Кириш

Кадрлар тайёрлаш миллий дастури, шубҳасиз, жаҳондаги иқтисодиёти ва саноати ривожланган давлатлар қаторига кириб боришимизнинг зарур шарти ва мустаҳкам пойдевори бўлиб хизмат қилади. Таъбир жоиз бўлса, у бир қудратли локомотив янлиғ иқтисодий ва технология муаммоларини ҳал этиш, юксак малакали кадрлар тайёрлаш, янги ишчи ўринларини яратиш, бир сўз билан айтганда, барча корхоналарни ривожланиш ва тараққиёт сари бошлашга қодирдир.

И.А.Каримов

Ўзбекистон Республикаси мустақилликка эришганидан сўнг, «Таълим тўғрисида»ги қонунни ва «Кадрлар тайёрлаш миллий дастури»ни хаётга тадбиқ этилиши билан таълим тизимини такомиллаштириш, фан ва техникани ривожлантириш учун кенг имкониятлар яратилди. Жумладан халқаро талабларга жавоб бера оладиган рақобатбардош мутахасислар тайёрлана бошланди. Бундай мутахасислар тайёрлашда хар бир фаннинг ўз ўрни бор бўлиб, хаёт муаммоларини хал қилишда фанлар ва фанлар орасидаги боғланишлар мухим ахамиятга эга. Хар бир фан математикадан фойдалангандагина мукаммалликка эришиши мумкин эканлигни этиборга олсак, хар бир хаёт масаласининг математик моделини тузиш ва бу моделнинг динамик хоссаларини ўрганиш мухим ахамиятга эга. Бундан ташқари хаёт харакатдан иборат эканлигини эътиборга олсак, ўрганилаётган масаланинг динамик хоссаларидан бири бўлган Турғунлик масаласини ўрганиш зарур эканлигини тушуниш қийин эмас.

Турғунлик сўзи лотинча «stable» сўзидан олинган бўлиб, «мустахкам ўрнатилган», «мустахкам турувчи» деган маънони англатади. Турғунлик назарияси биринчи бўлиб механикадаги қаралаётган система мувозанати холатини ўрганишда пайдо бўлган. 1644 йил Э.Торичелли умумий холда оғирлик кучи таъсири остида бўлган жисмлар системаси мувозанат холатининг турғунлиги критерисини яратди. 1788 йил эса Ж Лагранж ихтиёрий консерватив системалар мувозанат холати турғунлигининг етарли шартларини аниқловчи теоремани исботлади. 19-асрнинг ўрталарига келиб фан ва техникада Турғунликнинг умумий масаласи юзага келди, яъни системанинг фақат мувозанат холати эмас, балки харакат холатининг турғунлиги масаласи пайдо бўлди. 1868 йили К.Максвел, 1876-77 йиллари И.А.Вашнеградский ва бошқа олимлар ўз ишларида юқоридагига ўхшаш масалалрни хал этиш учун харакат турғунлигининг критерийсини аниқлаш кераклигини кўрсатишди. 19-асрнинг охирига келиб харакат турғунлигини умумий холда ўрганиш бошланди. 1877-1881 йилларида Э.ДЖ.Раусс бу сохада биринчи монографияни ёзди.1882 йил эса Н.Е.Жуковский докторлик диссертациясини шу мавзуда ёзди. Бу олимларнинг олган натижалари хозирги кунда хам ўз ахамиятини йўқотган эмас. 1892 йили А.М.Ляпунов «Харакат турғунлигининг умумий масалалари хақида» мавзусидаги докторлик диссертациясини ёқлаб, турғунлик назарияси сохасида янги давр очиб берди. Бунда унинг асосий хизматлари қуйидагилар бўлди:

1. Харакат турғунлигининг қатъий таърифи берилди.
2. Биринчи яқинлашиш бўйича турғунликни текшириш масаласини тўла ечими берилди.
3. Харакат турғунлигини текширишни икки усули берилди.

Харакат турғунлиги назарияси физика, химия, астраномия, биология ва бошқа сохаларда кенг қўлланишга эга бўлиб, техника учун ўта мухим ахамиятга эга.

Система холатини билдирувчи ўзгарувчиларни y_i лар билан белгилаймиз. Бу ўзгарувчилар координаталар, тезликлар, токлар, кучланишлар ва хоказолар ёки шу миқдорларнинг функциялари бўлиши мумкин. Фараз қилайлик ўзгарувчилар сони чекли бўлиб, қаралаётган системанинг харакати биринчи тартибли хосилаларга нисбатан ечилган дифференциал тенгламалар системаси билан ифодалансин

$$\dot{y}_i = Y(t, y_1, y_2, ...y_n)_i, \qquad i = \overline{1, n} \qquad (0.1)$$

бу ерда Y_i функциялар система ечимининг мавжудлик ва ягоналик шартларини қаноатлантиради. Турғунлиги текширилиши керак бўлган харакатни тойимаган харакат деб атаймиз. (1) системанинг хар бир хусусий ечимига битта харакат мос келади ва аксинча. Шунинг учун тойимаган харакатга (1) системанинг

$$t=t_0 \text{ да } y_i=f_i(t_0), \quad i=1,2,..\ n \qquad (0.2)$$

бошланғич шартни қаноатлантирувчи

$$y_i=f_i(t) \quad i=1,2,..\ n \qquad (0.3)$$

хусусий ечими мос келсин деб оламиз. y_i ўзгарувчиларга модули бўйича етарли кичик бўлган орттирмалар бериб, (2) бошланғич шартларни қуйидагича ўзгартирамиз

$$t=t_0 \text{ да } y_i=f_i(t_0)+\varepsilon_i\ , i=1,2,..\ n \qquad (0.4)$$

(0.1) системанинг (0.4) бошланғич шартларидаги ечимига мос харакатларни тойиган харакат деб айтамиз. (0.4) даги орттирмалар эса тойишлар дейилади. Аниқлик учун y_i ўзгарувчиларнинг тойиган харакатга мос келувчи қийматларини $y_i(t)$ билан, тойимаган харакатга мос келувчи қийматларини эса $f_i(t)$ билан белгилаб

$$x_i(t)= y_i(t)-f_i(t), \quad i= 1,2,..,n \qquad (0.5)$$

айирмаларни тузамиз. Бундай аниқланган ўзгарувчилар y_i ўзгарувчиларнинг оғишлари ёки вариациялари дейилади.

Агар барча оғишлар нолга тенг яъни

$$x_i(t)=0, \ i=1,2,..,n \qquad (0.6)$$

бўлса, тойиган харакат тойимаган харакат билан устма-уст тушади. Бунинг геометрик маъноси шуки, n-ўлчовли фазода y_i ўзгарувчилар M нуқтани аниқлайди. Тойиган харакатлар учун M нуқта қандайдир чизиқ чизади. Тойимаган харакатга эса қўзғалмас нуқта, координата боши мос келади. Демак тойиган харакатларни тойимаган харакатлардан оғиши $x_i(t)$, i=1,2,. . .. миқдорлар билан аниқланади. Агар $x_i(t)$ миқдорлар модули бўйича етарли кичик бўлса, у холда уларнинг квадратлари йиғиндиси

$$x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_n^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \qquad (0.7)$$

хам етарли кичик бўлиб, хеч бўлмаганда битта x_i миқдорнинг катталашиши билан (0.7) хам катталашади ва аксинча. Шунинг учун тойиган харакатни тойимаган харакатдан оғиш ўлчови сифатида (0.6) ни олиш мумкин. (0.7) эса M нуқтадан координата бошигача бўлган масофа квадратини ифодалайди. Тойиган харакат таърифидан, (0.4) ва (0.5) дан

$$t=t_0 \text{ да } x_i=x_{0i}v+\varepsilon_i \qquad (0.8)$$

ни хосил қиламиз. Демак оғишларнинг бошланғич қийматлари тойишларни ифодалайди.

Таъриф. Агар ихтиёрий $\varepsilon>0$ сон учун шундай $\delta>0$ сон топиш мумкин бўлсаки, унда

$$\sum_{i=1}^{n} x_{0i}^2 < \delta \qquad (0.9)$$

шартни қаноатлантирувчи барча x_{0i} тойишлар ва ихтиёрий $t>t_0$ лар учун

$$\sum_{i=1}^{n} x_i^2 < \varepsilon \qquad (0.10)$$

шарт бажарилса, тойимаган харакат турғун, акс холда турғунмас дейилади.

Агар тойимаган харакат турғун бўлиб, ихтиёрий тойиган харакатлар етарли кичик тойишларда тойимаган харакатга интилса, яъни

$$\lim_{t\to\infty} \sum_{i=1}^{n} x_i^2 = 0 \qquad (0.11)$$

шарт бажарилса, тойимаган харакат асимптотик турғун дейилади. Лекин бу шартнинг ўзи асимптотик турғунлик учун етарли эмас.

Баъзан турғунлик ихтиёрий тойишларда эмас балки қандайдир шартларга быйсунувчи тойишларда бўлиши мумкин. Бундай турғунлик шартли турғунлик деб аталади.

Тойиган харакат тенгламаларини аниқлаш учун (0.5) дан

$$y_i(t)=f_i(t)+x_i(t),\ i=1,..n.$$

ларни аниқлаб, (0.1) га олиб бориб қўямиз ва қуйидагиларни хосил қиламиз

$$\frac{df_i}{dt}+\frac{dx_i}{dt}=Y_i(f_1+x_1,....,f_n+x_n,t), \qquad i=\overline{1,n}$$

Бу тенгламаларнинг ўнг томонларини x_i ларнинг даражалари бўйича Тейлор қаторига ёйамиз.

$$\frac{df_i}{dt}+\frac{dx_i}{dt}=Y_i(f_1,....,f_n,t)+\left(\frac{dY_i}{dx_1}\right)_0 x_1+....+\left(\frac{dY_i}{dx_n}\right)_0 x_n+X_i^*,$$

бу ерда $X_i^*-x_i$ о\ишларнинг бирдан юқори бўлган даражаларига боғлиқ хадлари йиғиндиси.

Бундан, $f_i(t)$ функциялар (0.1) ни қаноатлантиришини эътиборга олиб, қуйидагини хосил қиламиз.

$$\frac{dx_i}{dt}=a_{i1}x_1+a_{i2}x_2+....+a_{in}x_n+X_i^*, \qquad i=\overline{1,n} \qquad (0.12)$$

бу ерда $a_{ij}=\left(\frac{dY_i}{dx_j}\right)_0$, $i,j=\overline{1,n}.$ (0.12) тойиган харакат тенгламаларининг ўнг томонидаги хадларини X_i билан белгилаб, автоном бўлмаган тойиган харакат тенгламалари учун

$$\frac{dx_i}{dt}=X_i(x_1,x_2,....,x_n,t) \qquad i=\overline{1,n} \qquad (0.13)$$

ни, автоном тойиган харакат тенгламалари учун эса

$$\frac{dx_i}{dt}=X_i(x_1,x_2,....,x_n) \qquad i=\overline{1,n} \qquad (0.14)$$

ни хосил қиламиз.

Қулайлик учун тойиган харакат тенгламалари содда қилиб система деб аталади.

Шунинг учун (0.13) автоном бўлмаган, (0.14) автоном системалар дейилади..

(0.13) ва (0.14) тенгламаларни вектор кўринишда мос равишда қуйидагича ёзиш мумкин.

$$\dot{x} = X(x,t) \qquad (0.13'), \quad \dot{x} = X(x) \qquad (0.14')$$

Тойиган харакат тенгламаларининг натижаларидан кўринадики, X_i–функциялар x=0 да нолга айланади

$$X_i(0,t)=0, \quad X(0)=0 \qquad (0.15)$$

Тойиган харакат тенгламаларининг ўнг томони М нуқта тезлиги проекцияларига тенг.

20 асрнинг ўрталарига келиб кўплаб дифференциал тенгламалар назарияси билан шуғулланувчи олимларнинг эътборини хосила олдида етарли кичик параметр қатнашган дифференциал тенгламалар ўзига торта бошлади. Бундей қизиқишни пайдо бўлишига асосий сабаб шуки, бу пайтга келиб автоматик регулирования, чизиқсиз тебранишлар назарияси, квант механгикаси, газ динамикаси кинетика ва бошқа шу каби сохалар тез ривожланиб,улардаги жараёнлар хосила олдида етарли кичик параметр қптнашган дифференциал тенгламалар ёрдамида моделлаштирилди.

Бундай дифференциал тенгламаларни ўрганишдаги асосий қийинчилик шундаки, агар етарли кичик, параметрининг қийматини нолга тенг деб олсак, тенгламанинг тартиби пасайиб, хосил бўлган тенглама берилган тенгламага қўйилган қўшимча шартларнинг барчасини хам қаноатлантиравермайди. Шунинг учун бундай типдаги тойишлар сингуляр-тойигандеган маънони англатади.

Юқори тартибли хосила олдида етарли кичик параметр қатнашган дифференциал тенгламалар назарияси унчалик кекса эмас. Биринчи бўлиб, А.Прендтль 1904 йили гидродинамикада чегаравий қатламлар назариясини ривожлантириб, сингуляр-тойиган масалаларни ўрганишга ўз эътиборини қаратди. Сингуляр-тойиган масалалар кейинчалик механика, физика, техникада пайдо бўлди. Масалан: 1920 йилларда Б.Ван-дер Поль томонидан радиотехника приборларидаги релакциацион тебранишларни ўрганиш натижасида

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \lambda(-1+x^2)\frac{dx}{dt} + x = 0 \qquad (0.16)$$

Ван-дер-Поль тенгламаси хосил бўлди. Бу ерда етарли кичик параметр

$$\lambda = \frac{f'(0)M - RC}{\sqrt{LC}} > 0$$

Бўлиб, f(0)-монотон ўсувчи силлиқ функция, лампанинг характеристикасини ифодалайди, L- индуктивлик, C- сиғим, R- қаршилик, $R < \frac{M}{C} f'(0)$.

Аммо бундай масалаларни хал қилишда ягона математик усул мавжуд бўлмай, уларнинг хар бири алохида алохида қараб чиқилар эди. Бундай назария 1948 1952 йилларда А.Н.Тохонов томонидан ишлаб чиқилди.

Хозирги кунга келиб, юқори тартибли хосила олдида етарли кичик параметр қатнашган тенгламаларга доир кўплаб ишлар қатор олимлар томонидан бажарилган. Масалан, А.Б. Васильева, В.Ф. Бутузов, И.С.Градсшейн, Л.Т.Груич, А.А.Мартынюк, Ю.А.Митрополскиой, Ю.А.Рябов, А.М. Самойленко, А.Н.Тихонов, В.И.Фодчук, Н.Г.Четаев ва бошқаларнинг ишлари.

Хар хил механик системалар динамик хоссаларини ўрганишдаги асосий масалалардан бири харакат турғунлиги масаласидир. Бу масала дифференциал тенгламалар системаси ечимининг турғунлиги масаласи билан устма-уст тушади. Харакат турғунлигини ўрганишнинг иккита усули 1892 йили А.М.Ляпунов томонидан яратилган бўлиб, унинг иккинчи усули, “Ляпуновнинг тўғри усули” деб аталувчи усули амалий масалаларда турғунлик масалаларини ечишда эффективдир. Аммо аниқ системалар учун Ляпунов функциясини қуриш алгоритимининг мавжуд эмаслиги, айниқса чексиз системаларга бу усулни қўллашни қийинлаштиради. Хосила олдида етарли кичик параметр қатнашган тенгламалар системасига Ляпунов усулларини қўллаш мумкин эмаслигига биринчи бўлиб Н.Г.Четаев эътибор берди.

А.И.Климушев ва Н.Н.Красовскийларнинг ишларида етарли кичик параметрни нолга тенг деб олганда хосил бўлган тенглама текис асимптотик турғунлиги ва қандайдир ёрдамчи система асимптотик турғунлиги асосида хосила олдида етарли кичик параметрларни сақловчи дифференциал тенгламалар системасининг текис асимптотик турғунлиги исботланади. Масала Ляпунов функцияси усули ёрдамида ечилади. Бу ишда исботланган теорема чизиқли холатда Б.С.Разумихин тоомнидан исботланган теоремани умумлаштиради. Аммо бу ишда етарли кичик параметр ўзгаришининг юқори чегарасининг қуйи бахоси кўрсатилмаган.

1962 йили В.М.Матросов С.А.Чаплигин ва Т.Важевский типидаги дифференциал тенгсизликларни қаноатлантирувчи бир нечта Ляпунов функцияларидан фойдаланишни таклиф этди. Бу усул Р.Бельман томонидан Ляпуновнинг вектор функцияси усули деб номланди. Шуни айтиб ўтиш керакки, Ляпунов вектор функцияси копоненталарига Ляпунов скаляр функциясига қўйилган талаблардан енгилроқ талаблар қўйилган бўлиб, мураккаб системалар учун Ляпунов функциясини қуришни енгиллаштиради.

Ляпунов вектор функцияси ёрдамида Л.Т. Груйич секин ва тез харакат дифференциал тенгламалар қисм системалари текис асимптотик турғунлигига асосан хосила олдида етарли кичик параметрни сақловчи дифференциал тенгламалар системаси нол ечимининг текис асимптотик турғунлиги, тўла маънодаги текис асимптотик турғунлиги хақидаги теоремаларни исботлади. Унинг ишларида етарли кичик параметр мумкин мумкин бўлган ўзгариши юқори чегарасининг қуйи бахоси кўрсатилган, мисол сифатида Лурье Постников системаси типидаги сингуляр-тойиган системаларнинг абсолют турғунлиги масаласи қараб чиқилган.

1979 йили А.А.Мартынюк томонидан Ляпунов матрица-функцияси тушунчаси киритилди. Бу тушунчани киритилиши, қаралаётган дифференциал тенгламалар системасидаги эркин қисм системалар орасидаги ўзаро боғланишларни алохида қараб чиқиш имконини беради. Маълумки, хар қандай йирик масштабли системалар бир нечта эркин қисм системалардан ташкил топган бўлади. Бу система учун Ляпунов функциясини тузиш учун хар бир қисм система учун Ляпунов функциясини тузиб, бу функцияларни матриканинг бош диоганалига жойлаштирамиз, матриканинг бош диоганалида ётмаган элементларни эса қисм системалар орасидаги боғланишларга қараб танлаймиз. Сўнгра хосил бўлган матрица-функцияни ўнг ва чап томонлан ўзганмас векторга кўпайтириб изланган Ляпунов скаляр функциясини тузамиз. Қаралаётган система мувозанат холати турғунлигининг етарли шартлари махсус матрицаларнинг ишораларини аниқлаш билан хосил қилинади.

Ушбу магистрлик дисертациясининг мақсади Ляпунов матрица–функцияси усули ёрдамида сингуляр тойиган системалар турғунлигини текширишдан иборат бўлиб, кириш, 3 та боб ва фойдаланилган адабиётлар рўйхатидан иборат.

Кириш қисмида турғунлик тарихи, турғунлик тушунчаси тойиган харакат тенгламалари ва диссертациянинг қисқача мазмуни баён қилинган.

I-боб ёрдамчи характерга эга бўлиб, унда динамик системалар турғунлигини текширишда эффектив бўлган Ляпуновнинг тўғри усули хақида сўз юритилади. Бу боб иккита параграфдан иборат бўлиб, биринчи параграфда Ляпуновнинг тўғри усули, иккинчи параграфда эса Ляпуновнинг матрица–функцияси усули мохияти ёритиб берилган. Хар бир параграфда мисоллар келтирилган.

II-бобда структурали тойишда сингуляр тойиган йирик масштабли системаларни турғунлигини матрица-функция асосида Ляпуновнинг тўғри усули ёрдамида текшириш масаласи ўрганилади. Бу ерда асосий ғоя “тез” ва “Секин” қисм системаларини матрица-функциянинг диоганалидаги элементларига мос келишидир. Матрица-функциянинг диоганалда бўлмаган элементлари қисм системалар орасидаги боғланишни англатади. $\mu_\iota \to 0$ да матрица-функция компоненталарига мос келувчи махсус структкрали система хосил бўлади. Йирик масштабли сингуляр-тойиган система турғунлиги (турғунмаслиги)нинг етарли шартлари аниқ ишорали махсус матрица кўринишида тасвирланади. Бу боб учта параграфдан иборат бўлиб, биринчи параграфда сингуляр-тойиган йирик масштабли система декомпозиция қилинади. Иккинчи парагарафда, сингуляр-тойиган системаниниг турғунлик шартлари келтириб чиқарилади. Учинчи парагрфда эса сингуляр-тойиган йирик масштабли ситеманинг турғунмаслик шартлари топилган.

III-боб иккита параграфдан иборат бўлиб, биринчи параграф умумий теоремаларни чизиқли тойиган системаларга тадбиғига бағишланган. Иккинчи парагрфда иккинчи бобдаги натижаларни Лурье типидаги сингуляр-тойиган йирик масштабли система структурали турғунлигини текширишга тадбиқи кўриб чиқилади. Параграф сўнгида Лурье типидаги учта қисм ўзаро боғлиқ сингуляр-тойиган системаларга ажратилган 12 чи тартибли системани сонли мисол тарзида кўриб чиқамиз.

I-боб

Динамик системалар турғунлигининг етарли шартларини хосил қилиш усуллари.

Динамик системалар турғунлигининг етарли шартларини хосил қилиш хаётнинг мухим масалаларидан биридир. Аммо айрим системалар учун бу масала мураккаб масалалар туркумига киради. Шунинг учун бу масалани хал қилишда, яъни Турғунликни текширишда бир қанча усуллар ишлаб чиқилган. Хар бир маслани турғунлигини текширишда бирор усул қулай, бошқа бир усул эса ноқулай бўлиши мумкин. Биз динамик системалар турғунлигининг етарли шартларини хосил қилиш учун умумийроқ бўлган Ляпуновнинг тўғри усули ва Ляпунов матрица–функцияси усулини қараб чиқамиз.

§ 1. Ляпуновнинг тўғри усули.

Ляпуновнинг тўғри усулини ўрганишни

$$\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \le M, \qquad M > 0, \qquad M = const \tag{1.1}$$

сохада аниқланган

$$V(x)=V(x_1,x_2,..,x_n)$$

хақиқий функцияни қарашдан бошлаймиз. Бу функция (1.1) сохада бир қийматли, узлуксиз ва x=0 да нолга айланади, яъни

$$V(0)=0 \tag{1.2}$$

Агар V функция (1.1) сохада нолдан бошқа фақат бир хил ишорали қийматларни қабул қилса, у холда у ўзгармас ишорали (мос равишда мусбат ёки манфий) дейилади. Агар ўзгармас ишорали функция фақат x=0 дагина нолга айланса, у холда бу функция аниқ ишорали (мос равишда мусбат аниқланган ёки манфий аниқланган) дейилади. Хам мусбат хам манфий қийматларни қабул қиладиган функциялар эса ўзгарувчи ишорали функциялар дейилади.

Харакат турғунлигини аниқлаш учун ишлатиладиган, бундай киритилган функциялар Ляпунов функциялари дейилади.

Агар қаралаётган хақиқий функция V(x,t) ошкор холатда t вақтга боғлиқ бўлса, у холда (1.1) соха ўрнига

$$t\ge 0,\ \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \le M, \quad M = const,\ t_0 = const, t_0 > 0, \quad M > 0 \tag{1.3}$$

соха қаралиб, (1.2) шарт

$$V(0,t)=0 \tag{1.4}$$

шарт билан алмаштирилади.

Агар (1.3) сохада аниқланган, узлуксиз ва (1.4) шартни қаноатлантирувчи V(x,t) функция етарли катта t_0 ва етарли кичик M>0 учун нолдан бошқа фақат бир хил ишорали қийматлар қабул қилса, бу функцияни ўзгармас ишорали деймиз.

Ошкор щолда t вақтга боғлиқ бўлган V(x,t) функция учун t вақтга боғлиқ бўлмаган w(x) мусбат аниқланган функция мавжуд бўлиб, етарли катта t_0 ва етарли кичик M учун (1.3) сохада

$$V(x,t)\ge w(x) \tag{1.5}$$

шарт бажарилса, бу функция мусбат аниқланган

$$-V(x,t)\ge w(x) \tag{1.6}$$

шарт бажарилса, манфий аниқланган дейилади.

Бу айтилганлардан кўринадики, x=0 нуқтада мусбат аниқланган функция минимумга, манфий аниқланган функция максимумга эга бўлади. Ўзгармас ишорали функциялар эса экстремумга эга былмайди.

Мисол 1.1.

$V=x_1^2+x_2^2$ функция x_1 ва x_2 ўзгарувчиларнинг ихтиёрий нолдан фарқли қийматларида мусбат бўлиб, фақат $x_1=x_2=0$ дагина нолга айланади. Бундан кыринадики, бу функция мусбат аниқланган.

$0x_1x_2V$ фазода бу функциянинг графиги $0x_1x_2$ текисликнинг бир томонида ётиб, бу текисликка фақат 0 нуқтадагина уринади.

Мисол 1.2.

$V=x_1^2-2x_1x_2+x_2^2=(x_1-x_2)^2$ манфий қийматларни қабул қилмайди, аммо координата бошидан ташқари $x_1=x_2$ тўғри чизиқда хам нолга айланади. Шунинг учун бу функция мусбат, лекин мусбат аниқланган эмас.

Бу холатда $V=(x_1-x_2)^2$ функциянинг $0x_1x_2V$ фазодаги графиги $0x_1x_2$ текисликнинг бир томонида ётади, аммо бу текисликка фақат координата бошида эмас, балки $x_1=x_2$ тўғри чизиқ бўйича уринади.

Энди ишораси аниқланган V функцияни Маклорен қаторига ёйамиз.

Ишораси аниқланган функция таърифидан V(0)=V(0,t)=0 бўлиб, координата бошида бу функция экстремумга эга бўлгани учун $\left(\frac{\partial V}{\partial x_i}\right)_0 = 0 \qquad i = 1,2,.....,n$ бўлиб ёйилма

$$V = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}\ \sum_{i=1}^{n} c_{ki}x_k x_i + ... \tag{1.7}$$

кўринишида бўлади, бу ерда

$$c_{ki} = \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x_k \partial x_i}\right)_0 \tag{1.8}$$

(1.7) дан кыринадики , V ишораси аниқланган функцияни $x_1,x_2,..,x_n$ ўзгарувчиларнинг даражалари бўйича қаторга ёйилмасида биринчи даражали хадлар қатнашмайди.

Фараз қилайлик

$$\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}\ \sum_{i=1}^{n} c_{ki}x_k x_i, \quad c_{ik} = c_{ki} \tag{1.9}$$

квадратик форма фақат $x_1=x_2=..=x_n=0$ дагина нолга айланиб, мусбат қийматларни қабул қилсин. У холда (1.7) дан кыринадики, V функция x_i ларнинг етарли кичик қийматларида юқори тартибли хадларга боғлиқ бўлмаган холда мусбат қийматларни қабул қилиб, $x_1=x_2=..=x_n=0$ дагина нолга айланади. Шунинг учун (1.9) квадратик форма мусбат аниқланган бўлса V функция хам мусбат аниқланган бўлади.

Агар (1.3) шартларда $|V(x,t)|$ нинг қиймати қандайдир чекли мусбат сондан ортиб кетмаса, V(x,t) функция юқоридан чегараланган дейилади. Ихтиёрий вақтга ошкор холда боғлиқ бўлмаган V(x) функциялар узлуксиз бўлгани учун M нинг етарли кичик қийматларида у юқоридан чегаралангандир.

V чегараланган функция чексиз кичик юқори лимитга йўл қўйади дейилади, агарда ихтиёрий ε> 0 учун

$$t \ge t_0, \qquad \sum_{k=1}^{n} x_k^2 < \delta \qquad (1.10)$$

шартларни қаноатлантирувчи δ>0 топилиб

$$|V| < \varepsilon \qquad (1.11)$$

бўлса, қўпол қилиб айтганда чексиз кичик юқори лимитнинг маъноси шуки V(x,t) функция модулини ихтиёрий $t \ge t_0$ да барча x_i ларнинг модулларини камайтириш хисобига керагича кичик қилиб олиш мумкин, t вақтга ошкор холда боғлиқ бўлмаган V(x) функциялар чексиз кичик юқори лимитга эга бўлади.

Мисол учун қуйидаги функцияларни қараймиз:

1) $\sin^2[(x_1^2+....+x_n^2)t]$
2) $(x_1^2+.. ..+x_n^2)\sin^2 t$
3) $t(x_1^2+.. ..+x_n^2)-2\cos t x_1 x_2$

Бу функцияларнинг 1) ва 2) лари чегараланган ва мусбат аммо улардан фақат 2 чиси чексиз юқори лимитга йўл қўяди. Бу иккала функция хам аниқ ишорали эмас, чунки улар t нинг чексиз кып қийматларида нолга айланади, 3) функция эса мусбат аниқланган, аммо у чегараланмаган, шунинг учун чексиз кичик юқори лимитга эга эмас.

Нихоят V(x) ва V(x,t) функциялардан

$$\frac{dx_i}{dt} = x_i(x_1, x_2, ..., x_n) \qquad ва \qquad \frac{dx_i}{dt} = x_i(x_1, x_2, ..., x_n, t) \qquad i = 1,2,..n$$

Системалар ёрдамида олинган хосилалар мос равишда

$$V(x) = \frac{\partial V}{\partial x_1} x_1 + ... + \frac{\partial V}{\partial x_n} x_n \qquad (1.12)$$

$$V(x) = \frac{\partial V}{\partial x_1} x_1 + ... + \frac{\partial V}{\partial x_n} x_n + \frac{\partial V}{\partial t} \qquad (1.13)$$

кўринишида бўлади. (1.9) квадратик форманинг коэфициентларидан тузилган

$$C = \begin{bmatrix} c_{11}\ c_{12}\ ....c_{1n} \\ c_{21}\ c_{22}.....c_{2n} \\ ...\ ..\ .... \\ c_{n1}\, c_{n2}\ .....c_{nn} \end{bmatrix} \qquad , c_{ki} = c_{ik} \qquad (1.14)$$

квадратик матрицани қараймиз ва унинг бош диоганали минорларини тузиб чиқамиз.

$$\Delta_1 = c_{11}, \quad \Delta_2 = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix}, ..., \Delta_n = |c| \qquad (1.15)$$

Агар c_{ki} i,k=1,2,..,n ўзгармас сонлар бўлса, чизиқли алгебрада исботланган Сильвестр критерийси ўринли.

Сильвестр критерийси. Хақиқий коефициентли квадратик форма мусбат аниқланган бўлиши учун унинг коэфициентларидан тузилган квадратик , симметрик матрицанинг барча бош диоганали минорлари $\Delta_1, \Delta_2.., \Delta_n$ ларнинг мусбат бўлиши , яъни

$$\Delta_1>0,\Delta_2>0,...\Delta_n>0 \qquad (1.16)$$

бўлиши зарур ва етарлидир.

Агар V функция манфий аниқланган бўлса, -V функция мусбат аниқланган бўлади ва (1.16) шартлар

$$\Delta_1<0,\Delta_2>0,...\Delta_{2k-1}<0,\ \Delta_{2k}>0 \qquad (1.17)$$

кўринишини олади.

Агар $c_{ki}=c_{ki}(x,t)$ кўринишида бўлса, (1.16) ва (1.17) шартлар мос равишда

$$\Delta_1 = c_{11} \geq \delta_1 > 0,\ .....,\Delta_n = |c| \geq \delta_n > 0 \qquad (1.18)$$

$$\Delta_1 \leq \delta_1 < 0,\ .....,\Delta_{2k-1} \leq -\delta_{2k-1} < 0, \Delta_{2k} \geq \delta_{2k} > 0 \qquad (1.19)$$

кўринишни олади. Бу ерда $\delta_1, \delta_2, ..., \delta_n$ -мусбат сонлар.

Мисол: 1.3. $V(x)= 1+\sin^2 x_1-\cos(x_1-x_2)$ функцияни қарайлик. Уни x_1 ва x_2 ларнинг даражалари бўйича қаторга ёйиб

$$V = \frac{1}{2}(3x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2) + ...$$

ни хосил қиламиз. V функция квадрат қисмининг матрицаси $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ бўлиб, бу матрицанинг бош диоганали минори $\Delta_1 = 3 > 0,\ \Delta_2 = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = 2 > 0$ Силвестр критерийсига асосан V функция нол нуқта атрофида мусбат аниқланган аммо тўла текисликда мусбат аниқланган эмас, балки фақат мусбат функциядир, чунки у $x_1=x_2=0$ дан бошқа $x_1=x_2=n\pi$ (1,2,..,n) да хам у нолга айланади.

Мисол 1.4. $V(x,t)= t(x_1^2+x_2^2)-2\cos t x_1x_2$

функцияни қарайлик. Бу функция коэффициентларидан тузилган матрица $\begin{bmatrix} t & -\cos t \\ -\cos t & t \end{bmatrix}$ бўлиб, унинг бош диоганал минорлари

$$\Delta_1=t,\ \Delta_2=t^2-\cos^2 t$$

Агар $t_0=1$ десак, у холда барча $t>1$ учун $\Delta_1 \geq 1 > 0, \Delta_2 \geq 1 - \cos^2 1 \approx 0{,}71 > 0$ бўлиб , Сильвестрнинг умумлашган критерийсидаги шартлар, яъни (1.18) шартлар бажарилади. Шунинг учун қаралаётган функция мусбат аниқланган.

Теорема 1.1 (Ляпуновнинг харакат турғунлиги хақидаги теоремаси) Агар тойиган харакат дифференциал тенгламаси учун аниқ ишорали V функция топиш мумкин бўлиб. Бу функциядан шу тенгламалар ёрдамида олинган хосила $\dot{V}$ функция V функцияга қарама-қарши ишорали бўлган ўзгармас ишорали ёки айнан нолга тенг бўлса, у холда тойимаган харакат турғун бўлади.

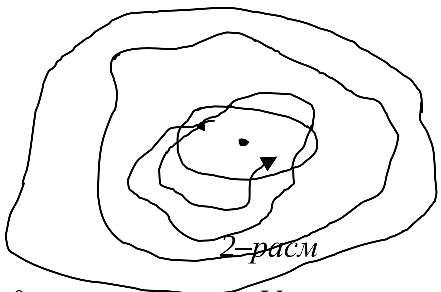
Исбот. Ихтиёрий етарли кичик мусбат ε> 0 сонни танлаб, $\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = \varepsilon$ сферани ясаймиз. Кейин шу ε сферанинг ичида ётувчи V=c сиртни қурамиз. Буни доим қилиш мумкин, чунки V функция узлуксиз ва координата бошида нолга тенг. Энди δ ни шундай танлаймизки, унда $\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = \delta$ сфера V=c сиртни ичида тўлалигича ётиб, у билан умумий нуқтага эга былмасин δ сфера ичида харакат бошлаган М нуқта хеч қачон ε сферага етиб бормаслигини кўрсатамиз. Умумийликни бузмасдан V функцияни мусбат аниқланган деб хисоблашимиз мумкин.

Теорема шартига кўра $\dot{V} \le 0$. У холда $V - V_0 = \int_{t_0}^{t} \dot{V}\, dt$ тенгликка асосан $V - V_0 \le 0 \quad ёки \quad V \le V_0$ га эга бўламиз. Бу тенгсизликдан кўринадики , $t=t_0$ да М нуқта $V=V_0=c_1$ сиртда (агар $\dot{V} \equiv 0$ бўлса) ёки бу сиртнинг ичида (агар $\dot{V} < 0$ бўлса) ётади.

Теорема 1.2. (Ляпуновнинг асимптотик турғунлик хақидаги теоремаси) Агар тойиган харакат дифференциал тенгламаси учун аниқ ишорали V функция топиш мумкин бўлиб, бу функциядан шу тенгламалар ёрдамида олинган хосила $\dot{V}$ функция, V функцияга қарама-қарши ишорали бўлган, аниқ ишорали функциядан иборат бўлса, у холда тойимаган харакат асимптотик турғун бўлади.

Исбот. Теореманинг шартлари бажарилганда турғунлик хақидаги Ляпунов теоремасининг хам хамма шартлари бажарилади. Шунинг учун харакатланаётган нуқта $V=c_1$ сиртдан ташқарига чиқиб кетмайди. Аммо асимптотик турғунлик хақидаги Ляпунов теоремасидаги шарт кучлирок яъни $\dot{V}$ хосила айнан нолга тенг бўлмай, фақат координата бошидагина нолга айланади. Шунинг учун М нуқта харакат бошланиши биланоқ $V=c_1$ сиртнинг ичига киради.

Умумийликни бузмасдан V функцияни мусбат аниқланган деб хисоблаш мумкин. Теореманинг шартига кыра унинг хосиласи $\dot{V}$ манфий аниқланган бўлади. $\dot{V} = \frac{dV}{dt} < 0$ тенгсизликдан V функцияни мусбатлигича қолиб, монотон камайиши келиб чиқади. Бунинг маъноси шуки V функция $c_2>0$ лимитга эга. Бошқача айтганда М нуқта ташқи томондан $V=c_2$ лимитик сиртга интилади. $c_2=0$. Яъни $V=c_2$ сирт координата бошига айланишини кўрсатамиз.



2–расм

Фараз қилайлик $c_2 \neq 0$ у холда $V=c_1$ ва $V=c_2$ сиртлар билан чегараланган ёпиқ сохада теорема шартига кўра $\dot{V}$ манфий бўлади, e(e>0) билан унинг шу сохадаги аниқ юқори чегарасини белгиласак, $\dot{V}$ фақат координата бошидагина нолга айлангани учун $e \neq 0$ бўлади. Аниқ юқори чегарасини таърифга кўра $\dot{V} \le -e \qquad V - V_0 = \int_{t_0}^{t} \dot{V} dt$ айниятдан фойдаланcак, $V = V_0 + \int_{t_0}^{t} \dot{V} dt$ бўлиб, $\dot{V} \le -e \quad дан \quad V \le V_0 + \int_{t_0}^{t} edt$ хосил бўлади.

Бундан $V \le V_0 - e(t - t_0)$. Бу тенгсизликдан кыринадики, вақт ўтиши (ортиши) билан V функция манфий бўлади, бунинг бўлиши мумкин эмас, чунки теореманинг шартига кўра V функция–мусбат аниқланган. Бу қарама-қаршилик $c_2 \neq 0$ деган фаразни инкор этади, яъни $c_2=0$ бўлиб, харакатланаётган нуқта координата бошига асимптотик интилади. Бу эса теоремани исботлайди.

Мисол 1.5. Тойиган харакат тенгламаси қуйидаги кўринишда бўлсин.

$$\dot{x}_1 = -x_2 + x_1 x_2 - x_1^3 - \frac{1}{2} x_1 x_2^2$$

$$\dot{x}_2 = -3x_2 + x_1 x_2 - x_1^2 - \frac{1}{2} x_1 x_2^2$$

Ляпунов функцияси

$$V = \frac{1}{2}(3x_1^2 - 2x_1 x_2 + x_2^2)$$

кўринишда бўлиб, у мусбат аниқланган чунки Сильвестр критерийси шартлари бажарилади. Бу функциянинг қаралаётган система ёрдамидаги хосиласини хисоблаб, қуйидагини хосил қиламиз.

$$\dot{V} = -3x_1^4 + 2x_1^2 x_2 - 2x_2^2$$

x^2_1 ва x_2 ларни ўзгарувчи деб , бу функциянинг матрицасини тузамиз $\begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ Бундан

$\Delta_1=-3<0$ $\Delta_2=\begin{vmatrix} -3 & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}=5>0$ Демак, $\dot{V}$ функциянинг манфий аниқланган бўлишлигини барча шартлари бажарилади, яъни Ляпуновнинг асимптотик турғунлик хақидаги теоремасига асосан $x_1=x_2=0$ тоймаган харакат асимптотик турғун бўлади.

Ляпуновнинг асимптотик турғунлик хақидаги теоремасида V функция ва унинг $\dot{V}$ хосиласига жуда юқори талаблар қўйилади. Н.Н.Красовский $\dot{V}$ хосилага қўйилган талабни бир оз кучсизлантириш мумкин эканлигини кырсатади.

V(x) функциядан $\dfrac{dx_i}{dt} = x_i(x_{1,} x_2 ..., x_n) \quad i = 1,2,...,n$ система ёрдамида олинган $\dot{V}$ (x) хосила аниқ ишорали эмас, балки ўзгармас ишорали бўлсин. K орқали (1.1) сохадаги координата бошидан бошқа $\dot{V}=0$ бўладиган нуқталар кыпхиллигини белгилаймиз. K-кўпхиллик сирт, чизиқ ёки уларнинг комбинациясидан иборат бўлиши мумкин.

Теорема 1.3.(Красовский теоремаси):

Агар $\frac{dx_i}{dt} = x_i(x_{1,}x_2...,x_n) \quad i = 1,2,...,n$ тойиган харакатнинг дифференциал тенгламаси учун (1.1) сохада мусбат аниқланган V функция мавжуд бўлиб, унинг хосиласи шу сохада қуйидаги икки шартни қаноатлантирса,

1. К дан ташқарида $\dot{V}$ <0

2. К да $\dot{V}$ =0, К-нуқталар кўпхиллиги бўлиб,

0<t<∞ да системанинг бутун траекториясини ўзида сақламайди. У холда тойимаган харакат асимптотик турғун бўлади.

Мисол 1.6. Тойиган харакат тенгламаси қуйидаги кўринишда бўлсин.

$$\dot{x}_1 = -x_1 + 3x_2^2, \qquad \dot{x}_2 = -x_1 x_2 - x_2^3$$

Шундай мусбат аниқланган

$$V = \frac{1}{2}(x_1^2 + x_2^2)$$

функцияни оламизки бу функциядан юқоридаги система ёрдамида олинган хосиласи қуйидагича бўлади

$$\dot{V} = -(x_1 - x_2^2)^2$$

$\dot{V}$ хосила манфий аниқланган эмас, балки манфий холос, шунинг учун унга Ляпуновнинг асимптотик турғунлик хақидаги теоремасини қўллаб бўлмайди. Красовский теоремасини қўллаш учун эса К кыпхилликни $\dot{V}$ хосилани нолга тенглаб аниқлаймиз:

$$\dot{V} = -(x_1 - x_2^2)^2 = 0 \qquad ёки \qquad F = x_1 - x_1^2 = 0$$

Бу Ox_1x_2 текисликда параболани ифодалайди. F–кўпхиллик бутун траекторияларни ўзида сақламаслигини кўрсатамиз.

Бунинг учун

$$\dot{x}_1 \frac{\partial F}{\partial x_1} + \dot{x}_2 \frac{\partial F}{\partial x_2} \neq 0$$

эканлигини кўрсатамиз. К да $x_1 = x^2_2$ эканлигидан

$\dot{x}_1 \frac{\partial F}{\partial x_1} + \dot{x}_2 \frac{\partial F}{\partial x_2} = (-x_1 + 3x_2^2) + (-x_1 x_2 - x_2^3)(-2x_2) = 2x_2^2 + 4x_2^4$ бу ифода $x_2=0$ дан бошқа нуқталарда нолга айланмайди. Шунинг учун

$F = x_1 - x_2^2 = 0$ тўплам бутун траекторияларни ўзида сақламайди. Демак, Красовский теоремасининг хамма шартлари бажарилади.

1. V функция мусбат аниқланган.
2. $\dot{V}$ функция нолга К да тенг бўлиб, К дан ташқарида манфий.
3. К кўпхиллик бутун траекторияларни ўзида сақлайди, яъни

   қаралаётган харакат асимптотик турғун бўлади.

Ляпунов ва Красовский теоремалари асимптотик турғунликнинг кичик бошланғич тойишлардаги етарли шартларини ифодалайди. Е.А.Барбашин ва Н.Н.Красовскийлар томонидан яратилган қуйидаги теорема асимптотик турғунликнинг ихтиёрий бошланғич тойишлардаги етарли шартларни аниқлайди.

Теорема 1.4.(Барбашин-Красовский теоремаси): Агар тойиган харакат дифференциал тенгламаси учун

$$\lim_{x\to\infty} V(x) = \infty \qquad (*)$$

шартни қаноатлантирувчи мусбат аниқланган V(x) функция мавжуд бўлиб, ундан бу тенгламалар ёрдамида олинган хосиласи барча x ларда қуйидаги иккита шартларни қаноатлантирса, у холда x=0 тойимаган харакат тўла маънода турғун бўлади.

1. К дан ташқарида $\dot{V}$ <0

2. К да $\dot{V}$ =0

Бу ерда К-системани 0<t< ∞ даги бутун траекториясини

ўзида сақламайдиган кўпхиллик. (∗) шарт хеч бўлмаганда битта x_k координата чексизликка интилишини кырсатади.

Мисол 1.7. Тойиган харакат тенгламаси қуйидаги кўринишда бўлсин

$$\dot{x} = -\frac{2x}{(1+x^2)^2} + 2y$$

$$\dot{y} = -\frac{2x}{(1+x^2)^2} + \frac{2y}{(1+x^2)^2}$$

мусбат аниқланган $V = \frac{x^2}{1+x^2} + y^2$ функцияни олсак, унинг берилган харакат тенгламаси ёрдамида хисобланган хосиласи

$$\dot{V} = -4\left[\frac{x^2}{(1+x^2)^4} + \frac{y^2}{(1+x^2)^4}\right]$$

бўлиб, барча (x,y) текисликда манфий аниқланган.

Ляпунов теоремасига асосан x=0,y=0 тойимаган харакат кичик бошланғич тойишларда асимптотик турғун бўлади. Аммо бунда Барбашин-Красовский теоремасини қўллаб бўлмайди, чунки (∗) шарт бажарилмайди. Ха=и=итан, x→∞ ва y=const бўлганда V функция чексизликка эмас, балки $1+a^2$ га интилади, яъни юқоридаги мисол тўла маънода турғун бўла олмайди.

Мисол 1.8. Энди тойиган харакат тенгламаси қуйидагича бўлган системани қарайлик.

$$\begin{cases} \dot{x} = -x^3 + y \\ \dot{y} = -x - y^3 \end{cases}$$

Бу система учун $V = \frac{1}{2}(x^2 + y^2)$ функцияни олсак, бу функция мусбат аниқланган бўлиб, унинг хосиласи $\dot{V} = -x^4 - y^4 = -(x^4 + y^4) < 0$ манфий аниқланган. Бундан ташқари

$\lim\limits_{x\to\infty} V = \infty$ бўлгани учун Барбашин-Красовский теоремасига асосан системанинг x=y=0 ечими тўла маънода турғун.

§ 2 Ляпуновнинг матрица-функцияси усули

Ляповдан кейин олимлар (Н.Г.Четаев, И.Г.Малкин, Н.Н.Красовский, В.М.Матросов, А.А.Мартынюк ва бошқалар) томонидан Ляпуновнинг тўғри усули ривожлантирилди ва такомиллаштирилди. Жумладан, В.М.Матросов томонидан 1962 йили Ляпуновнинг вектор функцияси усули яратилган бўлиб, А.А.Мартынюк томонидан 1979 йили Ляпуновнинг матрица-функцияси усули яратилди.

Маълумки, Ляпунов функциясини қуриш алгоритми мавжуд эмас, бу хол мураккаб системалар учун Ляпунов функциясини танлашни қийинлаштиради. Содда системалар учун бундай қийинчилик былмайди. Юқорида айтилган хар иккала усулнинг мақсади мураккаб системалар учун танланадиган Ляпуновнинг скаляр функциясини қуришни қисман бўлса хам алогритмлашдан иборат. Бунда қаралаётган мураккаб система бир нечта содда қисм ситесмаларга декомпозиция қилинади, сўнгра хар бир қисм система учун Ляпуновнинг скаляр функцияси тузилиб, улар ёрдамида умумий система учун Ляпуновнинг скаляр функцияси тузилади. Ляпуновнинг матрица–функцияси усули Ляпуновнинг вектор–функцияси усулига қараганда умумийроқ бўлгани учун Ляпунов матрица-функцияси усулини кыриб чиқамиз.

Бу усулнинг мохияти қуйидагича: Аввал қаралаётган система декомпозиция қилиниб, унинг эркли қисм системалари ва бу эркин қисм системаларни ўзаро бо\ловчи фунциялар ажиратилади, яъни қаралаётган система

$$\dot{x}_i = f_i(x_i) + f_i^*(x) \qquad i = 1,2,..,s \qquad (1.20)$$

бу ерда $x^T=(x_1,x_2,..,x_s)$, $x_i \in R^{ni}$, $x \in R^n$, $n_1 + n_2 + \ldots + n_s = n$ кўринишга келтирилади ва бу системанинг $0 \in R^{n_i}$, $i = 1,\ldots,s$ холатлари учун $N_{ix} \subseteq R^{n_i}$ –очиқ боғланган атрофлар хамда x=0 нуқтанинг $N_x \subseteq N_{1x} \times N_{2x} \times \ldots \times N_{sx}$ боғланган атрофи мавжуд бўлсин деб оламиз.

$$\dot{x}_i = f_i(x_i), \qquad i = 1,2,..s \qquad (1.21)$$

тенгламалар эркин қисм системаларни, $f_i^*(x)$ фукциялар эса бу эркин қисм системалар орасидаги боғланишларни ифодалайди. Сўнгра (1.20) ва (1.21) системалар билан бирга қуйидаги матрица-функцияни қараймиз.

$$U(x) = \begin{bmatrix} v_{11}(x_1)\ v_{12}(x_1,x_2)\ v_{13}(x_1,x_3)\ldots\ldots\ldots v_{1s}(x_1,x_s) \\ v_{21}(x_1,x_2)\ \ v_{22}(x_2)\ \ v_{23}(x_2,x_3)\ldots\ldots v_{2s}(x_2,x_s) \\ \ldots\ldots\ldots\ \ \ldots\ldots\ldots\ \ \ldots\ldots\ldots\ \ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ v_{s1}(x_s,x_1)\ \ v_{s2}(x_s,x_2)\ v_{s3}(x_s,x_3)\ \ldots\ldots v_{ss}(x_s) \end{bmatrix} \qquad (1.22)$$

бу ерда $v_{ij}(x_i,x_j) = v_{ji}(x_i,x_j)$ бўлиб, $v_{ii}(x_i)$ функциялар (1.21) эркин қисм системаларга қараб танланади. $v_{ij}(x_i,x_j)$ функциялар эса, $f_i^*(x)$ функцияларга қараб шундай танланадики, унда U(x) матрица-функция мусбат аниқланганлик шартларини қаноатлантиради.

Энди U(x) матрица-функция ва $\eta = (\eta_1,\eta_2,\ldots,\eta_s)$ ўзгармас вектор ёрдамида қуйидаги скаляр функцияни тузамиз.

$$V(x) = \eta^T U(x) \eta \qquad (1.23)$$

Бу скаляр функция мусбат аниқланган бўлиши учун U(x) матрица-функция элементларини қуйидаги шартларни қаноатлантирадиган қилиб танлаймиз.

$$a) \quad v_{ii}(x_i) \geq a_{ii}\|x_i\|^2, \quad \forall (t, x_i) \in \Im_0 \times N_{ix},\ i = 1,2,...s$$
$$\Im_0 = [0, +\infty]$$

$$(*)$$

$$b) \quad v_{ij}(x_i, x_j) \geq a_{ij}\|x_i\|\|x_j\|, \qquad \forall (t, x_i, x_j) \in \Im_0 \times N_{ix} \times N_{jx},$$
$$i, j = 1,2,...,s,\ i \neq j$$

Бу шартлар бажарилганда V(x) скаляр функция учун қуйидаги тенгсизлик ўринли бўлади.

$$V(x) \geq u^T H^T A H u \qquad (1.24)$$

бу ерда $u = (\|x_1\|, \|x_2\|, ..., \|x_s\|)^T, \quad H = diag(\eta_1, \eta_2, ..., \eta_s), \quad A = \left[a_{ij}\right]_{i,j=1}^{s}$

(1.24) тенгсизликдан кыринадики,V(x) функция мусбат аниқланган бўлиши учун A ўзгармас матрица мусбат аниқланган бўлиши етарли. Шундан сўнг U(x) матрица-функциянинг $v_{ij}(x_i, x_j)$ элементларидан (1.20) система ёрдмида хосилалар олиб, уларни юқоридан бахолаймиз. Фараз қилайлик улар қуйидагича бахоланган бўлсин.

$$a) \quad (D^+_{x_i} v_{ii}) f_i(x) \leq \rho_{1,i}\|x_i\|^2 + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{s} \rho_{1,i,j}\|x_i\|\|x_j\|, \ \forall (x_i, x_j) \in N_{ix0} \times N_{jx0},\ \ i, j \in [1, s].$$

$$b) \quad (D^+ v_{ii})^T f_i^*(x) \leq \rho_{2,i}\|x_i\|^2 + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{s} \rho_{2,i,j}\|x_i\|\|x_j\|, \quad \forall x_i \in N_{ix0},\ i \in [1, s],$$

$$c) \quad (D^+_{x_i} v_{ij})^T f_i(x) \leq \rho_{3,i}\|x_i\|^2 + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{s} \rho_{3,i,j}\|x_i\|\|x_j\| + \rho_{4,j}\|x_j\|^2, \ \forall (x_i, x_j) \in N_{ix0} \times N_{jx0},\ i, j \in [1, s],\ i < j.$$

$$d) \quad (D^+_{x_i} v_{ij})^T f_i^*(x) \leq \rho_{5,i}\|x_i\|^2 + \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{s} \rho_{4,i,j}\|x_i\|\|x_j\| + \rho_{6,j}\|x_j\|^2, \ \forall x_i \in N_{ix0},\ i, j \in [1, s],\ i < j.$$

$$e) \quad (D^+_{x_j} v_{ij})^T f_i(x) \leq \rho_{7,i}\|x_i\|^2 + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{s} \rho_{5,i,j}\|x_i\|\|x_j\| + \rho_{8,j}\|x_j\|^2, \forall (x_i, x_j) \in N_{ix0} \times N_{jx0},\ i, j \in [1, s],\ i < j$$

$$f) \quad (D^+_{x_j} v_{ij})^T f_i^*(x) \leq \rho_{9,i}\|x_i\|^2 + \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{s} \rho_{6,i,j}\|x_i\|\|x_j\| + \rho_{10,j}\|x_j\|^2, \forall x_i \in N_{ix0},\ i, j \in [1, s],\ i < j.$$

(1,24) скаляр функциядан (1,20) система ёрдамида юқоридаги тенгсизликларни қаноатлантирувчи хосила учун қуйидаги тенгсизлик хосил бўлади.

$$\dot{V}(x) \leq u^T G u \qquad (1.25)$$

бу ерда

$$G=\left[g_{i,j}\right]_{i,j=1}^{s},\quad g_{i,j}=g_{i,j}.$$

$$g_{ii}=[\eta_i^2(\rho_{1,i}+\rho_{2,i})+2\sum_{\substack{j=1\\ i<j}}^{s}\eta_i\eta_j(\rho_{3,i}+\rho_{4,j}+\rho_{5,i}+\rho_{6,j}+\rho_{7,i}+\rho_{8,j}+\rho_{9,i}+\rho_{10,j})].$$

$$g_{ij}=\frac{1}{2}\eta_i^2(\rho_{1,i,j}+\rho_{2,i,j})+\eta_i\eta_j(\rho_{3,i,j}+\rho_{4,i,j}+\rho_{5,i,j}+\rho_{6,i,j})$$

(1.25) тенгсизликдан кыринадики, $\dot{V}(x)$ хосила манфий аниқланган бўлиши учун G-ўзгармас матрицани манфий аниқланган бўлиши етарли.

Юқоридагиларга асосланиб қуйидаги теоремани келтирамиз.

Теорема 1.5. Агар (1.20) система учун элементлари (∗) шартларни қаноатлантирувчи U(x) матрица–функция мавжуд бўлиб, қуйидаги шартлар бажарилса

1. A-матрица мусбат аниқланган.
2. G- матрица ярим манфий аниқланган.

У холда (1.20) системанинг x=0 ечими (тойимаган харакат) турғун бўлади.

Исбот: $\eta^T=(\eta_1,\eta_2,...,\eta_s)$ вектор ёрдамида (1,22) матрица–функциядан (1,24) тенгсизликни қаноатлантирувчи (1,23) скаляр функцияни тузамиз. Бу скаляр функция хосиласи учун (1,25) бахолашни хосил қиламиз. (1,24) тенгсизликдан ва A матрицанинг мусбат аниқланганлигидан (1,23) функциянинг мусбат аниқланганлиги хосил бўлади, (1,25) бахолашдан ва G матрицанинг ярим манфий аниқланганлигидан эса (1,24) скаляр функциядан (1,20) система ёрдамида олинган хосила манфий аниқланган ёки айнан нолга тенг бўлади. Бу шартлар эса система мувозанат холатининг турғун бўлиши учун етарли.

Теорема 1.6. Агар (1.20) система учун элементлари (∗) шартларни қаноатлантирувчи U(x) матрица – функция мавжуд бўлиб, қуйидаги шартлар бажарилса

3. A-матрица мусбат аниқланган.
4. G- матрица манфий аниқланган.

У холда (1.20) системанинг x=0 ечими (тойимаган харакат) асимптотик турғун бўлади.

Исбот: $\eta^T=(\eta_1,\eta_2,...,\eta_s)$ вектор ёрдамида (1,22) матрица–функциядан (1,24) тенгсизликни қаноатлантирувчи (1,23) скаляр функцияни тузамиз. Бу скаляр функция хосиласи учун (1,25) бахолашни хосил қиламиз. (1,24) тенгсизликдан ва A матрицанинг мусбат аниқланганлигидан (1,23) функциянинг мусбат аниқланганлиги хосил бўлади, (1,25) бахолашдан ва G матрицанинг манфий аниқланганлигидан эса (1,24) скаляр функциядан (1,20) система ёрдамида олинган хосила манфий аниқланган бўлади. Бу шартлар эса система мувозанат холатининг асимптотик турғун бўлиши учун етарли.

Мисол 1.9.

Иккинчи тартибли иккита қисм системалардан тузилган тўртинчи тартибли системани қараймиз.

$$\frac{dx_1}{dt}=\begin{pmatrix}-1 & 0{,}5\\ -0{,}5 & -2\end{pmatrix}x_1+\begin{pmatrix}0{,}5 & 1\\ -1 & 0{,}5\end{pmatrix}x_2$$

$$\frac{dx_2}{dt}=\begin{pmatrix}-2 & -1\\ 0{,}5 & -3\end{pmatrix}x_2+\begin{pmatrix}0{,}1 & -1\\ 1 & 0{,}1\end{pmatrix}x_1,\quad x_i\in R^2,\ i=1{,}2$$

Берилган система учун элементлари қуйидагича бўлган матрица-функцияни тузамиз.

$$v_{ii}(x_i) = x_i^T diag\{2,2\} x_i,\ i = 1,2, \quad v_{12} = (x_1, x_2) = v_{21}(x_2, x_1) = x_i^T diag\{0{,}1, 0{,}1\} x_2$$

Бу функция учун қуйидагилар ўринли бўлади.

$$v_{ii}(x_i) \geq 2\|x_i\|^2 \quad \forall x_i \in N_{ix_0},\ i = 1,2; \quad v_{12}(x_1, x_2) \geq -0{,}1\|x_1\|\|x_2\| \quad \forall (x_1, x_2) \in N_{1x_0} \times N_{2x_0}$$

Агар $\eta^T = (1,1)$ бўлса, у холда A матрицанинг кўриниши

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -0{,}1 \\ -0{,}1 & 2 \end{pmatrix}$$

каби бўлиб, у мусбат аниқланган бўлади. G матрица элементлари эса

$$g_{11} = -2, \quad g_{22} = -3{,}59, \quad g_{12} = 0{,}214$$

кыринишида бўлади. G матрицанинг бундек элементларидан қуйидагига эга бўламиз.

$$G = \begin{pmatrix} -2 & 0{,}214 \\ 0{,}214 & -3{,}59 \end{pmatrix}$$

G матрица манфий аниқланганлигидан системанинг x=0 мувозанат холати асимптотик турғун бўлади.

Мисол 1.10. Қуйидаги йирик масштабли системани қараймиз

$$\frac{dx}{dt} = A_1 x + A_2 y + A_3 z$$
$$\frac{dy}{dt} = B_1 x + B_2 y + B_3 z$$
$$\frac{dz}{dt} = C_1 x + C_2 y + C_3 z$$

бу ерда

$x \in R^{n_1}, \quad y \in R^{n_2}, \quad z \in R^{n_3},\ n_1 + n_2 + n_3 = n,\ A_1, A_2, A_3, B_1, B_2, B_3, C_1, C_2, C_3 -$ ўзгармас матрицалар. Бу системага мос эркин қисм системалар қуйидагича бўлади

$$\frac{dx}{dt} = A_1 x$$
$$\frac{dy}{dt} = B_2 y$$
$$\frac{dz}{dt} = C_3 z$$

Элементлари қуйидаги кўринишда бўлган $U(z, y, z) = [v_{ij}(\cdot)],\ i, j = 1,2,3$

матрица-функцияни тузамиз

$$\begin{gathered} v_{11}(x) = x^T P_{11} x, \quad v_{22}(x) = y^T P_{22} y, \quad v_{33}(x) = z^T P_{33} z,\ v_{12}(x, y) = v_{21}(x, y) = x^T P_{12} y, \\ v_{13}(x, z) = v_{31}(x, z) = x^T P_{13} z,\ v_{23}(y, z) = v_{32}(y, z) = y^T P_{23} z \end{gathered} \qquad (*)$$

бу ерда $P_{ii},\ i = 1,2,3 -$ мусбат аниқланган симметрик матрица, $P_{12},\ P_{13},\ P_{23} -$ ўзгармас матрицалар.

$(*)$ функциялар учун қуйидагилар ўринли бўлади.

$$v_{11}(x) \geq \lambda_m(P_{11})\|x\|^2 \ , \forall x \in N_{x0}, \ N_{x0} = \{x \in N_x, x \neq 0\},$$

$$v_{22}(y) \geq \lambda_m(P_{22})\|y\|^2 \ , \forall y \in N_{y0}, \ N_{y0} = \{y \in N_y, y \neq 0\},$$

$$v_{33}(z) \geq \lambda_m(P_{33})\|z\|^2 \ , \forall z \in N_{z0}, \ N_{z0} = \{z \in N_z, z \neq 0\},$$

$$v_{12}(x,y) \geq -\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{12}P_{12}^T)\|x\|\|y\| \ , \forall (x,y) \in N_{x0} \times N_{y0},$$

$$v_{13}(x,z) \geq -\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{13}P_{13}^T)\|x\|\|z\| \ , \forall (x,z) \in N_{x0} \times N_{z0},$$

$$v_{23}(y,z) \geq -\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{23}P_{23}^T)\|y\|\|z\| \ , \forall (y,z) \in N_{y0} \times N_{z0},$$

бу ерда $\lambda_m(P_{ii}) - P_{ii}$ матрицанинг минимал хос қиймати, i=1,2,3.

$\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{12}P_{12}^T), \lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{13}P_{13}^T), \ \lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{23}P_{23}^T) - P_{12}, P_{13}, P_{23}$ матрицаларнинг нормалари. $U(x,y,z)$ матрица-функция ва $\eta \in R^3, \ \eta_i > 0$, $i = 1,2,3$ ўзгармас вектордан фойдаланиб қуйидаги скаляр функцияни тузамиз.

$$V(x,y,z) = \eta^T U(x,y,z)\eta$$

Бу скаляр функция учун қуйидаги бахолаш ўринли бўлади.

$$V(x,y,z) \geq u^T H^T P H u$$

бу ерда $u^T = (\|x\|, \|y\|, \|z\|), \ H^T = H = diag(\eta_1, \eta_2, \eta_3)$

$$P = \begin{bmatrix} \lambda_m(P_{11}) & -\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{12}P_{12}^T) & -\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{13}P_{13}^T) \\ -\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{12}P_{12}^T) & \lambda_m(P_{22}) & -\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{23}P_{23}^T) \\ -\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{13}P_{13}^T) & -\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{23}P_{23}^T) & \lambda_m(P_{33}) \end{bmatrix}$$

Энди берилган система ёрдамида (*) функциялардан олинган хосилаларни бахолаб чиқамиз:

$$\dot{v}_{11} = \dot{x}^T P_{11} x + x^T P_{11} \dot{x} = (A_1 x + A_2 y + A_3 z)^T P_{11} x + x^T P_{11}(A_1 x + A_2 y + A_3 z) = x^T P_{11} A_1^T P_{11} x +$$
$$+ y^T A_2^T P_{11} x + z^T A_3 P_{11} x + x^T P_{11} A_1 x + x^T P_{11} A_2 y + x^T P_{11} A_3 z = x^T (P_{11} A_1 + A_1^T P_{11}) x + 2x^T P_{11} A_2 y +$$
$$+ 2x^T P_{11} A_3 z \leq \lambda_m(P_{11} A_1 + A_1^T P_{11})\|x\|^2 + 2\lambda_M^{\frac{1}{2}} P_{11} A_2 (P_{11} A_2)^T \|x\|\|y\| + 2\lambda_M^{\frac{1}{2}} P_{11} A_3 (P_{11} A_3)^T \|x\|\|z\|$$

$$\dot{v}_{22} = \dot{y}^T P_{22} y + y^T P_{22} \dot{y} = (B_1 x + B_2 y + B_3 z)^T P_{22} y + y^T P_{22}(B_1 x + B_2 y + B_3 z) = B_1^T x^T P_{22} y +$$
$$+ B_2^T y^T P_{22} y + B_3^T z^T P_{22} y + y^T P_{22} B_1 x + y^T P_{22} B_2 y + y^T P_{22} B_3 z = y^T (P_{22} B_1 + B_1^T P_{22}) y +$$
$$+ 2x^T P_{22} B_1 y + 2z^T P_{22} B_3 y \leq \lambda_m(P_{22} B_1 + B_1^T P_{22})\|y\|^2 + 2\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{22} B_1 (P_{22} B_1)^T)\|x\|\|y\| +$$
$$+ 2\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{22} B_3 (P_{22} B_3)^T)\|z\|\|y\|$$

$$\dot v_{33} = \dot z^T P_{33} z + z^T P_{33}\dot z = (C_1 x + C_2 y + C_3 z)^T P_{33} z + z^T P_{33}(C_1 x + C_2 y + C_3 z) = C_1^T x^T P_{33} +$$
$$+ C_2^T y^T P_{33} z + C_3^T z^T P_{33} z + z^T P_{33} C_1 x + z^T P_{33} C_2 y + z^T P_{33} C_3 z = z^T (C_3^T P_{33} + C_3 P_{33}) z +$$
$$+ 2x^T C_1 P_{33} z + 2z^T C_2 P_{33} y \le \lambda_m (C_3^T P_{33} + C_3 P_{33})\|z\|^2 + 2\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{33} C_1 (P_{33} C_1)^T)\|x\|\|z\| +$$
$$+ 2\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{33} C_3 (P_{33} C_3)^T)\|z\|\|y\|$$
$$\dot v_{12} = \dot x^T P_{12} y + x^T P_{12}\dot y = (A_1 x + A_2 y + A_3 z)^T P_{12} y + x^T P_{12}(B_1 x + B_2 y + B_3 z) = x^T A_1^T P_{12} y +$$
$$+ y^T A_2^T P_{12} y + z^T A_3^T P_{12} y + x^T P_{12} B_1 x + x^T P_{12} B_2 y + x^T P_{12} B_3 z = x^T \frac{1}{2}(P_{12} B_1 + (P_{12} B_1)^T) x +$$
$$+ y^T \frac{1}{2}(A_2^T P_{12} + (A_2^T P_{12})^T) y + x^T (A_1^T P_{12} + P_{12} B_2) y + y^T P_{12}^T A_3 z + x^T P_{12} B_3 z =$$
$$\frac{1}{2} x^T (P_{12} B_1 + B_1^T P_{12}^T) x + \frac{1}{2} y^T (A_2^T P_{12} + P_{12}^T A_2) y + x^T (A_1^T P_{12} + P_{12} B_2) y + y^T P_{12}^T A_3 z + x^T P_{12} B_3 z \le$$
$$\le \frac{1}{2}\lambda_m (P_{12} B_1 + B_1^T P_{12}^T)\|x\|^2 + \frac{1}{2}\lambda_m (A_2^T P_{12} + P_{12}^T A_2)\|y\|^2 + \lambda_M^{\frac{1}{2}}((A_1^T P_{12} + P_{12} B_2)(A_1^T P_{12} + P_{12} B_2)^T)\|x\|\|y\| +$$
$$+ \lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{12}^T A_3 (P_{12}^T A_3)^T)\|y\|\|z\| + \lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{12} B_3 (P_{12} B_3)^T)\|x\|\|z\|$$

$$\dot v_{13} = \dot x^T P_{13} z + x^T P_{13} z = (A_1 x + A_2 y + A_3 z)^T P_{13} z + x^T P_{13}(C_1 x + C_2 y + C_3 z) = x^T A_1^T P_{13} z +$$
$$+ y^T A_2^T P_{13} z + z^T A_3^T P_{13} z + x^T P_{13} C_1 x + x^T P_{13} C_2 y + x^T P_{13} C_3 z = \frac{1}{2} x^T (P_{13} C_1 + (P_{13} C_1)^T) x +$$
$$+ \frac{1}{2} z^T (A_2^T P_{13} + (A_2^T P_{13})^T) z + x^T (A_2^T P_{13} + P_{13} C_3) z + y^T A_2^T P_{13} z + x^T P_{13} C_2 y = \frac{1}{2} x^T (P_{13} C_1 + P_{13}^T C_1{}^T) x +$$
$$+ \frac{1}{2} z^T (A_2^T P_{13} + A_2 P_{13}{}^T) z + x^T (A_2^T P_{13} + P_{13} C_3) z + y^T A_2^T P_{13} z + x^T P_{13} C_2 y \le \lambda_m (P_{13} C_1 + P_{13}^T C_1{}^T)\|x\|^T +$$
$$+ \lambda_m (A_2^T P_{13} + A_2 P_{13}{}^T)\|z\|^2 + \lambda_M^{\frac{1}{2}}((A_2^T P_{13} + P_{13} C_3)(A_2^T P_{13} + P_{13} C_3)^T)\|x\|\|z\| + \lambda_M^{\frac{1}{2}}(A_2^T P_{13}(A_2^T P_{13})^T)\|y\|\|z\| +$$
$$+ \lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{13} C_2 (P_{13} C_2)^T)\|x\|\|y\|$$
$$\dot v_{23} = \dot y^T P_{23} z + y^T P_{23}\dot z = (B_1 x + B_2 y + B_3 z)^T P_{23} z + y^T P_{23}(C_1 x + C_2 y + C_3 z) = B_1^T x^T P_{23} z +$$
$$+ B_2^T y^T P_{23} z + B_3^T z^T P_{23} z + y^T P_{23} C_1 x + y^T P_{23} C_2 y + y^T P_{23} C_3 z = y^T (B_2 P_{23} + P_{23} C_3) z +$$
$$+ x^T B_1^T P_{23} z + z^T B_3^T P_{23} z + y^T P_{23} C_1 x + y^T P_{23} C_2 y \le \lambda_m P_{23} B_3^T \|z\|^2 + \lambda_m P_{23} C_2 \|y\|^2 +$$
$$+ \lambda_M^{\frac{1}{2}}(B_2 P_{23} + P_{23} C_3)\|y\|\|z\| + \lambda_M^{\frac{1}{2}} B_1^T P_{23}\|x\|\|z\| + \lambda_M^{\frac{1}{2}} P_{23} C_1 \|x\|\|y\|$$

Бу бахолашлардан фойдаланиб

$$\dot V(x, y, z) = \eta^T \dot U(x, y, z)\eta$$

хосилани юқоридан бахолаймиз

$$\dot{V} = \begin{pmatrix}\eta_1 & \eta_2 & \eta_3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\dot{v}_{11} & \dot{v}_{12} & \dot{v}_{13}\\ \dot{v}_{21} & \dot{v}_{22} & \dot{v}_{23}\\ \dot{v}_{31} & \dot{v}_{32} & \dot{v}_{33}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\eta_1\\ \eta_2\\ \eta_3\end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix}\eta_1\dot{v}_{11}+\eta_2\dot{v}_{21}+\eta_3\dot{v}_{31} & \eta_1\dot{v}_{12}+\eta_2\dot{v}_{22}+\eta_3\dot{v}_{32} & \eta_1\dot{v}_{13}+\eta_2\dot{v}_{23}+\eta_3\dot{v}_{33}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\eta_1\\ \eta_2\\ \eta_3\end{pmatrix} =$$

$$= \eta_1^2\dot{v}_{11}+\eta_1\eta_2\dot{v}_{21}+\eta_1\eta_3\dot{v}_{31}+\eta_1\eta_2\dot{v}_{12}+\eta_2^2\dot{v}_{22}+\eta_2\eta_3\dot{v}_{32}+\eta_1\eta_3\dot{v}_{13}+\eta_2\eta_3\dot{v}_{23}+\eta_3^2\dot{v}_{33} =$$

$$= \eta_1^2\dot{v}_{11}+\eta_2^2\dot{v}_{22}+\eta_3^2\dot{v}_{33}+\eta_1\eta_2\dot{v}_{12}+\eta_1\eta_3\dot{v}_{13}+\eta_2\eta_3\dot{v}_{23} = \eta_1^2(x^T(P_{11}A_1+A_1^TP_{11})x+2x^TP_{11}A_2y+$$

$$+2x^TP_{11}A_3z)+\eta_2^2(y^T(P_{22}B_1+B_1^TP_{22})y+2x^TP_{22}B_1y+2z^TP_{22}B_3y)+\eta_3^2(z^T(C_3^TP_{33}+C_3P_{33})z+$$

$$+2x^TC_1P_{33}z+2z^TC_2P_{33}y)+\eta_1\eta_2(\frac{1}{2}x^T(P_{12}B_1+B_1^TP_{12}^T)x+\frac{1}{2}y^T(A_2^TP_{12}+P_{12}^TA_2)y+$$

$$x^T(A_1^TP_{12}+P_{12}B_2)y+y^TP_{12}^TA_3z+x^TP_{12}B_3z)+\eta_1\eta_3(\frac{1}{2}x^T(P_{13}C_1+P_{13}^TC_1{}^T)x+$$

$$+\frac{1}{2}z^T(A_2^TP_{13}+A_2P_{13}{}^T)z+x^T(A_2^TP_{13}+P_{13}C_3)z+y^TA_2^TP_{13}z+x^TP_{13}C_2y)+\eta_2\eta_3(y^T(B_2P_{23}+P_{23}C_3)z+$$

$$+x^TB_1^TP_{23}z+z^TB_3^TP_{23}z+y^TP_{23}C_1x+y^TP_{23}C_2y)\le$$

$$\le\eta_1^2(\lambda_m(P_{11}A_1+A_1^TP_{11})\|x\|^2+2\lambda_M^{\frac{1}{2}}P_{11}A_2(P_{11}A_2)^T\|x\|\|y\|+2\lambda_M^{\frac{1}{2}}P_{11}A_3(P_{11}A_3)^T\|x\|\|z\|)+$$

$$\eta_2^2(\lambda_m(P_{22}B_1+B_1^TP_{22})\|y\|^2++\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{22}B_1(P_{22}B_1)^T)\|x\|\|y\|+2\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{22}B_3(P_{22}B_3)^T)\|z\|\|y\|)+$$

$$\eta_3^2(\lambda_m(C_3^TP_{33}+C_3P_{33})\|z\|^2+2\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{33}C_1(P_{33}C_1)^T)\|x\|\|z\|+2\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{33}C_3(P_{33}C_3)^T)\|z\|\|y\|)+$$

$$+\eta_1\eta_2(\frac{1}{2}\lambda_m(P_{12}B_1+B_1^TP_{12}^T)\|x\|^2+\frac{1}{2}\lambda_m(A_2^TP_{12}+P_{12}^TA_2)\|y\|^2+\lambda_M^{\frac{1}{2}}((A_1^TP_{12}+P_{12}B_2)(A_1^TP_{12}+P_{12}B_2)^T)\|x\|\|y\|+$$

$$\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{12}^TA_3(P_{12}^TA_3)^T)\|y\|\|z\|+\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{12}B_3(P_{12}B_3)^T)\|x\|\|z\|)+\eta_1\eta_3(\lambda_m(P_{13}C_1+P_{13}^TC_1{}^T)\|x\|^T+$$

$$+\lambda_m(A_2^TP_{13}+A_2P_{13}{}^T)\|z\|^2+\lambda_M^{\frac{1}{2}}((A_2^TP_{13}+P_{13}C_3)(A_2^TP_{13}+P_{13}C_3)^T)\|x\|\|z\|+\lambda_M^{\frac{1}{2}}(A_2^TP_{13}(A_2^TP_{13})^T)\|y\|\|z\|+$$

$$+\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{13}C_2(P_{13}C_2)^T)\|x\|\|y\|)+\eta_2\eta_3(\lambda_mP_{23}B_3^T\|z\|^2+\lambda_mP_{23}C_2\|y\|^2+\lambda_M^{\frac{1}{2}}(B_2P_{23}+P_{23}C_3)\|y\|\|z\|+$$

$$\lambda_M^{\frac{1}{2}}B_1^TP_{23}\|x\|\|z\|+\lambda_M^{\frac{1}{2}}P_{23}C_1\|x\|\|y\|)=$$

$$=(\eta_1^2(\lambda_m(P_{11}A_1+A_1^TP_{11})+\eta_1\eta_2(\frac{1}{2}\lambda_m(P_{12}B_1+B_1^TP_{12}^T)+\eta_1\eta_3(\lambda_m(P_{13}C_1+P_{13}^TC_1{}^T))\|x\|^2+$$

$$+(\eta_2^2\lambda_m(P_{22}B_1+B_1^TP_{22})+\eta_1\eta_2(\frac{1}{2}\lambda_m(A_2^TP_{12}+P_{12}^TA_2))+\lambda_mP_{23}C_2)\|y\|^2+(\eta_3^2\lambda_m(C_3^TP_{33}+C_3P_{33})+$$

$$+\lambda_m(A_2^TP_{13}+A_2P_{13}{}^T)+\eta_2\eta_3\lambda_mP_{23}B_3^T)\|z\|^2+(\eta_1^2\,2\lambda_M^{\frac{1}{2}}P_{11}A_2(P_{11}A_2)^T+\eta_2^2\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{22}B_1(P_{22}B_1)^T)+$$

$$\eta_1\eta_2\lambda_M^{\frac{1}{2}}((A_1^TP_{12}+P_{12}B_2)(A_1^TP_{12}+P_{12}B_2)^T)+\eta_1\eta_3\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{13}C_2(P_{13}C_2)^T)+\eta_2\eta_3\lambda_M^{\frac{1}{2}}P_{23}C_1)\|x\|\|y\|+$$

$$+(\eta_1^2\,2\lambda_M^{\frac{1}{2}}P_{11}A_3(P_{11}A_3)^T+\eta_3^2\,2\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{33}C_1(P_{33}C_1)^T+\eta_1\eta_2\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{12}B_3(P_{12}B_3)^T+$$

$$+\eta_1\eta_3\lambda_M^{\frac{1}{2}}((A_2^TP_{13}+P_{13}C_3)(A_2^TP_{13}+P_{13}C_3)^T+\eta_2\eta_3\lambda_M^{\frac{1}{2}}B_1^TP_{23})\|x\|\|z\|+(\eta_2^2\,2\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{22}B_3(P_{22}B_3)^T$$

$$+\eta_3^2\,2\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{33}C_3(P_{33}C_3)^T)+\eta_1\eta_2\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{12}^TA_3(P_{12}^TA_3)^T)+\lambda_M^{\frac{1}{2}}A_2^TP_{13}(A_2^TP_{13})^T+\eta_2\eta_3(\lambda_M^{\frac{1}{2}}(B_2P_{23}+P_{23}C_3))\|y\|\|z\|$$

қуйидагича белгилаш киритамиз:

$$\rho_{11} = \eta_1^2(\lambda_m(P_{11}A_1 + A_1^T P_{11}) + \eta_1\eta_2(\frac{1}{2}\lambda_m(P_{12}B_1 + B_1^T P_{12}^T) + \eta_1\eta_3(\lambda_m(P_{13}C_1 + P_{13}^T C_1^T)$$

$$\rho_{22} = \eta_2^2\lambda_m(P_{22}B_1 + B_1^T P_{22}) + \eta_1\eta_2(\frac{1}{2}\lambda_m(A_2^T P_{12} + P_{12}^T A_2)) + \lambda_m P_{23}C_2$$

$$\rho_{33} = \eta_3^2\lambda_m(C_3^T P_{33} + C_3P_{33}) + \lambda_m(A_2^T P_{13} + A_2P_{13}{}^T) + \eta_2\eta_3\lambda_m P_{23}B_3^T$$

$$\rho_{12} = \rho_{21} = \eta_1^2\lambda_M^{\frac{1}{2}}P_{11}A_2(P_{11}A_2)^T + \eta_2^2\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{22}B_1(P_{22}B_1)^T) +$$

$$+\frac{1}{2}\eta_1\eta_2\lambda_M^{\frac{1}{2}}((A_1^T P_{12} + P_{12}B_2)(A_1^T P_{12} + P_{12}B_2)^T) + \eta_1\eta_3\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{13}C_2(P_{13}C_2)^T) + \frac{1}{2}\eta_2\eta_3\lambda_M^{\frac{1}{2}}P_{23}C_1$$

$$\rho_{13} = \rho_{31} = \eta_1^2 2\lambda_M^{\frac{1}{2}}P_{11}A_3(P_{11}A_3)^T + \eta_3^2 2\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{33}C_1(P_{33}C_1)^T + \eta_1\eta_2\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{12}B_3(P_{12}B_3)^T +$$

$$+\eta_1\eta_3\lambda_M^{\frac{1}{2}}((A_2^T P_{13} + P_{13}C_3)(A_2^T P_{13} + P_{13}C_3)^T + \eta_2\eta_3\lambda_M^{\frac{1}{2}}B_1^T P_{23}$$

$$\rho_{23} = \rho_{32} = \eta_2^2\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{22}B_3(P_{22}B_3)^T + \eta_3^2\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{33}C_3(P_{33}C_3)^T) + \frac{1}{2}\eta_1\eta_2\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{12}^T A_3(P_{12}^T A_3)^T) +$$

$$+\frac{1}{2}\lambda_M^{\frac{1}{2}}A_2^T P_{13}(A_2^T P_{13})^T + \eta_2\eta_3\lambda_M^{\frac{1}{2}}(B_2P_{23} + P_{23}C_3)$$

У холда хосила функция учун қуйидаги тенгсизлик ўринли бўлади

$$\dot{V} \le \rho_{11}\|x\|^2 + \rho_{22}\|y\|^2 + \rho_{33}\|z\|^2 + \rho_{12}\|x\|\|y\| + \rho_{13}\|x\|\|z\| + \rho_{23}\|y\|\|z\|$$

Бу тенгсизликни қуйидагича ёзишимиз мумкин

$$\dot{V} \le u^T S u$$

бу ерда $S = \lfloor \rho_{ij} \rfloor$, i,j=1,2,3, $\rho_{ij} = \rho_{ji}$

S матрица манфий аниқланган бўлиши учун

$a)$ $\rho_{11} < 0$

$$b)\quad \begin{vmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{vmatrix} = \rho_{11}\rho_{22} - \rho_{12}^2 > 0 \qquad (**)$$

$$c)\quad |S| = \rho_{11}\rho_{22}\rho_{33} + 2\rho_{12}\rho_{23}\rho_{13} - \rho_{13}^2\rho_{22} - \rho_{23}^2\rho_{11} - \rho_{12}^2\rho_{33} < 0$$

шартларнинг бажарилиши етарли. Бундан хулоса қилиб шуни айтишимиз мумкинки, агар P матрица мусбат аниқланган бўлса, (**) шартлар бажарилганда S матрица манфий аниқланган бўлиб, теорема 1.2 нинг барча шартлари бажарилади, яъни берилган система мувозанат холати асимптотик турғун бўлади.

Мисол 1.11. Қуйидаги Лурье системасини қарайлик

$$\frac{dx}{dt} = A_{11}x + A_{12}y + A_{13}z + q_1 f_1(\sigma_1) = f_1^*$$
$$\frac{dy}{dt} = A_{21}x + A_{22}y + A_{23}z + q_2 f_2(\sigma_2) = f_2^*$$
$$\frac{dz}{dt} = A_{31}x + A_{32}y + A_{33}z + q_3 f_3(\sigma_3) = f_3^*$$

бу ерда

$$\sigma_i = c_{i1}^T x + c_{i2}^T y + c_{i3}^T z, \quad \frac{f_i(\sigma_i)}{\sigma_i} \in [0, k_i], \; i = 1,2,3, \; \sigma_i \in (-\infty, +\infty).$$

Фараз қилайлик бу система учун хам юқорида қаралган мисолдаги каби матрица–функция тузилган бўлиб, у ердаги бахолашлар ўринли бўлсин. Бу функциялардан берилган система ёрдамида олинган тўла хосила қуйидаги тенгсизликни қаноатлантиради:

$$\dot{V}(x, y, z) \le u^T S u$$

бу ерда $S = \lfloor \sigma_{ij} \rfloor$, i,j=1,2,3, $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$, σ_{ii}, $i = 1,2,3$ лар мос равишда қуйидаги матрицаларнинг максимал хос қийматлари.

$$\eta_1^2\{A_{11}^T P_{11} + P_{11}A_{11} + P_{11}(q_1 k_1^* c_{11}^T) + (q_1 k_1^* c_{11}^T)^T P_{11}\} + 2\eta_1\eta_2\{P_{12}A_{21} + P_{12}(q_2 k_2^* c_{21}^T)\} + 2\eta_1\eta_3\{P_{13}A_{31} + P_{13}(q_3 k_3^* c_{31}^T)\}$$

$$\eta_2^2\{A_{22}^T P_{22} + P_{22}A_{22} + P_{22}(q_2 k_2^* c_{22}^T) + (q_2 k_2^* c_{22}^T)^T P_{22}\} + 2\eta_1\eta_2\{A_{12}^T P_{12} + (q_1 k_1^* c_{12}^T)^T P_{12}\} + 2\eta_2\eta_3\{P_{23}A_{32} + P_{23}(q_3 k_3^* c_{32}^T)\}$$

$$\eta_3^2\{A_{33}^T P_{33} + P_{33}A_{33} + P_{33}(q_3 k_3^* c_{33}^T) + (q_3 k_3^* c_{33}^T)^T P_{33} + 2\eta_1\eta_3\{A_{13}^T P_{13} + (q_1 k_1^* c_{13}^T)^T P_{13}\} + 2\eta_2\eta_3\{A_{23}^T P_{23} + (q_2 k_2^* c_{23}^T)^T P_{23}\}$$

, $\sigma_{ij}, i \ne j, \; i, j = 1,2,3$ лар мос равишда қуйидаги матрицаларнинг нормалари.

$$\eta_1^2\{P_{11}A_{12} + P_{11}(q_1 k_1^* c_{12}^T) + \eta_2^2\{\{P_{22}A_{21} + P_{22}(q_2 k_2^* c_{21}^T)\} + \eta_1\eta_2\{A_{11}^T P_{12} + P_{12}A_{22} + (q_1 k_1^* c_{11}^T)^T P_{12} +$$
$$+ P_{12}(q_2 k_2^* c_{22}^T)\} + \eta_1\eta_3\{P_{13}A_{32} + P_{13}(q_3 k_3^* c_{32}^T) + \eta_2\eta_3\{P_{23}A_{31} + P_{23}(q_3 k_3^* c_{31}^T)\}$$
$$\eta_1^2\{P_{11}A_{13} + P_{11}(q_1 k_1^* c_{13}^T)\} + \eta_3^2\{P_{33}A_{31} + P_{33}(q_3 k_3^* c_{31}^T)\} + \eta_1\eta_2\{P_{12}A_{23} + P_{12}(q_2 k_2^* c_{23}^T)\} +$$
$$+ \eta_1\eta_3\{P_{13}A_{33} + A_{11}^T P_{13} + P_{13}(q_3 k_3^* c_{33}^T) + (q_1 k_1^* c_{11}^T)P_{13}\} + \eta_2\eta_3\{A_{21}^T P_{23} + (q_2 k_2^* c_{21}^T)^T P_{23}\}$$
$$\eta_2^2\{P_{22}A_{23} + P_{22}(q_2 k_2^* c_{23}^T)\} + \eta_3^2\{P_{33}A_{32} + P_{33}(q_3 k_3^* c_{31}^T)\} + \eta_1\eta_2\{A_{13}^T P_{12} + (q_1 k_1^* c_{13}^T)^T P_{12}\}$$
$$+ \eta_1\eta_3\{A_{12}^T P_{13} + (q_1 k_1^* c_{12}^T)P_{13}\} + \eta_2\eta_3\{A_{22}^T P_{23} + P_{23}A_{22} + (q_2 k_2^* c_{22}^T)^T P_{23} + P_{23}(q_3 k_3^* c_{33}^T)\}$$

бу ерда

$$k_i^* = \begin{cases} \sigma_i q_i^T P_{ij} x > 0, \; (\text{ёки} \;\; \sigma_i q_i^T P_{ij} y > 0, \;\; \text{ёки} \;\; \sigma_i q_i^T P_{ij} z > 0) \quad \text{да} \quad k_i \\ \text{колган} \;\; \text{холларда} \;\; 0 \end{cases}$$

Бу бахолашлар қуйидагича хулоса қилишимиз имконини беради: Агар P матрица мусбат аниқланган бўлиб, S матрица манфий аниқланган бўлса, у холда Лурье типидаги система мувозанат холати асимптотик турғун бўлади.

Мисол 1.12. Мисол 1.11 даги матрицаларнинг кўриниши қуйидагича бўлсин

$$A_{11}=\begin{pmatrix}-3 & 0\\ 0 & -3\end{pmatrix};\quad A_{12}=\begin{pmatrix}-5 & 0\\ 0 & -5\end{pmatrix};\quad A_{13}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix};\quad A_{21}=\begin{pmatrix}5 & 0\\ 0 & 5\end{pmatrix};\quad A_{22}=\begin{pmatrix}0,1 & 0\\ 0 & 0,1\end{pmatrix};\quad A_{23}=\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 0 & -2\end{pmatrix};$$

$$A_{31}=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix};\quad A_{32}=\begin{pmatrix}2,3 & 0\\ 0 & 2,3\end{pmatrix};\quad A_{33}=\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix};\quad q_1=\begin{pmatrix}0,1\\ 0\end{pmatrix};\quad q_2=\begin{pmatrix}-0,1\\ 0\end{pmatrix};\quad q_3=\begin{pmatrix}0\\ 0,1\end{pmatrix};$$

$$c_{11}=\begin{pmatrix}-0,1\\ 0\end{pmatrix};\ c_{12}=\begin{pmatrix}-0,01\\ 0\end{pmatrix};\ c_{13}=\begin{pmatrix}-0,1\\ 0,1\end{pmatrix};\ c_{21}=\begin{pmatrix}0,1\\ 0\end{pmatrix};\ c_{22}=\begin{pmatrix}0,01\\ 0\end{pmatrix};\ c_{23}=\begin{pmatrix}0,1\\ 0,1\end{pmatrix};$$

$$c_{31}=\begin{pmatrix}-0,1\\ -0,1\end{pmatrix};\quad c_{32}=\begin{pmatrix}0\\ -0,01\end{pmatrix};\ c_{33}=\begin{pmatrix}0\\ -0,1\end{pmatrix}.\quad k_i=1;\quad i=1,2,3.$$

$U(x,y,z)$ матрица–функциянинг элементларини

$$v_{11}(x)=x^T diag[1,1]x;\qquad v_{22}(y)=y^T diag[1,1]y;\quad v_{33}(z)=z^T diag[1,1]z$$

$$v_{12}(x,y)=x^T diag[0,1;0,1]y;\ v_{13}(x,z)=x^T diag[0,1;0,1]z;\ v_{23}(y,z)=y^T diag[0,1;0,1]z.$$

кўринишда танласак, улар учун

$$v_{11}(x)\ge\|x\|^2;\qquad v_{22}(y)\ge\|y\|^2;\quad v_{33}(z)\ge\|z\|^2\ ;$$

$$v_{12}(x,y)\ge -0,1\|x\|\|y\|;\qquad v_{13}(x,z)\ge -0,1\|x\|\|z\|;\qquad v_{23}(y,z)\ge -0,1\|y\|\|z\|.$$

бахолар ўринли бўлиб,

$$P=\begin{bmatrix}1 & -0,1 & -0,1\\ -0,1 & 1 & -0,1\\ -0,1 & -0,1 & 1\end{bmatrix}$$

матрица мусбат аниқланган бўлади.

Агар $\eta=(1,1,1)$ бўлса у холда танлаб олинган $v_{ij}(\cdot);\ i,j\in[1,3]$ элементларга кўра S матрица қуйидаги қийматларни қабул қилади

$$S=\begin{cases} k_i^*=0\ \ \partial a & \begin{bmatrix}-5,2 & 0,16 & 0,2\\ 0,16 & -0,34 & 0,15\\ 0,2 & 0,16 & -0,2\end{bmatrix}\\[2ex] k_i^*=k_i=1\ \ \partial a & \begin{bmatrix}-5,202 & 0,18 & 0,03\\ 0,18 & -0,3402 & 0,012\\ 0,03 & 0,012 & -0,202\end{bmatrix}\end{cases}$$

Иккала холда хам S матрица манфий аниқланган бўлади. Бундан эса теорема 1.2 га асосан қаралаётган системанинг x=y=z=0 мувозанат холати асимптотик турғун бўлади.

II – боб

Агрегирлаш формаси ва сингуляр-тойиган системанинг структурали турғунлигининг шартлари.

Сингуляр-тойиган йирик масштабли системалар хосилавий тойиган харакат тенгламалари системаси кўринишида μ_ι , $\mu_\iota>0$, кичик параметрлар билан характерланади. Бу параметрларнинг мавжудлиги система агрегирован матрицаси уларга боғлиқлигини англатади. Бу эса берилган шартларни қаноатлантирувчи μ_ι параметр қийматини бахолашда қийинчиликлар туғдиради.

Йирик масштабли системани турғунлигини текширишда агрегат матрицани тартиби ва хоссасини берилган система тартибидан ва хоссаларидан кичик қилиб танлаш имконини берувчи усул эффектив хисобланади. Бошқа мухим жихати μ_ι парамаетр қийматини юқори чегарасини бахолашдан келиб чиқади. Бу масалани ечишда Ляпуновни тўла функциясини қуриш ва кичик параметрни боғлиқмаслиги муаммолари келиб чиқади. Кичик параметрни боғлиқмаслиги қисм система учун вақт шкаласини танлашга боғлиқ бўлади.

Бу бобда структурали тойишда сингуляр тойиган йирик масштабли системаларни турғунлигини матрица-функция асосида Ляпуновнинг тўғри усули ёрдамида текшириш масаласи ўрганилади. Бу ерда асосий ғоя “тез” ва “секин” қисм системаларини матрица-функциянинг диоганалидаги элементларига мос келишидир. Матрица-функциянинг диоганалда бўлмаган элементлари қисм системалар орасидаги боғланишни англатади. $\mu_\iota \to 0$ да матрица-функция компоненталарига мос келувчи махсус структкрали система хосил бўлади. Йирик масштабли сингуляр-тойиган система турғунлиги (турғунмаслиги) нинг етарли шартлари аниқ ишорали махсус матрица кўринишида тасвирланади.

§ I. Сингуляр-тойиган йирик масштабли система ёзилиши ва декомпозицияси.

Сингуляр-тойиган йирик масштабли системанинг тойиган харакат тенгламаси қуйидаги (S^*) кўринишида берилган бўлсин

$$\frac{dx_i}{dt}=f_i(t,x,y,P_i,S_i), \qquad i=1,2,\dots,q,$$

$$(2.1)$$

$$\mu_\iota \frac{dy_i}{dt}=g_i(t,x,y,M,P_{q+i},S_{q+i}), \qquad i=1,2,\dots,r$$

Бу ерда $x_i \in R$, $n_1+n_2+\dots+n_q=n$, $y_i \in R$, $m_1+\dots+m_r=m$, $q+r=S$; f_i n_i ва g_i- $P_i, \forall\iota\in[1,S]$ тойиш ўлчамига мос келувчи узлуксиз вектор функция ва S_i, $\forall\iota\in[1,S]$ структурали матрица даги каби аниқланади. μ_ι-ихтиёрий кичик қийматни қабул қилувчи $\mu_\iota\in[0,1].\forall\iota\in[1,r]$; $M=d\iota ag\{\mu_1,\mu_2,\dots,\mu_r\}$ параметр.

М тўпламни қуйидагича белгилаймиз

$$M=\{ M:0<M\leq I\}, \quad I=d\iota ag\{1,1,\dots,1\}\in R^{r+r}$$

у холда $\mu_m=\{M:0<\mu_\iota<\mu_{\iota m},\forall\in[1,r]\}$, бўлади

бу ерда $\mu_{\iota\, m}$- μ_ι нинг юқори қиймати.

Агар кичик параметрлар ўзаро боғланган бўлмаса у холда (S^*) система t_i боғлиқмас вақт шкаласи мавжуд бўлади

$$t_i=\frac{t-t}{\mu}, \; i=1,2,\dots,r. \qquad (2.2)$$

Бу холда градирован ван шкаласи бир хил бўлади. t_i вақт шкаласи τ_i қиймат орқали боғлиқ бўлади

$$\frac{t}{t}=\tau_i, \qquad i=1,2,\dots,r , \qquad (2.3)$$

аниқланган чегараларда ўзгаради

$$\tau_\iota \in [\underline{\tau}_i, \overline{\tau_i}] \text{ , i=1,2,…,r,} \qquad (2.4)$$

бу ерда $0 < \underline{\tau}_i \le \overline{\tau}_i + \infty, \quad \forall\iota \in [1,r]$.

(2.1.3) , (2.1.4) холлардан қуйидаги градируван вақт шкаласига эга бўламиз

$$\tau_\iota = \frac{\mu}{\overline{\mu}}, \qquad i=1,2,…,r. \qquad (2.5)$$

бунда кўринадики $\underline{\tau}_1 = \tau_1 = \overline{\tau}_1 = 1$ бўлади.

Ўзаро боғлиқ бўлган (S*) кўринишдаги системанинг (S^*_i) кўринишидаги i чи сингуляр-тойиган қисм системасининг кўриниши қуйидагича бўлади:

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(t, x, y, P_i, S_i)$$

$$\qquad\qquad\qquad\qquad (2.6)$$

$$\mu_\iota \frac{dy_i}{dt} = g_i(t, x, y, M, P_{q+1}, S_{q+1})$$

(S^*_i) кўринишдаги i чи сингуляр-тойиган қисм система қуйидагиса ёзилади

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(t, x^i, y^i, P_i, S_i),$$

$$\qquad\qquad\qquad\qquad (2.7)$$

$$\mu_\iota \frac{dy_i}{dt} = g_i(t, x^i, y^i, M, P_{q+1}, S_{q+1}),$$

бу ерда $x^i=(0, 0, …,0, x_i^T, 0, 0, …, 0) \in R^n$, $n=n_1+n_2+…+n_q$,

$x^i \in R^{ni}$; $y^i=(0, 0, …,0, y^T{}_i, 0, …,0)^T \in R^m$, $m=m_1+m_{2+…+}m_r$, $y_i \in R^{mi}$.

q=r бўлган холда биз қуйидаги тенгламани қарашимиз мумкин

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(t, x^i, y^i, P_I, S_i),$$

$$\qquad\qquad\qquad\qquad (2.8)$$

$$0 = g_i(t, x^i, y^{i,} ,o, P_{q+1}, S_{q+1})$$

(S*) системанинг ($\hat{S}^*_{i0}$) қисм системасини i- айниган боғлиқмас тенглама деб атаймиз ва

$$\frac{dy_i}{dt_i} = g_i(\alpha, b^i, y^{i,} ,o, P_{q+1}, S_{q+1}) \qquad (2.9)$$

тенгламани i-чегараланган қатламни боғлиқмас қисм системаси ((S*) системанинг ($\hat{S}^*_t$) чи тез қисм системаси) дейилади. (2.9) системада $\alpha \in R$,

$b^i=(0,…,0, b^T{}_i,0,…,0)^T$ $\alpha \in R^n$, $b_i\ \alpha \in R^{ni}$.

Агар (2.1) тенгламалар системасида хамма μ_ι лар нол тўпламни ифодаласа, у холда бу

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(t, x, y, P_I, S_i), \quad i=1,2,=,q,$$

$$\qquad\qquad\qquad\qquad (2.10)$$

$$0 = g_i(t, x, y ,o, P_{q+1}, S_{q+1}), \ i=1,2,…,r,$$

тенглама (S*) системанинг (S^*_0) ўзаро боғлиқ бузилувчан қисм системаси дейилади,

$$\frac{dy_i}{dt_1} = \tau_i\, g_i(\alpha, b, y ,o, P_{q+1}, S_{q+1}) \qquad , \quad i=1,2,…,r \qquad (2.11)$$

тенглама эса (S^*) системанинг ўзаро боғлиқ (S_t^*) тез қисм системаси деб аталади.

Фараз қилайлик $0=g_i(t, x, y ,o, P_{q+1}, S_{q+1})$, $\forall(t, x, y) \in RxN_xxN_y$, шарт хар бир $(P,S) \in \overline{P}x\varphi_s$ жуфтлик учун фақат ва фақат y=0 да ўринли бўлсин, бундан ташқари $0=g_i(t, x^i, y^i$,o,

P_{q+1}, S_{q+1}), $\forall(t, x, y)\in RxN_xxN_y$ шарт хар бир (P,S) $\in\ \overline{P}\times\vartheta_s$ s жуфтлик учун фақат ва фақат $y^\iota=0$ да ўринли бўлсин.

Бундан келиб чиқадики (2.8) ва (2.10) системалар мос арвишда

$$\frac{dx_i}{dt}=f_i\ (t,\ x^i,\ 0,\ P_I,\ S_i), \qquad (2.12)$$

$$\frac{dx_i}{dt}=f_i\ (t,\ x,\ 0,\ P_I,\ S_i), \quad i=1,2,\ldots,q \qquad (2.13)$$

системалар билан эквивалент бўлади.

§ 2. Сингуляр-тойиган системанинг турғунлик шарти ва агрегирлаш

Бир қатор ўтказилган тахлиллар натижасида йирик масштабли сингуляр-тойиган система декопозицияси формаси турлича бўлиши мумкин. Бу эса агрегирлашнинг турлича формаси ва уларни турғунлик критериси мавжудлигини кўрсатади. Амма йирик масштабли системанинг бу синфи учун қуйидагича совол туғилади: ўзаро боғлиқ турли t_ι вақт шкаласи мавжудми ? Ўрганиш керак бўлган масала боғлиқмас қисм системалар ва бир қатор бузилган боғлиқмас қисм системалар турғунлигини ўрганиш натижасида хосил бўлган система нол ечими турғунлиги шартларига кўра (S^*) системанинг агрегир формасини хосил қилиш.

2.1. Нотекис даражаланган вақт шкаласи. q=r муносабатни бажарилади деб фараз қилакмиз. (S^*) йирик масштабли система (2.6) кўринишдаги сингуляр-тойиган (S^*_ι) қзаро боғлиқ қисм системаларга ажрайди. Бу холда (2.1) система қуйидаги кўринишда бўлади

$$\frac{dx_i}{dt}=f_i\ (t,\ x^i,\ 0,\ P_I,\ S_i)+f^*_i+f^{**}_i,\ i=1,2,\ldots q,$$

$$(2.14)$$

$$\mu_\iota\frac{dy_i}{dt}=g_i(\alpha,\ b^i,\ y^{i,}\ ,\ P_{q+1},\ S_{q+1})+g^*_i+g_i^{**},\ \ i=1,2,\ldots,q$$

бу ерда

$f^*_i = f_i\ (t,\ x^i,\ y^i,\ P_i,\ S_i)-\ f_i\ (t,\ x^i,\ 0,\ P_I,\ S_i)$,

$g^*_i= g_i(t\ ,\ x^i,\ y^i,\ M^i,\ P_{q+1},S_{q+1})-\ g_i(\alpha,\ b^i,\ y^{i,}\ ,o,\ P_{q+1},\ S_{q+1})$,

$f_i^{**}= f_i\ (t,\ x,\ y,\ P_i,\ S_i)-\ f_i\ (t,\ x^i,\ y^i,\ P_i,\ S_i)$,

$g_i^{**}= g_i(t\ ,\ x,\ y,\ M,\ P_{q+1},S_{q+1})-\ g_i(t\ ,\ x^i,\ y^i,\ M^i,\ P_{q+1},S_{q+1})$

f_i^* ва g_i^* функциялар билан (S^*_ι) ўзаро боғлиқ сингуляр қисм системанинг ι чи тенгламаси билан (S^*) система орасидаги боғланишни, f_i^{**} ва g_i^{**} функциялар билан эса (S^*) системадаги бошқа боғланишларни белгилаймиз.

[52-65] ишдаги натижаларга кўра қуйидаги фаразларни келтирамиз.

Фараз 2.1

1) $x_i=0$ ва $y_i=0$ ларга мос $N_{ix}\subseteq R^{ni}$, $N_{iy}\subseteq R^{mi}$ очиқ соха,
2) φ_{ik}, $\psi_{ik}\in$ (KR)-Хана синфига кирувчи $\varphi_{ik}:N_{ix}\to R_+$, $\psi_{ik}:N_{iy}\to R_+$, $i\in[1,q]$, k=1,2, функция
3) $\underline{\alpha}_{ij},\overline{\alpha}_{ij}.\underline{\alpha}_{i,q+j},\overline{\alpha}_{i,q+j},\underline{\alpha}_{q+i,q+j},\overline{\alpha}_{q+i,q+j}$ i,j=1,2,…,q; ўзгармаслар
4) $$U(t,x,y,M)=\begin{bmatrix} U_{11}(t,x) & U_{12}(t,x,y,M)\\ U_{12}^T(t,x,y,M) & U_{22}(t,y,M)\end{bmatrix} \qquad (2.15)$$

матрица – функция мавжуд

бу ерда

$U_{11}\ (t,x)=[v_{ij}\ (t,.)]$, $v_{ij}=v_{ij}(\ t,\ x_i\ )$,

$V_{ij}=v_{ji}=v_{ij}(\ t,\ x_i,\ x_j)$, i,j=1,2,…,q ;

$U_{22}(\ t,\ y,\ M) = v_{q+i}{}^*{}_{,q+j}(t,.)$, $v_{q+i}{}^*{}_{,q+j}=\mu_i\ v_{q+i}{}^*{}_{,q+j}\ (\ t,\ y_i)$

$v_{q+i}{}^*{}_{,q+j}= v_{q+i}{}^*{}_{,q+j} =\mu_i\ \mu_j\ \ v_{q+i}{}^*{}_{,q+j}\ (t,\ y_i,\ y_i)$, i,j=1,2,…,q

$U_{12}(t, x, y, M)=[\mu_j v_{i,q+j}(t, x_i, y_j)]$, $i,j=1,2,..,q$, $2q=s$;
элементлар учун қуйидаги бохолар ўринли:

а) $\underline{\alpha}_o \varphi_{i1}(x_i)\varphi_{j1}(x_j) \le v_{ij}(t,.) \le \overline{\alpha}_{ij}\varphi_{i2}(x_i)\varphi_{j2}(x_j)$,
$\forall(t, x_i\ y_j) \in RxN_{ix}xN_{jx}, i,j=1,2,\dots,q, j\ge i$;
б) $\underline{\alpha}_{q+i,q+j_\varphi}\ \psi_{i1}(y_i)\psi_{j1}(y_j) \le v_{q+i,q+}j(t,.) \le \overline{\alpha}_{q+i,q+j}\ x\Psi_{i2}(y_i)\Psi_{j2}(y_i)$, $\forall(t,y_i, y_j)\in Rx\ N_{iy}\ xN_{jy}$,
$(j\ge i)\in[1,q]$
в) $\underline{\alpha}_{i,q+j}\varphi_{i1}(x_i)\psi_{j1}(y_j) \le v_{i,q+j}(t,x_i,y_j) \le \overline{\alpha}_{i,q+j} \times \varphi_{i2}(x_i)\psi_{j2}(y_j)$, $\forall(t, x_i, y_i)\in R\times N_{ix}\times N_{jy}$
$i,j=1,2,\dots,q$.
(2.15) матрица- функция ва $\eta\in R_+^S$ доимий векторлар ёрдамида

$$v(t, x, y, M)=\eta^T U(t, x, y, M)\eta \qquad (2.16)$$

функцияни хосил қиламиз ва Дини юқори ўнг хосиласини кўриб чиқамиз

$$D^+v(t, x, y,M)=\eta^T D^+U(t, x, y,M)\eta,$$
$$(2.17)$$
$$D^+U(t, x, y, M)=[D^+v_{r,k}(t,\dots)], \quad r,k=1,2,\dots,S$$

(2.16) функция учун қуйидаги тасдиқ ўринли.

Лемма 2.1. (2.16) функция учун фараз 2.1 даги шартлар бажарилганда қуйидаги икки томонлама бахолаш ўринли бўлади

$$U_1^T A(M)U_1 \le v(t,x,y,M) \le U_2^T B(M)U_2,$$
$$\forall(t, x, y, M)\in RxN_x x\ N_y xM,$$

бу ерда

$N_x \subseteq N_{1x}x\ N_{2x}x \dots xN_{qx}$, $N_y\subseteq N_{1y}x\ N_{2y}x \dots xN_{qy}$,
$U_k^T=(\varphi_{1k}(x_1),\dots,\varphi_{qk}(x_q),\Psi_{1k}(y_1),\dots,\Psi_{qk}(y_q))$, $k=1,2$
$A(M)=H^T A_1(M)H$, $B(M)=H^T A_2(M)H$,
$H=diag\{\eta_1,\eta_2,\dots,\eta_S\}$, $S=2q$,

$$A_1(M)=\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12}(M) \\ A_{12}^T(M) & A_{22}(M)\end{bmatrix}, \quad A_2(M)=\begin{bmatrix} \overline{A}_{11} & \overline{A}_{12}(M) \\ \overline{A}_{12}^T(M) & \overline{A}_{22}(M)\end{bmatrix},$$

$A_{11}=[\underline{\alpha}_{ij}]$, $\underline{\alpha_{ij}}=\underline{\alpha}_{ij}$, $\bar{A}_{11}=[\overline{\alpha}_{ij}]$, $\overline{\alpha}_{ij}=\overline{\alpha}_{ji}$,

$A_{12}(M)=[\mu_j\underline{\alpha}_{i,q+j}]$, $\bar{A}_{12}(M)=[\mu_j\overline{\alpha}_{i,q+j}]$,
$A_{22}(M)=[\mu_{ij}{*}\underline{\alpha}_{q+i,q+j}]$, $\underline{\alpha}_{q+i,q+j}=\underline{\alpha}_{q+j,q+i}$,
$\overline{A}_{22}(M)=[\mu_{ij}^*\overline{\alpha}_{q+i,q+j}]$, $\overline{\alpha}_{q+i,q+j}=\overline{\alpha}_{q+j,q+i}$,

$$\mu_{ij}{*}=\begin{cases}\mu_i & i=j,\\ \mu_i\mu_j & i\ne j,\end{cases} \qquad i,j=1,2,\dots,q.$$

Исбот: фараз 2.1 даги барча шартлар бажарилсин. У холда (2.16) функция учун қуйидаги тенгсизликлар кетма кетлиги ўринли бўлади

$$v(t, x, y, M)=\sum_{i=1}^{q}\eta_i^2 v_{ii}(t, x_i)+2\sum_{i=1}^{q}\sum_{\substack{j=2\\ j>i}}^{q}\eta_i\eta_j v_{ij}(t, x_i, x_j)+\sum_{i=1}^{q}\eta_{q+1}^2\mu_i v_{q+i,q+j}(t,y_i)+$$

$$+2\sum_{i=1}^{q}\sum_{\substack{j=2\\ j>i}}^{q}\eta_{q+i}\eta_{q+j}\mu_i\mu_j\ v_{q+i,q+j}+2\sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q}\eta_i\eta_{q+j}\mu_j\ v_{i,q+j}(t, x_i\ y_i)\ge\sum_{i=1}^{q}\eta_i^2\underline{\alpha}_{ii}\varphi_{i1}^2+$$

$$+2\sum_{i=1}^{q}\sum_{\substack{j=1\\ j>i}}^{q}\eta_i\eta_j\underline{\alpha}_{ij}\varphi_{i1}(x_i)\varphi_{j1}(x_j)+\sum_{i=1}^{q}\eta^2_{q+i}\mu_i\ \underline{\alpha}_{q+i,q+i}\Psi^2_{i1}(y_i)+$$

$$+2\sum_{\substack{i=1\\ j>i}}^{q}\sum_{j=1}^{q}\eta_{q+i}\eta_{q+j}\mu_i\mu_j\underline{\alpha}_{q+i,q+j}\Psi_{i1}(y_i)\,\Psi_{j1}(y_j)+$$

$$+\ 2\sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q}\eta_i\eta_{q+j}\mu_j\underline{\alpha}_{i,q+j}\varphi_{i1}(x_i)\,\Psi_{j1}(y_j)=$$

$$=(\varphi_{11}(x_1),\ldots,\varphi_{q1}(x_q),\psi_{11}(y_1),\ldots,\psi_{q1}(y_q))^T\operatorname{diag}\{\eta_1,\ldots,\eta_{2q}\},$$

$$\text{x}\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12}(M)\\ A_{12}^T(M) & A_{22}(M)\end{bmatrix}\text{x diag}\{\eta_1,\eta_2,\ldots,\eta_{2q}\}\text{x}(\varphi_{11}(x_1),\ldots,\varphi_{q1}(x_q),\psi_{11}(y_1),\ldots,\psi_{q1}(y_q))=$$

$$=U_1^T\,A(M)U_1$$

Юқоридан бахолаш хам шундай исботланади.

Фараз 2.2.

1) $\varphi_i,\psi_i\in K(KR)$-синфга тегишли φ_i: $N_{ix}\to R_+$, ψ_i:$N_{ij}\to R_{+,\ i=1,2,\ldots,}q$, функция
2) Фараз 2.1 даги шартларни қаноатлантирувчи v_{ij},$v_{i,q+j}$, $v_{q+i,q+j}$, i,j=1,2,…,q, функция, яъни

а) $v_{ij}(t, x_i, x_i)$ функция (R x N_{ix0} x N_{jx0}) да ёки (R x R^{ni} x R^{nj}) да узлуксиз;

б) $v_{i,q+j}$ (t, x_i ,x_i) функция (R x N_{ix0} x N_{jx0}) да ёки (R x R^{ni} x R^{nj})да узлуксиз;

в) $v_{q+i\ ,q+j}(t, y_i\ y_j)$ функция (R x N_{iy0} x N_{jy0}) да ёки (R x R^{mi} x R^{mj})да узлуксиз;

3) $\rho_{\alpha i}(P,S)$, $\rho_{\beta,i,J}(P,S)$, α=1,2,…,13, β=1,2,…,8, i,j=1,2,…,q хақиқий сон мавжуд ва

а) $\eta_i^2\,D^+{}_t v_{ii}+\eta_i^2\,(D^+_{x_i}v_{ii})^T\ f_i\ (t, x^i, 0,\ P_I, S_i)\le\rho_{1i}(P,S)\ \varphi^2{}_i(x_i)$,

$\forall(t, x_i, P, S)\in$ R x N_{ix0} x $\overline{P}\times\varphi_S$, i=1,2,…,q;

б) $\eta_{q+i}^2\mu_i D_t^+\ v_{q+i\ ,q+i}+\eta^2{}_{q+i}(D^+{}_{yi}\ v_{q+i\ ,q+i})^T\ g_i(\alpha, b^i, y^{i,}\ ,o, P_{q+1}, S_{q+1})\le$

$\le\rho_{2i}(P,S)\psi^2{}_i(y_i)$, $\forall(t, y_i, M, P, S)\in$ R x N_{iy0} x Mx$\overline{P}\times\varphi_S$, i=$\overline{1,q}$.

в) $\eta_i^2\,(D^+_{x_i}v_{ii})^T f^*{}_i+\eta^2{}_{q+i}(D^+{}_{yi}\ v_{q+i\ ,q+i})^T g_i{}^*+2\,\eta_i\eta_{q+i}\left\{\mu_i D_t^+ v_{i,q+j}+\mu_i\,(D^+_{xi}v_{i,q+j})^T\right.\times$

x $f_i\ (t, x^i, y^i, P_i, S_i)+(D^+{}_{yi}v_{i,q+j})^T g_i\ (t, x^i, y^i, M^i, P_{q+i}, S_{q+i})\ \left.\right\}\le$

$\le\rho_{3i}(P,S)+\mu_i\,\rho_{4i}(P,S))\varphi^2{}_i(x_i)+(\ \rho_{5i}(P,S)+\ \mu_i\,\rho_{6i}(P,S))\psi_i{}^2(y_i)+2(\ \rho_{7i}(P,S)+\ \mu_i\,\rho_{8i}(P,S))$x

x$\varphi_i(x_i)\ \psi_i(y_i)$,

$\forall(t, x_i,\ y_i, M, P, S)\in$ R x N_{ix0} xN_{iy0}x$\overline{P}\times\varphi_S$, i=1,2,…,q;

г) $\sum_{i=1}^{q}\eta_i^2\,(D^+_{x_i}v_{ii})^T f_i{}^{**}+\sum_{i=1}^{q}\eta^2{}_{q+i}(D^+{}_{yi}\ v_{q+i\ ,q+i})^T g_i{}^{**}+\sum_{i=1}^{q}2\eta_i\eta_{q+i}\{\mu_i(D^+{}_{xi}v_{i,q+j})^T f_i{}^{**}+$

$+(D^+{}_{yi}v_{i,q+j})^T g_i{}^{**}\}+\sum_{i=1}^{q}\sum_{j=2}^{q}\eta_i\eta_j\{D_t{}^+v_{ij}+(D^+{}_{xi}\ v_{ij})^T\ f_i\ (t, x, y,\ P_I, S_i)+$

$+(D^+{}_{xj}v_{ij})^T f_j(t,x,y,P_j,S_j)\}+2\sum_{i=1}^{q}\sum_{j=2}^{q}\eta_{q+i}\eta_{q+j}\{\ \mu_i\mu_j D_t^+ v_{q+i,q+j}+\mu_j(D^+{}_{yi}v_{i,q+j})^T gi\ (t, x, y,$

$M,P_{Pq+i},S_{q+i})\ +\mu_i(D^+{}_{yi}v_{q+i,q+j})^T$x g_i (t, x, y, M, P_{q+i}, S_{q+i})}+2$\sum_{i=1}^{q}\sum_{j=2}^{q}\eta_i\eta_{q+j}\{\mu_j D^+{}_t v_{i,q+j}+\ +$

$\mu_j(D^+{}_{xi}v_{i,q+j})^T\ f_i\ (t,x,y,P_i,S_i)+(D^+{}_{yi}v_{i,q+j})^T g_i(t,x,y,M,P_{q+i},S_{q+i})\le$

$\le\sum_{i=1}^{q}\ \{(\rho_{9i}(P,S)+\mu_i\,\rho_{10i}(P,S))\varphi^2{}_i(x_i)+\ (\rho_{11i}(P,S)+\mu_i\,\rho_{12i}(P,S))+\mu_i(\sum_{j=2}^{q}\ \mu_j)$

$\rho_{13i}(P,S)\psi^2{}_i(y_i)\}+\ 2\sum_{i=1}^{q}\sum_{j=2}^{q}\ \{(\ \rho_{1,i,j}(P,S)+\mu_i\,\rho_{2,i,j}(P,S))\varphi^2{}_i(x_i)\varphi_j(x_j)+$

$+(\rho_{3,i,j}(P,S)+\mu_i\,\rho_{4,i,j}(P,S)+\mu_i\mu_j\,\rho_{5,i,j}(P,S))\psi_i(y_i)\,\psi_j(y_j)\}+2\sum_{i=1}^{q}\sum_{j=2}^{q}(\rho_{6,i,j}(P,S)+$

$+\mu_i\,\rho_{7,i,j}(P,S)+\mu_i\mu_j\,\rho_{8,i,j}(P,S))\,\varphi_i(x_i)\,\psi_j(y_j),$

$\forall(t,x,y,M,P,S)\in R\ x\ N_{x0}\,xN_{y0}xMx\,\overline{P}\times\vartheta_s$

шартларни қаноатлантиради.

бу ерда $N_{ix0}=\{x_i: x_i\in N_{ix},\ x_i\neq 0\}$, $N_{iy0}=\{y_i: y_i\in N_{iy},\ y\neq 0\}$, i=1,2,…,q; 2q=s.

мавжуд.

Лемма 2.2. (2.17) ифода учун фараз 2.2 даги шартлар бажарилганда қуйидаги бахолаш ўринли бўлади

$$D^+v(t,x,y,M)\le u^TG(M,P,S)u,\ \forall(t,\ x,\ y,\ M,\ P,\ S)\in R\ x\ N_{x0}\,xN_{y0}xMx\,\overline{P}\times\vartheta_s$$

бу ерда

$U^T=(\varphi_1(x_1),\dots,\varphi_q(x_q),\psi_1(y_1),\dots,\psi_q(y_q)),$

$G(M,P,S)=[\sigma_{ij}(M,P,S)],\ \sigma_{ij}=\sigma_{ji}, i,j=1,2,\dots,s,$

$\sigma_{ii}(M,P,S)=\rho_{1i}(P,S)+\rho_{3i}(P,S)+\rho_{9i}(P,S)+\mu_i(\rho_{4i}(P,S)+\rho_{10i}(P,S))$, i=1,2,…,q;

$\sigma_{q+i,q+i}(M,P,S)=\rho_{2i}(P,S)+\rho_{5i}(P,S)+\rho_{11i}(P,S)+\mu_i(\rho_{6i}(P,S)+\rho_{12i}(P,S)+(\sum_{j=2}^{q}\mu_j)\,\rho_{13i}(P,S)),$ i=1,2,…,q;

$\sigma_{i,q+i}(M,P,S)=\rho_{7i}(P,S)+\mu_i\rho_{8i}(P,S)$, i=1,2,…,q;

$\sigma_{i,j}(M,P,S)=\rho_{1ij}(P,S)+\mu_i\rho_{2ij}(P,S)$, i=1,2,…,q; j=2,3,…,q, j>i

$\sigma_{q+i,q+j}(M,P,S)=\rho_{3ij}(P,S)+\mu_i\rho_{4ij}(P,S)+\mu_i\,\mu_j\,\rho_{5ij}(P,S)$, i=1,2,…,q; j=2,3,…,q, j>i

$\sigma_{i,q+j}(M,P,S)=\rho_{6ij}(P,S)+\mu_i\rho_{7ij}(P,S)+\mu_i\,\mu_j\,\rho_{8ij}(P,S)$, i,j=1,2,…,q, i≠j.

Исбот: фараз 2.2 даги хамма шартлар бажарилсин. У холда (2.2.4) учун қуйидагига эга бўламиз

$$D^+v(t,x,t,M)=\sum_{i=1}^{q}\{\eta_i^2D_t^iv_{ii}+(D_{x_i}^+v_{ii})^T\ f_i\,(t,x^i,0,\ P_i,S_i)+\eta_{q+i}^2\mu_iD_t^+v_{q+i,q+i}+$$

$$+\eta_{q+i}^2(D_{y_i}^+v_{q+i,q+i})^Tg_i(\alpha,b^i,y^i,0,P_{q+i},S_{q+i})+\eta_i^2(D_{x_i}^+v_{ii})^Tf^*_i+\eta_{q+i}^2(D_{y_i}^+v_{q+i,q+i})^Tg^*_i+$$

$$+2\eta_i\eta_{q+i}(\mu_iD_t^+\ v_{i,q+i})^Tg_i(t,x^i,y^i,M^i,P_{q+i},S_{q+i})+\eta_i^2(D_{x_i}^+v_{ii})^Tf_i^{**}+\eta_{q+i}^2(D_{y_i}^+v_{q+i,q+i})^Tg_i^{**}$$

$$+\eta_i\eta_{q+i}(\mu_i(D_{x_i}^+v_{i,q+i})^Tf_i^{**}+(D_{y_i}^+\ v_{i,q+i})^T\ g_i^{**})\}+2\sum_{i=1}^{q}\sum_{j=2}^{q}\{\eta_i\eta_j(D_t^+v_{ij}+$$

$$+(D_{x_i}^+v_{ij})^T\ f_i\,(t,x,y,\ P_i,S_i)+(D_{x_j}^+v_{ij})^T\ f_j\,(t,x,y,\ P_j,S_j))+\eta_{q+i}\eta_{q+j}(\mu_i\mu_jD_t^+v_{q+i,q+j}+$$

$$+\mu_i(D_{y_j}^+\ v_{q+i,q+j})^T\ g_i\,(t,x,y,M,P_{q+i},S_{q+i})+\mu_j(D_{y_j}^+\ v_{q+i,q+j})^T\ g_i\,(t,x,y,M,P_{q+i},S_{q+i}))\}$$

$$+2\sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q}\eta_i\eta_{q+j}\{\mu_jD_t^+v_{i,q+j}+\mu_j(D_{x_i}^+v_{i,q+i})^Tf_i(t,x,y,P_i,S_i)+$$

$$+(D_{y_j}^+v_{i,q+j})^Tg_i(t,x,y,M,P_{q+i},S_{q+i})\le\sum_{i=1}^{q}\{\rho_{1i}(P,S)+\rho_{3i}(P,S)+\rho_{9i}(P,S)++\mu_i(\rho_{4i}(P,S)+\rho_{10i}(P,S))\}+$$

$$\sum_{i=1}^{q}\{\rho_{2i}(P,S)+\rho_{5i}(P,S)+\rho_{11i}(P,S)+\mu_i(\rho_{6i}(P,S)+\rho_{12i}(P,S))\}+$$

$$+(\sum_{j=2}^{q}\mu_j)\,\rho_{13i}(P,S))\}\,\psi^2_i(y_i)+\sum_{i=1}^{q}\{\rho_{7i}(P,S)+\mu_i\rho_{8i}(P,S)\}\varphi_i(x_i)\psi_i(y_i)+$$

$$+2\sum_{i=1}^{q}\sum_{j=2}^{q}\{\rho_{1ij}(P,S)+\mu_i\rho_{2ij}(P,S)\}\,\varphi_i(x_i)\,\varphi_j(x_j)+2\sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q}\{\rho_{3ij}(P,S)+\mu_i\rho_{4ij}(P,S)+$$

$+\mu_i\mu_j\rho_{5ij}(P,S)\}\psi_i(y_i)\psi_j(y_j) + 2\sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q}\{\rho_{6ij}(P,S)+\mu_i\rho_{7ij}(P,S)+\mu_i\mu_j\rho_{8ij}(P,S)\}$x

x $\varphi_i(x_i)\ \psi_j(y_j) = u^T G(M,P,S)u$.

Теорема 2.1 (2.14) тойиган харакат тенгламаси фараз 2.1,2.2 даги хамма шартларни ва қуйидаги шартларни қаноатлантирсин:

а) A(M)- матрица ихтиёрий $\mu_i \in]0,\tilde{\mu}_{i1}[$ ва $\mu_i \to 0$, i=1,2,…,q; ларда мусбат аниқланган бўлсин.

б) $\mu_i \in]0,\tilde{\mu}_{i2}[$ и $\mu_i \to 0$, i=1,2,…,q, ларда шундай $\overline{G}(M)$-манфий аниқланган матрица мавжуд бўлсинки лемма 2.2 да аниқланган G(M, P, S) матрица учун

$$G(M, P, S) \le \overline{G}(M), \quad \forall (M,P,S) \in M \times \overline{P} \times \vartheta_S$$

бахо ўринли бўлсин. У холда (S*) системанинг $(x^T, y^T) = 0$ мувозанат холати $\mu_i \in]0,\tilde{\mu}_i[$ ва $\mu_i \to 0$, $\overline{P} \times \vartheta_S$, бу ерда $\tilde{\mu}_i = \min\{1,\tilde{\mu}_{i1},\tilde{\mu}_{i2}\}$. да текис асимптотик турғун бўлади.

Агар шу нарса $N_{ix}xN_{iy} = R^{n_i+m_i}$, $\varphi_{ik},\psi_{ik},\varphi_i,\psi_i \in$KR-синфига тегишли функция да ўринли бўлса, у холда (2.14) системанинг $(x^T, y^T) = 0$ мувозанат холати ихтиёрий $\mu_i \in]0,\tilde{\mu}_i[$ ва $\mu_i \to 0$, $\overline{P} \times \vartheta_S$ да тўла текис асимптотик ткрғкн бўлади.

Исбот: фараз 2.1., лемме 2,1 ва теорема 2.1 нинг а) шартлари бажарилганда v(t,x,y,M) функция ихтиёрий $\mu_i \in]0,\tilde{\mu}_{i1}[$ ва $\mu_i \to 0$, $N_{ix}xN_{iy}$ да мусбат аниқланган бўлади. Фараз 2.2, лемме 2,2 ва теорема 2.1 нинг б) шартларидан D^*v(t,x,y,M)-ифода ихтиёрий $\mu_i \in]0,\tilde{\mu}_{i2}[$ ва $\mu_i \to 0$, хар бири учун (P,S)$\in$ $\overline{P} \times \vartheta_S$ ларда манфий аниқланган бўлади.

Бу шартлар эса (2.14) системанинг мувозанат холатини ихтиёрий $\mu_i \in]0,\tilde{\mu}_i[$ ва $\mu_i \to 0$, $\tilde{M} \times \overline{P} \times \vartheta_S$ ларда текис асимптотик турғун бўлиши учун етарли бўлади.

Кўрсатма 2.1. A(M) матрицанинг мусбат аниқланганлик ва G(M) матрицанинг манфий аниқланганлик шартидан мос равишда μ_i нинг $\tilde{M} = \{M : 0 < \mu_i < \tilde{\mu}_i,\ i = 1,2,\ldots,q\}$ мумкин бўлган юқори чегарасидаги $\tilde{\mu}_i = \min\{1,\tilde{\mu}_{i1},\tilde{\mu}_{i2}\}$.- қуйи бахоси бўлган $\tilde{\mu}_{i1} u \tilde{\mu}_{i2}$ қийматлар аниқланади.

Мисол 2.1. Қуйидаги 4 чи тартибли иккита қисм системаларга ажраган 8 чи тартибли стационар бўлмаган чизиқсиз системани қарайлик

$$\frac{dx_i}{dt} = (1+\sin^2 t)(-x_i^3 + 0{,}1y_i^3) + 0{,}2S_{i1}(t)y_j^3\cos^2 t, i \ne j = 1{,}2,$$

(2.18)

$$\mu_i\frac{dy_i}{dt} = (1+\sin^2 t)(-y_i^3 + 0{,}1\mu_i x_i^3) + 0{,}2S_{2+i,1}(t)\mu_i x_j^3\cos^2 t, i, j = 1{,}2, i \ne j,$$

бу ерда $x_i=(x_{i1},x_{i2})^T \in R^2$, $y_i=(y_{i1},y_{i2}) \in R^2$, M=diag$\{\mu_1,\mu_2\}$,
M ={M:0< $\mu_i \le 1$,i=1,2}, $S_{ij}(t) \in [0,1]$, i=1,2,3,4, j=1,2

ва

$$S_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & S_{i1}(t) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & S_{i1}(t) \end{bmatrix}, \quad i=1,2,3,4$$

(2.18) система учун (2.15) матрица- функция элементларини қуйидаги кўринишда танлаймиз

$$v_{ii}(x_i)=x_i^2;\ v_{2+i,2+i}(y_i)= \mu_i y_i^2;\ v_{ij}= v_{2+i,2+j}= v_{i,2+j=0};$$

$$v_{i,2+i}(x_i,y_i)=0{,}1\,\mu_i\ x_i,y_i,\quad i,j=1,2,\quad i\ne j.$$

η^T=(1,1,1,1) бўлсин, у холда

$$A(M)=\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12}(M) \\ A_{12} & A_{22}(M) \end{bmatrix},$$

матрица, бу ерда

A_{11}=diag(1,1), A_{22}(M)=diag(μ_1,μ_2), A_{12}(M)=diag(-0,1μ_1, -0,1μ_2)

ихтиёрий $\mu_i \in]0,1]$ ва $\mu_i \to 0$,i=1,2 да мусбат аниқланган бўлади.

$\overline{G}(M)$ матриcанинг элементлари

$\overline{\sigma}_{ii}(M)$ =-2+0,26 μ_i, i=1,2;

$\overline{\sigma}_{2+i,2+i}(M)$ = -1,8+0,06μ_i, i=1,2;

$\overline{\sigma}_{i,2+i}(M)=0$, i=1,2; $\overline{\sigma}_{ij}(M)=\sigma_{2+i,2+j}(M)$=0,01$\mu$i ,

$\overline{\sigma}_{i,2=j}(M)$ =0,2(1+μ_i), i,j=1,2; i$\neq$j.

кўринишда бўлади.

Бундан $\overline{G}(M)$ матрица ихтиёрий $\mu_i \in]0,1]$ ва $\mu_i \to 0$, i=1,2. да манфий аниқланган бўлади. Мос равишда теорема 2.1 га асосан (2.18) системанинг $(x^T,y^T)^T=0\in R^8$ мувозанат холати Mx ϑ_4 да тўла маънода текис асимптотик турғун бўлади.

Бу ерда x= $(x_1^T,x_2^T)^T=0\in R^8$, $y=(y_1^T,y_2^T)^T\in R^4$,

ϑ_4={S: S=diag(S_1,S_2,S_3,S_4), $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \le S_i \le \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, i=1,2,3,4}

2.2. Текис даражаланган вақт шкаласи. Текис даражаланган вақт шкаласи холида (2.1) системанинг кўриниши қуйидагича бўлади

$$\frac{dx_i}{dt}=f_i\ (t,\ x,\ 0,\ P_i,\ S_i)+f^*_i,\ i=1,2,\ldots q,$$

(2.19)

$$\mu_1\ \frac{dy_i}{dt_1}=\tau_i\, g_i(\alpha,\ b,\ y\ ,o,\ P_{q+1},\ S_{q+1})+\tau_i\, g_i^*,\ \ i=1,2,\ldots,r$$

бу ерда f^*_i= f_i (t, x, y, P_i, S_i)- f_i (t, x, 0, P_i, S_i),

g_i^*= g_i(t, x, y ,M, P_{q+1}, S_{q+1})- g_i(α, b, y ,o, P_{q+1}, S_{q+1}),

ва $\tau_t\in[\underline{\tau}_i,\overline{\tau}_i]$, 0< $\underline{\tau}_i \le \overline{\tau}_i+\infty$, $\underline{\tau}_1=\tau_1=\overline{\tau}_1=1$.

(2.19) системани ўрганиш учун бар нечта фаразларни келтирамиз.

Фараз 2.3.

1) x_i=0, y_j=0 холатлар учун мос равишда $N_{ix}\subseteq R^{n_i}$, $N_{jy}\subseteq R^{m_j}$ очиқ соха

2) φ_{ik},φ_{ik} $\in$K(KR)-синфга таълуқли φ_{ik}: $N_{ix}\to R_+$, ψ_{jk}:$N_{jy}\to R_+$, i=1,2,…,q; j=1,2,…r; q+r=s, k=1,2; функция

3) Элементлари

а) $\underline{\alpha}_{ip}\,\varphi_{i1}(x_i)\varphi_{p1}\le v_{ip}(t,x_i,x_p)\le$, $\overline{\alpha}_{ip}\,\varphi_{i2}(x_i)\varphi_{p2}(x_p)$,

$\forall(t,x_i,x_p)\in R$ x N_{ix} xN_{px} ,i,p=1,2,…,q , i≤p;

б) $\underline{\alpha}_{q+j,q+l}\,\psi_{j1}(y_j)\psi_{l1}(y_l)\le v_{q+j,q+l}(t,y_j,y_l)\le.\ \overline{\alpha}_{q+j,q+l}\ \psi_{j2}(y_j)\psi_{l2}(y_l)$, $\forall(t,y_j,y_l)\in R$ x N_{jy} xN_{iy}, (j≤l)$\in$[1,r];

в) $\underline{\alpha}_{i,q+j}\ \varphi_{i1}(x_i)\ \psi_{j1}(y_j)\le v_{i,q+j}(t,x_i,y_j)\le\overline{\alpha}_{i,q+j}\,\varphi_{i2}(x_i)\ \psi_{j2}(y_j)$, $\forall(t,x_i,y_j)\in R$ x N_{jx} xN_{jy},i=1,2,…,q, j=1,2,…,r; q+r=s.

шартларни қаноатлантирувчи

$$U(t,x,y,\mu_1)=\begin{bmatrix} U_{11}(t,x) & \mu_1 U_{12}(t,x,y) \\ \mu_1 U_{12}^T(t,x,y) & \mu_1 U_{22}(t,x) \end{bmatrix},\quad (2.20)$$

бу ерда $U_{11}(t,x)=[v_{ip}(t,x_i,x_p]$, v_{ip}= v_{pi}, i,p=1,2,…,q;

$U_{22}(t,x)=[v_{q+j,q+l}=v_{q+l,q+j}$, j,l=1,2,…,r;

$U_{12}(t,x,y)=[\, v_{j,q+j}(t,x_i,y_i)]$, $i=1,2,\ldots q$, $j=1,2,\ldots,r$,

матрица-функция ва $\underline{\alpha}_{ip}$, $\overline{\alpha}_{ip}$, $\underline{\alpha}_{q+j,q+l}$, $\overline{\alpha}_{q+j,q+l}$, $\underline{\alpha}_{i,q+j}$, $\overline{\alpha}_{i,q+j}$, $i,p=1,2,\ldots,q$; $j,l=1,2,\ldots r$; $q+r=s$ ўзгармаслар мавжуд

(2.20) матрица-функция ва доимий $\eta\in R_+^S$ вектор

$$v(t,x,y,\mu_1)=\eta^T U(t,x,y,\mu_1)\eta \qquad (2.21)$$

ёрдамчи функция қуришга имконини беради.

(2.21) функциянинг юқори ўнг Дини хосиласини қараймиз

$$D^+v\,(t,x,y,\mu_1)=\eta^T D^+U(t,x,y,\mu_1)\eta \qquad (2.22)$$

бу ерда

$$D^+U(t,x,y,\mu_1)\hat{=}\begin{bmatrix} D^+U_{11}(t,x) & \mu_1 D^+U_{12}(t,x,y) \\ \mu_1 D^+U_{12}^T(t,x,y) & \mu_1 D^+U_{22}(t,y)\end{bmatrix},$$

$D^+U_{11}=[D^+v_{ip}(t,..)]$, $D^+U_{12}=[D^+v_{ij}(t,..)]$,

$D^+U_{22}=[D^+v_{jl}(t,..)]$, $i,p=1,2,\ldots,q$; $j,l=1,2,\ldots,r$; $q+r=S$

Лемма 2.3. фараз 2.3 даг шартлар бажарилганда (2.21) функция икки томонлама бахолашни қаноатлантиради:

$$u_1^T A(\mu_1)u_1\le v(t,x,y,\mu_1)\le u_2^T B(\mu_1)u_2,\ \forall(t,x,y,\mu_1)\in R\ x\ N_x\, xN_y xM,$$

бу ерда

$u_1^T=(\varphi_{11}(x_1),\ldots,\varphi_{q1}(x_q),\ \psi_{12}(y_1),\ldots,\psi_{22}(y_r))$,

$A(\mu_1)=H^T A_1(\mu_1)H$, $B(\mu_1)=H^T A_2(\mu_1)H$, $H=\mathrm{diag}\{\eta_1,\ldots,\eta_S\}$

$$A_1(\mu_1)=\begin{bmatrix} A_{11} & \mu_1 A_{22} \\ \mu_1 A_{12}^T & \mu_1 A_{22}\end{bmatrix},\qquad A_2(\mu_1)=\begin{bmatrix} \overline{A_{11}} & \mu_1 \overline{A}_{12} \\ \mu_1 \overline{A}_{12}^T & \mu_1 \overline{A}_{22}\end{bmatrix},$$

$A_{11}=[\underline{\alpha}_{ip}]$, $\underline{\alpha}_{ip}=\underline{\alpha}_{pi}$, $\overline{A}_{11}=[\overline{\alpha}_{ip}]$, $\overline{\alpha}_{ip}=\overline{\alpha}_{pi}$

$A_{22}=[\underline{\alpha}_{q+j,q+l}]$, $\underline{\alpha}_{q+j,q+l}=\underline{\alpha}_{q+l,q=j}$, $\overline{A}_{22}=[\overline{\alpha}_{q+j,q+l}]$, $\overline{\alpha}_{q+j,q+l}=\overline{\alpha}_{q+l,q=j}$,

$A_{12}[\underline{\alpha}_{i,q+j}]$, $\overline{A}_{12}=[\overline{\alpha}_{i,q+j}]$, $i,p=1,2,\ldots,q$; $j,l=1,2,\ldots,r$; $q+r=S$.

Лемма 2.3 нинг исботи лемма 2.1 га ўхшаш бўлади.

Лемма 2.4. Агар лемма 2.3 даги A_{11} ва A_{22}- матрицалар мусбат аниқланган бўлса, у холда (2.21) функция ихтиёрий $\mu_1\in]$,$\mu_1^*[$ ва $\mu_1\to 0$, да

бу ерда

$$\mu_1^*=\min\left\{1,\frac{\lambda_m(A_{11}^*)\lambda_m(A_{22}^*)}{\lambda_M(A_{12}^*A_{12}^{*T})}\right\},\ A_{11}^*=H_1^T A_{11}H_1\ \ A_{22}^*=H_2^T A_{22}H_2,\ A_{12}^*=H_1 A_{12}H_2,$$

$H_1=\mathrm{diag}\{\eta_1,\eta_2,\ldots,\eta_q\}$, $H_1=\mathrm{diag}\{\eta_{q+1},\eta_{q+2},\ldots,\eta_S\}$.

мусбат аниқланган бўлади.

Лемма 2.4 нинг исботи тўғридан тўғри текшириш орқали аниқланади.

Фараз 2.4.

1) $x_i=0$, $y_j=0$ холат учун мос равишда $N_{ix}\subseteq R^{n_i}$, $N_{jy}\subseteq R^{m_j}$ очиқ соха
2) $\varphi_i,\psi_j\in K(KR)$-синфга тегишли φ_{ik}: $N_{ix}\to R_+$, ψ_j:$N_{iy}\to R_+$, $i=1,2,\ldots,q$; $j=1,2,\ldots r$; функция
3) фараз 2.3 даги шартларни

а) $v_{ip}(t,x_i,x_p)\in C$ да $(RxN_{ix0}xN_{px0})$, $(R\times R^{n_i}\times R^{n_p})$;

б) $v_{q+j,q+l}(t,y_j,y_l)\in C$ да $(RxN_{jy0}xN_{ly0})$, $(R\times R^{m_j}\times R^{m_l})$

в) $v_{i,q+j}(t,x_i,y_j)\in C$ да $(RxN_{ix0}xN_{jy0})$, $(R\times R^{n_i}\times R^{m_j})$

қаноатлантирувчи $v_{ip}=v_{pi}$, $v_{q+j,q+l}=v_{q+l,q+j}$, $v_{i,q+j}$, $i,p=1,2,\ldots,r$, $j,l=1,2,\ldots,r$ функция

4) қуйидаги шартларни қаноатлантирувчи

а) $\eta_i^2 D_t^+ v_{ii}+\eta_i^2(D_{x_i}^+ v_{ii})^T\ f_i\,(t,x,0,P_i,S_i)\le\rho_{1i}(P,S)\varphi_i^2(x_i)+\sum\limits_{p=1}^{q}\ \rho_{1ip}(P,S)\,\varphi_i(x_i)\,\varphi_p(x_p)$,

$\forall(t,x_i,P,S)\in R\ xN_{ix0}\ x\,\overline{P}\times\varphi_S$, $i=1,2,\ldots,q$;

б) $\eta^2_{q+j}\mu_1 D^+_t v_{q+j,q+j}+\ \eta^2_{q+j}\tau_j(D^+_{y_j}v_{q+j,q+j})^T g_j(\alpha,b,y,0,p_{q+j},s_{q+j})\le\rho_{1,q+j}(P,S)\psi^2_j(y_j)+$

$+\sum_{l=1}^{r}\ \rho_{1,q+j,q+l}(P,S)\psi_j(y_j)\ \psi_l(y_l)$, $\forall(t,y_j,\mu_j,P,S)\in R\ xN_{jy0}\ xMx\,\overline{P}\times\vartheta_S$, $j=1,2,\ldots,r$;

в) $\sum_{i=1}^{q}\ \eta^2_i(D^+_{x_i}v_{ii})f^*_i+\sum_{j=1}^{r}\eta^2_{q+j}\tau_j(D^+_{y_j}v_{q+j,q+j})^T g^*_j+2\sum_{i=1}^{q}\sum_{p=2}^{q}\eta_i\eta_p\{D^+_t v_{ip}+$

$+(D^+_{x_i}v_{ip})^T f_i(t,x,y,P_i,S_i)+(D^p_{x_p}v_{ip})^T\ f_p(t,x,y,P_p,S_p)+2\sum_{j=1}^{r}\sum_{l=2}^{r}\ \underline{\eta_{q+j}\eta_{q+l}\{\ \mu_1 D^+_t\ v_{q+j,q+l}+}$

$\tau_j(D^+_{y_j}v_{q+j,q+l})^T g_j(t,x,y,M,p_{q+j},s_{q+j})+\tau_l((D^+_{y_l}v_{q+j,q+l})^T$

$g_l(t,x,y,M,p_{q+l},s_{q+l})\}+2\sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{r}\eta_i\eta_{q+j}\{\mu_i D^+_t v_{i,q+j}+\mu_1(D^+_{x_i}v_{i,q+j})^T\ f_i(t,x,y,P_i,S_i)+ +\tau_j(D^+_{y_j}v_{i,q+j})^T x$

$x\,g_j(t,x,y,M,p_{q+j},s_{q+j})\}\le\sum_{i=1}^{q}\ (\rho_{2i}(P,S)+\mu_1\rho_{3i}(P,S))\varphi^2_i(x_i)+\sum_{j=1}^{r}\ \rho_{2,q+j}(P,S)+$

$+\mu_1\rho_{3,q+j}(P,S))\psi^2_j(y_j)+2\sum_{i=1}^{q}\sum_{p=2}^{q}\ (\rho_{2ip}(P,S)+\mu_1\rho_{3ip}(P,S))\underline{\varphi_i(x_i)\varphi_p(x_p)+}$

$+2\sum_{j=1}^{r}\sum_{l=2}^{r}\ (\rho_{2,q+j,q+l}(P,S)+\mu_1\rho_{3,q+j,q+l}(P,S))\psi_j(y_j)\psi_l(y_l)+\sum_{i=1}^{q}\ \sum_{j=1}^{r}\ (\rho_{1,i,q+j}(P,S)+$

$l>i$

$+\mu_1\rho_{2,i,q+j}(P,S))\ \underline{\varphi_i(x_i)}\ \psi_j(y_j)$, $\forall(t,x_i,y_j,M,P,S)\in R\ x\ N_{ix0}\ xN_{jy0}xMx\,\overline{P}\times\vartheta_S$

$p_{\alpha i}(P,S)$, $p_{\alpha i}(P,S)$, $p_{\alpha,q+j}(P,S)$, $p_{\alpha,q+j,q+l}(P,S)$, $p_{\beta,i,q+j}(P,S)$,

$\alpha=1,2,3$; $\beta=1,2$; $i,p=1,2,\ldots,q$; $j,l=1,2,\ldots,r$; $q+r=S$ хақиқий сонлар мавжуд.

Лемма 2.5. (2.22) ифода учун фараз 2.4 нинг хамма шартлари бажарилганда қуйидаги бахолаш ўринли бўлади

$$D^+v(t,x,y,\mu_1)\le u^t\overline{C}\,u+\mu_1u^T\overline{G}\,u$$

$$\forall(t,y_j,\mu_j,P,S)\in R\ xN_{x0}xN_{y0}xMx\,\overline{P}\times\vartheta_S,\ \ \forall\tau\in[\underline{\tau}_j,\overline{\tau}_j],$$

бу ерда

$u^T=(\varphi_1(x_1),\ldots,\varphi_q(x_q),\psi_1(y_1),\ldots,\psi_r(y_r))$,

$\overline{C}=[\overline{c}_{ij}]$, $\overline{c}_{ij}=c_{ji}$, $\overline{G}=[\overline{\sigma}_{ij}]$, $\overline{\sigma}_{ij}=\overline{\sigma}_{ji}$, $i,j\in[1,S]$

$\overline{c}_{ii}=\rho_{1i}(\overline{P},\overline{S})+\rho_{2i}(\overline{P},\overline{S}),\overline{\sigma}_{ii}=\rho_{3i}(\overline{P},\overline{S})$, $i=1,2,\ldots,q$,

$\overline{c}_{ip}=\rho_{1ip}(\overline{P},\overline{S})+\rho_{2ip}(\overline{P},\overline{S}),\overline{\sigma}_{ip}=\rho_{3ip}(\overline{P},\overline{S})$, $i,p\in[1,q]$, $p>i$

$\overline{c}_{q+j,q+j}=\rho_{1,q+j}(\overline{P},\overline{S})+\rho_{2,q+j}(\overline{P},\overline{S}),\overline{\sigma}_{q+j,q+j}=\rho_{3,q+j}(\overline{P},\overline{S})$, $j=1,2,\ldots r$,

$\overline{c}_{q+j,q+l}=\rho_{1,q+j,q+l}(\overline{P},\overline{S})+\rho_{2,q+j,q+l}(\overline{P},\overline{S}),\overline{\sigma}_{q+j,q=l}=\rho_{3,q+j,q+l}(\overline{P},\overline{S})$, $j,l=1,2,\ldots,r$, $j>l$;

$\overline{c}_{i,q+j}=\rho_{1,i,q+j}(\overline{P},\overline{S}),\overline{\sigma}_{i,q+j}=\rho_{2i,q+j}(\overline{P},\overline{S})$, $i=1,2,\ldots,q$, $j=1,2,\ldots r$, $q+r=s$.

$\overline{P},\overline{S}\times\vartheta_S$ - шундай доимий матрицаки

$\rho_{\alpha i}\le\rho_{\alpha i}(\overline{P},\overline{S})$;$\rho_{\alpha ip}\le\rho_{\alpha ip}(\overline{P},\overline{S})$; $\rho_{\alpha,q+j}\le\rho_{\alpha,q+j}(\overline{P},\overline{S})$; $\rho_{\alpha,q+j,q+l}\le\rho_{\alpha,q+j,q+l}(\overline{P},\overline{S})$;

$\rho_{\beta,i,q+i}\le\rho_{\beta,i,q+i}(\overline{P},\overline{S})$; $\alpha=1,2,3$; $\beta=1,2$; $i,p=1,2,\ldots,q$; $j,l=1,2,\ldots,r$; $q+r+s$.

шартларни қаноатлантиради.

Лемма 2.5 нинг исботи лемма 2.2 га ўхшаш келиб чиқади.

Лемма 2.6. Агар лемма 2.5 да $\overline{C}$ - матрица манфий аниқланган ва $\lambda_M(\overline{G})>0$ шарт бажарилса, у холда (2.22) формула бўйича аниқланган $D^+v(t,x,y,\mu_1)$ ифода ихтиёрий

$\mu_1 \in]0, \mu_1^{**}[$ ва $\mu_1 \to 0$, бу ерда $\mu_1^{**} = \min\left\{1, -\dfrac{\lambda_M(\overline{C})}{\lambda_M(\overline{G})}\right\}$ да манфий аниқланган бўлади.

Лемма 2.6 нинг исботи

$$D^+v(t,x,y,\mu_1) \le u^t\overline{C}u + \mu_1 u^T \overline{G} u \le (\lambda_M(\overline{G}) + \mu_1\lambda_M(\overline{G}))\|u\|^2.$$

тенгсизликни тахлил қилиш орқали келиб чиқади.

Кўрсатма. Агар лемма 2.6 да $\lambda_M(\overline{G}) \le 0$ шарт бажарилса, у холда (2.22) ифода ихтиёрий $\mu_1 \in]0,1]$ ва $\mu_1 \to 0$ да манфий аниқланган бўлади.

Теорема 2.2. (2.19) тойиган харакат тенгламаси фараз 2.3, 2.4 хамма шартларини ва
а) A_{11} и A_{22}- матрицалар мусбат аниқланган
б) $\overline{C}$ - матрица манфий аниқланган
в) $\mu_1 \in]0, \tilde{\mu}_1[$, $\mu_i = \mu_1 \tau_i^{-1}$, $\tau_i \in [\underline{\tau}_i, \overline{\tau}_i]$, $i \in [1,r]$ бу ерда $\tilde{\mu}_1 = \min\{\mu_1^*, \mu_1^{**}\}$.
шартларни қаноатлантирсин, у холда (2.19) системанинг $(x^T, y^T)^T = 0$ мувозанат холати $\tilde{M} \times \overline{P} \times \vartheta_S$ да текис асимптотик турғун бўлади.

Агар теореманинг хамма шартлари $N_{ix}xN_{iy} = R^{n_i+m_j}$ ва $\varphi_i, \psi_j \in KR$-синф функцияларида бажарилса, у холда (2.19) системанинг $(x^T, y^T)^T = 0$ мувозанат холати $\tilde{M} \times \overline{P} \times \vartheta_S$, $\tilde{M} = \{M: 0 < \mu_1 < \tilde{\mu}_1, \mu_i = \mu_1 \tau_i^{-1}, \tau_i \in [\underline{\tau}_i, \overline{\tau}_i], i=1,2,\ldots,r\}$ да тўла маънода текис асимптотик турғун бўлади.

Исбот: фараз 2.3, лемма 2.3 ва теорема 2.2. даги а), в) шартлар бажарилганда $v(t,x,y,\mu_1)$ функция $\tilde{M}$, $N_x x N_y$ да мусбат аниқланган бўлади.

Фараз 2.4, лемма 2.5 ва теорема 2.2 даги б), в) шартларнинг бажарилишидан $D^+v(t,x,y,\mu_1)$- ифода $\tilde{M} \times \overline{P} \times \vartheta_S$ да манфий аниқланган бўлади.

Бу шарт, [22] дагидек, (2.19) системанинг $(x^T, y^T)^T = 0$ мувозанат холатини $\tilde{M} \times \overline{P} \times \vartheta_S$ да текис асимптотк турғун бўлиши учун етарли бўлади.

Масала 2.2. Қуйидаги 2чи тартибли ўзаро боғлиқ иккита қисм системалардан ташкил топган 4чи тартибли стационар бўлмаган системани қараймиз

$$\frac{dx_i}{dt} = \frac{1}{1+\cos^2 t}\left\{-\frac{1-\sin 2t}{2}x_i + 0{,}02S_{i1}y_i + 0{,}03S_{i2}y_j\right\},$$

$$\mu_\iota \frac{dy_i}{dt} = \frac{1}{1+\cos^2 t}\left\{-\frac{4-\mu_j \sin 2t}{2}y_i + 0{,}1\mu_i(S_{q+i,1}x_i + S_{q+i,2}x_j)\right\}, \tag{2.23}$$

i,j=1,2; $i \ne j$.

бу ерда $t, x_i, y_i \in R$, $M = \{M: 0 < \mu_i < 1,\ i=1,2\}$, $M = \mathrm{diad}\{\mu_1, \mu_2\}$, $\underline{\tau} = \dfrac{1}{2}$, $\overline{\tau}_2 = 1$,

$\tau \in [\dfrac{1}{2}, 1]$, $s_{ij} = s_{ij}(t) \in [0,1]$, i,j=1,2.

(2.20) матрица-функция элементларини қуйидагича танлаймиз:
$v_{ii}(t,x_i) = (1+\cos^2 t)x_i^2$, i=1,2,
$v_{2+i,2+i}(t,y_i) = (1+\cos^2 t)y_i^2$, i=1,2,
$v_{i,p}(t,x_i,x_p) = V_{2+j,2+l}(t,y_j,y_l) = 0$, i,j,p,l=1,2,
$v_{i,2+j}(t,x_i,y_j) = 0{,}1(1+\cos^2 t)x_i y_j$, i,j=1,2

$\eta = (1,1,1,1)$ бўлсин, у холда $A_{11} = A_{22} = \mathrm{diad}\{1,1\}$- матрица мусбат аниқланган ва

$$A(\mu_1) = \begin{bmatrix} A_{11} & \mu_1 A_{12} \\ \mu_1 A_{12}^T & \mu_1 A_{22} \end{bmatrix}, \text{ бу ерда } A_{12} = \begin{bmatrix} -0{,}2 & -0{,}2 \\ -0{,}2 & -0{,}2 \end{bmatrix}$$

матрица ихтиёрий $\mu_1 \in]0{,}1]$ ва $\mu_1 \to 0$, $\mu_1^* = \min\{1; 2{,}5\} = 1$ да манфий аниқланган бўлади.

(2.20) матрица-функция элементларини бундай танлаш натижасида қуйидагиларга

эга бўламиз:
ρ_{1i}=-1, i=1,2; ρ_{13}=-4; ρ_{14}=-1; ρ_{2j}=0, j=1,2,3,4;
$\rho_{31}(S)=0{,}01(S_{31}+S_{42})$; $\rho_{32}(S)=0{,}01(S_{32}+S_{42})$;
$\rho_{33}(S)=0{,}002S_{11}+0{,}003S_{22}$; $\rho_{34}(S)=0{,}003S_{12}+0{,}002S_{21}$;
$\rho_{212}(S)=0$; $\rho_{312}(S)=0{,}01(S_{31}+S_{32}+S_{41}+S_{42})$;
$\rho_{234}(S)=0$; $\rho_{334}(S)=0{,}002(S_{11}+S_{21})+0{,}003(S_{12}+S_{22})$;
$\rho_{113}(S)=0{,}2+0{,}04S_{11}$; $\rho_{213}(S)=0{,}05+0{,}2S_{31}$;
$\rho_{114}(S)=0{,}1+0{,}06S_{12}$; $\rho_{214}(S)=0{,}05+0{,}1S_{42}$;
$\rho_{123}(S)=0{,}2+0{,}06S_{22}$; $\rho_{223}(S)=0{,}05+0{,}1S_{32}$;
$\rho_{124}(S)=0{,}1+0{,}04S_{21}$; $\rho_{224}(S)=0{,}05+0{,}1S_{41}$.

У холда $\overline{C},\overline{G}$ матрицалар қуйидагича элементларга эга бўлади:
$\overline{c}_{11}=\overline{c}_{22}=\overline{c}_{44}=-1$, $\overline{c}_{33}=-4$, $\overline{c}_{12}=0$, $\overline{c}_{34}=0$;
$\overline{c}_{13}=0{,}02$, $\overline{c}_{14}=0{,}16$, $\overline{c}_{23}=,23$, $\overline{c}_{24}=0{,}14$;
$\overline{\sigma}_{11}=0{,}02$, $\overline{\sigma}_{22}=0{,}02$; $\overline{\sigma}_{33}=0{,}005$; $\overline{\sigma}_{44}=0{,}005$,
$\overline{\sigma}_{12}=0{,}04$, $\overline{\sigma}_{34}=0{,}01$, $\overline{\sigma}_{13}=0{,}25$, $\overline{\sigma}_{14}=0{,}15$,
$\overline{\sigma}_{23}=0{,}15$; $\overline{\sigma}_{24}=0{,}15$.

Элементларни бундай танлаш натижасида $\overline{C}$-матрица манфий аниқланган бўлади ва $\mu_1^{**}=\min\{1,2,1...\}=1$ ифода ўринли бўлади.

Демак, теорема 2.2 нинг хамма шартлари бажарилади, $\mu_1^{**}=\min\{1,2,1...\}=1$ бўлади, шунинг учун (2.23) системанинг мувозанат холати $\widetilde{M}\times\vartheta_S$ да тўла маънода текис асимптотик турғун бўлади.

§3. Сингуляр-тойиган йирик масштабли ситеманинг турғунмаслиги

3.1. Нотекис градусли вақт шкаласи. Фараз қиламиз (2.1) сингуляр-тойиган йирикмасштабли системанинг кўриниши (2.14) кўринишида бўлсин.

Фараз 2.5. фараз 2.2 даги тенгшсизлик, тенгсизлик ишорасини қарама қаршисига алмаштирганимизда кринли бўлади.

Лемма 2.7. (2.17) ифода учун фараз 2.5 шартлари бажарилганда қуйидагига эга бўламиз:

$$D^+v(t,x,y,M)\geq u^TG(M,P<S)u,$$
$$\forall(t,x,y,M,P,S)\in RxN_{x0}xN_{y0}xMx\,\overline{P}\times\vartheta_S$$

бу ерда u^T, G(M,P,S) лемма 2.2 даги каби аниқланади

Исботи лемма 2.2ни исботлаганимиз каби исботланади.

Теорема 2.3. (2.14) тойиган харакат тенгламасини фараз 2.1, 2.5нинг хамма шартларини ва

а) A(M), B(M)- матрицалар ихтиёрий $\mu_i\in]0,\overline{\mu}_{i3}[$ ва $\mu_i\to0$, i=1,2,…,q, да мусбат аниқланган,

б) $G(M,P,S)\geq\underline{G}(M)$, $\forall$(M,P,S)$\in\overline{P}\times\vartheta_S$ шартларни қаноатлантирсин

У холда (2.14) системанинг $(x^T,y^T)^T=0$ мувозанат холати ихтиёрий $\mu_i\in]0,\overline{\mu}_i[$ ва $\mu_i\to0$, $\overline{P}\times\vartheta_S$, бу ерда $\overline{\mu}_i=\min\{1,\mu_i^*,\overline{\mu}_{i3}\}$. да турғунмас бўлади.

Исбот: 2.1 пункитдагидек v(t,x,y,M) скаляр функцияни тузамиз.

Фараз 2.1, лемме 2.1 ва теорема 2.3 нинг а) шартлари бажарилганда v(t,x,y,M) функция барча $\mu_i \in]0, \mu_i^*[$, $\mu_i \to 0$, i=1,2,…,q да мусбат аниқланади. Фараз 2.5, лемме 2.7 ва теорема 2.3 нинг б) шартлари бажарилганда $D^+v(t,x,y,M)$ ифода барча $\mu_i \in]0, \mu_i^*[$, $\mu_i \to 0$, i=1,2,…,q да мусбат аниқланади. Маълумки бу шарт (2.14) системанинг мувозанат холатини барча $\mu_i \in]0, \overline{\mu}_i[$ ва $\mu_i \to 0$, $M \times \overline{P} \times \varphi_S$ да турғун эмаслигига етарли бўлади.

Кўрсатма 2.3. A(M), B(M) ва $\underline{G}(M)$ матрицаларнинг мусбат аниқланганлик шартидан мос равишда $\overline{\mu}_{i1}, \overline{\mu}_{i2}$, ва $\overline{\mu}_{i3}$ қийматлар аниқланади, бу ерда $\overline{\mu}_i = \min\{1, \overline{\mu}_{i1}, \overline{\mu}_{i2}, \overline{\mu}_{i3}\}$ - μ_I нинг бўлиши мумкин бўлган юқори чегарасидаги қуйи қийматлари, $\overline{M} = \{M : 0 < \mu_i < \overline{\mu}_i, i = 1,2,...,q\}$ ўринли.

3.2. текис даражаланган вақт шкаласи. (2.1) система (2.19) кўринишида берилган бўлсин.

Фараз 2.6. фараз 2.4 даги тенгсизликнинг ишораларини қарама қаршиси билан алмаштирганимизда тенгсизлик ўринли бўлсин.

Лемма 2.8. (2.22) ифода учун фараз 2.6 нинг хамма шартлари бажарилганда қуйидагига эга бўламиз

$D^+v(t,x,y,\mu_1) \geq u^T \overline{C} u + \mu_1 u^T \overline{G} u$, $\forall (t,x,y,\mu_1,P,S) \in R \times N_{x0} \times N_{y0} \times M \times \overline{P} \times \varphi_S$, $\forall \tau_i \in [\underline{\tau}_i, \overline{\tau}_i]$

бу ерда u^T, $\overline{C}, \overline{G}$ - лар лемма 2.5 даги каби аниқланади.

Исбот лемма 2.2 исботга ўхшаш келиб чиқади.

Лемма 2.9. Агар лемма 2.8даги матрица $\overline{C}$ - мусбат аниқланган ва $\lambda_m(\overline{G})<0$ ўринли бўлса, у холда $D^+v(t,x,y,\mu_1)$ ифода барча $\mu_1 \in]0, \mu_1^{**}[$ ва $\mu_1 \to 0$, $\mu_1^{**} = \min\{1, -\lambda_m(\overline{C}) \cdot \lambda_m^{-1}(\overline{G})\}$. ларда мусбат аниқланган бўлади.

Исботи $D^+v(t,x,y,\mu_1) \geq u^T \overline{C} u + \mu_1 u^T \overline{G} u \geq (\lambda_m(\overline{C}) + \mu_1 \lambda_m(\overline{G})) \; \|u\|^2$ тенгсизликни тахлил қилиш орқали аниқланади.

Кўрсатма 2.4. Агар лемма 2.9 да $\lambda_m(\overline{G}) \geq 0$ ифода қринли бўлса, у холда $D^+v(t,x,y,\mu_1)$ ифода барча $\mu_1 \in]0,1]$ ва $\mu_1 \to 0$ ларда мусбат аниқланган бўлади.

Теорема 2.4. (2.19) тойиган харакат тенгламаси фараз 2.3 ва фараз 2.6 лардаги шартларни қаноатлантирувчи ва

а) $A_{11}, A_{22}, \overline{A}_{11}, \overline{A}_{22}$ ва $\overline{C}$ - матрицалар мусбат аниқланган

б) $\mu_1 \in]0, \overline{\mu}_1[$, $\mu_i = \mu_1 \tau_i^{-1}$, $\tau_i \in [\underline{\tau}_i, \overline{\tau}_i]$, $i \in [1, r]$,

$\overline{\mu}_1 = \min\{\mu_1^*, \mu_1^{**}, \lambda_M(\overline{A}_{11}^*) \cdot \lambda_M(\overline{A}_{22}^*) \cdot \lambda_M^{-1}(\overline{A}_{12}^* \overline{A}_{12}^{*T})\}$,

$\overline{A}_{11}^* = H_1^T \overline{A}_{11} H_1$, $\overline{A}_{22}^* = H_2^T A_{22} H_2$, $\overline{A}_{12}^* = H_1 \overline{A}_{12} H_2$,

шартларни қаноатлантирадиган бўлсин, у холда (2.14) системанинг $(x^T, y^T)^T = 0$ мувозанат холати турғунмас бўлади.

III-боб

§ 1. Умумий теоремаларни чизиқли тойиган системаларга тадбиқи.

3.1. Нотекис даражаланган вақт шкаласи.

Чизиқли сингуляр-тойиган системани қраймиз

$$\dot{x}_i=A_ix_i+\sum_{l=1}^{q}\left(S^1_{il}A_{il}x_l+S^2_{il}A^1_{ij}y_l\right),\ i=1,2,\dots,q,$$

$$\mu_i\dot{y}_i=B_iy_i+\sum_{l=1}^{q}\left(\mu_iS^1_{q+i,l}B_{il}x_l+S^2_{q+i,l}B^1_{il}y_l\right),\ i=1,2,\dots,q, \tag{3.1}$$

бу ерда A_i, B_i, A_{ij}, $A^1_{il}, B_{il}, B^1_{il}$ - доимий матрицалар, $S^1_{il}, S^2_{il}, S^1_{q+i,l}, S^2_{q+i,l}$ -диоганал матрицалар,

$$S_i=\begin{bmatrix} S^1_{i1} & S^1_{i2} & \dots & S^1_{i,i-1} & 0 & S^1_{i,i+1} & \dots & S^1_{iq}\\ S^2_{i2} & S^2_{i2} & \dots & S^2_{i,i-1} & J & S^2_{i,i+1} & \dots & S^2_{iq}\\ S^1_{q+i,1} & S^1_{q+i,2} & \dots & S^1_{q+i,i-1} & J & S^1_{q+i,i+1} & \dots & S^1_{q+i,q}\\ S^2_{q+i,1} & S^2_{q+i,2} & \dots & S_{q+i,i-1} & 0 & S_{q+i,i+1} & \dots & S^2_{q+i,q}\end{bmatrix},$$

$i=1,2,\dots,q$, $S=\mathrm{diag}\{s_1,s_2,\dots,s_q\}$. кўринишида бўлсин. Структурали тўплам

$$\vartheta_S=\{S:0\le S^k_{jl}\le J, S^1_{ii}=S^2_{q+i,i}=0, S^2_{ii}=S^1_{q+i,i}=J, i,l=1,2,\dots,q;\ j=1,2,\dots,2q, k=1,2\},$$

кўринишида аниқланади, бу ерда J-мос ўлчамдаги бирлик матрица.

(3.1) системанинг мос боғлиқмас сингуляр-тойиган қисм системаларида x ва y ўрнига x^i ва y^i ларни алмаштирамиз.

$$\dot{x}_i=A_ix_i=y_i,\qquad \forall i=1,2,\dots,q,$$

$$\mu_iy_i=B_iy_i+\mu iB_ix_i,\quad \forall i=1,2,\dots,q. \tag{3.2}$$

(3.1) система учун

$$v_{ij}(x_i,y_j)=v_{ji}(x_i,y_j)=x_i^TP_{ij}x_j,\ i,j=1,2,\dots,q;$$

$$v_{i,q+j}(x_i,y_j)=x_i^TP_{i,q+j}y_j,\ i,j=1,2,\dots,q,\ 2q=S, \tag{3.3}$$

$$v_{q+i,q+j}(y_i,y_j)=v_{q+j,q+i}(y_i,y_j)=y_i^TP_{q+i,q+j}y_j,\ i,j=1,2,\dots,q,$$

элементлардан ташкил топган матрица мункцияни қурамиз. Бу ерда P_{ii}, $P_{q+i,q+i}$- симметрик мусбат аниқланган матрицалар.

(3.3) функция учун қуйидаги бахолашлар ўринли бқлади.

а) $\lambda_m(P_{ii})\|x_i\|^2\le v_{ii}(x_i)\le\lambda_M(P_{ii})\|x_i\|^2, \forall x_i\in N_{ix0},\ i\in[1,q]$;

б) $\lambda_m(P_{q+i,q+i})\|y_i\|^2\le v_{q+i,q+i}(y_i)\le\lambda_M(P_{q+i,q+i})\|y_i\|^2,\ \forall y_i\in N_{iy0},\ \forall i\in[1,q]$,

в) $-\lambda_M^{\frac12}(P_{ij}P_{ij}^T)\|x_i\|\cdot\|x_j\|\le v_{ij}(x_i,x_j)\le\lambda_M^{\frac12}(P_{ij}P_{ij}^T)\|x_i\|\|x_j\|,\ \forall(x_i,x_j)\in N_{ix0}xN_{ix0}$,

$\forall i,j=1,2,\dots,q,\ i\ne j$;

г) $-\lambda_M^{\frac12}(P_{q+i,q+j}P_{q+i,q+j}^T)\|y_i\|\|y_j\|\le v_{q+i,q+j}(y_i,y_i)\le\lambda_M^{\frac12}(P_{q+i,q+j}P_{q+i,q+j}^T)\|y_i\|\|y_j\|$,

$\forall(y_i,y_i)\in N_{iy0}xN_{iy0},\ \forall i,j=1,2,\dots,q,\ i\ne j$;

д) $-\lambda_M^{\frac12}(P_{i,q+j}P_{i,q+j}^T)\|x_i\|\|y_j\|\le v_{i,q+j}(x_i,y_j)\le\lambda_M^{\frac12}(P_{i,q+j}P_{i,q+j}^T)\|x_i\|\|y_j\|$,

$\forall(x_i,y_j)\in N_{ix0}xN_{jy0}$, $i,j=1,2,\dots,q$ бу ерда $\lambda_m(P_{ii})$ ва $\lambda_m(P_{q+i,q+i})$-минимал хос қиймат, $\lambda_M(P_{ii})$ ва $\lambda_M(P_{q+i,q+i})$-мос равишда P_{ii} ва $P_{q+i,q+i}$ матрицаларнинг максимал хос қийматлар, $\lambda_M^{\frac12}(P_{ij}P_{ij}^T)$, $\lambda_M^{\frac12}(P_{q+i,q+j}P_{q+i,q+j}^T)$, $\lambda_M^{\frac12}(P_{i,q+j}P_{i,q+j}^T)$ - мос равишда P_{ij}, $P_{q+i,q+j}$, $P_{i,q+j}$

матрицаларнинг нормалари.

(3.3) элементлар билан берилган (2.16) функция учун (3.4) бохолашлар ўринли бўлганда қуйидаги тенгсизликка эга бўламиз

$$u^T A(M) u \le V(x,y,M) \le u^T B(M) u.$$

Бу ерда A(M) ва B(M) матрицалар лемма 2.1 дагидек аниқланади.

$u^T=(\|x_1\|,\|x_2\|,\dots,\|x_q\|,\|y_1\|,\|y_2\|,\dots,\|y_q\|)$,

$\underline{\alpha}_{ii}=\lambda_m(P_{ii})$, $\underline{\alpha}_{q+i,q+j}=\lambda_m(P_{q+i,q+i})$, $\underline{\alpha}_{ij}=-\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{ij}P_{ij}^T)$,

$\underline{\alpha}_{q+i,q+j}=-\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{q+i,q+j}P_{q+i,q+j}^T)$, $\underline{\alpha}_{i,q+j}=-\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{i,q+j}P_{i,q+j}^T)$,

$\overline{\alpha}_{ii}=\lambda_M(P_{ii})$, $\overline{\alpha}_{q+i,q=i}=\lambda_M(P_{q+i,q+i})$, $\overline{\alpha}_{ij}=-\underline{\alpha}_{ij}$,

$\overline{\alpha}_{q+i,q=i}=\underline{\alpha}_{q+i,q+j}$, $\overline{\alpha}_{i,q+j}=\underline{\alpha}_{i,q+j}$, $\forall i,j\in[1,q]$.

$\eta^T=(1,1,\dots,1)\in R_+^S$, бўлсин, у холда (3.3) элементлар билан берилган (2.16) хосилали функция қуйидаги кўринишга эга бўлади

$$DV(x,y,M)=z^T C(S) z+z^T G(M,S) z,\ \forall(x,y)\in R^q x R^q, \quad (3.5)$$

бу ерда $z=(x_1^T,x_2^T,\dots,x_q^T,y_1^T,y_2^T,\dots,y_q^T)$;

$C(S)=[C_{ij}(S)]$, $i,j=1,2,\dots,S$; $G(M,S)=[\sigma_{ij}(M,S)]$, $i,j=1,2,\dots,S$; $S=2q$.

C(S) матрица элемнтлари

$$c_{ii}(s)=p_{ii}A_i+A_i^T p_{ii}+\sum_{l=1}^{i-1}(p_{li}^T(S_{li}^1A_{li})+(S_{li}^1A_{li})^T p_{li})+\sum_{l=i}^{q}(p_{il}(S_{li}^1A_{li})+(S_{li}^1A_{li})^T p_{ij}^T), i=1,2,\dots,q;$$

$$c_{q+i,q+j}(s)=P_{q+i,q+i}B_i+B_i^T P_{q+i,q+i}+\sum_{l=1}^{q}(P_{q+i,q+l}(S_{q+l,i}B_{li}^1)+(S_{q+l,i}B_{li}^1)^T P_{q+l,q+i})+$$

$$+\sum_{l=i}^{q}(P_{q+i,q+l}(S_{q+l,i}^2B_{li}^1)+(S_{q+l,i}^2B_{li}^1)^T P_{q+i,q+l}^T),\ i=1,2,\dots,q;$$

$$c_{ij}(s)=c_{ji}(s)=P_{ij}A_j+A_i^T P_{ij}+\sum_{l=1}^{i-1}(P_{li}^T(S_{lj}^1A_{lj})+(S_{lj}^1A_{lj})^T P_{lj})+\sum_{l=i}^{j-1}(P_{il}(S_{lj}^1A_{lj})+(S_{lj}^1A_{li})^T P_{lj}+$$

$$+\sum_{l=j}^{q}(P_{il}(S_{lj}^1A_{lj})+(S_{li}^1A_{li})^T P_{jl}^T),\ i,j=1,2,\dots,q,\ j>i;$$

$c_{q+i,q+j}(s)=c_{q+j,q+i}(s)=0$, $i,j=1,2,\dots,q$, $j>i$;

$$c_{i,q+j}(s)=P_{i,q+j}B_j+\sum_{l=1}^{i-1}P_{li}^T(S_{lj}^2A_{lj}^1)+\sum_{l=i}^{q}P_{il}(S_{lj}^2A_{lj}^1)+\sum_{l=1}^{q}P_{i,q+l}(S_{q+l,j}^2B_{lj}^1),\ i,j=1,2,\dots,q.$$

кўринишда бўлади. G(M,S) матрица элементлари

$\sigma_{ii}(M,S)=\mu_i\sigma_{ii}^*(S)$, $i=1,2,\dots,q$;

$$\sigma_{ii}^*(S)=\sum_{l=1}^{q}(P_{i,q+l}(S_{q+l,i}B_{li})+(S_{q+l,i}B_{li})^T P_{i,q+l}^T),\ i=1,2,\dots,q;$$

$\sigma_{q+i,q+i}(M,S)=\mu_i\sigma_{q+i,q+i}^*(S)$, $i=1,2,\dots,q$;

$$\sigma_{q+i,q+i}^*(S)=\sum_{l=1}^{q}((S_{li}^2A_{li}^1)^T P_{l,q+i}+P_{l,q+i}^T(S_{li}^2A_{li}^1)),\ i=1,2,\dots,q;$$

$\sigma_{ij}(M,S)=\sigma_{ji}(M,S)=\mu_j\sigma_{ij}^*(S)$, $i,j=1,2,\dots,q$, $j>i$;

$$\sigma_{ij}^*(S)=\sum_{l=1}^{q}(P_{i,q+l}(S_{q+l,j}^1B_{lj})+(S_{q+l,j}^1B_{lj})^T P_{i,q+l}),\ j>i=1,2,\dots,q;$$

$\sigma_{q+i,q+j}(M,S)=\sigma_{q+j,q+i}(M,S)=\mu_i\sigma_{q+i,q+j}^*(S)+\mu_j\sigma_{q+i,q+j}^{**}(S)$, $i,j=1,2,\dots,q$, $j>i$;

$$\sigma^{*}_{q+i,q+j}(S)=P_{q+i,q+j}B_j+\sum_{l=1}^{i-1}P^T_{q+l,q+i}\,(S^2_{q+l,j}B^1_{lj})+\sum_{l=i}^{q}P_{q+i,q+l}(S^2_{q+l,j}B^1_{lj}),\ i,j=1,2,,q,\ \ j>i;$$

$$\sigma^{**}_{q+i,q+j}(S)=B_i^T P_{q+i,q+j}+\sum_{l=1}^{j-1}(S^2_{q+L,q+j}B^1_{li})^T P_{q+l,q+j}+\sum_{l=j}^{q}(S^2_{q+L,q+j}B^1_{li})^T P^T_{q+J,q+l}+$$

$$+\sum_{l=1}^{q}\left((S^2_{li}A^1_{li})^T P_{l,q+j}+P^T_{l,q+j}(S^2_{li}A^1_{li})\right),\ j>i=1,2,\ldots,q,$$

$$\sigma_{i,q+j}(M,S)=\mu_j\sigma^{*}_{i,q+j}(S)+\mu_i\mu_j\sigma^{**}_{i,q+j}(S),\quad i,j=1,2,\ldots,q;$$

$$\sigma^{*}_{i,q+j}(S)=A_i^T P_{i,q+j}+\sum_{l=1}^{q}(S^1_{li}A_{li})^T P_{l,q+j},\quad i,j=1,2,\ldots,q;$$

$$\sigma^{**}_{i,q+j}(S)=\sum_{l=1}^{i-1}P^T_{q+l,q+i}(S^1_{q+l,j}B_{lj})+\sum_{l=i}^{q}P_{q+i,q+l}(S^1_{q+l,j}B_{lj}).\ i,j=1,2,\ldots,q;$$

кўринишда бўлади.

(3.5) ифоданинг юқори чегараси деб белгиланган $DV_M(x,y,M)$ ни қуйидагича баҳолаймиз

$$DV_M(x,y,M)\le u^T\overline{G}(M)\,u,\qquad (3.6)$$

бу ерда $u^T(\|x_1\|,\|x_2\|,\ldots,\|x_q\|,\|y_1\|,\|y_2\|,\ldots,\|y_q\|)$, $\overline{G}(M)=[\bar c_{ij}+\bar\sigma_{ij}(M)]$, $i,j=1,2,\ldots,S$, $S=2q$.

$\overline{G}(M)$ матрица элементлари

$$\bar c_{ii}=\lambda_M(c_{ii}(S^*)),\quad \bar c_{q+i,q+i}=\lambda_M(c_{q+i,q+i}(S^*)),\quad i=1,2,\ldots,q;$$

$$\bar c_{ij}=\lambda_M^{\frac{1}{2}}(c_{ij}(S^*)\,c^T_{ij}(S^*))=\bar c_{ji},\ \ i,j=1,2,\ldots,q,\quad j>i,$$

$$\bar c_{q+i,q+j}=\bar c_{q+j,q+i}=0,\quad i,j=1,2,\ldots,q,\quad j>i;$$

$$\bar c_{i,q+j}=\lambda_M^{\frac{1}{2}}(c_{i,q+j}(S^*)\,c^T_{i,q+j}(S^*)),\ i,j=1,2,\ldots,q;$$

$$\bar\sigma_{ii}(M)=\mu_i\lambda_M(\sigma^{*}_{ii}(S^*)),\qquad i=1,2,\ldots,q;$$

$$\bar\sigma_{q+i,q+i}(M)=\mu_i\lambda_M(\sigma^{*}_{q+i,q+i}(S^*)),\quad i=1,2,\ldots,q;$$

$$\bar\sigma_{ij}(M)=\bar\sigma_{ji}(M)=\mu_j\lambda_M^{\frac{1}{2}}(\sigma^{*}_{ij}(S^*)\sigma^{*T}_{ij}(S^*)),\quad j>i=1,2,\ldots,q;$$

$$\bar\sigma_{q+j,q+i}(M)=\mu_i\lambda_M^{\frac{1}{2}}((\sigma^{*}_{q+i,q+j}(S^*)\sigma^{*T}_{q+i,q+j}(S^*))+\mu_j\lambda_M^{\frac{1}{2}}((\sigma^{**}_{q+i,q+j}(S^*)\sigma^{**T}_{q+i,q+j}(S^*)),$$

$i,j=1,2,.,q;\quad j>i;$

$$\bar\sigma_{i,q+j}(M)=\mu_j\lambda_M^{\frac{1}{2}}(\sigma^{*}_{i,q+j}(S^*)\sigma^{*T}_{i,q+j}(S^*))+\mu_i\mu_j\lambda_M^{\frac{1}{2}}(\sigma^{**}_{i,q+j}(S^*)\sigma^{**T}_{i,q+j}(S^*)),\ i,j=1,2,\ldots,q.$$

Бу ерда $S^*\in\vartheta_S$ -шундай доимий матрицаки қуйидагилар ўринли бўлади

$$c_{ij}(S)\le c_{ij}(S^*),\qquad \sigma^{*}_{ij}(S)\le\sigma^{*}_{ij}(S^*),\ i,j=1,2,\ldots,S,$$

$$\sigma^{**}_{i,q+j}(S)\le\sigma^{**}_{i,q+j}(S^*),\quad \sigma^{**}_{q+i,q+j}(S)\le\sigma^{**}_{q+i,q+j}(S^*),\quad i,j\in[1,q].$$

Теорема 3.1. Йирик масштабли (3.1) чизиқли сингуляр-тойиган системани шундай танлайликки, у учун (3.4) баҳолашларни қаноатлантирувчи (3.3) элементлардан тузилган (2.15) матрица-функцияни қуриш мумкин бўлсин, (3.5) ифода учун эса (3.6) баҳолаш ва

а) A(M)-матрица барча $\mu_i\in]0,\tilde\mu_{i1}[$ ва $\mu_i\to 0$, $i=1,2,\ldots,q$ да мусбат аниқланган

б) $\overline{G}(M)$ -матрица барча $\mu_i\in]\,0,\tilde\mu_{i2}[$ ва $\mu_i\to 0$, $i=1,2,\ldots,q$ да манфий аниқланган шартлар бажарилсин.

У холда (3.1) системанинг $(x^T,y^T)^T=0$ мувозанат холати $\mu_i\in]\,0,\tilde\mu_i[$ ва $\mu_i\to 0$, ϑ_S, $\tilde\mu_i=\min\{1,\ \tilde\mu_{i1},\ \tilde\mu_{i2}\}$да тўла маънода структурали текис асимптотик турғун бўлади.

Бу ерда $\tilde{\mu}_{i1}$ ва $\tilde{\mu}_{i2}$ мос равишда A(M) матрицанинг мусбат аниқланганлик ва манфий аниқланганлик шартларидан аниқланади.

Бу теорема теорема 2.1 каби исботланади.

Мисол 3.1 (3.1) система

$$A_1=\begin{bmatrix}0{,}1 & 0\\ 0 & 0{,}1\end{bmatrix},\quad A_2=\begin{bmatrix}-4 & 0\\ 0 & -4\end{bmatrix},\quad A_3=\begin{bmatrix}-3 & 0\\ 0 & -3\end{bmatrix},\quad A_{12}=\begin{bmatrix}3 & 0\\ 0 & 3\end{bmatrix},\quad A_{21}=\begin{bmatrix}-3 & 0\\ 0 & -3\end{bmatrix}$$

$$A_{13}=A_{31}=A_{23}=A_{32}=10^{-1}J,\quad A_{ij}^1=10^{-1}J,\quad i,j=1,2,3; \qquad (3.7)$$

$$B_i=\begin{bmatrix}-2 & 0\\ 0 & -2\end{bmatrix};\ B_{ij}=10^{-1}J,\quad B_{ij}^1=0,\quad i,j=1,2,3;$$

$$S_{jl}^k=\mathrm{diag}\{S_{jl}^k, S_{jl}^k\},\quad k=1,2;\ l=1,2,3;\ j=1,2,3,4,5,6;\quad 0\le S_{jl}^k\le 1,$$

$$S_{ii}^1=S_{3+i,i}=0,\ S_{ii}^2=S_{3+i,i}^1=1, S_{21}^1=1,\quad i=1,2,3.$$

матрицалар билан аниқланган q=r=3 учтага ажратилган ўзаро боғлиқ сингуляр-тойиган 12 чи тартибли кўринишида бўлсин.

(2.15) матрица-функция элементларини

$$v_{ii}(x_i)=x_i^T Jx_i,\ v_{ij}(x_i,x_j)=x_i^T 10^{-1}Jx_j,\ v_{3+i,3+i}(y_i)=y_i^T 2Jy_i,\ v_{i,3+j}(x_iy_j)=0,\ i,j=1,2,3,\ i\neq j;\ v_{i,3+j}=x_i^T 10^{-1} Jy_j,\quad i,j=1,2,3;\ J=\mathrm{diag}\{1,1,1\}. \qquad (3.8)$$

кўринишида танлаймиз.

Булар учун қуйидаги бахолаш ўринли эканлигини кўриш қийин эмас

$$v_{ii}(x_i)\ge\|x_i\|^2,\ i=1,2,3;$$

$$v_{ij}(x_i,x_j)\ge -0{,}1\|x_i\|\cdot\|x_j\|,\quad i,j=1,2,3,\ i\neq j; \qquad (3.9)$$

$$v_{3+i,3+i}(y_i)\ge 2\|y_i\|^2,\qquad i=1,2,3;$$

$$v_{i,3+j}(x_iy_j)\ge -0{,}1\|x_i\|\cdot\|y_j\|,\ i,j=1,2,3.$$

$\eta^T=(1,1,1,1,1,1)$ бўлсин, у холда A(M) матрицанинг кўриниши

$$A(M)=\begin{bmatrix}A_{11} & -A_{12}(M)\\ -A_{12}^T(M) & A_{22}(M)\end{bmatrix},$$

каби бўлади. Бу ерда

$$A_{11}=\begin{bmatrix}1 & -0{,}1 & -0{,}1\\ -0{,}1 & 1 & -0{,}1\\ -0{,}1 & -0{,}1 & 1\end{bmatrix},\ A_{12}(M)=0{,}1\begin{bmatrix}\mu_1 & \mu_2 & \mu_3\\ \mu_1 & \mu_2 & \mu_3\\ \mu_1 & \mu_2 & \mu_3\end{bmatrix}, A_{22}(M)=\mathrm{diag}\{2\mu_1,2\mu_2,2\mu_3\},$$

ва барча $\mu_i\in]0,1]$ ва $\mu_i\to 0$, i=1,2,3 ларда мусбат аниқланган бўлади.

(2.15) матрица-функция элементларини бундай танлаш $\overline{G}(M)$ матрица элементларини қуйидагича танлаш имконини беради.

$\overline{C}_{11}=-0{,}38$; $\overline{C}_{22}=-7{,}38$; $\overline{C}_{33}=-5{,}96$; $\overline{C}_{12}=\overline{C}_{21}=0{,}17$; $\overline{C}_{13}=\overline{C}_{31}=0{,}08$; $\overline{C}_{23}=\overline{C}_{32}=0{,}19$;

$\overline{C}_{3+i,3+i}=-8$, i=1,2,3; $\overline{C}_{3+i,3+j}=\overline{C}_{3+j,3+i}=0$, i,j=1,2,3, i≠j;

$\overline{\sigma}_{ii}(M)=\overline{\sigma}_{3+i,3+i}(M)=0{,}6\cdot10^{-1}\mu_i$, i=1,2,3,

$\overline{\sigma}_{3+i,3+j}(M)=\overline{\sigma}_{3+j,3+i}(M)=0{,}1\mu_i+0{,}04\mu_j$, i,j=1,2,3, i≠j;

$\overline{\sigma}_{ij}(M)=\overline{\sigma}_{ji}(M)=0{,}6\cdot10^{-1}\mu_j$, i,j=1,2,3, i≠j;

$\overline{C}_{i,3+j}=0{,}8\cdot10^{-1}$, i,j=1,2,3;

$\sigma_{i,3+j}(M)=0{,}18\mu_j+0{,}1\mu_i\mu_j$, i=1,3, j=1,2,3; $\sigma_{2,3+j}(M)=0{,}9\cdot10^{-1}\mu_j+0{,}1\mu_2\mu_j$, j=1,2,3.

бундек матрица барча $\mu_i\in]0,1[$ ва $\mu_i\to 0$, i=1,2,3 ларда манфий аниқланган бўлади.

Теорема 3.1 га асосан берилган масаладаги система мувозанат холати $M\times\vartheta_S$,

$M=\{\mu_i : 0<\mu_i\leq 1,\ i=1,2,3\}$ да тўла маънода текис асимптотик турғун бўлади.

Кўрсатма 3.1. Бу масалада боғлиқмас қисм система

$$\dot{x}_1=\begin{bmatrix}0{,}1 & 0\\ 0 & 0{,}1\end{bmatrix}x_1\ ,$$

турғунмас ва боғлиқмас сингуляр-тойиган қисм система

$$\dot{x}_1=\begin{bmatrix}0{,}1 & 0\\ 0 & 0{,}1\end{bmatrix}x_1+\begin{bmatrix}0{,}1 & 0\\ 0 & 0{,}1\end{bmatrix}y_1\ ,$$

$$\mu_1\dot{y}_1=\begin{bmatrix}-2 & 0\\ 0 & -2\end{bmatrix}y_1+\mu_1\begin{bmatrix}0{,}1 & 0\\ 0 & 0{,}1\end{bmatrix}x_1$$

барча $\mu_1\in]o,1]$ да турғун бўлмайди.

4.2. Текис даражаланган вақт шкаласи.

Текис даражаланган вақт шкаласи холатида (3.1) система кўриниши

$$\dot{x}_1=A_ix_i+\sum_{\alpha=1}^{q} S^1_{i\alpha}A_{i\alpha}x_\alpha+\sum_{\beta=1}^{\kappa} S^2_{i\beta}A^1{}_{i\beta}y_\beta\ ,\ i=1,2,\ldots,q,$$

$$(3.10)$$

$$\mu_1\dot{y}_j=\tau_jB_jy_j+\mu_1\sum_{\alpha=1}^{q} S_{q+j,\alpha}B_{j\alpha}x_\alpha+\tau_j\sum_{\beta=1}^{\kappa} S^2_{q+j,\beta}B^1_{j\beta}y_\beta\ ,\ j\in[1,2]$$

каби бўлади. Бу ерда $A_i,B_j,A_{i\alpha},A_{i\beta},B_{j\alpha},B^1_{j\beta}$ - доимий матрицалар, $S^1_{i\alpha}, S^2_{i\beta}, S^1{}_{q+j,\alpha}, S^2_{q+j,\beta}\in\varphi_s$ диоганал матрицалар, φ_s 2.2 пункитдагидек аниқланади.

Фараз қиламиз $\underline{\tau}_j$ ва $\overline{\tau}_j$, $j=1,2,\ldots,r$ лар берилган. (3.10) система учун элементлари

$$\begin{aligned}&v_{ip}(x_i,x_p)=v_{pi}(x_i,x_p)=x_i^TP_{ip}x_p,\ i,p=1,2,\ldots,q;\\ &v_{q+j,q+j}(y_i,y_l)=v_{q+j,q+j}(y_i,y_l)=y_j^TP_{q+j,q+l}y_l, \qquad (3.11)\\ &v_{i,q+j}(x_iy_j)=x_i^TP_{i,q+j}y_j,\ i=1,2,\ldots,q;\ j=1,2,\ldots,r,\ q+r=s,\end{aligned}$$

лардан иборат бўлган (2.20) матрица-функцияни қурамиз.

Бу ерда P_{ii} , $P_{q+j,q+l}$- мусбат аниқланган симметрик матрицалар, P_{ii} , $i\neq p$, $P_{q+j,q+l}$, $j\neq l$, $P_{i,q+j}$- доимий матрицалар.

(3.11) функция учун

а)$\lambda_m(P_{ii})\ \|x_i\|^2\leq v_{ij}(x_i)\leq\lambda_m(P_{ii})\ \|x_i\|^2$, $\forall x_i\in N_{ix0}$, $i\in[1,q]$

б)$\lambda_m(P_{q+j,q+j})\|y_j\|^2\leq v_{q+j,q+j}(y_j)\leq\lambda_m(P_{q+j,q+j})\|y_j\|^2$, $\forall y_j\in N_{jy0}$, $j=1,2,\ldots,r$;

в) $-\lambda_M^{\frac12}(P_{ip}P_{ip}^T)\ \|x_i\|\|x_p\|\leq v_{ip}(x_i,x_p)\leq\lambda_M^{\frac12}(P_{ip}P_{ip}^T)\ \|x_i\|\|x_p\|$,$\forall(x_i,x_p)\in N_{ix0}$x N_{px0},

$i,p=1,2,\ldots,q,\ \ i\neq p$; (3.12)

г) $-\lambda_M^{\frac12}(P_{q+j,q+l}P^T_{q+j,q+l})\ \|y_j\|\cdot\|y_l\|\leq v_{q+j,q+l}(y_j,y_l)\leq\lambda_M^{\frac12}(P_{q+j,q+l}P^T_{q+j,q+l})\ \|y_j\|\cdot\|y_l\|$,

$\forall(y_j,y_l)\in N_{jy0}$x N_{ly0}, $j,l=1,2,\ldots,r$, $j\neq l$;

д) $-\lambda_M^{\frac12}{}_{i,q+j}(x_i,y_j)\leq\lambda_M^{\frac12}(P_{i,q+j}\ \ P^T_{i,q+j})\|x_i\|\cdot\|y_j\|$,

$\forall(x_i,y_j)\in N_{ix0}$x N_{jy0}, $i=1,2,\ldots,q$, $j=1,2,\ldots,r$, $q+r=s$,

бохолашлар ўринли бўлади. Бу ерда $\lambda_m(\cdot)$ –минимал хос сон, $\lambda_m(\cdot)$-максимал хос сон, $\lambda_M^{\frac12}$- матрица нормаси.

(3.11) элементлар билан тузилган (2.21) функция учун (3.12) бахолаш қринли бўлганда

$$u^T A(\mu_1)u \le U(x,y,\mu_1) \le u^T B(\mu_1)u,\ \forall (x_i,y_j,\mu_1)\in N_{ix0}\mathrm{x}\ N_{jy0}\mathrm{x}M,$$

ккиёқлама бахолаш ўринли бўлади. Бу ерда $u^T=(\|x_1\|,\|x_2\|,\ldots,\|x_q\|,\|y_1\|,\|y_2\|,\ldots,\|y_r\|)$, $A(\mu_1)$ ва $B(\mu_1)$ лемма 2.3 даги каби

$$\underline{\alpha}_{ii}=\lambda_m(P_{ii});\ \underline{\alpha}_{ip}=\underline{\alpha}_{pi}=-\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{ip}P_{ip}^T),\qquad i\neq p=1,2,\ldots,q;$$

$$\overline{\alpha}_{ii}=\lambda_m(P_{ii});\ \overline{\alpha}_{ip}=\overline{\alpha}_{pi}=\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{ip}P_{ip}^T),\qquad i\neq p=1,2,\ldots,q;$$

$$\underline{\alpha}_{q+j,q+l}=\lambda_m(P_{q+j,q+l});\ \underline{\alpha}_{q+j,q+l}=\underline{\alpha}_{q+l,q+j}=-\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{q+j,q+l}P_{q++j,q+l}^T),\quad j,l=1,2,\ldots,r;\quad j\neq l;$$

$$\overline{\alpha}_{q+j,q+l}=\lambda_m(P_{q+j,q+l});\ \overline{\alpha}_{q+j,q+l}=\overline{\alpha}_{q+l,q+j}=\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{q+j,q+l}P_{q++j,q+l}^T),\quad j,l=1,2,\ldots,r;\quad j\neq l;$$

$$\underline{\alpha}_{i,q+j}=-\lambda_M^{\frac{1}{2}}(P_{i,q+j}P_{i,q+j}^T);\ \overline{\alpha}_{q+j,q+l}=\underline{\alpha}_{i,q+j},\quad i\in[1,q],\ j\in[1,r].$$

элементлар орқали аниқланади.

Агар A^*_{11} и A^*_{22} -матрицалар мусбат аниқланган бўлса, у холда $V(x,y,\mu_1)$ – функция барча $\mu_1\in]0,\ \mu^*_1[$ ва $\mu_1\to 0$ ларда мусбат аниқланган бўлишини текшириш қийин эмас, бу ерда μ^*_1 лемма 2.4 даги каби аниқланади.

$\eta^T=(1,1,\ldots,1)\in R^S$ бўлсин. (3.11) элементлар билан берилган (2.21) функциянинг тўлиқ хосиласини $DV_M(x,y,\mu_1)$ белгилаб, қуйидагига эга бўламиз

$$DV_M(x,y,\mu_1)\le u^T\overline{C}u+\mu_1 u^T\overline{G}u,\qquad (3.13)$$

бу ерда $\overline{c}=[\overline{c}_{ij}]$, $\overline{c}_{ij}=\overline{c}_{ji}$, $i,j=1,2,\ldots,s$; $\overline{G}=[\overline{\sigma}_{ij}]$, $\overline{\sigma}_{ij}=\overline{\sigma}_{ji}$, $i,j=1,2,\ldots,s$; матрицалар бўлиб, уларнинг элементлари

$$\overline{c}_{ii}=\rho_{1i}(\overline{S})+\rho_{2i}(\overline{S}),\qquad \overline{\sigma}_{ii}=\rho_{3i}(\overline{S}),\ i=1,2,\ldots,q;$$

$$\overline{c}_{ip}=\rho_{1ip}(\overline{S})+\rho_{2ip}(\overline{S}),\ \ \overline{\sigma}_{ip}=\rho_{3ip}(\overline{S}),\ i=1,2,\ldots,q;\qquad p>i;$$

$$\overline{c}_{q+j,q+j}=\rho_{1,q+j}(\overline{S})+\rho_{2,q+j}(\overline{S}),\quad \overline{\sigma}_{q+j,q+j}=\rho_{3,q+j}(\overline{S}),\quad j=1,2,\ldots,r;$$

$$\overline{c}_{q+j,q+l}=\rho_{1,q+j,q+l}(\overline{S})+\rho_{2,q+j,q+l}(\overline{S}),\quad \overline{\sigma}_{q+j,q+l}=\rho_{3,q+j,q+l}(\overline{S}),\qquad j,l=1,2,\ldots,r,\quad l>j;$$

$$\overline{c}_{i,q+j}=\rho_{1,i,q+j}(\overline{S}),\quad \overline{\sigma}_{i,q+j}=\rho_{2,i,q+j}(\overline{S}),\qquad i\in[1,q],\ j\in[1,r],\ q+r=S;$$

$$\rho_{1i}(\overline{S})=\lambda_M(c_{ii}^1(\overline{S})),\quad \rho_{1ip}(\overline{S})=\lambda_M^{\frac{1}{2}}(c_{ip}^1(\overline{S})c_{ip}^{1^T}(\overline{S})),$$

$$\rho_{2i}(\overline{S})=\lambda_M(c_{ii}^2(\overline{S})),\quad \rho_{2ip}(\overline{S})=\lambda_M^{\frac{1}{2}}(c_{ip}^2(\overline{S})c_{ip}^{2^T}),$$

$$\rho_{3i}(\overline{S})=\lambda_M(\sigma_{ii}(\overline{S})),\ \rho_{3ip}(\overline{S})=\lambda_M^{\frac{1}{2}}(\sigma_{ip}(\overline{S})\sigma_{ip}^T(\overline{S})),\quad i,p=1,2,\ldots,q,\ p>i;$$

$$\rho_{1,q+j}(\tau_j^*,\overline{S})=\lambda_M(c_{q+j,q+j}^1(\tau_j^*,\overline{S})),\ \rho_{1,q+j,q+l}(\tau_j^*,\overline{S})=\lambda_M^{\frac{1}{2}}(c_{q+j,q+l}^1(\tau_j^*,\overline{S})\,c_{q+j,q+l}^{1^T}(\tau_j^*,\overline{S}),$$

$$\rho_{2,q+j}(\tau_j^*,\overline{S})=\lambda_M(c_{q+j,q+j}^2(\tau_j^*,\overline{S})),\ \rho_{2,q+j,q+l}(\tau_j^*,\overline{S})=\lambda_M^{\frac{1}{2}}(c_{q+j,q+l}^2(\tau_j^*,\overline{S})\,c_{q+j,q+l}^{2^T}(\tau_j^*,\overline{S})),$$

$$\rho_{3,q+j}(\overline{S})=\lambda_M(\sigma_{q+j,q+j}(\overline{S})),\quad \rho_{3,q+j,q+l}(\tau_j^*,\overline{S})=\lambda_M^{\frac{1}{2}}(\sigma_{q+j,q+l}(\overline{S})\,\sigma_{q+j,q+l}^T(\overline{S})),$$

$j,l=1,2,\ldots,r,\quad l>j;$

$$\rho_{1ij}(\tau_j^*,\overline{S})=\lambda_M^{\frac{1}{2}}(c_{i,q+j}(\tau_j^*,\overline{S})\,c_{i,q+j}^T(\tau_j^*,\overline{S})),\ \rho_{2ij}(\overline{S})=\lambda_M^{\frac{1}{2}}(\sigma_{i,q+j}(\overline{S})\sigma_{i,q+j}(\overline{S})),$$

$i=1,2,\ldots,q,\ j=1,2,\ldots,r,\ q+r=s;$

$$c_{ii}^1(S)=P_{ii}A_{ii}+A_{ii}^T P_{ii},\quad c_{ii}^2(S)=\sum_{\alpha=1}^{i-1}(P_{\alpha i}^T(S_{\alpha i}^1 A_{\alpha i})+(S_{\alpha i}^1 A_{\alpha i})^T P_{\alpha i})+\sum_{\alpha=i}^{q}(P_{i\alpha}(S_{\alpha i}^1 A_{\alpha i})+$$

$$+(S_{\alpha i}^1 A_{\alpha i})^T P^T_{\alpha i});$$

$$\sigma_{ii}(S)=\sum_{\beta=1}^{r}\left(P_{i,q+\beta}(S^1_{q+\beta,i}B_{\beta i})+(S^1_{q+\beta,i}B_{\beta i})^T P^T_{i,q+\beta}\right),\quad i\in[1,q];$$

$$c^1_{ip}(S)=\sum_{\alpha=1}^{q}(P^T_{ii}\ (S^1_{\alpha p}A_{\alpha p})+(S^1_{\alpha i}A_{\alpha i})^T P_{ii}),$$

$$c^2_{ip}(S)=P_{ip}A_p+A_i^T P_{ip}+\sum_{\alpha=1}^{i-1}(P^T_{\alpha i}\ (S^1_{\alpha p}A_{\alpha p})+(S^1_{\alpha i}A_{\alpha i})^T P_{\alpha p})+\sum_{\alpha=i+1}^{p-1}(P_{i\alpha}(S^1_{\alpha p}A_{\alpha p})+$$

$$+(S^1_{\alpha i}A_{\alpha i})^T P_{\alpha p})+\sum_{\alpha=p+1}^{q}(P_{i\alpha}(S^1_{\alpha p}A_{\alpha p})+(S^1_{\alpha i}A_{\alpha i})^T P^T_{p\alpha}),$$

$$\sigma_{ip}(S)=\sum_{\beta=1}^{r}(P_{i,q+\beta}(S^1_{q+\beta,p}B_{\beta p})+(S^1_{q+\beta,p}B_{\beta p})^T P_{i,q+\beta}),\quad i,p=1,2,\ldots,q,\ p>i;$$

$$c^1_{q+j,q+j}(\tau^*_j,S)=P_{q+j,q+j}\tau_j B_j+\tau_j B_j^T P_{q+j,q+j},$$

$$c^2_{q+j,q+j}(\tau_j,S)=\sum_{\beta=1}^{j-1}(P_{q+\beta,q+j}\ \tau_j(S^2_{q+\beta},B^|_{\beta j})+\tau_j(S^2_{q+\beta,j}B^|_{\beta j})^T P_{q+\beta,q+j})+\sum_{\beta=j}^{r}(P_{q+j,q+\beta}\tau_j(S^2_{q+\beta,j}B^|_{\beta j})+$$

$$+\tau_j(S^2_{q+\beta,j}B^|_{\beta j})P^T_{q+j,q+\beta}),$$

$$\sigma_{q+j,q+j}(S)=\sum_{\alpha=1}^{q}((S^2_{\alpha j}A^|_{\alpha j})^T P_{\alpha,q+j}+P^T_{\alpha,q+j}(S^2_{\alpha j}A^|_{\alpha j})),\quad j=1,2,\ldots,r;$$

$$c^1_{q+j,q=l}(\tau_l,S)=\sum_{\beta=1}^{r}P^T_{q+j,q+j}\ \tau_l(S^2_{q+\beta,l}B^|_{\beta l}),\quad c^2_{q+j,q+l}(\tau_j,S)=P_{q+j,q+l}B_l\tau_l+\tau_j B_j^T P_{q+j,q+l}+$$

$$+\sum_{\beta=1}^{j-1}(P^T_{q+\beta,q+j}\ \tau_l(S^2_{q+\beta,l}B^|_{\beta l})+\tau_j(S^2_{q+\beta,j}B^|_{\beta j})^T P_{q+\beta,q+l}+\sum_{\beta=j+1}^{l-1}P_{q+j,q+\beta}\tau_l(S^2_{q+\beta,l}B^|_{\beta l})+$$

$$+\tau_j(S^2_{q+\beta,j}B^|_{\beta j})^T P_{q+\beta,q+l})+\sum_{\beta=\partial+1}^{\kappa}P_{q+j,q+\beta}\tau_l(S^2_{q+\beta,l}B^|_{\beta l})+\tau_j(S^2_{q+\beta,j}B^|_{\beta j})^T P_{q+l,q+\beta}),$$

$$\sigma_{q+j,q+l}(S)=\sum_{\alpha=1}^{q}((S^2_{\alpha j}A^|_{\alpha j})^T P_{\alpha,q+l}+P^T_{\alpha,q+l}(S^2_{\alpha j}A^|_{\alpha j})),\quad j,l=1,2,\ldots,r,\quad l>j;$$

$$c_{i,q+j}(\tau_j,S)=P_{i,q+j}B_j\tau_j+\sum_{\alpha=1}^{i-1}P^T_{\alpha i}\ (S^2_{\alpha j}A^|_{\alpha j})+\sum_{\alpha=i}^{q}P_{i\alpha}\ (S^2_{\alpha j}A^|_{\alpha j})+\sum_{\beta=1}^{r}P_{i,q+\beta}\ (S^2_{q+\beta,j}B^|_{\beta j})\tau_j,$$

$$\sigma_{i,q+j}(S)=A_i^T P_{i,q+j}+\sum_{\alpha=1}^{q}(S^1_{\alpha i}A_{\alpha i})P_{\alpha,q+j}+\sum_{\beta=1}^{j-1}P^T_{q+\beta,q+i}(S^1_{q+\beta,j}B_{\beta j})+\sum_{\beta=j}^{q}P_{q+i,q+\beta}(S_{q+\beta,j}B_{\beta j}),$$

$i=1,2,\ldots,q,\quad j=1,2,\ldots,r,\quad q+r=s.$

кўринишда бўлади.

Бу ерда $\bar{S}\in\vartheta_S$ - доимий матрица бўлиб,

$c^k_{ip}(s)\le c^k_{ip}(\bar{s}),\quad \forall s\in\vartheta_S,\ i,p=1,2,\ldots q,\ p\ge i,\ k=1,2,;$

$c^k_{q+j,q+l}(\tau_j,s)\le c^k_{q+j,q+l}(\tau^*_j,\bar{s}),\quad \forall s\in\vartheta_S,\ l\ge j=1,2,\ldots,r,\ k=1$

$\sigma_{ij}(s)\le\sigma_{ij}(\bar{s}),\quad \forall s\in\vartheta_S,\ i,j=1,2,\ldots s,\ s=q+r;$

$c_{i,q+j}(\tau_j,s)\le c_{i,q+j}(\tau^*_j,\bar{s}),\quad \forall s\in\vartheta_S,\ i\in[1,q],\ j\in[1,r].$

τ^*_j қиймат

$$\tau^*_j=\begin{cases}\underline{\tau}_j,\\ \bar{\tau}_j\end{cases}$$

кўринишида аниқланади.

Агар $\bar{c}$ матрица манфий аниқланган, яъни $\lambda_M(\bar{c})<0$ ва $\lambda_M(G)>0$ бўлса, у холда барча $\mu_1\in]0,\mu_1^{**}[$ ва $\mu_1\to 0$, $\mu_1^{**}=\min\left\{1,-\dfrac{\lambda_M(\bar{c})}{\lambda_M(\bar{G}}\right\}$ да $DV_M(x,y,\mu_1)$ функция манфий аниқланган бўлишини кўриш қийин эмас. Агар $\lambda_M(\bar{c})<0$ ва $\lambda_M(G)<0$ бўлса у холда $\mu_1^{**}=1$ бўлади.

Теорема 3.2. (3.10) кўринишидаги чизиқли йирик масштабли тойиган харакат тенгламаси қуйидагича бўлсин, яъни у учун (3.12) бахолашларни қаноатлантирувчи (3.11) элементлардан тузилган (2.20) матрица-функцияни қуриш мумкин бўлсин ва $DV_M(x,y,\mu_1)$ функция учун (3.12) бахолашлар хамда бундан ташқари

а) A_{11}^* и A_{22}^* - матрицалар мусбат аниқланган

б) $\bar{C}$ - матрица манфий аниқланган бўлсин

в) $\mu_1\in]0,\tilde{\mu}_1[$, $\mu_i=\mu_1\tau_i^{-1}$, $i=1,2,\dots,r$, $\tau_1\in[\underline{\tau}_i,\bar{\tau}_i]$, $\tilde{\mu}_1=\min\{1,\mu_1^*,\mu_1^{**}\}$

шартлар бажарилсин.

У холда (3.10) системанинг мувозанат холати $\tilde{M}\times\vartheta_S$ да тўла маънода структурали текис асимптотик турғун бўлади, бу ерда $\tilde{M}=\{M: 0<\mu_1<\tilde{\mu}_1, \mu_i=\mu_1\tau_i^{-1}, i=1,2,\dots,r\}$.

Бу теорема исботи теорема 2.2 дан келиб чиқади.

Мисол 3.2. (3.10) система

$$A_i=\begin{bmatrix}-2 & 1\\ 1 & -2\end{bmatrix}, \qquad A_{i\alpha}=A^{|}_{i\beta}=10^{-2}J \ ;$$

$$B_j=\begin{bmatrix}-4 & 1\\ 1 & -4\end{bmatrix}, \qquad B_{j\alpha}=B^{|}_{j\beta}=0{,}5\cdot 10^{-2}J\ ;$$

$$J=\mathrm{diag}\{1,1\},\quad \underline{\tau}_2=0{,}5,\quad \bar{\tau}_2=1,\quad \mu_2=\mu_1\tau_2^{-1}.$$

параметрлар билан берилган икки ўзаро боғлиқ сингуляр-тойиган қисм системаларга ажиратилган 8 чи тартибли бўлсин.

Элементлари $v_{il}(\cdot)$ бўлган (2.20) матрица-функцияни қуйидагича танлаймиз:

$v_{ii}(x_i)=x_i^T Jx_i$; $v_{2+i,2+i}(y_i)=y_i^T Jy_i$; $i=1,2$,

$v_{12}(x_1,x_2)=x_1^T 10^{-1}Jx_2$; $v_{34}(y_1,y_2)=y_1^T 10^{-1}y_2$,

$v_{i,2+j}(x_i,y_j)=x_i^T 10^{-1}Jy_j$, $i,j=1,2$; $J=\mathrm{diag}\{1,1\}$

булар учун қуйидаги

$v_{ii}(x_i)\ge\|x_i\|^2$, $i=1,2$; $v_{12}(x_1,x_2)\ge -0.1\|x_1\|\cdot\|x_2\|$;

$v_{2+i,2+i}(y_i)\ge\|y_i\|^2$, $i=1,2$; $v_{34}(y_1,y_2)\ge -0{,}1\|y_1\|\cdot\|y_2\|$,

$v_{i,2+j}(x_i,y_j)\ge -0{,}1\|x_i\|\cdot\|y_j\|$, $i,j=1,2$.

бахолашларнинг бажарилиши аниқ. $\eta^T=(1,1,1,1)$ бўлсин, у холда

$$A(\mu_1)=\begin{bmatrix}A_{11} & \mu_1A_{12}\\ \mu_1A_{12}^T & \mu_1A_{22}\end{bmatrix},$$

бу ерда $A_{11}=A_{22}=\begin{bmatrix}1 & -0{,}1\\ -0{,}1 & 1\end{bmatrix}$, $A_{12}=\begin{bmatrix}-0{,}1 & -0{,}1\\ -0{,}1 & -0{,}1\end{bmatrix}$, матрица барча $\mu_1\in]\,0{,}1]$ ва $\mu_1\to 0$ да мусбат аниқланган бўлади.

(2.20) матрица-функцияни бундек танлаб олиш $\bar{C}$ ва $\bar{G}$ матрицаларни қуйидагича аниқлаш имконини беради:

$\bar{c}_{ii}=-1{,}996$; $i=1,2$; $\bar{c}_{12}=0{,}6674$; $\bar{c}_{2+i,2+i}=-2{,}996$, $i=1,2$;

$\bar{c}_{34}=0{,}6474$; $\bar{c}_{1j}=0{,}2874$; $\bar{c}_{2j}=0{,}2888$; $j=1,2$;

$\bar{\sigma}_{ii}=0$, $\bar{\sigma}_{12}=0{,}002$, $i=1,2$; $\bar{\sigma}_{2+i,2+i}=\bar{\sigma}_{34}=0{,}004$, $i=1,2$;

$\bar{\sigma}_{i3}$=0,312438; $\bar{\sigma}_{i4}$=0,311178, i=1,2.

$\bar{C}$ ва $\bar{G}$ матрицаларни бундек танлаб олиш натижасида қуйидагига эга бўламиз.

$$\lambda_M(\bar{C}) = -1{,}018975; \qquad \lambda_M(\bar{G}) = 0{,}8819733 \text{ и}$$

$$\mu_1^{**} = \min\left\{1,\ -\frac{\lambda_M(\bar{C})}{\lambda_M(\bar{G})}\right\} = \min\{1;1{,}1553354\} = 1.$$

Демак, теорема 3.2 га асосан мисол 3.2 да берилган системанинг $(x^T,y^T)^T=0\in R^8$ мувозанат холати $M\cdot\vartheta_8$ да текис асимптотик турғун бўлади.

§ 2. Структурали тойиган йирикмасштабли сингуляр-тойиган система абсолют турғунлигининг тахлили.

Бу парагрфда иккинчи бобдаги натижаларни Луре типидаги сингуляр-тойиган йирикмасштабли система структурали турғунлигини текширишга тадбиқи кўриб чиқилади. Параграф сўнгида Луре типидаги учта қисм ўзаро боғлиқ сингуляр-тойиган системаларга ажратилган 12 чи тартибли системани сонли мисол тарзида кўриб чиқамиз.

2.1. Нотекис даражаланган вақт шкаласи. Қуйидаги Луре типидаги сингуляр-тойиган йирикмасштабли системани қараймиз.

$$\frac{dx_i}{dt} = A_i x_i + \sum_{l=1}^{q} S_{il}^{(1)} A_{il} y_l + q_{i1} f_{i1}(\sigma_{i1}), \quad \sigma_{i1} = c_{i1}^T x + c_{i2}^T, \quad \forall i = 1,2,\dots,q,$$

$$\mu_i \frac{dy_i}{dt} = \sum_{l=1}^{q} \mu_i S_{q=i,l}^{(1)} B_{il} x_l + B_i y_i + q_{i2} f_{i2}(\sigma_{i2}) + q_{i3} f_{i3}(\sigma_{i3}), \ \sigma_{i2} = \mu_i c_{i3}^T x_i + c_{i4}^T y_i, \quad (3.14)$$

$$\sigma_{i3} = \sum_{\substack{l=1\\ l\neq i}}^{q} (\mu_i c_{l5}^T S_{q+i,l}^{(2)} x_l + c_{l6}^T S_{q+i,l}^{(3)} y_l), \qquad i = 1,2,\dots,q,$$

бу ерда $\sigma_{ij}^{-1} f_{ij}(\sigma_{ij}) \in [0,k_{ij}] \subset R_+,\ i=1,2,\dots,q,\ \ j=1,2,3,$

$S_{il}^{(1)}, S_{q+i,l}^{(1)}, S_{q+i,l}^{(2)}, S_{q+i,l}^{(3)}$ - диоганал матрицалар.

$$S_i = \begin{bmatrix} S_{i1}^{(1)} & S_{i2}^{(1)} \dots S_{ii-1}^{(1)} & I & S_{ii=1}^{(1)} \dots S_{iq}^{(1)} \\ S_{q+i,1}^{(1)} & S_{q+i,2}^{(1)} \dots S_{q+i,i-1}^{(1)} & I & S_{q+i,I+1}^{(1)} \dots S_{q+i,q}^{(1)} \\ S_{q+i,1}^{(2)} & S_{q+i,2}^{(2)} \dots S_{q+i,i-1}^{(2)} & O & S_{q+i,i+1}^{(2)} \dots S_{q+i,q}^{(2)} \\ S_{q+i,1}^{(3)} & S_{q+i,2}^{(3)} \dots S_{q+i,i-1}^{(3)} & O & S_{q+i,i+1}^{(3)} \dots S_{q+i,q}^{(3)} \end{bmatrix},$$

$$S = \operatorname{diag}\{S_1, S_2, \dots, S_q\}.$$

берилган бўлсин. Тўпламнинг структурасини қуйидагича танлаймиз

$$\varphi_s = \{S : 0 \le S_{jl}^{(k)} \le I,\ S_{ii}^{(1)} = S_{q+i,i} = I;\ S_{q+i,i}^{(2)} = S_{q+i,i}^{(3)} = 0,\ i,l = 1,2,\dots 2q,\ \ k = 1,2,3\},$$

бу ерда I мос ўлчамдаги бирлик матрица.

(3.14) системага мос келувчи боғлиқмас сингуляр-тойиган қисм системаларда x ва y ларни x^i ва y^i билан алмаштирамиз

$$\begin{aligned} \frac{dx_i}{dt} &= A_i x_i + A_{ii} y_i + q_{i1} f_{i1}(\tilde{\sigma}_{i1}), \quad \tilde{\sigma}_{i1} = c_{i1}^T x^i + c_{i2}^T y^i, \quad \forall i = 1,2,\dots,q, \\ \mu_i \frac{dy_i}{dt} &= \mu_i B_{ii} x_i + B_i y_i + q_{i2} f_{i2}(\sigma_{i2}), \ \forall\ i = 1,2,\dots,q, \ \ 2q = s, \end{aligned} \quad (3.15)$$

бу ерда

$$x^i = (0^T,\dots,0^T, x_i^T, 0^T,\dots,0^T)^T \in R^n,\ x_i \in R^{n_i}, n_1 + n_2 + \dots + n_q = n,$$

$$y^i = (0^T,\dots,0^T, y_i^T, 0^T,\dots,0^T)^T \in R^m,\ y_i \in R^{mi}, \quad m_1 + \dots + m_q = m..$$

Бундан (3.14) система қуйидаги кўринишни олади

$$\frac{dx_i}{dt} = f_{i0} + f_i^* + f_i^{**}, \quad i = 1,2,...,q,$$
$$\frac{dy_i}{dt} = g_{i0} + g_i^* + g_i^{**}, \quad i = 1,2,...,q. \qquad (3.16)$$

Бу ерда f_{i0} *ва* g_{i0} вектор функция боғлиқмас қуйидаги қисм системаларга мос келади

$$\frac{dx_i}{dt} = A_i\, x_i + q_{i1} f_{i1}(\tilde{\sigma}_{i1}^0), \quad \tilde{\sigma}_{i1}^0 = c_{i1}^T x^i \quad (3.17)$$

ва

$$\mu_i \frac{dy_i}{dt} = B_i\, y_i + q_{i2} f_{i2}(\sigma_{i2}^0), \quad \sigma_{i2}^0 = c_{i2}^T y_i \quad (3.18)$$

$f_{i0} + f_i^*$ *ва* $g_{i0} + g_i^*$ вектор функция (3.14) боғлиқмас сингуляр-тойиган қисм системага мос келади.

(3.14) система ва (3.15), (3.17), (3.18) қисм системалар билан бирга (3.4) шартларни қаноатлантирувчи (3.3) элементлар орқали тузилган (2.15) матрица-функцияни қараймиз. Маълумки, (2.16) функция учун

$$u^T A(M) u \le V(x, y, M) \le u^T B(M) u. \quad (3.19)$$

тенгсизлик ўринли бўлади.

Бу ерда A(M), B(M) матрицалар ва u вектор (§4, П боб) 4.1 пункитдаги каби аниқланади.

Лемма 3.1. Агар (3.14) система учун (3.3) элементлардан тузилган (2.15) матрица-функция қурилган бўлса, у холда (3.3) Дни хосилали функцияси учун қуйидаги бахолар ўринли бўлади:

а) $\eta_i^2 (D_{x_i}^+ v_{ii})^T f_{i0} \le \rho_{1i} \|x_i\|^2, \quad \forall x_i \in N_{ix_0}, \ \forall i \in [1, q]$

б) $\eta_{q+i}^2 (D_{y_i}^+ v_{q+i,q+i})^T g_{i0} \le \rho_{2i} \|y_i\|^2, \quad \forall y_i \in N_{iy_0}, \ \forall i \in [1, q]$

в) $$\eta_i^2 (D_{x_i}^+ v_{ii})^T f_{i0}^* + \eta_{q+i}^2 (D_{q+i}^+ v_{q+i,q+i})^T g_i^* + 2\eta_i \eta_{q+i} \{\mu_i (D_{x_i}^+ v_{i,q+i})^T (f_{i0} + f_i^*) +$$
$$+ (D_{y_i}^+ v_{i,q+i})^T (g_{i0} + g_i^*)\} \le (\rho_{3i} + \mu_i \rho_{4i}) \|x_i\|^2 + 2(\rho_{5i} + \mu_i \rho_{6i}) \|y_i\|^2 + 2(\rho_{7i} +$$
$$+ \mu_i \rho_{8i}) \|x_i\| \|y_i\|, \ \forall (x, y, M) \in N_{ix_0} \times N_{iy_0} \times M, \ i = 1,2,...,q;$$

г) $$\sum_{i=1}^q \eta_i^2 (D_{x_i}^+ v_{ii})^T f_i^{**} + \sum_{i=1}^q \eta_{q+i}^2 (D_{y_i}^+ v_{q+i,q+i})^T g_i^{**} + 2\sum_{i=1}^q \eta_i \eta_{q+i} \{\mu_i (D_{x_i}^+ v_{i,q+i})^T f_i^{**} +$$
$$+ (D_{y_i}^+ v_{i,q+i})^T g_i^{**}\} + 2\sum_{i=1}^q \sum_{\substack{j=2 \\ j \rangle i}}^q \eta_i \eta_j \{(D_{x_i}^+ v_{ij})^T (f_{i0} + f_i + f_i^{**}) + (D_{x_j}^+ v_{ij})^T (f_{j0} + f_j^* +$$
$$+ f_j^{**})\} + \sum_{i=1}^q \sum_{\substack{j=2 \\ j \rangle i}}^q \eta_{q+i} \eta_{q+j} \{\mu_i (D_{y_i}^+ v_{q+i,q+j})^T (g_{i0} + g_i^* + g_i^{**}) + \mu_i (D_{y_i}^+ v_{q+i,q+j})^T (g_{i0} +$$
$$+ g_i^* + g_i^{**})\} + 2\sum_{i=1}^q \sum_{\substack{j=1 \\ (j \ne i)}}^q \eta_i \eta_{q+j} \times \{\mu_j (D_{x_i}^+ v_{i,q+j})^T (f_{i0} + f_i^* + f_i^{**}) + (D_{y_j}^+ v_{i,q+j})^T (g_{i0} + g_i^* +$$

$$+g_i^{**})\} \le \sum_{i=1}^{q}\{(\rho_{9i}(s)+\mu_i\,\rho_{10i}(s))\|x_i\|^2+\rho_{11i}(s)\|y_i\|^2+2\sum_{i=1}^{q}\sum_{\substack{j=2\\ j\rangle i}}^{q}\{(\rho_{1ij}(s)+\mu_i\,\rho_{2ij}(s))\|x_i\|\|x_j\|+$$

$$+(\rho_{3ij}(s)+\mu_i\,\rho_{4ij}(s)+\mu_j\,\rho_{5ij}(s))\|y_i\|\|y_j\|\}+2\sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q}(\rho_{6ij}(s)+\mu_i\,\rho_{7ij}(s)+\mu_i\,\mu_j\,\rho_{8ij}(s))\|x_i\|\|y_j\|,$$

$$\forall\,(x_i\,,y_i\,,M,S)\in N_{ix_0}\times N_{iy_0}\times M\times\varphi_s\,,$$

бу ерда $\rho_{\alpha i}, \alpha=1,2,3,4,5,6,\ i\in[1,q],\ \rho_{\beta i}(s),\ \beta=9,10,11,\ i\in[1,q]$ $-$ матрицанинг хос қийматлари

$\eta_i^2[p_{ii}A_i\ +A_i^T p_{ii}+p_{ii}k_{i1}^*q_{i1}(c_{i1}^i)^T+(k_{i1}^*q_{i1}(c_{i1}^i)^T)^T p_{ii}];$

$\eta_{q+i}^2[p_{q+i,q+i}B_i\ +B_i^T p_{q+i,q+i}+p_{q+i,q+i}k_{i2}^*q_{i2}(c_{i2}^i)^T+(k_{i2}^*q_{i2}(c_{i2}^i)^T)^T p_{q+i,q+i}];$

$\eta_i^2[p_{ii}k_{i1}^*q_{i1}(c_{i1}^i)^T+(k_{i1}^*q_{i1}(c_{i1}^i)^T)^T p_{ii}];\ \ \frac{1}{2}\eta_i\eta_{q+i}(p_{i,q+i}B_{ii}+B_{ii}^T p_{i,q+i}^T+p_{i,q+i}k_{i2}^*q_{i2}c_{i3}^T+$

$+(k_{i2}^*q_{i2}c_{i3}^T)^T p_{i,q+i}^T);$

$\eta_{q+i}^2[p_{q+i,q+i}k_{i2}^*q_{i2}c_{i4}^T+(k_{i2}^*q_{i2}c_{i4}^T)^T p_{q+i,q+i}];$

$\frac{1}{2}\eta_i\eta_{q+i}(p_{i,q+i}A_{ii}+A_{ii}^T p_{i,q+i}^T+p_{i,q+i}k_{i1}^*q_{i1}(c_{i2}^i)^T+(k_{i1}^*q_{i1}(c_{i2}^i)^T)^T p_{i,q+i});$

$$\eta_i^2[p_{ii}k_{i1}^*q_{i1}(c_{i1}^i)^T+(k_{i1}^*q_{i1}(c_{i1}^i)^T)^T p_{ii}]+\sum_{\substack{j=2\\ j>i}}^{q}\eta_i\eta_j\{(k_{j1}^*q_{j1}(c_{j1}^*)^T)^T p_{ji}+p_{ji}^T k_{j1}^*q_{j1}(c_{j1}^i)^T\};$$

$\eta_i\eta_{q+i}[p_{i,q+i}k_{i3}^*q_{i3}c_{i5}^T S_{q+i,i}^{(2)}+(k_{i3}^*q_{i3}c_{i5}^T S_{q+i,i}^{(2)})^T p_{i,q+i}^T];$

$\eta_i\eta_{q+i}[p_{i,q+i}^T k_{i1}^*q_{i1}(c_{i2}^i)^T+(k_{i1}^*q_{i1}(c_{i2}^i)^T)^T p_{i,q+i}+p_{q+i,q+i}^T k_{i3}^*q_{i3}c_{i6}^T S_{q+i,i}^{(3)}+(k_{i3}^*q_{i3}c_{i6}^T)^T p_{q+i,q+i}]$

$\rho_{7i},\rho_{8i},\rho_{kij}(s),\ \ k=1,2,\ldots,8,\quad i,j=1,2,\ldots,q$ $-$ матрица нормаси

$\eta_i^2 p_{ii}(A_{ii}+k_{i1}^*q_{i1}(c_{i2}^i)^T)+\eta_i\eta_{q+i}p_{i,q+i}(B_i+k_{i2}^*q_{i2}c_{i4}^T);$

$\eta_{q+i}^2(B_{ii}^T+(k_{i2}^*q_{i2}c_{i3}^T)^T)p_{q+i,q+i}+\eta_i\eta_{q+i}(A_i+(k_{i1}^*q_{i1}(c_{i1}^i)^T)^T)p_{i,q+i};$

$$\eta_i^2 p_{ii}k_{i1}^*q_{i1}(c_{i1}^j)^T+\eta_i\eta_j(p_{ij}A_j+A_i^T p_{ij})+\sum_{l=1}^{j-1}\eta_i\eta_j\{p_{li}^T k_{l1}^*q_{l1}(c_{l1}^j)^T+(k_{l1}^*q_{l1}(c_{l1}^j)^T)^T p_{lj}\}+$$

$$+\sum_{l=1}^{j-1}\{\eta_i\eta_l\,p_{il}k_{l1}^*q_{l1}(c_{l1}^j)^T+\eta_l\eta_j(k_{l1}^*q_{l1}(c_{l1}^j)^T)^T p_{lj}\}+\sum_{l=j}^{q}\{\eta_i\eta_l\,p_{il}k_{l1}^*q_{l1}(c_{l1}^j)^T+$$

$$+\eta_j\eta_l(k_{l1}^*q_{l1}(c_{l1}^j)^T)^T p_{jl}^T\};$$

$$\eta_i\eta_{q+i}p_{i,q+i}(S_{q+i,j}^{(1)}B_{ij}+k_{i3}^*q_{i3}c_{j5}^T S_{q+i,j}^{(2)})+\sum_{\substack{l=1\\ l\ne i}}^{q}\eta_i\eta_{q+l}\,p_{i,q+l}(S_{q+l}^{(1)}B_{lj}+k_{l3}^*q_{l3}c_{j5}^T S_{q+l,j}^{(2)});$$

$p_{i,q+i}^T k_{i1}^*q_{i1}(c_{i2}^j)^T+\eta_i\eta_{q+i}(k_{i1}^*q_{i1}(c_{i2}^j)^T)^T p_{i,q+i};$

$$\eta_{q+i}\eta_{q+j}\,p_{q+i,q+j}(B_j+k_{j2}q_{j2}c_{j4}^T)+\eta_i\eta_{q+i}p_{i,q+i}^T(S_{ij}^{(1)}A_{ij})+\sum_{l=1}^{i-1}\eta_{q+l}\eta_{q+i}\,p_{q+l,q+i}^T(k_{l3}^*q_{l3}c_{j6}^T S_{q+l,j}^{(3)})+$$

$$\sum_{l=i}^{q}\eta_{q+i}\eta_{q+l}\,p_{q+i,q+l}(k_{l3}^*q_{l3}c_{j6}^T S_{q+l,j}^{(3)});$$

$$\eta_{q+i}\eta_{q+j}(B_i^T+(k_{i2}^*q_{i2}c_{i4}^T)^T)p_{q+i,q+j}+\sum_{l=1}^{i-1}\eta_l\eta_i p_{li}^T S_{lj}^{(1)}A_{lj}+\sum_{l=i}^{q}\eta_i\eta_l p_{il}S_{lj}^{(1)}A_{lj}+$$

$$+\sum_{l=1}^{q}\eta_i\eta_{q+l}p_{i,q+l}^T(k_{i1}^*q_{i1}(c_{j2}^l)^T)+\sum_{l=1}^{i-1}\eta_{q+i}\eta_{q+l}p_{q+i,q+l}(k_{l3}^*q_{l3}c_{j6}^T S_{q+l,j}^{(3)}),$$

$$\eta_i^2 p_{ii}(S_{ij}^{(1)}A_{ij}+k_{i1}^*q_{i1}(c_{i2}^j)^T)+\eta_i\eta_{q+i}(k_{i1}^*q_{i1}(c_{i1}^j)^T)^T p_{i,q+i}+\eta_i\eta_{q+j}p_{i,q+j}(B_j+k_{j2}^*q_{j2}c_{i4}^T)+$$

$$\sum_{l=1}^{i-1}\eta_l\eta_i p_{li}^T(S_{lj}^{(1)}A_{lj}+k_{l1}^*q_{l1}(c_{l2}^j)^T)+\sum_{l=i+1}^{q}\eta_i\eta_l p_{il}(S_{lj}^{(1)}A_{lj}+k_{l1}^*q_{l1}(c_{l2}^j)^T)+$$

$$+\sum_{l=1}^{q}\eta_j\eta_{q+l}p_{j,q+l}(k_{l3}^*q_{l3}c_{l6}^T S_{q+l,i}^{(3)});$$

$$\eta_{q+j}^2 p_{q+j,q+j}^T(S_{q+j,i}^{(1)}B_{ji}+k_{j3}^*q_{j3}c_{j5}^T S_{q+j,i}^{(2)})+\eta_i\eta_{q+j}A_i^T p_{i,q+j}+\sum_{l=1}^{q}\eta_l\eta_{q+j}(k_{l1}^*q_{l1}(c_{l1}^j)^T)^T p_{l,q+j};$$

$$\sum_{l=1}^{i-1}\eta_{q+l}\eta_{q+i}p_{q+l}^T(S_{q+l}^{(1)}B_{lj}+k_{l3}^*q_{l3}c_{l5}S_{q+l,j}^{(2)})+\sum_{l=i}^{q}\eta_{q+i}\eta_{q+l}p_{q+i,q+l}(S_{q+l,j}^{(1)}B_{lj}+k_{l3}^*q_{l3}c_{j5}^T S_{q+l,j}^{(2)})+$$

$\eta_{q+i}\eta_{q+j}[(k_{i2}^*q_{i2}c_{i3}^T)^T p_{q+i,q+j}+p_{q+i,q+j}(k_{i2}^*q_{i2}c_{i3}^T)]$; бу ерда $i\neq j$,

k_{ij}^* *ва* k_{ii}^* 1.1. бўлимдаги каби аниқланади, $c_{ij}^k\in R^{nk}-c_{ij}$.векторнинг к та копоненти.

Лемма 3.1 нинг исботи лемма 4.1 га ўхшаш амалга оширилади.

Лемма 3.2. лемма 3.1 нинг хамма шартлари бажарилсин. У холда (3.3) элементлар билан берилган (2.16) функциянинг тўла хосиласи учун қуйидагига эга бўламиз

$$DV(x,y,M)\le u^T\widetilde{G}(M)u$$
$$\forall(x,y,M,S)\in N_{x_0}\times N_{y_0}\times M\times\varphi_s, \quad (3.20)$$

бу ерда

$$u^T=(\|x_1\|\|x_2\|,\ldots,\|y_q\|,\|y_1\|,\|y_2\|,\ldots,\|y_q\|),\quad \widetilde{G}(M)=[\widetilde{c}_{ij}+\widetilde{\sigma}_{ij}(M)],\ \ i,j=1,2,\ldots,s,\ \ s=2q.$$

$\widetilde{G}(M)$ матрица элементлари қуйидагича бўлади

$$\widetilde{c}_{ii}=\rho_{1i}+\rho_{3i}+\rho_{9i}(s^*);\qquad \widetilde{c}_{ij}=\widetilde{c}_{ji}=\rho_{1ij}(s^*),\quad i\neq j;$$

$$\widetilde{c}_{q+i,q+i}=\rho_{2i}+\rho_{3i}+\rho_{11i}(s^*);$$

$$\widetilde{c}_{i,q+j}=\widetilde{c}_{q+j,q+i}=\rho_{3ij}(s^*),\qquad i\neq j;$$

$$\widetilde{c}_{i,q+j}=\rho_{7i};\quad \widetilde{c}_{i,q+j}=\rho_{6ij}(s^*),\ \ i\neq j=1,2,\ldots,q;$$

$$\widetilde{\sigma}_{ij}(M)=\mu_i(\rho_{4i}+\rho_{10i}(s^*));\ \ \sigma_{q+i,q+i}(M)=\mu_i\rho_{6i};$$

$$\widetilde{\sigma}_{ij}(M)=\widetilde{\sigma}_{ji}(M)=\mu_i\rho_{2ij}(s^*),\qquad i\neq j;$$

$$\widetilde{\sigma}_{q+i,q+j}(M)=\mu_i\rho_{4ij}(s^*)+\mu_j\rho_{5ij}(s^*),\qquad i\neq j;$$

$$\widetilde{\sigma}_{i,q+i}(M)=\mu_i\rho_{8i}$$

$$\widetilde{\sigma}_{i,q+j}(M)=\mu_i\rho_{7ij}(s^*)+\mu_i\mu_j\rho_{8ij}(s^*),\qquad i\neq j=1,2,\ldots,q;$$

$S^*\in\varphi_s$ *доимий матрица*

$$\rho_{ki}(s)\le\rho_{ki}(S^*);\ \ \rho_{rij}(S)\le\rho_{rij}(S^*),\ \ k=9,10,11,12,$$

$$r=1,2,\ldots,9,\qquad i,j=1,2,\ldots,q,\quad i\neq j.$$

Лемма 3.2 нинг исботи лемма 4.2 га ўхшаш исботланади.

Теорема 3.3. (3.14) кўринишидаги Лурье типидаги сингуляр-тойиган йирик масштабли система шундай бўлсин, яъни, у учун (3.4) шартларни қаноатлантирувчи (3.3) элементлар билан тузилган (2.16) матрица-функция қурилган ва (2.16) функциянинг Дини тўла хосиласи учун

а) $A(M)$-матрица барча $\mu_i \in]0, \tilde{\mu}_{i1}[$ ва $\mu_i \to 0, \quad i = 1,2,...,q;$ да мусбат аниқланган

б) $\tilde{G}(M)$-матрица барча $\mu_i \in]0, \tilde{\mu}_{i1}[$ ва $\mu_i \to 0, \quad i = 1,2,...,q;$ да манфий аниқланган

шартлар ўринли бўлса, у холда (3.1) система $(x^T y^T)^T = 0$ мувозханат холати $\mu_i \in]0, \tilde{\mu}_i^*[$ ва $\mu_i \to 0,\ \varphi_s,\ \tilde{\mu}_i^* = \min\{1, \mu_{i1}, \mu_{i2}^*\}$ да текис асимптотик турғун бўлади.

Агар $N_{ix} = R^{ni},\ N_{iy} = R^{mi}$, бўлса, у холда (3.1) система $(x^T y^T)^T = 0$ мувозанат холати $\mu_i \in]0, \tilde{\mu}_i^*[$ ва $\mu_i \to 0,\ \varphi_s$, да тўла маънода асимптотик турғун бўлади.

Бу ерда $\tilde{\mu}_{i1}$ ва $\tilde{\mu}_{i2}$ мос равишда $A(M)$ матрицанинг мусбат аниқланганлиги ва $\tilde{G}(M)$ матрицанинг манфий аниқланганлиги шартларидан аниқланади.

Бу теорема исботи теорема 2.1 даги каби бўлади.

2.2. текис даражаланган вақт шкаласи. Текис даражаланган вақт шкаласи холида (3.14) системанинг кўриниши қуйидагича бўлади:

$$\frac{dx_i}{dt} = A_i x_i + \sum_{\alpha=1}^{r} S_{i\alpha}^{(1)} A_{i\alpha} y_\alpha + q_{i1} f_{i1}(\sigma_{i1}),$$

$$\sigma_{i1} = \hat{c}_{i1}^T + \hat{c}_{i2}^T y, \qquad \forall i = 1,2,...,q;$$

$$\mu_i \frac{dy_i}{dt} \sum_{\beta=1}^{q} S_{q+i}^{(1)} B_{i\beta} x_\beta + \tau_i B_i y_i + \tau_i q_{i2} f_{i2}(\sigma_{i2}) + \tau_i q_{i3} f_{i3}(\sigma_{i3}), \quad \sigma_{i2} = \mu \hat{c}_{i3}^T x_i + \hat{c}_{i4}^T y_i; \quad (4.2.8)$$

$$\sigma_{i3} = \sum_{\beta=1}^{q} \mu_i \hat{c}_{\beta 5}^T S_{q+i}^{(2)} x_\beta$$

бу ерда

$$\sigma_{ij}^{-1} f_{ij}(\sigma_{ij}) \in [0, k_{ij}] \subset R_+ \begin{cases} i = 1,...,q\ ,\ j = 1 \\ i = 1,...,r\ ,\ j = 2,3. \end{cases}.$$

$S_{ij}^{(1)}, S_{ij}^{(2)},\ S_{ij}^{(3)}$ *ва* S, структурали матрицалар хамда φ_s тўплам шу бобнинг 2.1 бўлими орқали ёзилади, $\tau_i \in [\underline{\tau}_i, \overline{\tau}_i]$; $\underline{\tau}_i$ ва $\overline{\tau}_i$ сонлари берилган.

(3.21) кўринишида берилган Лурье типидаги йирик масштабли системанинг асимптотик турғунлигни тахлили қилиш учун (3.12) бахоларни қаноатлантирувчи (3.11) элементлар билан тузилган (2.20) матрица-функцияни қурамиз. (2.21) функция учун қуйидаги икки ёқлама бахолаш ўринли бўлади:

$$u^T A(\mu) u \le V(x, y, \mu_1) \le u^T B(\mu) u,\ \forall (x_i, y_j, \mu_1) \in N_{ix_0} \times N_{jy_0} \times \mu,\ \forall \tau_i \in [\underline{\tau}_i, \overline{\tau}_i] \quad (3.22)$$

бу ерда $u, A(\mu), B(\mu)$ II боб 4.2 бўлимда кўрсатилгандек аниқланади.

Фараз қиламиз $\eta^T = (1,1,...,1,1) \in R_+^s,\quad s = q + r.$ бўлсин.

Лемма 3.3. Агар (3.21) система учун (3.11) элементлар билан тузилган (2.20) матрица-функцияни қурилган бўлса, у холда (3.21) система ёрдамида олинган функция хосиласи (2.21)

$$DV(x, y, \mu_1) \le u^T C^* u + \mu_1 u^T G^* u,\ \forall (x, y, \mu_1, s) \in N_{x_0} \times N_{y_0} \times \mu \times \varphi_s, \quad (3.23)$$

тенгсизликни қаноатлантиради. Бу ерда

$u^T = (\|x_1\|, \|x_2\|, ..., \|x_q\|, \|y_1\|, \|y_2\|, ..., \|y_r\|),$

$c^* = [c_{ij}^*],\ c_{ij}^* = c_{ji}^*,\ i, j = 1,2,...,s;$

$G^* = [\sigma_{ij}^*],\ \sigma_{ij}^* = \sigma_{ji}^*, \quad i, j = 1,2,...,s;$

$c_{ii}^* = \lambda_M(c_{ii}),\ c_{ii} = p_{ii} A_i + A_i^T p_{ii} + p_{ii} q_{i1} k_{i1}^* (\hat{c}_{i1}^{i})^T + (q_{i1} k_{i1}^* (\hat{c}_{i1}^{i})^T)^T p_{ii} +$

$$+2\sum_{\substack{p=2\\ p>i}}^{q}(p_{ip}q_{p1}k^*_{p1}(c^p_{p1})^T+(q_{p1}k^*_{p1}(c^p_{p1})^T)^T p^T_{ip}),\quad i=1,2,\dots,q;$$

$$C^*_{q+j,q+j}=\lambda_M(C_{q+j,q+j}(\tau^*_j,\bar{s})),\quad C_{q+j,q+j}(\tau^*_j,\bar{s})=p_{q+j,q+j}\tau^*_jB_j+\tau^*_jB^T_jp_{q+j,q+j}+$$

$$+p_{q+j,q+j}\tau^*_jq_{j2}k^*_{j2}(\hat{c}_{j4})^T+(\tau^*_jq_{j2}k^*_{j2}(\hat{c}_{j4})^T)^Tp_{q+j,q+j}+p_{q+j,q+j}\tau^*_jq_{j3}k^*_{j3}(\hat{c}_{j6})^TS^{-(3)}_{q+j,j})^Tp_{q+j,q+j}+$$

$$p_{q+j,q+j}+\sum_{\substack{l=2\\ l>j}}^{r}\{p_{q+j,q+l}\tau^*_lq_{l3}k_{l3}(\hat{c}_{j6})^TS^{-(3)}_{q+l,j}+(\tau^*_lq_{l3}k^*_{l3}(\hat{c}_{j6})^TS^{-(3)}_{q+l,j})^Tp^T_{q+j,q+l}+$$

$$(\tau^*_jq_{j3}k^*_{j3}(\hat{c}_{l6})^TS^{-(3)}_{q+j,l})^Tp_{q+j,q+l}+p^T_{q+j,q+l}\tau^*_jq_{j3}k^*_{j3}(\hat{c}_{l6})^TS^{-(3)}_{q+j,l}\},\quad j=1,2,\dots,r;$$

$$c^*_{ip}=\lambda^{1\backslash 2}_M(C^T_{ip}C_{ip}),\quad C_{ip}=p_{ii}q_{i1}k^*_{i1}(\hat{c}^p_{i1})^T+(q_{p1}k^*_{p1}(\hat{c}^i_{p1})^T)^Tp_{pp}+A^T_ip_{ip}+p_{ip}A_p+$$

$$+\sum_{\beta=1}^{i}p^T_{\beta p}q_{\beta 1}k^*_\beta(c^p_{\beta 1})^T+\sum_{\substack{\beta=i+1\\ \beta\neq p}}^{q}(q_{\beta 1}k^*_{\beta 1}(c^p_{\beta 1})^T)^Tp_{\beta p}+\sum_{\beta=p+1}^{q}(q_{\beta 1}k^*_{1\beta}(c^i_{\beta 1})^T)^Tp^T_{i\beta},\quad i,p=1,2,\dots,q,\ p>i;$$

$$c^*_{q+j,q+l}=\lambda^{1\backslash 2}_M(c^T_{q+j,q+l}(\tau^*_j\bar{s}),\ c_{q+q+l}(\tau^*_j,\bar{s}))$$

$$c_{q+j,q+l}(\tau^*_j\bar{s})=p_{q+j,q+j}\tau^*_jq_{j3}k^*_{j3}(\hat{c}_{l6})^TS^{-(3)}_{q+j,l}+(\tau^*_lq_{l3}k^*_{l3}(\hat{c}_{j6})^TS^{-(3)}_{q+l,j})^Tp_{q+j,q+l}+p_{q+j,q+l}\tau^*_lB_l+$$

$$+\tau^*_jB^T_jp_{q+j,q+l}+p_{q+j,q+l}\tau^*_lq_{l2}k^*_{l2}(\hat{c}_{l4})^T+(\tau^*_jq_{j2}k^*_{j2}(\hat{c}_{j4})^T)^Tp_{q+j,q+l}+$$

$$+\sum_{\alpha=1}^{j}p^T_{q+\alpha,q+l}\tau^*_\alpha q_{\alpha 3}k^*_{\alpha 3}(\hat{c}_{j6})^TS^{-(3)}_{q+\alpha,j}+\sum_{\substack{\alpha=j+1\\ \alpha\neq l}}^{r}(\tau^*_\alpha q_{\alpha 3}k^*_{\alpha 3}(\hat{c}_{j6})^TS^{-(3)}_{q+\alpha,j})^Tp_{q+\alpha,q+l}+$$

$$\sum_{\substack{\alpha=1\\ \alpha\neq j}}^{l}p_{q+j,q+\alpha}\tau^*_\alpha q_{\alpha 3}k^*_{\alpha 3}(\hat{c}_{l6})^TS^{-(3)}_{q+\alpha,j}+\sum_{\alpha=l+1}^{r}(\tau^*_\alpha q_{\alpha 3}k^*_{\alpha 3}(\hat{c}_{j6})^T\bar{S}^{-(3)}_{q+\alpha,j})^Tp_{q+j,q+\alpha},\ j,l=1,2,\dots,r,\ \ l>j$$

$$c^*_{i,q+j}=\lambda^{1\backslash 2}_M(c^T_{i,q+j}(\tau^*_j\bar{s})),\qquad c_{i,q+j}(\tau^*_j\bar{s})),\quad c_{i,q+j}(\tau^*_j\bar{s})=p_{ii}S^{-(1)}_{ij}A_{ij}+p_{ii}q_{i1}k^*_{i1}(\hat{c}^j_{i2})^T+$$

$$\sum_{\substack{p=2\\ p>i}}^{q}\{p_{ip}S^{-(1)}_{pj}A_{jp}+p_{ip}q_{p1}k^*_{p1}(\hat{c}^j_{p2})^T+p_{ip}S^{-(1)}_{pj}A_{pj}+p^T_{ip}q_{p1}k^*_{p1}(\hat{c}^j_{p2})^T\}+p_{i,q+j}\tau^*_jB_j+$$

$$+p_{i,q+j}\tau^*_jq_{j2}k^*_{j2}(\hat{c}_{j4})^T+\sum_{\alpha=1}^{r}p^T_{i,q+\alpha}\tau^*_\alpha q_{\alpha 3}k^*_{\alpha 3}(\hat{c}_{j6})^TS^{-(3)}_{q+\alpha,j},\ i=1,2,\dots,r,\quad q+r=s;$$

$$\sigma^*_{ii}=\lambda_M(\sigma_{ii}(\bar{s})),\ \sigma_{ii}(\bar{s})=p_{i,q+i}q_{i2}k^*_{i2}(\hat{c}_{i3})^T+q_{i2}k^*_{i2}(\hat{c}_{i3})^T)\ \ p_{i,q+i}+\sum_{l=1}^{r}\{p_{i,q+j}q_{j3}k^*_{j3}(\hat{c}_{i5})^TS^{-(2)}_{q+j}+$$

$$(q_{j3}k^*_{j3}(\hat{c}_{j5})^TS^{-(2)}_{q+j,i})^Tp_{i,q+j}\},\ i=1,2,\dots,q;\ \sigma^*_{q+j,q+j}=\lambda_M(\sigma_{q+j,q+j}(\bar{s})),$$

$$\sigma^*_{q+j,q+j_{ii}}(\bar{s})=\sum_{i=1}^{q}\{(S^{-(1)}_{ij}A_{ij})^Tp_{i,q+j}+p_iS^{-(1)}_{ij}A_{ij}+(q_{i1}k^*_{i1}(\hat{c}_{i2})^T)^Tp_{i,q+j}+$$

$$+p^T_{i,q+j}q_{i1}k^*_{i1}(\hat{c}^j_{i2})^T\},\qquad j=1,2,\dots,r;$$

$$\sigma^*_{ip}=\lambda^*_M(\sigma^T_{ip}(\bar{s}),\sigma_{ip}(\bar{s})),\ \ \sigma_{ip}(\bar{s})=p_{i,q+p}q_{p2}k^*_{p2}(\hat{c}_{p3})^T+(q_{i2}k^*_{i2}(\hat{c}_{i3})^T)p_{p,q+i}+$$

$$+\sum_{j=1}^{r}\{p_{i,q+j}q_{j3}k^*_{j3}(\hat{c}_{p5})^TS^{-(2)}_{q+j,p}+(q_{j3}k^*_{j3}(\hat{c}_{i5})^TS^{-(2)}_{q+j,i})^Tp_{p,q+j}\},\quad i,p=1,2,\dots,q,\ \ p>i;$$

$$\sigma^*_{q+j,q+l}=\lambda_M^{1\backslash 2}(\sigma^T_{q+j,q+l}(\bar{s}),\,\sigma_{q+j,q+l}(\bar{s})),\ \sigma_{q+j,q+l}(\bar{s})=\sum_{i=1}^{q}\{(S_{ij}^{-(1)}A_{ij})^T p_{i,q+l}+p^T_{i,q+j}(S_{ij}^{-(1)}A_{il})^T+$$

$$+(q_{il}k^*_{il}(\hat{c}_{i2})^T p_{i,q+l}+p^T_{i,q+j}q_{il}k^*_{il}(\hat{c}^{\,l}_{i2})^T\},\quad j,l=1,2,...,r,\quad l>j;$$

$$\sigma^*_{i,q+j}=\lambda_M^{1\backslash 2}(\sigma^T_{i,q+j}(\bar{s}),\,\sigma_{i,q+j}(\bar{s})),$$

$$\sigma_{i,q+j}(\bar{s})=(S^{-(1)}_{q+l,i}B_{l,i})^T p_{q+j,q+l}+(q_{j3}k^*_{j3}(\hat{c}_{i5})^T S^{-(2)}_{q+j,i})^T p_{q+j,q+j}+$$

$$\sum_{i=1}^{q}\{(S^{-(1)}_{q+l,i}B_{l,i})^T p^T_{q+i,q+l}+(S^{-(1)}_{q+l,i}B_{li})^T p_{q+j,q+l}+(q_{l3}k^*_{l3}(\hat{c}_{i5})^T S^{-(2)}_{q+l,i})^T p_{q+j,q+l}+$$

$$+(q_{l3}k^*_{l3}(\hat{c}_{i5})^T S^{-(2)}_{q+l,i})^T p_{q+j,q+l}+\sigma^*\,(q_{l2}k^*_{l2}(\hat{c}_{l3})^T)^T p^T_{q+j,q+l}+\sigma^*(q_{l2}k^*_{l2}(\hat{c}_{l3})^T)^T p_{q+j,q+l}\}+$$

$$+A_i^T p_{i,q+j}+\sum_{\beta=1}^{q}(q_{\beta 1}k^*_{\beta 1}(\hat{c}^{\,i}_{\beta 1})^T)^T p_{\beta,q+j},\ i=1,2,...,q,\ \ j=1,2,...,r,\ \ q+r=s;$$

$$\sigma^*=\begin{cases}1 & \text{при}\ \ l=i\\ 0 & \text{при}\ \ l\neq i\ \ ;\end{cases}$$

Бу ерда $k^*_{ij},i\neq j$ ва k^*_{ii} бобнинг 1.1 бандидагидек аниқланади, τ_j II боб 4.2 бандидагидек аниқланади, c^k_{ij} к та вектор компоненталари. $c_{ij},\bar{s}\in\varphi_s$ - доимимй матрица бўлиб,

$$c_{q+j,q+l}(\tau^*_j,s)\le c_{q+j,q+l}(\tau^*_j\bar{s}),\ \forall s\in\varphi_s,\quad j,l=1,2,...,r;$$

$$c_{i,q+j}(\tau^*_j,s)\le c_{i,q+j}(\tau^*_j\bar{s}),\ \forall s\in\varphi_s,\quad j\in[1,q],\ j\in[1,r];$$

$$\sigma_{ij}(s)\le\sigma_{ij}(\bar{s}),\quad \forall s\in\varphi_s,\ \ i,j=1,2,...,s=q+r.$$

кўринишида бўлади.

Натижа 3.1. Агар лемма 3.3 да C^* -манфий аниқланган, яъни $\lambda_M(c^*)<0$ бўлиб , бундан ташқари

а) $\mu_1\in]0,\hat{\mu}_1[$ ва $\mu\to 0$, $\hat{\mu}_1=\min\{1,-\lambda_M(c^*)/\lambda_M(G)\}$, да $\lambda_M(G)<0$

б) $\mu_1\in]0,1]$ ва $\mu_1\to 0$ да $\lambda_M(G)\ge 0$

бўлса у холда $DV(x,y,\mu_1)$ функция манфий аниқланган бўлади.

Теорема 3.4. (3.21) кўринишида берилган Лурье типидаги сингуляр-тойиган йирик масштабли тенглама қуйидагича берилган бўлсин, у учун (3.12) бохони қаноатлантирувчи (3.11) элемент билан берилган матрица-функция қурилган ва (3.21) система орқали олинган (2.21) хосила учучн (3.23) бажарилса ва

а) A^*_{11} ва A^*_{22} - матрицалар мусбат аниқланган

б) C^* - матрица манфий аниқланган.

в) $\mu_1\in]0,\tilde{\mu}_1[,\ \mu=\tau_i^{-1}\mu_1,\ i=1,2,...,r,\ \ \tau\in[\underline{\tau}_i,\bar{\tau}_i],\ \mu_1=\min\{1,\mu^*_1,\hat{\mu}_1\}$. бўлсин.

У холда (3.21) система $(x^T,y^T)^T=0$ мувозанат холати $\tilde{\mu}\times\varphi_s$ да текис асимптотик турғун бўлади, бу ерда $\tilde{\mu}=\{M:0<\mu_1<\tilde{\mu}_1\}$, $\mu_i=\tau_i^{-1}\mu_1$, $i=1,2,...,r$.

Агар теореманинг хамма шартлари $N_{ix}\times N_{jy}=R^{n_i\times n_j}$ да бажарилса, у холда (3.21) системанинг $(x^T,y^T)^T=0$ мувозанат холати $\tilde{\mu}\times\varphi_s$ да тўла маънода текис асимптотик турғун бўлади.

Исбот: бу теорема тасдиғи теорема 2.2 дан келиб чиқади.

Кўрсатма 3.2. Теорема 3.4 нинг тасдиғи

$$\tilde{\mu}_1=\min\{1,\mu^*_1,\hat{\mu}_1\},\text{если}\quad \lambda_M(G)\le 0$$

да хам тўғрилигича қолади.

Мисол 3.3. Лурье типидаги (3.14) система учта боғлиқмас сингуляр-тойиган қисм системаларга ажралган 12 чи тартибли система қуйидаги вектор ва матрицалардан тузилган бўлсин:

$$A_i=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -1 & -2\end{bmatrix},\ A_{ii}=J,\ A_{ij}=\gamma J,\ \gamma=\frac{1}{2000}\quad q_{i1}=\begin{bmatrix}0\\0{,}1\end{bmatrix},\ C_{i1}^{i}=\begin{bmatrix}-0{,}01\\0\end{bmatrix},\quad C_{i2}^{i}=\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$$

$$C_{i1}^{j}=\begin{bmatrix}\gamma\\0\end{bmatrix},\ C_{i2}^{j}=\begin{bmatrix}0\\\gamma\end{bmatrix},\quad i\neq j,\quad k_{i1}=2,$$

$$B_i=\begin{bmatrix}-4 & 1\\ 1 & -4\end{bmatrix},\ B_{ii}=10^{-3}J,\ B_{ij}=\gamma J,\ i\neq j,\ q_{i2}=\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix},\ q_{i3}=\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix},\ c_{i3}=\begin{bmatrix}10^{-3}\\0\end{bmatrix},c_{i4}=\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix},$$

$$c_{j5}=\begin{bmatrix}0\\\gamma\end{bmatrix},\ c_{j6}=\begin{bmatrix}\gamma\\0\end{bmatrix},\quad k_{i2}=k_{i3}=1.$$

(2.15) матрица-функция элементларини

$$V_{ii}(x_i)=x_i^T\begin{bmatrix}0{,}3 & 0{,}1\\0{,}1 & 0{,}3\end{bmatrix}x_i;\ V_{3+j,3+j}(y_j\mu)=\mu_j y_j^T\begin{bmatrix}2 & 0\\0 & 2\end{bmatrix}y_j;\ i,j=1{,}2{,}3;$$

$$V_{ip}(x_i,x_p)=x_i^T\begin{bmatrix}0{,}01 & 0\\0 & 0{,}01\end{bmatrix}x_p;i,p=1,\ 2{,}3,\ \ p>i;$$

$$V_{3+j,3+l}(y_j,y_j,M)=\mu_i\mu_j y_j^T\begin{bmatrix}0{,}01 & 0\\0 & 0{,}01\end{bmatrix}y_l;\qquad j,l=1{,}2{,}3\quad ,l>j;$$

$$V_{i,q+j}(x_i,y_j,\mu_j)=\mu_j x_i^T\begin{bmatrix}0{,}01 & 0\\0 & 0{,}01\end{bmatrix}$$

кўринишида танлаймиз.

Бундек тузилган функция учун

$$V_{ii}\geq 0{,}2\|x_i\|^2,\ \ i=1{,}2{,}3;$$

$$V_{3+j,3+j}(y_j,\mu_j)\geq 2\mu_j\|y_j\|^2,\ \ j=1{,}2{,}3;$$

$$V_{ip}(x_i,x_p)=V_{ip}(x_i,x_p)\geq -0{,}01\|x_i\|\cdot\|x_p\|,\ \ i,p=1{,}2{,}3,\ p>i;$$

$$V_{3+i,3+l}(y_j,y_l,M)=V_{3+l,3+j}(y_j,y_l,M)\geq -0{,}01\mu_j\mu_l\|y_j\|\|y_l\|,\ \ j,l=1{,}2{,}3,\ l>j;$$

$$V_{i,3+j}(x_i,y_j,\mu_j)\geq -0{,}01\mu_j\|x_i\|\|y_j\|,\ \ i,j=1{,}2{,}3.$$

бахолашлар бажарилади.

$$A_1(M)=\begin{bmatrix}A_{11} & A_{12}(M)\\ A_{12}^T(M) & A_{22}(M)\end{bmatrix}$$

бу ерда

$$A_{11}=\begin{bmatrix}0{,}2 & -0{,}01 & -0{,}01\\ -0{,}01 & 0{,}2 & -0{,}01\\ -0{,}01 & -0{,}01 & 0{,}2\end{bmatrix},\ A_{12}(M)=\begin{bmatrix}-0{,}01\mu_1 & -0{,}01\mu_2 & -0{,}01\mu_3\\ -0{,}01\mu_1 & -0{,}01\mu_2 & -0{,}01\mu_3\\ -0{,}01\mu_1 & -0{,}01\mu_2 & -0{,}01\mu_3\end{bmatrix},$$

$$A_{22}(M)=\begin{bmatrix}2\mu_1 & -0{,}01\mu_1\mu_2 & -0{,}01\mu_1\mu_3\\ -0{,}01\mu_1\mu_1 & 2\mu_2 & -0{,}01\mu_2\mu_3\\ -0{,}01\mu_1\mu_3 & -0{,}01\mu_2\mu_3 & 2\mu_3\end{bmatrix},$$

матрица $\mu_j\in]0{,}1]$ *ва* $\mu_j\to 0$, j=1,2,3. да мусбат аниқланган.

(2.15) матрица-функция элементларини бундек танлаш натижасида қуйидагига эга бўламиз:

$$\rho_{1i}=\begin{cases}-0{,}153833688 & \text{при}\quad k_{i1}^*=2,\\ -0{,}15278641 & \text{при}\quad k_{i1}^*=0,\end{cases}\qquad \rho_{2i}=\begin{cases}-8{,}917237 & \text{при}\quad k_{i2}^*=1,\\ -12 & \text{при}\quad k_{i2}^*=0,\end{cases}$$

$$\rho_{3i}=\begin{cases}0{,}00171 & \text{при}\quad k_{i1}^*=2,\\ 0 & \text{при}\quad k_{i1}^*=0,\end{cases}\qquad \rho_{4i}=\begin{cases}2{,}309017\,10^{-5} & \text{при}\quad k_{i2}^*=1,\\ 10^{-5} & \text{при}\quad k_{i2}^*=0,\end{cases}$$

$$\rho_{5i}=\begin{cases}3{,}2360679 & \text{при}\quad k_{i2}^*=1,\\ 0 & \text{при}\quad k_{i2}^*=0,\end{cases}\qquad \rho_{6i}=\begin{cases}1{,}4828427\;10^{-2} & \text{при}\quad k_{i1}^*=2,\\ 10^{-2} & \text{при}\quad k_{i1}^*=0,\end{cases}$$

$$\rho_{7i}=\begin{cases}0{,}46264281 & \text{при}\quad k_{i1}^*=2,\; k_{i2}^*=1,\\ 0{,}38015581 & \text{при}\quad k_{i1}^*=0,\; k_{i2}^*=1,\\ 0{,}45199337 & \text{при}\quad k_{i1}^*=2,\; k_{i2}^*=0\\ 0{,}37 & \text{при}\quad k_{i1}^*=k_{i2}^*=0\end{cases}$$

$$\rho_{8i}=\begin{cases}0{,}02407149 & \text{при}\quad k_{i1}^*=2,\; k_{i2}^*=1,\\ 0{,}02279776 & \text{при}\quad k_{i1}^*=2,\; k_{i2}^*=0,\\ 0{,}02408377 & \text{при}\quad k_{i1}^*=0,\; k_{i2}^*=1,\\ 0{,}02280625 & \text{при}\quad k_{i1}^*=k_{i2}^*=0\end{cases}$$

$$\rho_{91}=\begin{cases}0{,}02497321 & \text{при}\quad k_{11}^*=2,\\ 0 & \text{при}\quad k_{11}^*=0,\end{cases}\qquad \rho_{92}=\begin{cases}0{,}0149 & \text{при}\quad k_{21}^*=2,\\ 0 & \text{при}\quad k_{21}^*=0,\end{cases}$$

$$\rho_{93}=\begin{cases}0{,}00828427 & \text{при}\quad k_{31}^*=2,\\ 0 & \text{при}\quad k_{31}^*=0,\end{cases}\qquad \rho_{10,i}(s^*)=\begin{cases}4\;10^{-5} & \text{при}\quad k_{i3}^*=1,\\ 0 & \text{при}\quad k_{i3}^*=0,\end{cases}$$

$$\rho_{11,i}(s^*)=\begin{cases}4{,}8626044\,10^{-3} & \text{при}\quad k_{i1}^*=2,\; k_{i3}^*=1,\\ 3{,}2360679\;10^{-3} & \text{при}\quad k_{i1}^*=2,\; k_{i3}^*=0,\\ 4\;10^{-5} & \text{при}\quad k_{i1}^*=0,\; k_{i3}^*=1,\\ 0 & \text{при}\quad k_{i1}^*=k_{i3}^*=0\end{cases}$$

$$\rho_{1,i,j}(s^*)=\begin{cases}0{,}020000022 & \text{при}\quad k_{i1}^*=2,\\ 0 & \text{при}\quad k_{i1}^*=0,\end{cases}\qquad \rho_{2,i,j}(s^*)=\begin{cases}3\;10^{-5} & \text{при}\quad k_{i3}^*=1,\\ 1{,}5\;10^{-5} & \text{при}\quad k_{i3}^*=0,\end{cases}$$

$$\rho_{3,i,j}(s^*)=\begin{cases}10^{-6} & \text{при}\quad k_{i1}^*=2,\\ 0 & \text{при}\quad k_{i1}^*=0,\end{cases}$$

$$\rho_{4ij}(s^*)=\begin{cases}0{,}05121 & \text{при}\quad k_{i2}^*=k_{i3}^*=1,\\ 0{,}0499996 & \text{при}\quad k_{i2}^*=0,\; k_{i3}^*=1,\\ 0{,}051161 & \text{при}\quad k_{i2}^*=0,\; k_{i3}^*=0,\\ 0{,}049949 & \text{при}\quad k_{i2}^*=k_{i3}^*=0,\end{cases}$$

$$\rho_{5ij}(s^*)=\begin{cases}0{,}064213 & \text{при } k_{i1}^*=k_{i2}^*=k_{i3}^*=1\\ 0{,}0614868 & \text{при } k_{i1}^*=0,\ k_{i2}^*=k_{i3}^*=1,\\ 0{,}050653 & \text{при } k_{i1}^*=2,\ k_{i2}^*=0,\ k_{i3}^*=1\\ 0{,}06158 & \text{при } k_{i1}^*=2,\ k_{i2}^*=1,\ k_{i3}^*=0\\ 0{,}050612 & \text{при } k_{i1}^*=k_{i2}^*=0,\ k_{i3}^*=1,\\ 0{,}0611818 & \text{при } k_{i1}^*=0,\ k_{i2}^*=1,\ k_{i3}^*=0,\\ 0{,}050414 & \text{при } k_{i1}^*=2,\ k_{i2}^*=k_{i3}^*=0,\\ 0{,}050015 & \text{при } k_{i1}^*=k_{i2}^*=k_{i3}^*=0,\end{cases}$$

$$\rho_{5ij}(s^*)=\begin{cases}0{,}064213 & \text{при } k_{i1}^*=k_{i2}^*=k_{i3}^*=0,\\ 0{,}0614868 & \text{при } k_{i1}^*=2,\ k_{i2}^*=k_{i3}^*=0,\\ 0{,}050653 & \text{при } k_{i1}^*=k_{i3}^*=0,\ k_{i2}^*=1\\ 0{,}06158 & \text{при } k_{i1}^*=k_{i2}^*=0,\ k_{i3}^*=1,\\ 0{,}050612 & \text{при } k_{i1}^*=2,\ k_{i2}^*=1,\ k_{i3}^*=0,\\ 0{,}0611818 & \text{при } k_{i1}^*=2,\ k_{i2}^*=0,\ k_{i3}^*=1,\\ 0{,}050414 & \text{при } k_{i1}^*=0,\ k_{i2}^*=1\ k_{i3}^*=1,\\ 0{,}050015 & \text{при } k_{i1}^*=2\ k_{i2}^*=1\ k_{i3}^*=1,\end{cases}$$

$$\rho_{4ij}(s^*)=\begin{cases}0{,}021251 & \text{при } k_{i1}^*=2,\ k_{i3}^*=1,\\ 0{,}020212 & \text{при } k_{i1}^*=0,\ k_{i3}^*=1,\\ 0{,}023521 & \text{при } k_{i1}^*=2,\ k_{i3}^*=0,\\ 0{,}023454 & \text{при } k_{i1}^*=k_{i3}^*=0,\end{cases}$$

$$\rho_{4ij}(s^*)=\begin{cases}0{,}0018061 & \text{при } k_{i2}^*=k_{i3}^*=1,\\ 0{,}001798 & \text{при } k_{i2}^*=0,\ k_{i3}^*=1,\\ 0{,}001124 & \text{при } k_{i2}^*=1,\ k_{i3}^*=0,\\ 0{,}0011 & \text{при } k_{i2}^*=k_{i3}^*=0,\end{cases}$$

η=(1,1,1,1,1,1,) бўлсин, у холда $\widetilde{G}(M)$ матрица элементлари қуйидаги тарзда аниқланади:

$\widetilde{c}=-0{,}1261032,\quad i=1,2,3;\qquad \widetilde{c}_{ij}=\widetilde{c}_{ji}=0{,}02,\quad i\neq j,\quad i,j=1,2,3;$

$\widetilde{c}_{3+i,3+i}=-5{,}676308,\quad i=1,2,3;\qquad \widetilde{c}_{3+i}=\widetilde{c}_{3+j,3+i}=10^{-6},\quad i\neq j,\quad i,j=1,2,3;$

$\widetilde{c}_{i,3+i}=0{,}4626428,\quad i=1,2,3;\qquad \widetilde{c}_{i,q+j}=0{,}04999,\quad i\neq j,\quad i,j=1,2,3;$

$\widetilde{\sigma}_{ii}=6{,}309017\ 10^{-5}\mu_i,\quad i=1,2,3;\qquad \widetilde{\sigma}_{ij}=\widetilde{\sigma}_{ji}=310^{-5}\mu_i,\quad i\neq j,\quad i,j=1,2,3;$

$\widetilde{\sigma}_{3+i,3+i}=0{,}0148284\mu_i,\ i=1,2,3;\ \ \widetilde{\sigma}_{3+i,3+j}=\widetilde{\sigma}_{3+j,3+i}=0{,}051161\mu_i+0{,}064213\mu_j$

$i\neq j,\quad i,j=1,2,3;$

$\widetilde{\sigma}_{i,q+i}=0{,}02408377\,\mu_i,\ i=1,2,3;\ \ \widetilde{\sigma}_{i,q+j}=0{,}023521\mu_i+0{,}0018061\mu_j\mu_j,\ i\neq j,\ i,j=1,2,3;$

Элементларни бундек аниқланиши, $\widetilde{G}(M)$ матрица $\mu\in]0,1]$ ва $\mu\to 0, j=1,2,3.$ да манфий аниқланади.

Теорема 4.2 га асосан масаладаги системанинг $(x^T y^T)^T=0\in R^{12}$ мувозанат холати $[0,k]\times\hat{\mu}\times\varphi_6$,да (бу ерда $K=\mathrm{diag}\{2,1,1,2,1,1,2,1,1\}$; $\hat{\mu}=\{M: M=diag\{\mu_1,\mu_2,\mu_3\},$

$\mu_j \in]0,1], \ \forall j = 1,2,3\}.)$ абсолют турғун бўлади.

Кўрсатма 3.3. Бу масаланинг структурали турғунлиги кўриб чиқилган бўлиб, система $(x^T, y^T)^T \in R^{12}$ мувозанат холатининг $\mu_j \in]0;0,447], \ j = 1,2,3.$ да структурали абсолют турғунлиги кўрсатилган. Ляпунов матрица-функциясини қўллаш мос равишда параметрлар қабул қилиш мумкин бўлган қийматлар сохасини кенгайтиради.

Фойдаланилган адабиётлар

1. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальное уравнения.-М.: Наука,1975.-240 с.
2. Барбашин Е.А. Введение в теорию устойчивости. - М.: Наука, 1967. - 223 с.
3. Барбашин Е.А. Функции Ляпунова. - М.: Наука, 1970. - 240 с.
4. Васильева А.Б., Бутузов В.Ф. Асимптотические разложения решений сингулярно-возмущенных уравнений. - М.: Наука, 1973. - 272 с.
5. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. - М.: Наука, 1967. - 576 с.
6. Груйич Л.Т., Мартынюк А.А., Риббенс-Павелла М. Устойчивость крупно-масштабных систем при структурных и сингулярных возмущениях. - Киев: Наук. думка, 1884. - 307 с
7. Каримов И.А. Юксак малакали мутахасислар тараққиёт омили-Т.: Ўзб.1995
8. Каримов И.А. Баркамол авлод орзуси, Шарк,Т. 1999.
9. Каримов И.А. «Жаҳон молиявий-иқтисодий инқирози, Ўзбекистон шароитида уни бартараф этишнинг йўллари ва чоралари» Тошкент 2009 й
10. Каримов И.А. Юксак маънавият йенгилмас куч, Тошкент 2008 й
11. Климушев А.И., Красовский Н.Н. Равномерная асимтотическая устой-чивость систем дифференциальных уравнений с малым параметром при старших производных / / Прикл. Математика и механика. - 1961. - 25, вып.4. - С. 680-690.
12. Красовский Н.Н. Некоторые задачи теория устойчивости движения, - М.:Физматгмз, 1959. - 219 с.
13. Мартынюк А.А. Матрица-функция Ляпунова и устойчивость гибридных систем // Прякл. механика. - 1985, - 21, №4. – С. 89-96,
14. Мартынюк А. А. 0 матрице-функции Ляпунова к устойчивости движений // Докл. АН СССР. - 1985. - 280, № 5. - С. I062-I066.
15. Мартынюк А.А. Равномерная устойчивость сингулярно-возмущенной системы на основе матриц-функций Ляпунова // Докл. АН СССР, -1986. - 287,№ 4. - С. 786-789.
16. Мартынюк А.А., Миладжанов В.Г. Анализ устойчивости систем с быстрыми и медленными движениями на основе матриц-функций Ляпунова. - Киев; 1986. - 19 с. - Деп. в ВИНИТИ 17.03.86; № I847-В86.
17. Мартынюк А.А., Миладжанов В.Г. Развитие прямого метода Ляпунова для сингулярно-возмущенных систем // Всесоюз, науч. конф. Метод функций Ляпунова в современной математике. Тезисы докладов. – Харьков, 27-29 мая 1986. - С. 15.
18. Мартынюк А.А., Миладжанов В.Г. Общая задача устойчивости син гулярно-возмущенной крупномасштабной системы и метод матриц-функций Ляпунова. - Киев:, 1986. - 48 с. - (Препрпнт // АН УССР. Ин-т математики; 86.75).
19. Мартынюк А.А., Миладжанов В.Г. Абсолютная устойчивость сингу-лярно-возмущенной системы Лурье и матрица-функция Ляпунова // Прикл. механика. - 1987. - 23., № 9. - С. 103-110.
20. Мартынюк А.А., Миладжанов В.Г. Анализ устойчивости в целом динамической системы на основе матриц-функций Ляпунова. -Киев, 1987. - 20 с. - (Препринт // АН УССР. Ин-т математики; 87.62).
21. Мартынюк А.А., Миладжанов В.Г. Исследование устойчивости авто номных сингулярно-возмущенных систем на основе матриц-функций Ляпунова // Дифсреренц. уравнения. -- 1988. - 24, № 3. -С. 416-424.

22. Мартынюк А.А., Миладжанов В.Г. Достаточные условия абсолютной устойчивости крупномасштабных систем при структурных возмущениях // Автоматика. - 1991. - № 5. - С. 31-38.
23. Мартынюк А.А., Миладжанов В.Г. О структурной устойчивости сингулярно-возмущенных крупномасштабных систем. 1 // Электронное моделирование. - 1993., №1 - С.
24. Мартынюк А.А., Миладжанов В.Г. О структурной устойчивости сингулярно-возмущенных крупномасштабных систем. П // Электронное моделирование. - 1993. , №1 - С.
25. Миладжанов В.Г. Применение матриц-функций Ляпунова при иссле-дование устойчивости систем с быстрым и медленным движениями: Азтореф. дисс. ... канд. физ.-мат. наук. - Киев, 1988. -17 с.
26. Миладжанов В.Г. Равномерная асимптотическая устойчивость син гулярно-возмущенных крупномасштабных систем при структурных возмущениях// Прикл. механика. - 1993. - 29 , № 3. - С.
27. Миладжонов В.Ғ, Муллажонов Р.В, Муллажонов К.В, Турғунлик назариясини ўрганишда Ляпунов матрица функцияси усулидан фойдаланиш, АДУ, “Узлуксиз таълим тизимида математика фанини ўқитиш” республика илмий амалий анжуман материаллари, Анд. 2006 й
28. Миладжонов В, Муллажонов К, Достаточные условия абсолютной устойчивости крупномасштабные импульсных систем при структкрных возмушениях, «Фан ва амалиёт» ёш олимлар ва иқтидорли талабалар анжумани материаллари, Андижон 2005 й.
29. Техонов А.Н. Система дифференциальных уравнений , содержащих малые параметры при производных//Матем.Сб–1952.–13,№3.-с.575-586.
30. www.sciencearea.com.ua.
31. www.stcu.kiev.ua.
32. www.attrasoft.com/abm/champ27_1.html.
33. www.emsl.pnl.gov:2080/proj/neuron/neural/what.html.
34. www.math.ucla.edu/nykamp/285j.1.02s/.

Мундарижа