarı. Sonıń ushın biz óz betinshelikti hám járdemli sezgirlikti sheklelendi maqul kóremiz. Ónimli pikirlewdiń, aqıl qásiyetiniń oqıtıwdıń tabıslı bolıwına baylanıslı bolatuǵın (basqa salıstırmalı birdey shártlerde) tiykarǵı ózgeshelikleri usılar.

Solay etip, joqarıda ayılǵanlar, ulıwma pikirlew haqqındaǵı ulıwma túsiniklerimiz, *logikalıq pikirlewdiń* rawajlandırıwshı basqıshları bolıp xızmet etedi dep oylamız.

3-§.Matematikalıq túsinikler járdeminde oqıwshılardıń logikalıq pikirlew qábletin rawajlandırıw múmkinshilikleri

Biz bul paragrafta, oqıwshılardıń matematika sabaqlarında *logikalıq pikirlew* qábletin rawajlandırıwǵa tikkeyley tásinin tiygiziwshi matematikalıq túsiniklerdi yaǵnıy olardıń formalarına toqtap ótemiz.

1.Matematikalıq túsinik. Biz tálim degende oqıtıwshı menen oqıwshılar arasındaǵı ańlı hám maqsetke baǵdarlanǵan, biliwge arnalǵan háreketti túsinemiz. Hár qanday tálim óz aldına eki maqsetti qoyadı.

1)Oqıwshılardıǵa baǵdarlama tiykarında oqıtıwı lazım bolǵan zárur bilimler sistemasın beriw.

2) Matematikalıq bilimlerde beriw arqalı, oqıwshılardıń *logikalıq pikirlew* qábletlerin payda etiw.

Tálim processindegi, usı eki maqset ámelge asıw ushın, oqıtıwshı hár bir úyrenip atırǵan túsinikti psixologiyalıq, pedagogikalıq hám didaktikalıq nızamlar tiykarında túsendiriw kerek. Bunıń nátiyjesinde oqıwshılar ańında *biliw* dep atalawshı psixologiyalıq process payda boladı.

Psixologiyalıq kóz qarastan aytqanıımızda *biliw* processı eki túrli boladı:

1)*Seze biliw*. Adamnıń seze biliwi, onıń seziwi arqalı hám sáwlelendiriwin de óziniń ańlatılıwın tabadı. Adam seziw organları arqalı haqıyqıy dúnya menen óz-ara baylanısta boladı. Biliw processinde seziwler menen birge aqlı (esi) qatnasadı. Seziwler nátiyjesinde obiektiv dúnyanıń subiektiv obrazı payda boladı. Usı subiektiv obrazınıń adam ańında pútin sáwleleniw aqlı (esi) dep ataladı.

Sırtqı dúnyadaǵı nárseler hám waqıyalar adam miyinde seziw hám aqlı (esi) arqalı belgili bir iz qaldıradı. Aradan málim bir waqıt ótkennen keyin , usı izler bekkemlesiw hám qandayda bir náse yamasa waqıyalardıń subiektiv obrazı sıpatında qayta tikleniw múmkin. Mine usı obiektiv dúnyanıń málim waqıt ótkennen keyin qayta tikleniw processı sáwleleniw dep ataladı.

2)*Logikalıq biliw* (túsinik, húkim hám juwmaq) Hár qanday *logikalıq biliw seze biliw* arqalı iske asadı. Sonıń ushında, hár bir úyrenip atırǵan matematikalıq

objektler, nárseler seziledi. Avstrakt kóz qarastan qaraǵanıńızda, aqılı (esi) hám sáwleleniwden keyin, usı úyrenip atırǵan objekttegi nárseler tuwrısındaǵı málim bir matematikalıq túsiniq payda boladı.

Anıqlama. Matematikalıq objekttegi nárselerdiń tiykarǵı qásiyetlerin sáwlelendiriwshi oylaw (pikirlew) formasına matematikalıq túsiniq dep ataladı.

Hár bir matematikalıq túsiniqtiń eki tárepi bar yaǵnıy mazmunı hám kólemi menen xarakterlenedi.

Anıqlama. Túsiniqtiń mazmunı dep, usı túsiniqti ańlatıwshi tiykarǵı qásiyetler kópligine aytamız.

Anıqlama. Túsiniqtiń kólemi dep, usı túsiniqke kirgen barlıq objektler kópligine aytamız.

Mısalı, tórtmúyeshlik túsiniqiniń kólemi, usı tórtmúyeshlik túsiniqine kirgen barlıq tórtmúyeshliklerdiń túrleri yaǵnıy parallelogramm, kvadrat, romb hám trapetsiyadan ibarat boladı. Al mazmunı túsiniqine, parallelogramm, kvadrat, romb hám trapetsiyanıń, hár biriniń tiykarǵı qásiyetleri kiredi.

Endi biz, logikalıq biliw (túsiniq, húkim hám juwmaq) túsiniqine yaǵnıy matematikalıq húkim hám juwmaq túsiniqine toqtap ótemiz.

Matematikalıq húkim. Matematikalıq húkim *logikalıq* biliw formalarından biri bolıp, oǵan tómenдеgi anıqlama berilgen: «Túsiniqler tiykarında payda etilgen matematikalıq pikirlewdi tastıyıqlawǵa yamasa biykarlawǵa matematikalıq húkim dep ataladı». Bul anıqlamadan kórinedi, húkimniń xarakterli qásiyeti ayılǵan matematikalıq húkimniń durıslıǵın tastıyıqlaw yamasa durıs emesligin bildiredi eken.

Matematikalıq túsiniqlerdi tastıyıqlaw maǵanasındaǵı húkimge, tómenдеgi mısallardı keltiriw múmkin:

1. Parallelogrammniń qarama-qarsı tárepleri óz-ara parallel hám teń.
2. Hár qanday túrдеgi úshmúyeshlikler, úsh tóbesine iye.
3. Úshmúyeshliktiń ishki múyeshleriniń 180° qa teń.
4. Kóp múyeshliktiń ishki múyeshleriniń qosındısı $2d(n-2)$ qa teń.

Matematikalıq túsiniklerdi biykarlaw maǵanasındaǵı húkimlerge tómendegi mısallardı keltiremiz:

1. Hár qanday úshmúyeshlikte eki tárepiniń uzınlıǵınıń qosındısı, úshinshi tárepinen kishi emes.

2. Piramidadaǵı úsh jaqlı múyeshleriniń qosındısı, hesh qashan turaqlı sanbola almaydı.

3. Hár qanday tórtmúyeshlikte ishki múyeshleriniń qosındısı 360° tan úlken emes.

Bunnan kelip shıǵadı, hár qanday matematikalıq gáp, húkim bola almaydı eken. Mısalı «ABCD tórtmúyeshlik paralellogramm bola alama?» «Erikli úshmúyeshliktiń ishki múyeshleriniń qosındısı, 180° qa teń bola alama?». Keltirilgen eki mısalda da, biykarlaw yamasa tastıyıqlaw maǵanası joq, sonıń ushın olar matematikalıq húkimge mısal bola almaydı.

Matematikalıq húkim úsh túrli boladı:

1. Birlik húkim. 2. Dara húkim. 3. Ulıwmalıq húkim.

Matematikanı oqıtıw processinde, joqarıdaǵı húkimlerdiń úsh túride úzliksiz baylanısta boladı. Basqasha aytqanada, birlik húkimniń nátiyjesi sıpatında dara húkim payda boladı, dara húkimniń nátiyjesi sıpatında bolsa, ulıwmalıq húkim payda boladı. Pikirimizdiń dálili sıpatında, tómendegi mısallardı qaraymız.

1) Birlik húkim:

a) Sheńber tuwrı sızıq penen tek eki noqatta kesilisedi.

b) Ellipsis tuwrı sızıq penen tek eki noqatta kesilisedi.

v) Giperbola tuwrı sızıq penen tek eki noqatta kesilisedi.

g) Parabola tuwrı sızıq penen tek eki noqatta kesilisedi.

2) Dara húkim: "Sheńber, ellips, giperbola hám parabolalar ekinshi tártipli iyemek sızıqlardı payda etedi". Joqarıdaǵı birlik hám dara húkimlerge tiykarlanıp, tómendegi ulıwma húkim payda etemiz.

3) Ulıwma húkim: "Ekinshi tártipli iyemek sızıqlar, tuwrı sızıq penen tek eki noqatta kesilisedi".

Matematikalıq juwmaq.

Matematikalıq juwmaqta **logikalıq pikirlewdiń** formasınıń biri:

«Eki qatal húkimnen payda bolǵan úshinshi nátiyje húkimge juwmaq dep aytamız.»

Mısal. 1-Húkim: tórtmúyeshliktiń dioganalı, onı eki úshmúyeshlikke bóledi.

2-Húkim: Hár bir úshmúyeshliktiń ishki múyeshleriniń qosındısı 180° qa teń.

3-Húkim: Demek, tórtmúyeshliktiń ishki múyeshleriniń qosındısı 360° qa teń (juwmaq boladı).

Mektep matematika kursında juwmaqlawlardıń úsh túri bar yaǵnıy indukivlik, deduktivlik hám analogiyalıq juwmaqlawlar úyreniledi.

Anıqlama. *Ayrım yamasa dara maǵlıwmatlarǵa tayanıp ulıwma juwmaq shıǵarıwdı induksiya dep aytadı.*

Anıqlama. Induksiya úsh túrli boladı: *shala indukciya, tolıq induksiya hám matematikalıq induksiya.* Shala induksiya metodı arqalı shıǵaratuǵın juwmaq kóp jadaylarda tuwrı, hámde ayrım jadaylarda naduris boladı.

1-mısal: Fermanıń ataqlı teoreması boyınsha $(2^{2^n} + 1)$ kórnisindegi sanlar $n=[0,1,2,3,4, \dots]$ bolǵanda 3, 5, 17, 257, 65537, ... túrindegi ápiwayı sanlar edi. Sonıń ushın Ferma ulıwma jaǵdayda $(2^{2^n} + 1)$ kórnisindegi barlıq sanlar n niń erkli mánislerinde ápiwayı sanlar boladı dep ulıwma juwmaq shıǵarǵan. XVIII ásirde L.Eyler Ferma teoremasın tekserip, onıń nızamı: $n=5$ boǵanda buzılıwın yaǵnıy payda bolǵan san quramalı ekenlin anıqlaǵan:

$$(2^{2^5} + 1) = 4294967297 = 641 \cdot 6700417.$$

Bul degen sóz $(2^{2^5} + 1)$ ańlatpa 641 ge bólinedi, bunnan $(2^{2^5} + 1)$ ápiwayı san bolmay, bálkim quramalı san ekenligi kelip shıǵadı. Demek, shala induksiya metodı arqalı Fermanıń $\forall n \in N$ bolǵanda $(2^{2^n} + 1)$ kórnisindegi sanlar ápiwayı boladı, degen juwmaq naduris eken.

Induksiya metodu arqalı juwmaq shıǵarıw bolsa, qandayda bir matematikalıq nızam úsh jaǵday orınlı bolǵanda ǵana $n - jaǵday$ ushın orınlı dep qabil etiledi.

2-mısal:

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} \quad \text{esaplań}$$

$$S_1 = \frac{1}{1 \cdot 2} = \frac{1}{2},$$

$$S_2 = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} = \frac{3+1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3},$$

$$S_3 = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} = \frac{6+2+1}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}.$$

...

Bul úsh dara qosındıǵa tiykarlanıp, ulıwma juwmaq shıǵaramız:

$$S_n = \frac{n}{n+1}$$

Mektep algebra kursında dáreje hám logarifmler qásiyetleri ótilgennen soń, mine usı qásiytlerge tiykarlanıp, oqıwshılar induktiv juwmaq shıǵarıw járdeminde dáreje hám logarifmlerdiń ulıwmalasqan qásiyetlerin shıǵarıw múmkin.

3-mısal:

$$a^{n_1} \cdot a^{n_2} = a^{n_1+n_2}$$

$$a^{n_1} \cdot a^{n_2} \cdot a^{n_3} = a^{n_1+n_2+n_3}$$

$$a^{n_1} \cdot a^{n_2} \cdot a^{n_3} \cdot a^{n_4} = a^{n_1+n_2+n_3+n_4}$$

...

$$a^{n_1} \cdot a^{n_2} \cdot a^{n_3} \cdot \dots \cdot a^{n_k} = a^{n_1+n_2+n_3+\dots+n_k}$$

4-mısal:

$$\lg(x_1 \cdot x_2) = \lg x_1 + \lg x_2 \text{ eger } x_1 > 0 \wedge x_2 > 0 \text{ bolsa,}$$

$$\lg(x_1 \cdot x_2 \cdot x_3) = \lg x_1 + \lg x_2 + \lg x_3 \text{ eger } x_1 > 0, x_2 > 0, x_3 > 0 \text{ bolsa,}$$

$$\lg(x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4) = \lg x_1 + \lg x_2 + \lg x_3 + \lg x_4 \text{ eger } (x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4) > 0 \text{ bolsa}$$

...

$$\lg(x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \dots \cdot x_n) = \lg x_1 + \lg x_2 + \lg x_3 + \dots + \lg x_n \text{ eger } (x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \dots \cdot x_n) > 0 \text{ bolsa.}$$

Matematikalıq induksiya metodu. Bul metodta qandayda bir matematikalıq nızam $n = 1$ jaday ushın orınlı bolsa, onı $n = k$ jaǵday ushın orınlı dep qabıl etip, keyin $n = k + 1$ jaǵday ushın orınlı ekenligi kórsetiledi.

5-mısal:

$$S_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2} \text{ qosındınıń orınlı ekenligini matematikalıq}$$

induksiya metodu arqalı kórsetilsin, bunda $n \in N$

1. Eger $n = 1$ bolsa, $S_1 = \frac{1(1+1)}{2} = 1$.

2. Eger $n = k$ bolsa, $S_k = 1 + 2 + 3 + \dots + k = \frac{k(k+1)}{2}$.

3. Eger $n = k + 1$ bolsa,

$$S_{k+1} = 1 + 2 + 3 + \dots + k + (k+1) = \frac{(k+2)(k+1)}{2} \text{ ekenligin dálilleymiz.}$$

Dálillew. $S_{k+1} = S_k + (k+1) = \frac{k(k+1)}{2} + (k+1) = \frac{k(k+1) + 2(k+1)}{2} = \frac{(k+2)(k+1)}{2}$.

$A \neq V$ bolsa, $|AV| > 0$. $A = V$ bolsa, $|AV| = 0$.

Demek, $S_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ qosındını esaplaw formulası durıs eken.

6-mısal:

$$S_n = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, \quad n \in N$$

1. Eger $n = 1$ bolsa, $S_1 = \frac{1 \cdot (1+1)(2 \cdot 1 + 1)}{6} = 1$.

2. Eger $n = k$ bolsa, $S_k = \frac{k \cdot (k+1)(2k+1)}{6}$.

3. Eger $n = k + 1$ bolsa, $S_{k+1} = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + (k+1)^2 = \frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6}$

bolatuǵının tabamız.

Dálillew.

$$\begin{aligned} S_{k+1} &= S_k + (k+1)^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6} + (k+1)^2 = \\ &= \frac{k+1}{6} [k(2k+1) + 6(k+1)] = \frac{k+1}{6} \cdot [2k^2 + 7k + 6] = \\ &= \frac{2(k+1)(k+2) \left(k + \frac{3}{2}\right)}{6} = \frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6}. \end{aligned}$$

7-mısal:

$$S_n = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}, \quad n \in \mathbb{N}$$

1. Eger $n = 1$ bolsa, $s_1 = \frac{1 \cdot (1+1)^2}{4} = 1$.

2. Eger $n = k$ bolsa, $s_k = \frac{k^2(k+1)^2}{4} = 1$.

3. Eger $n = k+1$ bolsa, $s_{k+1} = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3 + (k+1)^3 = \frac{(k+1)^2(k+2)^2}{4}$ bolıwın dälilleń.

$$\begin{aligned} \text{Dälilew: } s_{k+1} &= s_k + (k+1)^3 = \frac{k^2(k+1)^2}{4} + (k+1)^3 = (k+1)^2 \left(\frac{k^2}{4} + k + 1 \right) = \\ &= \frac{(k+1)^2(k^2 + 4k + 4)}{4} = \frac{(k+1)^2(k+2)^2}{4} \end{aligned}$$

Анықлама: Уліўма мағліўматларға таянып, айрым ямаса дара јуўмақ шығарıw *deduksiya* деп аталады.

1. $x^2 - 3x - 4 = 0$ теңлемениń дискриминантın есеплеп, оның шешимлери барлығын кórsetiń. $D = 9 + 16 = 25$. $D > 0$. Bizge málim, kvadrat теңлемени шешiw haqqındaғы qaғыyadan, оның дискриминанты оń bolsa, onda ol eki haqqıyqıy hár túrli sheshimge iye boladı, sonıń ushın $x^2 - 3x - 4 = 0$ теңleme eki $x_1 = 4$ hám $x_2 = -1$ sheshimge iye.

2. $\sqrt{81 \cdot 0,09}$ ańlatpanıń mánisin esaplań. Bul ańlatpanıń mánisin esaplaw ushın, mektep algebra kursında ulıwma nızamdı óz ishine alıwshı tómenдеgi teoremadan paydalanamız.

Teorema. $a \geq 0$ hám $b \geq 0$ bolanda $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ boladı.

Sonıń ushın, tómenдеgi јuўmaqtı shıғaramız.

$$\sqrt{81 \cdot 0,09} = \sqrt{81} \cdot \sqrt{0,09} = 9 \cdot 0,3 = 2,7$$

3. Mektep geometriya kursında kosinuslar teoremasınıń analitikalıq ańlatpası bunday:

$$s^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos c \quad (1)$$

Eger (1) da $s = 90^\circ$ bolsa, $\cos 90^\circ = 0$, sonıń ushın

$$s^2 = a^2 + b^2 \quad (2)$$

boladı. Bizge málim (2) formula Pifagor teoremasın ańlatadı.

Juўmaq shıғарıw metodlarınan jáne biri bul analogiya.

Anıqlama. *Uqsaslıqqa tiykarlanıp juwmaq shıǵarıw analogiya dep ataladı.*

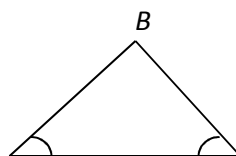
Analogiya boyınsha juwmaq shıǵarıwdı sxematikalıq túrde tómendegishe súwretlew múmkin: F figura a, b, c, d, \dots qásiyetlerine iye. F_1 figura bolsa a, b, s, \dots , qásiyetlerine iye bolsa, onda F_1 figura da d qásiyetke iye bolıwı múmkin.

Pikirimizdiń dálili sıpatında, tómendegi teńsizliktiń dálilin keltireyik. Hár qanday tetraedr ushın $\frac{1}{2}(|AB|+|BC|+|AC|) < |SA|+|SB|+|SC|$ teńsizlik ornalı.

Bizge málim, keńisliktegi tetraedr figurası, tegislikte úsh múyeshlik figurasına analogiyalıq figura boladı, sonıń ushın hár qanday úshmúyeshlik ushın ornalı bolǵan tómendegi qásiyetten paydalanamız.

Hár qanday úshmúyeshliktiń eki tárepi uzınlıǵınıń qosındısı, úshinshi tárepinen úlken boladı (1- sızılma):

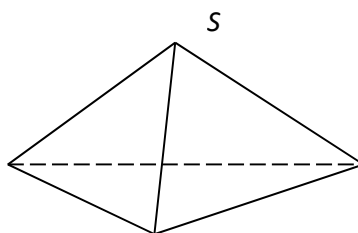
$$|AB| + |BC| > |AC|$$



1- sızılma.

Eger úshmúyeshlik ushın ornalı bolǵan, usı qásiyetti oǵan analogiyalıq bolǵan figura tetraedrǵa qollansa, tómendegi teńsizlik payda boladı (2- sızılma):

$$\left. \begin{array}{l} |AB| < |SA| + |SB| \\ |BC| < |SB| + |SC| \\ |AC| < |SA| + |SC| \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{2}(|AB| + |BC| + |AC|) < |SA| + |SB| + |SC|$$



2- sızılma.

Solay etip biz, matematikalıq túsiniklerdi oqıwshılardıǵa beriw arqalı, olardı qollanıw qábiletin payda etemiz. Bul bolsa, óz gezeginde oqıwshılardıń **logikalıq pikirlew** qábilerin payda etedi hám rawajlandıradı. Bul matematikalıq túsiniklerdiń

járdeminde oqıwshılardıń logikalıq pikirlewlerin rawajlandırıw tek matematika pání emes, al fizika, ximiya h.t.b pánler ushında zárurli. Sonıń ushında, matematikalıq bilim beriwde, usı maqsetti tolıq iske asırıw, hár bir oqıtıwshınıń tiykarǵı wazıypalarınan biri bolıp esaplanadı.

II BAP. MATEMATIKA SABAĞIN OQITIWDA PIKIRLEW QÁBILETIN RAWAJLANDIRIW HÁM ONÍ BEKKEMLEWDIŃ BAZÍ BIR JOLLARÍ

1-§. Tekstli máselelerdiń járdeminde oqıwshılardıń logikalıq pikirlew qábletin rawajlandırıw.

Matematikalıq máselelerdi sheshiw, matematikanı oqıtıwdıń zárur quramınıń bir bólegi. Sebebi, oqıwshınıń hár bir máseleleni sheshiw processinde, onıń *logikalıq pikirlew* hám dóretiwshilik qábletleriniń rawajlanıwına kúshli tásirin tiygizedi. Máseleler sheshpesten matematikanı ózlestiriwdi kóz aldımızǵa keltirip bolmaydı. Matematikada máseleler sheshiwdiń teoriasın ámeliyatta qollanıw, bul eń tiykarǵı ózlestiriwdiń zárurli jolı. Máseleler sheshiwdiń matematika sabaǵında úyrenilip atırǵan ol yamasa bul teoriyalıq materiallardı ózlestiriw processinde zárurli roldi hám oqıwshılardıń *logikalıq pikirlew* qábletin rawajlandırıwda ayrıqsha ornı bar. Máseleler ámeliy jumıslar sisteması tiykarında dúziledi.

Arifmetikalıq ámellerdiń mazmunın ámeller arasındaǵı baylanıslardı, ámel komponentları menen nátiyjeler arasındaǵı baylanıstı ashıp beriwde, hár túrli shamalar arasındaǵı baylanıslar menen tanıstırıwda, sáykes ápiwayı máselelerden paydalanıladı. Ápiwayı máseleler, oqıwshılarda quramalı máselelerdi sheshiw ushın zárur bolǵan bilimler, qábletler hám kónlikpeler payda bolıwı ushın tiykar boladı. Máseleler oqıwshılardıń *logikalıq pikirlew* qábletlerin rawajlandırıwdıń paydalı quralı bolıp, ádette óz ishine ayırım bilimlerde aladı. Bul bilimlerde qıdırıw máselesi, qıdırıwshıdan analiz hám sintezge óz-betinshe qatnas etiw, faktlerde salıstırıwdı, ulıwmalastırıwdı hám t.b. talap etedi. Biliwdiń bul usılların úyretiw, matematikanı oqıtıwdıń zárurli maqsetlerinen biri bolıp esaplanadı.

Máselelerdi sheshiwde predmetke bolǵan qızıǵıwı rawajlanadı, ulıwma óz-betineshe talapshańlıq, miynetke súyispenshilik, maqsetke umtılıwshılıq

rawajlanadı. Oqıwshılarǵa tárbiya beriwde hám turmısqa baylanıslı máseleler, *logikalıq* pikir sheńberlerin keńeytiwge járdem beredi. Máseleler ústinde islew, sistemalı túrde hám joba tiykarında oqıwshılardıń jekke uqıplılıqların jetistiriwge alıp keledi. Másele sheshiw, onıń mazmunın ózlestiriwden baslanadı. Oqıwshılar ele oqıw uqıplılıǵına iye bolmaǵan dáslepki waqıtlarda, olardı oqıtıwshı oqıp beretuǵın, másele tekstin tınlawǵa, shártiniń zárurli elementlerin tabıwǵa, olardı belgili hám belgisizlerge ajratıw kerek. Sonnan keyin, másele shártin jaqsıraq ózlestiriw maqsetinde, hár bir oqıtıwshı másele tekstin tınlawǵa hám máseleni óz-betinshe oqıp shıǵıwı zárur. Bunıń ushın olarǵa máseleni aldın, dawıs shıǵarmay oqıwdı, keyin bolsa, dawıs shıǵarıp ańlatpanı oqıwdı usınıs etiw kerek.

Matematika sabaǵında máselelerdi oqıtıw yaǵnıy túsiniklerdi payda etiw, ápiwayı máselelerdi sheshiwden, quramalı máselelerdi sheshiwge ótiw járdeminde ámelge asırıladı. Bunda qosıw, ayırıw, kóbeytiw hám bóliwge arnalǵan hár túrli ápiwayı máseleler yaǵnıy bir túrdegi qosılıwshılardıń qosındısın tabıwǵa, eseli hám teń bóleklerge bóliwge arnalǵan, sandı bir neshe márte úlkeytiwge hám kishireytiwge arnalǵan máseleler, sanlardı salıstırıwǵa, ámellerdiń belgisiz komponentlerin tabıwǵa arnalǵan, ápiwayı máseleler, sonday-aq, túrli quramalı máseleler, usıǵan keltirilip sheshiletuǵın máseleler, eki kóbeytiwshiniń qosındısın tabıwǵa arnalǵan hám oǵan kerı máseleler, qosındını sanǵa kóbeytiw, bóliwge keltiriletuǵın hám basqa máselelerdi kórip shıǵamız.

Eger berilgen másele óziniń quramalıǵı menen klassta sheshilgen máselelerge sáykes yamasa uqsas bolsa, ol jaǵdayda oqıwshılar, usınan máseleniń sheshiw jolın óz-betinshe tabıwǵa úyretiw kerek. Usı maqsette, oqıwshılar máseleler sheshiwge jaqınlasıwdıń eń ápiwayı ulıwmalıq usılların iyelewi lazım. Oqıwshılar, oqıtıwshı basshılıǵında másele shártin qısqa hám túsinikli jazıp alıwları, sheshiw jolların tabıwdı, ańsatlastırıw máqsette, shártlerdi sızılma yamasa súwret penen «sáwlelendire» alıwı kerek. Oqıwshılar sheshilip atırǵan

máselede ne belgili, ne belgisizligini, másele shártinen ne kelip shıǵıwın, qanday arifmetikalıq ámeller járdeminde, qanday tártipte másele sorawlarına juwap tabıw múmkinligin anıq hám durıs túsiniwge oqıtıw kerek. Oqıwshılar hár bir ámeldi nege tańlaǵanlıǵın ańlay alıwları, másele boyınsha ańlatpa yamasa teńlemeni dúzip alıwları, onı sheshe alıwları, sorawǵa juwap beriwi, sheshimniń tuwrılıǵın teksere alıwları lazım. Oyin jumıslarında orınlanatuǵın ápiwayı máseleler sheshiwge, oqıtıw metodikası boyınsha shınıǵıw qıdırıw, ápiwayı máselelerdi sheshiwge, kórgizbeli qurallardı qollanıw bolsa, bul bazı bir oqıw hám uqıplılıqlardı iyelewge járdem beredi. 5-klassta máseleler ústinde islew, tiykarǵı orındı iyeleydi. Bul jerde qosıw hám alıwdan tısqarı, kóbeytiwge hám bóliwge, bir túrli qosılıwshılardıń qosındısın tabıwǵa, teń bóleklerge bóliwge, sandı bir neshe arttırıwǵa hám kemeyttiriwge, sanlardı tez salıstırıwǵa, ámellerdiń belgisiz konponentin tabıwǵa arnalǵan, hár túrli ápiwayı máseleler, sonday-aq, hár túrli kórnistegi quramalı máseleler keltiriw usulı menen sheshiletuǵın máseleler, eki kóbeymeniń qosındısın tabıwǵa arnalǵan hám buǵan kerı máseleler qosındısın, sanǵa kóbeytiw hám bóliwge keltiriletuǵın máseleler kórip shıǵıladı.

Hár túrdegi máseleler sheshiwde, ámeller maǵanasın ashıp beriwi, ol yamasa bul túsiniw, ol yamasa bul qatnaslardıń payda bolıwınan tısqarı, oqıwshılardıń alǵan bilimlerin keńeyttiriwge arnalǵan, bazı bir úlken shamalar hám olar arasındaqı baylanıslar menen tereńirek tanısıwǵa xızmet etedi. Oqıwshılar máseleleri sheshiwge zárur uqıplılıqlardı iyelew ushın, túrli kórnistegi turmısqa baylanıslı berilgen hám izlenip atırǵan shamalar arasındaqı, belgili baylanıslardı tabıwǵa úyretiw kerek. Sonday etip, máseleler sheshiw ústinde islegende, oqıwshı tek ol yamasa bir túrli máseleler haqqında oylamastan, bálkim másele sheshiw uqıplılıqtı payda etiwshi, jeke uqıplılıqtı jobalı hám dıqqatlı túrde islep shıǵarılıwı barısında ǵamqorlıq etiw zárurli. Sebebi, másele sheshiwdiń ulıwma quramalı uqıplılıǵı, usı jekke uqıplılıqlardan ibarat boladı.

Másele ústinde islew, onıń mazımunın ózlestiriwden baslanadı. Másele mazımunın jaqsı túsiniw ushın, oqıwshılardıń hár birine, onıń tekstin esittirip

qoymay, bálkim onı óz-betinshe oqıp shıǵıwları da kerek. Eger másele shárti bas qatıratuǵın bolsa, oqıwshılardıǵa másele mazmunın óz-betinshe oylap kóriwleri ushın, bir-eki minut waqıt beriw maqsetke muwapıq boladı. Másele teksti ústinde islegende, oqıwshılardıń dıqqatın, dáslep másele tekstindegi hár bir sóz hám hár bir san mazmunına qaratıw lazım. Máselede sáwlelenip atırǵan jerin kóz aldına keltiriwge járdem beriw kerek. Másele teksti ústinde awızeki islegennen keyin, másele mazmunı matematikalıq atamalar tiline ótkeriw hám onıń matematikalıq dúzilisin qısqa jazıp (sxema, sızılma, tablica) formalarında ańlatıw kerek.

Teńleme dúziw iskusstvası

Algebranıń tili-teńleme. «Sanlarǵa qatnası bar yamasa shalǵıtıwshı shamalar bar máselelerdi sheshiw ushın, bul máselelerdi ana tilinen, tek algebralıq tilge ótkeriw kerek» dep jazǵan Nyuton, óziniń «Vseobshaya arifmetika» degen kitabında. Bunday awdarmanı yaǵnıy algebralıq tilge ótkeriwdi qalay orınlawǵa bolatuǵınına, mısallar kórsetken. Solardan bazı birlerin kórsetemiz.

Ana tilinde	Algebralıq tilde
Sawdager qandayda bir muǵdardaǵı pulǵa iye.	x
Ol birinshi jılı 100 funttı jumsadı.	$x-100$
Qaǵan muǵdardaǵı funtqa yaǵnıy onıń ústine úshten birin qostı.	$(x-100) + \frac{x-100}{3} = \frac{4x-400}{3}$
Kelesi jılı, ol 100 funttı jumsadı	$\frac{4x-400}{3} - 100 = \frac{4x-700}{3}$
Qalǵan muǵdardıń ústine úshten birin qostı	$\frac{4x-700}{3} + \frac{4x-700}{9} = \frac{16x-2800}{9}$
Úshinshi jılı, ol jáne 100 funttı jumsadı.	$\frac{16x-2800}{9} - 100 = \frac{16x-3700}{9}$
Bunnan keyin, ol qalǵan muǵdardıń ústine úshten birin qostı.	$\frac{16x-3700}{9} + \frac{16x-3700}{27} = \frac{16x-14800}{27}$
Onıń kapitalı, dáslepki muǵdardan ekiesege kóbeydi	$\frac{16x-14800}{27} = 2x$

Sáwdagerdiń dáslepki kapitalın anıqlaw ushın, tek keyingi teńlemenı sheshiw qaldı. Dúzilgen teńlemenı sheshiw qıyın emes, al máseleniń berilgen

maǵliwmatlar boyınsha teńleme dúziw bir qansha quramalı. Kórinip turıptı, «ana tilden, algebralıq tilge ótkeriw» qábilet , bul teńleme dúziw iskusstvası yaǵnıy *logikalıq pikirlewdiń* rawajlanıwı ushın tikkeley tásirin tiygizedi.

Diofanttıń ómiri

Másele: Áyemgi matematik Diofanttıń ómiri haqqında, tariyxtan júdá az muǵdardaǵı maǵliwmatqa iyemiz. Diofanttıń qábirine jazılǵan, matematikalıq formadaǵı máseleni keltiremiz.

Ana tilinde	Algebralıq tilde
Jolawshı! Bul jerde Diofanttıń qábiriniń shańı. Ájayıp, ol qansha ómir jasaǵan, qanday sandı kóriwi múmkin ,	x
Onıń ómiriniń altıdan birin, baxıtlı jaslıǵı menen ótti	$\frac{x}{6}$
Onıń ómiriniń on ekiden birin, mamıq ómirde jasadı.	$\frac{x}{12}$
Diofant ómiriniń jetiden birin, balasız nekede ótkerdi.	$\frac{x}{7}$
Ol, bes jasar ómirinde, tuǵısh bala bolıp, júdá jaqsı ótkerdi.	5
Tagdır, tek ómiriniń yarımın jariqlı hám baxıtlı jasawdı berdi	$\frac{x}{2}$
Ǵarılıǵınıń aqırında qayǵılı ómir ótkizdi hám balasınan ayırılǵanına 4 jil boldı.	$x = \frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4$
Diofant neshe jil ómir súrgen?	

Sheshimi: Teńlemeneni sheshiw arqalı, $x=84$ tabamız. Diofant ómiriniń tómedegi basqıshların bilemiz: 21 jasında úylengen, 38 jasında áke bolan, 80 jasında balasınan ayırılǵan hám 84 jasında qaytı bolǵan.

At hám ǵashır

Másele: Jáne bir quramalı emes, eski máseleden birin, ana tilinen algebralıq tilge ótkeriwdi kóremiz. At hám ǵashır, arqasında awır júkleri menen, bir qatarda kiyatır. At arqasında háppen tıs júk barlıǵın aytıp, óziniń narazılıǵın bildirdi. Sen ne ushın narazısań dep juwap berdi ǵashır. Egerde men, sennen bir qalta júkti alsam,

onda meniń júgim sennen, eki ese artadı. Egerde sen meniń arqamnan bir qalta júkti alsań, onda seniń júgiń meniki menen birdey bolıp teńleseredi.

Danışpan matematikler aytıń, attıń arqasında qansha qalta júk hám gashırda qansha júk bolǵan?

Egerde men, sennen bir qalta alsam	$x-1$
Meniń júgim	$u+1$
Meniń júgim sennen, eki ese awırlasadı.	$u+1=2(x-1)$
Egerde sen, meniń arqamnan bir qalta júkti alsań	$u-1$
Seniń júgiń	$x+1$
Seniń júgiń meniki menen birdey bolar edi	$u-1=x+1$

Biz máseleni, eki belgisizli teńlemeler sistemasına alıp keldik:

$$\begin{cases} y+1=2(x-1) \\ y-1=x+1 \end{cases} \quad \text{yamasa} \quad \begin{cases} 2x-y=3 \\ y-x=2 \end{cases}$$

Bul sistemanı sheship, $x=5, y=7$ tabamız. At 5 qalta júkti hám gashır 7 qalta júkti alıp júrgen.

Joqarıda ayılǵanlarǵa baylanıslı tómendegi mısallardı keltiremiz.

1-Máselen. Azańǵı saat 8 de A punktinen V punktine tez júretin poezd jol ashadı. Usı waqıtta V dan A ga jolawshi hám kurer poezdi jol ashadı. Bunda jolawshi poezdiń tezligi, kurer poezdiń tezliginen eki ese kishi. Tez júriwshi poezd sol kúni V punktine 13 saat 50 minutta kelip jetedi, al kurer poezdi bolsa azańǵı 10 saat 30 minuttan erte bolmaǵan waqıtta jetip keledi.

Tómendegi tablitsa járdeminde, qádimgidey teńleme dúziledi.

Máseleniń shárti	Teńlik hám teńsizlik
V punktine tez júriwshi poezd 13:50 min, yagnıy 5:50 min keyin. Tez júriwshi poezdi menen jolawshi poezd azangı 10:30 min erte bolmagan waqıtta yagnıy 2:30 min.	$\frac{S}{V_c} = \frac{35}{6} \quad (1)$

<p>kishi bolmagan waqıttan keyin ushırasadı.</p> <p>Egerde tez júriwshi poezdi menen kur'er poezdiniń ushırasıw waqıtı hám tez júriwshi poezdi menen jolawshi poezdiniń arasında ushırasıwına ketetugin waqıt bir saattan kem bolmaytugini belgili.</p>	$\frac{s}{v_c + 2v_n} \geq \frac{5}{2} \quad (2)$ $\frac{s}{v_c + v_n} - \frac{s}{v_c + 2v_n} \geq 1 \quad (3)$
---	---

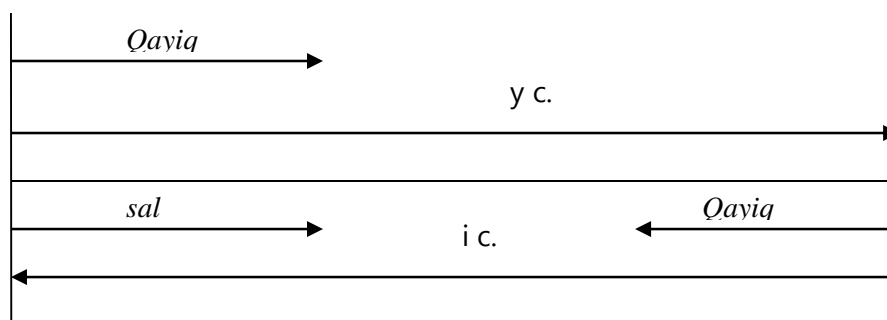
2-Másele. Qayıq dáryanıń agisi boyınsha eki pristan arasında aralıqtı 6 saatta, al qarama- qarsi joldı 8 saatta júzip ótti. Dáryanıń agisi boyınsha jiberilgen sal pristanlar arasında aralıqtı qansha waqıt júzip ótedi?

1. *Máseleni talqılaw.* Máselede eki obiekt: qayıq hám sal, tuwralı sóz etiledi. Qayıq óziniń málim bir tezligine, al qayıq hám sal júzip ótetugin dárya óziniń málim bir agıs tezligine iye. Sonlıqtan qayıq pristanlar arasındaki aralıqtı dáryanıń agısına qarsi bagıtta júzgenge (8 s) qaraganda agısı boyınsha az waqıtta (6 s) júzip ótedi. Biraq bul tezlikler (qayıqtıń óz tezligi hám dáryanıń agısınıń tezligi) máselede berilmegen (olar belgisiz), pristanlar arasındaki aralıqta belgisiz. Biraq bul belgisiz tezliklerdi hám pristanlar arasındaki qashıqlıqtı emes, al sal pristanlar arasındaki belgisiz qashıqlıqtı júzip ótiw ushın sarplaytugin waqıttı tabıw talap etiledi.

2. *Máseleniń sxematikaliq jazılıwi (2- súwret).*

3. *Máseleni sheshiw usilin (jolin) izlew.* Sal *A* hám *B* pristanlar arasındaki aralıqtı júzip ótetugin waqıttı tabıw kerek. Bul waqıttı tabıw ushın *AB* qashıqlıqtı hám dáryanıń agısınıń tezligin biliw kerek. Bulardıń ekewide belgisiz, sonlıqtan *AB* qashıqlıqtı s (km), al dáryanıń agısınıń tezligin $a(\frac{km}{s})$ dep belgileymiz. Bul belgisizlerdi máseleniń berilgenleri (qayıqtıń dáryanıń agısı menen hám agısına qarsi júzip ótiw waqıtları) menen baylanıstırıw ushın qayıqtıń óz tezligin biliw kerek. Olda belgisiz, onı $v(\frac{km}{s})$ dep belgilep alamız. Bunnan

kiritilgen belgisizlerge qarata teńlemeler sistemasın dúziwden ibarat sheshiw rejesi payda boladı.



2- súwret

4. *Máseleni sheshiwdi iske asiriw.* Solay etip, meyli, AB qashıqlıq s kmge, dáryanıń agısınıń tezligi a km / s qa, qayıqtıń óz tezligi v km / s qa, al saldıń s km aralıqtı júzip ótiw waqtı x saatqa teń bolsın.

Onda qayıqtıń dáryanıń agısı boyınsha tezligi $(v + a)$ km / s . Usı tezlik penen júzip qayıq y saatta s km ge teń AB qashıqlıqtı júzip ótti. Demek,

$$6 \cdot (v + a) = s . \quad (1)$$

Agısqa qarsı bul qayıq $(v - a)$ km / c tezlik penen júzedi hám s km ge teń AB qashıqlıqtı 8 saatta júzip ótedi, sonlıqtan

$$8 \cdot (v - a) = s . \quad (2)$$

Sal a km / s tezlik penen júzip, s km ge teń qashıqlıqtı x saatta júzip ótti, demek,

$$a \cdot x = s . \quad (3)$$

(1), (2), (3) teńlemeler s , a , v , x belgisizlerge qarata teńlemeler sistemasın dúzedi.

Tek x tabılıwı talap etilgenlikten basqa belgisizlerdi jogaltıwga háreket etemiz.

Bunıń ushın (1) hám (2) teńlemelerden

$$v + a = \frac{s}{6}, \quad v - a = \frac{s}{8}$$

Teńlemelerge iye bolamız. Birinshi teńlemeden ekinshisin ayırıp, $2a = \frac{s}{6} - \frac{s}{8}$, al

bunnan $a = \frac{s}{48}$ teńlikke iye bolamız. a ushın tabılǵan bul ańlatpanı (3) teńlemege

qoyamız:

$$\frac{s}{48} \cdot x = s.$$

$s \neq 0$ ekeni óz- ózinen málim, sonlıqtan alingan teńlemenıń eki tárepinde s ke bóliw múmkin. Nátiyjede: $x = 48$ (s).

5. *Sheshimdi tekseriw.* Solay etip, biz sal pristanlar arasındagı aralıqtı 48 saatta júzip ótetuginın taptıq. Demek, onıń dárıyanıń aǵısınń tezligine teń tezligi

$\frac{s}{48} \text{ km/s}$. Qayıqtıń tezligi dárıyanıń aǵısı boyınsha $\frac{s}{6} \text{ km/s}$, al aǵısına qarsı tezligi-

$\frac{s}{8} \text{ km/s}$. Sheshimniń durıslıǵına isenim arttırıw ushın qayıqtıń tómendegi eki usıl

menen tabılǵan tezlikleri teń bolıwın tekseriw jetkilikli:

1) qayıqtıń aǵıs boyınsha tezliginen dárıyanıń aǵısınń tezligin ayırıp, yaǵnıy

$$\frac{s}{6} - \frac{s}{48}.$$

2) qayıqtıń aǵısqa qarsı tezligine dárıyanıń aǵısınń tezligin qosıp, yaǵnıy

$$\frac{s}{8} + \frac{s}{48}.$$

Esaplawlardı orınlap durıs teńlikke iye bolamız $\frac{7s}{48} = \frac{7s}{48}$. Demek, másele durıs

sheshilgen eken.

6. *Máseleni izzertlew.* Bul jagdayda sheshiwdiń bul basqıshı keregi joq.

7. *Juwap.* sal pristanlar arasındagı aralıqtı 48 saatta júzip ótedi.

8. *Sheshimdi talqilaw.* Biz bul máseleni sheshiwdi tort belgisizli úsh teńlemeler sistemasın sheshiwge keltirdik. Biraq usı belgisizlerdiń tek birewin ǵana tabıw kerek edi. Sonlıqtan orınlangan sheshiw jolı júdá ápiwayı bolsada, biraq onsha kewildegidey emes degen oy keliwi tábiyiy. Basqa sheshiw jolın usınıw múmkin.

Qayıq AB qashıqlıqtı dáryanıń aǵısı boyınsha y saatta, al aǵısqa qarsı 1 saatta júzip ótkenin bilip, qayıq 1 saatta aǵıs boyınsha júzip bul qashıqlıqtıń $\frac{1}{6}$ bólegin, al aǵısqa qarsı $\frac{1}{8}$ bólegin júzip ótetuǵının tabamız. Sonda olar arasındagı ayırma $(\frac{1}{6} - \frac{1}{8} = \frac{1}{24})$ AB qashıqlıqtıń sal 1 saatta júzip ótetuǵın eki eselengen bólegi boladı. Demek, sal 1 saatta AB qashıqlıqtıń $\frac{1}{48}$ bólegin júzip ótedi, demek, pútkil AB qashıqlıqtı sal 48 saatta júzip ótedi.

Kórip turǵanıımızday, sheshiwdiń bul jolında teńlemeler sistemasın dúziw kerek bolmadı.

Jańa máseleler ushında ámeliy kórnistegi súwretler, sızılmalar hám sxemalar qollanıladı. Burın ózlestirilgen máseleler ushın, qısqasha jazıwdı qollansada boladı. Bul usıllar oqıwshılardı tek ǵana máselelerdiń mazımunın túsindirip qoymay, al ondagı belgili hám belgisiz shamalar arasındagı baylanıstı da ańlaydı.

Máseleniń quramın qısqasha jazıwdı durıs orınlaw, bul kóp nársege baylanıslı, Mısalı, oqıwshılar, bunday uqıplılıqtı, quramalı máseleniń ishine kiretuǵın, ápiwayı máseleler ushın qollanıwdı qanshama dárejede ózlestirgen. Sonıń ushında, taza quramalı másele ushın qısqasha jazıwdı qollanıw, bul burınǵı ápiwayı máselege jazǵanıımızdıń qaytalanıwı boladı.

Sózimizdiń sońında siziń dıqqatıńızdı «Máseleni sheshiw» termininiń ayırım ayırıqshalıǵına qaratamız. Bul termin menen eki bir- biri menen baylanısqan, biraq birdey emes túsinikler ańlatıladı. Biz «máseleni sheshiw procesi», - degenimizde máseleni sheshiw dep máseleni sheshiwshi adamnıń máseleni sheshiwden aqırına deyingi hámme iskerligin túsinemiz. «Máseleniń sheshimin izlew» yaki «máseleniń sheshimin talqılaw» , «máseleni sheshiwdi iske asırıw», - degenimizde máseleni sheshiw degende máseleniń juwabın alıw ushın matematikanıń ulıwma qaǵıydaları tiykarında máseleniń shártleri hám olardıń saldarları ústinde orınlanatuǵın islerdi ǵana túsinemiz. «Máseleni sheshiw» túsiniginiń eki aspektin qanday da qılıp ayırıw maqsetke muwapıq bolar edi (mısalı, ekinshisin «máseleniń tikkeley sheshimi» dep atap), biraq ádette bunday qılınbaydı, al kontekstiń ózinen qanday aspect haqqında aytılıp atırǵanı anıq boladı.

Solay etip, máseleni sheshiw basqışları, bul máseledegi berilgen maǵlıwmatlar menen izlenip atırǵan belgisizler arasındaqı baylanıslardı, matematikalıq til arqalı ańlatıw izbe-izligin bildiredi. Bul quramalı process ekenligi, hámmege málim. Demek, bul quramalı processti sheshiw barısında, oqıwshılardıń *logikalıq pikirlew* qábiletiniń rawajlanıwına tiykar boladı hám onıń keńeyiw talap etedi. Nátiyjede, olarda dóriwshilik qábileti, matematika sabaǵına qızıǵıwshılıǵı artadı hám máselelerdi sheshiw uqıplılıǵı bekkemlesedi. Álbette, bul aytılanlardı iske asırıwda, oqıwshılardıń *logikalıq pikirlew* qábiletiniń rawajlanıwına tikeley tásiri bar hám máseleniń tutqan ornı kúshli ekenligi kórinip turıptı.

2-§.Matematika sabaǵında logikalıq pikirlew qábletin rawajlandırıwshı máselelerdiń túrleri

Oqıwshılardıń matematika sabaǵında logikalıq pikirlew uqıplılıǵın hám qábletin rawajlandırıwda, túrli máselelerdi qollanıwdıń orın júdá úlken.

Saxnalastırılǵan máseleler. Saxnalastırılǵan máselelerge úlken itibar beriledi. Bul máselelerde balalardıń gúzetken, kóbinshe ózleri tuwrıdan-turwı orınlaǵan hareketleri sáwlelenedi. Bul jerde sorawǵa, dáslepki juwaptı beriw emes, bálkim bul berilgen sanlar kórgizbe tiykarında kórip, túsiniwi múmkin.

Kórgizbeli máseleler.Dáslep,balalarǵa tema mazmunı tuwrısında aytıladı, hámde berilgen sanlar sáwlelendirgen súwretler kórsetiledi. Súwret boyınsha birinshi máseleni oqıtıwshınıń ózi dúzedi. Ol balalardıń súwretlerdi kórip shıǵıwına, berilgen sanlardı, hámde shamalıq qatnaslardıń ózgeriwine alıp kelgen, turmıshlıq háreketlerdi ajratıp alıwǵa úyretedi. Máselen, súwrette 5 shar usılǵan bala sáwlelengen, ol 1 shardı qızǵa berdi. Súwretti gúzetip atırǵan oqıtıwshı:bul jerde ne súwretlengen? Bala ne uslap turıptı? Onda neshe shar bar? Ol ne islemekte? Biz neni bilemiz? Máseleniń shártini dúziń? Ne haqqında soraw múmkin? Dep soraydı. Oqıtıwshı berilgen sanlardı ózgertip, balalardı bir temada hár túrli mazmundaǵı qosındı hám qaldıqtı tabıwǵa arnalǵan máselelerdi oylap tabıwǵa,onı gúrriń etip aytıp beriwge úyretiwde paydalanatuǵın,qálegen mazmundaǵı súwret tiykarında másele dúziwge tartadı.

Oylawǵa hám logikalıq tahıqlawǵa arnalǵan máseleler.

1) Ğazlardıń toparı ushıp baratır: bir ǵaz aldında, al ekewi artında; bir ǵaz artında, al ekewi aldında;bir ǵaz ekewiniń arasında hám úshewi bir qatarda.Barlıq ǵazlar neshew bolǵan? (3 ǵaz, olardı hár túrli etip kórsetiń).

2) Sharbaqta tawıqlar hám qoyanlar júripti.Hámmesi bolıp, 20 bas hám 52 ayaq bar.Sharbaqtaǵı tawıqlardıń hám qoyanlardıń sanı? (6 qoyanlar hám 14 tawıq).

3) Balası ákesinen neshe jastasań dep soradı. Ákesi juwap berdi: " Egerde meniń jasıma yarım júzdi hám 5 jastı qossań, onda maǵan 100 jas boladı". Ákesi neshe jasta? (15 jas).

4) Lestnica 15 basqıshtan turadı. Lestnicanıń ortası bolıwı ushın, neshinshi basqıshta turıw? (segizinshi).

5) Oqıwshılar fizkul'tura sabaǵında, bir-birinen arası 1 m den bir tuwrınıń boyına dúzildi. Dúzilgen tuwrınıń uzınlıǵı 25 m ge teń. Qansha oqıwshı bolǵan? (26 oqıwshı).

6) Polat, atasınıń neshe jasta ekenin bilgisi keldi. Atası juwap berdi: "Óziń tap. Egerde eki xanalı sannıń eń úlkeninen 90 alsaq, alıńǵan nátiyjeni úsh mártebe úlkeytsek hám 21 qossaq, onda meniń jasımnıń sanı shıǵadı". Atası neshe jasta? (100 jas).

Bir neshe sheshimge iye máseleler.

1) Eki avtobusqa 123 passajerler otırdı, keyin olardıń birewinen 8 adam shıqtı, olardan úshewi ekinshi avtobusqa otırdı. Bunnan keyin passajerler teń boldı. Dáslep, hár bir avtobusta neshe passajerler bolǵan ? (67 adam hám 56 adam).

2) Asxańǵa 4 qalta qant hám 6 qalta un ákelindi, barlıǵı bolıp 500 kg. Bunda qaltalardıń sıyımlıǵı birdey. Asxańǵa qansha kg un hám qant alıp kelgen? (200 hám 300)

3) Qalanı kógelendiriw ushın 360 suma 200 dana klenler hám bahası 2 ese úlken bolǵan 300 lip satıp alındı. Barlıǵı bolıp klenler hám lipler ushın qansha tólendi ? (288.000)

4) Jumısshıǵa 10 saatta – 30 detal tayarlawdı tapsırǵan. Biraqta ol waqıttı únemlep, 1 detaldı 15 minutta tayarladı. Jumısshı waqıttı únemlep, tapsırmadan joqarı, qansha detal tayarladı?(10 det.)

5) Jer maydanınıń yarımı baw-baqsha, basqası- baǵ hám gúller iyelegen. Baǵ 400m^2 , al gúller 20m^2 maydandı iyeleydi. Jer maydanınıń barlıǵı neshe m^2 ? (840m^2).

Qálegen sandı-úsh eki hám matematikalıq belgiler menen ańlatıw.

Meyli biz dara jadayda 3 sanın ańlatıwdı qarayıq.

Másele: Berilgen qálegen pútin hám oń sandı, úsh eki hám matematikalıq belgi menen ańlatıń.

Sheshimi: Máseleniń sheshiliwin kórstemiz. Dáslep dara mısalda qaraymız. Meyli berilgen san 3 bolsın. Onda másele tómendegishe sheshiledi:

$$3 = -\lg_2 \lg_2 \sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}.$$

Bul teńliktiń durıslıǵına jeńil iseniwge boladı. Haqıyqattanda,

$$\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}} = \left[\left(2^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2^3}} = 2^{2^{-3}}$$

$$\lg_2 2^{2^{-3}} = 2^{-3}, \quad -\lg_2 2^{2^{-3}} = 3.$$

Egerde, 5 sanı berilgen bolsa, onda biz bul máseleni joqarıdaǵı kórilgen usılda sheshiwimiz múmkin

$$5 = -\lg_2 \lg_2 \sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}}}.$$

Kóninip turıptı, kvadrat radikaldıń kórsetkishi jazılmaydı. Bul máseleni, biz kórsetken usılda sheshiwdi talabanıń ózine qaldıramız.

Bunday máseleni sheshiwdiń ulıwma usılı tómendegishe. Egerde N sanı berilgen bolsa, onda

$$N = -\lg_2 \lg_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots\sqrt{\sqrt{2}}}}}_n.$$

Bunda, berilgen sanǵa tiyisli radikaldıń sanı tek birew.

Standart emes máseleler hám olardı sheshiw. Standart máselelerdiń anıqlamasında bul máselelerdiń tiykarǵı belgisi sıpatında matematika kursında bul máselelerdi sheshiw programmasın hám bul programmanıń hár bir adımıń orınlanıwın bir mánisli anıqlaytuǵın ulıwma qaǵıyda yaki nızamınıń bar bolıwı kórsetilgen edi.

Bunnan *standart emes máseleler*- matematika kursında bul máselelerdi sheshiwdiń anıq programmasın anıqlaytuǵın ulıwma qaǵıydalar hám nızamlar joq máseleler ekeni túsinikli.

Bunday máselelerdi sheshiw procesiniń ayrıqshalıqların anıqlaw maqsetinde bir neshe mısál qaraymız.

1- másele. Dáryadan turbazaǵa deyingi aralıqtı turistler 6saatta basıp ótiwdi názerde tutıp edi. Biraq 2 saat júrgennen keyin olar tezligin $0,5 \text{ km/s}$ qa kemeytti hám nátiyjede turbazaǵa 30 minut keshigip keldi. Turistler dáslep qanday tezlik penen júrdi?

Sheshiw. Bul tekstli másele. Buǵan uqsas máseleler ushın olardı sheshiwdiń anıq programmasın anıqlaytuǵın hesh qanday qaǵıyda joq. Biraq bul bunday máselelerdi sheshiw ushın qanday da bir ulıwma kórsetpeler joq degen sóz emes. Házir bunday kórsetpeler ámelde qalay qollanılatuǵının kórsetemiz.

Turistelerdiń izlenip atırǵan dáslepki tezligin $x \text{ km/s}$ dep belgileymiz. Olar dáryadan turbazaǵa deyingi aralıqtı basıp ótiwdi názerde tutqan 6 saatta $6x \text{ km}$ jol basıp ótti. Haqıyqatında bul joldı, olar tómendegishe basıp ótti: 2 saat olar dáslepki tezlik penen, soń jáne 4,5 saat (olar múddetten 0,5 saat keshikti)-kemigen $(x - 0,5) \text{ km/s}$ tezlik penen júrdi. Demek, olar $2x \text{ km}$ hám $4,5(x - 0,5) \text{ km}$, hámmesi bolıp $2x + 4,5(x - 0,5) \text{ km}$ jol basıp ótti, bul dáryadan turbazaǵa deyingi aralıqqa, yaǵnıy $6x \text{ km}$ ge teń.

$$2x + 4,5(x - 0,5) = 6x$$

Teńlemege iye bolamız. Bul teńlemenı sheship, $x = 4,5$ ekenin tabamız. Demek, turistlerdiń dáslepki tezligi $4,5 \text{ km} / \text{s}$ eken.

Máseleniń keltirilgen sheshiw procesin talqılaymız. Dáslep biz máseleniń túrin anıqladıq («tekstli másele») hám buǵan tiykarlanıp sheshiw ideyası payda boldı («teńleme dúziw»). Bunıń ushın, usıǵan uqsas máselelerdi sheshiwge mektep matematika kursınan alınǵan júdá ulıwma kórsetpeler hám úlgilerden («belgisizlerdiń birewin hárip, máselen x penen belgilew hám qalǵan belgisizlerdi x penen ańlatıw, soń alınǵan ańlatpalardan teńleme dúziw kerek») paydalanıp, biz teńleme dúzdik. Biz paydalanǵan bul kórsetpeler qaǵıyda emes, sebebi olarda belgisizlerdiń qaysı birin x penen belgilew, qalǵan belgisizlerdi qalay x arqalı ańlatıw, kerekli teńlikti qalay dúziw kerekligi h.t.b. haqqında hesh nárses ayılmaydı. Bulardıń bári hár ret máseleniń shártlerine hám usıǵan uqsas máselelerdi sheshiw de toplaǵan tájiriyebege tiykarlanıp hár qıylı qılıp orınlanadı. Alınǵan teńleme standart másele boladı. Onı sheship, biz berilgen standart emes máseleni de sheshken bolamız.

Solay etip, berilgen máseleni sheshiw procesiniń maǵanası ayrıqsha usıl (teńleme dúziw) járdeminde onı sheshiwdi ekvivalent standart máseleni sheshiwge alıp keliwden barat.

2-másele. y ózgeriwshiniń qanday mánislerinde $\frac{y}{y-3}$ hám $\frac{6}{y+3}$ bólsheklerdiń qosındısı olardıń kóbeymesine teń:

Sheshiw. Berilgen bólsheklerdiń qosındısını tabamız:

$$\frac{y}{y-3} + \frac{6}{y+3} = \frac{y^2 + 9y - 18}{y^2 - 9}$$

Endi bul bólsheklerdiń kóbeymesini tabamız`

$$\frac{y}{y-3} \cdot \frac{6}{y+3} = \frac{6y}{y^2-9}$$

Alınan eki bólshekti salıstıramız. Olardıń bólimleri birdey ekenin kóremiz demek, olardıń mánisleri y ózgeriwshiniń bólsheklerdiń alımlarınıń mánisleri birdey, al ulıwma bólimniń mánisi nolden ózgeshe bolatuǵın mánislerin de teń boladı.

Demek, biz

$$y^2 + 9y - 18 = 6y \quad (1)$$

Kvadrat teńlemenin

$$y^2 - 9 \neq 0 \quad (2)$$

Shártti qanaatlandıratuǵın korenlerin tabıwımız kerek. (1) teńlemenin korenleri $-y$ hám 3 , bulardan -6 koren (2) shártti qanaatlandıradı.

Kórip turǵanıımızday bul máseleni sheshiw procesi tómendegidey: berilgen máseleni úles máselelerge bólemiz:

- 1) eki bólshektiń qosındısın tabıw;
- 2) eki bólshektiń kóbeymesin tabıw;
- 3) kvadrat teńlemenini sheshiw;

4) ózgeriwshiniń bazı bir mánislerinde ózgeriwshili ańlatpanıń nolge teń bolmaw shártiniń orınlanıwın tekseriw.

Usı tort standart máseleni sheship, biz berilgen standart emes máseleni de sheshemiz.

Keltirilgen mısallar qálegen standart emes máseleni sheshiw procesi tómendegi eki tiykarǵı ámelden izbe- iz paydalanıwdan ibarat ekenin kórsetedi:

1) standart emes máseleni basqa, oǵan ekvivalent, biraq standart máselege keltiriw (túrlendiriw yaki basqasha aytıw jolı menen).

2) standart emes máseleni bir neshe standart máselege bóleklew.

Standart emes máseleniń xarakterine qarap, biz bul ámellerdiń ya birewinen, ya ekewinen de paydalanamız .Quramalıraq máselelerdi sheshkende bul ámellerden kóp mártebe paydalanıwǵa tuwra keledi.

Matematikada standart emes máselelerdi sheshkende kórsetilgen eki ámelden paydalanıw boyınsha hesh qanday ulıwma qaǵıyda joq. Matematika bunday qaǵıydalardı islep shıǵıw menen shuǵıllanbaydı, biraq mektep matematika kursında júdá kóp mısallarda bul ámellerden paydalanıwdı bayqaw múmkin.

Standart emes máselelerdi sheshiwdiń ulıwma qaǵıydaları joq (sonlıqtan bul máseleler standart emes máseleler dep ataladı) hám standart emes máselelerdi sheshiwdi standart máselelerdi sheshiwge keltiriw boyınsha ámellerden paydalanıwdıń anıq qaǵıydaları joq dep aytqan bolsaqta, kóp ataqlı matematikler hám pedagoglar standart emes máselelerdi sheshkende bassılıqqa alıw kerek bolǵan bir Qatar ulıwma kórsetpeler - usınıslar taptı. Bul kórsetpeler, ádette, *evristikalıq qaǵıydalar* yaki, qısqasha, *evristikalar* dep ataladı.

Matematikalıq qaǵıydalardan evristikalardıń ózgesheligi evristikalar orınlaw máseleniń sheshimine alıp keliwide, kelmesligide múmkin bolǵan májbúriy bolmaǵan usınıslar, keńesler xarakterine iye.

3-§.Matematika sabaǵında logikalıq pikirlewdi rawajlandırıwǵa hám onı qálipsestiriwge arnalǵan bazı bir teńsizliklerdi qollanıw

Ulıwma bilimlendiriw mekteplerinde klassikalıq teńsizliklerdi jetkilikli dárejede tolıq kólemde bayanlaw qıyın, sebebi hár bir dara teńsizlikti dálillew ózine tán túrlendiriwin talap etedi. Sonlıqtan birinshiden, tiykarǵı klassikalıq teńsizliklerdi ápiwayı dálillewge hám jańa teńsizliklerdi dúziwge múmkinshilik beretuǵın, ekinshiden, kórgizbeli hám tez yadlap alıw múmkin kóriniske iye bir júdá ulıwma teńsizlik kórsetiw úlken áhmiyetke iye is. Bul temadan *akademiyalıq liceylerde hám kásip- óner kolledjlerinde* isleytuǵın oqıtıwshılar dógerek jumıslarında hám fakultativlik sabaqlarda paydalanıwı múmkin. Ol ulıwma bilimlendiriw mekteplerinde, akademiyalıq liceylerde hám kásip- óner kolledjlerinde ádette derlik kewil bólinbeytuǵın temaǵa- teńsizliklerdi dálillewge arnalǵan. Bul jerde teńsizliklerdi dálillewdiń Chebishev teńsizligi menen baylanısqa bir usılı haqqında sóz etiledi. Bul usıl oqıwshılarǵa mektep matematikasın házirgi zaman matematikasınan ajıratıp turǵan perdeni ashıp beredi. Onıń ájayıplıǵı hám sulıwlıǵı oqıwshılardıń *matematikaǵa qızıǵıwshılıǵın hám logikalıq pikirlew qábiletin* arttırıwǵa úlken járdem beredi. Bul usıl jetkilikli dárejede abstract bolsada, biraq onı túsiniw ushın *mektep, licey hám kolledj programmasınıń* shegarasınan sırtqa shıǵatuǵın bilimler talap qılınbaydı.

1–mısal. Qálegen a, b hám c sanları ushın, $(2a^2 + b^2 + c^2) \geq 2a(b + c)$ sanlarınıń teris emesligin dálilleń:

Sheshiliwi: Qálegen a, b hám c sanları ushın, $(2a^2 + b^2 + c^2) - 2a(b + c)$ sanlarınıń ayırmasınıń teris emesligin kórsetemiz

$$(2a^2 + b^2 + c^2) - 2a(b+c) = (a^2 - 2ab + b^2) + (a^2 - 2ac + c^2) = (a-b)^2 + (a-c)^2$$

Qálegen sannıń kvadratı oń san bolǵanı ushın $(a+b)^2 \geq 0$ hám $(a-b)^2 \geq 0$.

Demek, $(2a^2 + b^2 + c^2) - 2a(b+c)$ qálegen a, b hám c sanları ushın teris emes.

Sonıń ushın berilgen teńsizlik teris emes orınlı. Bunnan, teńlik belgisi $a=b=c$ bolǵanda da orınlanadı.

2-mısal.

$$\frac{5^n}{n!} \leq \frac{5^5}{5!} \left(\frac{5}{6}\right)^{n-5} \quad \forall n \in \mathbb{N} : n \geq 6 \quad (*)$$

teńsizliti dálilleń.

Indukciya bazası. $n=6$ da:

$$\frac{5^6}{6!} \leq \frac{5^5}{5!} \left(\frac{5}{6}\right)^{6-5}.$$

Induksiya bazası dálillendi.

Induktiv ótiw.

$$\frac{5^k}{k!} \leq \frac{5^5}{5!} \left(\frac{5}{6}\right)^{k-5}.$$

$k \geq 6$ teńsizlik orınlanadı dep jol qoyamız.

$$\frac{5^{k+1}}{(k+1)!} \leq \frac{5^5}{5!} \left(\frac{5}{6}\right)^{k+1-5}.$$

Teńsizliktiń orınlanıwın dálillemez.

$$\frac{5^{k+1}}{(k+1)!} \leq \frac{5^k}{\underbrace{k!}_{\leq \frac{5^5}{5!} \left(\frac{5}{6}\right)^{k-5}}} \frac{5}{\underbrace{k+1}_{< \frac{5}{6}}} \leq \frac{5^5}{5!} \left(\frac{5}{6}\right)^{k-5} \frac{5}{6} = \frac{5^5}{5!} \left(\frac{5}{6}\right)^{k+1-5}.$$

Matematikalıq indukciya prinsibine tiykarlanıp, erikli $\kappa \geq 6$ natural sanı ushın(*) teńsizlik orınlı dep juwmaq shıǵaramız.

3-mısal.
$$x_n = \underbrace{\sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots + \sqrt{2}}}}_{n+1 \text{ марте корен}} < \sqrt{2} + 1, \quad n \in N \quad (1)$$

$$x_n = \underbrace{\sqrt{4 + \sqrt{4 + \dots + \sqrt{4}}}}_{n \text{ марте корен}} < 3, \quad n \in N \quad (2)$$

Teńsizliti dálilleń.

Berilgen (1) teńsizlikti dálilleyimiz.

Induksiya bazası, $p=1$ de:

$$x_n = \sqrt{2 + \sqrt{2}} < \sqrt{2 + 2\sqrt{2} + 1} = \sqrt{(\sqrt{2} + 1)^2} = \sqrt{2} + 1$$

Induksiya bazası dálillendi.

Induktiv ótiw, $p=k$ da

$$x_n = \underbrace{\sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots + \sqrt{2}}}}_{n+1 \text{ марте корен}} < \sqrt{2} + 1,$$

Teńsizlik orınlanadı dep jol qoyamız. $n = k + 1$ de, teńsizliktiń orınlanıwın esaplaw kerek:

$$x_{\kappa+1} = \underbrace{\sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots + \sqrt{2}}}}_{\kappa+2 \text{ марте корен}} < \sqrt{2} + 1,$$

Matematikalıq indukciya prinsibine tiykarlanıp, erikli p natural sanı ushın (1) teńsizlik orınlanadı dep juwmaq shıǵaramız.

Endi (2) teńsizlikti dálilleyimiz.

Induksiya bazası, $p=1$ de: $x_1 = \sqrt{4} < \sqrt{9}$. Induksiya bazası dálillendi.

Induktiv ótiw, $p=k$ da:

$$x_k = \underbrace{\sqrt{4 + \sqrt{4 + \dots + \sqrt{4}}}}_{k \text{ марте корен}} < 3,$$

Teńsizlik tuwrı dep jol qoyamız. $n = k + 1$ de:

$$x_{k+1} = \sqrt{4 + \underbrace{\sqrt{4 + \sqrt{4 + \dots + \sqrt{4}}}}_{k \text{ марте корен} (< 3)}} < \sqrt{4 + 3} < 3,$$

Matematikalıq induksiya princibine tiykarlanıp, erikli p natural sanı ushın (2) teńsizlik orınlanadı dep juwmaq shıǵaramız.

Funkciyalardıń bir qásiyetinen geypara teńsizliklerdi dálillew ushın paydalanıw

Eger f funkciya $[a, b]$ kesindide anıqlanǵan hám monoton bolsa, yaki kesindiniń ishinde jalǵız bir ekstremumǵa iye bolsa, onda minimum jaǵdayında funkciya eń úlken mánisine (A qásiyet), maksimum jaǵdayında eń kishi mánisine (B qásiyet) kesindiniń shetki noqatlarında erisetuǵını málim.

Funkciyanıń bul qásiyetinen geypara teńsizliklerdi dálillew ushın paydalanıw múmkin.

1- mısal. Meyli, x_1, x_2, x_3 ($0 \leq x_i \leq 1$, $i = 1, 2, 3$) - haqıyqıy sanlar bolsın.
 $x_1 + x_2 + x_3 - x_1x_2 - x_2x_3 - x_1x_3 \leq 1$

Teńsizligin dálilleń.

Dálillew. $f(x) = x + x_2 + x_3 - xx_2 - x_2x_3 - xx_3 = x(1 - x_2 - x_3) + x_2 + x_3 - x_2x_3$, $x \in [0; 1]$ funkciyanı qaraymız. Bul monoton (sızıqlı) funkciya, sonlıqtan óziniń eń úlken mánisine $[0; 1]$ kesindiniń shetki noqatlarında erisedi.

$$f(0) = x_2 + x_3 - x_2x_3 = 1 + (1 - x_3)(x_2 - 1) \leq 1,$$

$$f(1) = 1 - x_3 - x_2 + x_2 + x_3 - x_2x_3 = 1 - x_2x_3 \leq 1.$$

Demek, $f(x_1) = x_1 + x_2 + x_3 - x_1x_2 - x_2x_3 - x_1x_3 \leq 1$.

2- misal. Teńsizlikti dálilleń

$$a^2 + b^2 + c^2 \leq a^2b + b^2c + c^2a + 1,$$

Bul jerde a, b, c sanları $[0; 1]$ kesindige derek.

Dálillew. $[0; 1]$ kesindide

$$f(x) = (1 - b)x^2 - c^2x + b^2 + c^2 - b^2c - 1$$

Funkciyanı qaraymız. Bul funkciya $[0; 1]$ kesindide differenciallanıwshı hám onıń tuwındısı $f'(x) = 2(1 - b)x - c^2$.

Eger $b \neq 1$ bolsa, onda $f'(x)$ tuwındı ósedi, demek, $f(x)$ funkciya A qásiyetke iye hám óziniń eń úlken mánisine $[0; 1]$ kesindiniń shetki noqatlarında erisedi

$$f(0) = b^2 + c^2 - b^2c - 1 = (1 - c)[b^2 - (1 + c)] \leq 0,$$

$$f(1) = 1 - b - c^2 + b^2 + c^2 - b^2c - 1 = b(b - 1) - b^2c \leq 0.$$

Solay etip, $[0; 1]$ kesindide $f(x) \leq 0$, sonlıqtan $f(a) \leq 0$. $b = 1$ bolǵan jaǵdayda da dálillew usıǵan uqsas.

3- misal. Eger $|ax^2 + bx + c| \leq 1$ teńsizlik $\forall x \in [-1; 1]$ ushın orınlı bolsa, onda x ózgeriwshiniń usı mánislerinde $|cx^2 - bx + a| \leq 2$ teńsizligi orınlı bolatuǵının dálilleń.

$$\text{Dálillew. } |cx^2 - bx + a| \leq |cx^2 - c| + |c - bx + a| = |c|(1 - x^2) +$$

$+|c - b x + a|$, $x \in [0; 1]$ teńsizlik orınlı. Eger $x = 0$ bolsa, onda $|a x^2 + b x + c| \leq 1$ teńsizlikten $|c| \leq 1$ teńsizlik kelip shıǵadı. Solay etip,

$$|c x^2 - b x + a| \leq 1 + |c - b x + a|.$$

Endi $f(x) = |c - b x + a|$ funkciya $[-1; 1]$ kesindiniń shetki noqatlarınıń birewinde maksimal mániske iye bolatuǵının eskertiw ǵana qaldı., demek,

$$f(x) \leq \max (f(-1); f(1)) = \max (|c + b + a|; |c - b + a|) \leq 1.$$

Demek, $|c x^2 - b x + a| \leq 1 + 1 = 2$.

Rus matematigi P. L. Chebishev teńsizligi.

1- teorema. Meyli, (a_1, a_2, \dots, a_n) hám (b_1, b_2, \dots, b_n) bir monotonlı qizbe- izlikler bolsın. Onda

$$n (a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n) \geq (a_1 + a_2 + \dots + a_n)(b_1 + b_2 + \dots + b_n).$$

Bul teńsizlik *Chebishev teńsizligi* dep ataladı.

1- misal. Meyli, a_1, a_2, \dots, a_n - qálegen haqıyqıy sanlar bolsın.

$$n (a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2) \geq (a_1 + a_2 + \dots + a_n)^2$$

Teńsizligin dálilleń.

Sheshiw. (a_1, a_2, \dots, a_n) hám (a_1, a_2, \dots, a_n) bir monotonlıq izbe- izlikler. Sonlıqtan Chebishev teńsizligi boyınsha izlenip atırǵan teńsizlik orınlı.

2- misal. Meyli, a, b, c - oń haqıyqıy sanlar bolsın.

$$\frac{a^3 + b^3 + c^3}{a^2 + b^2 + c^2} \geq \frac{a + b + c}{3}$$

Teńsizligin dálilleń.

Sheshiw. Berilgen teńsizlikti

$$3(a^3 + b^3 + c^3) \geq (a^2 + b^2 + c^2)(a + b + c)$$

Kóriniste jazıp alamız. Al bul (a, b, c) hám (a^2, b^2, c^2) bir monotonlıq izbe- izlikleri ushın Chebıshev teńsizligi.

3- mısal. Meyli, a_1, a_2, \dots, a_n - oń haqıyqıy sanlar bolsın.

$$(a_1 + a_2 + \dots + a_n) \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n} \right) \geq n^2$$

Teńsizligin dálilleń.

Sheshiw. Aldıńǵı sabaqtaǵı 3- mısaldı sheshkendegidey (a_1, a_2, \dots, a_n) hám $(-\frac{1}{a_1}, -\frac{1}{a_2}, \dots, -\frac{1}{a_n})$ bir monotonlıq izbe- izliklerin qaraymız. Chebıshev teńsizligi boyınsha

$$n \left[a_1 \left(-\frac{1}{a_1} \right) + a_2 \left(-\frac{1}{a_2} \right) + \dots + a_n \left(-\frac{1}{a_n} \right) \right] \geq (a_1 + a_2 + \dots + a_n) \left(-\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} - \dots - \frac{1}{a_n} \right).$$

Bunnan izlenip atırǵan teńsizlik kelip shıǵadı.

4- mısal. Meyli, a_1, a_2, \dots, a_n - oń haqıyqıy sanlar bolsın.

$$\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \geq \left(\frac{a_1^{-2} + a_2^{-2} + \dots + a_n^{-2}}{n} \right)^{-1/2}$$

Teńsizligin dálilleń.

Sheshiw. Berilgen teńsizlikti

$$(a_1 + a_2 + \dots + a_n)^2 \left(\frac{1}{a_1^2} + \frac{1}{a_2^2} + \dots + \frac{1}{a_n^2} \right) \geq n^3$$

Kórinisinde jazamız.

$$\frac{1}{a_1^2} + \frac{1}{a_2^2} + \dots + \frac{1}{a_n^2} \geq \frac{1}{n} \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n} \right)^2$$

bolǵanlıqtan

$$(a_1 + a_2 + \dots + a_n)^2 \left(\frac{1}{a_1^2} + \frac{1}{a_2^2} + \dots + \frac{1}{a_n^2} \right) \geq \frac{1}{n} [(a_1 + \dots + a_n) \times \left(\frac{1}{a_1} + \dots + \frac{1}{a_n} \right)]^2 \geq \frac{1}{n} \cdot n^4 = n^3.$$

5- mısal. Meyli, a_1, a_2, \dots, a_n - qosındısı 1 ge teń oń haqıyqıy sanlar bolsın.

$$\frac{a_1}{\sqrt{1-a_1}} + \frac{a_2}{\sqrt{1-a_2}} + \dots + \frac{a_n}{\sqrt{1-a_n}} \geq \sqrt{\frac{n}{n-1}}$$

Teńsizligin dálilleń.

Sheshiw. (a_1, a_2, \dots, a_n) hám $(\frac{1}{\sqrt{1-a_1}}, \frac{1}{\sqrt{1-a_2}}, \dots, \frac{1}{\sqrt{1-a_n}})$ izbe- izlikler bir monotonlıq bolǵanlıqtan Chebishev teńsizligi boyınsha

$$\begin{aligned} \frac{a_1}{\sqrt{1-a_1}} + \frac{a_2}{\sqrt{1-a_2}} + \dots + \frac{a_n}{\sqrt{1-a_n}} &\geq \frac{1}{n} (a_1 + \dots + a_n) (\frac{1}{\sqrt{1-a_1}} + \\ &+ \dots + \frac{1}{\sqrt{1-a_n}}) = \frac{1}{n} (\frac{1}{\sqrt{1-a_1}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{1-a_n}}). \end{aligned}$$

Solay etip, endi

$$\frac{1}{\sqrt{1-a_1}} + \frac{1}{\sqrt{1-a_2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{1-a_n}} \geq n \sqrt{\frac{n}{n-1}}$$

Teńsizlikte dálillew ǵana qaldı. Aldıńǵı mısal boyınsha

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{1-a_1}} + \frac{1}{\sqrt{1-a_2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{1-a_n}} &\geq \\ &\geq n \left(\frac{1-a_1 + 1-a_2 + \dots + 1-a_n}{n} \right)^{-1/2} = n \sqrt{\frac{n}{n-1}}. \end{aligned}$$

Sózimizdiń sońında biz sanlardıń orta mánisleri haqqındaǵı bir neshe teńsizlik dálillegenimizdi atap ótemiz. Atap aytqanda,

$$\left(\frac{a_1^{-1} + a_2^{-1} + \dots + a_n^{-1}}{n} \right)^{-1} \leq \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \leq \left(\frac{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}{n} \right)^{1/2},$$

Yaǵnıy bir neshe sannıń garmonikalıq ortası olardıń arifmetikalıq ortasınan úlken emes, óz náwbetinde ol bul sanlardıń kvadratlıq ortasınan úlken bolmaydı. Bul ulıwma fakttiń dara jaǵdayları.

$$A_k := \left(\frac{a_1^k + a_2^k + \dots + a_n^k}{n} \right)^{1/k}$$

Dep belgileymiz. A_k ańlatpa k ózgeriwshiniń funkciyası sıpatında ósiwshi.

Bul paragraftıń materialınan *akademiyalıq licey studentleri hám kásip-óner kolledj oqıwshıları* ushın fakultativlik yaki dógerek sabaqlarında paydalanıw maqsetke muwapıq boladı.

Biz sonı aytıp ótiwimiz orınlı, teńsizliklerdi dálillewdiń Chebishev teńsizligi menen baylanısqań bir usılı haqqında túsinik berdik. Bul usıl bolsa, oqıwshılardıǵa mektep matematikasın házirgi zaman matematikasınan ajıratıp turǵan shegaranı biriktiriwge múmkinshilik beredi. Bul berilgen maǵlıwmattıń ájayıplıǵı hám sulıwlıǵı oqıwshılardıń matematikaǵa qızıǵıwshılıǵın hám logikalıq pikirlew qábiletin arttırıwǵa, rawajlandırıwǵa, sonday-aq, bekkemlewine óziniń úlken járdemin beredi dep oylaymız. Bul usıl jetkilikli dárejede abstrakt bolsada, biraq onı túsiniw ushın *mektep, licey hám kolledj programmasın*ın shegarasınan sırtqa shıǵatuǵın bilimler talap qılınbaydı hám qıyınshılıqlar payda etpeydi.

4-§. Ámeliy mazmundaǵı máseleler sheshiw járdeminde oqıwshılardıń logikalıq pikirlew qábiiletlerin rawajlandırıw jolları

Matematikanı oqıtıwda bilimdi ámelde qollanıwdıń tiykarǵı qurallarınan biri bul ámeliy ózimizdi qorshap turǵan ortalıqqa baylanıslı dúzilgen mazmunlı máselelerdiń ornı házirgi kúnde júdá ahmiyetli.

Ádette ámeliy mazmundaǵı másele degenimizde *syujeti* ámeliyat penen baylanıslı máselelerdi túsinemiz.

Ámeliy mazmundaǵı máselelerdi sheshiwdi biliw, málim mánisinde matematikanı ámeliyatta qollana biliw degendi ańlatadı. Oqıwshılarda ámeliy mazmunlı máselelerdi sheshiw járdeminde oqıwshılardıń *logikalıq pikirlew qábiiletlerin* rawajlandırıw kónlikpesin payda etiw, bul matematikanı oqıtıwdıń *eń bir ahmiyetli wazıypalarınıń biri* bolıp esaplanadı.

Matematikanı turmıs penen baylanıstırıp ótiwde jergilikli materiallardan paydalanıw oqıwshılarımız ushın jańalıq emes, biraq talim hám texnikanıń rawajlanıwınıń keyingi jetiskenlikleri hám zamanımızdıń ekonomikalıq islep shıǵarıw xarakterlerin esapqa alıp, dúzilgen máseleler sistemasın dúziw, bulardı paydalanıw mashqalaları áhmiyetli wazıypalardan ibarat. Demek, bunday máseleler matematika oqıtıwshıları hám metodistleriniń tiykarǵı kóz-qarasında bolıp, onı psixologlar menen birlikte islesiwdi talap etedi.

Endi biz tómendegi ámeliy mazmundaǵı máselelerden paydalanǵanda zárúr bolatuǵın geybir táreplerine toqtalamız. Matematikanı oqıtıwda ámeliy mazmundaǵı máselelerdi tabıslı qollanbaqshı bolǵan hár bir oqıtıwshı, málim bir didaktikalıq talaplar sistemasın názerde tutıwları kerek:

1).Ámeliy máselelerdiń mazmunı házirgi zaman ilim, texnika hám islep shıǵarıwdıń rawajlanıw dárejesine baylanıslı bolıwı;

2).Máselelerdi konkret oqıwshılardıǵa tanıs material tiykarında dúziw maqsetke sáykes bolıp, olar sol jasap atırǵan átiraptaǵı kárxanalar

hám shirketler, sonıń menen birge ol ózleri jasap atırǵan turmısına baylanıslı bolıwı zárúr.

3). Ámeliy mazmundaǵı máseleler mektep baǵdarlamasına sáykes dúziliwi, olardıń quramalılıǵı mektep sabaqlıqları hám metodikalıq qollanbadaǵı máselelerden joqarı bolmawı kerek.

4).Máseleler shártinde oqıwshılardıǵa tanıs emes terminlerdiń múkinshiligi bolǵanınsha az bolıp, máselelerdiń shártleri qısqqa hám oqıwshılar ushın túsinikli bolıwı kerek.

5).Ámeliy mazmundaǵı máselelerdi mektep matematika kursındaǵı basqa máseleler hám shınıǵıwlar menen baylanıslı bolıwı hám fizika, ximiya, informatika, astronomiya h.t.b. pánlerdiń máseleler sistemalarınan durıs paydalana biliw.

6).Máseleniń shártindegi jańa maǵlıwmatlardı sonday etip tańlap alıw kerek, olar máseleniń mánisin túsiniwde qıyınshılıq tuwdırmawı kerek.

7). Ámeliy mazmundaǵı máseleler júdá quramalı esaplawlardı talap etetuǵın bolmawı hám mektep badarlamasınıń orınlanıwına irkinish bermewi kerek.

8).Máselelerdiń mazmunın islep shıǵıwda hám esaplaw texnikaları menen támiyinlengen bolıwı, oqıwshılardıń házirgi zaman islep shıǵarıwı haqqındaǵı túsinikleri, pikirlewlari, ulıwma mekteptegi bilim maqsetleri hám wazıypaları menen sáykes bolıwı lazım.

Ámeliy mazmundaǵı máselelerdi oqıwshılarǵa usınıwdan aldın, bul máseleńiń ámeliy áhmiyetin esapqa alıw kerek. Sonıń ushın máseleńi sheshiwde tómendegilerge (itibar beriw) názer awdarıw kerek:

1).Ámeliy mazmundaǵı máseleńi sheshiw arqalı oqıwshılar belgili bir konkret real jaǵday yamasa process penen tanıssın;

2).Máseleńi sheshiwde qollanılatuǵın matematikalıq jadaylardı oqıwshılardıń biliw uqıplılıǵı menen sáykes kelsin:

a).Geypara máselelerdi sheshiwde kóplep esaplawlardı talap etedi, bunday máselelerdi sheshiwde kesteler, kompyuter hám juwıq esaplaw qaǵıydalarınan paydalanıwı zárúr;

b).Geyde tayar sızılmalar, paydalanıwǵa kerekli kesteler, formulalar hám qádeler, bul óz nábetinde oqıw processin intensivlesiwine járdem beredi.

Ámeliy mazmundaǵı máselelerdi sheshiw basqıshları

I-formulalastırıw basqıshı. Bunda real berilgen jaǵdaydan matematikalıq modelge ótkeriledi. Sonday-aq qaralıp atırǵan jaǵdaydıń eń bir áhmiyetli qásiyetleri ajratılıp alınıp, olardı ańlatıwshı matematikalıq belgilewler hám ańlatpalar tańlanadı, matematikalıq másele dúziledi.

II-máseleńi model ishinde sheshiw basqıshı: Bul basqıshta berilgen ámeliy máseleńiń konkret mazmunı esapqa alınbaydı, al 1-basqıshtaǵı matematikalıq másele dúziledi.

III-interpritiyalaw basqıshı. Bunda dúzilgen formal matematikalıq máseleńiń sheshimi dáslepki process názerinde tekseriledi. Alınǵan sheshim dáslepki berilgen ámeliy mazmundaǵı másele tiline ótkiziledi. Nátiyjede alınǵan máseleńiń sheshimi tekseriledi hám matematikanıń qollawdıń qalǵan barlıq basqıshları qadaǵalanadı.

Endi hár bir basqishta zárúr bolǵan oqıwshılardıń bilim kónlikpesine toqtalamız.

Birinshi basqishta:

- 1).Qaralıp atırǵan processtiń (jadaydıń) tiykarǵı táreplerin ajıratıp alıw;
- 2).Túrli matematikalıq modellerdi jazıp alıw hám olardan paydalana alıwdı bilıw;
- 3).Hár qanday matematikalıq modeldiń anıqlıq dárejesin anıqlaw, (túsiniw, bilıw),
- 4).Qaralıp atırǵan elementlerge zárúr matematikalıq túsiniqlerge sáykes qoya bilıw;
- 5).Qaralıp atırǵan obekttegi elementlerdi ajıratıw hám olar arasında optimal baylanıstı ornatiw.

Ámeliy máselelerdi sheshiwdiń ekinshi basqışında oqıwshılardan orta mektep bilim sistemasında beriletuǵın ulıwma matematikalıq mádeniyatqa tiyisli tómenдеgi bilim hám kónlikpeler talap etiledi.

- 1). Sheshiw jolın tuwrı tańlay bilıw;
- 2). Sheshiw processin jobalastırıw,
- 3). Sheshiw barısınan analizlew,
- 4). Deduktiv juwmaqlardan paydalana bilıw. Bunda sonıda aytıp ótiw kerek, oqıwshılardıǵa matematikalıq modellestiriwdiń qásiyetlerinen kelip shıǵatuǵın tómenдеgi bilimlerde zárúr.
 - a). Esaplawdaǵı qáteler menen matematikalıq modellerdegi qáteliklerdi salıstıra bilıw;
 - b). Bir matematikalıq modelden ekinshisine ótiw,

v). Eñ qolaylı sheshiw usılın tańlap alıw,

g). Dáslepki malǵıwmatlar tiykarında alınǵan muǵdarıy nátiyjelerdi sıpat jaǵınan bahalaw,

d). Úshinshi basqısha ulıwma matematikalıq madeniyattıń tómendegi elementleri talap etiledi,

1). Ulıwma tastıyıqlawdan daraǵa ótiw,

2). Alınǵan dara sheshim tábiyatın túsiniw.

Biraqta bul basqısha modellestiriwge sáykes qásiyetlerine baylanıslı tómendegi bilimler kerek boladı:

a). Alınǵan matematikalıq juwaptı dáslepki jaǵdayǵa sáykesligin tekseriw metodikası hám onı qollay alıw,

b). Alınǵan juwmaqtı ámeliyatta ushıraytuǵın soǵan sáykes jadaylarǵa qollana alıw,

v). Bul esaplawlardaǵı anıqlıqtıń ámeliy áhmiyetin bahalay alıw. Endi bunı tómendegi sxema kórinisinde kórsetiwge boladı.

Máseleni bunday basqıshlarǵa ajıratıp sheshiw, onı modellestiriw dep te ataladı.

Modellestiriwdiń tiykarǵı komponenti bolıp, qaralǵan máseleni bir tilden ekinshisine yaǵnıy matematikalıq tilge almastırıw esaplanadı.

Bunday almastırıw-eki túrli tártipte ámelge asırıladı:

a). Máseleni bir matematikalıq tilden ekinshi matematikalıq tilge ótkeriw;

b). Matematikalıq mazmunda bolmaǵan (ámeliy xarakterdegi) máseleni-matematikalıq mazmundaǵı máselege ótkeriw:

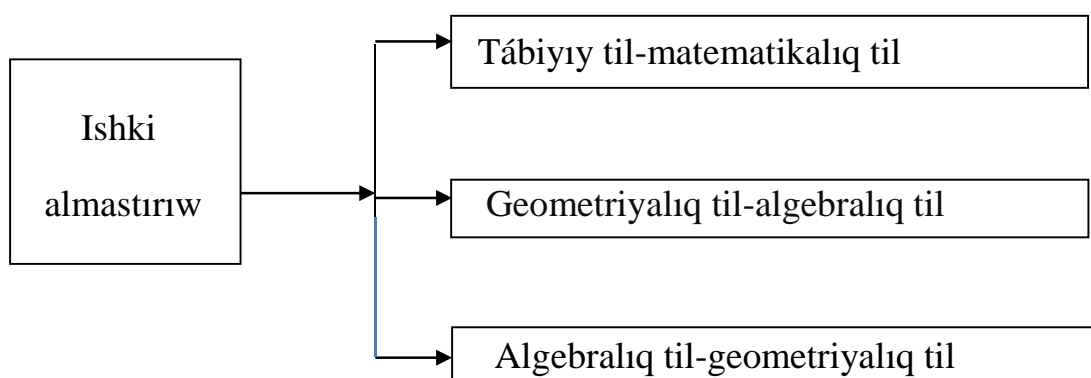
Birinshi tiptegi almastırıwlar geypara matematikalıq túsinipler sistemasında ańlatılǵan máseleni basqa tiptegi túsiniplerdi paydalanıw processinde payda boladı.

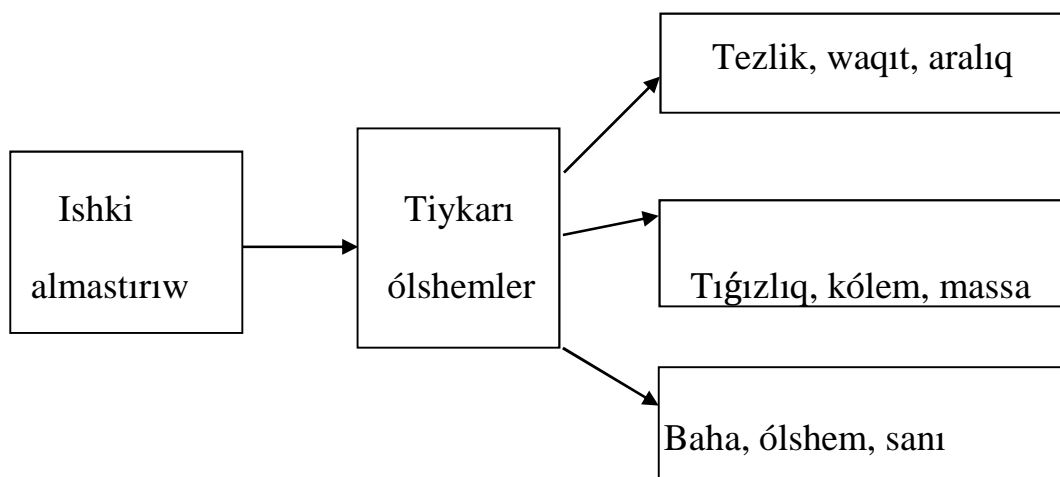
1-másele. Úshmúyeshliktiń tárepleri sáykes 13sm, 14sm hám 15sm. Usı úshmúyeshliktiń 14 sm-li tárepine túsirilgen biyikligin tabıń.

2-másele. Eki sannıń qosındısı 15 hám ayırması 7. Usı sanlardı tabıń.

Bunda 1-másele geometriyalıq tilge, al 2-másele tabiyıy tilden, matematikalıq tilge almastırıladı.

Solay etip modellestiriwde joqarıda keltirilgen eki túrdegi almastırıw (a) hám (b) lar birdey áhmiyetke iye. Sebebi 1-almastırıw matematikanıń ózindegi ishki baylanıslardı kórsetedi, al ekinshisi bolsa matematikalıq mazmunda bolmaǵan materiallardan formallastırıw hám interpretaciyalaw haqqında dáslepki *logikalıq pikirlewdi* payda etedi. Demek, birinshi túr almastırıw ishki, al ekinshisi-sırtqı almastırıw dep atawǵa boladı. Ayılǵanlardı sxema túrinde tómendegishe kórsetiwge boladı:





Sırtqı almastırıwǵa mısal:

Eki traktorshı birge 300 ga jerdi aydadı. Birinshi traktorshı 12 kún, ekinshisi 15 kún jumıs islegen. Eger birinshi traktorshı 10 kún, al ekinshi traktorshı 14 kún islegende 268 ga jerdi aydaǵan. Olarǵa aydaǵan hár bir ga jerine 3700 sum tólegeni belgili bolsa, onda olardıń kúnlik is haqısın hám kúnlik miynet haqısınıń ónimdarlıǵın anıqlań.

Sózimizdiń juwmaǵında oqıwshılardıń matematika sabaǵında *logikalıq pikirlew uqıplılıqların rawajlandırıw* oqıtıwshınıń jeke basına tikkeley baylanıslı bolatuǵının atap ótemiz. Eger ótilgen taza materialar, oqıwshılardıǵa qızıqlı bolmasa yaǵnıy olar óz múmkinshilikleriniń artıp baratırǵanın sezbesse, onda olar matematika menen tereń shuǵıllanıwdı toqtatadı. Sonıń ushında oqıtıwshı, ótilgen temanı hár bir oqıwshı qalay ózlestirip atır, usıǵan itibarlı bolıwı lazım. Sonıń ushında matemadikada ótilgen temalardı, oqıwshılardıń qızıǵıwshılıǵın artıratuǵın dárejede alıp barıw zárurli.

Juwmaqlaw

Matematika sabağında oqıwshılarga, matematika boyınsha bilimler beriw menen birge olarga úyrenip atırgan bilimlerin tiykarlawın hám puxta bolıwın támiynlew, olardı qollana alıw kónlikpe hám qábiletlerin payda etiw záruri áhimiyetke iye. Bul bolsa óz-gezeginde, matematika sabağında oqıwshılardıń logikalıq pikirlew qábiletligin qalıplestiredi hám rawajlandıradı. Sonday-aq, olardı keyingi alğan bilimlerin ańlı túrde, turmısqa baylanıslı máselelerdi sheshiwde tabıslı qollanıw ushın kónlikpe hám uqıplılıqların payda etiwge jol ashıp beredi. Bul bolsa, matematikalıq biliminiń tiykarǵı wazıypalarınıń biri bolıp esaplanadı.

Bul pitkeriw qánigelik jumısı usı baǵdarǵa arnalǵan bolıp, bunda tómendegi jumıslar islendi:

Matematika sabağın oqıtıwda logikalıq pikirlew qábletin rawajlandırıw mashqalaları, bunda matematika sabağın oqıtıw processinde oqıwshılardıń logikalıq pikirlew qábiletin rawajlandırıwdıń bazı bir jolları, matematikalıq bilimlerde anıq túsiniwi ushın sáykeslendirilgen nárselerdi, óz-ara baylanısta, birinen-ekinshisi payda etiw tártibinde keltirip shıǵarıw arqalı tusinik beriw, talıqlaw hám sintez óz-ara baylanısta bolıwı, keyin matematika sabaqlarında logikalıq pikirlew qábletin rawajlandırıwshı máseleler haqqında yaǵnıy oqıwshılardıń matematika sabaqlarında *logikalıq pikirlew* qábletin rawajlandırıwǵa tikkeley tásirin tiygiziwshi dóretiwshilik hám reproductivlik pikirlewler, dóretiwshilik pikirlewdiń tiykarǵı kórsetkishleri, u'yreniwshilik hám oniń komponentleri máseleleri, matematikalıq túsiniqleri járdeminde oqıwshılardıń logikalıq pikirlew qábiletin rawajlandırıw múmkinshilikleri máselesi, bunda oqıwshılardıń matematika sabaqlarında *logikalıq pikirlew* qábiletin rawajlandırıwǵa tikkeley tásirin tiygiziwshi matematikalıq túsiniqler, mısallar járdeminde keltirilgen.

Keyin, matematika sabağın oqıtıwda pikirlew qábiletin rawajlandırıw hám onı bekkemlewdiń bazı bir jolları máselesi qaralıp, bunda tekstli máselelerdiń

járdeminde oqıwshılardıń logikalıq pikirlew qábletin rawajlandırıw, matematika sabaǵında logikalıq pikirlew qábiletin rawajlandırıwshı máselelerdiń túrlerine arnalǵan hár qıylı máselelerdi qollanıwdıń ornı, júdá úlken ekenligi hám olarǵa hár túrli xarakterdegi anıq mısallar, matematika sabaǵında logikalıq pikirlewdi rawajlandırıwǵa hám onı qalıplestiriwge arnalǵan bazı bir teńsizliklerdi qollanıw metodikası, ámeliy mazmundaǵı máseleler sheshiw járdeminde oqıwshılardıń logikalıq pikirlew qábiletlerin rawajlandırıw jollarına arnalǵan bolıp, bunda ámeliy ózimizdi qorshap turǵan ortalıqqa baylanıslı dúzilgen mazmunlı máselelerdiń ornı házirgi kúnde júdá áhmiyetli ekenligi kórsetilgen.

Solay etip, juwmaqlastırıp aytqanıımızda, bul pitkeriw qánigelik jumısında, matematika sabaǵında oqıwshılardıń alǵan teoriyalıq bilimlerin tereń ózlestiriw ushın, olardıń logikalıq pikirlew qábiletligin qalıplestiriw hám rawajlandırıw jolları hám onı alǵan bilimin bekkemlewge járdem kórsetetuǵın metodikalıq qural islengen.

Ádebiyatlar

1. Vedernikova T. N., Ivanov O. A. Intellektual'noerazvitieshkol'nikovnaurokaxmatematiki//Mat. vshk.,2002. № 3.
2. Geometricheskie zadachidlya VI- VIII klassov/ Sost. E.J. Gigulis.- M.:NIISiMOAPN SSSR, 1987.
3. Gnedenko B. V. Razvitiemishleniyairechpriizucheniimatematiki//Mat. vshk.,1991qooq. № 4.
4. Kolmogorov A. N. O professii matematika.-M.` MGU,1960.
5. Kruteckiy V. A. Psixologiyamatematicheskixsposobnosteyshkol'nikov.- M.:Prosveshenie,1968.
6. Metel'skiy N. V. Psixologo- pedagogicheskieosnovıdidaktikimatematiki.- Minsk:Vısheyshayashkola,1977.
7. Ovezov A. Osobnostirassujdeniyvprilojeniyaxmatematiki//Mat. vshk.,1991. №4.
8. Poyya D. Kakreshit' zadachu.-M.:Uchpedgiz,1961.
9. Poya D. Matematichesoetkritic.-M.:Nauka,1976.
10. Safonova V. Yu. Vneurochnayarabotapomatematikev IV- V klassaxkakvajnayafomavospitaniyainteresauchenikovkpredmetu.-M.:1987.
11. Serebrova I. V. Razvitienvimaniyailogicheskogomishleniyanaurokaxpomatematike//Nachal'n ayashkola. - 1995. - №6. - s.51-53.
12. Tixomirova L. F. Razvitiointellektual'nıxsposobnosteyshkol'nikov. - Yaroslavl': Akademiya razvitiya, 1996. - 240 s.
13. Toom A. L. Mejdudetstvomimatematikoy: Tekstovıezadachivmatematicheskomobrazovanii/ Matematika, 2005, № 14
14. Shevkin A. V. Materialıkursa «Tekstovıezadachivshkol'nomkurse matematiki»: Lekcii 1-4. – M.: Pedagogicheskiy universitet «Pervoesentyabrya», 2006. 88 s.

15. Pentegova G.A. Razvitielogicheskogomishleniyanaurokaxmatematiki. // Nachal'nayashkola. – 2000. - № 11. – S. 74-77.
16. Ukurchieva T.A.
Aktualizaciya rezervov mislitel'nix operaciy pri obuchenii matematike. // Nachal'nayashkola. – 1999. – № 11. – S. 17-18.
17. Luk A.N. Mishlenie it vorchestvo. - M.: Politizdat, 1976. - 144 s.
18. Haydarov M., Hasanboeva O. Pedagogik amaliyotni tashkil etish metodikasi. Toshkent. TDPU, 2003 yil. 40 bet.
19. Djalilov A.A., Muzaffarova L.N. Samostoyatel'naya rabota - vajnoe sredstvo poznavatel'noy deyatel'nosti studentov. – Navoi, 2006
20. S. Ziyamuxamedova, B. Ziyamuxamedov.
Novaya pedagogicheskaya texnologiya. - Tashkent: «Abu Ali ibn Sino», 2002 g.
21. L. Muzaffarova.
Podgotovka budushix uchiteleyksamoobrazovatel'noy deyatel'nosti.
Material nauchnogo seminar. - Tashkent, 27-28 may, 2004 g.
22. www.allmath.ru
23. www.reshebnik.ru
24. <http://mathcd.com.ru/>
25. <http://matclub.ru/>