

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI

OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI

FARG'ONA DAVLAT UNIVERSITETI

FIZIKA-MATEMATIKA FAKULTETI

5480100 - amaliy matematika va informatika yo'nalishi

08.406-guruh bitiruvchisi Paxridinov Farxod Abdipottoyevichning

**“Xususiy hosilali differensial tenglamalarni Kantorovich-
Vlasov usuli yordamida taqribiy yechish”**

mavzusidagi

BITIRUV MALAKAVIY ISHI

Ilmiy raxbar: Fizika-matematika fanlari
nomzodi I.Tojiboyev

Farg'ona – 2012

Bitiruv malakaviy ish kafedraning 2012 yil _____dagi _____ - yig'ilishida muhokama qilingan va himoyaga tavsiya etilgan.

Kafedra mudiri

fizika - matematika fanlari nomzodi _____ K.Karimov

Taqrizchilar:

1. _____ fizika-matematika fanlari doktori, professor A.Rasulov

(imzo)

2. _____ fizika-matematika fanlari nomzodi I.Tojiboyev

(imzo)

REJA

KIRISH

I BOB. DASTLABKI VA YORDAMCHI MA'LUMOTLAR

- 1.1. Xususiy hosilali differensial tenglamalarni klassifikatsiyasi.
- 1.2. Ikkinchi tartibli differensial tenglamalarni taqribiy yechish.

II BOB. AMALIY MASALALAR VA NATIJALAR TAXLILI.

- 2.1. Elastiklik nazariyasining masalalari va ularni to'rtinchi tartibli xususiy hosilali differensial tenglamalar orqali ifodalangan chegaraviy masalalari.
- 2.2. Kantorovich-Vlasov usuli.
- 2.3. Chegaraviy masalalar va ularni differensial haydash usuli bilan yechish algoritmi.
- 2.4. Usullar algoritmi bo'yicha zamonaviy dasturlash tillari yordamida yaratish arxitekturasini yaratish va texnologiyasini ishlab chiqish.

XULOSA

F'YDALANILGAN ADABIYOTLAR

KIRISH

Prezidentimiz I.A.Karimovning “O‘zbekiston mustaqillikka erishish ostonasida” kitoblarida shunday degan edilar: “Olimlarimiz an’anaviy yunalishlar bilan bir qatorda so‘nggi davrda radiatsiya va geliomaterialshunosligi, fizika va kvant elektronikasi, lazer texnikasi, nurlanish kasalligiga yuliqqanlarni davolashda qo‘llaniladigan dori-darmonlarni yaratish, inshootlarning zilzilabardoshligi, o‘simlik moddalari ximiyasi sohalari va boshqa sohalarda katta obro‘ qozondilar.

Matematika sohasidagi va fanning boshqa tarmoqlaridagi tadqiqotlar va yechimlar hammaga ma‘lum...

Olimlarimiz ijodkorlik bilan, aniq maqsadni ko‘zlab ishlayotganliklariga oid boshqa misollarni ham aytib o‘tish mumkin bo‘lur edi, albatta. Ammo bugungi real voqelik xotirjam bo‘lib qolish uchun asos bermaydi.

Xo‘sh, bugun biz ilm-fandan nimalarni kutyapmiz, bizning fikrimizcha, uning kuch-g‘ayratlarini qaysi yunalishlarda jamlash kerak bo‘ladi?

Ro‘yirost aytadigan bo‘lsak, respublikaning fundamental fani hali fan-texnika taraqqiyotining qudratli dvigateliga aylanishiga ancha bor, bu fan ishlab chiqarishda inqilobiy o‘zgarishlar yasaydigan yechimlarni amalga oshirgani yuq.

Shuni ta’kidlash kifoyaki, joriy etilgan yechimlarning yarmi qo‘llanmalar va tavsiyalarni, faqat uchdan bir qismi esa yangi texnologiyalarni tashkil qiladi...

Rivojlangan mamlakatlarning tajribasi fan uchun hech narsani ayamayotgan mamlakat gullab-yashnayotganligini va bunday davlat hamma yaxshi narsalarni – odamlarning kuch-g‘ayratlarini xam, moddiy-texnika resurslarini ham o‘zida jamlayotganligini yaqqol ko‘rsatmoqda.

Fanni malakali kadrlar bilan ta'minlash, xodimlarning professional bilimdonligi darajasini oshirish, ularning qobiliyatlarini ro'yobga chiqarish uchun barcha sharoitlarni yaratish ilmiy jarayonni jadallashtirishning asosiy omilidir...

Yana shuni ham aytish kerakki, fan sohasida respublika hozir o'zini o'zi ta'minlay olmaydi va bunday bo'lishi mumkin ham emas. Faqat boshqa mintaqalarning, boshqa mamlakatlarning olimlari bilan o'zaro naf keltiradigan xilma-xil aloqalar hozirgi talablar darajasida bo'lishga imkon beradi.

Fan sohasidagi kadrlarni jadal ko'paytirish va yoshartirish uchun, O'zbekiston intellektual imkoniyatlarini keskin darajada oshirish uchun respublika rahbariyati hozir zarur mablag'larni, jumladan, valyuta mablag'larini ajratishga, tegishli tashkiliy masalalarni hal qilishga tayyor...." [1].

Yuqoridagi fikrlarga e'tibor qaratadigan bo'lsak, mamlakatimizning rivojlangan davlatlar qatoridan o'z o'rnini egalashiga erishishning asosiy omillaridan biri yuqori malakali kadrlar tayyorlashdir.

1997 yil 29 avgust O'zbekiston Respublikasi Oliy majlisida «Ta'lim to'g'risida» gi qonunning va «Kadrlar tayyorlash milliy dasturi» ning qabul qilinishi muqaddas zaminimizda yashayotgan har bir inson va uning baxtu-saodati, farzandini fazlu-kamolini ko'rish uchun ulkan imkoniyatlar yaratishga asos bo'ldi. Mamlakatimizda ta'lim tizimidagi olib borilayotgan isloxlarning mazmuni va amalga oshirish muddatlari ushbu qonunda o'z aksini topgan.

«Kadrlar tayyorlash milliy dasturi» da ta'kidlanganidek, «Kadrlar tayyorlash tizimi va mazmunini mamlakatning ijtimoiy va iqtisodiy taraqqiyoti

istiqbollaridan, jamiyat ehtiyojlaridan, fan, madaniyat, texnika va texnologiyaning zamonaviy yutuqlaridan kelib chiqqan holda qayta qurish lozim».

Prezidentimiz Islom Karimov tashabbusi bilan ishlab chiqilgan Kadrlar tayyorlash milliy dasturining hayotga tadbqiq etilishi tufayli uzluksiz tahlim tizimi muntazam yangilanayotgani va takomillashayotgani, tahlim muassasalarining zamonaviy moddiy-texnik va o'quv bazasini shakllantirish va mustahkamlash, ta'lim-tarbiya jarayoniga yangi standartlar, ilg'or pedagogik va axborot texnologiyalarini joriy etish borasida keng ko'lamli ishlar amalga oshirilayotir.

Prezidentimiz "Yuksak ma'naviyat – engilmas kuch" asarida tahkidlaganidek "Vatanimizning kelajagi, xalqimizning ertangi kuni, mamlakatimizning jaxon hamjamiyatidagi obro'–e'tibori, avvalambor, farzandlarimizning unib – o'sib, ulg'ayib, qanday inson bo'lib hayotga kirib borishiga bog'liqdir. Biz bunday haqiqatni hech qachon unutmasligimiz kerak" [2]. O'zbekiston mustaqillikka erishgan kundan boshlab o'tgan qisqa vaqt ichida o'zbek xalqi siyosiy – ijtimoiy, iqtisodiy va madaniy sohalarda katta yutuqlarga erishdi. O'z tarixiga yangicha tafakkur asosida yondoshish, ulug' ajdodlar qoldirgan boy madaniy, mahnaviy merosni o'rganish sharafiga muyassar bo'ldi, milliy g'ururi qayta tiklandi. Respublikada ilm-fan, jumladan, matematika fani taraqqiyot bosqichiga ko'tarilmoqda. O'tmishdagi riyoziyot (matematika) daxolarining shuxratini tiklash, ularning g'oyalarini xalq hayotiga tadbqiq etishdek ulug' ishlar amalga oshirilmoqda.

Matematika fizikadagi tenglamalarning taqribiy yechimi ko'proq differensial va integral to'g'ri metodlarga asoslangan. Bu holda taqribiy yechimni chiziqli

algebraik tenglamalar sistemasiga keltirish mumkin. Ma'lumki to'g'ri metodlar o'zini ko'rsatib bo'lgan va tajribada keng ommalashgan; to'r metodi boshqalarga nisbatan ko'proq ishlatiladi. To'g'ri metodning ko'p afzalligi bilan birga bita kamchiligi bor: katta aniqlikdagi natijani hosil qilish uchun algebraik tenglamalar sistemasi tartibini oshirish shartlarni ko'payishiga va yechimda xatolar ko'payishiga olib keladi. Natijada, hisoblash aniqligi pasayadi. Yuqori tartibli algebraik tenglamalar sistemalarining taqribiy yechimi kompyuterning imkoniyatiga bog'liqdir. Bundan xulosa qilish mumkinki yuqori tartibli sistemani taqribiy yechish juda ko'p qiyinchiliklar to'g'diradi. Bizning maqsadimiz to'rtinchi tartibli differentsial tenglamaga keltiriladigan chegaraviy masalalarni taqribiy yechishni Koshi masalasini yechish bilan almashtirishdir. Buning uchun qidirilayotgan yechimga nisbatan maxsus almashtirishlar qo'llab qo'yilgan masalani Koshi masalasiga keltiriladi.

Chegaraviy shartlarni faqatgina to'rtinchi tartibli o'zgaruvchan koeffitsientli oddiy chiziqli differensial tenglamalar uchungina ko'rib chiqamiz. Bu metodni Kontorovich-Vlasov usuli bilan umumlashtirib tadbqiq qilamiz.

Katta masshtabli ilmiy va injenerlik masalalari ustida olib borilgan izlanishlar differensial tenglamalar va chegaraviy masalalarning natijalariga bog'liq bo'lgan matematik masalalarga olib keldi.

Bu masalalarni hal qilishga mo'ljallangan klassik yondashuvlar asosan masalani yechish uchun nazariy izlanishlar hamda ba'zi oddiy hollarda esa ularning analitik yechimlarini olish bilan chegaralangan. Amalda shunday

masalalar uchraydik ularning aniq yechimini olish mumkin emas va agar olinsa ham ular kam samara beradi xolos.

Shuning uchun matematika fizika masalalarini yechishning taqribiy usullari, asosan to'r va variatsion usullar, o'tgan yuz yilliklar boshida texnika tomonidan katta qiziqish bilan kutib olindi va keng miqyosda foydalanila boshlandi. Taqribiy usullarning asosiy ustunligi shundan iboratki, ular universal va samarali ya'ni keng miqyosdagi xodisalarning taqribiy yechimlarini echishga imkon berdi hamda tadbiq etishda sodda va amalga oshirsa bo'ladigan hisob kitoblarni talab etadi.

Sonli usullarga bo'lgan asosiy katta talab zamonaviy fizika va texnikaning rivojlanishi tufayli paydo bo'lgan yangi murakkab masalalarni hal qilishda yuzaga keldi. Sonli algoritmlar samarasining ko'p marta oshib ketishiga sabab bo'lgan hisoblash mashinalarining yaratilishi ham yanada yangi sonli usullar ustida izlanishlarga sabab bo'ldi.

To'rtinchi tartibli xususiy hosilali differensial tenglamani Kontorovich - Vlasov va differensial xaydash usullari yordamida taqribiy yechish algoritmini qurish va dasturini yaratish uchun yuqori darajali dasturiy ta'minotlar va vositalardan foydalanish maqsadga muvofiqdir.

Kompyuter texnologiyalari rivojlanib borayotgan ayni paytlarda turli imkoniyatlarga boy bo'lgan hamda o'zining aloxida yutuqlari bilan ajralib turuvchi dasturlash tillari ishlab chiqarilmoqda va ishlab chiqarildi. Dunyodagi keng dasturchilar ommasida foydalanilayotgan dasturlash tillarining aksariyati Windows operatsion sistemasida ishlaydi.

Jumladan Delphi dasturlash tili ham aynan Windows operatsion sistemasida ishlaydi.

Dasturlar tuzish sermashaqqat jarayon, lekin Delphi bu ishni sezilarli darajada soddalashtiradi. Delphi ning asosiy yutug'i shundaki, u Microsoft Office dasturlar paketi va Internet resurslari bilan ishlay oladi. Xozirgacha Delphi ning bir necha versiyalari ishlab chiqarilgan.

Delphi-vizual loyihalar, turli holat protseduralarini qayta ishlash va dasturlarni qayta ishlashda vaqtdan yutish va boshqalarni o'z ichiga oladi. Shuning uchun ham mazkur bitiruv malakaviy ishda ko'rilgan masalalarni yechish usullarini Delphi dasturlash tilida bajarganmiz.

Mazkur diplom ishi kirish, ikkita bob, xulosa va foydalanilgan adabiyotlar ro'yhatidan iborat.

Ishning birinchi bobida dastlabki va yordamchi ma'lumotlar keltirilgan bo'lib, unda xususiy hosilali differensial tenglamalarni klassifikatsiyasi va ikkinchi tartibli differensial tenglamalarni taqribiy yechish usullari o'rganilgan.

Ishning ikkinchi bobida esa amaliy masalalar va natijalar taxlili keltirilgan. Bunda elastiklik nazariyasining masalalari va ularni to'rtinchi tartibli xususiy hosilali differensial tenglamalar orqali ifodalangan chegaraviy masalalari, Kantorovich-Vlasov usuli, chegaraviy masalalar va ularni differensial haydash usuli bilan yechish algoritmi, usullar algoritmi bo'yicha zamonaviy dasturlash tillari yordamida yaratish arxitekturasini yaratish va texnologiyasini ishlab chiqish usullari o'rganilgan.

I BOB.

DASTLABKI VA YORDAMCHI MA'LUMOTLAR

1.1. Xususiy hosilali differensial tenglamalarni klassifikatsiyasi.

Agar differentsial tenglamadagi noma'lum funktsiya ikki va undan ko'p argumentlarga bog'liq bo'lsa, u xususiy hosilali differensial tenglama deyiladi. Bunday tenglamalar nomidan ko'rinib turibdiki, ularda funktsiyaning erkli argumentlari bo'yicha xususiy hosilalari qatnashadi.

Oddiy differensial tenglamalardagi kabi xususiy hosilali differensial tenglamalar ham cheksiz ko'p yechimlarga ega. Bu yechimlarga umumiy yechimlar deyiladi. Xususiy yechimlar umumiy yechimlardan ma'lum shartlar asosida ajratiladi. Bu qo'shimcha shartlar, tenglama qaralayotgan sohaning odatda chegarasida beriladi.

Xususiy hosiladagi erkli o'zgaruvchilardan biri vaqt bo'lishi ham mumkin. Bunday fizik va texnik masalalar amalda ko'p uchraydi. Q'o'shimcha shartlar sifatida bunday tenglamalar uchun vaqtning biror belgilangan qiymatida izlanuvchi funktsiyaning qiymatlari ishlatiladi. Masalan, shart boshlang'ich vaqt $t = 0$ da (yoki umuman $t = t_0, t_0 = \text{const}$) berilishi mumkin. Bunday shartga biz boshlang'ich shart deymiz.

Qo'shimcha shartlar soha chegarasida berilsa, bunday masalaga chegaraviy masala deyiladi.

Agar chegaraviy shartlar berilmasdan faqat boshlang'ich shart berilsa, bunday masalaga xususiy hosilali differentsial tenglamalar uchun Koshi masalasi deyiladi. Bunda masala cheksiz sohada qaraladi.

Masalada ham boshlang'ich, ham chegaraviy shartlar qatnashsa, bunday masalaga aralash masalalar diyiladi.

Ushbu

$$a_{11}u_{xx} + 2a_{12}u_{xy} + a_{22}u_{yy} + F(x, y, u, u_x, u_y) = 0 \quad (1.1)$$

ko'rinishdagi ikki o'zgaruvchili ikkinchi tartibli xususiy hosilali differentsial tenglamani qaraymiz. Bunda a_{11} , a_{12} , a_{22} koefitsientlar x, y ning funksiyalari. Bu yerda xususiy holda F funksiya u , u_x , u_y larga nisbatan chiziqli bo'lishi ham mumkin.

$$a_{11}(dy)^2 - 2a_{12}dxdy + a_{22}(dx)^2 = 0 \quad (1.2)$$

oddiy differensial tenglama (1.1) tenglamaning xarakteristik tenglamasi deyiladi.

Xarakteristik tenglamaning umumiy yechimlari (1.1) tenglamaning xarakteristiklari deyiladi.

(1.2) xarakteristik tenglama $a_{11} \neq 0$ bo'lganda quyidagi ikkita birinchi tartibli oddiy differensial tenglamalarga ajraydi:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{a_{12}}{a_{11}} \pm \frac{\sqrt{a_{12}^2 - a_{11}a_{22}}}{a_{11}},$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{a_{12}}{a_{11}} - \frac{\sqrt{a_{12}^2 - a_{11}a_{22}}}{a_{11}}.$$

Bu tenglamalardagi radikal ostidagi $\Delta = a_{12}^2 - a_{11}a_{22}$ ifodaning ishorasiga qarab, (1.1) tenglama tiplarga ajraladi:

1) Agar M nuqtada $\Delta = a_{12}^2 - a_{11}a_{22} > 0$ bo'lsa, (1.1) tenglama M nuqtada giperbolik tipdagi tenglama deyiladi.

2) Agar M nuqtada $\Delta = a_{12}^2 - a_{11}a_{22} = 0$ bo'lsa, (1.1) tenglama M nuqtada parabolik tipdagi tenglama deyiladi.

3) Agar M nuqtada $\Delta = a_{12}^2 - a_{11}a_{22} < 0$ bo'lsa, (1.1) tenglama M nuqtada elliptik tipdagi tenglama deyiladi.

Agar tenglama qaralayotgan sohaning barcha nuqtalarida $\Delta > 0$ yoki $\Delta = 0$ yoki $\Delta < 0$ bo'lsa, (1.1) tenglama shu sohada mos ravishda giperbolik, parabolik va elliptik tipga tegishli deyiladi.

Agar tenglama qaralayotgan sahaning turli qismlarida $\Delta = a_{12}^2 - a_{11}a_{22}$ ifodaning ishorasi turlicha bo'lsa, (1.1) tenglama bu sohada aralash tipdagi tenglama deyiladi.

1. $\Delta > 0$ bo'lsin. (1.1) giperbolik tipdagi tenglama bo'lib, (1.2) xarakteristik tenglamaning umumiy yechimlari haqiqiy va har xil $\varphi(x, y) = C_1$, $\psi(x, y) = C_2$ bo'ladi. Agar (1.1) tenglamada erkli o'zgaruvchilarni $\xi = \varphi(x, y)$, $\eta = \psi(x, y)$ tengliklar orqali almashtirsak, tenglama

$$V_{\xi\eta} = Q(\xi, \eta, V, V_{\xi}, V_{\eta}) \quad (1.3)$$

ko‘rinishga keladi, bu yerda $V(\xi, \eta) = u(x, y)$. (1.3) tenglama giperbolik tipdagi tenglamalarning kanonik ko‘rinishi deyiladi. (1.3) tenglamada ξ, η o‘zgaruvchilardan yangi α, β o‘zgaruvchilarga $\xi = \alpha + \beta, \eta = \alpha - \beta$ tengliklar yordamida o‘tsak, tenglama

$$W_{\alpha\alpha} - W_{\beta\beta} = Q_1(\alpha, \beta, W, W_\alpha, W_\beta) \quad (1.4)$$

ko‘rinishga keladi. (1.4) tenglama giperbolik tipdagi tenglamaning ikkinchi kanonik ko‘rinishi deyiladi.

2. $\Delta = 0$ bo‘lsin. (1.1) parabolik tipdagi tenglama bo‘lib, (1.2) xarakteristik tenglama bitta $\psi(x, y) = C$ haqiqiy umumiy yechimga ega bo‘ladi. Yangi erkli o‘zgaruvchilarni $\xi = \psi(x, y), \eta = \eta(x, y)$ (bu yerda $\eta(x, y)$ sifatida $\psi(x, y)$ funktsiyaga chiziqli bog‘liq bo‘lmagan ixtiyoriy funktsiyani olish mumkin) deb olsak, (1.1) tenglama

$$V_{\eta\eta} = Q_3(\xi, \eta, V, V_\xi, V_\eta) \quad (1.5)$$

ko‘rinishga keladi. (1.5) - parabolik tipdagi tenglamalarning kanonik ko‘rinishi deyiladi.

3. $\Delta < 0$ bo‘lsin. (1.1) elliptik tipdagi tenglama bo‘lib, (1.2) xarakteristik tenglama ikkita qo‘shma kompleks $\psi(x, y) = C_1, \bar{\psi}(x, y) = C_2$ yechimlarga ega bo‘ladi. Yangi erkli o‘zgaruvchilarni $\xi = \operatorname{Re}\psi(x, y), \eta = \operatorname{Im}\psi(x, y)$ deb olsak, (1.1) tenglama

$$V_{\xi\xi} + V_{\eta\eta} = Q_4(\xi, \eta, V, V_\xi, V_\eta) \quad (1.6)$$

ko‘rinishga keladi. (1.6) - elliptik tipdagi tenglamalarning kanonik ko‘rinishi deyiladi.

Agar (1.1) tenglamadagi F funktsiya chiziqli bo‘lib, tenglamaning koeffitsientlari o‘zgarmas sonlar bo‘lsa, bu tenglamani kanonik ko‘rinishga keltirilgandan so‘ng

$$V(\xi, \eta) = e^{\lambda\xi + \mu\eta} W(\xi, \eta)$$

tenglik yordamida yangi $W(\xi, \eta)$ noma'lum funktsiyani kiritib, λ va μ koeffisientlarni tanlash hisobiga olingan kanonik tenglamani yanada soddalashtirish mumkin.

Xususiyl hosilali differentsial tenglamalarning umumiy yechimi oddiy differensial tenglamaning umumiy yechimidan farqli ravishda berilgan tenglamaning tartibiga teng bo‘lgan sondagi ixtiyoriy funktsiyalarga bog‘liq bo‘ladi. Buni sodda misollarda ko‘rib chiqamiz.

1.1-misol. Noma'lum $u(x, y)$ funktsiya uchun $u_x = 0$ tenglama $u(x, y)$ ning x ga bog‘liq emasligini ko‘rsatadi. Demak, $u = \varphi(y)$, bunda $\varphi(y)$ – y ning ixtiyoriy funktsiyasi.

1.2-misol. Ushbu

$$u_{xy} = 0 \quad \text{yoki} \quad (u_y)_x = 0$$

tenglamani qaraymiz. Uni x bo‘yicha integrallab, $\frac{du}{dy} = \psi(y)$ tenglamani hosil qilamiz. Bunda $\psi(y)$ – y ning ixtiyoriy funktsiyasi. Oxirgi tenglamani y bo‘yicha integrallab,

$$u(x, y) = \int \psi(y) dy + \psi_1(x)$$

tenglikni hosil qilamiz. Bunda $\psi_1(x)$ - x ning ixtiyoriy funksiyasi.

$$\int \psi(y) dy = \psi_2(y) \text{ deb belgilab,}$$

$$u(x, y) = \psi_1(x) + \psi_2(y)$$

formulaga ega bo'lamiz. Bu yerda $\psi(x)$ ixtiyoriy funksiya bo'lganligi uchun $\psi_2(y)$ ham y ning ixtiyoriy funksiyasi bo'ladi.

1.3-misol. Uchinchi tartibli $u_{xyy} = 0$ tenglamaning umumiy yechimi $u(x, y) = \varphi(y) + y\psi(x) + \psi_1(x)$ dan iborat bo'ladi.

Yuqorida keltirilgan misollar birinchi tartibli xususiy hosilali differensial tenglamalarning barcha yechimlari formulasi, ya'ni umumiy yechimi bitta ixtiyoriy funksiyaga, m -tartibli tenglamaning umumiy yechimi m ta ixtiyoriy funksiyaga bog'liq bo'lishi kerak, degan fikrga olib keladi.

Xususiy hosilali differensial tenglamalarning umumiy yechimini xarakteristikalar usuli (yoki Dalamber usuli) bilan topish mumkin. Tenglamani xarakteristikalar usuli bilan yechishda dastlabki tenglama xarakteristikalari yordamida kanonik ko'rinishga keltiriladi, so'ngra kanonik tenglama integrallanib, integralda qaytadan eski o'zgaruvchilarga o'tilsa, berilgan tenglamaning umumiy yechimi hosil bo'ladi.

2.2. Ikkinchi tartibli differensial tenglamalarni taqribiy yechish.

Ikkinchi tartibli differensial tenglama berilgan bo'lsin:

$$F(x, y, y', y'') = 0. \quad (1.7)$$

Ikki nuqtali chegaraviy masala (1.7) uchun quyidagicha qo'yiladi:

$[a, b]$ kesma ichida (1.7) tenglamani qanoatlantiruvchi va kesmaning oxirida esa

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1[y(a), y'(a)] &= 0 \\ \varphi_2[y(b), y'(b)] &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.8)$$

chegaraviy shartlar qanoatlantiruvchi $y = y(x)$ funksiyani topish talab qilinadi.

(1.7) tenglama va (1.8) chegaraviy shartlar chiziqli bo'lgan holni qaraylik. Bunday chegaraviy masala chiziqli chegaraviy masala deyiladi. U holda differensial tenglama va chegaraviy shartlarni quyidagicha yozish mumkin:

$$y'' + p(x)y' + q(x)y = f(x) \quad (1.9)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_0 y(a) + \alpha_1 y'(a) &= A \\ \beta_0 y(b) + \beta_1 y'(b) &= B \end{aligned} \right\} \quad (1.10)$$

bu erda $p(x), q(x), f(x)$ - $[a, b]$ kesmada uzluksiz bo'lgan berilgan funksiyalar, $\alpha_0, \alpha_1, \beta_0, \beta_1, A, B$ - berilgan o'zgarmaslar bo'lib

$$|\alpha_0| + |\alpha_1| \neq 0 \quad \text{va} \quad |\beta_0| + |\beta_1| \neq 0$$

shartni qanoatlantiradi.

Agar $A = B = 0$ bo'lsa, u holda (1.10) chegaraviy shart bir jinsli deyiladi.

Qaralayotgan chegaraviy masalaning taqribiy yechimini topish usullari ikki guruhga bo'linadi: analitik va ayirmali usullar.

Chegaraviy masalalarni yechishning eng sodda usullaridan biri chekli ayirmalar usulidir.

$[a, b]$ kesmani uzunligi h bo'lgan n ta teng kesmalarga ajratamiz, bu yerda $h = \frac{b-a}{n}$. Bo'linish nuqtalarining abtsissasi $x_i = x_0 + ih$, ($i=1, 2, 3, \dots, n-1$), $x_0 = a$, $x_n = b$ kabi bo'ladi. Bo'linish nuqtalari x_i lar uchun $y = y(x)$ funksiya va uning $y'(x), y''(x)$ hosilalarini $y_i = y(x_i), y'_i = y'(x_i)$ kabi belgilaymiz. Bulardan tashqari quyidagicha belgilashlar kiritamiz:

$$p_i = p(x_i), \quad q_i = q(x_i), \quad f_i = f(x_i).$$

Har bir ichki tugunlarda $y'(x_i), y''(x_i)$ hosilalarni taqribiy chekli ayirmalar

$$y'_i = \frac{y_{i+1} - y_i}{h}, \quad y''_i = \frac{y_{i+2} - 2y_{i+1} + y_i}{h^2} \quad (1.11)$$

kesmaning chetlarda esa

$$y'_0 = \frac{y_1 - y_0}{h}, \quad y'_n = \frac{y_n - y_{n-1}}{h} \quad (1.12)$$

chekli ayirmalar bilan almashtiramiz.

(1.11) va (1.12) taqribiy formulalarni (1.9) tenglama va (1.10) chegaraviy shartlarga qo'yib quyidagi tenglamalar sistemasini hosil qilamiz:

$$\left. \begin{aligned} \frac{y_{i+2} - 2y_{i+1} + y_i}{h^2} + p_i \frac{y_{i+1} - y_i}{h} + q_i y_i &= f_i \\ \alpha_0 y_0 + \alpha_1 \frac{y_1 - y_0}{h} &= A, \beta_0 y_n + \beta_1 \frac{y_n - y_{n-1}}{h} = B \end{aligned} \right\} \quad (1.13)$$

Agar $y'(x_i)$ va $y''(x_i)$ lar o'rniga markaziy ayirmalarni qo'llasak yanada aniqroq formulalarni hosil qilamiz, ya'ni

$$y_i' = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h}, \quad y_i'' = \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{h^2}.$$

U holda

$$\left. \begin{aligned} \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{h^2} + p_i \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h} + q_i y_i &= f_i \\ \alpha_0 y_0 + \alpha_1 \frac{y_1 - y_0}{h} &= A, \beta_0 y_n + \beta_1 \frac{y_n - y_{n-1}}{h} = B \end{aligned} \right\}, \quad (1.14)$$

sistemani hosil qilamiz. Shunday qilib, har ikkala holda ham $n+1$ ta noma'lumlarga ega bo'lgan $n+1$ chiziqli algebraik tenglamadan iborat bo'lgan sistemaga ega bo'ldik. Agar ushbu sistemani yechish mumkin bo'lsa, u holda izlanayotgan funksiyaning taqribiy qiymatlarini jadval shaklida hosil qilamiz.

(1.9) - (1.10) chegaraviy masalaga chekli ayirmalar usulini qo'llash xatoligi quyidagicha bo'ladi:

$$|y_i - y(x_i)| \leq \frac{h^2 M}{96} (b-a)^2.$$

Bu yerda $y(x_i)$ - $x = x_i$ bo'lgandagi aniq yechimning qiymati va

$$M = \max_{[a,b]} |y^{(4)}(x)|.$$

1.4-misol. Chekli ayirmalar usulini qo'llab quyidagi chegaraviy masalaning yechimini aniqlang:

$$\left. \begin{aligned} x^2 y'' + xy' &= 1 \\ y(1) &= 0 \\ y(1,4) &= 0,0566 \end{aligned} \right\} \quad (1.15)$$

Yechish. (1.14) formulani qo'llab, (1.15) tenglamalar sistemasini chekli ayirmalar orqali quyidagicha yozamiz:

$$x_i^2 \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{h^2} + x_i \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h} = 1.$$

O'xshash hadlarni ixchamlab

$$y_{i-1}(2x_i^2 - hx_i) - 4x_i^2 y_i + y_{i+1}(2x_i^2 + hx_i) = 2h^2 \quad (1.16)$$

hosil qilamiz. h qadamni 0,1 deb tanlasak uchta ichki tugunlarni hosil qilamiz.

$x_i = 0,1i + 1$ ($i=1,2,3$). (1.15) tenglamani har bir tugun uchun yozsak

$$\left. \begin{aligned} 2,31y_0 - 4,84y_1 + 2,53y_2 &= 0,02 \\ 2,76y_1 - 5,76y_2 + 3,00y_3 &= 0,02 \\ 3,25y_2 - 6,76y_3 + 3,51y_4 &= 0,02 \end{aligned} \right\} \quad (1.17)$$

sistemani hosil qilamiz.

Chegaraviy tugunlarda $y_0 = 0, y_4 = 0,0566$ ekanini bilgan holda, (1.17)

sistemani yechamiz va izlanayotgan funksiyaning quyidagi qiymatlarini hosil qilamiz:

$$y_1 = 0,0046, y_2 = 0,0167, y_3 = 0,0345.$$

(1.15) tenglamaning aniq yechimi $y = \frac{1}{2} \ln^2 x$ funksiya dan iborat. Aniq

yechimning tugunlardagi qiymatlari

$$y(x_1) = 0,0047; \quad y(x_2) = 0,0166; \quad y(x_3) = 0,0344$$

kabi bo'ladi. Bu qiymatlardan ko'rinib turibdiki, taqribiy va aniq yechimning tugunlardagi qiymatlari orasidagi farq 0,0001 dan oshmaydi.

Tugunlar soni n katta bo'lganda (1.13)-(1.14) tenglamalar sistemasini yechish murakkablashadi. Quyida bunday hollar uchun mo'ljallangan ancha sodda usulni qaraymiz.

Progonka usuli.

Usulning g'oyasi quyidagicha. (1.13) sistemaning dastlabki $n-1$ tenglamalarini yozib olamiz:

$$y_{i+2} + m_i y_{i+1} + k_i y_i = h^2 f_i \quad (1.18)$$

bu yerda $m_i = -2 + hp_i$; $k_i = 1 - hp_i + h^2 q$.

(1.18) ni quyidagi ko'rinishda yozish mumkin:

$$y_{i+1} = c_i(d_i - y_{i+2}). \quad (1.19)$$

Bu yerdagi c_i, d_i - lar ketma – ket quyidagi formulalardan hisoblanadi:

$$c_0 = \frac{\alpha_1 - \alpha_0 h}{m_0(\alpha_1 - \alpha_0 h) + k_0 \alpha_1}, \alpha_0 = \frac{k_0 A h}{\alpha_1 - \alpha_0 h} + f_0 h^2, \quad i = 0 \text{ bo'lganda} \quad (1.20)$$

$$c_i = -\frac{1}{m_i - k_i c_{i-1}}, d_i = f_i h^2 - k_i c_{i-1} d_{i-1}, \quad i = 1, 2, \dots, n-2 \text{ bo'lganda} \quad (1.21)$$

Hisoblash quyidagi tartibda bajariladi:

To'g'ri yo'l. (1.18) formuladan m_i, k_i - qiymatlarni hisoblaymiz. c_0, d_0 larni (1.20) formulalardan aniqlaymiz va (1.21) rekkurent formulalardan c_i, d_i larni hisoblaymiz.

Teskari yo'l. (1.19) tenglamadan agar $i = n-2$ bo'lsa, (1.13) tenglamalar sistemasini quyidagicha yozish mumkin.

$$y_{n-1} = c_{n-2}(d_{n-2} - y_n),$$
$$\beta_0 y_n + \beta_1 \frac{y_n - y_{n-1}}{h} = B$$

Ushbu sistemani y_n ga nisbatan yechib, quyidagini hosil qilamiz:

$$y_n = \frac{\beta_1 c_{n-2} d_{n-2} + Bh}{\beta_1(1 + c_{n-2}) + \beta_0 h} \quad (1.22)$$

Aniqlangan c_{n-2}, d_{n-2} larni qo'llab y_n ni topamiz. So'ngra $y_i (i = n-1, \dots, 1)$ larni hisoblaymiz. (1.19) rekkurent formulani ketma-ket qo'llab quyidagilarni hosil qilamiz:

$$\left. \begin{aligned} y_{n-1} &= c_{n-2}(d_{n-2} - y_n), \\ y_{n-2} &= c_{n-3}(d_{n-3} - y_{n-1}), \\ y_1 &= c_0(d_0 - y_2). \end{aligned} \right\} \quad (1.23)$$

y_0 ni (1.13) sistemaning oxiridan ikkinchi tenglamasidan aniqlaymiz:

$$y_0 = \frac{\alpha_1 y_1 - Ah}{\alpha_1 - \alpha_0 h}. \quad (1.24)$$

Progonka usuli bilan bajarilgan barcha hisoblashlarni quyidagi jadvalda ko'rsatish mumkin.

i	x_i	m_i	k_i	f_i	To'g'ri yo'l		Teskari yo'l
					c_i	d_i	y_i
0	x_0	m_0	k_0	f_0	c_0	d_0	y_0
1	x_1	m_1	k_1	f_1	c_1	d_1	y_1
...	...	...	...	...	...	...	...
$n-2$	x_{n-2}	m_{n-2}	k_{n-2}	f_{n-2}	c_{n-2}	d_{n-2}	y_{n-2}
$n-1$	x_{n-1}						y_{n-1}
n	x_n						y_n

1.5-misol. Progonka usulida

$$y'' - 2xy' - 2y = 4x \quad (1.25)$$

tenglamaning

$$y(0) - y'(0) = 0, \quad y(1) = 1 + e = 3,718 \quad (1.26)$$

chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi taqribiy yechimini toping.

Yechish. (1.25)-(1.26) tenglamalarni $h = 0,1$ deb olib chekli ayirmali sistema bilan almashtiramiz:

$$\frac{y_{i+2} - 2y_{i+1} + y_i}{0,01} - 2x_i \frac{y_{i+1} - y_i}{0,1} - 2y_i = 4x_i, \quad (i = 0, 1, 2, \dots, 8)$$

$$y_0 - \frac{y_1 - y_0}{0,1} = 0, \quad y_{10} = 3,718$$

O'xshash hadlarni ixchamlab

$$y_{i+2} + (-2 - 0,2x_i)y_{i+1} + (0,98 + 0,2x_i)y_i = -0,01 \cdot 4x_i$$

formulani hosil qilamiz. Bundan

$$m_i = -2 - 0,2x_i, \quad k_i = 0,98 + 0,2x_i, \quad f_i = 4x_i,$$

$$\alpha_0 = 1, \quad \beta_0 = 1, \quad \alpha_1 = -1, \quad \beta_1 = 0, \quad A = 0, \quad B = 3,718$$

ekani kelib chiqadi.

Hisoblashlarni yuqoridagi kabi jadvalga joylashtiramiz.

i	x_i	m_i	k_i	f_i	To'g'ri yo'l		Teskari yo'l	Aniq yechim
					c_i	d_i		
0	0,0	-2,00	0,98	0,0	-0,9016	0,0000	1,117	1,000

1	0,1	-2,02	1,00	-0,4	-0,8941	-0,0040	1,229	1,110
2	0,2	-2,04	1,02	-0,8	-0,8865	-0,0117	1,363	1,241
3	0,3	-2,06	1,04	-1,2	-0,8787	-0,0228	1,521	1,394
4	0,4	-2,08	1,06	-1,6	-0,8706	-0,0372	1,704	1,574
5	0,5	-2,10	1,08	-2,0	-0,8623	-0,0550	1,916	1,784
6	0,6	-2,12	1,10	-2,4	-0,8536	-0,0761	2,364	2,033
7	0,7	-2,14	1,12	-2,8	-0,8446	-0,1007	2,455	2,332
8	0,8	-2,16	1,14	-3,2	-0,8354	-0,1290	2,800	2,696
9	0,9						3,214	3,148
10	1,0						3,718	3,718

Bu misolni Paskal dasturida yechimini aniqlaymiz

Program P1;

Uses Crt;

C'nst

n=10;

Var

i,j : integer;

A,B,A0,B0,A10,A11,Bet0,Bet1,h : real;

M,K,C,D,Y,P,q,f,x : array[0..100] of real;

f1 : text;

Procedure progonka;

BEGIN

for i:=0 to n-2 do Begin

$M[i] := -2 + h * [i];$

$K[i] := 1 - h * [i] + h * h * q[i];$ End;

$c[0] := (a_1 - a_0 * h) / (M[0] * (a_1 - a_0 * h) + K[0] * a_1);$

$d[0] := k[0] * A_0 * h / (a_1 - a_0 * h) + f[0] * h * h;$

for i:=1 to n-2 do Begin

$c[i] := 1 / (m[i] - k[i] * c[i-1]);$

$d[i] := f[i] * h * h - k[i] * c[i-1] * d[i-1];$ End;

$y[n] := (B_0 * h - Bet_1 * c[n-2] * d[n-2]) / (Bet_0 * h + Bet_1 * (1 + c[n-2]));$

for j:=1 to n-1 do Begin

$i := n - j; y[i] := c[i-1] * (d[i-1] - y[i+1]);$ End;

$y[0] := (a_1 * y[1] - A_0 * h) / (a_1 - a_0 * h);$

END;

BEGIN {Asosiy qism}

ClrScr;

assign(f1, 'c:Progonka.otv'); rewrite(f1);

a:=0; b:=1; h:=(b-a)/n; Al0:=1; Al1:=-1; Bet0:=1; Bet1:=0; A0:=0; B0:=3.718;

for i:=0 to n do Begin

$x[i] := a + i * h; [i] := -2 * x[i]; q[i] := -2; f[i] := -4 * x[i];$ End;

Progonka;

```

for i:=0 to n do Begin

  writeln(f1,'i=',i:2,' x=',x[i]:6:4,' M=',M[i]:6:4,' K=',k[i]:6:4); End;

writeln(f1);

for i:=0 to n do Begin

  writeln(f1,'i=',i:2,' c=',c[i]:6:4,' d=',d[i]:6:4,' y=',y[i]:6:4); End;

Close(f1);

END.

```

Dasturning natijalari

```

i= 0  x=0.0000  M=-2.0000  K=0.9800

i= 1  x=0.1000  M=-2.0200  K=1.0000

i= 2  x=0.2000  M=-2.0400  K=1.0200

i= 3  x=0.3000  M=-2.0600  K=1.0400

i= 4  x=0.4000  M=-2.0800  K=1.0600

i= 5  x=0.5000  M=-2.1000  K=1.0800

i= 6  x=0.6000  M=-2.1200  K=1.1000

i= 7  x=0.7000  M=-2.1400  K=1.1200

i= 8  x=0.8000  M=-2.1600  K=1.1400

i= 9  x=0.9000  M= 0.0000  K=0.0000

i=10  x=1.0000  M=0.0000  K=0.0000

```

```

i= 0  c=-0.9016  d=0.0000  y=1.1180

i= 1  c=-0.8942  d=-0.0040  y=1.2297

i= 2  c=-0.8866  d=-0.0116  y=1.3639

```

i= 3 c=-0.8788 d=-0.0227 y=1.5213
i= 4 c=-0.8707 d=-0.0372 y=1.7043
i= 5 c=-0.8623 d=-0.0550 y=1.9168
i= 6 c=-0.8536 d=-0.0761 y=2.1643
i= 7 c=-0.8447 d=-0.1008 y=2.4548
i= 8 c=-0.8354 d=-0.1291 y=2.7996
i= 9 c=0.0000 d=0.0000 y=3.2137
i=10 c=0.0000 d=0.0000 y=3.7180

II BOB.

AMALIY MASALALAR VA NATIJALAR TAXLILI.

2.1. Elastiklik nazariyasining masalalari va ularni to'rtinchi tartibli xususiy hosilali differensial tenglamalar orqali ifodalangan chegaraviy masalalari.

Elastik asosda yotgan o'zgaruvchi qalinlikli balkani egilishi. Bunda asosiy tenglama quyidagicha bo'ladi:

$$\frac{d^2}{dx^2} \left[EI(x) \frac{d^2 W(x)}{dx^2} \right] + K(x)W(x) = f(x), \quad (2.1)$$

bu yerda E – elastiklik moduli, $I(x)$ - inertsia moduli, $K(x)$ – o'zgaruvchan koeffisient.

Agar balkani ikki tomoni mahkamlanmagan bo'lsa, u holda chegaraviy shart

$$u(a) = u''(a) = u(b) = u''(b) = 0$$

bilan mos tushadi. Yana, $p(x) = EI(x)$, $r(x) = q(x)$, $K(x) = \theta(x)$ ligidan (1.14) tenglamani yechimidan (1.16) tenglamani yechimini topamiz.

Agar balkani bir tomoni qattiq mahkamlangan va ikkinchi tomoni erkin bo'lsa (2.1) uchun chegaraviy shart quyidagicha bo'ladi:

$$\left. \begin{aligned} W(x) = \frac{dW(x)}{dx} = 0 & \quad x=a \\ \frac{d^2W(x)}{dx^2} = 0, \quad \frac{d^3W(x)}{dx^3} = 0 & \quad x=b \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

(1.23) da $\rho_1 = \rho_2 = 0$ deb hisoblab, (1.14) tenglamani yechib (2.2) chegaraviy shartni qanoatlantiruvchi (2.1) tenglamani yechimini keltirib chiqaramiz.

Koordinata o'qlariga nisbatan simmetrik bo'lgan yuk tahsiridagi o'zgaruvchan qalinlikli silindrik qobiqni egilishi.

Asosiy tenglama quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\frac{d}{dx^2} \left[D(x) \frac{d^3W(x)}{dx^2} \right] + \frac{Eh(x)}{\rho^2} W(x) = f(x). \quad (2.3)$$

Bu yerda $D = \frac{Eh^3(x)}{12(1-\nu^2)}$, $h(x)$ - qalinlik o'zgaruvchisi, ρ - silindrik qobiq radiusi, ν - Puasson koeffisienti.

(2.3) tenglama (2.1) bilan butunlay mos tushadi, shuning uchun mos chegaraviy shartlarni ham analogli tarzda olamiz.

O'zgaruvchan qattiqlikdagi to'g'ri burchakli plastinkaning egilishi.

Qattiqligi x – funksiyaga bog'liq bo'lgan plastinkaning egilishi masalasini qarab chiqamiz.

Bunday holatni aniqlaydigan xususiy hosilali differensial tenglama quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[D(x) \frac{\partial^2 W(x, y)}{\partial x^2} \right] + D(x) \left[\frac{\partial^2}{\partial y^2} \nabla^2 W(x, y) + \frac{\partial^4 W(x, y)}{\partial x^2 \partial y^2} \right] +$$

(2.4)

$$+ 2 \frac{dD(x)}{dx} \frac{\partial^3 W(x, y)}{\partial x \partial y^2} + \frac{d^2 D(x)}{dx^2} \frac{\partial^2 W(x, y)}{\partial x^2} = g(x, y)$$

Plastinka uchun chegaraviy shartlar:

a) qattiq maxkamlangan

$$\left. \begin{array}{l} x = a, x = 0 \\ y = b, y = 0 \end{array} \right\} \quad \text{bo'lganda} \quad \begin{array}{l} W = \frac{\partial W}{\partial x} = 0 \\ W = \frac{\partial W}{\partial y} = 0 \end{array}$$

b) ikki tomoni mahkamlangan

$$\left. \begin{array}{l} x = 0, x = a \\ y = 0, y = b \end{array} \right\} \quad \text{bo'lganda} \quad \begin{array}{l} W = 0, M_x = -D \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right) = 0 \\ W = 0, M_y = -D \left(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right) = 0 \end{array}$$

a

v) erkin

$$\left. \begin{array}{l} x = 0, x = a \\ y = 0, y = b \end{array} \right\} \quad \text{bo'lganda} \quad \begin{array}{l} M_x = 0, \theta_x = \frac{\partial M_x}{\partial x} = 0 \\ M_y = 0, \theta_y = \frac{\partial M_y}{\partial y} = 0 \end{array}$$

(2.4) tenglamaning yechimini

$$W(x, y) = u(x)\varphi(y) \quad (2.5)$$

ko'rinishda qidiramiz. Bu yerda $\varphi(y)$ - $y = 0$, $y = b$ chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi, aniq koordinatali funksiya.

(2.5) yechimni (2.4) ga qo'yib va Kontorovich-Vlasov usulini qo'llab quyidagi ko'rinishdagi tenglamani hosil qilamiz:

$$\frac{d^2}{dx^2} \left[p(x) \frac{d^2}{dx^2} \right] + r(x) \frac{d^2 W}{dx^2} + q(x) \frac{dW}{dx} + \theta(x)W = f(x), \quad (2.6)$$

bu erda:

$$p(x) = D(x) \int_0^b \varphi^2 dy,$$

$$r(x) = 2D(x) \int_0^b \varphi_{yy} \varphi dy + \frac{d^2 D(x)}{dx^2} \int_0^b \varphi_y^2 dy;$$

$$q(x) = 2 \frac{dD(x)}{dx} \int_0^b \varphi_{yy} \varphi dy,$$

$$\theta(x) = D(x) \int_0^b \varphi_{yyyy} \varphi dy,$$

$$f(x) = \int_0^b g \varphi dy$$

(1.23) chegaraviy shartdan ρ_1 va ρ_2

$$\rho_1 = \rho_2 = \frac{\int_0^b \varphi_{yy} \varphi dy}{\int_0^b \varphi^2 dy}$$

formula orqali ifodalanadi.

Shunday qilib, (2.1), (2.3) va (2.6) larni mos chegaraviy shartlar bilan taklif qilingan usullar orqali yechish mumkin.

2.2. Kantorovich – Vlasov usuli

Bizga quyidagi to'rtinchi tartibli xususiy hosilali differensial tenglama (bigarmonik tenglama) berilgan bo'lsin:

$$\Delta\Delta u = \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} = f(x, y) \quad (2.7)$$

Bu tenglamani plastinka uchun quyidagi chegaraviy shartlarda qaraymiz:

a) qattiq mahkamlangan

$$\left. \begin{array}{l} x = a, x = 0 \\ y = b, y = 0 \end{array} \right\} \quad \text{bo'lganda} \quad \begin{array}{l} u = \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \\ u = \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \end{array}$$

b) ikki tomoni mahkamlanmagan

$$\left. \begin{array}{l} x = 0, x = a \\ y = 0, y = b \end{array} \right\} \quad \text{bo'lganda} \quad \begin{array}{l} u = 0, M_x = -D\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) = 0 \\ u = 0, M_y = -D\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right) = 0 \end{array}$$

v) erkin

$$\left. \begin{array}{l} x=0, x=a \\ y=0, y=b \end{array} \right\} \text{ bo'lganda} \quad \begin{array}{l} M_x=0, \theta_x = \frac{\partial M_x}{\partial x} = 0 \\ M_y=0, \theta_y = \frac{\partial M_y}{\partial y} = 0 \end{array}$$

Biz yuqoridagi (2.7) tenglamani a), b) yoki v) chegaraviy shartlarda taqribiy yechuvchi avtomatlashtirilgan dasturiy vositasini yaratamiz. Buning uchun avvalo to'rtinchi tartibli xususiy hosilali (2.7) tenglamani Kantorovich – Vlasov usuli yordamida oddiy differensial tenglamaga keltiramiz, so'ngra keltirilgan oddiy differensial tenglamani differensial haydash usli yordamida taqribiy yechish va natijalarini tahlil qilish algoritmini quramiz.

Bir qator elastiklik masalalari (plastinkaning egilishi) bigarmonik ($\Delta\Delta u = 0$) tenglamalar ko'rinishidagi har xil chegaraviy masalalarni hal qilishga olib keladi.

$$\Delta\Delta u = \frac{\partial^4 u}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} = f(x, y). \quad (2.8)$$

Bu masala bilan integralning minimumini topish masalasi o'zaro bog'liq

$$U = \iint_D [(\Delta u)^2 - 2(1-\nu) \left(\frac{\partial^4 u \partial^2 u}{\partial x^2 \partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \right)^2 \right) - 2fu] dx dy - \\ - 2 \int_{\tilde{A}} p(s) u ds + 2 \int_{\tilde{A}} m(s) \frac{\partial u}{\partial n} ds \quad (2.9)$$

Kerakli shartni olish uchun biz u ni o'rniga $u + \alpha \eta$ almashtirib va α ($\alpha=0$)

bo'yicha hosilani nolga tenglab quyidagi ifodaga ega bo'lamiz

$$\begin{aligned}
& \iint_D [2\Delta u \Delta \eta - 2(1-\nu) \left(\frac{\partial^4 u \partial^2 \eta}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^2 u \partial^2 \eta}{\partial y^2 \partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial y} \right) - 2f\eta] dx dy - \\
& - 2 \int_{\Gamma} p(s) \eta ds + 2 \int_{\Gamma} m(s) \frac{\partial \eta}{\partial n} ds = 0.
\end{aligned} \tag{2.10}$$

Ikkilik integralning ostidagi ifodani Grin formulasi yordamida qayta ishlab quyidagi ifodani hosil qilamiz

$$\begin{aligned}
& \iint_D \Delta u \Delta \eta dx dy = \iint_D \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\Delta u \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Delta u \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) \right] dx dy - \\
& - \iint_D \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\eta \frac{\partial \eta}{\partial x} \Delta u \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\eta \frac{\partial \eta}{\partial y} \Delta u \right) \right] dx dy + \\
& + \iint_D \eta \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} \Delta u + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \Delta u \right) dx dy = \\
& = \iint_D (\Delta \Delta u) \eta dx dy + \int_{\tilde{A}} \Delta u \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} dy - \frac{\partial \eta}{\partial y} dx \right) - \\
& - \int_{\tilde{A}} \eta \left(\frac{\partial (\Delta u)}{\partial x} dy - \frac{\partial (\Delta u)}{\partial y} dx \right) - \\
& \iint_D \Delta \Delta u \eta dx dy + \int_{\tilde{A}} \Delta u \frac{\partial \eta}{\partial x} ds - \int_{\tilde{A}} \frac{\partial}{\partial x} \Delta u \eta ds.
\end{aligned}$$

Integralning ikkinchi qismiga analogli o'zgartirish kiritib va o'zgartirish natijasini (2.10) ga qo'yib uni

$$\begin{aligned}
& \iint_D (\Delta \Delta u - f) \eta dx dy + \int_{\tilde{A}} [M(u) + m(s)] \frac{\partial \eta}{\partial n} ds - \\
& - \int_{\tilde{A}} (P(u) + p) \eta ds = 0
\end{aligned} \tag{2.11}$$

ko'rinishga olib kelamiz. Qisqaroq bo'lishi uchun biz quyidagi belgilashlarni kiritdik:

$$\left. \begin{aligned} M(u) &= \nu \Delta u + (1-\nu) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} x_n^2 + 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} x_n y_n + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} y_n^2 \right), \\ P(u) &= \frac{\partial}{\partial n} \Delta u + (1-\nu) \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} x_n x_s + \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} (x_n y_s + x_s y_n) + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} y_n y_s \right), \end{aligned} \right\}$$

Bu herda x_n , y_n , va x_s , y_s normal va urinmaga yo'nalgan kosinuslarni bildiradi. η funktsiya ichkarida erkli bo'lgani barobarida, (2.11) dagi ikkilik integralga e'tibor berib xulosa qilish mumkinki u funktsiya uchun (2.8) ni bajarish kerak. Keyin η va $\frac{\partial \eta}{\partial n}$ konturda erklidir hamda u uchun quyidagi ayni masala uchun tabiiy shart bo'lgan chegaraviy shartlar bajarilishi kerak:

$$M(u) + m = 0; \quad P(u) + p = 0 \quad G \text{ uchun.} \quad (2.12)$$

Qayd etib o'tish lozimki, dastavval, maxkamlangan plastinkaga mos chegaraviy shart biroz soddaroq ko'rinishda ifodalanadi:

$$u = 0; \quad \frac{\partial u}{\partial n} = 0 \quad \Gamma \text{ ga.} \quad (2.13)$$

Bunday hollarda η shu shartlarni qanoatlantiradigan tarzda olinishi kerak, bunda (2.11) dagi egri chiziqli integral yo'qolib ketadi va faqatgina ikkilik integral qoladi hamda yana baribir u uchun (2.8) tenglama bajarilishi lozim. Funksional bo'lgan (2.9) ning o'zi minimallashtirishga layoqatli bo'lib bunday hollar uchun juda ham soddalashgan bo'lishi mumkin. Birinchi navbatda, egri chiziqli integrallar yo'qoladi, ikkinchi, ν tenglamada tasvirlanmadi va faqatgina o'rniga (2.13) shartni ishlatayotgan (2.12) chegaraviy shartdagina tasvirlanadi, shuning uchun, ν ga xoxlagan qiymatimizni berishimiz mumkin. $\nu=1$ qiymat berib (2.8)

tenglamani (2.13) shartda yechish masalasi integralning minimumi xaqidagi masalasiga teng bo'ladi:

$$I = \iint_D [(\Delta u)^2 - 2fu] dx dy.$$

$\nu=0$ qiymatni qabul qilsak ham bo'ladi u holda biz

$$\iint_D \left[\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \right)^2 - 2fu \right] dx dy$$

ga ega bo'lamiz.

E'tirof etish kerakki konturning qaysidir qismi to'g'ri chiziq bo'lsa (2.12)

keskin soddalashadi va quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + m = 0; \quad \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} + (2 - \nu) \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y^2} + p = 0.$$

2.3. Chegaraviy masalalar va ularni differensial haydash usuli bilan yechish algoritmi.

Quyidagi differensial tenglamani qaraymiz:

$$[p(x)u''(x)]'' + r(x)u''(x) + q(x)u'(x) + \theta(x)u(x) = f(x), \quad (2.14)$$

Bu yerda, $p(x)$, $r(x)$, $q(x)$, $\theta(x)$, $f(x)$ har xil chegaraviy shartlarda aniqlangan funksiyalar.

(2.14) tenglama uchun chegaraviy shart quyidagicha

$$u(a) = u''(a) = u(b) = u''(b) = 0, \quad (2.15)$$

Quyidagi belgilashni kiratamiz:

$$u = u_1, \quad pu'' = u_2. \quad (2.16)$$

(2.14) tenglamani quyidagicha yozamiz:

$$W''(x) = A(x)W'(x) + B(x)W(x) + F(x), \quad (2.17)$$

bu yerda

$$W(x) = \begin{pmatrix} u_1(x) \\ u_2(x) \end{pmatrix}, \quad A(x) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -q(x) & 0 \end{pmatrix},$$

$$B(x) = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{p(x)} \\ -\theta(x) & -\frac{r(x)}{p(x)} \end{pmatrix}, \quad F(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ f(x) \end{pmatrix};$$

$$W(a)=0, \quad W(b)=0.$$

(2.17) tenglamani yechimini quyidagicha izlaymiz:

$$W(x) = \alpha(x)W'(x) + \beta(x) \quad (2.18)$$

boshlang'ich shart

$$W(a)=0 \quad (2.19)$$

bu yerda $\alpha(x)$ – ikki o'lchovli matritsa, $\beta(x)$ - ikki o'lchovli vektor.

$\alpha(x)$ va $\beta(x)$ ni topish uchun quyidagi tenglamaga ega bo'lamiz:

$$\left. \begin{aligned} \alpha'(x) &= E - \alpha(x)A(x) - \alpha(x)B(x)\alpha(x) \\ \beta'(x) &= -\alpha(x)B(x)\beta(x) - \alpha(x)F(x) \end{aligned} \right\} \quad (2.20)$$

boshlangich shart

$$\alpha(b)=0=\beta(b)=0. \quad (2.21)$$

Shunday yo'l bilan (2.14)-(2.15) tenglama (2.18)-(2.19), (2.20)-(2.21)

ko'rinishidagi Koshi masalasiga keltirildi.

(2.14) tenglamada

$$p(x)=1, r(x)=q(x)=\theta(x)=0, f(x)=1$$

bo'lsin.

Bundan quyidagiga ega bo'lamiz:

$$U^{IV}(x)=1.$$

Chegaraviy shart

$$U(0)=U''(0)=U(1)=U''(1)=0.$$

Tenglamaning aniq yechimi quyidagicha:

$$U(x)=\frac{1}{24}(x^4-2x^3+x).$$

Masala hozirda va keyingi misollarda $[0:1]$ oraliqda ko'riladi. Quyida (2.1-jadvalda) keltirilgan natijalar Delphi dasturlash tilida yaratilgan dastur orqali olingan.

Quyidagi 2.1-jadvalda $U(x)$, $U'(x)$, $U''(x)$ va $U'''(x)$ larni $x=0,25$, $x=0,50$ va $x=0,75$ nuqtalarda aniq va taqribiy yechimlari berilgan.

2.1-jadval

	^x Qiymatlar	$U(x)$	$U'(x)$	$U''(x)$	$U'''(x)$
0,25	Aniq	0,00927734	0,02864583	-0,09375000	-0,25000000
	Taqribiy	0,00927736	0,02864581	-0,09375002	-0,24999997
0,50	Aniq	0,01302083	0,00000000	-0,12500000	0,00000000
	Taqribiy	0,01302086	0,00000006	-0,12500004	0,00000008

	Aniq	0,00927734	-0,02864583	-0,09375000	0,25000000
0,75	Taqribiy	0,00927737	-0,02864596	-0,09375006	0,25000025

(2.14) tenglamani

$$\begin{aligned} U(a) = U'(a) &= 0 \\ U(b) = U''(b) &= 0 \end{aligned} \quad (2.22)$$

chegaraviy shartlarda yechamiz.

(2.14) tenglamani yenchimini (2.18) ko'rinishida izlaymiz

$$W(x) = \alpha(x)W'(x) + \beta(x),$$

bu yerda $\alpha(x)$ va $\beta(x)$, $\alpha'(b)=\beta(b)=0$ boshlang'ich shartlar bilan (2.20) tenglamalar sistemasidan (2.21) boshlang'ich shart bilan aniqlanadi.

(2.22) chegaraviy shartni qanoatlantirish uchun, (2.18) matritsali tenglamani quyidagi boshlang'ich shartlarda yechish lozim:

$$W(a) = \begin{pmatrix} U_1(a) \\ U_2(a) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \beta_2(a) - \frac{\alpha_{22}(a)\beta_1(a)}{\alpha_{12}(a)} \end{pmatrix}.$$

Bu yerda $\alpha_{12}(x), \alpha_{22}(x), \beta_1(x), \beta_2(x) - \alpha(x)$ matritsa va $\beta(x)$ vektor elementlari $\alpha_{12}(a), \alpha_{22}(a), \beta_1(a), \beta_2(a)$ - (2.20) tenglamaning $x=a$ nuqtadagi yechimi qiymatlari.

Shunday qilib, (2.14), (2.22) chegaraviy masala (2.20) - (2.21) va (2.18) Koshi masalasiga keltirildi.

$$[(1+x)U''(x)]'' + U(x) = x^2(1-x)^3 + 12(3+8x-20x^2)$$

tenglamani

$$U(0) = U'(0) = 0 \quad U(1) = U''(1) = 0$$

chegaraviy shartlarda olamiz

Berilgan masalaning aniq yechimi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$U(x) = x^2(1-x)^3.$$

2.2-jadvalda $U(x)$, $U'(x)$, $U''(x)$ va $U'''(x)$ larning $x=0$, $x=0,25$, $x=0,50$ va $x=0,75$ nuqtalardagi aniq va taqribiy qiymatlari keltirilgan.

2.2-jadval

	Qiymatlar	$U(x)$	$U'(x)$	$U''(x)$	$U'''(x)$
0,00	Aniq	0,00000000	0,00000000	2,00000000	-18,00000000
	Taqribiy	0,00000000	0,00000000	2,00000678	-18,0000923
0,25	Aniq	0,02636719	0,10546875	0,56250000	-3,75000000
	Taqribiy	0,02636795	0,10546773	0,56250004	-3,74999975
0,50	Aniq	0,03125000	-0,06250000	-0,50000000	3,00000000
	Taqribiy	0,03125103	-0,06250123	-0,50000159	3,00000437
0,75	Aniq	0,00878906	-0,08203125	-0,31250000	2,25000000
	Taqribiy	0,00878967	-0,08203352	-0,31240770	2,25001052

Endi (2.14) tenglama uchun chegaraviy shart quyidagicha bo'lsin:

$$\left. \begin{aligned} U(a) = 0, \quad U(b) = 0 \\ U''(b) + \rho_1 U(b) = 0, \quad U'''(b) + \rho_2 U'(b) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.23)$$

U holda differensial haydash usuliga asosan quyidagiga ega bo'lamiz:

$$p(x)U''(x) = \alpha(x)U'(x) + \beta(x)U(x) + \gamma(x) \quad (2.24)$$

bu yerda $\alpha(x), \beta(x), \gamma(x)$ - hozircha noma'lum funksiya.

(2.23) ning uchinchi sharti va (2.24) ifodadan quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\left. \begin{aligned} \alpha(b) &= \gamma(b) = 0 \\ \beta(b) &= -\rho_1 p(b) \end{aligned} \right\} \quad (2.25)$$

(2.24) ifodani differensiallab, quyidagini olamiz:

$$U''' = \left(\frac{\alpha}{p} \right)' U' + \frac{\alpha}{p} U'' + \left(\frac{\beta}{p} \right)' U + \frac{\beta}{p} U' + \left(\frac{\gamma}{p} \right)' \quad (2.26)$$

(2.23) ning oxirgi chegaraviy shartni qanoatlantirish uchun (2.26) munosabatdan quyidagi sistemani olamiz:

$$\left. \begin{aligned} \alpha'(b) &= (\rho_1 - \rho_2) p(b) \\ \beta'(b) &= -\rho_1 p'(b), \quad \gamma'(b) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.27)$$

$\alpha(x), \beta(x), \gamma(x)$ ni aniqlash uchun (2.24) va (2.26) ni (2.14) ga qo'yish orqali, ikkinchi tartibli oddiy differentsial tenglamalar sistemasini hosil qilamiz:

$$\left. \begin{aligned} \alpha'' &= -\frac{\alpha}{p} \left(\alpha' + 2\beta + r + \frac{\alpha^2}{p} \right) - q - 2\beta' - \left(\frac{\alpha^2}{p} \right)' \\ \beta'' &= -\frac{\beta}{p} \left(\alpha' + \beta + r + \frac{\alpha^2}{p} \right) - \theta - \left(\frac{\alpha\beta}{p} \right)' \\ \gamma'' &= -\frac{\gamma}{p} \left(\alpha' + \beta + r + \frac{\alpha^2}{p} \right) + f - \left(\frac{\alpha\gamma}{p} \right)' \end{aligned} \right\} \quad (2.28)$$

Ikkinchi tartibli oddiy differensial tenglamalar sistemasi (2.28) va shunga o'xshash barcha tenglamalar sistemasini yangi qidirilayotgan o'zgaruvchilarni tanlash yo'li bilan ularni birinchi tartibli oddiy differensial tenglamalar sistemasi ko'rinishiga keltirish mumkin.

$$[(1+x)U''(x)]'' + U''(x) - 12U(x) = 2\{25 + 6x[7 - x^2(2+x)]\}$$

tenglamani

$$U(0) = 0, \quad U'(0) = 0 ;$$

$$U''(1) - 6,5U(1) = 0, \quad U'''(1) - 3 \cdot U'(1) = 0$$

chegaraviy shartlarda yechamiz.

Masalaning aniq yechimi quyidagi ko'rinishda

$$U(x) = [x(1+x)]^2.$$

Qo'yilgan masalani yechish uchun dastavval ikkinchi tartibli oddiy differensial tenglama (2.28) ni (2.25) va (2.27) chegaraviy shartlarda, keyin esa (2.24) ni

$$U(0) = 0, \quad U'(0) = 0$$

boshlang'ich shartlarda yechamiz.

2.3-jadvalda $U(x)$, $U'(x)$, $U''(x)$ va $U'''(x)$ larning $x=0$, $x=0,25$, $x=0,50$ va $x=0,75$ nuqtalarda aniq va taqribiy qiymatlari keltirilgan.

2.3-jadval

x	Qiymatlar	$U(x)$	$U'(x)$	$U''(x)$	$U'''(x)$
0,00	Aniq	0,00000000	0,00000000	2,00000000	12,00000000
	Taqribiy	0,00000000	0,00000000	2,00000007	12,00000034
0,25	Aniq	0,09769625	0,93750000	5,75000000	18,00000000
	Taqribiy	0,09769646	0,93750097	5,75999648	18,00002591
0,50	Aniq	0,56250000	3,00000000	11,00000000	24,00000000
	Taqribiy	0,56249995	2,99999607	10,99999816	23,99995068
0,75	Aniq	0,72265625	6,56250000	17,75000000	30,00000000
	Taqribiy	0,72265437	6,56248926	17,74998002	29,99993300

2.4. Usullar algoritmi bo'yicha zamonaviy dasturlash tillari yordamida yaratish arxitekturasini yaratish va texnologiyasini ishlab chiqish.

Endi yuqorida ko'rib chiqilgan algoritmlar bo'yicha dasturiy ta'minot yaratishni zamonaviy dasturlash tillaridan birida amalga oshirishni ko'rib chiqamiz.

Ko'pincha dasturlash tilini hisoblash sistemasi yoki dasturchi foydalanuvchiga asosan tanlangan bo'ladi.

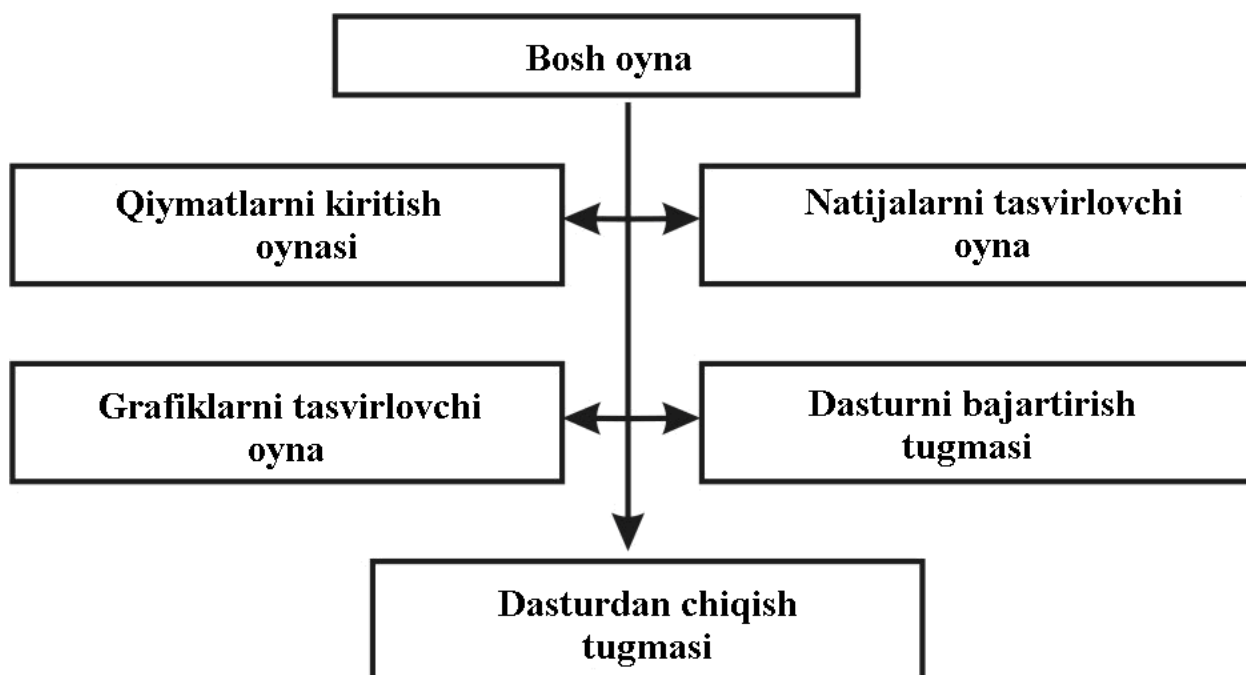
Agar dasturchi tanlashga ega bo'lib qolsa u albatda vazifaga mos eng yuqori dasturlash tilini tanlashi kerak. Agar tanlangan dasturlash tili berilgan vazifaga mos kelmasa dasturlashda va sozlashda muammolar kelib chikishi mumkin. Tanlangan til loyixalashga ham ancha tahsir ko'rsatadi.

Dastur shunday tuzilishi kerakki, uni birinchi qatorda mashina yoki EHM emas balki inson o'qib tushunsin. Chunki dastur insonlarga dasturlarni tuzishda, shakllantirishda va ularni qo'llashda kerak bo'ladi.

Demak, dasturlash tillari bizga o'qishda qulay bo'lgan dasturni yaratishni tahminlab berishi kerak. Dastur iloji boricha algoritimni tuzilishini va mantiqni bizga tushunarliroq qilib etkazib berishi kerak.

Biz yaratgan algoritmlarimizga mos dasturni yaratishni xozirgi zamonaviy dasturlash tillaridan biri bo'lmish Delphi dasturlash tili misolida ko'rib chiqamiz.

Har qanday dastur uchun avvalo boshlang'ich strukturani qurib olish lozim bo'ladi. Biz ham yaratiladigan dasturimizning umumiy sxemasini quyidagicha keltirib o'taymiz:



2.1 – rasm.

Yuqoridagi strukturaga asosan biz Delphi dasturini ishga tushirganimizdan avtomatik tarzda hosil bo'lgan yangi formani asosiy oyna sifatida foydalanamiz. Formaning xususiyatlarini Proerties (xususiyatlar) oynasida o'zgartiramiz. Ya'ni formaning enini 700, bo'yini 395 piksel va rangini och ko'k ko'rinishida tanlaymiz.

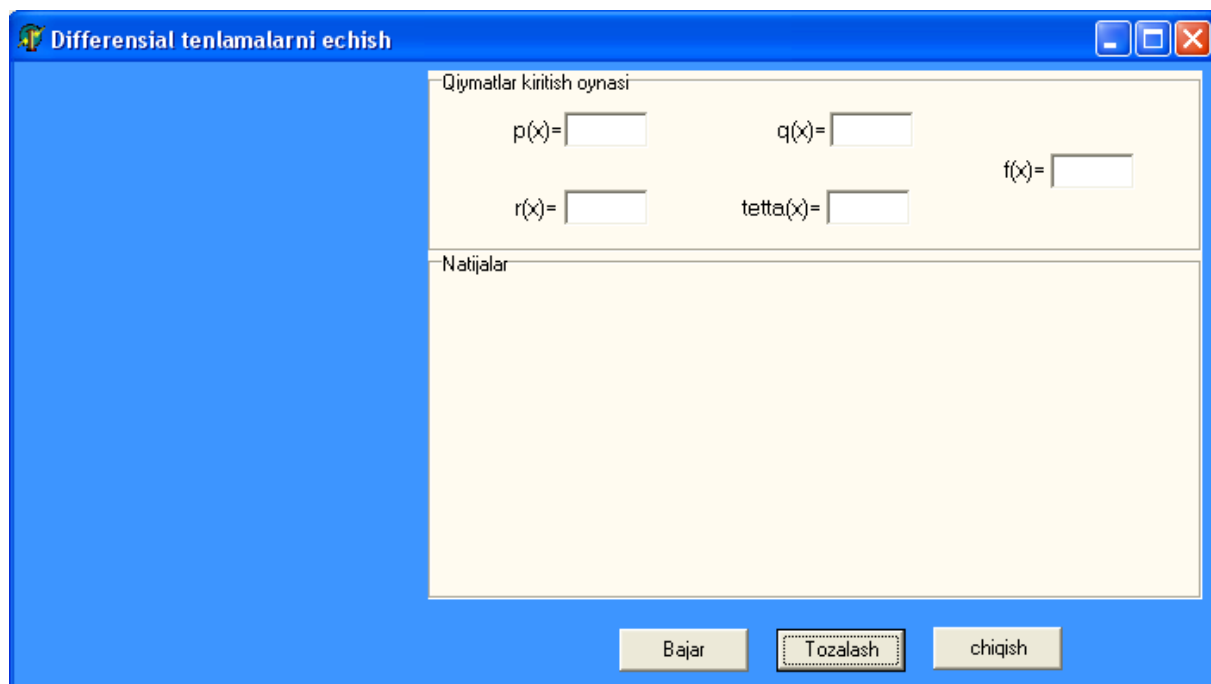
Qiymatlar kiritish oynasi sifatida komponentlar palitrasining Standart bo'limidan GrouBox komponentini formaga o'zimizga qulay tarzda joylashtiramiz. GrouBox ning Cation xususiyatini «Qiymatlar kiritish oynasi», Color xususiyatini esa clCream tarzida o'zgartiramiz. Shundan so'ng uning ustiga 5 ta Edit va 5 ta Label komponentlarini ma'lum tartib asosida joylashtirib chiqamiz. Edit komponenti bizga yuqoridagi algoritmgga asosan $p(x)$, $q(x)$, $r(x)$, $\theta(x)$ va $f(x)$ larning qiymatlarini kiritish uchun kerak bo'lsa, Label komponenti manashu Edit larni izohlash uchun lozimdir.

Natijalar oynasi uchun ham yuqoridagi abzatsda qilingan ishlarni takrorlaymiz va faqat Edit va Label lar o'rniga 3 ta Label komponentini tartib asosida joylashtiramiz. Bu Label lar bizga natijalarni ekranda tasvirlash maqsadida kerak bo'ladi ya'ni, bittasi x ning tugun nuqtalarini tasvirlash uchun, bittasi aniq yechimni tasvirlash uchun va bittasi taqribiy yechimni tasvirlash uchun.

Dasturni bajartirish, eski natijalarni tozalash va dasturdan chiqish uchun komponentlar palitrasining Standart bo'limidagi Button komponentidan foydalanamiz. Button komponenti tugma ko'rinishida bo'lib uni qiymatlar va natijalar oynasining ostiga joylashtiramiz. Tugmalarni Cation xususiyatini birini «Bajar», ikkinchisini «Tozalash» va uchinchisini «Chiqish» deb o'zgartiramiz. Uchchala tugmamizni dastur bajarilganda ularning ustiga sichqonchani keltirib bosganimizda amalga oshiradigan ishini yuqoridagi algoritmlarga asosan kodlar ko'rinishida kodlar oynasida yozib chiqamiz.

Grafiklarni tasvirlash oynasi sifatida esa formaning o'zidan foydalanamiz. Buning uchun esa ma'lum bir kodlarni yozishimizga to'g'ri keladi. Yozilgan barcha kodlar esa ilovada keltirilgan.

Va nihoyat, ishchi dasturimizning ishchi oynasi quyidagicha ko'rinishda bo'ladi:



2.2-rasm

Dasturiy ta'minotni yaratib bo'lgach undan boshqa foydalanuvchilar ham foydalanishini hisobga olgan holda dasturiy ta'minotdan foydalanish bo'yicha ba'zi tavsiyalarni berib o'tish lozimdir.

Yana shuni aytib o'tish kerakki bu dasturdan to'rtinchi tartibli, xususiy hosilali differensial tenglamalarni yechishda muammoga yo'liqqan foydalanuvchi foydalanish mumkin. Buning uchun u faqat qanday qiymatlarni kiritishni va chiqqan natijani taxlil qilishni bilishi kerak.

Beriladigan tavsiyalar quyidagilardan iborat:

- Ishni ForDE.exe faylini ishga tushirish bilan boshlanadi (2.3-rasm);

Differensial tenlamalarni echish

Qiymatlar kiritish oynasi

$p(x)=$ $q(x)=$ $f(x)=$

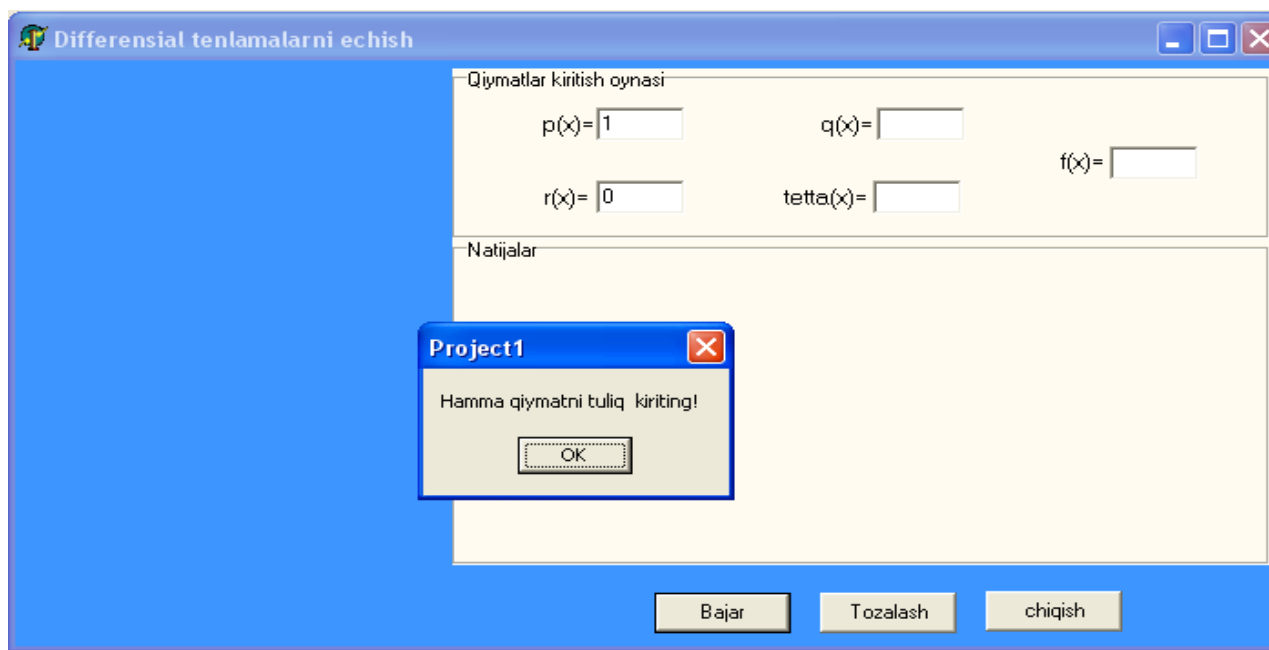
$r(x)=$ $tetta(x)=$

Natijalar

Bajar Tozalash chiqish

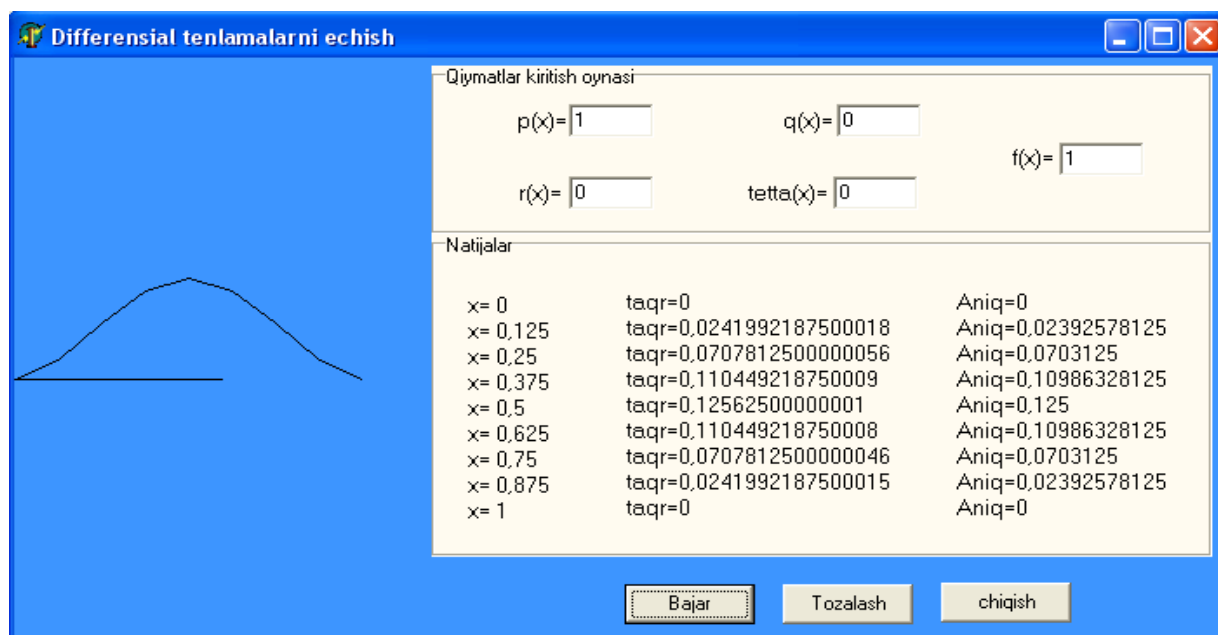
2.3-rasm

- Kerakli natijalarni olish uchun avvalo xosil bo'lgan dasturiy ta'minotning asosiy oynasidagi «Qiymatlar kiritish oynasi» bo'limidagi $p(x)$, $q(x)$, $r(x)$, $\theta(x)$ va $f(x)$ larning qiymatlarini kiritish lozim. Aks holda dastur bajarilmay turaveradi va xar gal ekranga «Hamma qiymatlarni to'liq kiriting!» xabarchasi chiqaveradi (2.4-rasm).



2.4-rasm

- Qiymatlarni kiritib bo'lgandan so'ng asosiy oynaning ostidagi «Bajar» tugmasini bosiladi.
- Shundan so'ng, «Natijalar oynasi» bo'limida kiritilgan qiymatlarga asoslangan yechimlar paydo bo'ladi (2.5-rasm).



2.5-rasm

- Agar $p(x)$, $q(x)$, $r(x)$, $\theta(x)$ va $f(x)$ larning boshqa qiymatlari uchun yana natija olinishi kerak bo'lsa eski qiymatlarni tozalash uchun «Tozalash» tugmasi bosiladi. Shundan so'ng, yana qiymatlar kiritib ishni davom ettirish mumkin.

Dasturdan chiqish va ishni yakunlash uchun esa «Chiqish» tugmasi bosiladi.

XULOSA

Xulosa qilib shuni aytish mumkinki «Xususiy hosilali differentsial tenglamalarni Kantorovich – Vlasov usuli yordamida taqribiy echish» mavzusidagi ushbu bitiruv malakaviy ishni tayyorlash davomida quyidagilarni o'rgandim:

- oddiy va turli tartibli differentsial tenglamalar va ularni turli xil chegaraviy shartlarda yechish;
- xususiy hosilali differentsial tenglamalar va ularning klassifikatsiyasi;
- to'rtinchi tartibli xususiy hosilali differentsial tenglamalarni yechishning Kantorovich – Vlasov usuli;
- to'rtinchi tartibli xususiy hosilali differentsial tenglamalarni yechishning differentsial haydash usuli;
- elastiklik nazariyasining masalalari va ularni to'rtinchi tartibli xususiy hosilali differentsial tenglamalar orqali ifodalangan masalalari;
- usullar algoritmi bo'yicha zamonaviy dasturlash tillari yordamida dasturiy tahminot yaratishni;

Bundan tashqari bitiruv malakaviy ishni bajarish davomida ko'plab adabiyotlar, ilmiy-texnik jurnallar, Internet ma'lumotlaridan foydalanildi. Ushbu adabiyotdan foydalanib, birinchi, ikkinchi va yuqori tartibli differentsial tenglamalar va ularni yechish uchun algoritmlar usullari xaqida umumiy tushunchalar, materiallarning elastiklik va noelastiklik holatlarini ifoda etuvchi jarayonlarni ishlab chiqish va loyixalash nazariyasini ifodalovchi tenglamalar, differentsial tenglamalarning turli ko'rinishlari, to'r va to'r funksiyalari, yo'nalishi o'zgaruvchi usul va xaydash usullarining mohiyati va ularni masalalarga tadbiqlarini o'rganildi. Shu asosda qo'yilgan masalani yechish uchun Delphi ob'ekli dasturlash tilida dastur tuzib, kerakli natijalarni olindi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. I.A.Karimov. O'zbekiston mustaqillikka erishish ostonasida. –Toshkent: “O'zbekiston”, 2011. – 440 b.
2. I.A.Karimov. Yuksak ma'naviyat – yengilmas kuch. –Toshkent: “Ma'naviyat”, 2008. – 176 b.
3. Н.М.Мухитдинов. О некоторых вычислительных схемах решения смешанных краевых задач теории фильтрации во взаимосвязанных пластах. «Вопросы вычислительной и прикладной математики», вып.24, -Ташкент, 1974.
4. T.B.Badalov. Matematik modelashtirish va muhandislik masalalarini sonli yechish usullari. -Toshkent. Fan. 2000 y
5. В.М.Заверькин и др. "Численные методы" Москва "Просвещение" 1991г.
6. Г.Н.Воробьева, А.Н.Данилова "Практикум по вычислительной математике". Москва. "Высшая школа" 1990 г

Foydalanilgan WEB saytlar va elektron pochtalar

<http://www.mathcad.com>

<http://www.google.co.uz>

<http://www.ziyonet.uz>

[http:// www.xs.uz](http://www.xs.uz)

<http://www.bhv.kiev.ua>

<http://www.school.kiev.ua>

<http://www.mathcad.ru>

<http://www.cpress.ru>

<http://twt.mpei.ac.ru/ochkov>

<http://twt.mpei.ac.ru/orlov/watersteampro>

MUNDARIJA

KIRISH.....	4
--------------------	----------

I BOB. DASTLABKI VA YORDAMCHI MA'LUMOTLAR

1.1. Xususiy hosilali differensial tenglamalarni klassifikatsiyasi.....	10
1.2. Ikkinchi tartibli differensial tenglamalarni taqribiy yechish.....	15

II BOB. AMALIY MASALALAR VA NATIJALAR TAXLILI.

2.1. Elastiklik nazariyasining masalalari va ularni to'rtinchi tartibli xususiy hosilali differensial tenglamalar orqali ifodalangan chegaraviy masalalari.....	27
2.2. Kantorovich-Vlasov usuli.....	31
2.3. Chegaraviy masalalar va ularni differensial haydash usuli bilan yechish algoritmi.....	35
2.4. Usullar algoritmi bo'yicha zamonaviy dasturlash tillari yordamida yaratish arxitekturasini yaratish va texnologiyasini ishlab chiqish.....	42

XULOSA.....	49
--------------------	-----------

F'YDALANILGAN ADABIYOTLAR.....	50
---------------------------------------	-----------