

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIV VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI

VALIYEV A'ZAMJON NEMATOVICH

CHIZMACHILIK

(GEOMETRIK CHIZMACHILIK)

Oliy va o'rtta maxsus ta'lim vazirligi tomonidan 5110800- "Tasviriy san'at va muhandislik grafikasi" va 5111000 - Kasb ta'limi (5111035- "Tasviriy san'at va muhandislik grafikasi") ta'lim yo'nalishlari bo'yicha ta'lim olayotgan talabalar uchun o'quv qo'llanma sifatida tavsiya etilgan

Professor Sh.K.Murodovning mas'ul muxarrirligi ostida

Bilim sohasi	100000 -- Gumanitar
Ta'lim sohasi:	110000 --Pedagogika
Bakalavriyat yo'nalishi:	5110800 – Tasviriy san'at va muhandislik grafikasi
	5111000 – Kasb ta'limi (5111035 – Tasviriy san'at va muhandislik grafikasi)

Toshkent 2013

ANNOTATSIYA

Mazkur o'quv qo'llanma 5110800-"Tasviriy san'at va muhandislik grafikasi" va 5111000 - Kasb ta'limi (5111035-"Tasviriy san'at va muhandislik grafikasi") ta'lim yo'nalishlarining o'quv rejasida belgilangan "Chizmachilik" fanining geometrik chizmachilik bo'limiga bag'ishlangan. Undan chizmani taxt qilish qoidalari, shriftlar, geometrik yasashlar, muntazam ko'pburchak yasash usullari, qiyalik va konuslik, tutashmalar, sirkul va lekalo egri chiziqlariga oid ma'lumotlar, test savollari, shuningdek, nazorat savollari ham o'rin olgan. Bundan tashqari lekalo egri chiziqlarining texnika va tarmushdagi amaliy ahamiyati misollar orqali keng yoritilgan.

O'quv qo'llanmadan muhandislik grafikasi fanlari o'qitiladigan barcha oliy ta'lim muassasalari talabalari, kasb-hunar ta'limi o'quvchilari, yosh pedagog va konstruktorlar, amaliy san'at ustalari, shuningdek, 5112100 - "Mehnat ta'limi", 5111000 - Kasb ta'limi (sohalar bo'yicha) ta'lim yo'nalishlarining talabalari ham bevosita foydalanishlari mumkin.

Taqrizchilar:

Toshkent temir yo'l muhandislari
instituti "Informatika va kompyuter
grafikasi" kafedrasi
dotsenti, t.f.n.

Ma'murov I.

Nizomiy nomidagi TDPU
"Chizmachilik va uni
o'qitish metodikasi"
kafedrasi dotsenti, t.f.n.

Adilov P.

*O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rtacha maxsus ta'lim vazirligining 2012 yil 26-dekabrda 507- sonly buyrug'iga asosan nasr qilishga ruxsat berilgan.
Ro'yhatga olish raqami №507-023*

SO‘ZBOSHI

O‘zbekiston Respublikasi o‘z mustaqilligining dastlabki yillaridan har sohada sobitqadamlik bilan ish yuritishni boshladi. Natijada mamlakatning iqtisodiy-siyosiy, ijtimoiy va madaniy sohalarida ulkan o‘zgarishlar ro‘y bermoqda. Ayniqsa, ta‘lim-tarbiya berish jarayoniga katta ahamiyat berildi va ta‘lim sohasida bir qancha qonunlar qabul qilindi.

O‘zbekiston Respublikasi Oliy Kengashi qaroriga asosan 1992 yilning 2 iyulida “Ta‘lim to‘g‘risida”gi qonun qabul qilindi. Bu qonun mamalakatimiz ta‘lim sohasini isloh qilish, o‘zimizga xos va mos ta‘lim tizimini shakllantirish kabi vazifalarni bajardi. Ammo tezkor rivojlanayotgan dunyoda qonunlarni o‘zgartirish, mustahkamlash talab etiladi. Shuning uchun hozirda ko‘plab mamalakatlar tan olgan va “O‘zbek modeli” deb atalgan “Ta‘lim to‘g‘risida”gi Qonun va “Kadrlar tayyorlash milliy dasturi” 1997 yilning avgustida qabul qilindi. Bundan ko‘zlangan asosiy maqsad eski tuzum sarqitlaridan xalos bo‘lish, to‘plagan boy tajribalarni yo‘qotmagan holda yangi ta‘lim tizimiga o‘tishdan iborat.

Hozirgi kun ziyolilarining vazifasi zamon talablariga javob beradigan yuqori malakali, ongli mutaxassis kadrlar tayyorlash muammosini bartaraf etishdir. Mamlakatimizda sanoat juda rivijlanmoqda, ya‘ni neft-gaz, avtomobilsozlik va boshqa tarmoqlarga katta e‘tibor berilmoqda. Bu tarmoqlarni talab darajasida rivojlantirish, yangi ilg‘or goyalar bilan yuksaltirish uchun yetuk muhandis kadrlarga ehtiyoj katta. Har bir yetuk muhandisdan “Chizmachilik” fanini mukammal bilish talab etiladi. Bunday mutaxassislar chizmachilik fani tarixi, uning turmushdagi ahamiyati, asosiy vazifa va maqsadlari hamda fanning muammolari bilan chuqur tanishgan, shuningdek, fanning qonun-qoidalarini amaliy egallagan hamda grafik savodxon bo‘lishlari kerak.

Ushbu o‘quv qo‘llanmada chizmachilik fanining “Geometrik chizmachilik” bo‘limi imkon darajasida kengroq yoritilgan. Unda keltirilgan materiallardan talabalar o‘zlari mustaqil tarzda bajaradigan grafik ishlarini chizish jarayonida foydalanishlari mumkin. Qo‘llanmada nazariy bilim olish manbai bilan birga o‘z bilimini tekshirish bo‘yicha nazorat va test savollari keltirilgan.

O'quv qo'llanmada "Geometrik chizmachilik" bo'yicha bayon qilingan materiallar Nizomiy nomidagi Toshkent Davlat pedagogika universitetining "Chizmachilik va uni o'qitish metodikasi" kafedrasida ko'p yillardan beri o'qitish jarayonida sayqallanib, muayyan bir tizimga solinib kelingan. Ishni tayyorlashda kafedra professor-o'qituvchilarining qimmatli fikrlari e'tiborga olindi.

Qo'llanma qo'lyozmasini sinchiklab o'qib, uning mazmunini yanada boyitishga qaratilgan maslahatlari va taqrizlari uchun Toshkent temir yo'l muhandislari instituti "Informatika va kompyuter grafikas" kafedrasida dotsenti I. Ma'murov, Nizomiy nomidagi TDPU ning professorlari Sh.K.Murodov, R.Q. Ismatulayev, T. Rixsiboyev, dotsentlar P. Adilov, A. Abdurahmonov, A.Ashirboyev, ayniqsa metodik jihatdan o'z maslahat va tavsiyalarini bergan TDPU faxriy professori I. Rahmonovlarga samimiy minnatdorchilik bildirib qolaman.

Mualif

KIRISH

Texnika taraqqiyoti, ishlab chiqarish samaradorligi yoki turmushdagi turli qulayliklarni lohiyalash, ixtiro qilish, yaratish uchun dastavval, konstruktor hayolidagi narsaning chizmasi chiziladi. Uch o'lchamli geometrik jismlarni grafik usulda shartli belgilar yordamida tekislikda tasvirlash va undan foydalanish g'oyalarning insoniyat jamiyatida rivojlanishi ko'p asrlik tarixga ega.

Dastlabki chizmalarda faqat bitta tasvir bo'lib, reja deb nomlangan. Qadimdan bizgacha yetib kelgan osori-atiqalarimiz sayyohlarni o'ziga rom etgan me'morchilik inshootlarimiz ham chizmalar yordamida qurilgan. Dastlab, odatda bino plan (reja)lari yer sirtiga haqiqiy kattaligi bilan chizilgan. Bunday chizmalarni yasash uchun birinchi chizmachilik asboblari, yog'ochdan yasalgan sirkul, arqondan yasalgan to'g'ri burchakli uchburchakliklar yaratilgan. Chizmalar bilan rasm o'rtasida deyarli farq bo'lmagan. Tasvirlar ko'z bilan chamalab qo'l bilan chizilgan.

O'rta Osiyo olimlaridan Abu Rayhon Beruniy o'z ilmiy ishlarida proyeksiyalash metodini tatbiq etib chizmalar chizgan va undan foydalangan. U biror jismni tasvirlovchi chizmani chizishda uning ko'rinishlariga e'tibor berishga to'xtalib, shunday deb yozgan: *"To'g'ri burchakli oltiyoqlik ichida uning biror tarafiga qarab jonivor turibdi deb faraz qilinsa, u holda yoqlar jonivorning oldi, orqasi, o'ngi, so'li, usti va osti bo'ladi"*. Abu Rayhon Beruniy o'z ilmiy ishlarida foydalangan asboblarni chizmalar yordamida yasagan. U o'z ilmiy-amaliy faoliyatida tasvirlar chizish nazariyasini yaratib, ancha yuqori darajadagi chizmalar chizishni tavsiya qilgan.

Fazoviy shakllarni tekislikda tasvirlash usullarini ishlab chiqish, ularni amalda tatbiq qilish nazariyasini rivojlantirish sohasida bir qancha olimlar yetakchi o'rin egallaganlar. Qadimgi Rim arxitektori Vitruviyning *"Arxitektura cohasida o'n kitob"* asarida qurilish chizmachiligiga taalluqli plan, fasad va proyeksiyalar haqida ma'lumotlar berilgan. Shu tariqa chizma geometriya va chizmachilik fanlari o'z taraqqiyot yo'lini bosib rivojlanib bordi.

Nihoyat, buyumni o'zaro perpendikular bo'lgan ikki tekislikka proyeksiyalash eng maqsadga muvofiq sistema ekanligini ishlab chiqqan, isbotlagan va amaliyotga

tatbiq etgan fransuz injener-matematigi hamda olimi Gaspar Monj chizmachilik fanida keskin burilish yasadi. Natijada "*Monj sistemasi*" vujudga keldi va 1798 yilda dastlabki "*Chizma geometriya*" kitobi nashr etildi. Bu kitob chizma geometriya fani bo'yicha birinchi darslik bo'lib, unda ortogonal (to'g'ri burchakli parallel) proyeksiyalash metodining takomillashgan nazariyasi bayon qilingan. Ortogonal proyeksiyalar metodi Monjga qadar ham qo'llanilgan. Monj esa bu metodni nazariy jihardan umumlashtirib sistemaga soldi. Shunday qilib vaqt o'tishi bilan narsalarni tasvirlash usullari takomillashib bordi va hozirgi zamon chizmasi shakllandi. Chizmachilik fani tarixiy taraqqiyotini kuzatganimizda uning tasviriy va amaliy san'at, me'morchilik, fizika, matematika, meditsina va boshqa tarmoqlar bilan uzviy bog'langanligini ko'ramiz.

Texnikaviy chizmalarni to'g'ri tuzish usullari, shuningdek, chizma xo'jalaigining barcha sohalarini to'g'ri tashkil qilish haqidagi fan *chizmachilik* deyiladi. Chizmachilik aniq texnik fan bo'lib, insonlarda o'z vaqtida ish bajarish, ya'ni aniqlik, talabchanlik va tozalikka rioya qilish hissinu tarbiyalaydi. Chizmachilik fani beshta asosiy bo'limdan iborat bo'lib, ular geometrik chizmachilik, proyeksiyon chizmachilik, mashinasozlik chizmachiligi, qurilish chizmachiligi va topografik chizmachiliklardir.

Geometrik chizmachilikda turli geometrik yasashlarni bajarishning qonun-qoidalari va usullari o'rganiladi. Masalan, kesma, burchak va aylanalarni teng bo'laklarga bo'lish, tutashmalar bajarish, qiyalik va konusliklar yasash, sirkul va lekalo egri chiziqlarini yasashning turli usullari o'rganiladi. Geometrik chizmachilik bo'limi boshqa bo'limlarda bajariladigan barcha chizmalarni chizish uchun geometrik nuqtai nazardan asos bo'lib xizmat qiladi. Masalan, olti yoqli bolt kallagini chizishda aylanani teng oltiga bo'lish, ko'za va aylanish sirtli detallarning ko'rinishini chizishda tutashmalar bajarish va hokazolarda yuqorida sanab o'tilgan geometrik yasashlardan foydalaniladi. Shuning uchun ushbu o'quv qo'llanmani tayyorlashga ahd qilindi.

1-§. Chizma bajarishga oid qisqacha metodik ko'rsatmalar

Shrifltlar. O'zDSt 2.304:2003 da shriftlarning ikkita A va B turlari belgilangan. Ular qiya (75° burchak ostida) hamda tik yozilishi mumkin. Shriftlarni yozishdan oldin shrift chiziqlarining yo'g'onligi d ga teng kataklar chizib olinadi. Shriftlarning barcha elementlari shu kataklar orqali aniqlanib yoziladi. Shrift chiziqlarining yo'g'onligi d shriftning turi va balandligiga qarab belgilanadi. A turdagi shrift uchun $d=1/14h$, B turdagi shrift uchun $d=1/10h$ olinadi.

B turdagi bosma katta harflarning balandligi $h=10d$, yozma kichik harflarning balandligi $c=7d$, harflarning orasidagi masofa $d=2d$ olinadi. So'zlar orasidagi masofa eng kamida $e=6d$ ga, qatorlar orasidagi masofa $1,7d$ ga teng bo'ladi

1.1, 1.2 va 1.3-rasmlarda bir turdagi shriftlarning yozilish namunalari tasvirlangan. Eski o'zbek yozuvi arab alifbosiga asoslangan bo'lib uni kataklar yordamida yozishni taklif etamiz. Harflarning barcha elementlari kataklar orqali aniqlab yoziladi. Bu yerda harflarning kataklar o'rtasidagi satr (shtrix) chiziqqa nisbatan joylashishiga ahamiyat beriladi. 1.4-rasmda arab alifbosining eski o'zbekcha yozuvini yozilishi ko'rsatilgan.

Chizma chiziqlari. Chizma chiziqlarining turlari O'zDSt 2.303-2003 ga binoan belgilanadi. 1.5-rasmda standartda belgilangan chiziqlarning buyum tasvirini bajarishdagi amaliy tatbig'i ko'rsatilgan. 1.1-jadvalda esa chizma chiziqlari to'g'risida batafsil ma'lumot berilgan.

Chizma formatlari. Har qanday chizma O'zDSt 2.301-2003 da ko'rsatilgan $A0=841 \times 1189$ (44), $A1=841 \times 594$ (24), $A2=420 \times 594$ (22), $A3=297 \times 420$ (12), $A4=210 \times 297$ (11) formatli standart chizma qog'ozlariga chiziladi (1.6-rasm).

Asosiy yozuv. Chizmalarni, ya'ni chizma nomi, masshtabi, chizmasi chizilayotgan detal materiali, chizma tuzuvchining familiyasi, chizmani tekshiruvchi va qabul qiluvchilarning familiyalari va boshqa ko'rsatmalarni o'z ichiga oladigan asosiy yozuv O'zDSt 2.104-2003 ga binoan chizmaning pastki o'ng burchagida joylashtiriladi (1.7-rasm).

ABCDEFGHIJK

LMNOPQRSTU

VWXYZJ

abcdefghijklm

nopqrstuvwxyz

Chizgich Shar

IIIIIVVVIIIXIIV

1.1-rasm

А Б В Г Д Е Ж З И Й К

Л М Н О П Р С Т У Ч

Ф Х Ц Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я

а б в г д е ж з и к л

м н о п р с т у ф х ч

ц щ ъ ы ь э ю я

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 3

1.2-rasm

Α Β Γ Δ Ε Ζ Η Θ Κ Λ

Μ Ν Ξ Ο Π Ρ Σ Τ Υ

Φ Χ Ψ Ω Ν^ο ψ ω

α β γ δ ε ζ η θ ι κ λ

μ ν ξ ο π ρ σ τ υ φ χ

ψ ω π ρ σ τ υ φ χ

آ ا ب پ ت ث ج ح خ

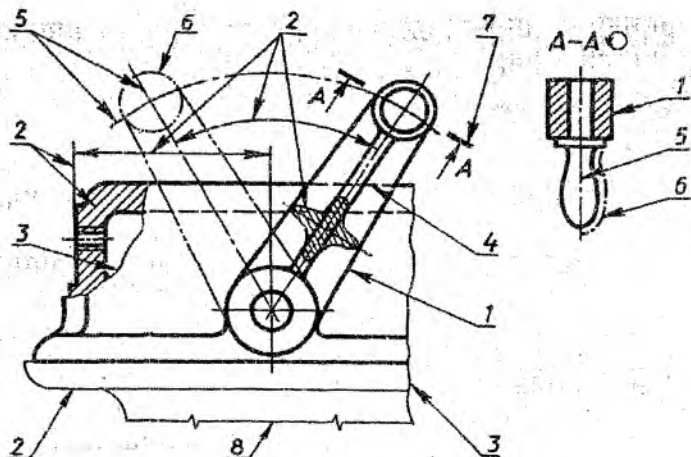
د ذ ر ز س ش ص

ض ط ظ ع غ ف ق ك

گ گ ل م ن و ه ی ء

۹ ۸ ۷ ۶ ۵ ۴ ۳ ۲ ۱



1.4-rasm

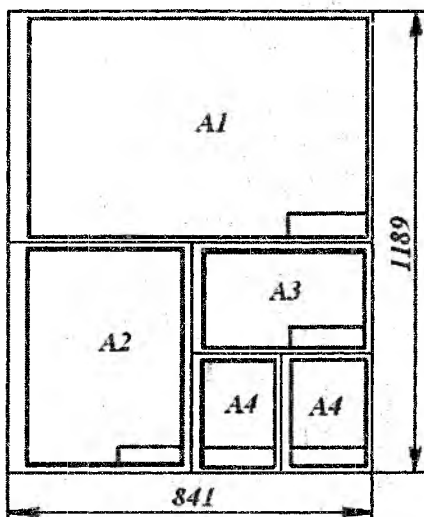


1.5-rasm

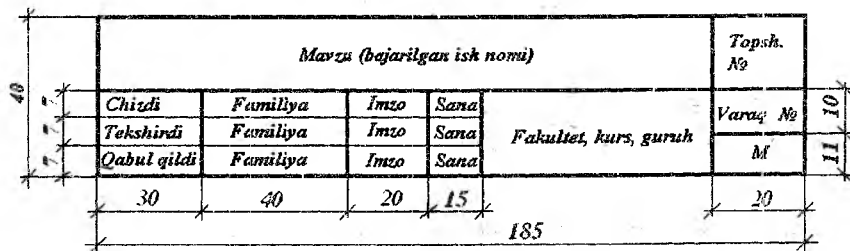
1.1-jadval

№	Chiziqning nomi	Chiziqning shakli	Chiziqning yo'g'onligi	Chiziqning qo'llanilishi
1	Asosiy yo'g'on tutash chiziq		$s=0,6...1,5$	Ko'rinarli kontur chiziqlari, sirtlarning kesishish chiziqlari, chiqarilgan kesim va qirqim chiziqlarini chizishda.
2	Ingichka tutash chiziq		$s/3...s/2$	Tasvir ustida bajarilgan kesim chiziqlari, o'lcham va chiqarish chiziqlari, kesim yuzasini shtrixovkalash chiziqlari, chetga chiqarish chiziqlari va ularning tokchalarini chizishda.
3	Ingichka tutash to'liqinsimon chiziq		$s/3...s/2$	O'yoq chiziqlar, qirqim va ko'rinishlarni chegaralovchi chiziqlarni chizishda.
4	Shtrix chiziq		$s/3...s/2$	Ko'rinmas kontur chiziqlari, ko'rinmas o'tish chiziqlarini chizishda.
5	Ingichka shtrix-punktir chiziq		$s/3...s/2$	O'q va markaziy chiziqlar, chetga chiqarilgan yoki chizma ustiga chizilgan kesimning simmetrik o'q chiziqlarini chizishda.
6	Yo'g'on shtrix-punktir chiziq		$s/2...s/3$	Buyumning yuzasiga qoplama, issiqlik ishlov beriladigan joylarini belgilovchi chiziqlarni chizishda.
7	Ingichka tutash siniq chiziq		$s/3...s/2$	Uzun chiziqlarni sindirib ko'rsatishda.

8	Uzۇq chiziq		$s \dots 1,5s$	Kesuvchi tekislik o'rnini ko'rsatishda.
9	Ikki nuqtali ingichka shtrix-punktir chiziq		$s/3 \dots s/2$	Sirtlarning yoyilmasida egilish (bukilish) chiziqlari, buyum qismining so'nggi yoki oraliq vaziyatini ko'rsatishda



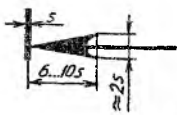
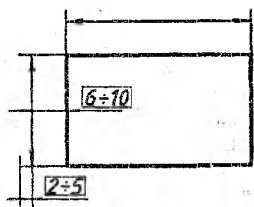
1. 6-rasm



1. 6-rasm

Chizmalarga o'lchamlar qo'yish. Detal chizmalariga o'lcham qo'yish uchun O'zDSt 2.307:96 da belgilangan qoidalarga amal qilish talab etiladi. O'lcham chiziqlari orasidagi masofa ($6 \pm 10 \text{ mm}$) va strelkaning bajarilishi 1.7-rasmda berilgan. Quyida o'lchamlar qo'yish usullari keltiriladi.

1. Zanjirli usulida detal uzunligi bitta zanjir kabi ketma-ket qo'yiladi (1.8-rasm,



1.7- rasm

a)

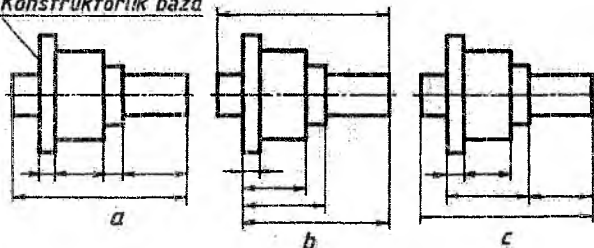
b)

a). Bunday usulda juziy kamchiliklar asta-sekin yig'ilishi oqibatida tayyorlangan detal yaroqsiz holga kelishi mumkin. Chunki, har bir qismi reja belgisi qo'yilishi jarayonida andek bo'lsa ham kattalik yoki kichiklik (+, -) ka yo'l qo'yiladi.

2. Koordinata usulida barcha o'lchamlar bitta bazadan qo'yiladi (1.8-rasm, b). Bu usul aniqligi bilan ajralib turadi, lekin bunday o'lchamli usulda detalni tayyorlash ancha qimmatga tushadi.

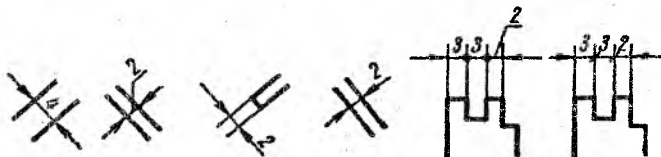
3. Aralash usulida o'lchamlar qo'yishda zanjirli usuldan ham koordinata usulidan ham foydalaniladi. Bu usul ancha optimal hisoblanib, detalning elementlarini o'ta aniq tayyorlanishiga imkon yaratiladi (1.8-rasm, c).

Konstruktorlik baza



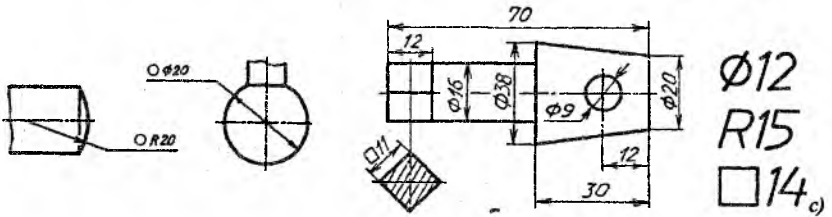
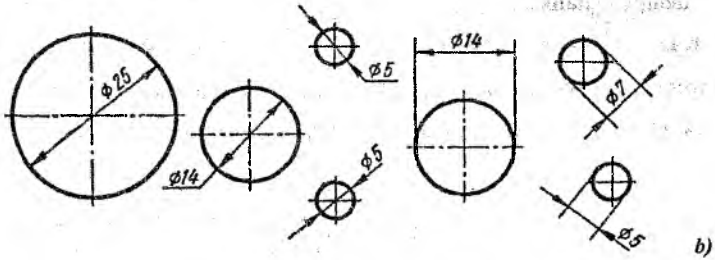
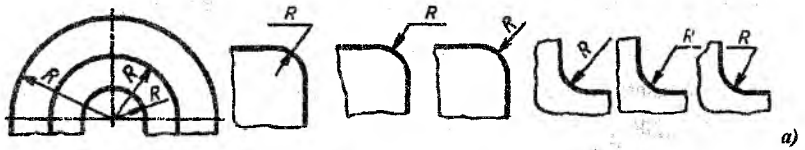
1.8- rasm

Tor joyli qismlarning o'lchamlari 1.9-rasmdagidek qo'yiladi.



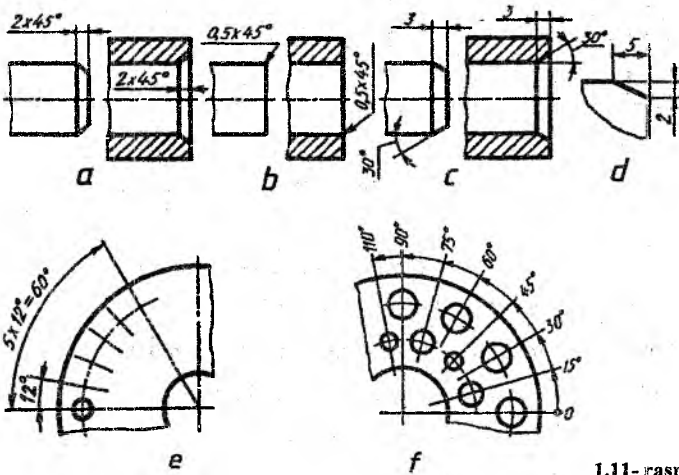
1.9- rasm

Aylanaga o'lcham qo'yishda uning o'lcham soni oldiga aylana diametrini belgilaydigan "Ø" shartli belgi, aylana yoyi qiymatining soni oldiga "R" belgi, sfera diametri yoki radiusi belgisi oldiga esa "Sfera" so'zi, kvadratli kesimlar uchun kvadrat "□" belgisi qo'yiladi. Diametr, radius, kvadrat belgilar o'lcham qiymatlari sonlari bilan bir xil balandlikda yoziladi. O'lcham chiziqlari chiqarish chiziqlariga strekallari bilan tegib turadi (1.10-rasm).



1.10- rasm

Faska va burchaklarga o'lchamlar qo'yish 1.11-rasmda ko'rsatilgan.



1.11- rasm

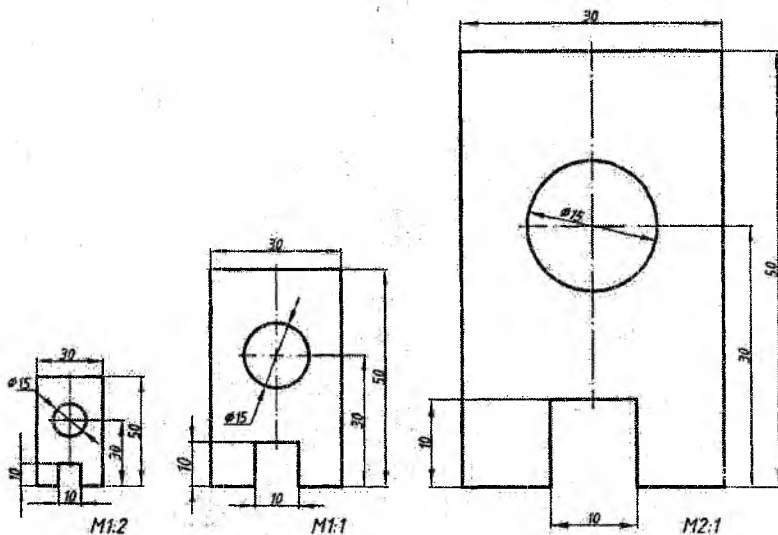
Masshtablar. O'zDSt 2.302-2003 ga muvofiq chizma hujjatlarining barcha turlari uchun uch xil masshtab tasdiqlangan.

1. Kichiklashtirish masshtablari: 1:2; 1:2,5; 1:4; 1:5; 1:10; 1:20; 1:25; 1:40; 1:50; 1:75; 1:100; 1:200; 1:400; 1:800; 1:1000.

2. Haqiqiy kattalikdagi (natural) masshtab: 1:1.

3. Kattalashtirish masshtablari: 2:1; 2,5:1; 4:1; 5:1; 10:1; 20:1; 50:1; 100:1.

Haqiqiy kattalikdagi masshtab $M1:1$ da tasvirlangan detal chizmasiga nisbatan $M1:2$ va $M2:1$ larda tasvirlangan detal chizmalari taqqoslash uchun 1.12-rasm berildi.



1.12- rasm

Nazorat savollari

1. Qanday standart chizma shriftlari mavjud?
2. Standart chizma formatlari to'g'risida ma'lumot bering.
3. Chiziq turlari va ularning vazifalarini tushuntiring.
4. Qanday o'lcham qoyish turlari mavjud?
5. Masshtab deb nimaga aytiladi?

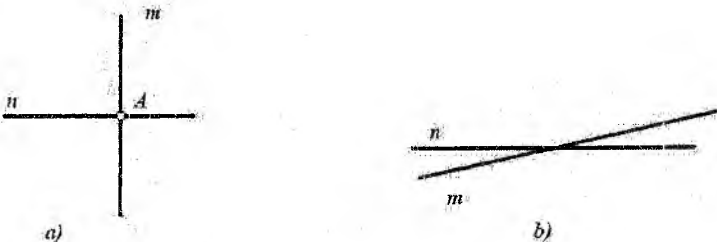
2-§. Oddiy geometrik yasashlar

Avval aytib o'tilganidek, aylanalarni teng bo'laklarga bo'lish va muntazam ko'pburchak yasash uchun bir qancha geometrik yasashlarni bajarish talab etiladi. Shuningdek, detal chizmalarini chizish jarayonida ham ko'plab geometrik yasashlar amalga oshiriladi. Shuning uchun quyida ba'zi chizma asboblardan foydalanish va bir qancha geometrik yasashlarni ko'rib chiqamiz.

Geometrik yasashlar bajarish orqali talaba chizma asboblardan foydalanishni, ularni to'g'ri ishlatishni, sozlashni va tekshirishni o'rganadi. Geometrik yasashlar ham masala yechish bo'lib, unda masala javobi grafik usulda olinadi. Yasashlar chizma asboblari bilan bajarilib, ulardan aniq va batartib foydalanish kerak. Shundagina masala yechimi to'g'ri va aniq topiladi.

Masalani yechish uchun eng ratsional (maqbul) usulni tanlash muhim o'rinni egallaydi. Masalan, aylana ichida teng tomonli uchburchakni chizish uchun eng qulay usul $30^\circ \times 90^\circ \times 60^\circ$ li uchburchaklik va reysshinadan foydalanishdir. Bu masalani yechishda aylana uzunligini uchga bo'lishdan foydalanish usuli noqulay (unumsiz) hisoblanadi.

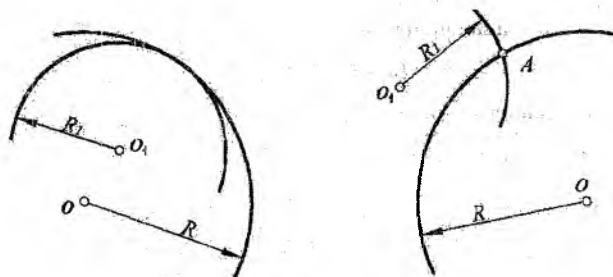
Ikki chiziqning kesishish nuqtasini aniqlash. Agar kesishuvchi chiziqlar o'zaro perpendikular bo'lsa, u holda ularning kesishuv nuqtasi o'rni aniq topiladi (2.1-rasm, a). Kesishuvchi chiziqlar orasidagi burchakning qay darajada o'tkir, o'tmas yoki to'g'ri bo'lishi ularning kesishish nuqtasi o'rmini shu darajada noaniq yoki aniqligini belgilaydi (2.1-rasm, b).



2.1-rasm

Ikki yoyning kesishish nuqtasini aniqlash. Yoylarning kesishgan nuqtasi o'rmini aniq belgilash ularning bir-biriga nisbatan egallagan vaziyatiga bog'liq. 2.2-

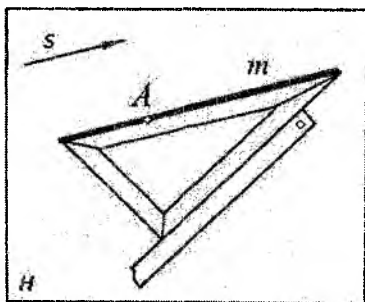
rasm, a va b larda ikki yoyning kesishish nuqtasini noaniq va aniq topilgan holatlari tasvirlangan.



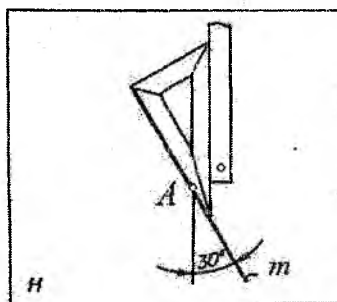
2.2-rasm

Berilgan bir nuqta orqali to'g'ri chiziq o'tkazish. Bitta nuqta orqali cheksiz ko'p to'g'ri chiziqlar o'tkazish mumkin va bu nuqta o'tkazilgan to'g'ri chiziqlar bog'lami hisoblanadi.

Berilgan nuqta orqali to'g'ri chiziq o'tkazish uchun chiziqning yo'nalishi yoki shu nuqta orqali o'tgan boshqa bir chiziqqa nisbatan og'ish burchagi beriladi. 2.3-rasm, a da berilgan s yo'nalish bo'yicha, b da esa berilgan og'ish burchagi (30°) bo'yicha A nuqta orqali m to'g'ri chiziq o'tkazish ko'rsatilgan. To'g'ri chiziqni o'tkazishda to'g'ri chizg'ich va uchburchaklikdan foydalaniladi. O'tkazilgan chiziq nuqtaning o'rtasidan o'tishi kerak.



a)

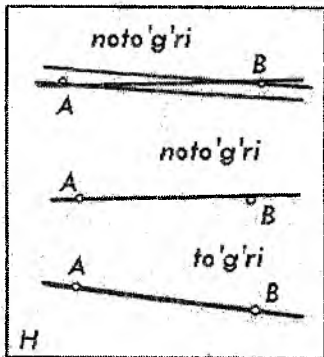


b)

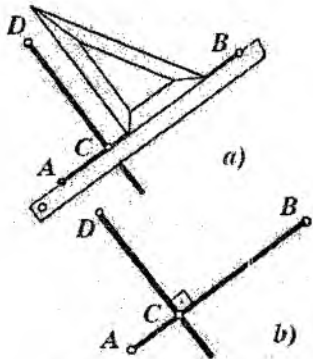
2.3-rasm

Ikki nuqta orqali to'g'ri chiziq o'tkazish. Ikki nuqtani eng qisqa masofada tutashtiruvchi to'g'ri chiziq berilgan nuqtalarning o'rtasidan o'tishi shart. Agar chiziq nuqtalarga tegmay yoki qisman urinib o'tsa, biridan o'tib ikkinchisiga tegmasa, bir

nuqtaning pastki ikkinchi nuqtaning ustki qismidan o'tsa, u holda to'g'ri chiziq noto'g'ri o'tkazilgan bo'ladi. Bunday holatlar chizma asboblardan to'g'ri foydalanmaslik yoki umuman foydalanishni bilmaslikdan kelib chiqadi. 2.4-rasmda ikki nuqta orqali noto'g'ri va to'g'ri o'tkazilgan to'g'ri chiziqlar ko'rsatilgan. Lekin shunday bo'lsada oddiy ko'z bilan chizma chizishda 0,3mm xatolikka yo'l qo'yiladi.



2.4-rasm

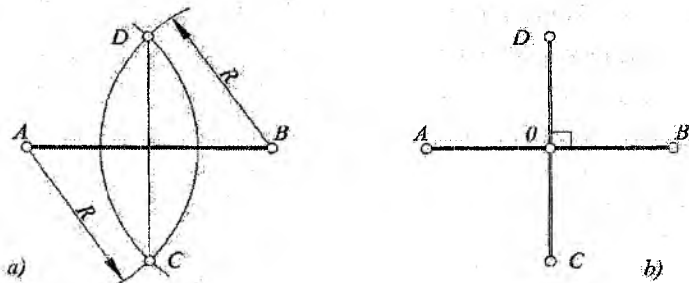


2.5-rasm

Berilgan kesmaga perpendikular o'tkazish. Berilgan kesmaga chizg'ich va to'g'ri burchakli uchburchaklik yoki to'g'ri chizg'ich va sirkullar yordamida perpendikular to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin. 2.5-rasm, *a* va *b* larda chizg'ich va uchburchaklik yordamida *AB* kesmaga perpendikular bo'lgan *CD* to'g'ri chiziq o'tkazilgan. Buning uchun chizg'ich tomoni *AB* kesmaga qo'yiladi va chizg'ichga uchburchaklikning 90° li tomoni (uchburchaklikning kateti) taqab qo'yiladi, so'ngra shu joy (yoki *AB* kesmada belgilangan nuqta) dan yuqoriga to'g'ri chiziq chiziladi. Natijada o'zaro perpendikular $AB \perp CD$ chiziqlar hosil bo'ladi. 2.5-rasm, *b* da chizmaning tugallangan holati keltirilgan.

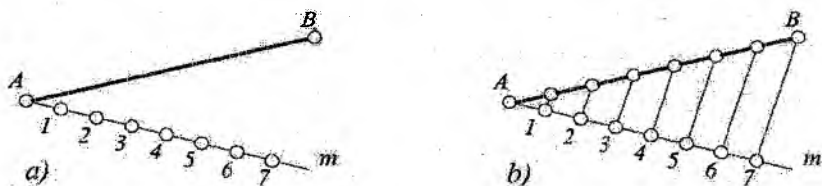
2.6-rasm, *a* va *b* larda chizg'ich va sirkul yordamida *AB* kesmaga perpendikular o'tkazish ko'rsatilgan. Buning uchun berilgan kesmaning istalgan ikki nuqtasi yoki *A* va *B* uchlari tanlanadi. Ko'z chamasida *AB* kesmaning yarmidan kattaroq masofadagi *R* radiusda *A* va *B* nuqtalarni markaz qilib ayiana yoylari chiziladi. Bu yoylar o'zaro kesishib *C* va *D* nuqtalarni beradi. *C* va *D* nuqtalarni tutashtiruvchi *CD* kesma *AB* kesmaga perpendikular chiziqdir. Shuningdek, *CD*

kesma AB kesmani O nuqtada teng ikkiga bo'lad i ($AO=OB$) va u AB kesmaning o'rt a perpendikulari deyiladi.



2.6-rasm

Kesmani teng bo'laklarga bo'lish. Kesmani teng bo'laklarga yoki berilgan nisbatda bo'lishga amaliyotda ko'p marotaba duch kelinadi. 2.7-rasm, a va b larda AB kesmani teng yetti bo'lakka bo'lish ko'rsatilgan. Buning uchun kesmaning istalgan, masalan, A uchidan ixtiyoriy tomonga o'tkir burchak hosil qiluvchi m to'g'ri chiziq o'tkaziladi. O'tkazilgan m chiziqqa A nuqtadan boshlab ixtiyoriy uzunlikdagi yettita teng kesma ketma-ket o'lchab qo'yiladi va bu nuqtalar belgilanadi (2.7-rasm, a).

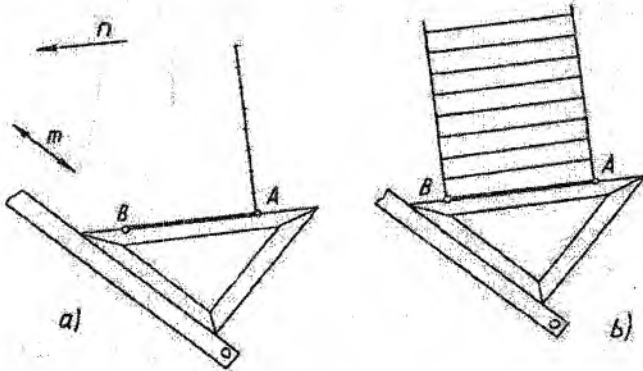


2.7-rasm

Belgilangan so'nggi 7 nuqtani kesmaning B uchi bilan tutashtirib, qolgan nuqtalardan $7B$ kesmaga parallel chiziqlar o'tkaziladi. O'tkazilgan chiziqlar AB kesmani kesib, uni teng yetti bo'lakka bo'ladi (2.7-rasm, b).

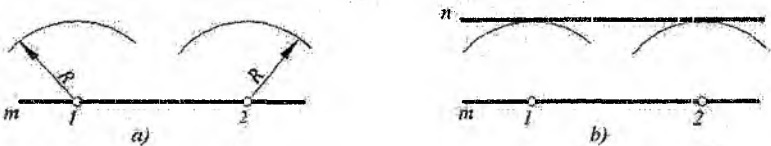
O'zaro parallel to'g'ri chiziqlar o'tkazish. O'zaro parallel to'g'ri chiziqlar o'tkazishdan tutashmalar bajarish, detalning orthogonal proyeksiyalarini chizish, kesim yuzalarini shtrixlash va boshqa ko'plab holatlarda foydalaniladi. 2.8-rasm, a va b larda uchburchaklik va chizg'ich yordamida AB kesmaga parallel qilib, oraliq masofalari 5 mm dan bo'lgan to'g'ri chiziqlarni o'tkazish ko'rsatilgan. Buning uchun uchburchaklikning gipotenuzasi AB kesmaga, kateti esa to'g'ri chizg'ichga taqab

qo'yiladi va to'g'ri chizg'ich qo'zg'atilmaydi (2.8-rasm, a). Uchburchaklik m yo'nalishda chizg'ich bo'ylab harakatlantiriladi va har bir 5 mm da belgilangan nuqtalardan n yo'nalishda ($n \parallel AB$) to'g'ri chiziqlar chiziladi (2.8-rasm, b).



2.8-rasm

2.9-rasm, a va b larda m to'g'ri chiziqdan 20 mm uzoqlikda unga parallel bo'lgan n to'g'ri chiziqni o'tkazish ko'rsatilgan. Buning uchun m chiziqda yotgan ixtiyoriy 1 va 2 nuqtalar belgilanadi. Sirkul qadamini $R=20\text{ mm}$ qilib 1 va 2 nuqtalardan aylana yoylari chiziladi (2.9-rasm, a). Chizilgan aylana yoylariga urinma qilib n to'g'ri chiziq o'tkaziladi. Ushbu n to'g'ri chiziq m chiziqdan 20 mm uzoqlikda unga parallel qilib o'tkazilgan chiziqdir (2.9-rasm, b).

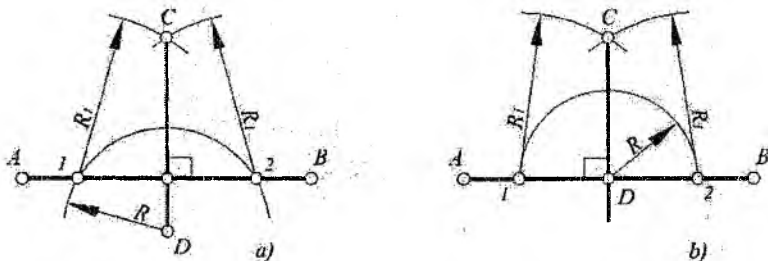


2.9-rasm

Kesmada yoki undan tashqarida yotgan nuqta orqali unga perpendikular to'g'ri chiziq o'tkazish. AB kesmaga undan tashqarida yotgan D nuqta orqali perpendikular CD to'g'ri chiziq o'tkazish talab qilingan bo'lsin (2.10-rasm, a). Buning uchun D nuqtadan AB kesmani kesib o'tuvchi (urinma emas) ixtiyoriy R radiusda aylana yoyi o'tkazilib, kesmada 1 va 2 nuqtalar belgilanadi. Belgilangan 1 va 2 nuqtalardan esa ixtiyoriy $R_1 (R_1 > 12/2)$ radiusda yoylar chiziladi. Bu yoylar

o'zaro C nuqtada kesishadi. C va D nuqtalarni tutashtiruvchi CD kesma AB kesmaga perpendikular bo'ladi ($AB \perp CD$).

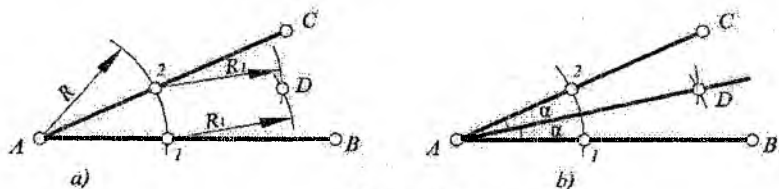
2.10-rasm, b da esa AB kesmada yotgan D nuqta orqali unga perpendikular CD to'g'ri chiziq o'tkazish ko'rsatilgan. Bu masala ham yuqoridagidek bajariladi.



2.10-rasm

Burchakni teng ikkiga bo'lish yoki burchak bissektrisasini o'tkazish.

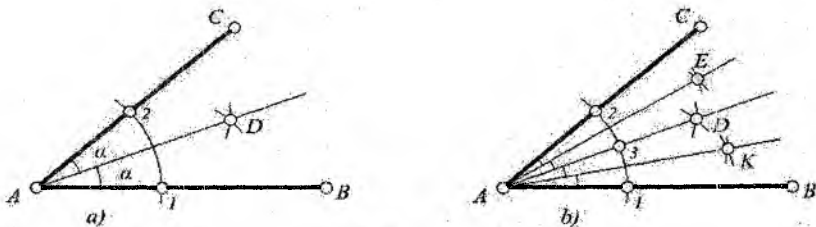
Burchak bissektrisasini o'tkazish uchun sirkul va chizg'ichdan foydalaniladi. 2.11-rasm, a va b larda CAB o'tkir burchakni teng ikkiga bo'lish ko'rsatilgan. Buning uchun burchakning A uchidan AC va AB tomonlarni kesuvchi ixtiyoriy R radiusdagi yoy chiziladi. Yoy CAB burchak tomonlarini 1 va 2 nuqtalarda kesadi. Bu nuqtalardan ixtiyoriy $R_1 (R_1 > 12/2)$ radiusda yoylar chizib, ularning o'zaro kesishgan D nuqtasi aniqlanadi. Aniqlangan D nuqta burchak uchi A nuqta bilan tutashtiriladi. AD chiziq CAB burchakning bissektrisasi hisoblanadi.



2.11-rasm

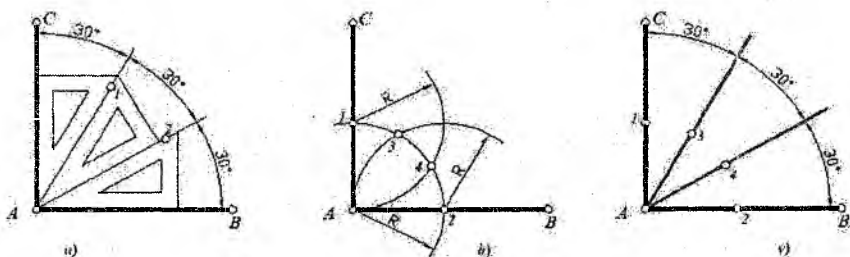
Burchakni teng bo'laklarga bo'lish. 2.12-rasm, a va b larda CAB burchakni teng to'rtga bo'lish ko'rsatilgan. Burchakning bissektrisasi 2.11-rasmdagidek aniqlanadi. Natijada CAB va DAB teng burchaklar hosil bo'ladi. Bu burchak tomonlaridagi 1, 2 va 3 nuqtalardan ixtiyoriy radiusda yoylar chizilib, ularning

o'zaro kesishgan E va K nuqtalari aniqlanadi. E va K nuqtalar burchakning A uchi bilan tutashtiriladi. Natijada CAB burchak teng to'rt bo'lakka bo'linadi.



2.12-rasm

To'g'ri burchakni teng uch bo'lakka bo'lish. 2.13-rasm a , b va v larda CAB to'g'ri burchakni teng uchga bo'lish ko'rsatilgan. Buning uchun $30^\circ \times 90^\circ \times 60^\circ$ li uchta uchburchaklikni bir-biriga taqab qo'yish, ularning gipotenuzalarida belgilangan 1 va 2 nuqtalarni to'g'ri burchakning A uchi bilan tutashtirish orqali ushbu burchak teng uch bo'lakka bo'linadi (2.13-rasm, a).



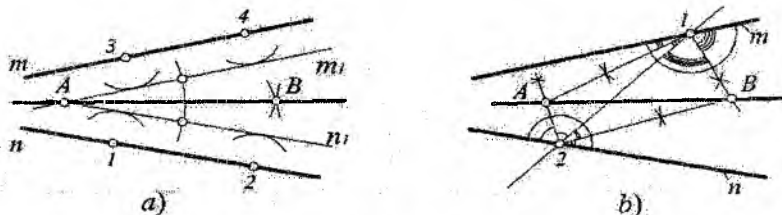
2.13-rasm

Bu ishni sirkul yordamida bajarish uchun esa A nuqtadan ixtiyoriy R radiusda yoy chizib, uni burchak tomonlarini kesgan 1 va 2 nuqtalari belgilanadi. 1 va 2 nuqtalardan ham R radiusda yoylar ($R=1A=2A$) chiziladi. Bu yoylar A nuqtadan turib chizilgan yoy bilan o'zaro kesishib 3 va 4 nuqtalarni beradi. 3 va 4 nuqtalarni to'g'ri burchak uchi – A nuqta bilan tutashtirish orqali CAB to'g'ri burchak teng uch bo'lakka bo'linadi (2.13-rasm, b). 2.13-rasm, v da to'g'ri burchakni teng uchga bo'lishning tugallangan holati ko'rsatilgan.

O'tkir yoki o'tmas burchakni yuqori aniqlikda teng uch bo'lakka bo'lishning imkoniyati bo'lmasada uni taqribiy qilib uchga bo'lish mumkin.

2.14-rasm, a va b larda kesishish nuqtalari chizma qog'ozini chegarasidan chiqib ketgan m va n to'g'ri chiziqlar orasidagi burchakni teng ikkiga bo'lish ko'rsatilgan. Bunday vaziyatlarda burchak bissektrisasini turli usullarda aniqlash mumkin.

Birinchi usulda m va n chiziqlarda yotgan ixtiyoriy 1, 2 va 3, 4 nuqtalar belgilanadi. Bu nuqtalardan ixtiyoriy R radiusda (radius o'lchami maqsadga muvofiq olinadi) yoylar chiziladi. Bu yoylarga urinma qilib m_1 va n_1 chiziqlar o'tkaziladi. O'tkazilgan m_1 va n_1 chiziqlar berilgan m va n chiziqqlarga mos ravishda parallel bo'lib, ular chizma qog'ozini chegarasidagi A nuqtada kesishadi. m_1 va n_1 chiziqlar orasidagi burchak m va n chiziqlar orasidagi burchakka teng bo'lganligi sababli A nuqta burchak bissektrisasiga tegishli hisoblanadi. Endi burchak bissektrisasiga oid yana bir nuqta aniqlansa kifoya. Buning uchun m_1 va n_1 chiziqlar orasidagi burchak 2.11-rasmdagidek teng ikkiga bo'linadi va B nuqta aniqlanadi. A va B nuqtalarni tutashtiruvchi AB chiziq m va n to'g'ri chiziqlar orasidagi burchak bissektrisasi hisoblanadi.

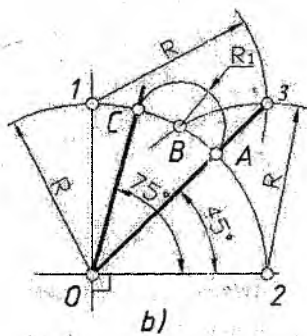
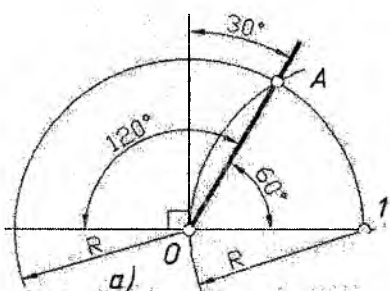


2.14-rasm

Ikkinchi usul 2.14-rasm, b da keltirilgan. Buning uchun m va n chiziqlarni 1 va 2 nuqtalarda kesuvchi ixtiyoriy t to'g'ri chiziq o'tkaziladi. O'tkazilgan t chiziqni berilgan m va n chiziqlar bilan hosil qilgan qo'shni burchaklarining bissektrisslari 2.11-rasmdagidek o'tkaziladi. O'tkazilgan bissektrisslar mos ravishda kesishib A va B nuqtalarni beradi. A va B nuqtalarni tutashtiruvchi AB chiziq m va n to'g'ri chiziqlar orasidagi burchak bissektrisasi hisoblanadi.

Sirkul va chizg'ich yordamida 30° , 45° , 60° , 75° , 120° li burchaklar hosil qilish. Tanlangan O markazdan gorizont va vertikal chiziqlar o'tkazib, ixtiyoriy R radiusda yarim aylana chiziladi. Yarim aylana bilan gorizont chiziq kesishib 1 nuqtani beradi. 1 nuqtadan ham $R(R=O1)$ radiusda yoy chizib, uni yarim aylana bilan

kesishgan A nuqtasi belgilanadi va u O markaz bilan tutashtiriladi. OA chiziq gorizontaal chiziqqa nisbatan 60° va 120° li, vertikal chiziqqa nisbatan 30° li burchak hosil qiladi (2.15-rasm, a).

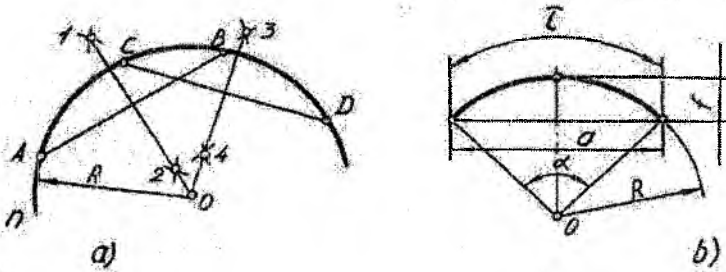


2.15-rasm

O'zaro perpendikular bo'lgan gorizontaal va vertikal chiziqalar o'tkazib, ularning kesishgan O nuqtasi belgilanadi (2.15-rasm, b). O markazdan ixtiyoriy R radiusda chizilgan aylana yoi to'g'ri chiziqlarni 1 va 2 nuqtalarda kesadi. Bu nuqtalardan ham R ($R=O1=O2$) radiusda yo'ylar chizilib, ularning o'zaro kesishgan nuqtasi 3 aniqlanadi va u O markaz bilan tutashtiriladi. $O3$ kesma $1A2$ to'g'ri burchakni teng ikkiga bo'ladi, ya'ni 45° dagi burchak hosil qiladi. O markazdan chizilgan aylanani $O3$ to'g'ri chiziq va 2 nuqtadan chizilgan yoy mos ravishda A va B nuqtalarda kesadi. B nuqtadan AB vatariga teng bo'lgan R_1 ($R_1=AB$) radiusda yoy chizib, uni O markazdan chizilgan aylana yoi bilan kesishgan C nuqtasi aniqlanadi va u O bilan tutashtiriladi. Natijada $CO2$ burchak 75° ga teng bo'ladi. Shuningdek, OC chiziq vertikal chiziqqa nisbatan 15° burchak hosil qiladi.

Aylana yoyining markazi va radiusini aniqlash. Tarkibida turli radiusli aylanalarning silliq tutashuvi mavjud bo'lgan detallar chizmasini chizishda aylana radiuslarini aniqlashga to'g'ri keladi. Shunday holatlarda detal biror oq qog'oz ustiga qo'yiladi va unga taqab qalamda aylanalari qismi chiziladi. 2.16-rasm, a da xuddi shunday n egri chizikli aylana yoi berilgan. Uning O markazi va R radiusini aniqlash uchun yoyni ixtiyoriy AB hamda CD vatarlari o'tkaziladi. Vatarlarning o'rta perpendikularlari o'tkazilib, ularning o'zaro kesishgan O nuqtasi aniqlanadi.

Aniqlangan O nuqta yoy markazi, undan yoygacha bo'lgan eng qisqa masofa esa izlangan R radius hisoblanadi.



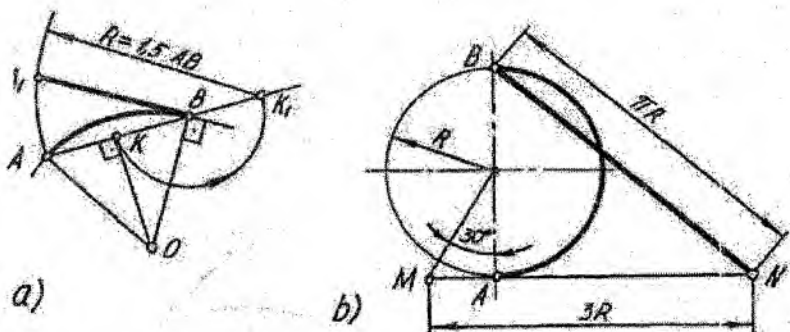
2.16-rasm

Aylana yoyining uzunligini aniqlash. Egri chiziq uzunligini to'g'ri chiziq kesmasi holatida aniqlashga uning yoyilmasini yasash deb qarash mumkin. Aylana

yoyi uzunligi quyidagi analitik formula orqali aniqlanadi: $l = \sqrt{a^2 + \frac{16}{3}f^2}$ yoki

$l = \frac{\pi d \alpha}{360^\circ}$. Bu yerda α – sektor burchagining gradusdagi o'lchami, a – yoy chegaralarini tutashtiruvchi vatar uzunligi, f – segmentning balandligi (2.16-rasm, b).

2.17-rasm, a da AB aylana yoyining uzunligini grafik usulda aniqlash ko'rsatilgan. Buning uchun AB vatarni teng ikkiga bo'luvchi K nuqta aniqlanadi. Sirkul ignasini B nuqtaga qo'yib $R=BK$ radiusda vatarni kesguncha yoy chiziladi va K_1 nuqta aniqlanadi. K_1 nuqtadan $R (R=K_1A)$ radiusda yoy chiziladi. Bu yoy B nuqtadan OB ga perpendikular qilib o'tkazilgan chiziqni A_1 nuqtada kesadi. BA_1 kesma AB yoyning uzunligiga teng bo'ladi. Bunday grafik usulda aylana yoyi uzunligini aniqlash uchun sektorning burchagi 40° dan oshmasligi kerak. Sektor burchagi 40° dan katta bo'lsa aylana yoyi uzunligi aniqlangan kesma uzunligiga teng bo'lmaydi. Demak, sektor burchagi α qancha kichik bo'lsa, natija shuncha aniq bo'lar ekan.



2.17-rasm

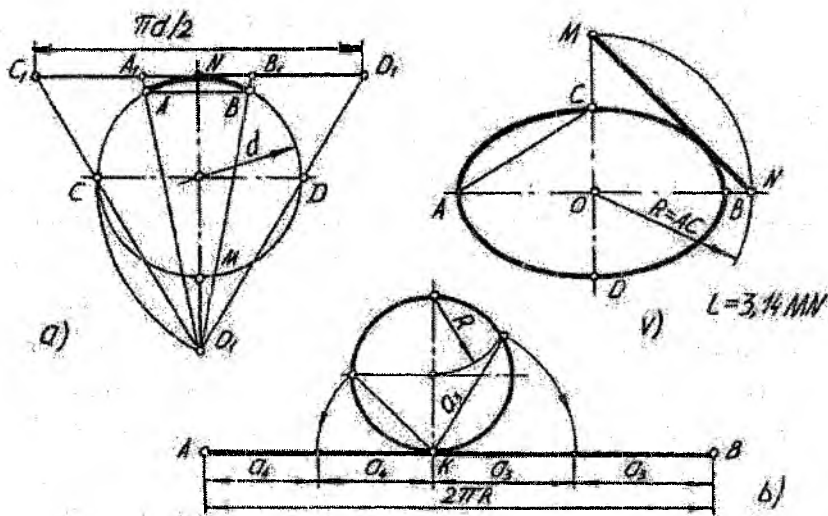
Aylana uzunligini aniqlash. Aylana uzunligini aniqlashning bir necha usullari mavjud. Ulardan biri quyidagi $\ell = 2\pi R$ yoki $\ell = \pi D$ formulalar bo'yicha aniqlash bo'lib, bu yerda $\pi = 3,14$, D – aylana diametri, $D = 2R$, R – aylana radiusi, $R = D/2$.

Bundan tashqari aylanani muntazam ko'pburchakka to'ldirib ham uning uzunligini taqribiy aniqlash mumkin: $\ell \approx n a_n$ bu yerda ℓ – aylana uzunligi, n – muntazam ko'pburchak tomoni soni, a_n – muntazam ko'pburchak tomoni uzunligi. Agar muntazam ko'pburchak $n = 12$ bo'lsa 1,6 %, $n = 16$ bo'lsa 0,6 %, $n = 24$ bo'lsa 0,3 % miqdorda aylana uzunligini yo'qotamiz. Demak, aylana uzunligini muntazam ko'pburchak perimetri uzunligiga almashtirish natijasida, biz aylananing haqiqiy uzunligidan biroz qisqa bo'lgan kesmaga ega bo'lar ekanmiz.

2.17-rasm, b da yarim aylana uzunligini aniqlash ko'rsatilgan. Buning uchun O markazdan vertikal diametrga nisbatan 30° burchak hosil qiluvchi chiziq, A nuqtadan esa aylanaga urinma o'tkaziladi. Bu chiziqar o'zaro M nuqtada kesishadi. M nuqtadan urinma chiziqqa uchta radiusga teng bo'lgan masofa o'lchab qo'yiladi va N nuqta aniqlanadi. Aniqlangan N nuqta yuqoridagi B nuqta bilan tutashtiriladi. BN kesma yarim aylana uzunligiga taqribiy teng bo'lib, u yarim aylana uzunligidan juda kam 0,002 % ga kalta bo'ladi.

Aylana va aylana yoyi uzunligini aniqlash. 2.18-rasm, a da AB aylana yoyi va CD yarim aylanalarning uzunliklarini aniqlash ko'rsatilgan. Buning uchun AB vatarning o'rtasidan unga perpendikular qilib NM diametr va N nuqtadan aylanaga urinma o'tkaziladi. D nuqtadan aylana diametriga teng $R(R=d)$ radiusda yoy chizib,

uni NM diametr bilan kesishgan O_1 nuqtasi aniqlanadi. So'ngra O_1 nuqta A va B nuqtalar bilan urinma chiziqni kesgucha tutashtirib davom ettiriladi hamda A_1 va B_1 nuqtalar belgilanadi. A_1B_1 kesma AB yoyning uzunligiga teng bo'ladi. Bu chizmadagi C_1D_1 kesma C va D nuqtalar bilan chegaralangan yarim aylana uzunligiga taqribiy teng hisoblanadi.



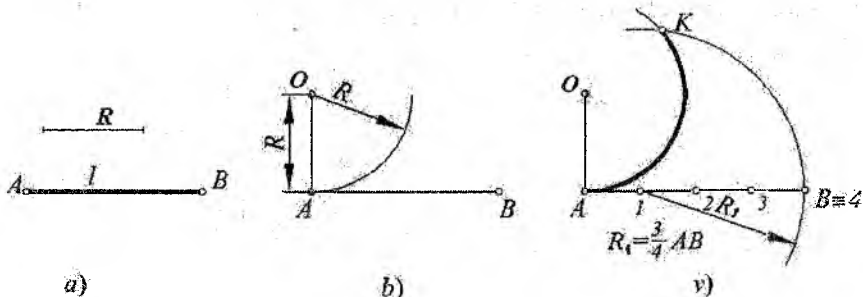
2.18-rasm

2.18-rasm, b dagi aylana yoyilmasini bajarish, ya'ni uning uzunligini aniqlash uchun quyidagi ishlar amalga oshiriladi. Aylananing vertikal diametridagi K nuqtasi orqali unga urinma o'tkaziladi. Keyin aylanani teng uch va to'rt bo'lakka bo'luvchi kesma uzunliklari a_3 va a_4 lar aniqlanadi. K nuqtadan boshlab ikki martadan o'ng tomonga a_3 va chap tomonga a_4 masofalar o'lchab qo'yiladi. Bu qo'yilgan masofalarni chegaralovchi AB kesma aylana uzunligiga taqribiy teng bo'lib, u aylana uzunligidan taxminan 0,30 % ga uzun hisoblanadi.

Ellips uzunligini taqribiy aniqlash. Buning uchun ellipsning katta AB va kichik CD o'qlari o'tkazilib, O markaz aniqlanadi. A va C nuqtalar tutashtirilib AC kesma belgilanadi (2.18-rasm, v). O markazdan AC masofaga teng bo'lgan R ($R=AC$) radiusli aylana yoyi chizib, uning katta va kichik o'qlarini kesgan N va M nuqtalar aniqlanadi. N va M nuqtalarni tutashtiruvchi NM kesmani o'zgarmas π qiymatga

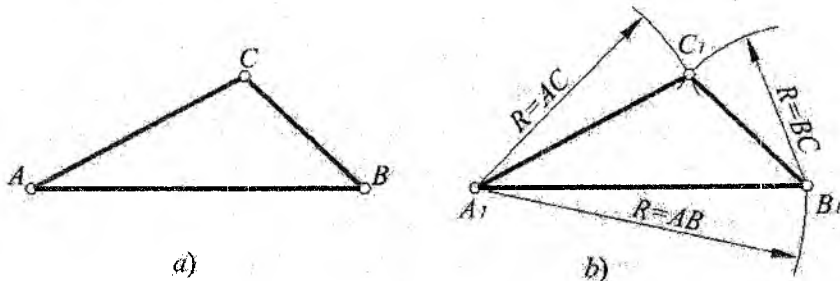
ko'paytirish orqali ellipsning uzunligiga yaqin bo'lgan masofaga ega bo'linadi:
 $l \approx \pi NM \approx 3,14 NM$.

Berilgan uzunligi (yoyilmasi) bo'yicha aylana yoyini qurish. Bu masala teskari metrik masala bo'lib, unda yoy uzunligi AB va yoy radiusi R berilgan (2.19-rasm, a). O markaz tanlanib R radiusda yoy chiziladi va unda A nuqta belgilanadi. A nuqtadan OA radiusga urinma o'tkaziladi va bu chiziqqa A nuqtadan boshlab AB masofa o'lchab qo'yiladi. AB kesma teng to'rt bo'lakka bo'linadi. 1 nuqtani markaz qilib $R_1 (R_1 = 1/4 AB)$ radiusda yoy chiziladi va bu yoy R radiusda chizilgan yoy bilan K nuqtada kesishadi. Aniqlangan AK yoy uzunligi berilgan AB kesmaga teng bo'ladi. R_1 radius uzunligi AB kesmaning to'rttdan uch qismiga teng: $R_1 = AB/4$.



2.19-rasm

Berilgan uchburchakka teng va o'xshash uchburchak yasash.

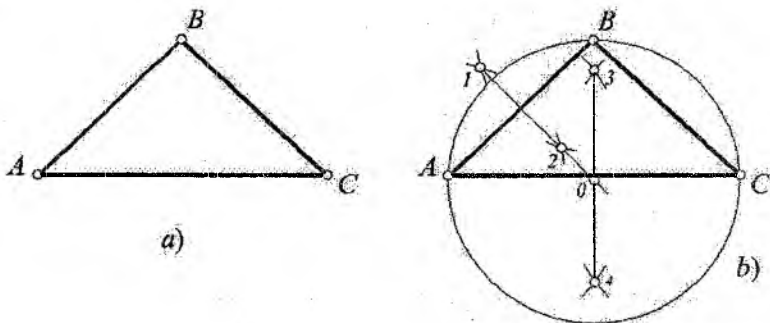


2.20-rasm

2.20-rasm, a da berilgan ABC uchburchakka teng va o'xshash uchburchak yasash talab etilgan bo'lsin. Buning uchun ixtiyoriy A_1 nuqta tanlab, u orqali to'g'ri chiziq o'tkaziladi va unga AB masofa o'lchab qo'yiladi hamda B_1 nuqta belgilanadi.

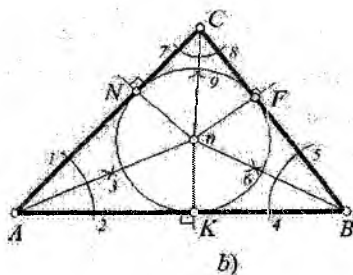
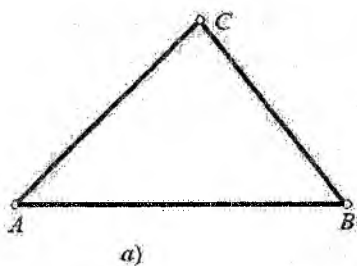
A_1 nuqtadan $R=AC$, B_1 nuqtadan $R=BC$ radiuslarda yo'ylar chizilib, ularning o'zaro kesishgan C_1 nuqtasi aniqlanadi. Aniqlangan C_1 nuqtani A_1 va B_1 nuqtalar bilan tutashtirish natijasida berilgan ABC uchburchakka teng hamda o'xshash bo'lgan $A_1B_1C_1$ uchburchak hosil qilinadi (2.20-rasm, b).

Berilgan uchburchakka tashqi va ichki tomondan urinma bo'lgan aylana markazlarini aniqlash. 2.21-rasm, a da berilgan ABC uchburchak uchlaridan o'tuvchi aylana markazi O nuqtani aniqlash uchun uchburchakning AB , BC va CA tomonlarini o'rta perpendikulari o'tkaziladi (2.21-rasm, b). O'tkazilgan o'rta perpendikularlar o'zaro yagona O nuqtada kesishadi (chizmada ikkita kesmaning o'rta perpendikulari o'tkazilgan). Sirkul ignasini O markazga qo'yib, $R=OA=OB=OC$ radiusda yagona aylana chiziladi va bu aylana uchburchak uchlariga urinib o'tadi.



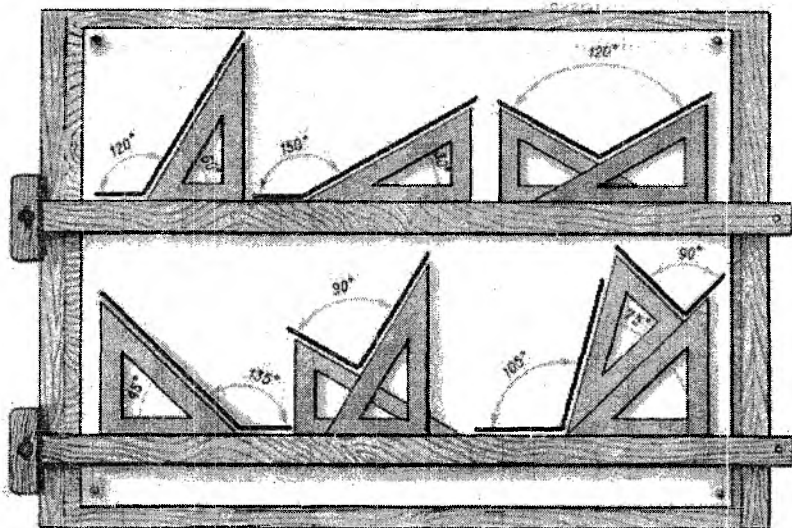
2.21-rasm

2.22-rasmda ABC uchburchak tomonlariga ichki tomondan urinib o'tuvchi aylananing O markazini aniqlash ko'rsatilgan. Masalani yechish uchun uchburchakning uchala CAB , ABC va BCA burchaklarini bissektrisasi o'tkaziladi. Bu burchak bissektrisalari o'zaro yagona O nuqtada kesishib, izlangan aylana markazini beradi. O nuqtadan uchburchakning uchala tomoniga perpendikular to'g'ri chiziqlar tushirib K , F va N nuqtalar aniqlanadi. Bu nuqtalar O markazdan $R=OK=OF=ON$ radiusda chiziladigan aylananing ABC uchburchak tomonlariga urinib o'tish joyi hisoblanadi.



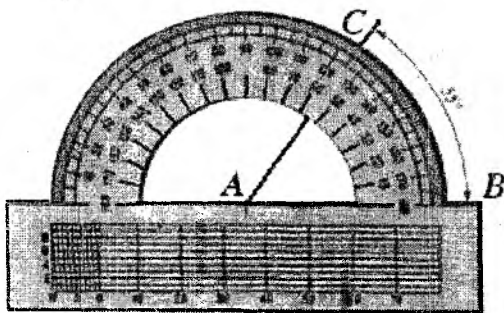
2.22-rasm

Uchburchaklik va transportir yordamida burchaklar qurish. Chizma chizishda burchaklarni qurish uchun ikkita uchburchaklik (biri $45^\circ \times 90^\circ \times 45^\circ$, ikkinchisi $30^\circ \times 90^\circ \times 60^\circ$)lar yoki transportirdan foydalaniladi. 2.23-rasmda uchburchakliklarning to'g'ri chizg'ich (yoki reysshina)ga turli vaziyatlarda taqab qo'yish orqali har xil gradusdagi burchaklarni hosil qilinishi ko'rsatilgan. $30^\circ(150^\circ)$, $60^\circ(120^\circ)$ va $45^\circ(135^\circ)$ li burchaklar bitta uchburchaklik va to'g'ri chizg'ich orqali quriladi. $75^\circ(105^\circ)$ li va boshqa gradusdagi burchaklar esa bir vaqtning o'zida ikkita uchburchaklikni to'g'ri chizg'ichga taqab qo'yish orqali yasaladi.



2.23-rasm

Transportir orqali chizmada xohlagan kattalikdagi burchakni qurish mumkin. 2.24-rasmda A nuqtadan AB chiziqqa nisbatan 55° da bo'lgan AC chiziqni qanday o'tkazish ko'rsatilgan.



2.24-rasm

Nazorat savolari

1. Berilgan to'g'ri chiziqqa parallel va perpendikular chiziqlar qanday o'tkaziladi?
2. Kesmani teng bo'lakka bo'lish qanday amalga oshiriladi?
3. Burchak bissektrissasi qanday o'tkaziladi?
4. Aylana va ellips egri chiziq bo'laklarining uzunligi qanday aniqlanadi?
5. Berilgan ko'pburchakka teng ko'pburchak qanday yasaladi?

3-§. Aylanani teng bo'laklarga bo'lish va muntazam ko'pburchaklar yasash

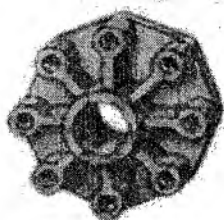
Texnik detallar chizmasini chizishda, arxitekturada, bezak ishlarida, geometrik shakilli girih naqshlarni tuzishda, mato, tunuka, chinnilarga turli xil kompozitsiyaga ega bo'lgan gullarni tushirishda, ganch va yog'och o'ymakorligi ishlarida aylanalarni teng bo'laklarga bo'lish va muntazam ko'pburchaklar yasashdan keng foydalaniladi.

Aylanalarni teng bo'laklarga bo'lish va muntazam ko'pburchaklar yasashning turli usullari mavjud bo'lib, quyida ular ketma-ket bayon qilib boriladi.

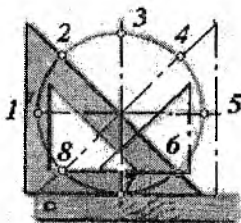
3.1. Aylanani to'g'ri chizg'ich, uchburchakliklar yordamida teng bo'laklarga bo'lish va muntazam ko'pburchaklar yasash

3.1, 3.2, 3.3 va 3.4-rasmlarning *a* tasvirlarida texnik detallar berilgan bo'lib, ularning tarkibiy qismlari chizmasini chizishda aylanani teng 8, 3, 6 va 12 bo'laklarga bo'lish uchun to'g'ri chizg'ich va uchburchakliklardan foydalanish usuli tatbiq qilingan. Buning uchun dastlab aylana va uning markaziy o'qlari chizilgan.

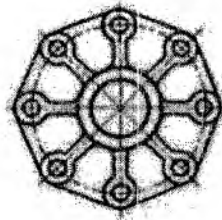
Aylanani teng sakkizga bo'lish uchun $45^\circ \times 90^\circ \times 45^\circ$ li uchburchaklikni bir katetini gorizontal vaziyatdagi to'g'ri chizg'ichga taqab, gipotenuzasi esa *O* markazga qo'yiladi. Uchburchaklik gipotenuzasi aylanani ikkita nuqtada kesadi. Uchburchaklikni 180° ga aylantirib yuqoridagi vaziyatni takrorlash natijasida aylanada yana ikkita nuqta topiladi. Aylananing markaziy o'qlari uni to'rtta nuqtada kesadi. Natijada aniqlangan nuqtalar soni sakkizta bo'lib ular aylanani teng sakkiz bo'lakka bo'ladi (3.1-rasm, *a*, *b* va *v*).



a)



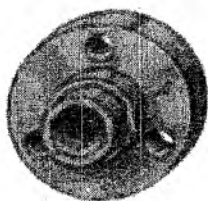
b)



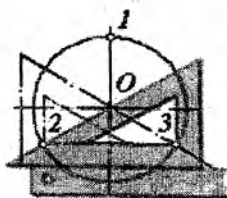
v)

3.1-rasm

Aylanani teng 3, 6 va 12 bo'laklarga bo'lish uchun $30^\circ \times 90^\circ \times 60^\circ$ li uchburchaklik va to'g'ri chizg'ichdan foydalaniladi. 3.2, 3.3 va 3.4-rasmlarda shunga oid misollar keltirilgan bo'lib, ular berilgan chizmalardan tushunarlidir.

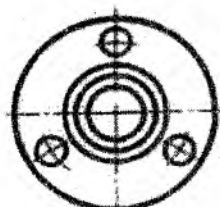


a)

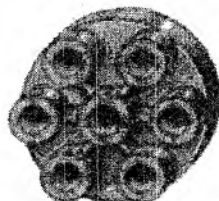


b)

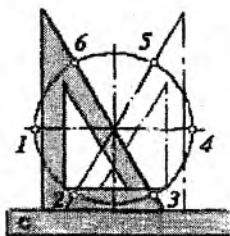
3.2-rasm



v)

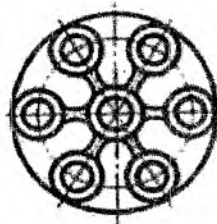


a)

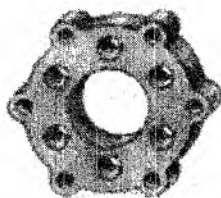


b)

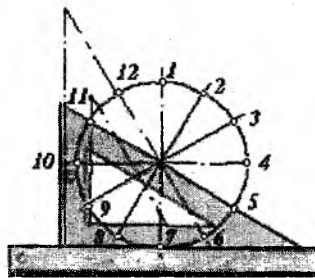
3.3-rasm



v)

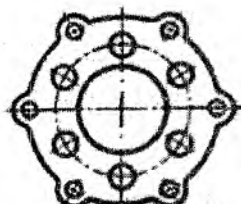


a)



b)

3.4-rasm

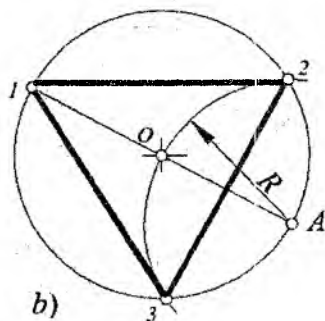
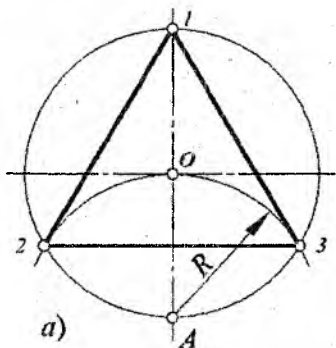


v)

3.2. Sirkul yordamida aylananı teng bo'laklarga bo'lish va muntazam ko'pburchaklar yasash. Aylananı teng bo'laklarga bo'lishning eng qulay, ratsional usuli bu to'g'ri burchakli uchburchakliklardan foydalanish hisoblanadi. Ammo aylananı toq sonli teng bo'laklarga bo'lish uchun boshqa bir usullarnı tatbiq etish talab etiladi. Chizma asboblari bo'lgan sirkul va to'g'ri chizg'ichlar yordamida ham aylananı teng bo'laklarga bo'lish va muntazam ko'pburchaklar yasash mumkin.

Aylanani teng uchga bo'lish.

1- holat. Berilgan O markazdan R radiusda aylana chizib, uning vertikal va gorizontal markaziy o'qlari o'tkaziladi. Vertikal o'qning yuqorisida 1 nuqta pastida A nuqta tanlanadi. Nuqta 1 biz qurmoqchi bo'lgan muntazam uchburchakning bir uchi bo'lsin. Tanlangan A nuqtadan R ($R=OA$) radiusda yoy chizib, uning aylana bilan kesishgan 2 va 3 nuqtalari belgilanadi. Tasvirdagi 1, 2 va 3 nuqtalar aylanani teng uchga bo'luvchi nuqtalar bo'lib, ularni o'zaro tutashtirishdan hosil bo'lgan geometrik figura muntazam uchburchak hisoblanadi (3.5-rasm, a).



3.5-rasm

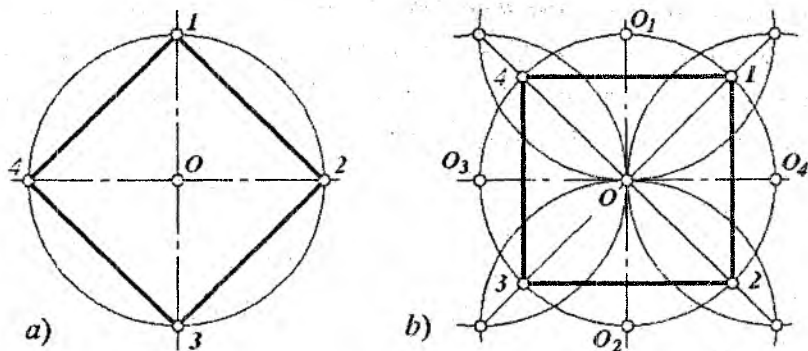
2- holat. Nuqta 1 aylananing markaziy o'qlarida yotmagan vaziyatlarda aylanani teng uchga bo'lish uchun bu nuqta aylana markazi O bilan tutashtiriladi va aylananing $1A$ diametri hosil qilinadi. A nuqtadan R ($R=OA$) radiusda yoy chizib, uni aylana bilan kesishgan 2 va 3 nuqtalari aniqlanadi. Qolgan jarayonlar yuqoridagi misoldagidek davom ettiriladi (3.5-rasm, b).

Aylanani teng to'rt bo'lakka bo'lish.

1- holat. Aylana markazi O dan markaziy o'qlar o'tkaziladi. O'qlarning aylana bilan kesishgan 1, 2, 3 va 4 nuqtalari aylanani teng to'rt bo'lakka bo'ladi. Bu nuqtalarni tutashtiruvchi geometrik figura aylanaga ichki chizilgan muntazam to'g'ri to'rtburchak (kvadrat) hisoblanadi (3.6-rasm, a).

2- holat. Aylananing markaziy o'qlari o'tkazilib, ularni aylana bilan kesishgan O_1, O_2, O_3, O_4 nuqtalari aniqlanadi. Bu nuqtalarni markaz qilib, ularidan R ($R=O_1O=O_2O=O_3O=O_4O$) radiusda yoylar chiziladi. Bu yoylarning kesishgan

nuqtalari aniqlanadi. Aniqlangan nuqtalar mos ravishda o'zaro tutashtirilsa, ular O markazdan o'tadi va aylanani 1, 2, 3, 4 nuqtalarda kesib o'tadi hamda uni teng to'rt bo'lakka bo'ladi. Hosil bo'lgan 1, 2, 3 va 4 nuqtalarni tutashtiruvchi tekis shakli muntazam to'g'ri to'rtburchak (kvadrat) ni tashkil qiladi (3.6-rasm, b).



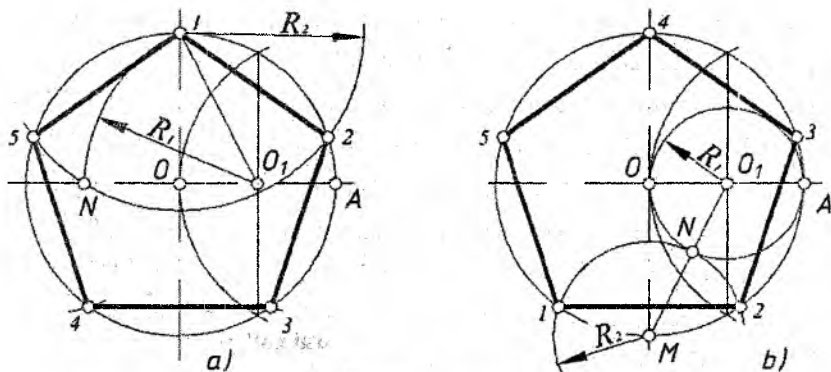
3.6-rasm

Aylanani teng besh bo'lakka bo'lish.

1- holat. Aylananing vertikal o'qida 1, gorizontal o'qida A nuqta belgilanadi. OA kesmani teng ikkiga bo'luvchi O_1 nuqta aniqlanadi. Sirkul ignasini O_1 ga qo'yib $R_1(R_1=O_11)$ radiusda yoy chiziladi va uni gorizontal o'qni kesgan N nuqtasi topiladi. Hosil bo'lgan $1N$ masofa aylanani teng beshga bo'luvchi vatar uzunligi hisoblanadi. Demak, 1 nuqtadan $R_2(R_2=1N)$ radiusda yoy chizib uni aylana bilan kesishgan 2 va 5 nuqtalari aniqlanadi. Aniqlangan 2 va 5 nuqtalardan ham R_2 radiusda yo'ylar chizib, aylanada 3 va 4 nuqtalar topiladi. Bu 1, 2, 3, 4, 5 nuqtalar aylanani teng besh bo'lakka bo'lib, ularni o'zaro tutashtirishdan hosil bo'lgan 12345 tekis shakl esa muntazam beshburchak hisoblanadi (3.7-rasm, a).

2- holat. Aylananing gorizontal o'qidagi OA kesmani teng ikkiga bo'luvchi O_1 nuqta aniqlanadi va undan $R_1(R_1=O_1O=O_1A)$ radiusda aylana chiziladi (3.7-rasm, b). Vertikal o'qning pastida joylashgan M nuqtani O_1 bilan tutashtiruvchi chiziq R_1 radiusli aylanani N nuqtada kesadi. Sirkul ignasini M nuqtaga qo'yib $R_2(R_2=MN)$ radiusda yoy chizib, uni aylana bilan kesishgan 1 va 2 nuqtalari aniqlanadi. Aniqlangan 12 kesma aylanani teng beshga bo'luvchi masofa uzunligi hisoblanadi.

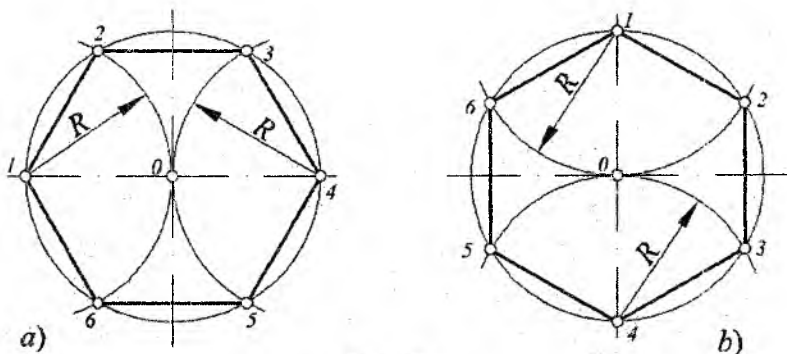
2 nuqtadan $R_1(R_1=12)$ radiusda ketma-ket yoylar chizib, uni aylana bilan kesishgan 3, 4, 5 nuqtalari belgilanadi va bu nuqtalar aylananing teng besh bo'lakka bo'ladi (3.7-rasm, b).



3.7-rasm

Aylananing teng olti bo'lakka bo'lish.

1- holat. Aylananing gorizontal o'qida 1 va 4 nuqtalar belgilanadi. Bu nuqtalarni markaz qilib, ulardan R ($R=O1=O2$) radiusda yoylar chiziladi. Yoylar aylana bilan 2, 6 va 3, 5 nuqtalarda kesishadi. Bu nuqtalar aylananing teng olti bo'lakka bo'ladi. Ularni o'zaro tutashirishdan hosil bo'lgan tekis shakl muntazam oltiburchak hisoblanadi (3.8-rasm, a).

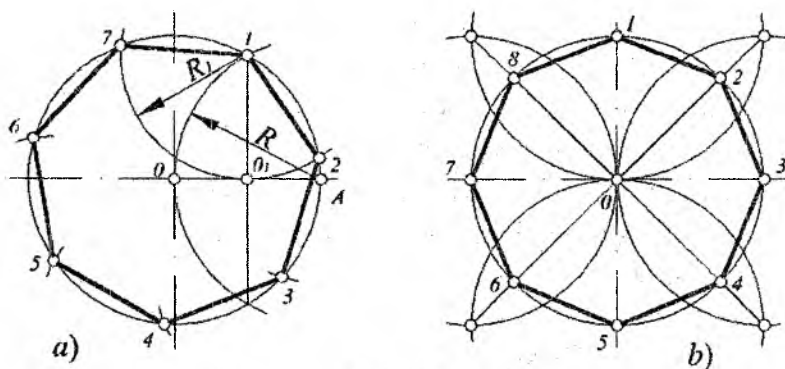


3.8-rasm

2- holat. Aylananing vertikal o'qida 1 va 4 nuqtalar belgilanadi. Bu nuqtalarni markaz qilib ulardan R ($R=O1=O2$) radiusda yoylar chiziladi. Qolgan

jarayonlar yuqoridagi misoldagidek davom ettiriladi (32-rasm, *b*). Aylanani teng olti bo'lakka bo'lishdan gaykalarining ortogonal proyeksiyalarini chizishda amaliy foydalaniladi (3.8-rasm, *b*).

Aylanani teng yetti bo'lakka bo'lish. Aylananing gorizontal o'qida A nuqta belgilanadi va OA masofaning o'rta perpendikulari o'tkaziladi. Bu chiziq aylanani 1 nuqtada, OA kesmani O_1 nuqtada kesib o'tadi. Hosil bo'lgan $1O_1$ masofa aylanani teng yetti bo'lakka bo'luvchi izlangan uzunlik hisoblanadi. Shuning uchun nuqta 1 dan $R_1(R_1=1O_1)$ radiusda yoy chizib, uni aylana bilan kesishgan 2 va 7 nuqtalari aniqlanadi. Aniqlangan 2 nuqtadan R_1 radiusda ketma-ket yo'ylar chizib, ularni aylana bilan kesishgan 3, 4, 5 va 6 nuqtalari topiladi. Hosil bo'lgan 1, 2, 3, 4, 5, 6 va 7 nuqtalar berilgan aylanani teng yetti bo'lakka bo'ladi. Bu nuqtalarni tutashtirishdan hosil bo'lgan tekis shakl muntazam yettiburchak hisoblanadi (3.9-rasm, *a*).

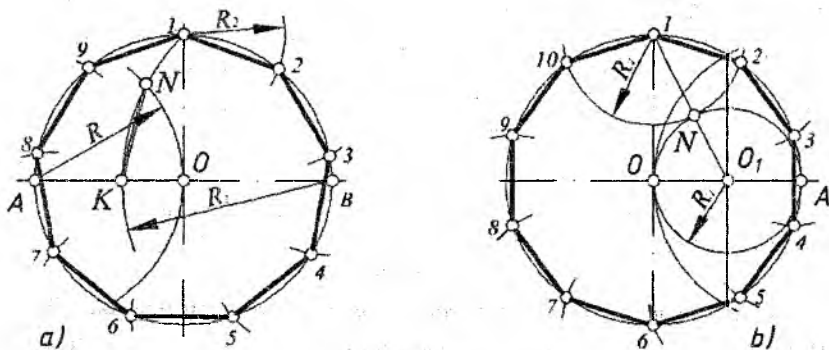


3.9-rasm

Aylanani teng sakkiz bo'lakka bo'lish. Aylanani teng sakkiz bo'lakka bo'lish uchun 3.6-rasm, *a* va *b* lardagi aylanani teng to'rtga bo'lish qoidalariga tayaniladi (3.9-rasm, *a* va *b*). Aylanani teng sakkizga bo'luvchi 1, 3, 5, 7 (toq sonli) nuqtalar markaziy o'qlarda joylashadi. Qolgan yana to'rtta 2, 4, 6 va 8 nuqtalar 3.6-rasm, *b* dagidek aniqlanadi. Natijada 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 va 8 nuqtalar aylanani teng sakkiz bo'lakka bo'ladi. Ularni tutashtirishdan hosil bo'lgan tekis shakl muntazam sakkizburchak bo'ladi.

Aylanani teng to'qqiz bo'lakka bo'lish. Aylananing vertikal o'qida nuqta 1, gorizontal o'qida A va B nuqtalar belgilanadi. A nuqtadan $R=AO$ radiusda, B

nuqtadan $R_1=B1$ radiusda yoylar chiziladi. R_1 radiusli yoy A nuqtadan chizilgan yoini N , gorizontaal o'qni esa K nuqtalarda kesib o'tadi. Hosil bo'lgan KN kesma ushbu aylanani teng to'qqiz bo'lakka bo'luvchi izlangan masofa (vatar) hisoblanadi. Suning uchun 1 nuqtadan boshlab $R_2 (R_2=KN)$ radiusda ketma-ket yoylar chiziladi va bu yoylar aylanani 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 va 9 nuqtalarda kesadi. Bu nuqtalar aylanani teng to'qqizga bo'lib, ularni o'zaro tutashtirishdan muntazam to'qqizburchak hosil bo'ladi (3.10-rasm, a).



3.10-rasm

Aylanani teng o'n bo'lakka bo'lish.

1- holat. Aylananing gorizontaal va vertikal o'qlarida A va 1 nuqtalar belgilanadi (3.10-rasm, b). OA kesmani teng ikkiga bo'luvchi O_1 nuqta aniqlanadi va u 1 nuqta bilan tutashtiriladi. O_1 nuqtadan $R_1(R_1=O_1A=O_1O)$ radiusda aylana chiziladi va u O_11 kesma bilan N nuqtada kesishadi. Sirkul ignasini 1 nuqtaga qo'yib $R_2(R_2=1N)$ radiusda yoy o'tkazib, uni aylana bilan kesishgan 2 va 10 nuqtalari aniqlanadi. $1N$ kesma aylanani teng o'n bo'lakka bo'luvchi vatarga teng bo'lganligi uchun 2 nuqtadan boshlab R_2 radiusda ketma-ket yoylar chizib, ularning aylanani kesgan 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 nuqtalari belgilanadi. Bu nuqtalar aylanani teng o'n bo'lakka bo'ladi va muntazam o'nburchakni hosil qiladi.

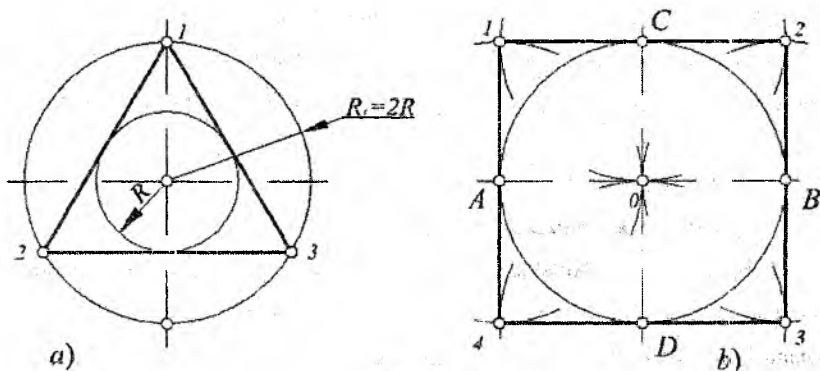
2- holat. Aylananing gorizontaal o'qidagi OA kesmani teng ikkiga bo'luvchi O_1 nuqtadan $R_1(R_1=O_11)$ radiusda yoy chizib, uni ushbu o'qni kesgan B nuqtasi aniqlanadi. Aniqlangan B nuqta bilan O nuqtani tutashtiruvchi OB kesma aylanani

chiziladi. Bu yoy berilgan aylanani 2 va 14 nuqtalarda kesib o'tadi. 2 nuqtadan boshlab ketma-ket R_1 radiusda yo'ylar chizib, aylanani teng o'n to'rt bo'lakka bo'luvchi nuqtalar aniqlanadi. Bu aniqlangan nuqtalami o'zaro tutashtirib muntazam o'n to'rt burchak hosil qilinadi (3.12-rasm).

3.3. Aylana atrofida unga urinma bo'lgan muntazam ko'pburchaklar yasash.

Aylana atrofida unga urinma bo'lgan muntazam uchburchak yasash. Bu yerda O markaz va R radiusli aylana berilgan bo'lsin. O markazdan $R_1(R_1=2R)$ radiusda aylana chiziladi va bu aylana teng uch bo'lakka bo'linadi. Bo'luvchi 1, 2 va 3 nuqtalar muntazam uchburchak uchlari bo'ladi. Ushbu muntazam uchburchak uchlari R_1 radiusli aylana atrofida unga urinma vaziyatda bo'ladi. Uchburchak tomonlari esa berilgan R radiusli aylanaga urinib o'tadi (3.13-rasm, a).

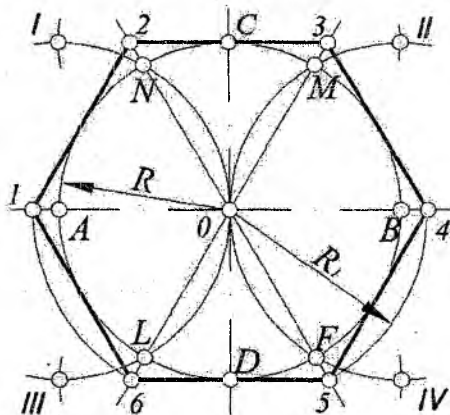
Aylana atrofida unga urinma bo'lgan muntazam to'rtburchak yasash. Buning uchun markaziy o'qlarda A, B, C va D nuqtalar tanlanadi. Bu nuqtalardan $R(R=OA)$ radiusda yo'ylar o'tkazilib, ularning o'zaro kesishgan 1, 2, 3 va 4 nuqtalari aniqlanadi. Aniqlangan nuqtalar o'zaro tutashtirilsa 1234 kvadrat hosil bo'ladi va u aylanaga A, B, C va D nuqtalarda urinadi (3.13-rasm, b).



3.13-rasm

Aylana atrofida unga urinma bo'lgan muntazam oltiburchak yasash. Buning uchun aylananing markaziy o'qlarida A, B, C, D nuqtalar tanlanib, ulardan

$R(R=OA)$ radiusda yoylar chiziladi. A va B markazdan chizilgan yoylar aylana bilan N, M, F, L nuqtalarda nuqtalarda kesishadi.



3.14-rasm

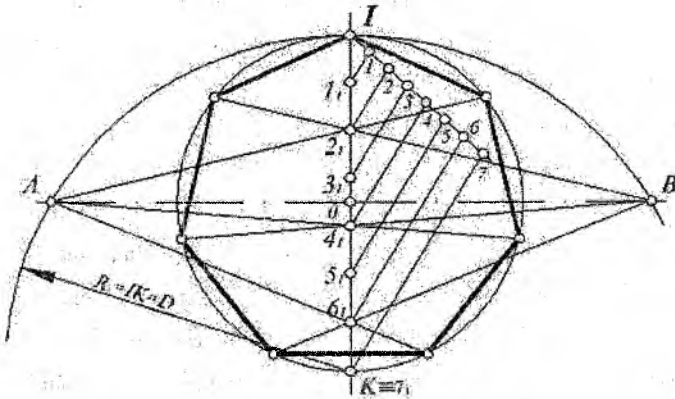
A, B, C, D nuqtalardan chuzilgan yoylar esa o'zaro I, II, III, IV nuqtalarda kesishadi. I va II, III va IV nuqtalar o'zaro tutashtirilsa, ular aylanaga C va D nuqtalarda urinib o'tadi. Ushbu urinmalarni NF va ML to'g'ri chiziqlar bilan kesishgan 2, 3, 5, 6 nuqtalari aniqlanadi. O aylana markazidan $R_1(R_1=O2=O3=O5=O6)$ radiusda yoy chizib, uning gorizontol o'q bilan kesishgan 1 va 4 nuqtalari topiladi. Topilgan 1, 2, 3, 4, 5, 6 nuqtalar tutashtirilsa muntazam olti burchak hosil bo'ladi va uning tomonlari berilgan R radiusli aylanaga urinib o'tadi (3.14-rasm).

3.4. Diametrni teng kesmalarga bo'lish orqali aylananani teng bo'laklarga bo'lish va muntazam ko'pburchaklar yasash.

Aylanalarni teng bo'laklarga bo'lish uchun ba'zi holatlarda yuqoridagi usullardan foydalanish o'ziga xos qiyinchiliklarga olib keladi. Shuning uchun aylananani istalgan teng bo'laklarga bo'lish imkoniyatini bera oladigan usulga ehtiyoj tug'iladi. Diametrni teng bo'laklarga bo'lish orqali aylananani xohlagan n ta teng bo'lakka bo'lish mumkin. Bu usul ma'lum darajada ehtiyojimizni qoniqtiradi. Bu usulni tatbiq qilish uchun kesmani teng bo'laklarga bo'lish qoidasini bilish talab etiladi. Quyida ushbu usul orqall aylananani teng yetti, o'n olti va to'qqiz bo'laklarga bo'lish ko'rsatilgan.

1- holat. Aylananing markaziy o'qlari o'tkazilib, vertikal o'qdagi aylana diametrda I va K nuqtalar belgilanadi (3.15-rasm). IK kesmani teng yetti bo'lakka bo'lish uchun I nuqtadan ixtiyoriy to'g'ri chiziq (IK bilan ustma-ust tushmagan) o'tkaziladi. Unga I nuqtadan boshlab ixtiyoriy kattalikda tanlangan masofa ketmaket, uzunligi o'zgartirilmadan yetti marta qo'yib chiqiladi va $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ nuqtalar belgilanadi. Oxirgi 7 nuqta belgilangan K nuqta bilan tutashtiriladi va qolgan nuqtalardan $7K$ kesmaga parallel chiziqlar o'tkaziladi. Bu o'tkazilgan chiziqlar IK diametrni $1_1, 2_1, 3_1, 4_1, 5_1, 6_1, 7_1$ nuqtalarda kesib uni teng yetti bo'lakka bo'ladi.

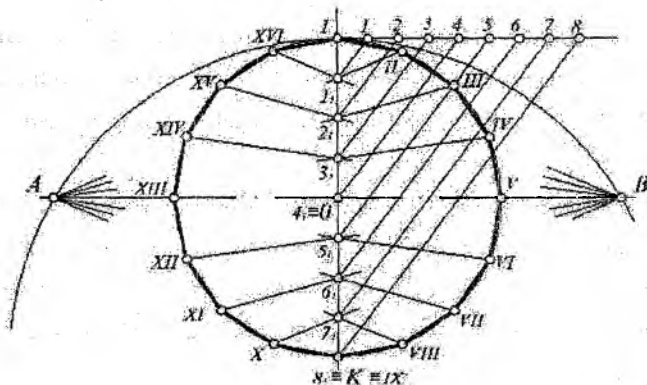
K nuqtadan $R_1(R_1=IK)$ radiusda yoy chizib uni gorizontaal o'q bilan kesishgan A va B nuqtalari aniqlanadi. A va B nuqtalar $2_1, 4_1, 6_1$ nuqtalar bilan tutashtirilib davom ettiriladi va ularni aylana bilan kesishgan II, III, IV, V, VI, VII nuqtalari topiladi. Bu nuqtalar aylananing teng yetti bo'lakka bo'lib, ularni o'zaro tutashtirish orqali muntazam yetti burchak hosil qilinadi.



3.15-rasm

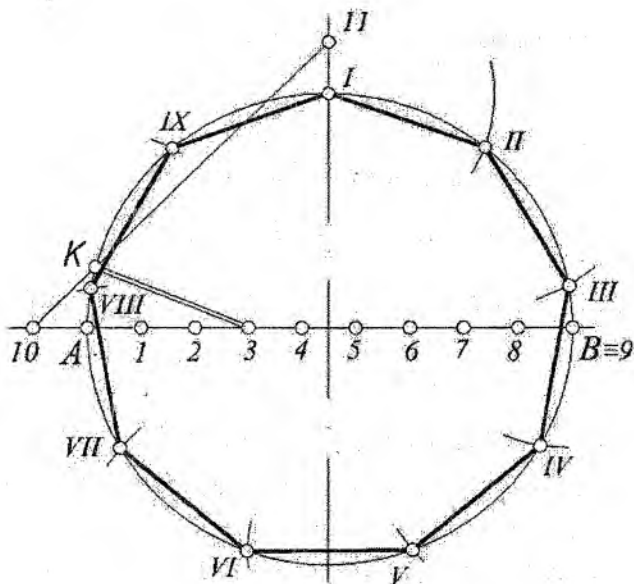
2-holat. Yuqoridagi misoldan ko'rinib turibdiki, aylananing nechta teng bo'lakka bo'lish talab etilsa uning diametri ham shuncha kesmalarga bo'linishi shart ekan. Ammo aylananing juft raqamli teng bo'lakka bo'lish kerak bo'lsa, u holda aylananing diametrini shuncha teng kesmaga bo'lish shart emas. Masalan, aylananing teng o'n olti bo'lakka bo'lish uchun uning diametrini teng sakkiz bo'lakka bo'lish kifoyadir.

Buning uchun IK diametr teng sakkizga bo'linadi. A va B nuqtalar esa $1_1, 2_1, 3_1, 4_1, 5_1, 6_1, 7_1, 8_1$ nuqtalar bilan tutashtirilib ularning aylana bilan kesishgan I, II, \dots, XVI nuqtalari aniqlanadi. Geometrik yasash jarayoni 3.15-rasmdagidek amalga oshiriladi. Farqi A va B nuqtalar IK diametrni teng bo'laklarga bo'luvchi barcha toq va juft raqamli nuqtalar bilan tutashtirilishi kerak (3.16-rasm).



3.16-rasm

3-holat. 3.17-rasmda aylanani teng to'qqizga bo'lish ko'rsatilgan. Buning uchun gorizontal o'qdagi AB diametr teng to'qqizga bo'linadi. A nuqtadan chap tomonga shu bo'lakchalardan biri o'lchab qo'yiladi va nuqta 10 belgilanadi. Vertikal o'qdagi 1 nuqtadan yuqoriga ham shuncha masofa o'lchab qo'yilib, 11 nuqta aniqlanadi. 10 va 11 nuqtalar o'zaro tutashtirilib, uni aylana bilan kesishgan K nuqtasi topiladi. Topilgan K va gorizontal o'qdagi 3 nuqtalarni tutashtirishdan hosil bo'lgan $K3$ kesma aylanani teng to'qqizga bo'luvchi izlangan masofa (vatar) ga teng bo'ladi. I nuqtadan boshlab $R_I (R_I = K3)$ radiusda ketma-ket yo'ylar chiziladi va aylanani teng to'qqizga bo'luvchi nuqtalar aniqlanadi. Bu nuqtalarni o'zaro tutashtiruvchi tekis shakl muntazam to'qqiz burchakni hosil qiladi. Demak, bu usulda aylana nechta teng bo'lakka bo'linishidan qat'iy nazar topilgan K nuqta har doim gorizontal diametrni teng bo'lakka bo'luvchi nuqta 3 bilan tutashtirilgan ekan.



3.17-rasm

3.5. Vatarlar jadvali yordamida aylanani teng bo'laklarga bo'lish va muntazam ko'pburchaklar yasash.

Aylanani teng bo'laklarga bo'lish va muntazam ko'pburchaklar yasashda maxsus tuzilgan vatarlar jadvalidan ham foydalanish mumkin. Bunda muntazam ko'pburchak tomonlari soni n va unga mos k - koeffitsient beriladi. Muntazam ko'pburchakning tomonlar soni n , aylana radiusi R va markaziy burchak α_n (bu yerdagi α_n - muntazam ko'pburchak uchlarini aylana markazi O nuqta bilan tutashtirishdan hosil bo'ladi) lar o'zaro quyidagi munosabatda bo'ladi:

$$k = 2R \sin \frac{\alpha_n}{2} \quad \text{yoki} \quad R = \frac{k}{2 \sin \frac{\alpha_n}{2}}$$

Quyida ba'zi muntazam ko'pburchaklarning ℓ vatar uzunligi va k koeffitsientlariga oid arifmetik munosabatlar keltirilgan.

Muntazam uchburchakda $\ell = R\sqrt{3} \approx 1,7321 R$

Muntazam to'rtburchakda $\ell = R\sqrt{2} \approx 1,4142 R$

Muntazam beshburchakda $\ell = R \frac{1}{2} R \sqrt{10 - 2\sqrt{5}} \approx 1,1756 R$

Muntazam oltiburchakda $\ell = R$

Muntazam yettiburchakda $\ell \approx \ell_3/2 \approx 0,8678 R$

(bu yerda ℓ_3 - muntazam uchburchak tomoni uzunligi)

Muntazam sakkizburchakda $\ell = R\sqrt{2 - \sqrt{2}} \approx 0,7654 R$

Muntazam o'nburchakda $\ell = \frac{1}{2} R \cdot (\sqrt{5} - 1) \approx 0,6180 R$

Muntazam o'n ikki burchakda $\ell = \frac{1}{2} (\sqrt{6} - \sqrt{2}) \cdot R \approx 0,5176 R$

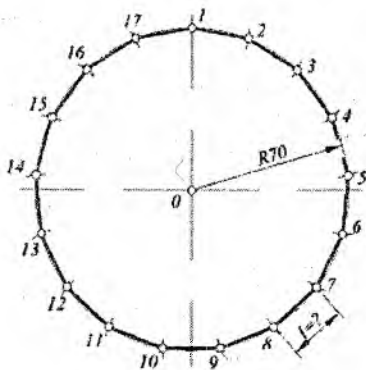
Muntazam ko'pburchak yasashda aylana radiusi R va ko'pburchak tomonlari soni n berilgan bo'lsa, u holda aylanani teng bo'laklarga bo'luvchi vatar uzunligi ℓ quyidagi formula bo'yicha aniqlanadi: $\ell \approx Rk$.

3.18-rasmda radiusi $R=70$ bo'lgan aylanani teng o'n yetti bo'lakka bo'lish va muntazam o'n yetti burchak yasash ko'rsatilgan. Buning uchun 3.1-jadvalning birinchi grafasidan bo'linish soni n , ya'ni 17 topiladi. Shu jadvalning ikkinchi grafasidan esa n bo'linish soniga mos keladigan k koeffitsient, ya'ni $k=0,3676$ yozib olinadi. Berilgan aylana radiusini koeffitsientga ko'paytirib, vatar uzunligi ℓ hosil qilinadi: $\ell \approx Rk \approx 70 \times 0,3676 \approx 25,732$ mm. Olingan vatar uzunligi aylanaga o'n yetti marta qo'yib chiqiladi va hosil bo'lgan nuqtalar ketma-ket tutashtirilib, muntazam o'n yetti burchak yasaladi. Keltirilgan 3.1-jadval yordamida istalgan diametrga ega bo'lgan aylanani teng oltinchi bo'lakgacha bo'lish mumkin.

Agar muntazam ko'pburchak tomonlari soni n va ko'pburchak tomoni uzunligi ℓ berilgan bo'lsa, u holda ushbu ko'pburchakka tashqi urinuvchi aylana R radiusini quyidagi formula bo'yicha aniqlash mumkin bo'ladi: $R \approx \ell k$. Bunday vaziyatlarda aylana radiusini 3.2-jadvalda keltirilgan ma'lumotlardan foydalanib aniqlash mumkin.

3.19-rasmda vatar uzunligi $\ell=40$, muntazam ko'pburchak tomoni soni $n=11$ bo'lgan aylana radiusini aniqlash va muntazam ko'pburchak yasash ko'rsatilgan. Buning uchun 3.2-jadvalning birinchi grafasidan bo'linish soni n , ya'ni 11 topiladi.

Shu jadvalning ikkinchi grafasidan bo'linish soni n ga mos keladigan k koeffitsient ($k=1,7746$) yozib olinadi. Berilgan vatar uzunligini koeffitsientga ko'paytirib aylana radiusi R aniqlanadi: $R=\ell k=40 \times 1,7746 \approx 70,984$ mm. Aylana markazi O nuqta tanlanib $R \approx 71$ radiusda aylana chiziladi va unga vatar uzunligi $\ell=40$ o'n bir marta o'lchab qo'yiladi. Hosil bo'lgan nuqtalar ketma-ket tutashtirilib, muntazam o'n bir burchak yasaladi.

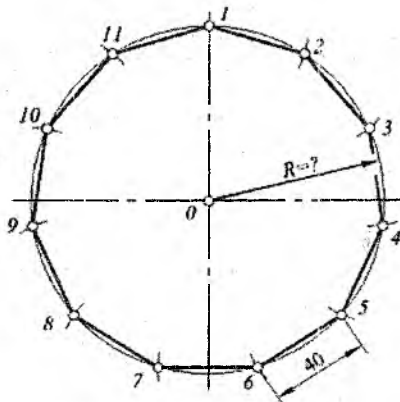


$$n = 17, R = 70$$

$$l = R \times k = 70 \times 0,3676 = 25,732$$

$$l = 25,7$$

3.18-rasm



$$n = 11, l = 40$$

$$R = l \times k = 40 \times 1,7746 = 70,984$$

$$R \approx 71$$

3.19-rasm

Aylananing R radiusi bo'yicha muntazam ko'pburchak ℓ tomoni uzunligini aniqlashga doir jadval $\ell = R \cdot k$

3.1-jadval

Bo'linish soni	Koeffitsienti- k	Bo'linish soni	Koeffitsienti- k	Bo'linish soni	Koeffitsienti- k
1	-	21	0,2981	41	0,1531
2	-	22	0,2846	42	0,1495
3	1,7321	23	0,2724	43	0,1460
4	1,4142	24	0,2610	44	0,1427
5	1,1756	25	0,2507	45	0,1395
6	1	26	0,2410	46	0,1365
7	0,8678	27	0,2322	47	0,1336
8	0,7654	28	0,2239	48	0,1308
9	0,6840	29	0,2162	49	0,1281
10	0,6180	30	0,2091	50	0,1256
11	0,5635	31	0,2021	51	0,1232
12	0,5176	32	0,1960	52	0,1207
13	0,4787	33	0,1902	53	0,1185

14	0,4451	34	0,1846	54	0,1163
15	0,4158	35	0,1792	55	0,1142
16	0,3902	36	0,1743	56	0,1121
17	0,3676	37	0,1696	57	0,1102
18	0,3473	38	0,1651	58	0,1082
19	0,3292	39	0,1609	59	0,1064
20	0,3129	40	0,1569	60	0,1047

Muntazam ko'pburchak ℓ tomoni uzunligi bo'yicha R aylana radiusini aniqlashga doir jadval $R = \ell \cdot k$

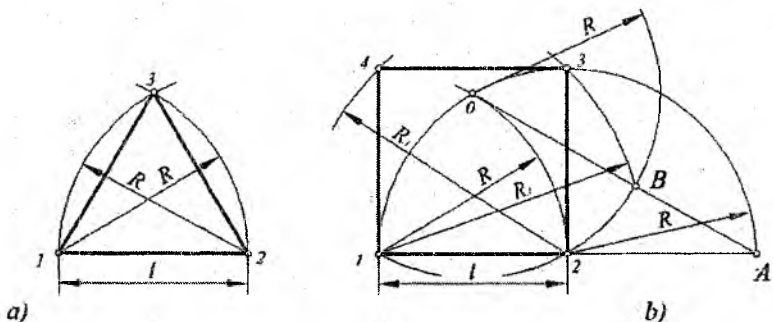
3.2-jadval

Bo'linish soni	Koeffitsnti- k	Bo'linish soni	Koeffitsnti- k	Bo'linish soni	Koeffitsnti- k
1	-	8	1,3056	15	2,4050
2	-	9	1,4620	16	2,5628
3	0,5774	10	1,6181	17	2,7203
4	0,7071	11	1,7746	18	2,8794
5	0,8506	12	1,9320	19	3,0377
6	1	13	2,0890	20	3,1959
7	1,1523	14	2,2467		

3.6. Berilgan kesmadan foydalanib muntazam ko'pburchaklar yasash.

Muntazam ko'pburchakni uning berilgan bir tomoni uzunligi bo'yicha yasashning turli usullari mavjud. Quyida berilgan kesma bo'yicha muntazam ko'pburchak yasashga doir misollar keltiriladi.

1-misol. Berilgan 12 ($\ell=12$) kesma bo'yicha muntazam uchburchak yasash 3.20-rasm, a da ko'rsatilgan. Buning uchun 1 va 2 nuqtalardan $R(R=\ell=12)$ radiusda yo'ylar chiziladi. Bu yo'ylar o'zaro kesishib 3 nuqtani beradi. 1 va 2 nuqtalarni 3 nuqta bilan tutashtirib, muntazam 123 uchburchak hosil qilinadi.

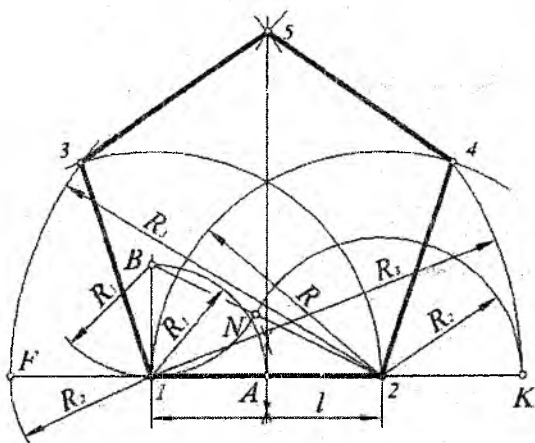


3.20-rasm

2-misol. Berilgan 12 ($\ell=12$) kesma bo'yicha muntazam to'rtburchak yasash 3.20-rasm, b da ko'rsatilgan. Buning uchun 1 va 2 nuqtalardan R ($R=\ell=12$) radiusda yoylar chiziladi. Bu yoylar o'zaro O nuqtada kesishadi. Shuningdek, 2 nuqtadan chizilgan R radiusli yoy 12 chiziq davomini A nuqtada kesadi va u O nuqta bilan tutashtiriladi. O markazdan R radiusda chizilgan yoy OA chiziqni B nuqtada kesib o'tadi. Endi 1 va 2 nuqtalardan R_1 ($R_1=1B$) radiusda yoylar chiziladi. Bu yoylar 1 va 2 nuqtalardan R radiusda chizilgan yoylar bilan mos ravishda kesishib, 3 va 4 nuqtalarni beradi. Hosil bo'lgan nuqtalarni ketma-ket tutashtirish natijasida 1234 muntazam to'g'ri to'rtburchak (kvadrat) hosil bo'ladi.

3-misol. Berilgan 12 kesma bo'yicha muntazam beshburchak yasash 3.21 va 3.22-rasmiarda ko'rsatilgan. Bu masalani ikki xil holatda bajarish mumkin.

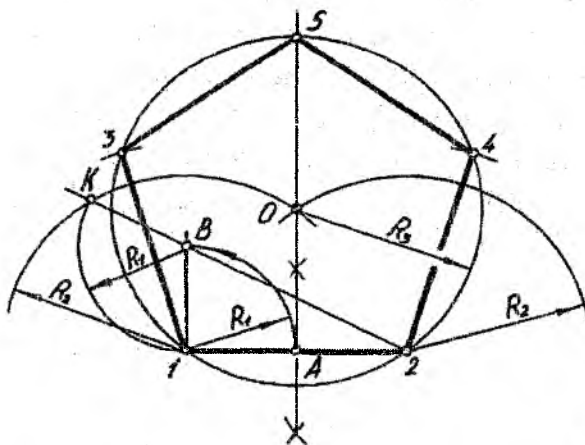
1-holat. 12 kesmaning o'rta perpendikulari uni A nuqtada kesadi (3.21-rasm). Berilgan 1 nuqtadan R_1 ($R_1=1A$) radiusda yoy va 12 kesmaga perpendikularlar chizib, ularning o'zaro kesishgan B nuqtasi aniqlanadi. B va 2 nuqtalar o'zaro tutashtiriladi. B nuqtadan R_1 radiusda chizilgan yoy $B2$ kesmani N nuqtada kesadi. 1 va 2 nuqtalardan R_2 ($R_2=N2$) radiusda chizilgan yoylar 12 kesma davomlarini F va K nuqtalarda kesib o'tadi. 1 va 2 nuqtalardan R ($R=\ell=12$) va R_3 ($R_3=2F=1K$) radiuslarda yoylar chiziladi. Bu yoylar mos ravishda kesishib, muntazam beshburchakning 3 va 4 nuqtalarini beradi.



3.21-rasm

So'ngi 5 nuqtani topish uchun 3 va 4 nuqtalardan R radiusda yoylar chiziladi hamda ularning kesishgan o'rni belgilanadi. Hosil bo'lgan 1, 2, 3, 4, 5 nuqtalar ketma-ket tutashtirilib muntazam beshburchak yasaladi.

2-holat. 3.21-rasmdagi kabi B nuqta aniqlanadi va undan R_1 ($R_1=B1=1A$) radiusda chizilgan yoy $B2$ chiziq davomini K nuqtada kesadi (3.22-rasm). Endi 1 va 2 nuqtalardan R_2 ($R_2=1K$) radiusda yoylar chizib, ularning o'zaro kesishgan O nuqtasi aniqlanadi. O nuqta biz yasaydigan muntazam beshburchakka tashqi chizilgan aylana markazi bo'lib, u 12 kesmaning o'rta perpendikularida yotadi. Aniqlangan O markazdan R_3 ($R_3=O1=O2$) radiusda aylana chiziladi. 1 va 2 nuqtalardan R ($R=12$) radiusda chizilgan yoylar R_3 radiusli aylanani 3 va 4 nuqtalarda kesadi. Shuningdek, 12 kesmaning o'rta perpendikular chizig'i aylanani 5 nuqtada kesadi. Natijada 1, 2, 3, 4, 5 nuqtalarni tutashtiruvchi tekis shakl biz izlagan muntazam beshburchakni beradi.



3.22-rasm

4-misol. Berilgan $12(\ell=12)$ kesma bo'yicha istalgan muntazam ko'pburchak yasash 3.23-rasmda ko'rsatilgan. Bu misolda 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 burchakli muntazam ko'pburchaklar yasalgan bo'lib, ularni yana davom ettirish mumkin bo'ladi.

Dastlab muntazam uchburchak yasash uchun 1 va 2 nuqtalardan R ($R=12$) radiusda yoylar chiziladi hamda ularning o'zaro kesishgan O va O_6 nuqtalari

XI-XII asrlarda O'zbekiston territoriyasida arxeologik topilmalar shuni ko'rsatadiki, naqshlar ichida geometrik naqsh ko'p ishlatilgan.

Girih – forscha, chigal, tugun degan ma'noni beradi. Xandasiy naqsh – to'rtburchak, uchburchak va boshqa elementlardan tashkil topgan geometrik murakkab naqsh turi hisoblanadi. Girih to'g'ri, egri va aralash chiziq'larga bo'ysundirilgan bo'lib, o'ziga xos shartlilikka ega. Qadimda ajdodlarimiz tomonidan yaratilgan ba'zi girihlarning yechimini aniqlash jarayoni murakkab kechmoqda. Sharqning mashhur olimlaridan Abdulvafo al Buzjoniy (940-998) o'zining kitoblarida 20 ga yaqin geometrik naqshlar yechimi to'g'risida yozib qoldirgan. Uning kitobida kvadratni uchga, beshga bo'lishning eng sodda yo'llarini keltirilishi o'sha davr uchun katta ilmiy va amaliy ahamiyatga egadir. Murakkabligi yoki yasah qonun-qoidalarini asta-sekin unutilib ketilganligidanmi girih san'ati XVII asrga kelib kam ishlatiladigan bo'ldi.

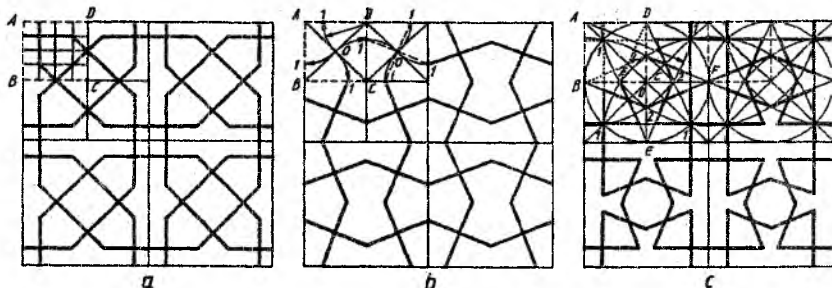
Geometrik naqsh elementlari to'rt qismdan uchburchaklar, to'rtburchaklar, ko'pburchaklar va egri chiziq'lardan tashkil topadi. Shu girih elementlari yordamida minglab naqsh kompozitsiyalarini yasah mumkin.

Girixlar asosan arxitekturada panno ko'rinishida qo'llaniladi. Girixni yasashni organish uchun oldin arxitekturada qo'llanilgan biror pannoni tahlil qilish lozim bo'ladi.

Termiz shahridagi saroylarda XII asrda bajarilgan pannolarni tahlil qilib, ularni yasash usullari bilan tanishib chiqamiz (3.25-rasm, *a*, *b*, *c*). Panning bir kvadrat bo'lagini ajratib olish uchun oldin u to'rtga bo'linadi, ulardan bittasi yana to'rtga bo'lib olinadi. Endi uning bir bo'lagi 4 qatorli *ABCD* kvadrat to'r chiziladi (1-usul). Shu *ABCD* girixni ochuvchi kalit hisoblanadi. Endi, *ABCD* dagi naqsh elementlari o'ngga, pastga va dioganali bo'yicha ag'darib tasvirlansa, girixning bir bo'lagi hosil bo'ladi. Uni chizmada ko'rsatilgandek, ko'p marta takrorlash natijasida girixli panno yasaladi (3.25-rasm, *a*).

2-usul. 1-rasm, *b* da ko'rsatilgandek *AC*, *BD* diogonallari o'tkaziladi va *A*, *B*, *C*, *D* nuqtalardan *AO* (*BO*, *CO*, *DO*) radiuslarida yo'ylar chizilib, 1 nuqtalar hosil

qilinadi. 1 nuqtalar O orqali o'tuvchi qilib tutashtiriladi. Shunda (shtrix chiziqlarda) bu pannoning kaliti hosil bo'ladi (3.25-rasm, *b*).



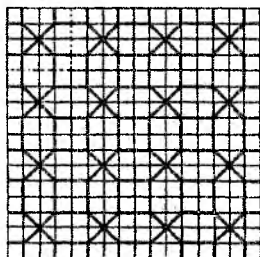
3.25-rasm

3-usul. Pannoning choprak qismining dioganallari otkazilib, markazi O aniqlanadi, u orqali aylana chiziladi. Aylana bilan diogonallar kesishgan 1 nuqtalardan gorizontial va vertikal chiziqlar o'tkaziladi. Kvadratning burchaklari, masalan A dan $A1$ radiusda yoylar chizilib 2 nuqtalar topiladi.

B, D, E, F nuqtalar 2 nuqtalar bilan tutashtiriladi. $ABOD$ kvadratda shtrix chiziqlarda tasvirlangan girix elementi ushbu pannoning kaliti hisoblanadi (3.25-rasm, *c*). Qolgan yasashlarni iqtidorli talabalar mustaqil davom ettirib, pannoni to'liq chizishadi degan umiddamiz.



a

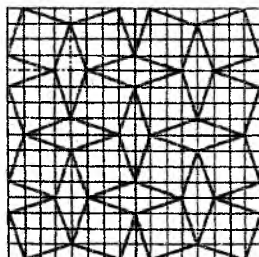


b

3.26-rasm



a

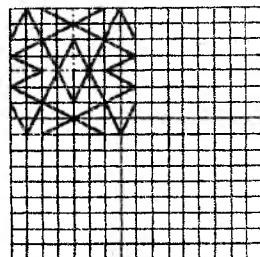


b

3.27-rasm



a



b

3.28-rasm

1-usuldan foydalanib girix hosil qilishni o'rganamiz (3.26-rasm, 3.27-rasm, 3.28-rasm, a va b). Tanlangan pannoni 16 qatorli kvadrat to'rlar chizib chiqamiz va $1/8$ bo'lagi a da hohiagan muntazam shakl chiziladi va u panno b da ko'rsatilgandek takrorlab chiziladi. Bu yerda 3.28-rasmdagi tugallanmagan pannoni talabalar yakuniga yetkazishlari mumkin.

Nazorat savolari

1. Aylanani teng bo'laklarga bo'lish va muntazam ko'pburchak yasashning qanday amaliy ahamiyati mavjud?

2. Sirkul va chizg'ichlarlar yordamida aylanani teng beshga bo'lish qanday bajariladi?

3. Aylanani teng bo'lakka bo'lishning vatarlar jadvali usuli mazmunini yoritib bering.

4. Diametрни teng bo'laklarga bo'lish yordamida aylanani teng to'qqizga bo'lish qanday bajariladi?

5. Ko'pburchakning berilgan tomoni uzunligi bo'yicha muntazam oltiburchak qanday yasaladi?

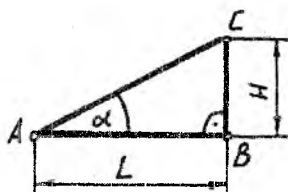
6. Geometrik girixlarni tuzish va uni o'qish qanday amalga oshiriladi?

4-§. Qiyalik va konusliklar

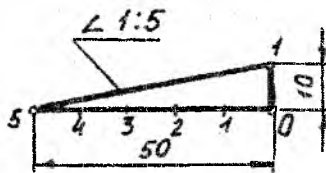
4.1. Qiyalik. Qiyalikka bino tomlarining nishabi, zinalarning gorizontai tekislikka nisbatan og'ib turishi, dovon yo'llari (pereval), kran relslari va boshqalar misol bo'ladi. Mashina detallarida ham qiyalik ko'p uchraydi.

To'g'ri burchakli uchburchakning gipotenuzasi bilan gorizontai kateti orasida hosil bo'lgan o'tkir burchakka ($tg \alpha$) *qiyalik* deyiladi. Bu yerda α qiyalik burachagi bo'lib, u to'g'ri burchakli uchburchak katetlari BC va AB ning nisbatiga teng (4.1-rasm), ya'ni $\alpha = BC/AB$ yoki $\alpha = H/L$. Qiyalik, ya'ni $tg \alpha$ ko'pincha i harfi bilan ifoda qilinadi. Demak, qiyalik $i = BC/AC = tg \alpha$ yoki $i = H/L = tg \alpha$ bo'ladi.

Chizmalarda qiyalik ikki sonning bir-biriga nisbati ko'rinishida yoki foizda yoziladi. Ba'zi hollarda daraja, minut va sekundlargacha ko'rsatilishi mumkin. Qiyalikni aniqlovchi sonlar oldiga «*Qiyalik*» so'zi yoziladi yoki « \angle » belgi qo'yiladi. Qiyalik belgisi o'tkir burchak ko'rinishida bir tomoni gorizontai, ikkinchi tomoni og'ma bo'lib, uning o'tkir burchagi qiyalik tomon qaratilgan bo'ladi, ya'ni qiyalikka parallel bo'ladi (4.1 va 4.2-rasmlar). Quyida qiyalikni yasashga oid misollar keltirilgan.



4.1-rasm



4.2-rasm

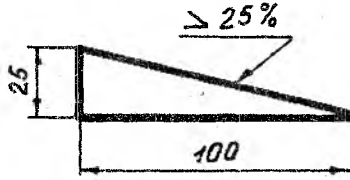
1-misol. 1:5 nisbatli qiyalik yasalsin (4.2-rasm).

Yechish. Buning uchun katetlarining nisbatlari 1:5 bo'lgan to'g'ri burchakli uchburchak yasaladi. Vertikal kateti bir bo'lakka, ya'ni 10 mm ga teng bo'lsa, gorizontai kateti besh bo'lakka, ya'ni 50 mm ga teng bo'ladi. Shunda hosil qilingan to'g'ri burchakli uchburchak gipotenuzasining qiyaligi 1:5 yoki 20% bo'ladi. Chunki $i = BC/AB = 10/50 = 1/5$ yoki $i = 20\%$.

2-misol. 25% li qiyalik yasalsin (4.3-rasm).

Yechish. Qiyalikni foizlar, ya'ni yuzning ulushlari bilan aniqlashda ham 1-misolda ko'rsatilgan usuldan foydalanishga to'g'ri keladi. Berilgan 25% ni 100% ning to'rtidan bir ulushi ekanligidan foydalanib, qiyalikni $i=1:4$ ikki son nizbati ko'rinishiga keltirib olish ham mumkin.

Bu qiyalikni yasash uchun to'g'ri burchakli uchburchakning vertikal kateti 25 mm, gorizontal kateti 100 mm qilib olinadi. Shunda gipotenuzasining qiyaligi 25% bo'ladi. Chunki $i=25\%$ yoki $i=BC/AB=25/100=1/4$.



4.3-rasm

Ba'zan burchaklarni qurishda qiyalikni yasashdan foydalanishga to'g'ri keladi, ya'ni ma'lum gradusdagi o'tkir burchakka qanday qiyalik mos kelishini aniqlashga to'g'ri keladi.

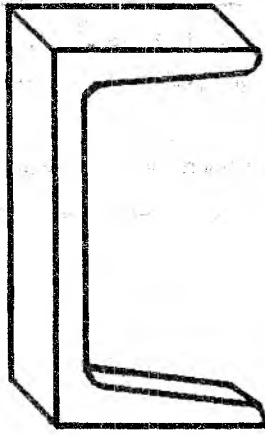
Masalan, $\alpha=8^\circ$ bo'lsa, u holda qiyalik $i=14\%$ bo'ladi. 4.1-jadvalda bir necha gradusda belgilangan burchaklarga mos keladigan qiyaliklar keltirilgan.

4.1-жадвал

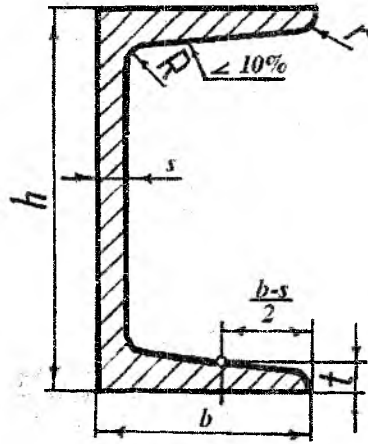
Burchak, gradusda	3°	4°	6°	7°	8°	10°	12°
Qiyalik, foizda %	7,0	8,7	10,5	12,3	14,0	17,6	21,3
Burchak, gradusda	15°	20°	25°	30°	33°	40°	45°
Qiyalik, foizda %	26,8	36,4	46,6	57,7	70,0	83,9	100,0

Qiyalik mavzusini ham nazariy, ham amaliy jihatdan to'liq o'zlashtirish uchun talabalarga grafik vazifa sifatida ko'pincha shveller yoki qo'shtavrnning chizmasi beriladi.

4.4 va 4.5-rasmlarda shvellerning yaqqol tasviri va ortogonal proyeksiyasi keltirilgan bo'lib, uning o'lchamlari harflar orqali ifodalangan.

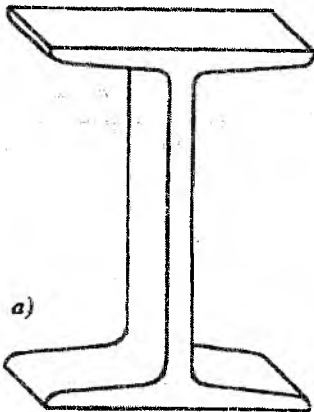


4.4-rasm

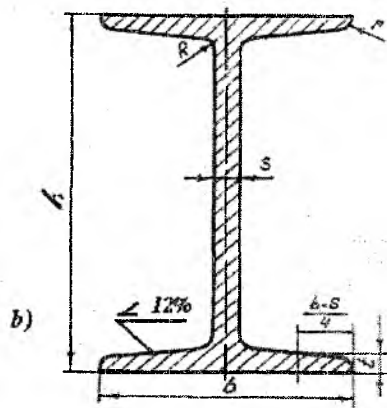


4.5-rasm

Qo'shtavrning ortogonal proyeksiyasi va yaqqol tasviri. 4.6-rasm, *a* va *b* larda keltirilgan bo'lib, uning chizmasi ham xuddi shveller chizmasi kabi amalga oshiriladi. Faqat $b-d/2$ ning o'rniga $b-d/4$ formuladan foydalaniladi.



a)



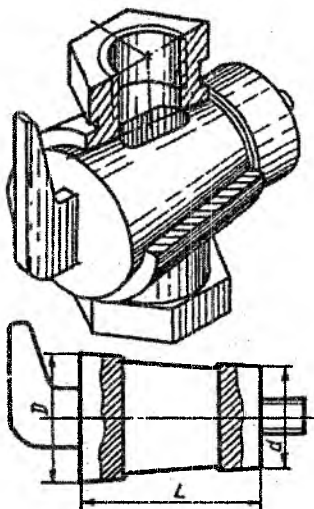
b)

4.6-rasm

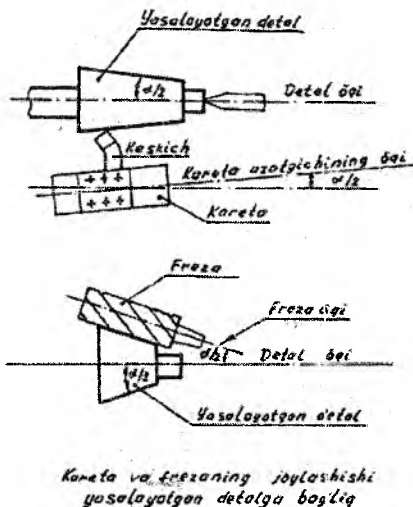
4.2. **Konuslik.** Ayrim detallar tarkibida konus sirtlari (butun yoki kesik holatda) uchraydi. Masalan, gaz jo'mraklarining tiqini (probka), klapanlar, Morze konuslari va hakazolar. Ularning chizmada konuslik darajalari ko'rsatilmasa, bunday detallarni tayyorlash qiyin bo'ladi. 4.7-rasmda gaz jo'mragining yaqqol tasviri

berilgan bo'lib, uning konusli tiqinini ko'rsatish maqsadida jo'mrak tanasining chorak qismi qirqib ko'rsatilgan, 4.8-rasmda konussimon detalning stanokda yasalishi ko'rsatilgan.

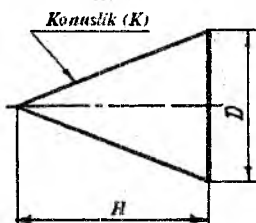
Konuslik ham qiyalik kabi ma'lum bir qonuniyatga bo'ysunadi, ya'ni to'g'ri doiraviy konus asosining D diametrini konus H balandligiga nisbatiga *konuslik* deyiladi. Konuslikni K harfi bilan belgilasak, unda $K=D/H$ bo'ladi (4.9-rasm).



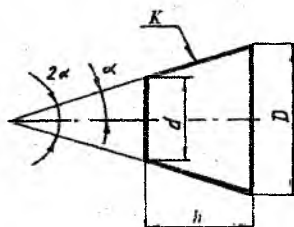
4.7-rasm



4.8-rasm



4.9-rasm



4.10-rasm

Kesik konusda konuslik ikki asos (ikki ko'ndalang kesim) diametrlari ayirmasining bu asoslar orasidagi masofaga bo'lgan nisbatiga teng, ya'ni

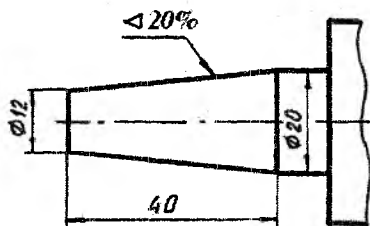
$$K = \frac{D-d}{h} = 2tg\alpha = 2i \quad (4.10\text{-rasm}).$$

Demak, konuslik ikki qiyalikka yoki qiyalik konuslikning yarmiga teng bo'lar ekan: $K=2i$ yoki $i=K/2$. Konuslik qiyalik kabi ikki sonning nisbati ko'rinishida, foizda yoki daraja, minut va sekundlarda ifodalanishi mumkin. Konuslik qiymatini belgilovchi sonlar oldiga «Konuslik» deb yoziladi yoki « \sphericalangle » belgisi qo'yiladi. Bu belgining uchi konusning uchi tomoniga qaragan bo'lishi shart (4.11 va 4.12-rasmlar).

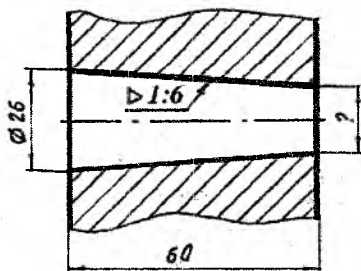
Endi konuslik bajarishni aniq detallar misolida ko'rib chiqaylik.

1-misol. 4.11-rasmda ko'rsatilgan detalning konussimon qismi konusligi K aniqlansin.

Yechish. Buning uchun yuqorida ko'rsatilgan tenglamadan foydalanib, K konuslikni aniqlaymiz. $K = \frac{D-d}{h} = \frac{20-12}{40} = \frac{8}{40} = \frac{1}{5}$ yoki 20% bunda $2\alpha = 11^{\circ}25'16''$ yoki $\alpha = 5^{\circ}62'58''$ bo'ladi.



4.11-rasm



4.12-rasm

2-misol. Konussimon teshikning (4.12-rasm) balandligi $h=60$ mm. Konusligi $K=1/6$, katta asosining diametri $D=26$ mm. Uning kichik asosi diametri d aniqlansin.

Yechish. Kesik konusning konuslik $K = \frac{D-d}{h}$ tenglamasidan foydalanib, ushbu tenglikni keltirib chiqaramiz: $d=D-Kh$. Bundan $d = D - Kh = 26 - \frac{1}{6} \times 60 = 26 - 10 = 16$ kelib chiqadi.

Demak, kichik diametr 16 mm ga teng ekan. Shuningdek, konuslik $K=1/6$ bo'lganda $2\alpha=9^{\circ}31'38''$ yoki $\alpha=4^{\circ}65'69''$ bo'lishini aytib o'tish lozim.

Masinasozlik, masalan, tokarlik va parmalash stanoklari shpindellarining uchi maxsus konus shaklida yasaladi. Bunday konus *morze konusi* deyiladi. Morze konuslarining konusligi quyidagicha qabul qilingan: O-№1:19,212; 1-№1:20,048; 2-№1:20,020; 3-№1:19,922; 4-№1:19,254; 5-№1:19,002; 6-№1:19,180. Bu konusliklar maxsus tayanch vtulkalarni yasashda ham ishlatiladi.

4.3-jadvalda mashinasozlikda qabul qilingan normal konuslik darajalari keltirilgan. Bu yerda ko'rsatilmagan konuslik darajalari alohida buyumlar uchun standart bilan maxsus belgilanadi.

Bu jadvaldan quyidagicha foydalanish mumkin. Masalan, konuslik $K=1:7$ nisbatiga teng bo'lsa konus burchagi $2\alpha=8^{\circ}10'16''$ ga teng bo'ladi. Qiyalik burchagi $\alpha=4^{\circ}5'8''$ ga teng bo'lsa ham konuslik $K=1:7$ nisbatiga teng bo'ladi.

Normal konuslik

4.3-jadval

Konuslik K	Konuslik burchagi 2α	Qiyalik burchagi α	K yoki 2α
1:200	$0^{\circ}17'11''$	$0^{\circ}8'36''$	1:200
1:100	$0^{\circ}34'23''$	$0^{\circ}17'11''$	1:100
1:50	$1^{\circ}8'45''$	$0^{\circ}34'23''$	1:50
1:30	$1^{\circ}54'35''$	$0^{\circ}57'17''$	1:30
1:20	$2^{\circ}51'51''$	$1^{\circ}25'56''$	1:20
1:15	$3^{\circ}49'6''$	$1^{\circ}54'33''$	1:15
1:12	$4^{\circ}46'19''$	$2^{\circ}23'9''$	1:12
1:10	$5^{\circ}43'29''$	$2^{\circ}51'45''$	1:10
1:8	$7^{\circ}9'10''$	$3^{\circ}34'35''$	1:8
1:7	$8^{\circ}10'16''$	$4^{\circ}5'8''$	1:7
1:5	$11^{\circ}25'16''$	$5^{\circ}42'38''$	1:5
1:3	$18^{\circ}55'29''$	$9^{\circ}27'44''$	1:3
1:1,866	30°	15°	30°
1:1,207	45°	$22^{\circ}30'$	45°
1:0,866	60°	30°	60°
1:0,652	75°	$37^{\circ}30'$	75°
1:0,500	90°	45°	90°
1:0,289	120°	60°	120°

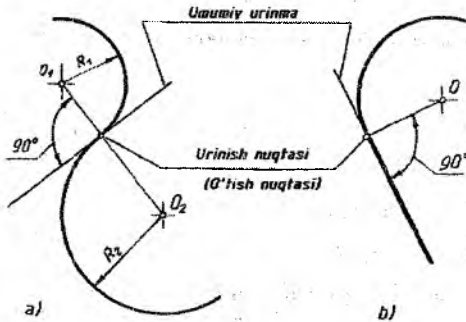
Nazorat savollari

1. Qiyalikni berilish usullari, amaliy ahamiyati to'g'risida ma'lumot bering.
2. 16 % li qiyalikni bajaring.
3. Konuslik deb nimaga aytiladi?
4. Kesik konusda konuslik nimaga teng bo'ladi?
5. Qiyalik va konuslikning o'zaro o'xshash va farqli tomonlarini ayting.

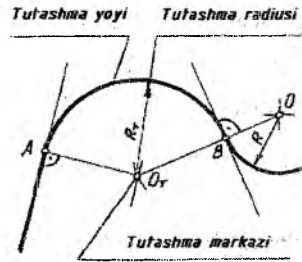
5-§. Tutashmalar

5.1. Tutashmalar haqida umumiy ma'lumotlar.

Ko'plab buyumlar chizmasida ularning kontur chiziqlaridagi to'g'ri chiziq va aylana yoylari o'zaro bir-biriga silliq, ravon o'tganini ko'ramiz. Bunday ravon o'tishga misol qilib, har xil ko'rinishdagi badiiy buyumlar, idishlar, ornamentlar, mashina detallari, pribor va apparatlarni keltirish mumkin.



5.1-rasm



5.2-rasm

Bir chiziqning ikkinchi chiziqqa ravon o'tishiga *chiziqning urinishi*, urinishni hosil qiluvchi nuqta esa *o'tish nuqtasi* deyiladi.

5.1-rasm, a dagi R_1 va R_2 radiusli aylanalar ularning O_1 va O_2 markazlarini tutashiruvchi chiziqda yotgan umumiy A urinish nuqtasiga ega. 5.1-rasm, b dagi O markazdan R radiusda chizilgan aylana to'g'ri chiziq bilan umumiy B urinish nuqtasiga ega. Demak, har qanday urinish nuqtasidan umumiy urinma chizig'ini o'tkazish mumkin bo'ladi. Bu urinma chiziq aylananing urinish nuqtasi orqali o'tgan radiusiga perpendikular bo'ladi.

Bir chiziqni ikkinchi chiziqqa uchinchi chiziq, ya'ni oraliq chiziq yordamida tekis va ravon o'tishiga *tutashma* deyiladi.

5.2- rasmdagi R_1 radiusdagi AB oraliq chiziq (aylana yoyi) to'g'ri chiziq bilan R radiusli aylanani ravon tutashuvini ta'minlaydi. Bu yerda AB oraliq chiziq – *tutashma yoyi*, R_1 – *tutashma radiusi*, A va B – *o'tish(urinish) nuqtalari*, O_1 – *tutashma markazi* deyiladi va ular umumiy qilib *tutashma elementlari* deb ataladi.

Tutashmani yasash uchun uning R , radiusi berilmagan bo'lsa, u holda uni yasash vaqtida aniqlashga to'g'ri keladi.

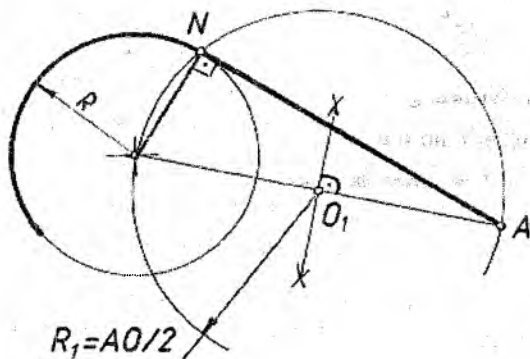
Tutashmalarni shartli ravishda quyidagi turlarga ajratish mumkin.

1. Ikki aylanalni to'g'ri chiziq orqali tutashuvi.
2. Ikki to'g'ri chiziqni aylana yoyi orqali tutashuvi.
3. Aylana va to'g'ri chiziqni ikkinchi aylana yoyi orqali tutashuvi.
4. Ikki aylananani uchinchi aylana yoyi orqali tutashuvi.

Tutashmalar to'g'ri chiziqni aylanaga va ikki aylananani o'zaro urinish nuqtalarini aniqlashga asoslangan. Endi mashinasozlik chizmalarida ko'p uchraydigan tutashmalardan bir necha misollar keltiramiz.

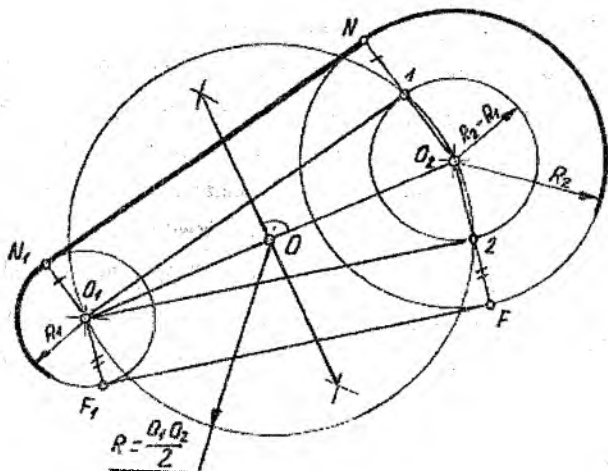
5.2. Aylanalarga urinma to'g'ri chiziqlar o'tkazish.

1. Aylanaga unda yotmagan A nuqta orqali urinma o'tkazish (5.3-rasm). Buning uchun A nuqta aylana markazi O nuqta bilan tutashtiriladi va OA kesma teng ($OO_1=O_1A$) ikkiga bo'linib, O_1 nuqta aniqlanadi. O_1 nuqtadan $R(R=O_1O=O_1A)$ radiusda aylana chizilganda, u berilgan aylananani N nuqtada kesadi. N va A nuqtalar tutashtirilsa, aylanaga urinib o'tuvchi AN to'g'ri chiziq hosil bo'ladi. N nuqta aylana markazi O nuqta bilan tutashtirilsa NA ga perpendikular chiziq hosil bo'ladi ($NA \perp ON$). Demak, aylanaga ixtiyoriy yo'nalishda urinib o'tuvchi chiziqni hosil qilish uchun dastlab, aylana radiusini chizib keyin unga perpendikular o'tkazsak kifoya ekan.



5.3-rasm

2. Radiuslari R_1 va R_2 hamda markazlari O_1 va O_2 bo'lgan aylanalarga bir tomondan urinuvchi umumiy urinma to'g'ri chiziq o'tkazish (5.4-rasm). Buning uchun O_1 va O_2 markazlar tutashtirilib, bu masofa teng ikkiga $\left(\frac{O_1O_2}{2}\right)$ bo'linadi va O nuqta aniqlanadi. O nuqtadan aylana markazlari orqali o'tuvchi $R(R=OO_1=OO_2)$ radiusli aylana chiziladi. Keyin katta aylana R_2 radiusidan kichik aylana R_1 radiusini ayiriladi ($R_2-R_1=R_3$). Katta aylana O_2 markazidan R_3 radiusda yordamchi aylana chiziladi. U R radiusli aylanani 1 va 2 nuqtalarda kesadi. O_1 markaz 1 va 2 nuqtalar bilan tutashtirilsa, yordamchi aylanaga urinib o'tadigan $O_1,1$ va $O_1,2$ to'g'ri chiziqlar hosil bo'ladi.

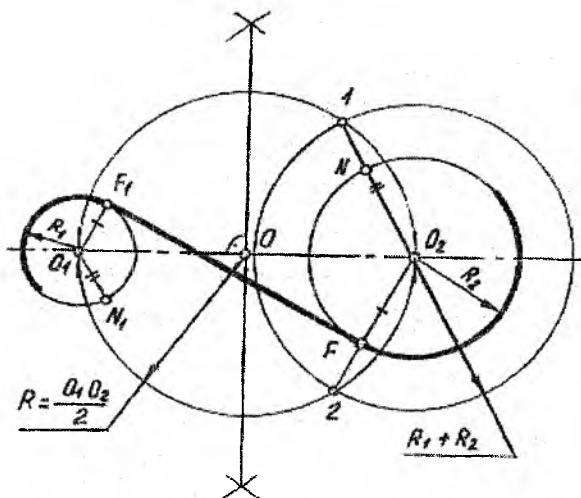


5.4-rasm

Berilgan aylanalarga urinib o'tadigan urinma chiziqni ushbu $O_1,1$ va $O_1,2$ chiziq'larga parallel qilib o'tkazsa ham bo'ladi. Ammo to'g'ri chiziqni aylanalarga urinadigan nuqtalarni aniq belgilash uchun O_2 markaz 1 va 2 nuqtalar bilan tutashtirilib, katta aylanani N va F nuqtalarda kesguncha davom ettiriladi. O_1 markazdan O_2N va O_2F chiziq'larga parallel to'g'ri chiziqlar o'tkazib, kichik aylanada N_1 va F_2 nuqtalar aniqlanadi. N bilan N_1 , F bilan F_1 nuqtalar tutashtirilsa, ikkala aylanaga bir tomoni bilan urinuvchi NN_1 va FF_1 to'g'ri chiziqlar o'tkazilgan bo'ladi.

3. Radiuslari R_1 va R_2 hamda markazlari O_1 va O_2 bo'lgan aylanalarga umumiy urinma o'tkazish (5.5-rasm). Bunda tutashma (to'g'ri chiziq) birinchi aylanaga bir tomoni bilan, ikkinchi aylanaga esa ikkinchi tomoni bilan urinsin.

Bu misolda ham 5.4-rasmdagi kabi O_1 va O_2 markazlar tutashtirilib, uni teng ikkiga bo'luvchi O nuqtadan $R=OO_1$ radiusda yordamchi aylana chiziladi. O_2 markazdan $R_2 + R_1$ radiusda aylana chizib, uning O markazdan chizilgan aylana bilan kesishgan 1 va 2 nuqtalarni aniqlanadi. 1 va 2 nuqta O_2 nuqta bilan tutashtirilsa, bu to'g'ri chiziqlar R_2 radiusli aylanani N va F nuqtalarda kesib o'tadi. O_1 markazdan $1O_1$ va $2O_1$ to'g'ri chiziq'larga parallel chiziqlar o'tkazilib, R_1 radiusli aylanada N_1 va F_1 nuqtalar aniqlanadi. Aniqlangan N va N_1 , F va F_1 tutashish nuqtalari mos ravishda tutashtirilsa, izlanayotgan urinma to'g'ri chiziq'larga ega bo'linadi, ya'ni masala yechimiga erishiladi.

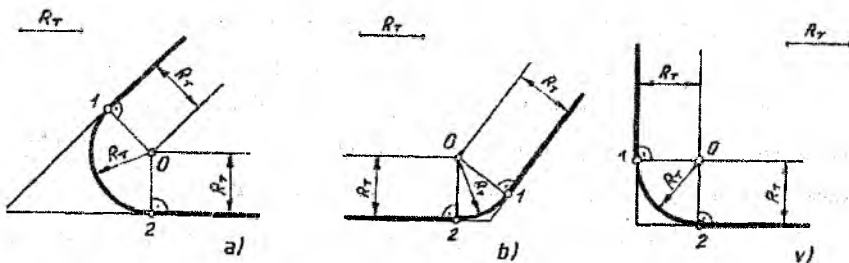


5.5-rasm

5.3. Ikki to'g'ri chiziqni aylana yoyi orqali tutashtirish.

Ikki kesishuvchi to'g'ri chiziqni aylana yoyi orqali tutashtirish. Ikki kesishuvchi to'g'ri chiziqni berilgan tutashma radiusi R , orqali tutashtirish (5.6-rasm, a , b va v). Ikki to'g'ri chiziq o'zaro kesishib, o'tkir, o'tmas yoki to'g'ri burchak hosil qiladi. Bu burchaklarni aylana yoyi bilan yumaloqlash uchun dastlab, berilgan

to'g'ri chiziqlardan tutashma radiusi R_T ga teng bo'lgan masofa uzoqlikda ularga parallel to'g'ri chiziqlar o'tkaziladi.

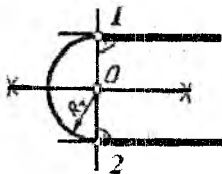


5.6-rasm

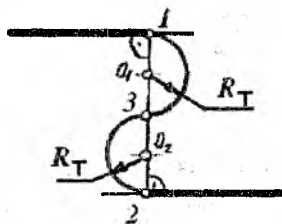
Bu chiziqlar o'zaro kesishib O tutashma markazini beradi. Tutashma markazi O nuqtadan berilgan chiziq'larga perpendikular o'tkazilib, 1 va 2 tutashish nuqtalari aniqlanadi. So'ngra O markazdan R_T radiusda 1 va 2 nuqtalar tutashtiriladi. 5.6-rasmdagi a , b va v larda o'tkir, o'tmas va to'g'ri burchaklarni R_T radiusda yumoloqlash – tutashtirish ko'rsatilgan.

O'zaro parallel to'g'ri chiziqlar tutashmasi.

1. O'zaro parallel to'g'ri chiziqlarning birida tutashish 1 nuqtasini berilgan holatiga oid tutashma bajarish (5.7-rasm). Bunda tutashish 2 nuqtasini topish uchun 1 nuqtadan parallel chiziq'larga perpendikular to'g'ri chiziq o'tkaziladi va nuqta 2 aniqlanadi. 12 kesma teng ikkiga bo'linib, tutashma markazi O nuqta aniqlanadi. O markazdan R_T ($R_T=O1=O2$) radiusda chizilgan yoy ikki parallel to'g'ri chiziqni tutashtiradi.



5.7-rasm

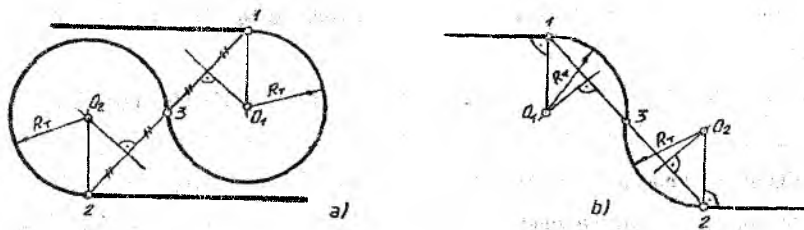


5.8-rasm

2. O'zaro parallel to'g'ri chiziq'larni tutashish nuqtalari ularga o'tkazilgan bitta perpendikularlarda yotgan holati tutashmasini bajarish (5.8-rasm). Bunda tutashma

radiuslari R , bir xil o'lchamga ega bo'lib, u parallel chiziqlar orasidagi qisqa masofaning $\frac{1}{4}$ qismiga teng. 12 masofa teng ikkiga bo'linadi va urinish nuqtasi 3 aniqlanadi. Tutashma markazlari O_1 va O_2 lar 13 hamda 32 kesmalarni teng ikkiga bo'lish orqali aniqlanadi. Aniqlangan O_1, O_2 markazlardan R , ($R_1=O_1, 1=O_1, 3=O_2, 3=O_2, 2$) radiusda aylana (tutashma) yoylari chiziladi va talab qilingan tutashma bajariladi.

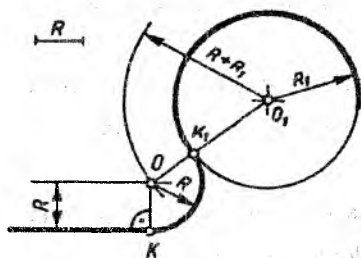
3. O'zaro parallel to'g'ri chiziqlarni tutashish nuqtalari ularga o'tkazilgan turli perpendikularda yotgan holati tutashmasini bajarish (5.9-rasm, a va b). Bunda 1 va 2 tutashish nuqtalari berilgan bo'ladi. Agar tutashma radiuslari bir xil R , masofaga teng bo'lsa, u holda 3 tutashish nuqtasi 12 kesmani teng ikkiga bo'lish orqali topiladi. Tutashma markazlarini aniqlash uchun 1 va 2 nuqtalardan berilgan chiziq'larga perpendikular chiqariladi. Bu chiziqlar 13 va 32 kesmalarning o'rta perpendikularlari bilan kesishib, tutashma markazlari O_1 va O_2 larni beradi. O_1 va O_2 nuqtalar orqali R , ($R_1=O_1, 1=O_1, 3=O_2, 3=O_2, 2$) radiusda aylana (tutashma) yoylari chiziladi va tutashma bajariladi.



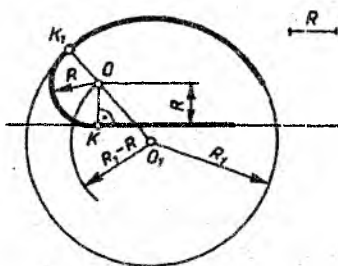
5.9-rasm

Agar parallel to'g'ri chiziqlarni tutashtiruvchi yoylarining radiuslari turlicha bo'lsa, u holda tutashma yoylarining urinish nuqtasi 3 yoki tutashma radiuslaridan birining o'lchami berilgan bo'lishi kerak.

5.10-rasmda ikki parallel to'g'ri chiziqni 12 kesmadagi 1, 2 va 3 tutashish nuqtalari orqali tutashtirish ko'rsatilgan. O_1 va O_2 tutashma markazlarini aniqlash uchun 13 va 32 kesmalarning o'rta perpendikularlari o'tkaziladi, shuningdek, 1 va 2 nuqtalardan berilgan to'g'ri chiziq'larga perpendikular chiziqlar chiqariladi. Bu

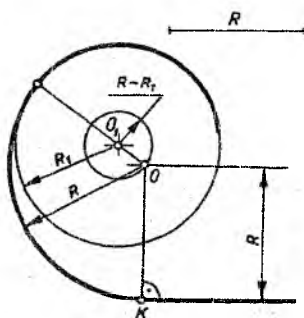


5.11-rasm



5.12-rasm

Bu yerda O tutashma markazini aniqlash uchun O_1 aylana markazidan $R_1 - R$ radiusda yordamchi aylana yoyi chiziladi, shuningdek, to'g'ri chiziqdan R , masofa uzoqlikda unga parallel chiziq o'tkaziladi. Bu chiziq yordamchi aylana yoyi bilan kesishib O tutashma markazini beradi. O_1 va O nuqtalar tutashtiriladi va u berilgan aylanani kesguncha davom ettiriladi hamda urinish nuqtasi 1 aniqlanadi. O nuqtadan to'g'ri chiziqqa perpendikular tushirib urinish nuqtasi 2 aniqlanadi. O markazdan R radiusda tutashma yoyi chiziladi va u aylanaga 1, to'g'ri chiziqqa 2 nuqtalarda urinadi.



5.13-rasm

5.13-rasmda aylana va undan tashqarida olingan to'g'ri chiziqni ichki tutashtirish ko'rsatilgan. Bunda ham tutashma 5.12-rasm, b dagidek bajariladi. Farqi shundaki, yordamichi aylana radiusi tutashma radiusi R dan berilgan aylana R_1 radiusini ayirish orqali aniqlanadi, $R - R_1$ ga teng bo'ladi.

5.5. Ikki aylanani tutashma yoyi orqali tutashtirish.

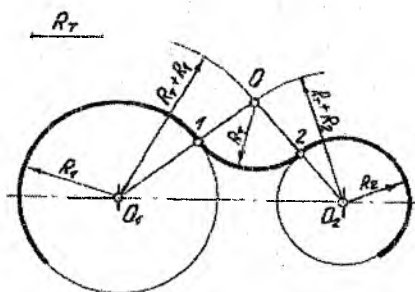
Ikki aylanani tutashtirishning uch xil ko'rinishi mavjud.

1. Tashqi tutashmada tutashma yoyi berilgan ikkala aylanaga ham tashqi urinadi.

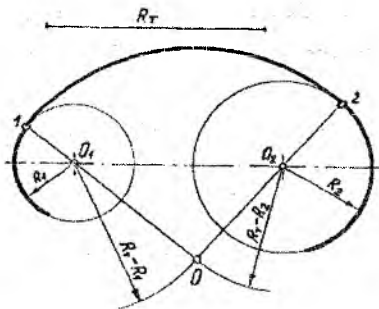
2. Ichki tutashmada tutashma yoyi berilgan ikkala aylanaga ham ichki urinadi.

3. Aralash tutashmada tutashma yoyi berilgan aylanalarning biriga tashqi, ikkinchisiga esa ichki urinadi.

Tashqi tutashma. Dastlab tutashma markazi O aniqlanadi. Buning uchun O_1 markazdan $R_t + R_1$, O_2 markazdan $R_t + R_2$ radiuslarda yordamchi aylana yoylari chiziladi (5.14-rasm). Bu yoylar o'zaro kesishib, tutashma markazi O nuqtani beradi. OO_1 va OO_2 to'g'ri chiziqlar berilgan aylanalarni kesib, tutashish nuqtalari 1 va 2 larni aniqlaydi. So'ngra O markazdan R_t radiusda tutashma yoyi chiziladi va u birinchi aylanaga 1, ikkinchi aylanaga 2 nuqtalarda urinadi.



5.14-rasm



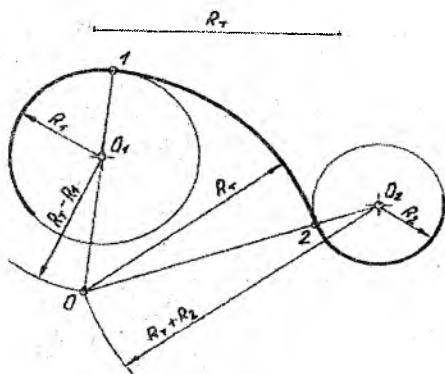
5.15-rasm

Ichki tutashma. O tutashma markazini aniqlash uchun R_t tutashma radiusidan berilgan aylanalarning R_1 va R_2 radiuslari ayiriladi (5.15-rasm). O_1 markazdan $R_t - R_1$ radiusda, O_2 markazdan $R_t - R_2$ radiusda yordamchi yoylar chiziladi. Bu yoylar o'zaro kesishib, O tutashma markazini beradi. Keyin O nuqta O_1 va O_2 markazlar tutashtiriladi. Hosil bo'lgan OO_1 va OO_2 chiziqlar davom ettirilib, ularning aylanalari bilan kesishgan 1 va 2 nuqtalari, ya'ni tutashish nuqtalari aniqlanadi. So'ngra O markazdan ($R_t = O1 = O2$) radiusda tutashma yoyi chiziladi.

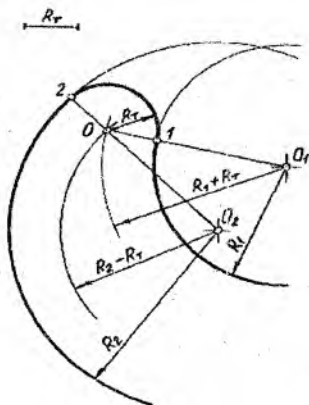
Aralash tutashma. Bunda R_t radiusli tutashma yoyi R_1 radiusli aylanaga ichki, R_2 radiusli aylanaga tashqi urinishi talab etilsin (5.16-rasm). Buning uchun O_1 markazdan $R_t - R_1$, O_2 markazdan $R_t + R_2$ radiusda yordamchi yoylar chiziladi. Bu

yoylar o'zaro kesishib, O tutashma markazini beradi. O nuqta O_1 va O_2 nuqtalar bilan tutashtirilib, 1 va 2 tutashish nuqtalari aniqlanadi. Keyin O nuqtadan R_t radiusda tutashma yoyi chiziladi va u birinchi aylanaga ichki 1, ikkinchi aylanaga tashqi 2 nuqtalarda urinadi.

5.17-rasmda ham aralash tutashma tasvirlangan. Unda R_t radiusli tutashma yoyi birinchi aylanaga 1 nuqtada tashqi, ikkinchi aylanaga esa 2 nuqtada ichki urinadi. Tutashmani yasalishi huddi 5.16-rasmdagidek bajariladi.



5.16-rasm



5.17-rasm

5.6. Tutashma bajarishning ba'zi nazariy qoidalari.

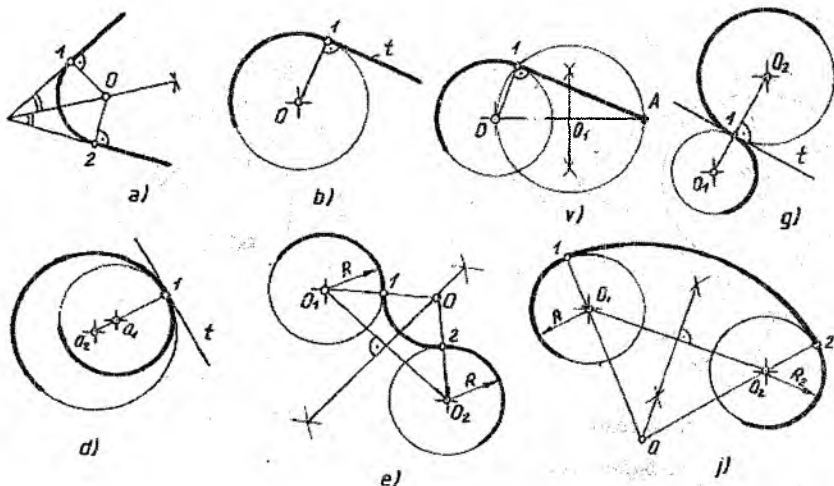
Geometrik chizmachilikka oid darslarda talabalarga asosan tutashma radiusi va markazi berilgan holatdagi masalalar o'rgatiladi. Lekin, tutashma elementlari hisoblanmish tutashma radiusi va tutashma markazi har doim ham berilavermaydi. Bunday holatlarda tutashma elementlarini aniqlash uchun qo'shimcha geometrik yasashlarni tatbiq etishga to'g'ri keladi. Qo'shimcha geometrik yasashlarning eng maqbulini qo'llay olish uchun esa tutashma yasashning nazariy qoidalarini bilish talab etiladi. Quyida tutashma yasashning nazariy qoidalari bayon etilgan.

1. Ikki kesishuvchi to'g'ri chiziqni tutashtiruvchi yoyning O markazi bu chiziqlar hosil qilgan burchakning bissektrisasida yotadi (5.18-rasm, a).

2. Aylanaga urinma bo'lgan t to'g'ri chiziq – ushbu urinish nuqtasi orqali o'tgan aylana radiusi, ya'ni normaliga perpendikular bo'ladi (5.18-rasm, b).

Aylaniadan tashqarida olingan A nuqta orqali unga o'tkazilgan LA urinma l nuqtadagi normal bilan to'g'ri burchak hosil qiladi (aylana yoyiga tiraigan burchak), ya'ni $\angle O_1A = 90^\circ$ (5.18-rasm, v).

3. Ikkita aylananing urinish nuqtasi l ularning O_1 va O_2 markazlarini tutashtiruvchi to'g'ri chiziqda yotadi va shu nuqtada ikki aylana yagona urinma t chiziqqa ega bo'ladi. Agar aylananing markazlari O_1 va O_2 nuqtalar t urinmaning turii tomonida yotsa tashqi, bir tomonida yotsa ichki urinma bo'ladi (5.18-rasm, g va d).



5.18-rasm

4. Ikkita bir xil radiusli aynalarni tutashtiruvchi yoyning O markazi aynalarning O_1 va O_2 markazlarini tutashtiruvchi kesmaning o'rta perpendikularida yotadi. Ikki aylananing tutashmasi tashqi (5.18-rasm, e) va ichki (5.18-rasm, j) bo'lishi mumkin.

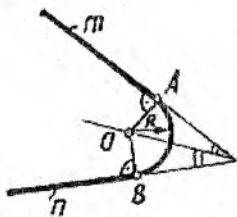
5.7. Tutashma bajarishning ba'zi nazariy qoidalari asosida masalalar yechish.

Yuqorida qayd qilingan nazariy qoidalarni ba'zi tutashma yasashga oid misollardagi amaliy ahamiyatini ko'rib chiqaylik. Bu misollarning barchasida tutashma radiusi R va tutashma markazi O berilmaydi. Ularning o'rniga tutashma elementlaridan biri – tutashish (urinish) nuqtasi beriladi. Vazifa sifatida O tutashma

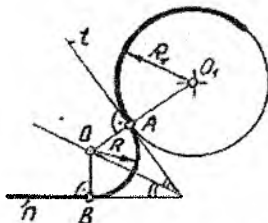
markazi va R tutashma radiuslarini aniqlash hamda tutashma bajarish talab qilinadi. Bu holatlarni quyidagi misollarda ko'rib chiqamiz.

1-misol. Kesishuvchi m va n to'g'ri chiziqlarning birida tutashish nuqtasi A berilgan. Bunda tutashma markazi O va radiusi R aniqlansin hamda tutashma bajarilsin (5.19-rasm).

Yechish. Bu masala birinchi nazariy qoidaga asoslangan holda bajariladi (5.18-rasm, a). Berilgan m va n to'g'ri chiziqlar hosil qilgan burchak bissektrisasi o'tkaziladi va A nuqtadan m chiziqqa perpendikular tushiriladi. O'tkazilgan perpendikular va burchak bissektrisasi o'zaro kesishib, O tutashma markazini aniqlaydi. O nuqtadan n to'g'ri chiziqqa perpendikular tushirib, undagi B tutashish nuqtasi aniqlanadi. So'ngra $R(R=OA=OB)$ radiusda tutashma yoyi chiziladi. To'g'ri chiziqlarning o'zaro qanday burchak ostida kesishishidan qat'iy nazar, ularning tutashmalari yuqoridagi algoritmgaga asosan bajariladi.



5.19-rasm



5.20-rasm

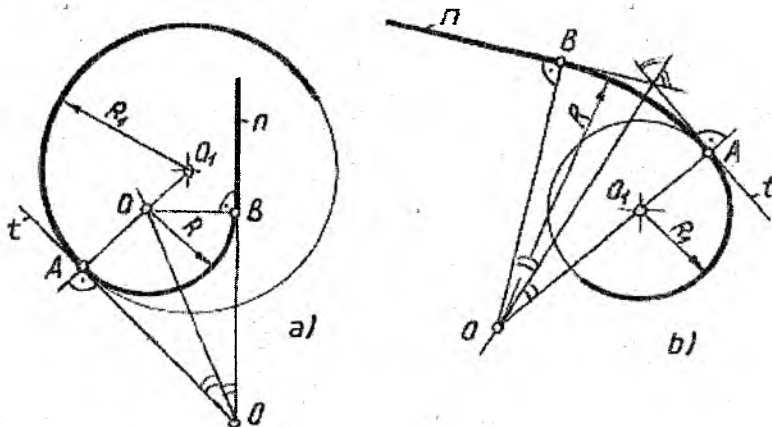
Endi oddiy geometrik figuralardan to'g'ri chiziq va aylananing o'zaro tutashuvini ko'rib chiqamiz. Ma'lumki, to'g'ri chiziq bilan aylana o'zaro 3 xil vaziyatda bo'lishi mumkin, ya'ni o'zaro kesishmovchi (umumiy nuqtaga ega emas), o'zaro urinuvchi (yagona umumiy nuqtaga ega) va o'zaro kesishuvchi (ikkita umumiy nuqtaga ega).

2-misol. Berilgan n to'g'ri chiziq R_1 radiusli aylana bilan undagi A tutashish nuqtasi orqali tutashtirilsin va tutashma yoyi aylanaga tashqi urinsin (5.20-rasm).

Yechish. Bu masalani yechishda ikkinchi va uchinchi nazariy qoida (5.18-rasm, b, v, g, d) lardan foydalaniladi. A nuqta aylana markazi O_1 bilan tutashtiriladi va bu chiziqqa A nuqtadan perpendikular t to'g'ri chiziq, ya'ni aylanaga urinma

o'tkaziladi. t va n to'g'ri chiziqlar orasidagi burchak bissektrisasi O_1A normalning davomi bilan kesishib, O tutashma markazini beradi. O nuqtadan n to'g'ri chiziqqa perpendikular tushirib, unda ikkinchi B tutashish nuqtasi aniqlanadi. O markazdan $R(R=OA=OB)$ radiusda tutashma yoyi chiziladi.

Tutashma yoyi aylanaga ichki tomondan uringan holatda bo'lishi talab etilganda ham xuddi shu algoritmdan foydalaniladi. 5.21-rasm a va b larda to'g'ri chiziq bilan aylana tutashmasini bajarish ko'rsatilgan bo'lib, unda tutashma yoyi aylanaga ichki tomoni bilan uringan. Tutashmaning yasalishi 5.20-rasmdagidek amalga oshiriladi.

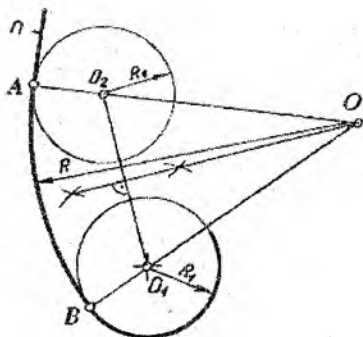


5.21-rasm

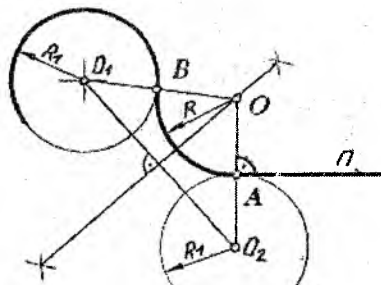
3-misol. R_1 radiusli aylana n to'g'ri chiziq bilan undagi A tutashish nuqtasi yordamida tutashtirilsin. Tutashma yoyi aylanaga ichki urinsin (5.22-rasm).

Tutashma markazi va radiusini aniqlash uchun uchinchi va to'rtinchi nazariy qoida (5.18-rasm, g, d, e, j)lardan foydalaniladi. Ya'ni, A nuqtadan n chiziqqa perpendikular o'tkazilib, unga A nuqtadan boshlab R_1 masofa o'lchab qo'yilladi va O_2 nuqta aniqlanadi. O_1 va O_2 nuqtalar o'zaro tutashtiriladi. O_1O_2 kesmaning o'rtasidan unga perpendikular o'tkaziladi va uning AO_2 normal bilan kesishgan nuqtasi O (tutashma markazi) aniqlanadi. O nuqtani O_1 bilan tutashtirib, aylanadagi

ikkinchi tutashish B nuqtasi topiladi. So'ngra $R(R=OA=OB)$ radiusda tutashma yoyi chiziladi.



5.22-rasm



5.23-rasm

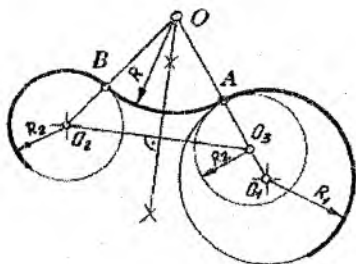
4-misol. R_1 radiusli aylana n to'g'ri chiziq bilan to'g'ri chiziqda berilgan A tutashish nuqtasi orqali tutashtirilsin. Tutashma markazi O va radiusi R aniqlansin. Tutashma yoyi aylanaga tashqi urinsin (5.23-rasm).

Tutashma markazini aniqlash uchun uchinchi (5.18-rasm, g va d) nazariy qoidadan foydalaniladi. Ya'ni A nuqtadan n chiziqqa perpendikular o'tkaziladi va bu perpendikularga A nuqtadan boshlab R_1 masofa o'lchab qo'yilib, O_2 markaz aniqlanadi. O_1 va O_2 nuqtalar tutashtiriladi va O_1O_2 kesmaning o'rta perpendikulari o'tkaziladi. O_1O_2 va n to'g'ri chiziqqlarga nisbatan perpendikularlar qilib o'tkazilgan chiziqlar o'zaro kesishib, O tutashma markazini beradi. O va O_1 nuqtalarni tutashtirish natijasida aylananing tutashma yoyi bilan urinish nuqtasi B aniqlanadi. So'ngra $R(R=OA=OB)$ radiusda tutashma yoyi chiziladi.

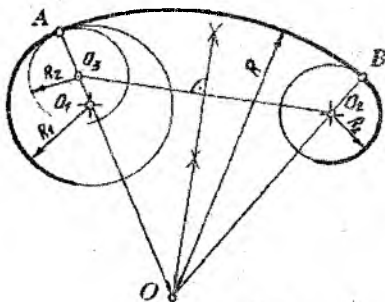
5-misol. Radiuslari R_1 va R_2 , markazlari mos ravishda O_1 va O_2 bo'lgan aylanalarning birida berilgan A tutashish nuqtasi orqali tutashtirilsin (5.24-rasm). Tutashma yoyi aylanalarga tashqi urinsin.

Bu masalaning yechilishi to'rtinchi nazariy qoidaga asoslanadi. Berilgan A va O_1 nuqtalar tutashtirilib, unga A nuqtadan boshlab R_2 masofa o'lchab qo'yiladi va O_3 nuqta aniqlanadi. O_2 va O_3 nuqtalar tutashtirilib, O_2O_3 kesmaning o'rta perpendikulari o'tkaziladi. Bu perpendikular bilan AO_1 chiziqning davomi o'zaro kesishib, O tutashma markazini aniqlaydi. Topilgan tutashma markazi O nuqta bilan

O_2 nuqta tutashtirilib, R_2 radiusli aylana ikkinchi tutashish B nuqtasi aniqlanadi. O markazdan $R(R=OA=OB)$ radiusda tutashma chiziladi.



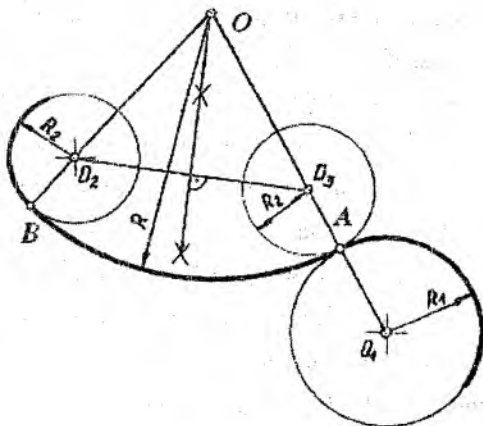
5.24-rasm



5.25-rasm

Tutashma yoyi ikkala aylanaga ichki uringan holatda ham yuqoridagi algoritmdan foydalaniladi (5.25-rasm).

6-misol. Radiuslari R_1 va R_2 , markazlari O_1 va O_2 bo'lgan aylanalarning tutashmasi ularning birida berilgan A tutashish nuqtasi yordamida bajarilsin. Tutashma yoyi R_1 radiusli aylanaga tashqi, R_2 radiusli aylanaga ichki urinsin (5.26-rasm).



5.26-rasm

Ushbu masala ham to'rtinchi qoidaga asosan bajariladi. Unda tashqi va ichki tutashmalarning xususiyatidan foydalaniladi. O_1 va A nuqtalar tutashtirilib, A nuqtadan boshlab uning davomiga R_2 radiusga teng masofa o'lchab qo'yiladi hamda

O_3 nuqta aniqlanadi. O_2O_3 kesmaning o'rtasidan unga o'tkazilgan perpendikular O_1A chiziqning davomi bilan O nuqtada kesishadi. Tutashma markazi O va O_2 nuqtalarni tutashtiruvchi chiziqning davomi R radiusli aylanani kesib, ikkinchi B tutashish nuqtasini beradi. O nuqtadan turib $R(R=OA=OB)$ radiusda tutashma yoyi chiziladi hamda u A va B nuqtalar orqali o'tadi.

5.8. Tutashma bajarishga oid qiziqarli masalalar.

Yuqorida aytib o'tilgan tutashmaning nazariy qoidalari va oltita misoldan foydalanib, ko'plab qiziqarli masalalarni tuzish va yechish mumkin. 5.27-rasmda bir necha masalalar ko'rsatilgan. Unda har bir masalaning berilishi va yechilishi alohida chizib ko'rsatilgan. Masalalar yechimining matni bayon etilmagan bo'lsada, ularni qanday yechilishi berilgan chizmalardan tushunarlidir. 5.27-rasmda ko'rsatilgan masalalarning shartlari quyida keltirilgan.

1. O'zaro kesishuvchi m , n , f to'g'ri chiziqlarning ikkitasini (m , n) tutashtiruvchi yoy uchinchisi (f) ga urinma bo'lsin.

2. O'tmas burchak hosil qilgan m va n to'g'ri chiziqlar tutashmasi ularning birida berilgan A tutashish nuqtasi orqali bajarilsin.

3. Kesishuvchi m va n to'g'ri chiziqlar R_1 va R_2 tutashma radiuslari orqali tutashtirilsin. A tutashish nuqtasi berilgan.

4. O'zaro parallel m va n to'g'ri chiziqlar R_1 va R_2 tutashma radiuslari yordamida tutashtirilsin. A tutashish nuqtasi berilgan.

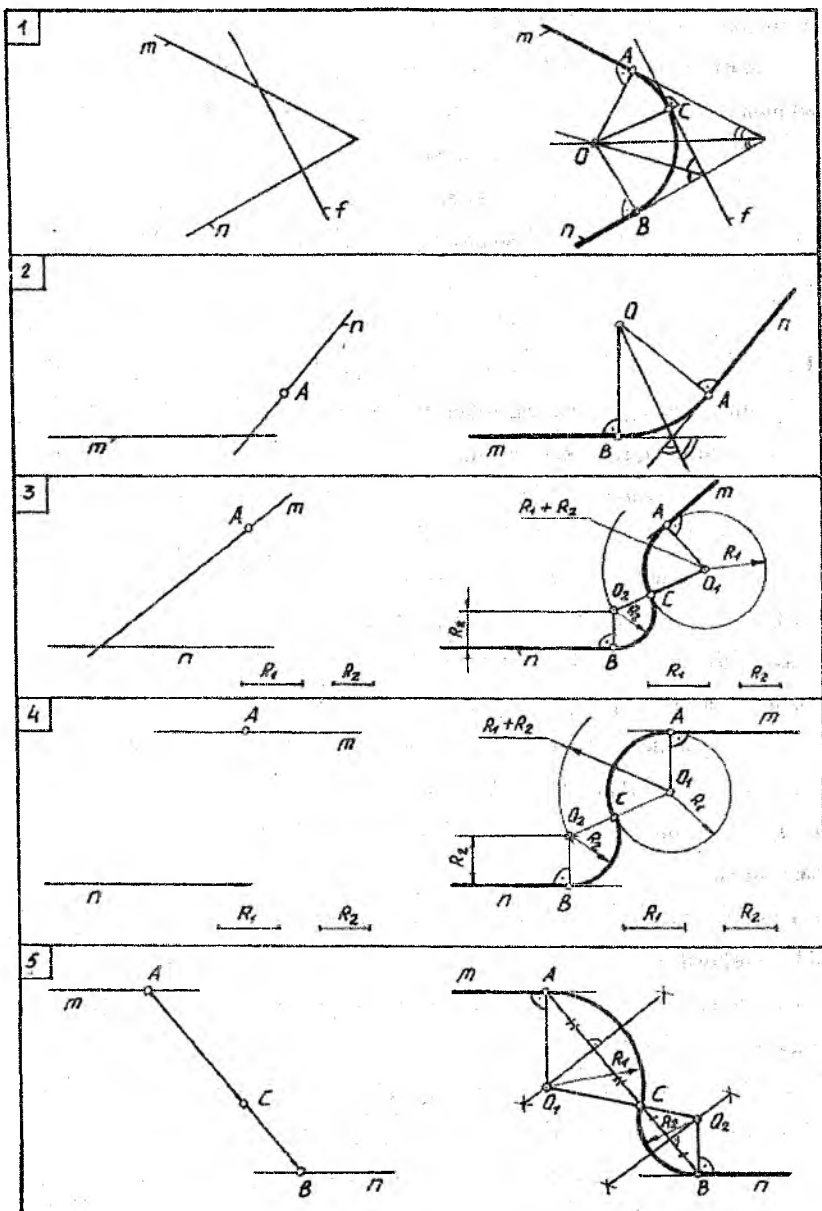
5. A , B , C tutashish nuqtalari berilgan m va n parallel to'g'ri chiziqlar tutashmasi bajarilsin.

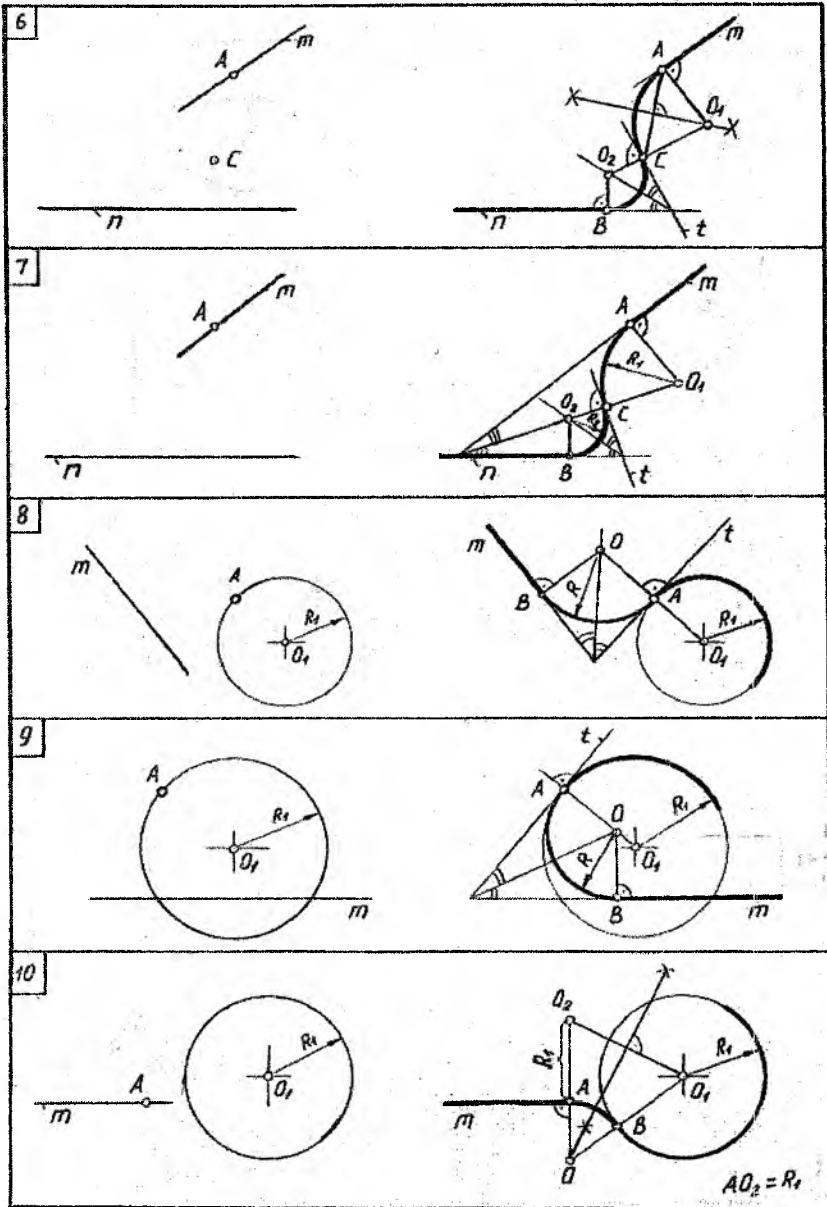
6. Kesishuvchi m va n to'g'ri chiziqlar berilgan A va C tutashish nuqtalari yordamida tutashtirilsin.

7. Kesishuvchi m va n to'g'ri chiziqlar berilgan A tutashish nuqtasi yordamida tutashtirilsin (1-misoldagi kabi).

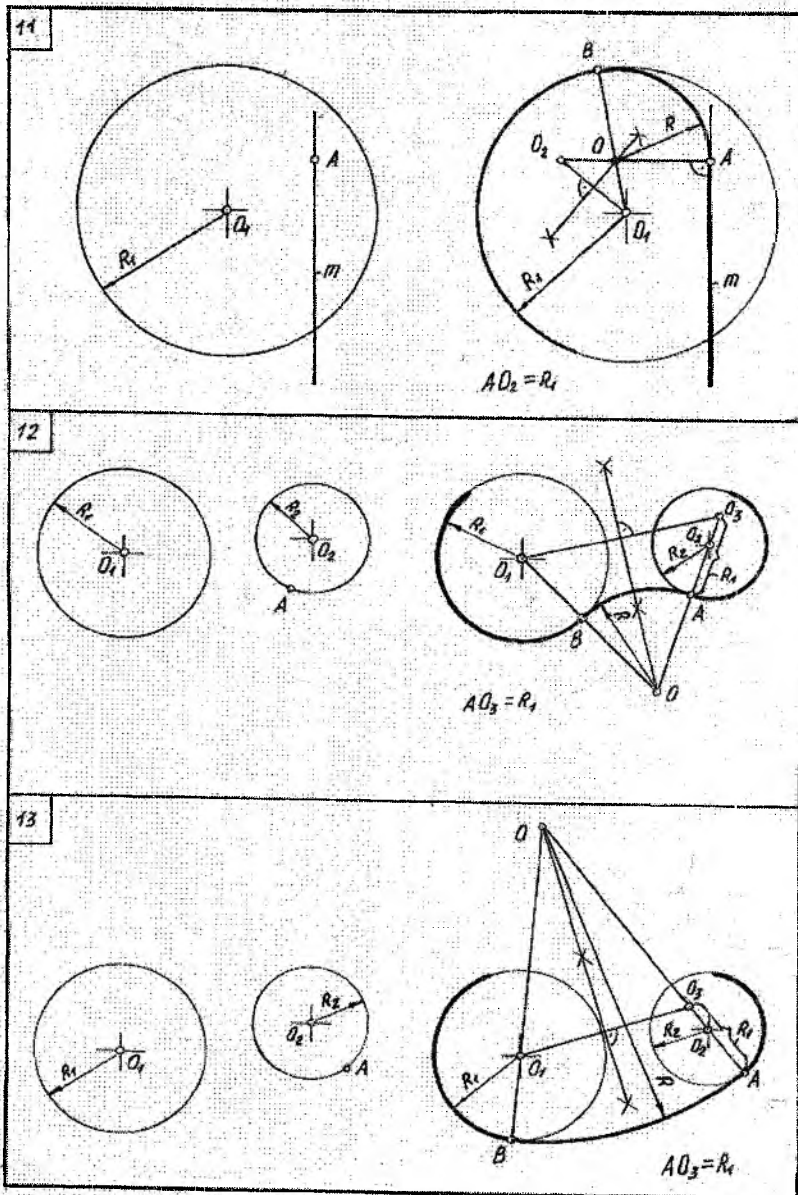
8. m to'g'ri chiziq R_1 radiusli aylanada berilgan A tutashish nuqtasi orqali tutashtirilsin (tashqi tutashma bajarilsin).

9. m to'g'ri chiziq R_1 radiusli aylanada berilgan A tutashish nuqtasi orqali tutashtirilsin (ichki tutashma bajarilsin).





5.27-rasm



5.27-rasm

10. R_1 radiusli aylana m to'g'ri chiziqda berilgan A tutashish nuqtasi orqali tutashtirilsin (tashqi tutashma bajarilsin).

11. R_1 radiusli aylana m to'g'ri chiziqda berilgan A tutashish nuqtasi orqali tutashtirilsin (ichki tutashma bajarilsin).

12. R_2 va R_1 radiusli aylanalar ularning birida berilgan A tutashish nuqtasi yordamida tashqi tutashtirilsin.

13. R_2 va R_1 radiusli aylanalar ularning birida berilgan A tutashish nuqtasi yordamida ichki tutashtirilsin.

Nazorat savolari

1. Qanday tutashma elementlari mavjud?
2. Tashqi, ichki va aralash tutashmalarni tushuntirib bering.
3. Tutashmalar bajarishning amaliy ahamiyatini misollar orqali yoritib bering.
4. Tutashmalar bajarishning nazariy qoidalarini chizmalar orqali tushuntiring.
5. Berilgan bitta tutashish nuqtasi orqali ikki kesishuvchi to'g'ri chiziq qanday tutashtiriladi?
6. Berilgan bitta tutashish nuqtasi orqali ikkita turli radiusli aylana qanday tutashtiriladi?

6-§. Sirkul egri chiziqlari

6.1. Umumiy ma'lumotlar. Ko'plab mashina detallari, priborlar, metallarga ishlov beruvchi instrumentlar, arxitektura elementlari, ravoqlar va arkalarning konturi turli radiusdagi aylana yoylarining tutashuvidan tashkil topgan yopiq yoki ochiq tekis egri chiziqlardan iborat bo'ladi. Egrilik radiuslari bir xil bo'lgan egri chiziqlar *sirkul egri chiziqlari* deyiladi. Amaliyotda tuzilishiga ko'ra ular bir tomonlama qavariq yopiq yoki ochiq egri chiziqlar bo'lib, tutashma qoidalari asosida tutashtiriladi.

Sirkul egri chiziqlari ravon va tekis egri chiziqlardir. Chunki bunday egri chiziqning istalgan nuqtasidan unga urinma o'tkazish mumkin. Shuningdek, uning barcha nuqtalari bir tekislikda yotadi.

Sirkul egri chiziqlarining turli ko'rinishidagi bir nechta turlari mavjud. Bularga misol qilib quyidagilarni keltirish mumkin.

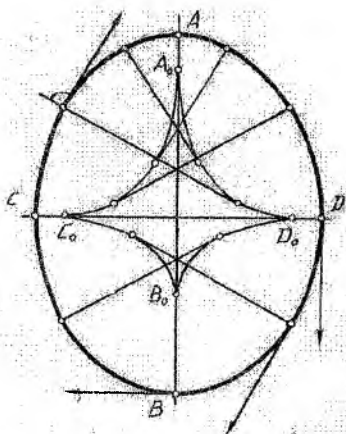
- | | |
|----------|--------------------------|
| 1. Oval | 3. O'ramalar |
| 2. Ovoid | 4. Korob egri chiziqlari |

6.2. Ovallar. Oval fransuzcha "*ovale*", yunoncha "*ovum*" – tuxum so'zlaridan olingan bo'lib, u bir necha aylana yoylarining tutashtirilishidan hosil bo'ladigan tuxumsimon qavariq tekis yopiq egri chiziqdir.

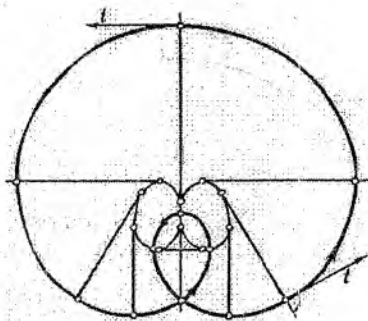
Oval regulyar yopiq egri chiziq hisoblanadi. Ovalga o'tkazilgan urinmaning burilish burchagini o'zgarishiga ko'ra simmetrik ovallar oddiy (360°), ikkitalik (720°), uchtalik (1080°) va hokazo deb nomlanadi.

6.1-rasmda bir simmetrik oddiy oval tasvirlangan. Ovalning evolyutasi bir simmetriyali egri chiziqdir. AB to'g'ri chiziq ovalning simmetriya o'qi hisoblanadi. 6.2-rasmda ikki uchli ikkitalik oval keltirilgan. Ovalning evolyutasi sifatida ikki o'tkir uchli simmetrik irregulyar egri chiziq olinadi. Oval uchlarini tutashtiruvchi to'g'ri chiziq ovalni va evolyutaning simmetriya o'qi hisoblanadi.

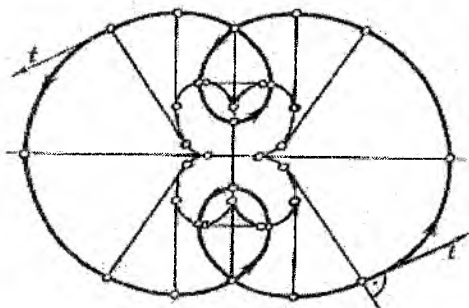
6.3-rasmda to'rt uchli uchtalik simmetrik o'qli oval tasvirlangan. Ovalning evolyutasi to'rt uchli ikki tomonlama simmetrik irregulyar egri chiziqdir. Oval uchlarini tutashtiruvchi to'g'ri chiziq ovalni va evolyutaning simmetriya o'qlari hisoblanadi.



6.1-rasm



6.2-rasm



6.3-rasm

Texnikada ovallardan tishli g'ildiraklar konturini hosil qilishda, rotatsion gaz o'lchagichlardagi sarflangan suyuqlik miqdorini aniqlovchi o'lchagichlarda, rotatsion nasoslarda, flanetslarning konturini chizishda foydalaniladi. Ya'ni, ovallardan turli mexanizmlarni loyihalash jarayonida amaliy foydalaniladi.

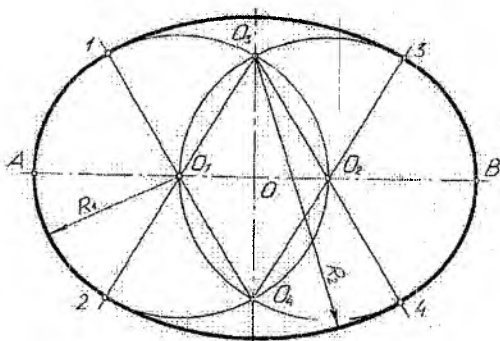
Shuningdek, aksonometrik proeksiyalarda aylananing ellips holatida ko'rinishi o'rmini to'ldirish (soddalashtirish, osonlashtirish)da ham ishlatiladi. Bundan tashqari amaliy san'atda ham turli qutichalar, idishlar, stol, stul va tagliklar, gilamilar oval ko'rinishida tayyorlanadi.

Korob egri chiziqlari eshik, deraza o'rinlarining ravoqlarini, binolarda o'tish uchun mo'ljallangan ochiq arkali yo'lakchalarni, arkali ko'priklarni va kulachokli

mexanizmlarni hosil qilish yoki loyihalashda keng qo'llaniladi. Ovallar yasalish jihatidan bir necha xil bo'ladi. Quyida oval yasashning ba'zi usullari keltirilgan.

Berilgan AB katta o'qi bo'yicha oval yasash. Bunda berilgan AB katta o'qni uchga yoki to'rtga bo'lib oval yasash mumkin.

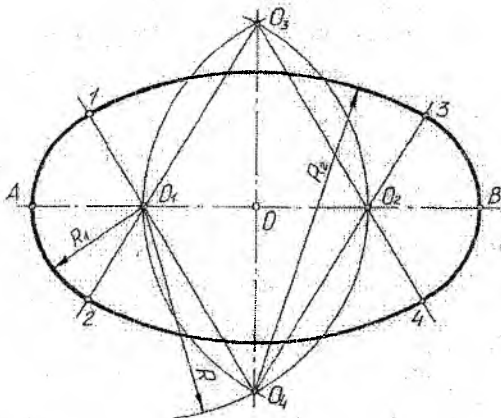
Ovalni uning AB katta o'qini teng uchga bo'lish orqali yasash 6.4-rasmda ko'rsatilgan. O_1 va O_2 markazlar AB kesmani teng uchga bo'lish orqali aniqlanadi. O_3 va O_4 markazlar esa O_1 va O_2 markazlardan $R_1=O_1A$ radiusda chizilgan aylanalarning kesishishidan hosil bo'ladi. O_1 va O_2 nuqtalar O_3 , O_4 nuqtalar bilan to'g'ri chiziq orqali tutashtiriladi. O_1 , O_2 , O_3 va O_4 nuqtalar tutashma markazlari hisoblanadi. O_1O_4 va O_1O_3 to'g'ri chiziqlar davomi O_1 , O_2 markazlardan chizilgan R_1 radiusli aylanalarni kesib, 1, 2 va 3, 4 tutashish nuqtalarni aniqlaydi. 13 va 24 yo'ylar O_1 va O_3 markazlardan $R_2=O_1A=O_3A$ radiusda chiziladi.



6.4-rasm

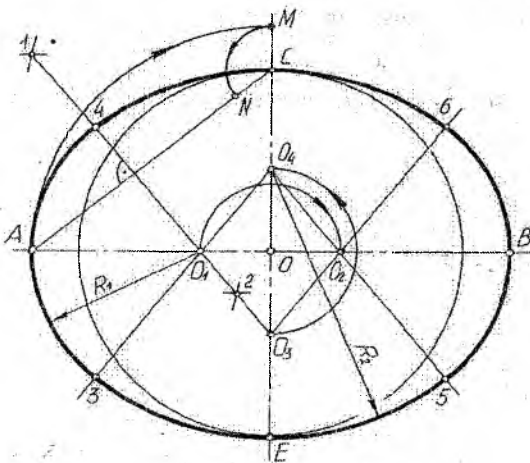
AB katta o'qini teng to'rtga bo'lish orqali oval yasash 6.5-rasmda ko'rsatilgan. AB kesma teng to'rt bo'lakka bo'linib, O_1 va O_2 markazlar aniqlanadi. AB kesmaning o'rta perpendikularini va O_3 , O_4 nuqtalarini aniqlash uchun O_1 va O_2 markazlardan $R=O_1O_2$ radiusda aylana yo'ylari chiziladi. Bu yo'ylar o'zaro kesishib, O_3 va O_4 tutashma markazlarini beradi. So'ngra O_1 va O_2 nuqtalar O_3 , O_4 nuqtalar bilan to'g'ri chiziq yordamida tutashtiriladi. Keyin O_1 va O_2 markazlardan $R_1=O_1A=O_2B=\frac{AB}{4}$ radiusda yo'ylar chizib, ularning O_1O_3 va O_1O_4 , O_2O_3 va O_2O_4 to'g'ri chiziqlar davomi bilan kesishgan 1, 2, 3, 4 nuqtalari aniqlanadi. Nihoyat, O_3

va O_4 tutashma markazlaridan $R_2=O_3A=O_4B=O_1C=O_2D$ radiusda yo'lar o'tkaziladi. Natijada talab qilingan ovalga ega bo'linadi. Demak, bu oval 12, 24, 43 va 31 yo'lar yig'indisidan iborat bo'lar ekan.



6.5-rasm

Ovalni uning berilgan AB katta va CE kichik o'qlari bo'yicha yasash.

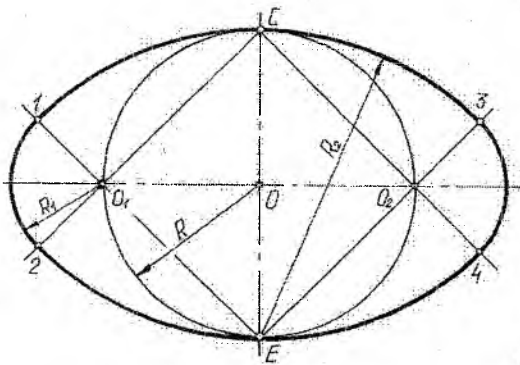


6.6-rasm

O'zaro perpendikular bo'lgan ikkita to'g'ri chiziq o'tkazilib, ularning o'zaro kesishgan O nuqtasidan $R = \frac{AB}{2}$ va $r = \frac{CE}{2}$ radiuslarda aylana chiziladi (6.6-rasm). So'ngra katta o'qning A va kichik o'qning C nuqtalari tutashtiriladi. Hosil bo'lgan AC

kesmadan AB va CD o'qlar uzunliklari ayrimasining yarmi, ya'ni MC kesma ayirib olinadi. Kesmalar ayrimasi AN ga perpendikular bo'lgan va uni teng ikkiga bo'luvchi 12 to'g'ri chiziq AB chiziqni O_1 , CE chiziqni esa O_3 nuqtalarda kesadi. Hosil bo'lgan OO_1 va OO_3 masofalar O markazdan o'qlar bo'yicha o'ng tomonga va yuqoriga o'lchab qo'yiladi. Aniqlangan O_1 , O_2 , O_3 va O_4 nuqtalar talab qilingan ovalni hosil qiluvchi yoylarning markazlari bo'ladi. Bu nuqtalarni tutashtirsak, yoylarni chegaralovchi O_1O_3 , O_1O_4 , O_2O_3 va O_2O_4 to'g'ri chiziq'larga ega bo'lamiz. Keyin O_1 , O_2 , O_3 va O_4 markazlardan $R_1=O_1A=O_2B$ va $R_2=O_3C=O_4E$ radiuslarda yoylar chiziladi. O'tkazilgan $3A4$, $4C6$, $6B5$ va $5E3$ yoylar yig'indisi ovalni hosil qiladi.

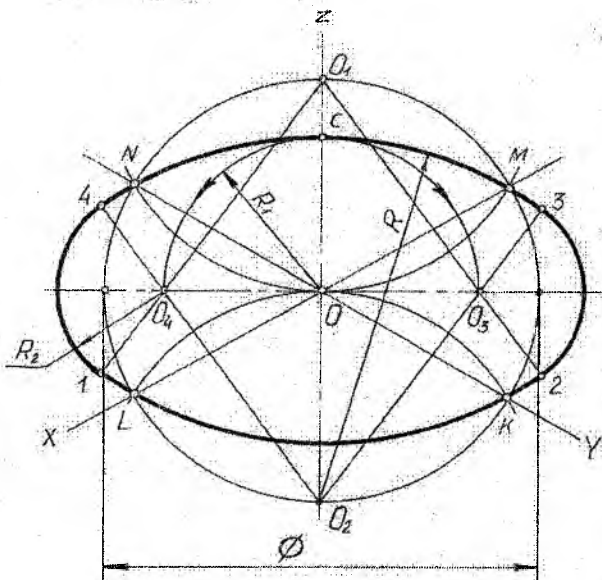
Berilgan CE kichik o'q bo'yicha oval yasash. Buning uchun ovalning vertikal o'qiga berilgan CE masofa o'lchab qo'yiladi va uni teng ikkiga bo'luvchi O nuqta belgilanadi (6.7-rasm). Bu nuqtadan ovalning katta (gorizontal) o'qi o'tkaziladi. O markazdan $R(R=OC=OE)$ radiusda chizilgan aylana gorizontal o'qni O_1 va O_2 nuqtalarda kesadi. C va E nuqtalar O_1 , O_2 nuqtalar bilan tutashtirilib davom ettiriladi. Sirkul ignasini C va E nuqtalarga qo'yib, $R_2(R_2=CE=EC)$ radiusda yoylar o'tkaziladi. Bu yoylar EO_1 , CO_1 , EO_2 , CO_2 to'g'ri chiziqlar davomini 1, 2, 3, 4 nuqtalarda kesib o'tadi. So'ngra O_1 va O_2 markazlardan $R_1(R_1=O_11=O_22=O_23=O_24)$ radiusda yoylar chiziladi. Natijada C , E , O_1 va O_2 nuqtalardan R_2 va R_1 radiuslarda chizilgan aylana yoylari tekis, ravon egri chiziq – ovalni hosil qiladi.



6.7-rasm

Aylananing berilgan D (\emptyset) diametri bo'yicha oval yasash. Dastlab, aylananing simmetriya o'qlari o'tkaziladi va O markazdan berilgan D (\emptyset) diametr

bo'yicha aylana chiziladi (6.8-rasm). To'g'ri burchakli standart izometrik proyeksiyaning X, Y, Z o'qlari hosil qilinadi.



6.8-rasm

X, Y, Z o'qlar aylana bilan L, M, K, N, O_1 va O_2 nuqtalarda kesishadi. O_1 va O_2 markazlardan $R(R=O_1L=O_1K=O_2N=O_2M)$ radiusda aylana yoylari chiziladi. Bu yoylar Z o'qini C nuqtada (oval kichik o'qining yarmi) kesib o'tadi. O markazdan $R_1(R_1=OC)$ radiusda chizilgan yoylar ovalning katta o'qi bilan kesishib, O_3 va O_4 nuqtalarni aniqlaydi. O_1 va O_2 nuqtalar O_3, O_4 lar bilan tutashtirilib davom ettirilgan to'g'ri chiziqlar R radiusli aylana yoylari bilan kesishib, ovalning 1, 2, 3 va 4 tutashish nuqtalarini hosil qiladi. O_3 va O_4 markazlardan $R_2(R_2=O_41=O_44=O_32=O_33)$ radiusda yoylar chizib tutashuv nuqtalari tekis, ravon tutashtiriladi hamda izlangan egri chiziq oval hosil bo'ladi.

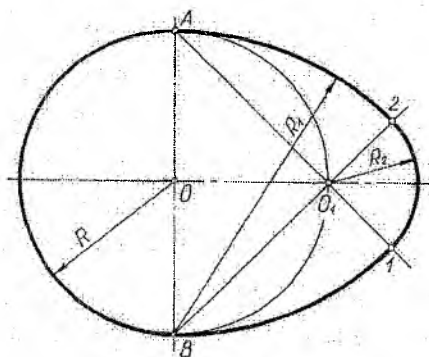
6.3. Ovoidlar. Ovoid lotincha "*Ovum*" – "tuxum", "*eidos*" – "ko'rinish" so'zlaridan olingan bo'lib, u bitta simmetriya o'qiga ega. Demak, bir simmetriya o'qiga ega bo'lgan ovallar *ovoid* deb atalar ekan. Ovalda ikkita bir xil radiusli aylanalar, ovoidda esa turli o'lchamdagi aylanalar yoylari ishtirok etadi. Oval va ovoidlarni katta va kichik o'qlari orqali yasash qabul qilinganligi uchun ularni tashkil

qiluvchi aylana yoylarining o'lchamlari, ya'ni tutashma radiuslari berilmaydi. Uning o'rniga katta va kichik o'qlarning qiymatlari beriladi. Uch hil ko'rinishdagi ovoidlar bo'lib, ular quyidagilardir.

1. Oddiy ovoid.
2. Cho'ziq ovoid.
3. To'mtoq ovoid.

Quyida bu ovoidlarning yasashini ko'rib chiqamiz.

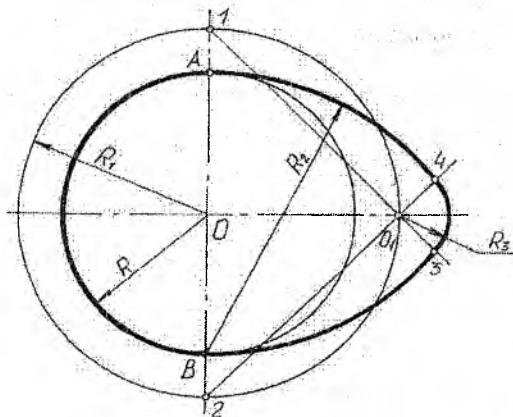
Berilgan AB eni bo'yicha oddiy ovoid yasash. AB kesmaning O o'rta nuqtasidan $R = \frac{AB}{2}$ radiusda aylana chiziladi (6.9-rasm). O nuqtadan AB diametrga perpendikular bo'lgan to'g'ri chiziq o'tkazib, uning aylana bilan kesishgan O_1 nuqtasi aniqlanadi. O_1 nuqta A va B nuqtalar bilan tutashtiriladi. So'ngra A va B nuqtalardan (ular tutashma markazi hisoblanadi) $R_1=AB$ radiusda yoylar chizib, ularning AO_1 va BO_1 to'g'ri chiziqlar davomi bilan kesishgan 1 va 2 nuqtalari aniqlanadi. Nihoyat, O_1 nuqtadan R_2 ($R_2=O_1A=O_1B$) radiusda yoy o'tkaziladi. Natijada AB , B_1 , B_2 va A_1 yoylar to'plami oddiy ovoidni hosil qiladi.



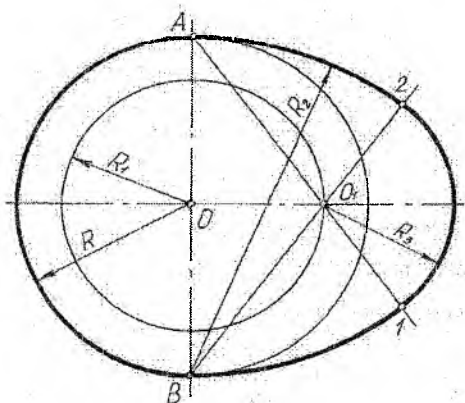
6.9-rasm

Berilgan AB eni bo'yicha cho'ziq ovoid yasash. Bunda AB kesmaning O o'rta nuqtasidan $R_1 > R$ ($R = \frac{AB}{2}$) radiusda aylana chizib, uni AB to'g'ri bilan kesishgan 1 va 2 nuqtalari aniqlanadi (6.10-rasm). Keyin O nuqtadan AB kesmaning o'rta perpendikulari o'tkaziladi. R_2 radiusli aylana bu o'rta perpendikular bilan O_1 nuqtada

kesishadi. 1 va 2 nuqtalar O , nuqta bilan to'g'ri chiziq yordamida tutashtiriladi. A va B markazlardan $R_2=AB$ radiusli yo'ylar chizib, bu yo'ylarni $1O_1$ va $2O_1$ chiziqlar davomi bilan kesishgan 3 va 4 nuqtalari aniqlanadi. Nihoyat, O_1 markazdan $R_3=O_13=O_14$ radiusda talab qilingan cho'ziq ovoidning so'nggi aylana yoyi chiziladi. Hosil qilingan $AB, B3, 34$ va $4A$ yo'ylar yig'indisi cho'ziq ovoidni tashkil qiladi.



6.10-rasm



6.11-rasm

Berilgan AB eni bo'yicha to'ntoq ovoid yasash. Bunda AB kesmaning O o'rta nuqtasidan $R_1 < R (R = \frac{AB}{2})$ radiusda aylana chiziladi (6.11-rasm). AB kesmaning o'rta perpendikulari bilan R_2 radiusli aylana o'zaro O_1 nuqtada kesishadi. So'ngra A va B nuqtalar O_1 nuqta bilan to'g'ri chiziq orqali tutashtiriladi. O, A va B, O_1

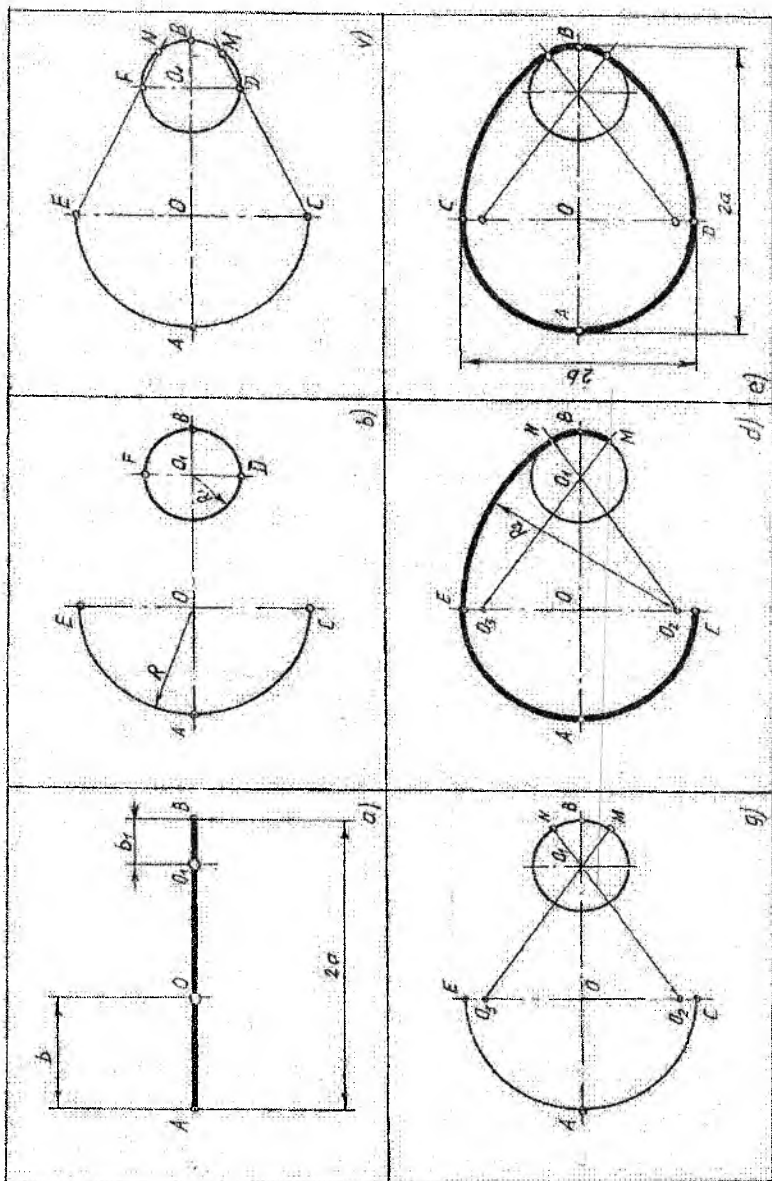
nuqtalardan mos ravishda $R = \frac{AB}{2}$, $R_2 = AB$, $R_3 = O_11 = O_12$ radiuslarda yo'ylar chiziladi hamda izlanayotgan to'rtburchak ovoid hosil qilinadi. Geometrik chizmachilikdan amaliy mashg'ulotlarda ko'pincha ovoidning berilgan AB eni orqali yasash ko'rsatiladi. Ovoidga oid yuqorida keltirilgan uchta masala ham uning berilgan AB kesmasi bo'yicha yasalgan. Endi ovoidning AB uzunligi va CE eni berilganda qanday yasash kerakligini bosqichma-bosqich ko'rib chiqamiz.

Uzunligi $2a$ va eni $2b$ bo'lgan ovoidni yasash. $2a$ masofaga teng bo'lgan AB kesmani belgilaymiz (6.12-rasm). Unga A nuqtadan $b = AO$, B nuqtadan $b_1 = BO_1$ ($b_1 < b$) masofa o'lchab qo'yiladi va O hamda O_1 markazlar aniqlanadi (6.12-rasm, a). O nuqtadan $R = b$ radiusda yarim aylana chiziladi. Bu yarim aylana ovoidning bir qismi hisoblanadi. O_1 nuqtadan $R_1 = b_1$ radiusda aylana chiziladi. Ikkala chizilgan aylanalarning vertikal simmetriya o'qlarida C , E va D , F nuqtalar belgilanadi (6.12-rasm, b). C va D , E va F nuqtalar to'g'ri chiziq orqali tutashtiriladi. Bu chiziqlar R_1 radiusli aylanani M va N nuqtalarda kesadi (6.12-rasm, v).

M va N nuqtalarni O_1 markaz tutashtirib davom ettiriladi va ular CE to'g'ri chiziq davomini O_2 va O_3 larda kesadi (6.12-rasm, g). O_2 va O_3 nuqtalardan $R_2 = O_2E = O_3C$, O_1 nuqtadan $R = O_1M = O_1N = b_1$ radiuslarda aylana yo'ylari chiziladi. Hosil qilingan CE , EN , NM va MC yo'ylar talab qilingan ovoid hisoblanadi (6.12-rasm, d, e).

6.3. Korob egri chiziqlari. Korob egri chiziqlaridan eshik, deraza ravoqlarini, arkali ko'priklarni, binolardan o'tish uchun arkali yo'laklar va turli yopmalarni loyihalash jarayonida amaliy foydalaniladi.

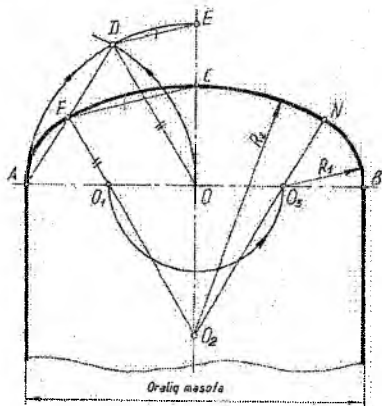
Quyida tekis ravoq, keskin ravoq va bir tomonlama keskin ravoqlarning chizilishi bayon etilgan (6.13, 6.14, 6.15, va 6.16-rasmlar).



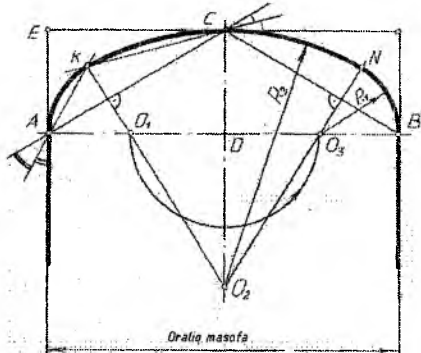
6.12 - rasm

Tekis ravoqning berilgan AB eni va OC balandligi bo'yicha yasash. Bu masalani ikki xil usulda yechish mumkin (6.13 va 6.14-rasmlar).

1-holat. Gorizontal to'g'ri chiziqda AB oraliq masofa belgilanadi. AB kesmaning o'rta perpendikulariga O nuqtadan boshlab OC masofa o'lchab qo'yiladi. O markazdan $R=OA$ radiusda yoy chizib OC chiziqda E nuqta aniqlanadi. A nuqtadan ham $R=AO$ radiusda yoy chizib, O nuqtadan chizilgan yoy bilan kesishgan D nuqtasi belgilanadi. D nuqta A , E va O nuqtalar bilan to'g'ri chiziq orqali tutashtiriladi. C nuqtadan DE chiziqqa parallel chiziq o'tkazib, uni AD bilan kesishgan F nuqtadan OD to'g'ri chiziqqa parallel chiziq o'tkazib AB va OC chiziqlarda O_1 va O_2 nuqtalar topiladi. O_3 nuqta esa O markazdan OO_1 radiusda yoy chizish orqali aniqlanadi. O_1 , O_2 , O_3 , nuqtalar talab qilingan egri chiziqni tashkil qiluvchi aylana yoylarining markazlari hisoblanadi. O_1 va O_3 markazlardan $R_1=O_3B=O_1A$, O_2 markazdan $R_2=O_2C$ radiusda aylana yoylari chiziladi va talab qilingan egri chiziqqa ega bo'linadi (6.13-rasm). A va B nuqtalar tayanch nuqtalardir.



6.13-rasm

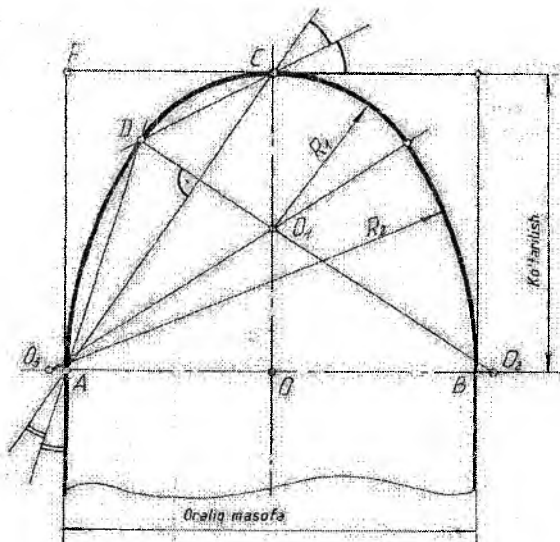


6.14-rasm

2-holat. Bunda ham birinchi usuldagi kabi AB va OC masofalar belgilanadi. Keyin $AECO$ to'g'ri to'rtburchak quriladi ($AE=OC$, $AO=EC$). A va C nuqtalarni tutashtirish orqali AEC to'g'ri burchakli uchburchak hosil qilinadi. EAC va ECA burchaklarning bissektrisalari o'zaro K nuqtada kesishadi. K nuqta egri chiziqqa tegishlidir. K nuqtadan AC diagonalga perpendikular tushurib, AB va OC to'g'ri

chiziqlarda O_1 va O_2 markazlar aniqlanadi. O_3 markazni topish uchun O markazdan o'ng tomonga OO_1 masofa o'lchab qo'yiladi. Qolgan ishlar 6.13-rasmdagidek davom ettiriladi (6.14-rasm).

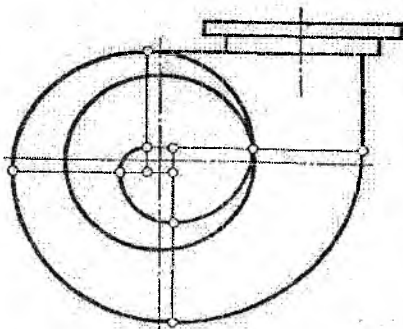
Keskin ravoqning chizmasini bajarish. Bunda ham uch markazli korob egri chizig'ini yasaymiz (6.15-rasm).



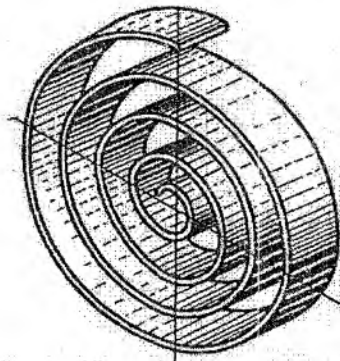
6.15-rasm

O'zaro perpendikular bo'lgan ikki o'qda egri chiziqning berilgan o'lchamlari belgilanadi: gorizontal o'qqa – AB eni, vertikal o'qqa O nuqtadan boshlab balandligi – OC kesmalar va $AFCO$ to'g'ri burchak quriladi. To'g'ri to'rtburchakning AC diagonali o'tkaziladi. FAC va FCA burchaklarning bissektrisalari o'tkaziladi va ularning o'zaro kesishgan D nuqtasi aniqlanadi. D nuqtadan AC diagonalga perpendikular tushurilsa, u CO ni O_1 , AB ni O_2 nuqtalarda kesadi. O_1 – DC yoyning, O_2 – AD yoyning markazlari hisoblanadi. So'nggi bosqichda O_1 , O_2 , O_3 markazlardan R_1 va R_2 radiuslarda yo'ylar chiziladi.

Bir tomonlama yarim keskin ravoqning chizmasini bajarish. Bunda oraliq masofa (eni) AB va egri chiziqqa urinib, uni chegaralovchi CD to'g'ri chiziq berilgan (6.16-rasm). Bu egri chiziqni yasash uchun dastlab, AB oraliq masofa va CD chegaralovchi to'g'ri chiziq chiziladi. A va B nuqtalardan AB kesmaga



6.17-rasm



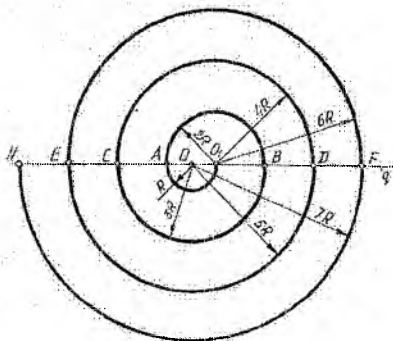
6.18-rasm

Masalan, 6.17-rasmdan to'rt markazli o'ramadan ventilyator (havo so'rg'ich) qoplamasini konstruksiya qilishda, yoki 6.18-rasmda spiralsimon prujina konstruksiyasida ikki markazli o'rama turidan amaliy foydalanilganligini ko'rishimiz mumkin. Quyida ikki, uchu, to'rt, besh, olti, markazli o'ramalarning qanday bajarilishini ko'rib chiqamiz.

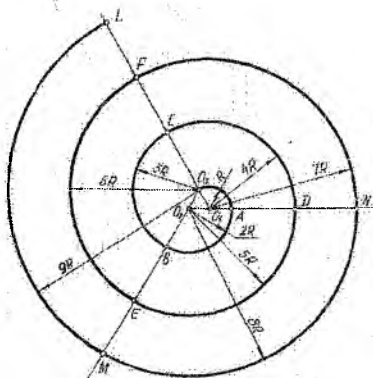
Ikki markazli o'rama yasash. Ikki markazli o'ramaning markazlari qilib ixtiyoriy kattalikda berilgan yoki tanlab olingan biror to'g'ri chiziq kesmasining ustida O va O_1 nuqtalar olinadi (6.19-rasm). So'ngra O markazdan berilgan markazlar oralig'iga teng $R(R=OO_1)$ radiusda yarim aylana q to'g'ri chiziq bilan A nuqtada kesishguncha chiziladi. Keyin O_1 markazdan $2R(2R=O_1A)$ radiusda yarim aylana chizib, uni q chiziq bilan kesishgan B nuqtasi aniqlanadi. Yana O markazdan $3R(3R=OB)$ radiusda yana yarim aylana chizib, uni q chiziq bilan kesishgan C nuqtasi aniqlanadi. Bu jarayon ketma-ket bir hil algoritmda davom ettiriladi. Har bir chiziladigan yarim aylananing radiusi OO_1 uzunlikda ortib boradi. Bu yarim aylanalardan tuzilgan $O_1ABCDEFN$ egri chiziq ikki markazli o'rama bo'ladi.

Uch markazli o'rama yasash. Teng tomonli uchburchakning O_1, O_2 va O_3 uchlari o'ramaning markazlari hisoblanadi (6.20-rasm). O_1 markazdan $R(R=O_1O_3)$ radiusda yoy chizib, bu yoyning O_2O_1 markazlarni tutashtiruvchi chiziq davomi bilan kesishgan A nuqtasi aniqlanadi. O_2 markazdan $2R(2R=O_2A)$ radiusda yoy chizib, bu yoyning O_3O_2 markazlarni tutashtiruvchi chiziq davomi bilan kesishgan B nuqtasi

aniqlanadi. Keyin O_3 markazdan $3R(3R=O_3B)$ radiusda uchinchi yoy chizilib, bu yoyning O_1O_3 markazlarni tutashtiruvchi chiziqning davomi bilan kesishgan C nuqtasi aniqlanadi. Yana O_1 , O_2 va O_3 markazlardan $4R$, $5R$, $6R$, $7R$, $8R$ va $9R$ radiuslarda yuqoridagi kabi yoylar chiziladi. Bunda har bir chiziladigan yoyning radiusi $O_1O_2=O_2O_3=O_3O_1$ uzunlikda ortib boradi. Natijada izlanayotgan uch markazli $O_3ABCDEFNML$ o'rama hosil bo'ladi.



6.19-rasm

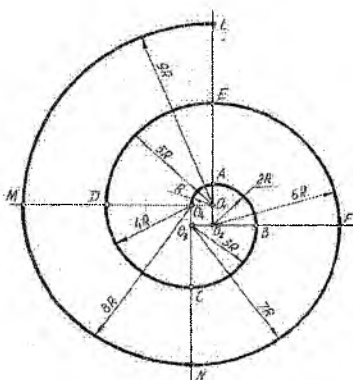


6.20-rasm

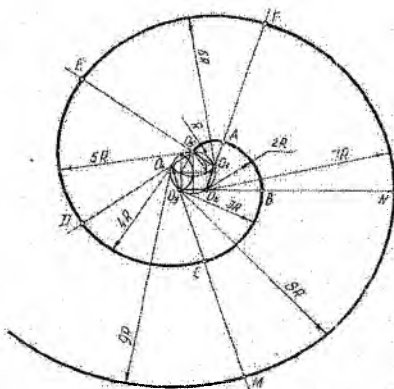
To'rt markazli o'rama yasash. To'rt markazli o'ramaning markazlari qilib biror $O_1O_2O_3O_4$ kvadratning uchlari olinadi (6.21-rasm). Kvadratning O_1 uchidan $R=O_1O_4$ radiusda yoy chizib, uni O_2O_1 to'g'ri chiziqning davomi bilan kesishgan A nuqtasi aniqlanadi. O_2 markazdan $2R(2R=O_2A)$ radiusda chizilgan yoy O_3O_2 chiziq davomini B nuqtada kesadi. Keyin O_3 markazdan uchinchi yoyni $3R(3R=O_3B)$ radiusda O_4O_3 chiziq davomi bilan kesishguncha chiziladi va C nuqta aniqlanadi. So'ngra O_4 markazdan $4R(4R=O_4C)$ radiusda chizilgan yoy O_1O_4 chiziqni D nuqtada kesadi. Bunday yoylar chizish ketma-ket qaytarilaveradi. Ko'rinib turibdiki, har bir chiziladigan yoyning radiusi $O_1O_2=O_2O_3=O_3O_4=O_4O_1$ uzunlikda ortib boradi. Hosil qilingan $O_4ABCDEFNML$ egri chiziq to'rt markazli o'rama bo'ladi.

Besh markazli o'rama yasash. Besh markazli o'ramaning markazlari qilib biror muntazam $O_1O_2O_3O_4O_5$ beshburchakning uchlari olinadi (6.22-rasm). O_1 markazdan $R=O_1O_5$ radiusda aylana yoyi chiziladi va bu yoy O_2O_1 to'g'ri chiziq

davomini A nuqta kesadi. O_2 markazdan esa $2R(2R=O_2A)$ radiusda yoy chizib, uni O_3O_2 chiziqning davomi bilan kesishgan B nuqtasi belgilanadi. O_3 markazdan $3R(3R=O_3B)$ radiusda uchinchi yoy chiziladi va bu yoyni O_4O_3 chiziq bilan kesishgan C nuqtasi aniqlanadi. Keyin O_4 markazdan $4R(4R=O_4C)$ radiusda CD yoy, so'ngra O_5 markazdan $5R(5R=O_5D)$ radiusda DE yoylar chiziladi. Bu jarayonni davom ettirish mumkin. Bu yerda har bir o'tkaziladigan yoyning radiusi $O_1O_2=O_2O_3=O_3O_4=O_4O_5=O_5O_1$ uzunlikda ortib boradi. Natijada hosil bo'lgan $O_3ABCDEFNM$ tekis, ravon egri chiziq besh markazli o'rama bo'ladi.

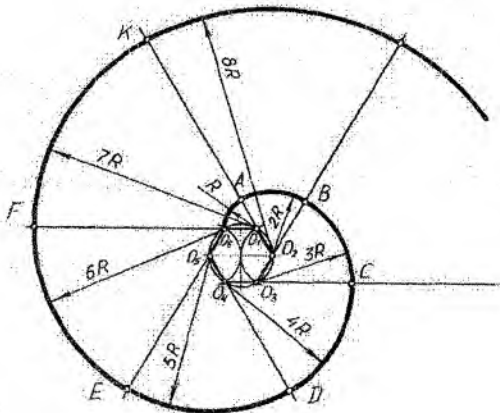


6.21-rasm



6.22-rasm

Olti markazli o'rama yasash. Biror muntazam olti burchakning $O_1, O_2, O_3, O_4, O_5, O_6$ uchlari talab etilgan o'ramaning markazlari qilib olinadi. Bu yerda oltiburchakning biror masalan, O_1 uchidan $R=O_1O_6$ radius bilan birinchi O_6A yoy chiziladi. Shuningdek, O_2 uchidan $2R=O_2A$ radius bilan ikkinchi AB yoy, O_3 uchidan $3R=O_3B$ radius bilan uchinchi BC yoy, O_4 uchidan $4R=O_4C$ radius bilan to'rtinchi CD yoy, O_5 uchidan $5R=O_5D$ radius bilan beshinchi DE yoy, O_6 uchidan $6R=O_6E$ radius bilan oltinchi EF yoylar chiziladi. Bu jarayonni yana davom ettirish mumkin. Natijada olti markazli $O_6ABCDEFK$ o'rama hosil qilinadi. Bu yerda har bir chiziladigan yoy radiusi $O_1O_2=O_2O_3=O_3O_4=O_4O_5=O_5O_6=O_6O_1$ masofaga kattalashib boradi (6.23-rasm).



6.23-rasm

Nazorat savollari

1. Sirkul egri chizig'i deb qanday chiziqqa aytiladi?
2. Oval yasashning qanday turlarini amalda bajara olasiz?
3. Ovoidning qanday turlari mavjud va ular qanday yasaladi?
4. Korob egri chiziqlarni yasash qoidalarini misollar orqali ko'rsatib bering.
5. O'rama deb qanday egri chiziqqa aytiladi?
6. Sirkul egri chiziqlarini yasashning qanday amaliy ahamiyatlari mavjud?

7-§. LEKALO EGRI CHIZIQLARI

7.1. Egri chiziqlarni o'rganishbo'yicha qisqacha tarixiy ma'lumotlar.

Ma'lumki, egri chiziqlarning geometrik va mexanik xossalari har xil mashina mexanizmlarida, mashina detallari va ishchi organlarida, qurilish konstruksiyalarida, optikada, arxitekturada, tasviriy san'atda geometrik yasashlar nazariyasi va amaliyotida, chizmachilikda chizmalar tuzishda va hokazo sohalarda keng qo'llaniladi. Shuning uchun ma'lum bo'lgan egri chiziqlarni har tomonlama o'rganish talabning geometrik firklash qobiliyatini rivojlantiradi. Shu maqsadda egri chiziqlarning nazariy masalalarini o'rganish bilan bir qatorda ularni kimlar tomonidan yaratilish tarixi to'g'risida ma'lumotlar berib borish geometriya fanining rivojlanishida alohida o'ringa ega bo'ladi.

Insoniyatning yaratilish davridan boshlab otilgan tosh troyektoriyasi, suvning to'liqsimon oqishi, yorug'lik nuridagi turli ranglar chegaralari, o'simlik barglari shakli, daryo va dengiz qirg'oqlari qadimdan insonlarni o'ziga jalb qilib, ularda turli chiziqlar to'g'risidagi fikrlar paydo bo'lgan.

Chiziqlar shakllarini taqqoslash bilan ularni biridan ikkinchisini nima bilan farq qilishligini bilish uchun katta tarixiy davr o'tgan. Birinchi har xil egri chiziqlar shakllari odamlar yashaydigan g'orlarda soddagina ornamentlar singari, uyni bezatuvchi matolarda chizib, tikilgan gullar shakllarida odamlar to'g'ri chiziqlar bilan egri chiziqlarni ajrata bilganlar va ulardan o'zlari estetik zavq o'ladiganlarini ishlatganlar. Barcha xalqlar qadimgi tarixiy yodgorliklar qurishda aylana va to'g'ri chiziq kabi egri chiziqlarni ishlatganlar va ularni chizishda, yuzasini hisoblashda oddiy asboblardan foydalanganlar.

Bizning asrimizdan oldingi asrlarda Misrliklar aylana yuzini hisoblash bilan shug'ullanib, o'zgarmas π soni uchun $(16/9)^2=3,1604$ sonni aniqlagan. Keyinchalik matematika va geometriya fanlari paydo bo'lishi bilan grek olimlari ishlarida egri chiziqlar ancha mukammal o'rganildi. Grek olimlari fanning turli sohalarida va texnikada ko'p qo'llaniladigan konus kesimlari haqida aniq nazariyalar yaratganlar.

Qadimgi grek olimlarining ulug' ishlaridan biri konus kesimlari haqidagi elementar nazariyani yaratganliklaridir. Bu egriliklarni hosil bo'lishini, ular konus

kesimlarini – aylanma konusni tekislik bilan kesishishi natijasida hosil bo'lgan deb hisoblaydi. Platonning o'quvchisi Menexmga (er.av. IV asr.), shuningdek, Aristem (er.av. IV asr), Yevklid (er.av. III asr), Apollon Pergskiy (er.av. 250-190 y.) larning konus kesimlari hosil bo'lishi haqida alohida asarlari mavjuddir.

Menexmning konus kesimlarini hosil bo'lish nazariyasi quyidagilardan iborat: *kesuvchi tekislik konus yasovchiga perpendikular bo'lib, konus uchidagi burchagi o'tkir bo'lsa, kesimda ellips, to'g'ri bo'lsa kesimda parabola, o'tmas bo'lsa kesimda giperbola hosil bo'ladi.*

Hozirgi davrda esa kesuvchi tekislik konusni barcha yasovchilarini kesib, uning o'qi bilan 90° dan farqli burchak hosil qilsa *ellips*, konusni bitta yasovchisiga parallel bo'lsa kesimda *parabola*, ikkita yasovchisiga parallel bo'lsa kesimda *giperbola* hosil bo'ladi deb qaraladi. Tarixiy ma'lumotlardan ma'lum bo'lishicha Menexm hozirgi davrda $y^2=2px$ va $xy=c$ formulalar bilan ifodalangan parabola va giperbolalarning xossalarini ham bilgan va uni kubni ikkilash, ya'ni berilgan kub hajmidan ikki marta katta bo'lgan kubni yasash masalalarida ishlatgan.

Tarixiy ma'lumotlarga ko'ra Arximed parabola segmentining yuzini va ellipsning yuzini aniqlagan. Konus kesimlari haqidagi birinchi nazariyalarni metodik ishlanmasini Apoloniylar Pergskiy bergan. Uning "*Konus kesimlari haqida*" traktati konus kesimlari haqidagi klassik asar hisoblanadi. Apoloniylar bo'lgan konus kesimlari haqidagi barcha ma'lumotlarni umumlashtirib, ularni hozirgi nomlanishlarini (ellips, parabola, giperbola) bergan va bu egri chiziqlarni bir necha ajoyib xossalarini yaratgan.

Egri chiziqlar sirtlarini tekislik bilan kesish natijasida ham hosil qilingan. Masalan, Persey egri chiziqlarni tor sirtini kesish natijasida hosil bo'lishini yaratgan.

O'rta asrlarda grek olimlarining ulug' kashfiyotlari unutilgan edi. Egri chiziqlar nazariyasini rivojlantirishda XVII asrda yaratilgan "Analitik geometriya" fani katta rol o'ynadi.

1637 yilda matematika tarixidagi ulug' ishlardan biri Rene Dekartning "*Geometriya*" kitobi vujudga kelishi bo'ldi. Bu kitobda koordinatalar usulini yaratilishi egri chiziqlarni har tomonlama tadqiqot qilish ishlariga katta ahamiyatli

yo'ldi. Koordinatalar usuli har bir egri chiziqlarni tenglamalar orqali berilishi va bu tenglamalarni tahlil qilish bilan turli shakldagi egri chiziqlarni hosil bo'lish hollari yaratildi. XVII-XVIII asrlarda mexanika, astronomiya, geodeziya, optika kabi fanlarda uchraydigan ko'pgina muammolarni nazariy va amaliy tomondan hal qilish jarayonida yangi egri chiziqlar hosil bo'lishi hollarini uchratish mumkin. Shu davrning ulug' matematiklari Dekart, Leybnits, Gyuygens, aka-uka Bernullilar yangi va har xil ko'rinishdagi egri chiziqlarni yaratishga intilib, bu egri chiziqlarni xossalarni o'rganishgan olimlardandirlar. Egri chiziqlarga urinmalar o'tkazish, ularning biror bo'lagining yuzasini va yoy uzunligini aniqlash, aylanma jismlar hajmini aniqlash kabi masalalarni yechishda egri chiziqlarning birini ikkinchisi bilan almashtirish hollari kelib chiqdi. Masalan, Roberval va Paskallar Arximed spiralining bir bo'lagi parabola yoyiga tengligini ko'rsatadilar. Bundan kelib chiqadiki, spiralni to'g'rilash parabolani to'g'rilash masalasiga olib keladi.

Ferma bu fikrni umumlashtirib yuqori tartibli *Neyl parabolasini* orqali algebraik spirallarni yuqori tartibli parabola bilan to'g'rilashni ko'rsatdi. Neyl esa barcha algebraik egri chiziqlarni algebraik egri chiziqlar bilan to'g'rilashni isbotlaydi. Shu paytlarda Toritelli tomonidan *logarifmik spirallarni* to'g'rilash nazariyasi yaratildi. *Epitsikloida* va *gipotsikloida* egri chiziqlarini to'g'rilash bilan De la Gir, 1714 yillarda *Liminskata* egri chizig'ini to'g'rilash bilan Fanyano shug'ullangan.

Egri chiziqlarning geometrik xossalarni unga teng chiziq bilan almashtirish bilan bir qatorda ularning mexanik xossalari ham tekshirib borildi. Masalan, Gyuygens sikloida egri chiziqlarini *izoxronligini* yaratdi. I. Bernulli sikloida egri chiziqlarini bo'sh fazoda braxistoxronligini ko'rsatdi. Shu davrda Neyl parabolasini, zanjir chizig'i, Kassini ovali Dekart ovalarining mexanik xossalari tadqiqot qilindi. Shu bilan birga egri chiziqlar masalasini tadqiqot qilish shunday dolzarb masala ediki, Lopitalning matematik analizdan birinchi "*Egri chiziqlarni tushunishning analizi*" nomli darsligi ham egri chiziqlarga bag'ishlangan. O'sha davrning talabi bo'yicha sanoatni rivojlantirishda, mashina va uning ishchi organlarini yaratishda, platinalar va shlyuzlar qurishda egri chiziqlarni nafaqat analitik tomondan, balki

ularni geometrik formasini yaratish, chizish usullarini berish ham olimlarni qiziqtirib kelgan.

XVII asrda olimlar egri chiziqlarni tadqiq qilishda ularning grafik formasi emas, balki tenglamasi bo'yicha ko'proq tadqiqot olib borganlar.

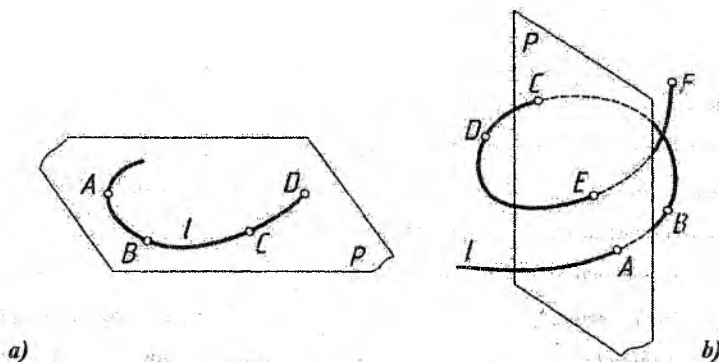
Egri chiziqlarni analitik usul bilan tadqiqot qilish ancha kengaytirildi va ko'pchilik matematik-geometr olimlarning asosiy ishlaridan biri bo'lib qoldi. Bu analitik usullarning kamchiligi shundaki, unda egri chiziqlarning tabiiy formasini o'zgarishi tekshirilmaydi, chunki tadqiqot qilish obyekti egri chiziqlarning tenglamasi bo'lgan xolos. Analitik usul bilan egri chiziqlarning formasi va xossalarini tadqiqot qilish ularning konturi ko'rinishini geometrik yasashlar bilan berilishini ta'minlaydi. Ikkinchi tartibli egri chiziqlarni qadimgi usullardan biri bo'lgan sintetik usullar bilan yasash orqali yangi tadqiqot yo'nalishlari bilan chiziqlarning xossalarini keltirish mumkin. Dezarg figuralarning proyektiv xossalarini tadqiqot qilib, ularni ikkinchi tartibli egri chiziqlarga qo'llash yordamida egri chiziqlar nazariyasini kengaytirdi.

Paskal konus kesimlariga tegishli olti nuqtaning o'zaro bog'lanishi haqidagi *"ikkinchi tartibli egri chiziqlarga tegishli olti burchakning qarama-qarshi tomonlarining kesishish nuqtalari bitta to'g'ri chiziqda yotadi"* degan teoremasini yaratdi.

De la Gir ikkinchi tartibli egri chiziqlarning direktrissasi uning fokusining polyari ekanligini isbotlaydi. Ikkinchi tartibli egri chiziqlarni yangi usullar bilan tadqiqot qilish XIX asrlarda davom ettirildi. Masalan, Brianton ikkinchi tartibli egri chiziqlardagi giperbolani proyektiv xossalarini o'rganib Paskal teoremasiga ikkilangan bo'lgan teoremani isbotladi. U *tomonlari ikkinchi tartibli egri chiziqqa urinma bo'lgan oltiburchakning qarama-qarshi uchlarini tutashtiruvchi chiziqlar bitta nuqtadan o'tadi* degan xulosani bergan.

7.2. Lekalo egri chiziqlari. Chizma geometriyada egri chiziqlarning geometrik va mexanik xususiyatlaridan grafik ravishda amaliy foydalanish e'tiborga olinib, ularga oddiy kinematik ta'rif beriladi. Shuning uchun egri chiziq fazoda yoki

tekislikda ma'lum yo'nalishda uzluksiz harakatlanuvchi biror nuqtaning izi sifatida qabul qilinadi.



7.1-rasm

Egri chiziqlar tegishlilik nuqtai nazaridan - *tekis* (7.1-rasm, a) yoki *fazoviy egri chiziq* (7.1-rasm, b) bo'lishi mumkin. Hosil bo'lishi jarayoniga ko'ra *qonuniy* yoki *qonunsiz egri chiziq* bo'ladi. Qonuniy egri chiziq nuqtalari ma'lum bir qonuniga bo'ysunadi, qonunsiz egri chiziq nuqtalari esa hech qanday qonunga asoslanmagan, ya'ni empirik holatda hosil qilingan bo'ladi.

Qonunsiz egri chiziqlar taxminiy, ixtiyoriy tarzda chiziladi. Qonunniy egri chiziqlar esa ma'lum bir matematika qonunlari asosida hosil bo'ladi. Ularni grafik tarzda chizishda shu qonunga bo'ysuniladi.

Agar egri chiziqning istalgan nuqtasidan unga urinma o'tkazish mumkin bo'lsa, bunday egri chiziqlar *ravon egri chiziq*, agar aksincha bo'lsa *ravonmas egri chiziq* deyiladi. Shuningdek, *yopiq* va *ochiq* bo'ladi. Shuning uchun bunday egri chiziqlarni chizib ko'rsatish bilan birga ularning tenglamalarini ham berishi mumkin.

Qonuniy egri chiziqlar dekart koordinatalar sistemasidagi tenglamalariga ko'ra *algebraic* va *transsendent egri chiziq*larga bo'linadi. Tenglamasi algebraik funksiya orqali ifodalangan egri chiziq *algebraik*, transsendent funksiya bilan ifodalangan egri chiziq esa *transsendent egri chiziq* deyiladi.

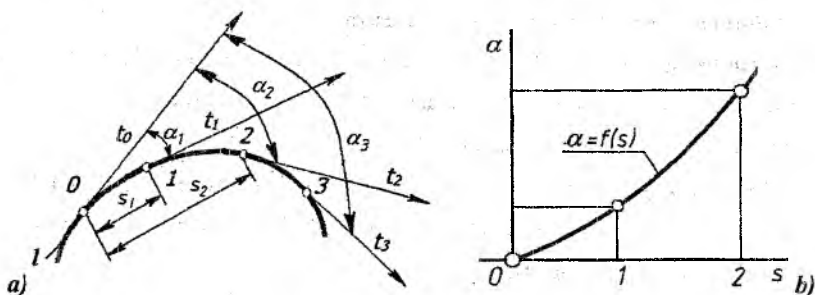
Algebraik egri chiziqlar tartib va klass tushunchalari bilan xarakterlanadi. Egri chiziqlarning tartibi uni ifodalovchi tenglamaning darajasiga teng bo'ladi.

Grafik jihatdan tekis egri chiziqlarning tartibi uning to'g'ri chiziq bilan, fazoviy egri chiziqning tartibi esa uning biror tekislik bilan maksimum kesishish nuqtalar soni orqali aniqlanadi.

Tekis egri chiziqning klassi u yotgan tekislikning ixtiyoriy nuqtasidan o'tkazilgan urinmalar soni bilan, fazoviy egri chiziqning klassi unga biror to'g'ri chiziq orqali o'tkazilgan urinma tekisliklar soni bilan aniqlanadi.

Egri chiziqning tartibi va klassi har xil bo'ladi. Faqat ikkinchi tartibli egri chiziqning tartibi va klassi bir xil bo'lib, u 2 ga teng bo'ladi.

Tekis egri chiziqlarning tabiiy koordinatalarda berilishi. 7.2-rasm, a da ℓ tekis egri chiziq berilgan. Egri chiziqning $O, 1, 2, 3, \dots$ nuqtalaridan unga $t_0, t_1, t_2, t_3, \dots$ yarim urinmalar o'tkazilgan. O nuqta va undan keyingi nuqtalar orasidagi masofalarni s_1, s_2, \dots, t yarim urinmalarni undan keyingi urinmalar orasidagi burchakni esa $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$ deb belgilaymiz.



7.2-rasm

To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasidagi abscissa o'qiga s yo'lar uzunligi bo'lgan qismlarni, ordinata o'qiga α burchaklarning radian o'lchamlari joylashtirilsa $\alpha=f(s)$ funksiyali ℓ egri chiziqning tenglamasi tabiiy koordinatalarda hosil bo'ladi (7.2-rasm, b).

Egri chiziqqa tegishli nuqtalarni sirkul yoki lekalo yordamida o'zaro tutashtirish mumkin. Sirkul yordamida aylana, ovalar, ovoidlar, o'ramalar, korob egri chiziqlarini chizish mumkin. Biroq shunday egri chiziqlar borki, uning nuqtalarini sirkul yordamida tutashtirish mumkin emas, yoki juda ko'plab qo'shimcha geometrik yasashlar bajarish orqaligina sirkul yordamida hosil qilish

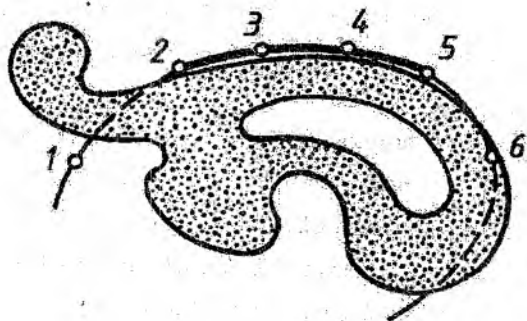
mumkin. Bunday hollarda egri chiziq nuqtalari *lekalo* nomli chizg'ichlar yordamida tutashtiriladi va egri chiziq hosil qilinadi. Har bir nuqtasining egrilik radiusi turlicha bo'lgan egri chiziqlar *lekalo egri chiziqlari* deyiladi. Yoki avvaldan aniqlangan nuqtalarini lekalo yordamida tutashtirishdan hosil bo'ladigan tekis egri chiziqlar *lekalo egri chiziqlari* deyilar ekan.

Ko'plab texnik detallarni tuzilishi turli sirtlar yig'indisidan iborat bo'ladi. Ularning ko'rinishlari lekalo egri chizig'i holatida bo'lishi mumkin.

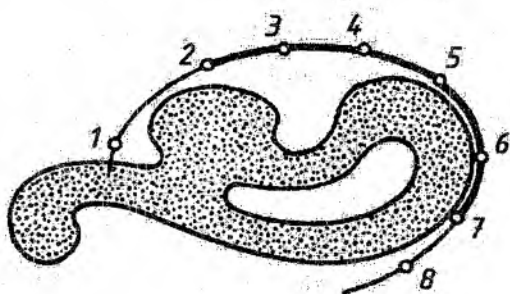
Lekalo chizg'ichlarining turli formadagi (konfiguratsiyadagi) xillari mavjud bo'lib, ulardan egri chiziqni tekis va ravon tutashtirishda foydalaniladi. *Lekalo* – figurali chizg'ich bo'lib, turli egriliklarning yig'indisidan iborat va bu egriliklar bir-biriga ravon o'tadi.

Har bir lekalo bir necha xil egriliklarni chizishda ishlatiladi. Lekalo egri chizig'ini chizish – uning nuqtalarini aniqlashdan boshlanadi. Aniqlangan nuqtalar dastlab qo'lda ingichka tutash chiziq orqali tutashtiriladi. So'ngra egri chiziq bo'laklariga lekalo chizma asbobining mos tushadigan qismi o'rnatiladi va uni surish yoki boshqasiga almashtirish orqali asosiy tutash chiziqda chiziladi (obvodka qilinadi). Lekaloning egri qismi chiziqning eng kamida to'rtta nuqtasiga mos tushishi va faqat boshlang'ich uchta nuqtasi tutashtirilishi kerak (7.3-rasm, *a*, *b* va *c*).

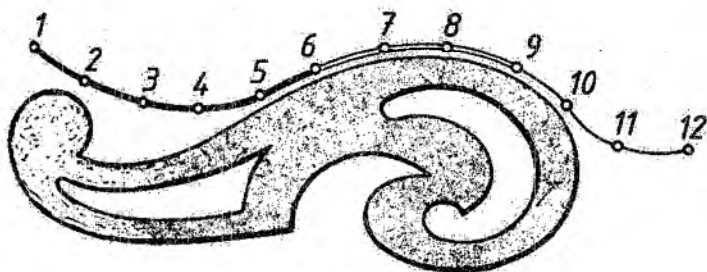
Qonuniy lekalo egri chiziqlari tarkibiga ellips, parabola, giperbola, sikloida, epitsikloida, gipotsikloida, aylana evolventasi, Arximed spirali, sinusoida, strofoida, konxoida va boshqalarni kiritish mumkin. Keyingi paragraflarda har bir qonuniy lekalo egri chizig'ini hosil bo'lishi va grafik usulda qanday yasalishi to'g'risida ma'lumotlar keltiriladi.



a)



b)



c)

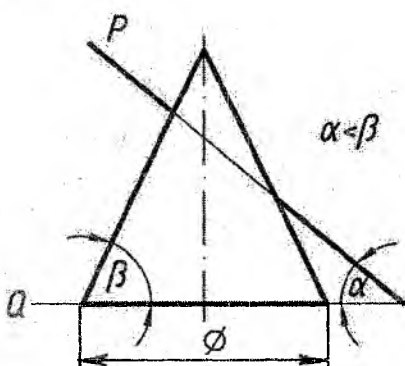
7.3-rasm

7.3. Ikkinchi tartibli egri chiziqlar.

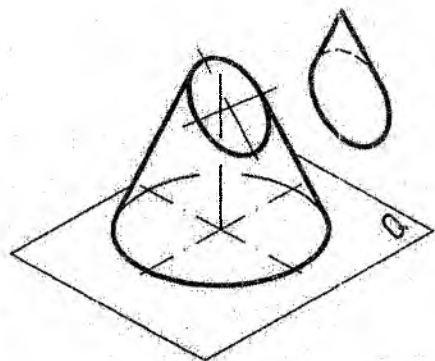
Ta'rif: ikkinchi darajali tenglamalar bilan ifodalanuvchi egri chiziqlar ikkinchi tartibli egri chiziqlar deyiladi. Uning tenglamasi $Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F=0$ ko'rinishda yoziladi.

2-tartibli egri chiziqlar to'g'ri chiziq bilan eng ko'pi bilan ikkita nuqtada kesishadi. Bu egri chiziqlar va ularning xususiyatlaridan mashinasozlikda, binokorlikda, umuman muhandislik amaliyotining barcha tarmoqlarida keng foydalaniladi. Shu boisdan ham ikkinchi tartibli egri chiziqlar mukammal o'rganiladi. Ularga aylana, ellips, giperbola, parabola va ularning xususiy hollari kiradi. Bu egri chiziqlarning tenglamalari va ularning shakllarini aniqlovchi parametrlari analitik geometriyada to'liq o'rganiladi. Chizma geometriya va chizmachilikda esa ularni hosil bo'lishi va grafik jihatdan yasash usullari o'rganiladi.

Ellips. Biror ixtiyoriy P tekislik asosi Q tekislikda yotgan to'g'ri doiraviy konusning barcha yasovchilarini kesib o'tsa (7.4-rasm, a va b), ovalga o'xshash yopiq ravon egri chiziq -- ellips hosil bo'ladi. Bu yerda P va Q tekisliklar orasidagi α burchak konus yasovchi bilan Q tekislik orasidagi β burchakdan kichik, ya'ni $\alpha < \beta$ bo'lishi shart. Konus grekcha "konos" so'zidan olingan bo'lib, *g'urra*, *shish* degan ma'nolarni anglatadi.



a)

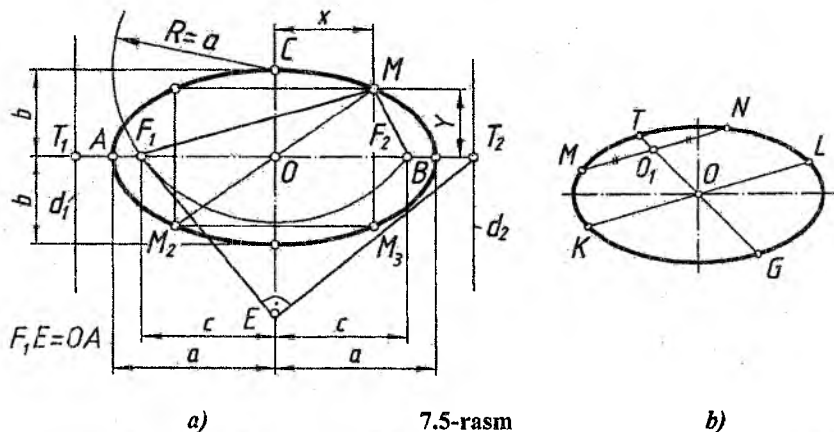


b)

7.4-rasm

Ta'rif: Har bir nuqtasidan berilgan ikki nuqta (F_1 va F_2 fokuslar)gacha bo'lgan masofalarining yig'indisi o'zgarmas miqdor bo'lgan geometrik o'ringa ellips deyiladi (7.5-rasm, a).

F_1 va F_2 nuqtalar – ellipsning fokuslari deyiladi. Fokus lotincha “fokus” so'zidan olingan bo'lib, olov, markaz degan ma'nolarni anglatadi. Ellipsning istalgan ikki nuqtasini uning markazi orqali tutashtiruvchi to'g'ri chiziq ellips qo'shma diametri deyiladi. Eng katta qo'shma diametr AB - katta o'q, eng kichik qo'shma diametr CD – kichik o'q deb nomlanadi va ular o'zaro perpendikular bo'ladi. O – ellips markazi hisoblanadi. Katta o'q $AB=2a$, kichik o'q $CD=2b$, fokuslar orasidagi masofa $F_1F_2=2c$ kattalik bo'yicha belgilanadi.



a)

7.5-rasm

b)

Ellipsning ixtiyoriy M nuqtasini fokuslar bilan tutashtiruvchi to'g'ri chiziq kesmalari (MF_1 va MF_2) vektorlar radiusi deyiladi. Demak, ta'rifga ko'ra ellipsning istalgan nuqtasidan uning fokuslarigacha bo'lgan vektor-radiuslari yig'indisi AB katta o'qi uzunligiga teng bo'lar ekan: $MF_1 + MF_2 = AB = 2a$.

Bundan $CF_1 + CF_2 = 2a$ (biroq $CF_1 = CF_2$), shuningdek, $CF_1 = a$ tengliklar kelib chiqadi. Shuning uchun fokuslar o'rnini aniqlash zarur bo'lsa ellipsning kichik o'qi oxiridan, masalan, C nuqtadan $R=a$ radiusda yoy chizib, uni AB katta o'qi bilan kesishgan nuqtalari aniqlanadi va bu nuqtalar ellipsning fokuslari hisoblanadi. Bunda katta va kichik o'qlar berilgan bo'lishi kerak.

7.5-rasmdagi a , b va c kattaliklar quyidagi bog'liqlikda bo'ladi: $a^2 = b^2 + c^2$.

Ellipsning kanonik tenglamasi $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ bo'ladi.

Parametrik tenglamasi esa: $x = \cos t$, $y = b \sin t$ ga tengdir.

Ellipsning kichik o'qini katta o'qiga bo'lgan nisbati $(\frac{a}{b})$ – *siqiq ellips*

ko'effitsiyenti deyilsa, fokuslar masofasini katta o'qqa nisbati $(\frac{c}{a} = e)$ – *ellips eksentrisiteti* deyiladi.

Ellipsning d_1 va d_2 direktrisalari kichik o'qqa parallel bo'lib, ular O markazdan bir xil uzoqlikda joylashadi: $OT_1 = OT_2 = \frac{a}{e} = \frac{a^2}{c} = 1$. Uni grafik usulda aniqlash uchun ellipsning kichik o'qiga $OE = OA$ masofa o'lchab qo'yiladi va E nuqta belgilanadi. EF_1 kesma hosil qilinib, unga E nuqtadan perpendikular chiziq o'tkaziladi. O'tkazilgan chiziq AB katta o'qni T_2 nuqtada kesib o'tadi ($EF_1 \perp ET_2$). Bu nuqtaga simmetrik bo'lgan T_1 nuqta aniqlanadi. T_1 va T_2 nuqtalardan katta o'qqa perpendikular chiziqlar chiqarib ellipsning d_1 va d_2 direktrissalar hosil qilinadi.

Ellipsning har bir nuqtasi katta va kichik o'qlarga nisbatan ikkita, ellips markaziga nisbatan esa bitta simmetrik nuqtani aniqlay oladi (7.5-rasm, a).

Ellipsning katta va kichik o'qlari uning bosh diametrlari hisoblanadi. Ellips markazidan o'tgan to'g'ri chiziqlar uning diametrlari bo'ladi. Bunday ikkita diametr esa ellipsning *qo'shma diametri* deyiladi. Berilgan KL diametrga TG qo'shma diametрни o'tkazish 7.5-rasm, b da ko'rsatilgan. Buning uchun KL ga parallel qilib MN xorda o'tkaziladi va bu kesmani teng ikkiga bo'luvchi O_1 nuqta aniqlanadi. O va O_1 nuqtalarni tutashtirib izlangan TG qo'shma diametr hosil qilinadi.

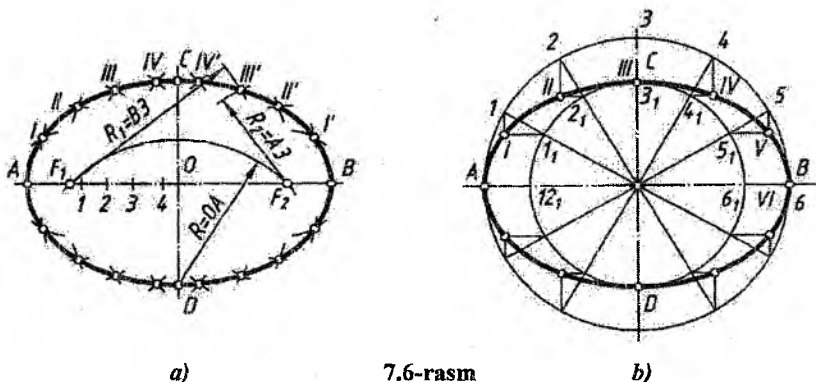
Ellipsni geometrik va proyektiv xususiyatiga ko'ra bir necha xil usulda yasash mumkin. Quyida ellipsni grafik tarzda yasash usullari ko'rsatub o'tiladi.

Ellipsni berilgan AB katta va CD kichik o'qlari orqali yasash (7.6-rasm, a).

1-usul. D nuqtadan $R = OA$ radiusda chizilgan yoy katta o'qni kesib, F_1 va F_2 fokuslarni aniqlaydi. AB o'qda F_1 fokusning o'ng tomonidan ixtiyoriy 1, 2, 3, ... nuqtalar belgilanadi. Bu nuqtalar orasidagi masofalar kattaroq qilib olinsa,

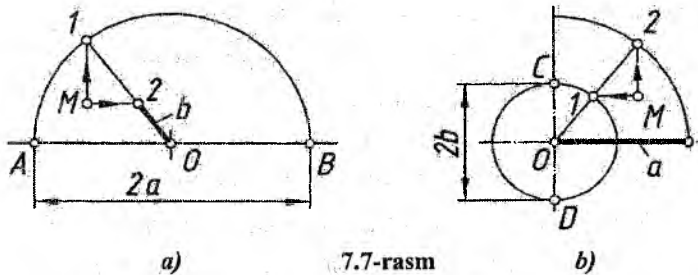
yasaladigan ellips nuqtalari orasidagi masofalar tafovuti kamayib boradi. Bu nuqtalarni F_1 fokusning chap tomonida tanlab olsak ham ish jarayoni bir xil bo'laveradi.

Endi markaz sifatida qabul qilingan F_1 va F_2 ellips fokuslaridan AI va BI radiuslarda aylana yoylari chizib, ularning mos ravishda kesishgan I va I' nuqtalri aniqlanadi. So'ngra yuqoridagidek $A2$ va $B2$ radiusda chizilgan aylana yoylari kesishib ellipsga tegishli II va II' nuqtalarni beradi. Bu jarayon ketma-ket davom ettiriladi va aniqlangan nuqtalar lekalo yordamida tutashtirilib, izlangan ellips yasaladi (chizmada III va III' nuqtalarning yasalishi ko'rsatilgan).



7.6-rasm

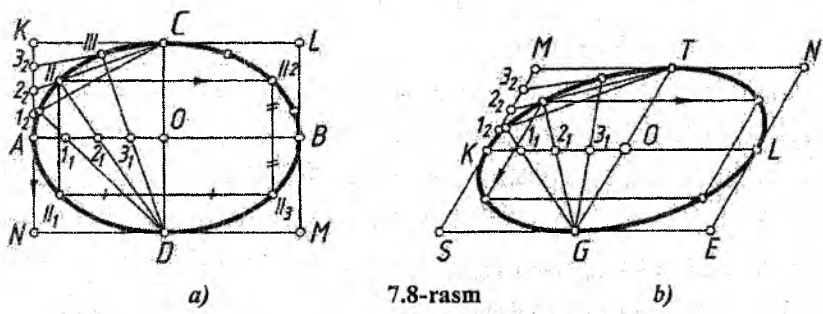
2-usul. Ellipsning O markazidan OA va OC radiuslarda aylanalar chiziladi (3.3-rasm, b). Katta diametr aylanasini teng o'n ikki bo'lakka bo'linadi 1, 2, 3, ..., 12 nuqtalar belgilanadi. Bu nuqtalar ellips markazi bilan tutashtirilib $O1, O2, O3, \dots, O12$ nurlar bog'lami hosil qilinadi. Nurlar kichik aylanani $1_1, 2_1, 3_1, \dots, 12_1$ nuqtalarda kesib o'tadi. Katta aylanani bo'luvchi nuqtalardan ellipsning kichik o'qiga, kichik aylanani bo'luvchi nuqtalardan esa katta o'qqa parallel bo'lgan to'g'ri chiziqlar o'tkaziladi. Bu chiziqlar mos ravishda kesishib, ellipsga tegishli nuqtalar o'rnini aniqlaydi. Masalan, 1 nuqtadan CD o'qqa, 1_1 nuqtadan AB o'qqa parallel qilib o'tkazilgan to'g'ri chiziqlar I nuqtada kesishadi. Barcha aniqlangan I, II, III, ..., XII nuqtalar ellipsning izlangan nuqtalari bo'lib, ular lekalo orqali tutashtiriladi va egri chiziq hosil qilinadi.



7.7-rasm

Bu ikkinchi usuldan foydalanib ellipsning AB katta (X) o'qi orqali uning CD kichik o'qini (Y) aniqlash mumkin. Bunda ellipsning ikkinchi o'qini aniqlash uchun berilgan bitta – AB katta o'qi (7.7-rasm, a) yoki CD kichik oqi (7.7-rasm, b) va ellipsga tegishli ixtiyoriy M nuqta berilgan bo'ladi. Bu amaliyotda keng ishlatiladi. Chizmani bajarilishi strelkalar orqali ko'rsatilgan.

3-usul. A va B nuqtalardan CD o'qqa, C va D nuqtalardan AB o'qqa parallel to'g'ri chiziqlar o'tkazib, $KLMN$ to'g'ri to'rtburchak hosil qilinadi (7.8-rasm, a). AO va AK kesmalar ixtiyoriy, masalan, teng 4 bo'lakka bo'linadi. C nuqtadan C_{12} , C_{22} , C_{32} nurlar bog'lami, D nuqtadan esa D_{11} , D_{21} , D_{31} nurlar bog'lami o'tkaziladi. Bu nurlar mos ravishda kesishib ellipsning I, II va III nuqtalarini beradi. Ellipsning qolgan to'rtidan uch qismida ham har bir aniqlangan ellips nuqtalarini simmetrik o'rinlari aniqlanadi. Chizmada II nuqtaning simmetrik II_1 , II_2 , II_3 o'rinlarini aniqlash ko'rsatilgan.



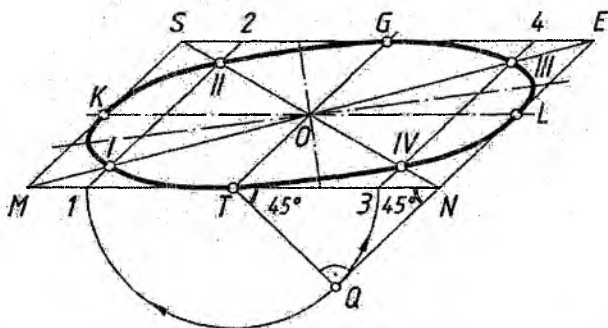
7.8-rasm

Paskalning ikkinchi tartibli egri chiziqlarni yasashda ikkita proyektiv nurlar bog'laming kesishuvi nomli teoremasi bu usul uchun asos bo'ladi.

Ellipsni berilgan KL va TG qo'shma diametrlari bo'yicha yasash (7.8-rasm,b).

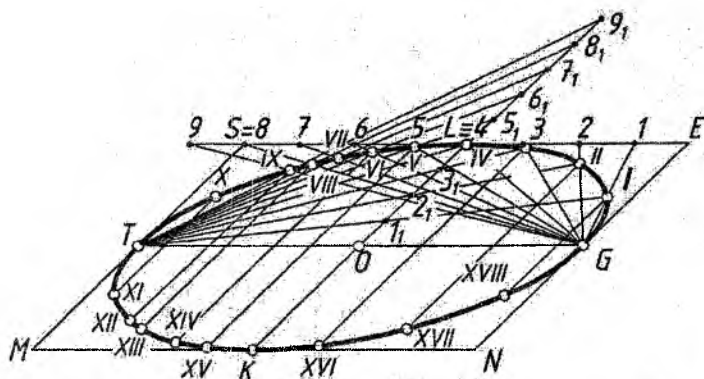
1-usul. Berilgan qo'shma diametrlar $MNES$ parallelogramning o'rta chizig'i bo'ladi. Qolgan ishlar 7.8-rasm, a dagidek bajariladi.

2-usul. Bunda ellips nuqtalari teng yonli uchburchak usulida aniqlanadi. Qo'shma diametrlar bo'yicha $MNES$ parallelogram quriladi va uning diagonallari o'tkaziladi (7.9-rasm). Kichik diametrning T uchidan parallelogramning EN tomoniga perpendikular to'g'ri chiziq o'tkazib, TQN to'g'ri burchakli teng yonli uchburchak hosil qilinadi. T nuqtadan TQ radiusda chizilgan aylana yoyi MN tomonini 1 va 3 nuqtalarda kesadi. 1 va 3 nuqtalardan TG kichik diametrga parallel chizib, 12 va 34 kesmalar o'tkaziladi. Bu 12 va 34 kesmalar parallelogram diagonallarini kesib, ellipsning I, II va III, IV nuqtalarini aniqlaydi. Aniqlangan I, II, III, IV va qo'shma diametrlardagi K, G, L, T nuqtalar lekalo yordamida silliq, ravon qilib tutashtiriladi.



7.9-rasm

3-usul. Yuqoridagi usullardan farqli usulni tatbiq qilamiz. TG va KL qo'shma diametrlar bo'yicha $MNES$ parallelogram yasab, uning ES tomonini yarmi, ya'ni EL ixtiyoriy teng bo'laklarga bo'linadi (chizmada teng 4 bo'lakka bo'lingan va 1, 2, 3, 4 nuqtalar belgilangan). Kichik qo'shma diametrning yarmi bo'lgan OL ham huddi shunday teng to'rt bo'lakka bo'lingan va $1_1, 2_1, 3_1, 4_1$ nuqtalar belgilangan (7.10-rasm). G nuqta $1, 2, 3, 4$ nuqtalar bilan, T esa $1_1, 2_1, 3_1, 4_1$ nuqtalar bilan to'g'ri chiziq orqali tutashtiriladi.



7.10-rasm

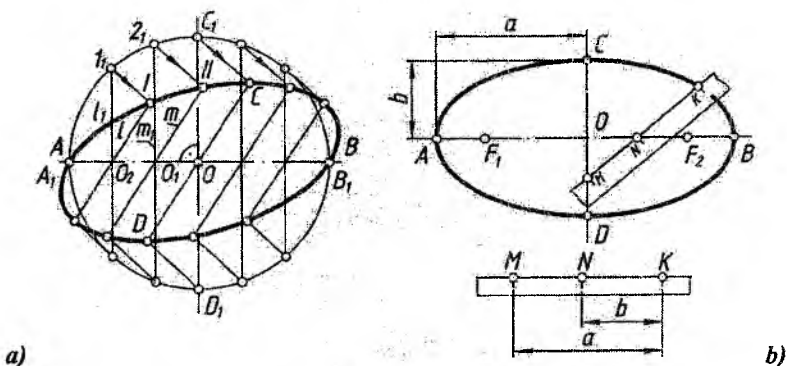
Bu chiziqlar mos ravishda kesishib, ellipsning I, II, III, IV nuqtalarini aniqlaydi. Aniqlangan nuqtalarning yana uchta simmetrik o'rinlarini o'lchab qo'yish orqali ham topish mumkin. Yoki kichik qo'shma diametрни L nuqtasidan uning yuqorisiga O_1 bo'lakka teng bo'lgan masofa istalgancha o'lchab qo'yiladi va $4_1, 5_1, 6_1, \dots$ nuqtalar belgilanadi.

Parallelogramning ES tomoning o'rtasida joylashgan L nuqtadan LS tomoniga $E1$ bo'lakka teng bo'lgan masofa ham istalgancha o'lchab qo'iladi va $5, 6, 7, \dots$ nuqtalar belgilanadi. Belgilangan $5, 6, 7, \dots$ nuqtalar G nuqta bilan, $5_1, 6_1, 7_1, \dots$ nuqtalar esa T nuqta bilan to'g'ri chiziq orqali tutashtiriladi. Bu to'g'ri chiziqlar mos ravishda kesishib, ellipsga tegishli bo'lgan V, VI, VII, ... kabi nuqtalarni aniqlaydi. Aniqlangan nuqtalar lekalo yordamida silliq, ravon qilib tutashtiriladi.

Ellipsni AB va CD qo'shma diametrlari bo'yicha yasash (7.11-rasm, a).

AB kesma diametr sifatida olinib, shu o'lchamda aylana chiziladi va A_1B_1 diametriga mos deb qabul qilinadi. Shartga ko'ra AB va CD qo'shma diametrlar hisoblanadi. Ellipsning CD diametriga esa C_1D_1 aylana diametri teng bo'ladi va u A_1B_1 ga perpendikular qilib o'tkaziladi. Shunday ekan ellipsning C nuqtasi bilan aylananing C_1 nuqtasi o'rtasida moslik mavjud.

C_1D_1 ga parallel qilib aylana xordalari o'tkaziladi. Aylanadagi $1_1, 2_1, \dots$ nuqtalardan CC_1 kesmaga, O_1, O_2, \dots nuqtalardan esa CD kesmaga parallel to'g'ri chiziqlar o'tkaziladi. Bu chiziqlar mos ravishda kesishib ellipsning I, II, ... nuqtalarini beradi va ular lekalo yordamida tutashtiriladi.



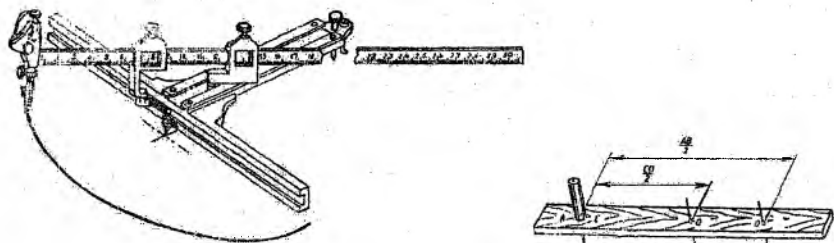
7.11-rasm

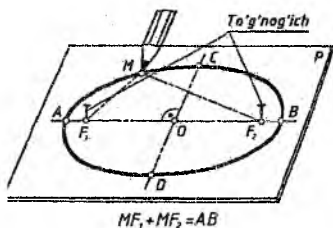
7.11-rasm, *b* da ellips nuqtalarini oddiy qog'ozning tekis tomonidan foydalanib qurish ko'rsatilgan. Qog'ozning tekis tomoniga *AB* katta o'qning yarmiga teng bo'lgan *a* masofa o'lchab qo'yilib *M* va *K* nuqtalar belgilanadi. Shuningdek, *K* nuqtadan boshlab *MK* oraliqqa ellipsning *CD* kichik o'qi yarmiga teng bo'lgan *b* masofa o'lchab qo'yiladi va *N* nuqta aniqlanadi. Agar qog'ozdagi *N* nuqta katta o'qqa, *M* nuqta kichik o'qqa ustma-ust qo'yilsa, u holda *K* nuqta ellipsga tegishli nuqta o'rini aniqlaydi. Bunday nuqtalardan bir nechtasini aniqlab, ularni lekalo yordamida tutashtirish orqali ellips egri chizig'ini hosil qilish mumkin.

Bulardan tashqari ellips qurishning turli amaliy usullari bor.

7.12-rasm, *a* da ellipsografdan, 7.12-rasm, *b* da igna-ip va qalamdan, 7.12-rasm, *c* da uchburchakli chizg'ichdan foydalanib ellips yasash usullari ko'rsatilgan.

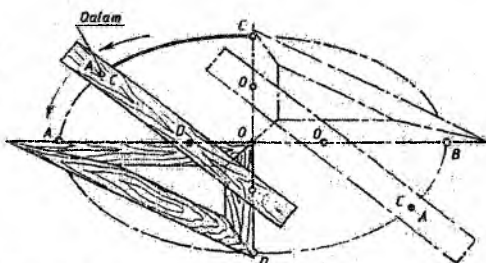
7.12-rasm, *c* da ko'rsatilgan ellips qurish usuli 1709 yil Pyotr I tahriri ostida nashrdan chiqqan "Приём циркуля и линейки" kitobidan o'rin olgan.





b)

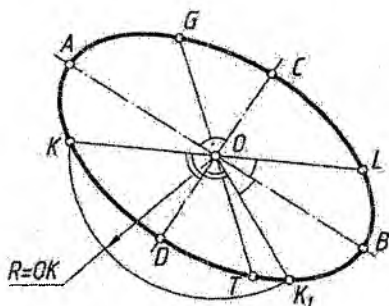
7.12-rasm



c)

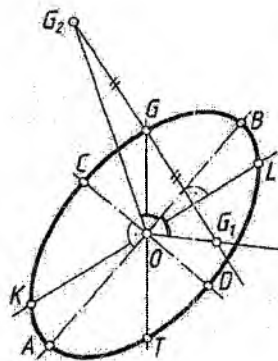
Ellipsni berilgan KL va TG qo'shma diametrlari orqali uning katta va kichik o'qlarini aniqlash.

1-usul. O markazdan $R=OK$ radiusdan chizilgan aylana yoyi ellipsni K_1 nuqtada kesadi va u O nuqta bilan tutashtiriladi (7.13-rasm, a). Hosil bo'lgan K_1OL burchak bissektisasi ellipsning AB katta o'qini aniqlaydi. O nuqtadan AB o'qqa tushirilgan perpendikular to'g'ri chiziq yoki KOK_1 burchak bissektisasi ellipsning CD kichik o'qini aniqlaydi.



a)

7.13-rasm

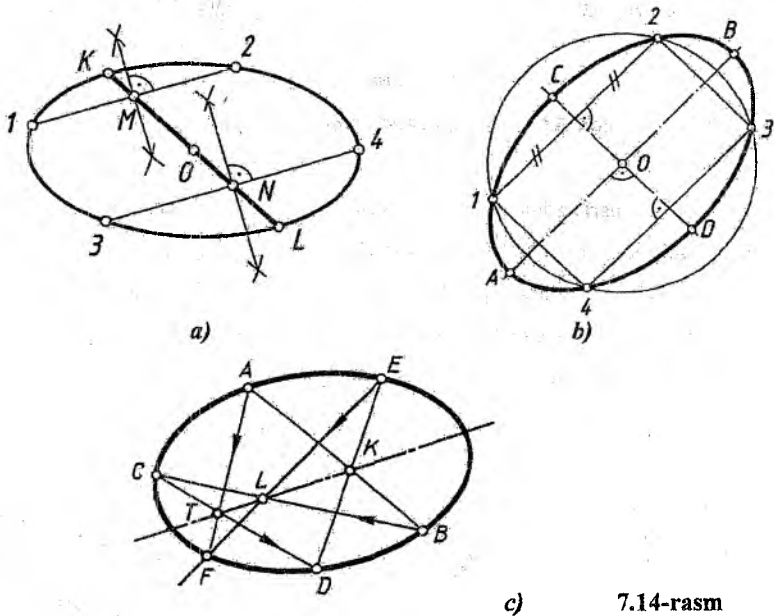


b)

2-usul. Qo'shma diametrning birida yotgan G nuqtadan KL diametrga perpendikular to'g'ri chiziq tushiriladi (7.13-rasm, b). Bu chiziqqa G nuqtadan OK kesmaga teng bo'lgan masofalar o'lchab qo'yilib, G_1 va G_2 nuqtalar aniqlanadi. G_1 va G_2 nuqtalar O nuqta bilan tutashtiriladi. Hosil bo'lgan G_1OG_2 burchak

bissektpisasi ellipsning AB katta o'qi yo'nalishini aniqlaydi. AB ga perpendikular chiziq o'tkazib, ellipsning CD kichik o'qi aniqlanadi.

Berilgan ellipsning O markazini aniqlash (7.14-rasm, a). Ellipsni istalgan joyidan o'zaro parallel bo'lgan ikkita, masalan, 12 va 34 vatarlari o'tkaziladi. Ularni o'rta perpendikularlari M va N nuqtalarni beradi. M va N nuqtalarni tutashtirish natijasida ellipsning KL qo'shma diametri hosil qilinadi. KL qo'shma diametrlning o'rta nuqtasi ellipsning O markazini beradi.



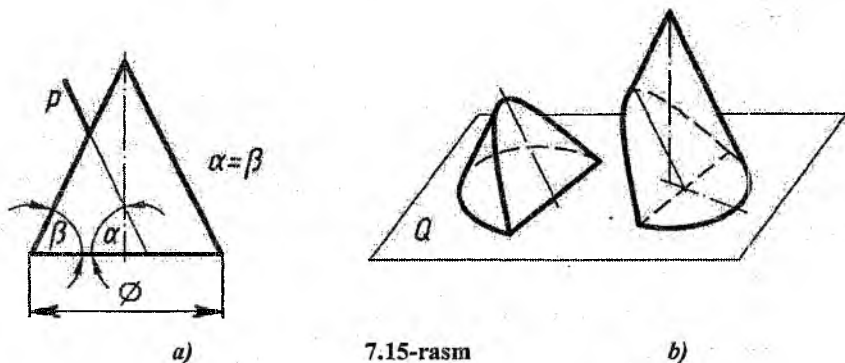
c) 7.14-rasm

Ellipsning berilgan O markazi orqali AB katta va CD kichik o'qlarini o'tkazish (7.14-rasm, b). Berilgan O markazdan ellipsni kesib o'tuvchi ixtiyoriy radiusdagi aylana chizib, uning ellips bilan kesishgan 1, 2, 3, 4 nuqtalari belgilanadi. Bu nuqtalar o'zaro tutashtirilib, ellipsning 12, 23, 34, 41 vatarlari hosil qilinadi. O markazdan 12 va 34 vatarlariga perpendikular o'tkazib CD kichik o'q aniqlanadi. CD kichik o'qqa O markazdan perpendikular o'tkazib AB katta o'q aniqlanadi.

Ellipsning berilgan beshta (A, E, B, D, C) nuqtalari orqali yasash (7.14-rasm, c). Bu masala yechimiga Paskal teoremasi asosida erishiladi. Beshta nuqta bir

to'g'ri chiziqda yotmagan va botiq bo'lamagan vaziyatda berilishi shart. Dastlab, A va B , D va E nuqtalarni tutashtirib, ularni o'zaro kesishgan K nuqtasi aniqlanadi. Keyin BC va CD chiziqlar o'tkaziladi. E nuqtadan o'tkazilgan ixtiyoriy to'g'ri chiziq CB kesmani L nuqtada kesadi va LK kesma hosil qilinadi. LK chiziq CD ni T nuqtada kesadi. AT to'g'ri chiziq o'tkazib, uni EL chiziq davomi bilan kesishgan F nuqtasi aniqlanadi. F nuqta ellipsga tegishli nuqta hisoblanadi. EL chiziq yo'nalishini o'zgartirish orqali ellipsga tegishli boshqa nuqtalarni aniqlash mumkin.

Parabola. Agar to'g'ri doiraviy konus uning bitta yasovchisiga parallel bo'lgan tekislik bilan kesilsa kesim yuzasida ochiq, ravon egri chiziq hosil bo'ladi. Bu parabola egri chiziq'i deyiladi (7.15-rasm, a va b).

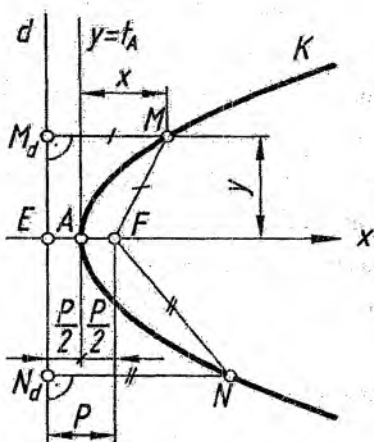


7.15-rasm

Bunda konusni kesuvchi P tekislik bilan konus asosi joylashgan Q tekislik orasidagi α burchak, Q tekislik bilan konus yasovchisi orasidagi β burchakka teng bo'ladi: $\alpha = \beta$.

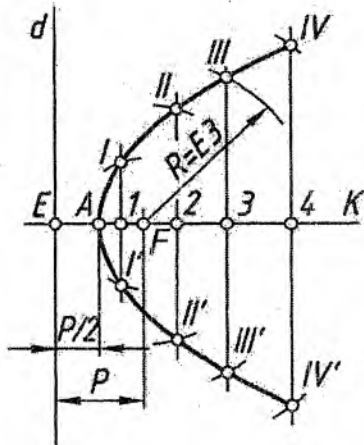
Ta'rif: Har bir nuqtasidan berilgan nuqta (fokus- F)gacha va to'g'ri chiziq (direktirisa- d)gacha masofalari o'zaro teng bo'lgan geometrik o'ringa parabola deyiladi.

Yoki ta'rifni quyidagicha, batafsil qilib berish mumkin: tekislikdagi nuqta (F -fokus) va to'g'ri chiziq (d -direktirisa, yo'naltiruvchi)lardan bir xil uzoqlikda joylashgan, tekislikka tegishli nuqtalar to'plamiga parabola deyiladi (7.16-rasm, a). Bu yerda $MM_d = MF$ tenglik mavjud.



a)

7.16-rasm



b)

Shuningdek, FN yoki FM masofa parabolaning *vektor-radiusi* deyiladi. F – parabola fokusi, A –parabola uchi, d –parabola direktrisasi yoki yo‘naltiruvchi chizig‘i, P – kattalik-parabolaning fokusi va yo‘naltiruvchi parametrlari orasidagi masofa yoki parabola parametri deyiladi. Parabolani A uchi P masofani teng ikkiga bo‘ladi: $AF=AE=P/2$.

Parabolaning kanonik tenglamasi: $y^2=2px$

Parabolaning parametrik tenglamasi: $x=t, y=\sqrt{2pt}$ yoki $y=t, x=\frac{t^2}{2p}$

Shuningdek 7.16-rasm, a da quyidagi tenglik ham o‘rnatilgan: $e=1$,

$$\frac{MM_d}{MF} = \frac{NN_d}{NF} = 1, \text{ ya'ni, parabola eksentrisiteti birga teng. Parabola yasashning}$$

turli grafik usullari mavjud. Quyida shu usullar bayon etiladi.

Berilgan P - parametr bo‘yicha parabola yasash (7.16-rasm, b).

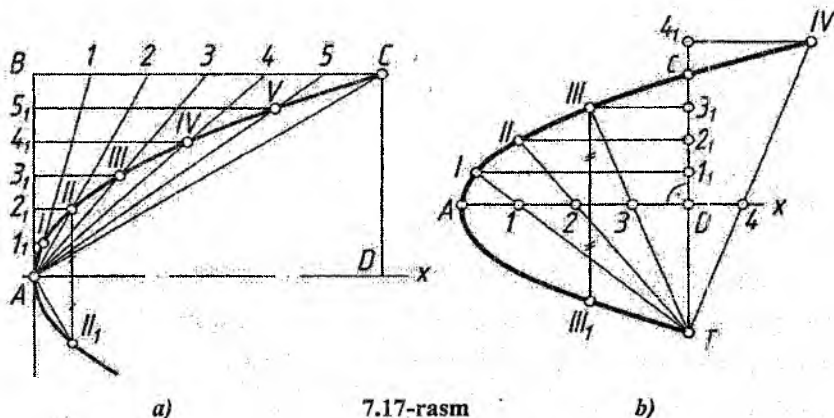
Buning uchun P parametr masofasi teng ikkiga bo‘linadi va parabola uchi A nuqta aniqlanadi: $P=EF, EF/2=AF=AE$.

Parabolaning A uchidan boshlab EX o‘qda ixtiyoriy masofada 1, 2, 3, ... nuqtalar tanlab olinadi. Bu nuqtalardan d -direktrisasi parallel to‘g‘ri chiziqlar o‘tkaziladi. F fokusni markaz qilib E_1, E_2, E_3, \dots radiuslarda aylana yoylari chiziladi. Bu yoylar o‘zaro parallel to‘g‘ri chiziqlarni mos ravishda kesib, parabola

nuqtalarini aniqlaydi. Chizmada III nuqtani aniqlanishi ko'rsatilgan. Aniqlangan nuqtalarning X o'qqa nisbatan simmetrik o'rinlari topiladi va ular lekalo yordamida tutashtiriladi.

Parabolani berilgan C nuqtasi, A uchi va AX o'qi orqali yordamchi to'g'ri burchak usulida yasash.

1-holat. Buning uchun $ABCD$ to'g'ri burchak hosil qilinadi va uning AB hamda BC tomonlari ixtiyoriy teng bo'laklarga, masalan, teng besh bo'lakka bo'linadi (7.17-rasm, a).



a)

7.17-rasm

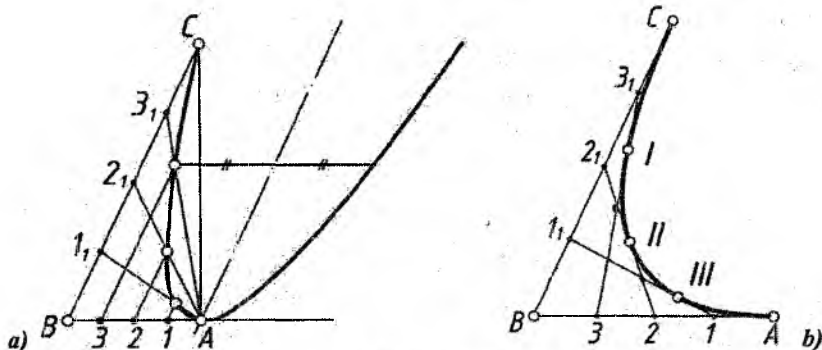
b)

AB kesmadagi nuqtalardan AX o'qqa parallel to'g'ri chiziqlar o'tkaziladi. BC dagi nuqtalar esa parabola uchi A bilan to'g'ri chiziq orqali tutashtiriladi. O'tkazilgan to'g'ri chiziqlar mos ravishda kesishib, parabolaga tegishli nuqtalarni aniqlaydi. Ushbu nuqtalarning simmetrik o'rinlarini aniqlash chizmadan tushunarlidir. Aniqlangan barcha nuqtalar lekalo tutashtiriladi.

2-holat. Berilgan C nuqtadan AX o'qqa perpendikular tushiriladi. Bu perpendikularga CD masofa D nuqtadan boshlab o'lchab qo'yiladi va T nuqta aniqlanadi. AD va DC kesmalar teng bo'laklarga bo'linadi (7.17-rasm, b). T nuqtadan parabola o'qini bo'luvchi nuqtalardan o'tuvchi nurlar bog'lami o'tkaziladi. Bu nurlar DC ni bo'luvchi nuqtalardan X o'qqa o'tkazilgan parallel to'g'ri chiziqlarni mos ravishda kesib, parabolaga tegishli nuqtalarni beradi.

O'zaro B nuqtada kesishuvchi to'g'ri chiziq'larga A va C nuqtalarda urinib o'tuvchi parabolani yasash.

1-holat. Bunda ham ish jarayoni 7.17-rasm, a dagidek amalga oshiriladi (7.18-rasm, a).

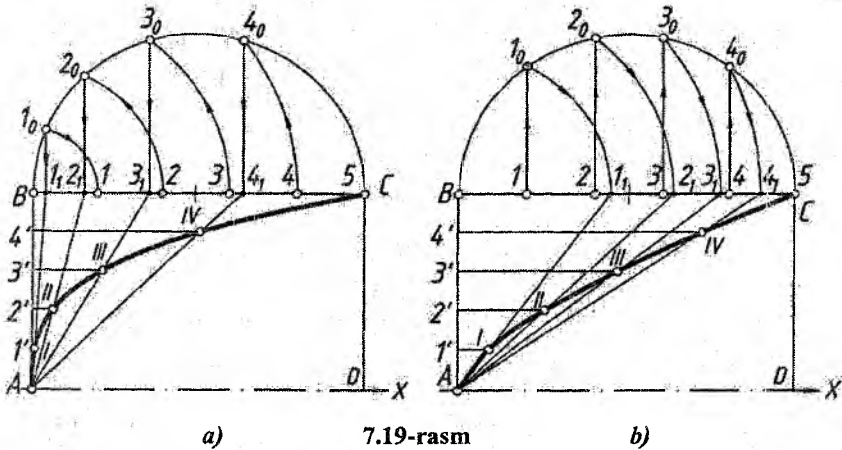


7.18-rasm

2-holat. AB va BC tomonlar teng bo'laklarga bo'linadi (7.18-rasm, b). AB tomondagi 1, 2, 3, ... nuqtalar BC tomondagi $1_1, 2_1, 3_1, \dots$ nuqtalar bilan mos ravishda to'g'ri chiziq orqali tutashtiriladi. Bu to'g'ri chiziq'larning o'zaro kesishgan nuqtalari orasida hosil bo'lgan kesmalarining o'rta I, II, III, ... nuqtalari aniqlanadi. Parabola bu to'g'ri chiziq'larga shu nuqtalarda urinadi. Masalan, 11_1 to'g'ri chiziqqa I nuqtada, 22_1 chiziqqa II nuqtada va hokazo. A, I, II, III, C nuqtalar lekalo yordamida o'zaro ketma-ket tutashtiriladi.

Parabolaning berilgan A uchi va unga tegishli C nuqtasi orqali kub-parabolani yasash (7.19-rasm, a). $ABCD$ to'g'ri burchak quriladi va AB hamda BC tomonlar teng, masalan, besh bo'lakka bo'linadi. BC tomonni o'rta aniqlanadi va BC diametrdan yarim aylana chiziladi. B nuqtadan B_1, B_2, B_3, B_4 radiuslarda chizilgan yo'llar yarim aylanani $1_0, 2_0, 3_0, 4_0$ nuqtalarda kesib o'tadi. Bu nuqtalardan BC ga perpendikular tushirib, $1_1, 2_1, 3_1, 4_1$ nuqtalar aniqlanadi. Aniqlangan nuqtalar parabola uchi A bilan tutashtiriladi va ularni $1', 2', 3', 4'$ nuqtalardan AX o'qqa nisbatan parallel o'tkazilgan to'g'ri chiziq'larga mos ravishda kesishgan I, II, III,

IV nuqtalari topiladi. Bu nuqtalarning parabola o'qiga nisbatan simmetrik o'rinlari aniqlanadi va ular lekalo yordamida tutashtirilib *kub-parabola* chiziladi.



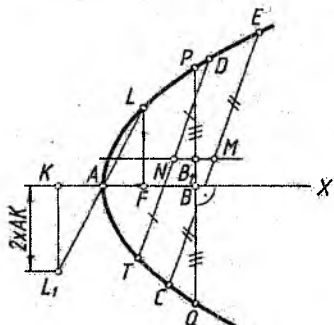
7.19-rasm

Yarim kub parabolani uning berilgan A uchi va C nuqtasi orqali yasash (7.19-rasm, b). Bunda ham AB va BC tomonlar teng bo'laklarga bo'linadi. BC tomondagi 1, 2, 3, 4 nuqtalardan unga perpendikular qilib chiqarilgan to'g'ri chiziqlar yarim aylanani $1_0, 2_0, 3_0, 4_0$ nuqtalarda kesib o'tadi. B nuqtani markaz qilib $B1_0, B2_0, B3_0, B4_0$ radiuslarda aylana yoylari chiziladi va bu yoylar BC tomonni $1_1, 2_1, 3_1, 4_1$ nuqtalarda kesib o'tadi. Bu nuqtalar parabola uchi A bilan tutashtiriladi. AB tomonni bo'luvchi $1', 2', 3', 4'$ nuqtalardan AX o'qqa o'tkazilgan parallel to'g'ri chiziqlar A parabola uchidan o'tkazilgan nurlar bog'lami bilan mos ravishda kesishib, *yarim kub-parabola* nuqtalarini beradi. Qolgan jarayon avvalgi misoldagidek davom ettiriladi.

Berilgan parabolaning X o'qi, A uchi va F fokusini aniqlash (7.20-rasm).

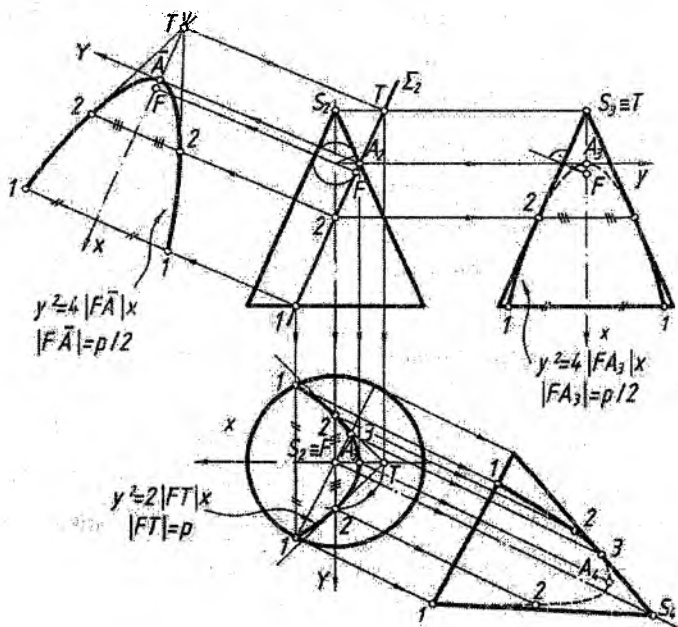
Parabolaning o'zaro parallel bo'lgan ixtiyoriy ikkita CE va TD vatarlari o'tkazilib, ularning o'rta M va N nuqtalari to'g'ri chiziq orqali tutashtiriladi. MN chiziqning ixtiyoriy B_1 nuqtasidan unga o'tkazilgan perpendikular to'g'ri chiziq parabolani P va Q nuqtalarda kesib o'tadi. PQ kesmaning o'rta perpendikulari B nuqtadan o'tadi va u parabolani A uchini hamda X o'qimi aniqlaydi.

Parabolaning F fokusini aniqlash uchun uning A uchidan AX o'qni chap tomoniga ixtiyoriy AK kesma o'lchab qo'yiladi. K nuqtadan X ga perpendikular to'g'ri chiziq o'tkazib, unga AK masofa ikki marta o'lchab qo'yiladi va L_1 nuqta belgilanadi ($KL_1=2AK$). L_1 nuqtani A bilan tutashtiruvchi to'g'ri chiziq parabolani L nuqtada kesib o'tadi. L nuqtadan X o'qqa tushirilgan perpendikular to'g'ri chiziq X oqni kesib, parabolaning F fokusini aniqlaydi.



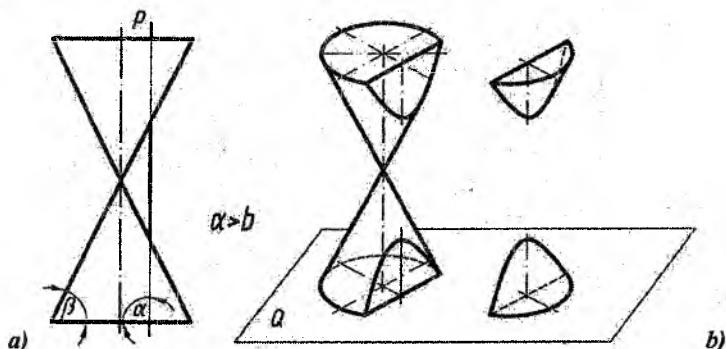
7.20- rasm

7.21-rasmda to'g'ri doiraviy konusni uning bitta yasovchisiga parallel bo'lgan tekislik bilan kesilgan yuzasi ($\beta=\alpha/2$) ya'ni, parabola ko'rsatilgan. Bosh ko'rinishda konus kesimining F fokusi Dandelena sferasi yordamida aniqlangan (uning frontal proeksiyasi aylana bo'lib, u uchta to'g'ri chiziqqa urinib turibdi). Boshqa holatlarda bosh urinmalar orqali aniqlanadi.



7.21-rasm

Giperbola. Agar kesuvchi tekislik to'g'ri doiraviy konusning bir yo'la ikkita yasovchisiga parallel bo'lgan holatda uni kesib o'tsa, u holda kesim yuzasida ochiq, ravon egri chiziq – *giperbola* hosil bo'ladi (7.22-rasm, a va b). Bunda kesuvchi P va asos Q tekisliklar orasidagi α burchak konus yasovchisi va uning asosi joylashgan Q tekislik orasidagi β burchakdan katta bo'ladi: $\alpha > \beta$.



7.22-rasm

Ta'rif: Har bir nuqtasidan berilgan ikki nuqta (F_1 va F_2 fokuslar)gacha masofalarining ayirmasi o'zgarmas miqdor bo'lgan geometrik o'rin *giperbola* deyiladi: $F_1N - F_2N = A_1A_2 = \text{const}$ (7.23-rasm).

Bu yerda F_1 va F_2 – *giperbola* fokuslari, A_1 va A_2 – *giperbola* uchlari, a_1 va a_2 – *asimptotalar*, F_1M va F_2M – *giperbolaning* vektor radiuslari, X – *giperbolaning* haqiqiy o'qi, Y – *giperbolaning* mavhum o'qi. O – *giperbola* markazi, $2a = A_1A_2$ – *giperbola* uchlari orasidagi masofa, $2c = F_1F_2$ – *giperbola* fokuslari orasidagi masofa. Bu kattaliklarda ushbu bog'liqlik mavjud: $c^2 = a^2 + b^2$.

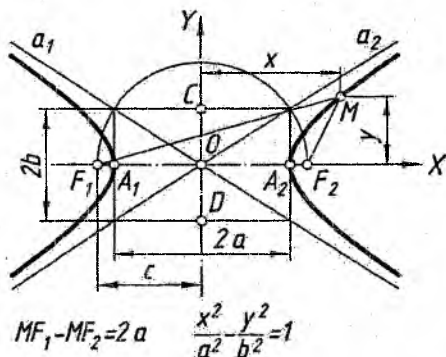
Giperbolaning kanonik tenglamasi: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Parametrik tenglamasi: $X = a \operatorname{sek} t$, $Y = b \operatorname{tg} t$.

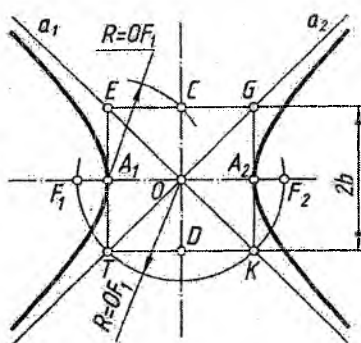
Giperbolaning eksentrisiteti $e = \frac{c}{a} > 1$. *Giperbola* tarmoqlari asimptotalarga yaqinlashib boraveradi va ular cheksizlikda urinishlari mumkin, ammo o'zaro kesishmaydi. *Giperbola* asimptotalari uning O markazidan o'tadi. Asimptota tenglamasi: $y = \pm \frac{b}{a}x$.

Agar haqiqiy o'qdagi $2a$ kattalik mavhum o'qdagi $2b$ ga teng bo'lsa, u holda giperbola teng tomonli deyiladi.

Giperbolani grafik tarzda yasashning bir necha usullari mavjud bo'lib, quyida ular to'g'risida ma'lumotlar keltiriladi.



7.23-rasm



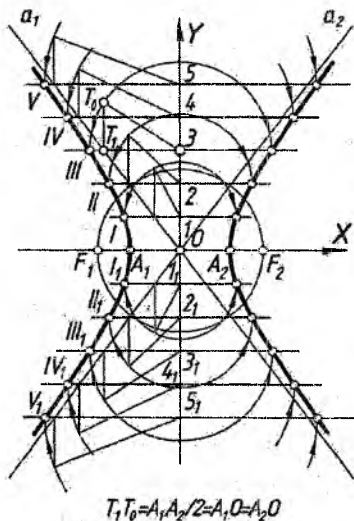
7.24-rasm

Giperbolani berilgan A_1A_2 uchlari va F_1F_2 fokuslari orasidagi masofa bo'yicha uning asimptotalarini yasash.

1-usul. Buning uchun $2a=A_1A_2$ masofaning o'rta O nuqtasidan giperbolani X haqiqiy va Y mavhum o'qlari o'tkaziladi (7.24-rasm). X o'qda berilgan o'lcham bo'yicha F_1F_2 fokuslar belgilanadi. O markazda $R=OF_1$ radiusda chizilgan aylana yoyi A_1 va A_2 nuqtalardan Y o'qqa nisbatan parallel qilib o'tkazilgan to'g'ri chiziqlar bilan T va K nuqtalarda kesishadi. OT va OK to'g'ri chiziqlar giperbolani a_1 va a_2 asimptotalari hisoblanadi.

2-usul. A_1 (yoki A_2) nuqtadan $R=OF_1$ radiusda chizilgan aylana yoyi Y o'qni C nuqtada kesadi (7.24-rasm). C nuqtada X o'qqa A_1 va A_2 nuqtalardan Y o'qqa parallel qilib o'tkazilgan to'g'ri chiziqlar o'zaro kesishib, asimptotalarga tegishli E va G nuqtalarni beradi. OE va OG to'g'ri chiziqlar giperbolaning a_1 va a_2 asimptotalari bo'ladi. Demak, giperbola asimptotalari aylana yoyini haqiqiy o'qda hosil qilingan to'g'ri burchak bilan kesishishgan nuqtalari orqali aniqlanar ekan.

giperbolaning ikkala tarmog'iga ham tegishli bo'lgan nuqtalarni aniqlaydi. Chizmada giperbolaga tegishli III nuqtaning yasalish jarayoni batafsil ko'rsatilgan.



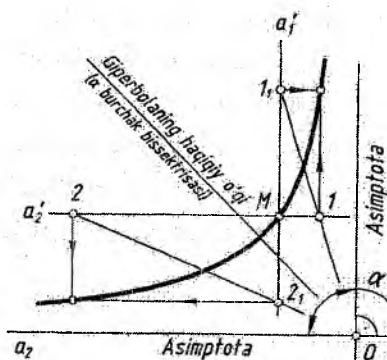
7.26-rasm

kesishib, giperbolaga tegishli nuqtalarni aniqlaydi. Bu jarayon bir necha marta takrorlansa giperbolaga tegishli boshqa nuqtalar ham aniqlanadi va ular silliq, ravon qilib tutashtiriladi.

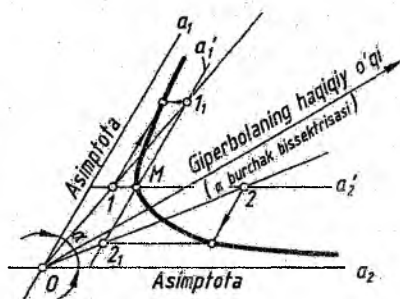
Giperbolani uning berilgan M nuqtasi, a_1 va a_2 asimptotalari yordamida qurish.

1-holat. Bunda a_1 va a_2 asimptotalar o'zaro perpendikular vaziyatda joylashgan (7.27-rasm, a). Giperbolaga tegishli M nuqtadan asimptotalarga parallel bo'lgan a_1 va a_2 to'g'ri chiziqlar o'tkaziladi. Giperbola markazi O dan a_1 va a_2 chiziqlarni kesib o'tuvchi ixtiyoriy nurlar bog'lami o'tkaziladi.

O'tkazigan nuralr a'_1 va a'_2 chiziqlarni 1 va 1, 2₁ va 2 nuqtalarda kesib o'tadi va hokazo. 1 va 2 nuqtalardan a_1 asimptotaga, 1₁ va 2₁ nuqtalardan esa a_2 asimptotaga parallel qilib o'tkazilgan to'g'ri chiziqlar mos ravishda



a)



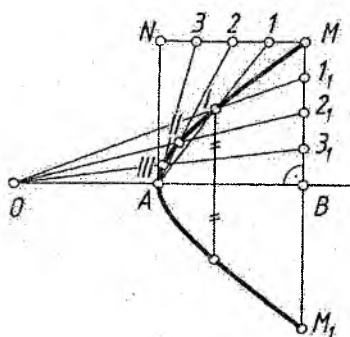
b)

7.27-rasm

2-holat. Bu yerda a_1 va a_2 asimptotalar o'tkir burchak ostida kesishmoqda (7.27-rasm, b). Ammo giperbolani qurish jarayoni yuqoridagidek, amalga oshiriladi. Ya'ni, M nuqtadan asimptotalarga o'tkazilgan parallel to'g'ri chiziqlarni O markazdan o'tkazilgan giperbolaning ixtiyoriy yarim diametrlari bilan kesishgan nuqtalaridan foydalaniladi. Giperbola nuqtalarini aniqlash jarayoni strekalar bilan ko'rsatilgan. 7.24-rasmdan foydalanib, bu ikki holatdagi giperbolaning fokuslari va mavhum o'qlari o'rnini aniqlash mumkin. Bu usulda texnikada keng foydalaniladi. Xususan, issiqlik dvigatellarining indikator diagrammasini qurishda qo'llaniladi.

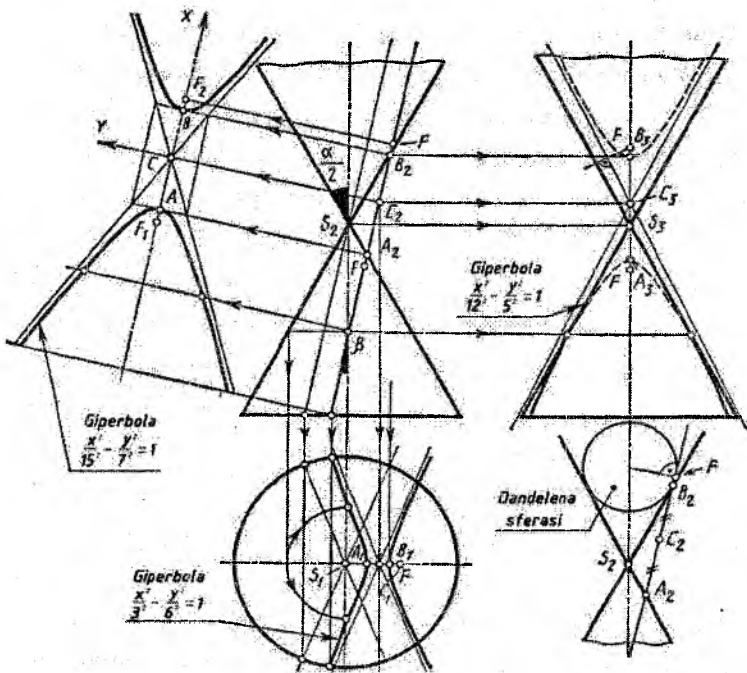
Berilgan A uchi unga tegishli M nuqtasi orqali giperbola qurish (7.28-rasm). Berilgan M nuqtadan giperbolaning haqiqiy o'qiga perpendikular to'g'ri chiziq tushirib, $ANMB$ to'g'ri to'rtburchak hosil qilinadi. NM va MB tomonlar ixtiyoriy teng, masalan, to'rt bo'lakka bo'linadi.

Giperbolaning haqiqiy o'qiga A nuqtadan chap tomonga $OA=AB$ kesma o'lchab qo'yiladi. O nuqta MB tomonni bo'luvchi $1_1, 2_1, 3_1$ nuqtalar bilan tutashtirilib, nurlar bog'lami hosil qilinadi. Bu nurlar A nuqtani NM tomonini teng bo'laklarga bo'luvchi $1, 2, 3$ nuqtalar bilan tutashtiruvchi to'g'ri chiziqlar bilan mos ravishda kesishib, giperbola nuqtalarini aniqlaydi. Giperbola nuqtalarining simmetrik o'rinlarini aniqlash chizmadan tushinari.



7.28-rasm

7.29-rasmda konusni ikkita yasovchisiga parallel bo'lgan tekislik bilan kesishgan chizig'ini aniqlash ko'rsatilgan: $\beta < \alpha/2$. Xususiy holda konus va giperbola o'qlari o'zaro parallel bo'ladi: $\beta = 0$. Bosh ko'rinishda kesim yuzasi (giperbola)ning F fokusi Dandeleno sferasi yordamida aniqlangan. Boshqa holatlarda bosh urinmalar orqali aniqlanadi.



7.29-rasm

7.4. *Siklik (davriy) egri chiziqlar.* Ma'lum bir siklining takrorlanishi natijasida hosil bo'ladigan egri chiziqlar *siklik (davriy) egri chiziqlar* deyiladi. Bunday egri chiziq'larga *sikloida*, *episikloida* va *giposikloidalar* kiradi. Siklik egri chiziq'lardan texnikada keng foydalaniladi. Masalan, shesteryalarning tishlari profilni yasashda, kulochoklarda, eksentriklarning kontarini chizishda va boshqa holatlarda keng qo'llaniladi.

Sikloida. Aylanani qo'zg'almas to'g'ri chiziq ustida sirpanmasdan, bir tekis yumalashi natijasida aylanadagi har bir nuqta qoldirgan iz (troyektoriya) ochiq va ravon egri chiziq bo'ladi. Bu *sikloida* (grekcha *kukloides* – doirasimon) egri chizig'i hisoblanadi (7.30-rasm, a). Bu yerda qulaylik uchun aylanani to'g'ri chiziqqa urinib turgan *A* nuqtasining harakat traektoriyasi misol sifatida olingan. Sikloidaning quyidagi elementlari mavjud: *p* – yo'naltiruvchi to'g'ri chiziq, *d* – yasovchi aylana, *O*₁, *O*₂, *O*₃, ... – yasovchi aylana harakatlangan vaqtdagi markazlar, *A* – aylana

ustidagi nuqta, PD – sikloida qadami, πd – aylanani to'g'ri chiziq ustida to'liq bir marta yumalashidan hosil bo'lgan masofa yoki yasovchi aylana uzunligi ($\ell = \pi d$).

Sikloidaning parametrik tenglamasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$x = \frac{d}{2}(\varphi - \sin \varphi), \quad y = \frac{d}{2}(1 - \cos \varphi).$$

Bu yerda φ – yasovchi aylana burilishini xarakterlaydigan burchak.

Sikloidani yasashni turli usullari mavjud bo'lib, quyida misollar keltiriladi.

Sikloidani berilgan d yasovchi aylanasi bo'yicha qurish.

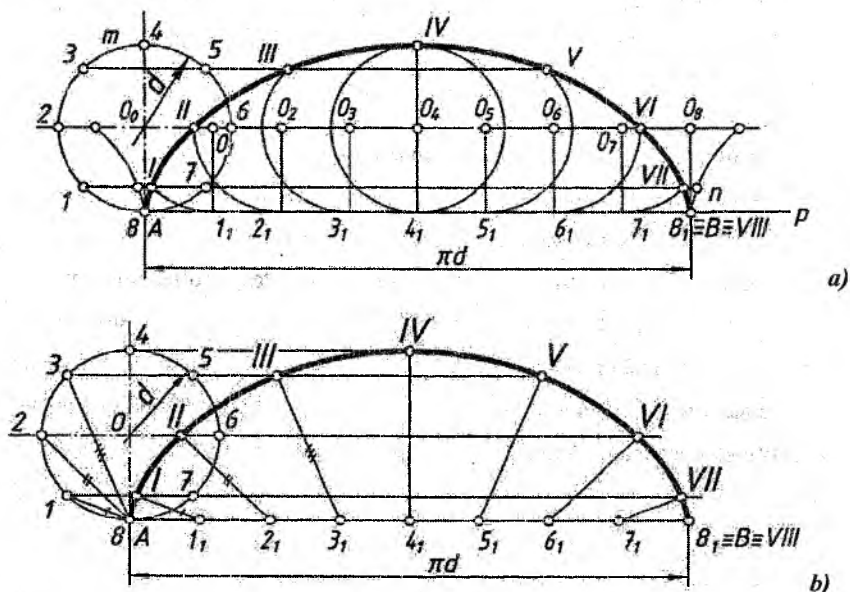
1-holat. d diametrlil aylana chiziladi va u ixtiyoriy teng bo'laklarga, masalan, sakkiz bo'lakka bo'linadi. Yasovchi aylananing A nuqtasidan unga urinma qilib yo'naltiruvchi p to'g'ri chiziq o'tkaziladi va unga d aylana uzunligiga teng bo'lgan $\ell = \pi d$ masofa o'lchab qo'yiladi (7.30-rasm, a). Hosil bo'lgan AB kesma ham teng sakkiz bo'lakka bo'linadi. Aylana markazi O dan p yo'naltiruvchiga parallel to'g'ri chiziq o'tkazilib, $1, 2, 3, \dots$ nuqtalardan unga perpendikular to'g'ri chiziqlar olib chiqiladi va O_1, O_2, O_3, \dots markazlar aniqlanadi.

Yasovchi aylanani teng bo'laklarga bo'luvchi $1, 2, 3, \dots$ nuqtalardan ham p to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan to'g'ri chiziqlar o'tkaziladi. Bu chiziqlar O_1, O_2, O_3, \dots markazlardan yasovchi aylana radiusiga teng bo'lgan $R = d/2$ radiusda chizilgan yoylar bilan mos ravishda kesishib, sikloida nuqtalarini beradi. Topilgan sikloida nuqtalari lekaloda ravon tutashtiriladi.

2-holat. d diametrlil yasovchi aylana va uning ℓ ($\ell = \pi d = AB$) uzunligi teng, masalan, sakkiz bo'lakka bo'linadi (7.30-rasm, b). A nuqtadan A_1, A_2, A_3, \dots nurlar bog'lami o'tkaziladi. AB kesmani bo'luvchi $1, 2, 3, \dots$ nuqtalardan bu nurlarga mos ravishda parallel to'g'ri chiziqlar o'tkaziladi. Masalan, $1_I || A_1, 2_{II} || A_2, 3_{III} || A_3$ va hokazo. Bu chiziqlar aylanani bo'luvchi $1, 2, 3, \dots$ nuqtalardan AB ga parallel qilib o'tkazilgan to'g'ri chiziqlar bilan mos ravishda kesishib, sikloida nuqtalarini aniqlaydi. Aniqlangan nuqtalar lekaloda ravon tutashtirilsa, A nuqtaning bir sikl ichida chizgan egri chizig'i, ya'ni oddiy (normal) sikloidaga ega bo'linadi.

Agar oddiy (normal) sikloidani hosil qiluvchi A nuqta o'rniga yasovchi aylana tashqarisidagi T nuqta olinsa, u holda *siqiq sikloidaga* ega bo'linadi (7.31-rasm, a).

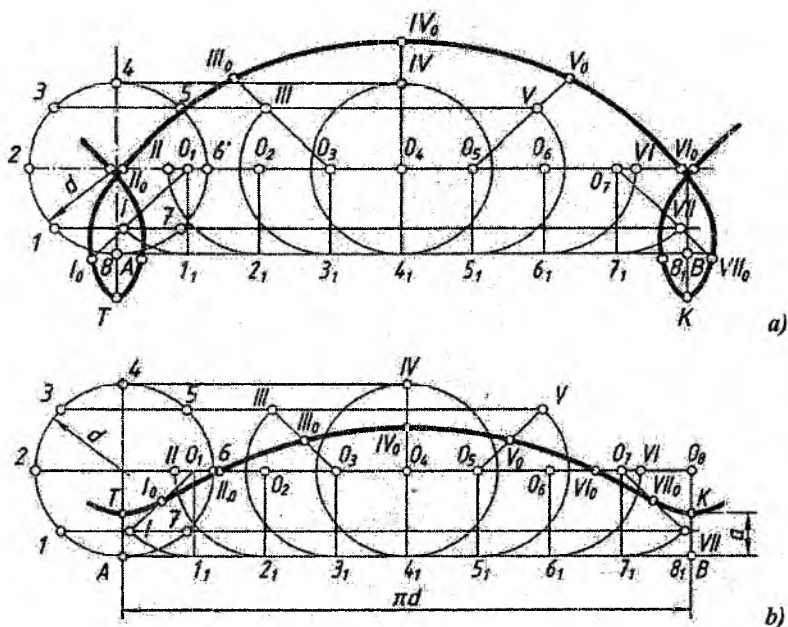
Agar T nuqta yasovchi aylana ichida olinsa *cho'ziq sikloida* hosil bo'ladi (7.31-rasm, b). Sikloidaning bu xildagilari *troxoidalar* deb ataladi.



7.30-rasm

Siqiq sikloidani yasash (7.31-rasm, a). Dastlab oddiy sikloidaning I, II, III, ... nuqtalari aniqlanadi. So'ngra bu nuqtalar orqali o'tuvchi tegishli aylana radiuslari davomiga AT kesma olib qo'yilib, O_0, O_1, O_2, \dots nuqtalar hosil qilinadi. Masalan, O_0 nuqtani hosil qilish uchun O_1I radiusga AT kesmani qo'shish kerak, ya'ni $O_1I + AT = O_1I_0$ va hokazo. Topilgan T, I_0, O_1, \dots, O_8 nuqtalar lekalo yordamida ravon tutashtiriladi.

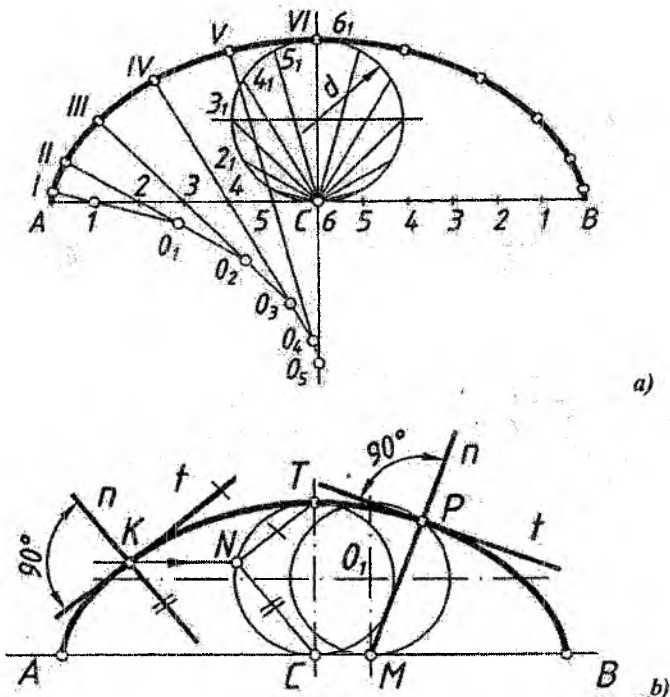
Cho'ziq sikloidani yasash (7.31-rasm, b). Bunda ham ish jarayoni siqiq sikloidani qurish kabi bajariladi. Ular o'rtasidagi farqni I_0 nuqtani qanday aniqlashida ko'rsatamiz. Ya'ni, O_1I radiusdan AT kesmani ayirib I_0 niqta topiladi: $O_1I - AT = O_1I_0$. Bu ish tartib bilan davom ettiriladi va cho'ziq sikloida nuqtalari aniqlanadi.



7.31-rasm

Sikloidani aylana yoʻllari yigʻindisi sifatida qurish (7.32-rasm, a). Berilgan d diametrlil aylana va uning ℓ ($\ell=nd=AB$) uzunligi teng n ikkiga boʻlinadi. AB kesmani oʻrta C nuqtasi ($C=6$) aylanadagi $1_1, 2_1, 3_1, \dots$ nuqtalar bilan tutashirilib, nurlar bogʻlami hosil qilinadi. AB kesmani boʻluvchi $1, 2, 3, \dots$ nuqtalardan esa bu nurlarga mos ravishda parallel toʻgʻri chiziqlar oʻtkaziladi. Bu chiziqlar ketma-ket tartib bilan kesishib, O_1, O_2, O_3, \dots nuqtalarni beradi. 1 nuqtadan $R=1A$, O_1 nuqtadan $R=O_1I$, O_2 nuqtadan esa $R=O_2II$, ... radiusda yoʻllar chizib, sikloida nuqtalari aniqlanadi.

Bu yerda sikloidani korob chizigʻiga almashtirildi deb hisoblashimiz mumkin. Shuningdek, $A, 1, O_1, O_2, \dots$ nuqtalarga urinib oʻtuvchi egri chiziq ushbu sikloidaning evolyutasi hisoblanadi. $1A, O_1I, O_2II, \dots$ masofalar sikloidaning shu nuqtalaridagi egrilik radiusi boʻladi.



7.32-rasim

Sikloidaga unda yotgan P (yoki K) nuqta orqali urinma va normal o'tkazish .

1-holat. P nuqtadan $R=d/2$ radiusda yoy chizib O_1 markaz aniqlanadi (bu yoy chizmada ko'rsatilmagan). O_1 dan AB ga perpendikular tushirib M nuqta topiladi. MP to'g'ri chiziq sikloidani P nuqtasidan o'tgan n normali bo'ladi. Bu n normalga P nuqtadan o'tkazilgan perpendikular to'g'ri chiziq t urinma hisoblanadi (7.32-rasim, b).

2-holat. Bu holatda O_1 markaz va M nuqtalarni aniqlashdagi ba'zi noqulayliklardan qutulish mumkin. Chizmadagi sikloidaning T nuqtasi "arka uchi" deyiladi va undan o'tgan yasovchi aylana markazi egri chiziqni simmetriya o'qida yotadi (7.32-rasim, b). Masalan, K nuqtadan sikloidaga t urinma va n normal o'tkazish uchun bu nuqtadan AB parallel to'g'ri chiziq o'tkaziladi. Bu chiziq aylananani N nuqtada kesadi. N nuqta aylananing vertikal o'qidagi T va C nuqtalar bilan

tutashtiriladi. NT chiziq t urinma, NC chiziq n normal yo'nalishini aniqlaydi. Demak, K nuqtadan $n \parallel NC$ va $t \parallel NT$ qilib to'g'ri chiziqlar o'tkaziladi.

Epitsikloida (*grekcha – epikuklos*). Agar biror r radiusli aylana qo'zg'almas R radiusli aylana ustida sirpanmasdan bir tekis yumalasa, u holda harakatlanuvchi aylananing har bir nuqtasi sikloidaga o'xshash ochiq, ravon egri chiziq chizadi. Bu egri chiziq *epitsikloida* deyiladi (7.33-rasm).

Epitsikloidani parametrik tenglamasi quyidagicha:

$$\begin{aligned} x &= [(m+1)\cos\varphi - \cos(m+1)\varphi]; \\ y &= r[(m+1)\sin\varphi - \sin(m+1)\varphi], \end{aligned}$$

bu yerda m – yo'naltiruvchi aylana radiusini yasovchi aylana radiusiga bo'lgan nisbatiga teng: $m=R/r$.

Endi epitsikloidani grafik tarzda qurish usullari bilan tanishamiz.

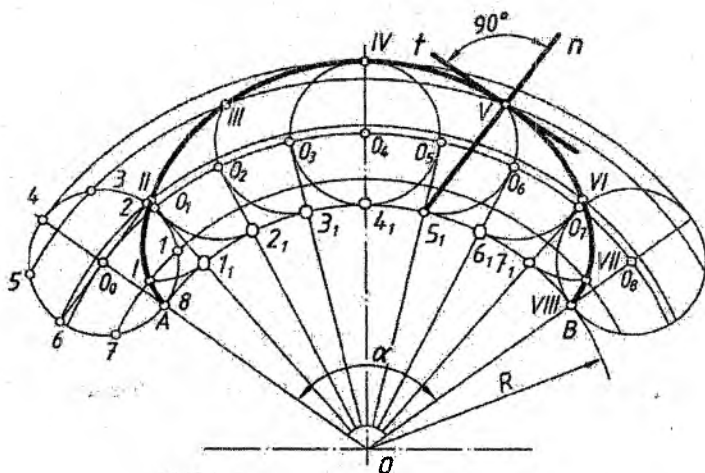
Epitsikloidani berilgan r yasovchi va R yo'naltiruvchi aylana radiuslari bo'yicha yasash (7.33-rasm).

Avval yo'naltiruvchi R aylana va unga urinib turuvchi r yasovchi aylana chiziladi. Yasovchi r aylana ixtiyoriy teng, masalan, sakkiz bo'lakka bo'linadi. So'ngra α - markaziy burchak aniqlanadi.

Markaziy burchak α - yasovchi aylananing yo'naltiruvchi aylana ustida to'la bir marta yumalashidan hosil bo'lgan burchak, ya'ni *qadam burchagidir* va u quyidagi tenglikka ega:

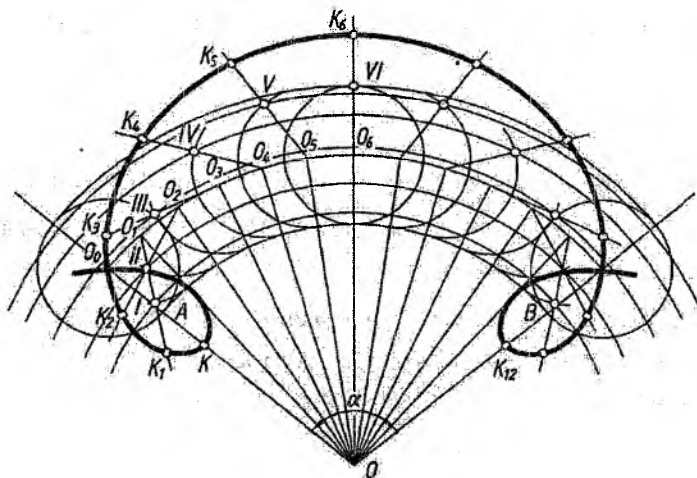
$$\alpha = \frac{d}{R} 180^\circ = \frac{d}{D} \cdot 360^\circ = \frac{r}{R} \cdot 360^\circ$$

Bu yerda r – yasovchi aylana radiusi, d – yasovchi aylana diametri, R – yo'naltiruvchi aylana radiusi, D – yo'naltiruvchi aylana diametri. Aniqlangan markaziy α burchak ham teng sakkizga bo'linadi va yo'naltiruvchi aylana yoyida $1_1, 2_1, 3_1, \dots, 8_1$ nuqtalar hosil qilinadi. Bu nuqtalar yo'naltiruvchi aylana markazi O bilan tutashtirilib davom ettiriladi va OO_0 radiusli yoy bilan kesishgan O_1, O_2, O_3, \dots nuqtalari aniqlanadi.



7.33-rasm

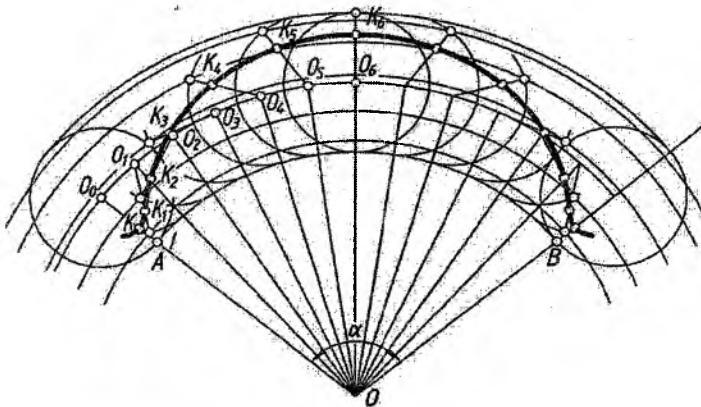
O yo'naltiruvchi aylana markazidan yasovchi aylani teng bo'laklarga bo'luvchi 7-1, 6-2, 5-3, 4 nuqtalargacha bo'lgan masofada konsentrik aylana yoylari chiziladi. Bu yoylar $O_1, O_2, O_3, \dots, O_8$ markazlardan r radiusda chizilgan yordamchi yoylar bilan mos ravishda kesishib epitsikloidaga tegishli nuqtalarni aniqlaydi. Epitsikloida ham sikloida kabi siqiq va cho'ziq bo'lishi mumkin. Bunday epitsikloidalar *epitroxoidalar* deb nomlanadi.



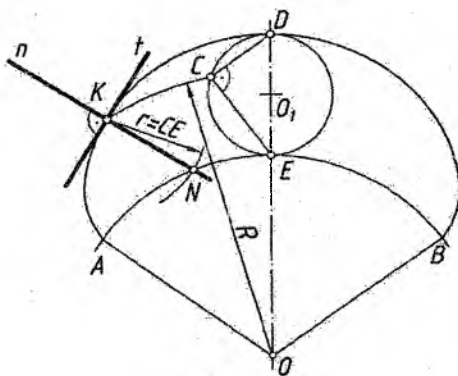
7.34-rasm

7.34-rasmda *siqiq epitsikloidani* yasalishi ko'rsatilgan. Dastlab, oddiy epitsikloida nuqtalari aniqlanadi. So'ngra yordamchi aylana markazini aniqlangan nuqtalar bilan tutashiruvchi chiziqqa AK masofa o'lchab qo'yiladi va epitroxoida nuqtalari topiladi. Masalan, O_4IV to'g'ri chiziqqa IV nuqtadan boshlab AK masofa o'lchab qo'yiladi va K_4 nuqta aniqlanadi. K_4 siqiq epitsikloidaga tegishli nuqta hisoblanadi.

7.35-rasmda esa cho'ziq epitsikloidani chizilishi ko'rsatilgan. Bu yerda ham ish jarayoni yuqoridagi misoldagidek bo'ladi. Faqat AK masofani qo'shish o'miga, aksincha ayirish talab etiladi.



7.35-rasm

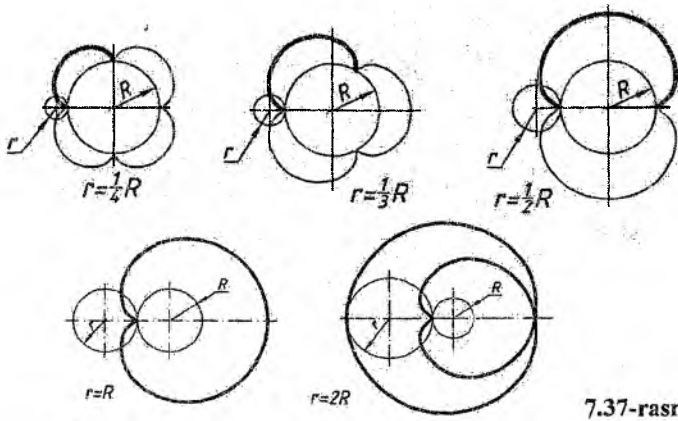


7.36-rasm

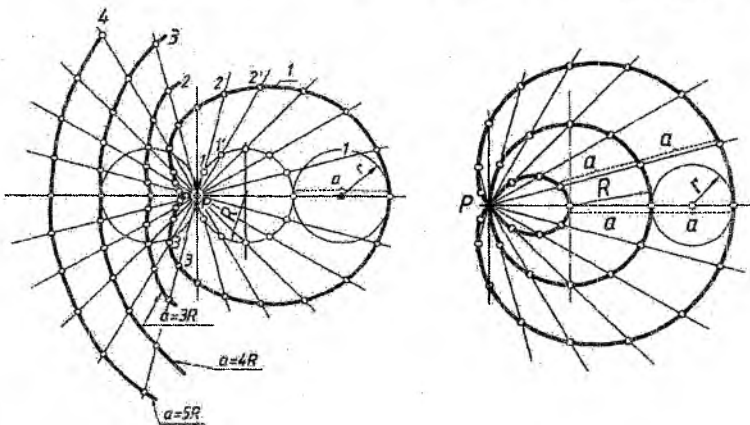
7.36-rasmda epitsiklodagi K nuqta orqali unga urinma va normal o'tkazish ko'rsatilgan. Buning uchun O yo'naltiruvchi aylana markazidan $R=OK$ radiusda kontsetrik yoy chiziladi va uni markaziy burchak bissektrisasidan o'tgan yordamchi aylana bilan kesishgan C nuqtasi aniqlanadi. So'ngra DCE to'g'ri burchak hosil qilinadi. K nuqtadan $r=CE$ radiusda

chizilgan yoy yo'naltiruvchi aylana bilan N nuqtada kesishadi. KN to'g'ri chiziq n normal va unga perpendikular qilib o'tkazilgan t to'g'ri chiziq urunma bo'ladi. Yo'naltiruvchi aylana R radiusini va yasovchi aylana r radiusiga nisbati natijasida epitsiklodagi egri chiziq turlicha ko'rinishlarda bo'lishi mumkin ($m = \frac{R}{r}$). Yasovchi aylana yo'naltiruvchi aylana ustida bir necha bor yumalab ko'plab arkalarni hosil qiladi.

Agar $R = \infty$ bo'lsa sikloida, $r = \infty$ bo'lsa doiraning evolventasi, boshqa hollarda turlicha *algebraik va transcendent egri chiziq*larga ega bo'linadi.



7.37-rasm



a)

7.38-rasm

b)

7.37-rasmda r va R radiuslarni o'zaro besh xil munosabati ko'rsatilgan. Agar $r=R$ bo'lsa, u holda epitsikloida yurakka o'xshash *kordtoida* egri chizig'iga aylanadi.

7.38-rasm, a da cho'ziq episikloida holati ko'rsatilgan bo'lib, unda $r>R$ bo'ladi. $r<R$ holat hosil bo'lgan siqiq epitsikloida *Paskal chig'anog'ini* yasashda xizmat qilishi mumkin (7.38-rasm, b).

Gipotsikloida. Agar yasovchi aylana yo'naltiruvchi aylananing ichki tomoni bo'yicha sirpanmasdan yumalab harakatlansa, u holda bu yasovchi aylananing har bir, masalan, yo'naltiruvchi aylanadagi A urinish nuqtasi tekis, ochiq va ravon egri chiziq – *gipotsikloida* chizadi.

Gipotsikloida grekcha so'zdan olingan bo'lib *hupo* – *tagida*, *kukoloides* – *aylanasimon* degan ma'noni bildiradi (7.39-rasm). Bu yerda R – yo'naltiruvchi aylana radiusi, r – yasovchi aylana radiusi hisoblanadi.

Gipotsikloidani parametrik tenglamasi quydagicha:

$$x = r[(m-1)\cos\alpha + \cos(m-1)\alpha]$$

$$y = r[(m-1)\sin\alpha - \sin(m-1)\alpha]$$

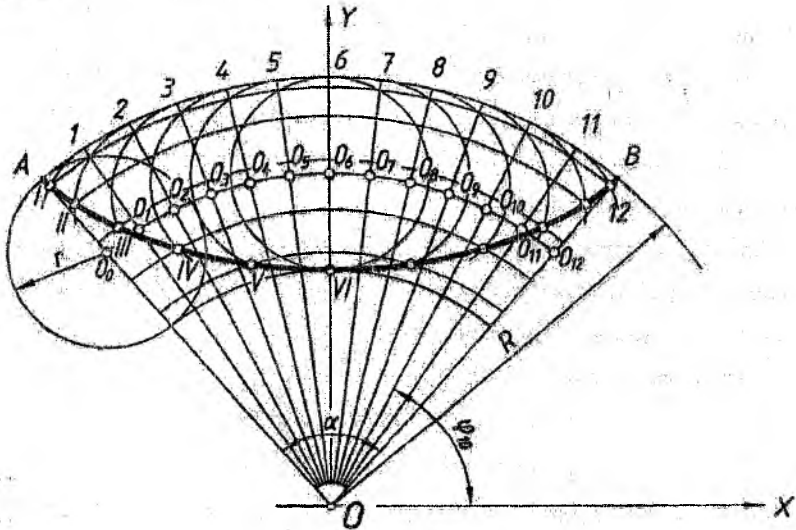
Bu yerda α – yasovchi aylana burilishini xarakterlaydigan burchak. m – yo'naltiruvchi aylanani yasovchi aylanaga bo'lgan nisbati: $m = \frac{R}{r}$.

Quyida gipotsikloidani yasash ko'rsatiladi.

Gipotsikloidani berilgan r yasovchi va R yo'naltiruvchi aylana radiuslari bo'yicha yasash (7.39-rasm). Gipotsikloida xuddi epitsikloidani qurish jarayoni bilan bir xil bo'ladi. Yasovchi aylanani teng bo'lakka bo'luvchi nuqtalar, α – markaziy burchak, kontsentrik aylanalar va yordamchi aylanalar markazi O_1, O_2, O_3, \dots nuqtalar aniqlanadi. Aniqlangan O_1, O_2, O_3, \dots markazlardan r radiusda chizilgan yoylar kontsentrik yoylar bilan kesishib gipitsikloida nuqtalrni beradi. So'ngra bu nuqtalar lekaloda ravon tutashtiriladi.

Gipotsikloida ham xuddi sikloida va epitsikloida kabi siqiq hamda cho'ziq bo'lishi mumkin. Bunday gipotsikloidalar *gipotroxoidal* deb nomlanadi. Ularning yasalishi epitroxoidalarning yasalishi bilan bir xil.

Umumiy holda yasovchi aylana yo'naltiruvchi aylana ichida bir necha bor yumalab chiqishidan ko'plab arkalar hosil bo'ladi va bo'shlang'ich A urunish nuqtasiga ustna-ust tushmaydi.

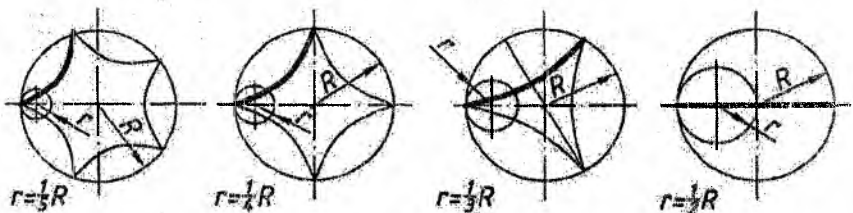


7.39-rasm

Hususiy hollarda esa, ya'ni, yasovchi aylana radiusi $r = \frac{R}{2}$, $r = \frac{R}{3}$, $r = \frac{R}{4}$, $r = \frac{R}{5}$, ... bo'lganda arkalar yopiq yulduzsimon shakllarni hosil qiladi (7.40-rasm).

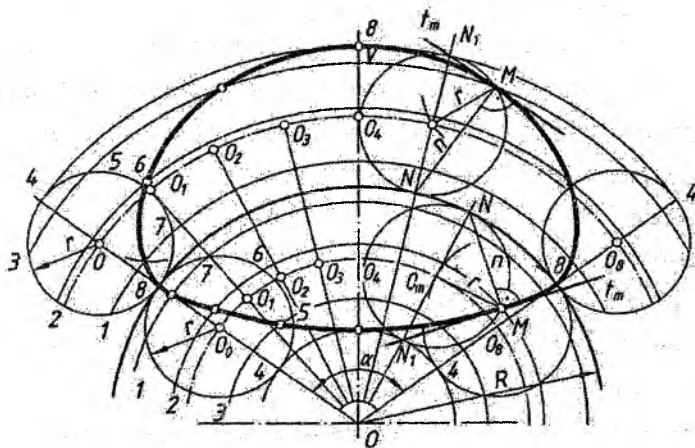
Agar $r = \frac{R}{4}$ bo'lsa, to'rt yulduzli arka hosil bo'ladi va u *astroida* deb ataladi.

Agar $r = \frac{R}{2}$ bo'lsa, u holda yasovchi aylana nuqtalari egri chiziq o'rmiga to'g'ri chiziq chizadi.



7.40-rasm

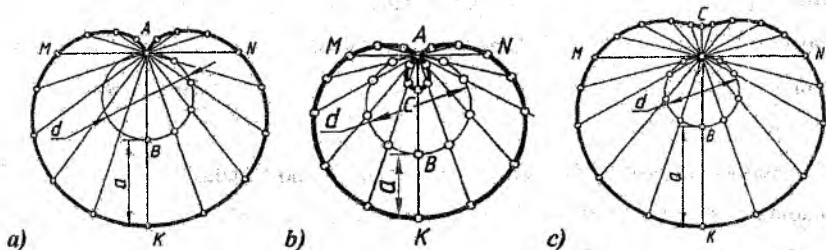
7.41-rasmda bitta R yo'naltiruvchi aylananing tashqi va ichki tomonida r radiusli aylana harakatlanib, epitsikloida va gipotsikloida hosil qilishi ko'rsatilgan. Ularga urinma va normalar o'tkazish chizmadan tushunarlidir.



7.41-rasm

Kardioda (yunoncha *kardia* – yurak, *eibod* – ko'rinish).

Yo'naltiruvchi aylananing berilgan d diametri bo'yicha kardiodani yasash (7.42-rasm, a). Bunda berilgan a masofa d diametrga teng bo'ladi ($a=d$). Yo'naltiruvchi aylana teng bo'laklarga bo'linadi yoki unda ixtiyoriy nuqtalar belgilanadi. Bu nuqtalar bo'shlang'ich urinish nuqtasi A bilan tutashtiriladi, ya'ni A nuqtadan nurlar bog'lami o'tkaziladi. Bu nuqtalarning ikkala davomiga ham d masofa o'lchab qo'yiladi. Masalan, $MA=AN=d$. $AB(AB=d)$ diametrlning B nuqtasidan pastga $BK=d$ masofa o'lchab qo'yiladi. Hosil qilingan barcha nuqtalar lekaloda ravon tutashtiriladi. Kardiodani epitsikloida kabi qurish ham mumkin.



7.42-rasm

Paskal chig'anog'i. Paskal chig'anog'ida ekstsentrikni loyihalashda, mashina kulachoklarini chizishda, aylanma harakatni ilgarilanma harakatga o'tkazib berishda foydalaniladi. Uning grafik tarzda yasalishi quyida ko'rsatiladi. Bunda berilgan a masofa d diametrdan kichik bo'ladi ($a < d$)

d diametrlil aylanada ixtiyoriy 1, 2, 3, ... nuqtalar tanlanadi va ular A nuqta bilan to'g'ri chiziq orqali tutashtiriladi. Aylanadagi nuqtalardan bu chiziqning davomiga o'zgarimas a masofa o'lchab qo'yiladi, masalan, $MA=AN=d$ yoki $BK=BC$ va hokazo. Hosil qilingan A, N, K, M, A nuqtalarni lekaloda tutashtirish orqali Paskal chig'anog'iga ega bo'linadi (7.42-rasm, b).

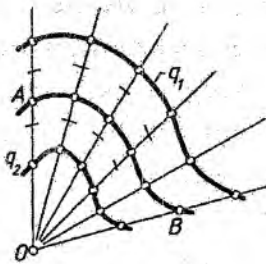
a masofa d dan katta bo'lsa ($a > b$) bo'lsa 7.42-rasm, c dagi tasvir hosil bo'ladi. $a=d$ bo'lsa Paskal chig'anog'i kardioidaga aylanib qoladi (7.42-rasm, a).

Konxoidalar. Kardioida va Paskal chig'anog'i egri chiziqlar tarkibiga kiradi. Konxoidal egri chiziqning *polyus* deb ataluvchi berilgan O nuqtasidan chiqarilgan vektorlar, ya'ni radiuslariga o'zgarimas uzunlikni o'lchab qo'yish orqali qayta tuzilgan egri chiziqlar *konxoida egri chizig'i* deyiladi.

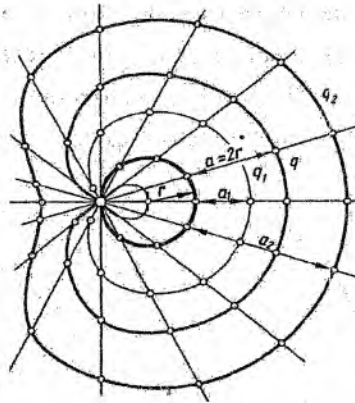
7.43-rasmda AB konxoidal egri chiziqning konxoidasini yasash ko'rsatilgan. O nuqta (*polyus*) dan AB egri chiziqni kesuvchi nurlar bog'lami o'tkaziladi. Bu nurlarni berilgan AB egri chiziq bilan kesishgan nuqtasidan uning ikki tomoniga bir xil masofa o'lchab qo'yiladi. O'lchab qo'yilgan kesma uchlaridagi nuqtalarning geometrik o'rni asos qilib olingan AB va O polyusga nisbatan *konxoida egri chizig'i* hisoblanadi. Har qanday konxoida ikki tarmoqdan iborat bo'lib, faqat ayrim hollardagina u bitta egri chiziq holatida bo'ladi.

7.44-rasmda aylananing konxoidasini yasash ko'rsatilgan. Bunday konxoida Paskal chig'anog'i deyiladi. r radiusli aylanada O nuqta belgilanadi va u *polyus* sifatida qabul qilinadi. Asos aylanadagi nuqtalardan uning vektor-radiuslarini ikki tomoniga $a=2r$ masofa o'lchab qo'yiladi. Bu kesmalarning uchlari – *kardioida egri chizig'ini* hosil qiladi.

Berilgan a_1 yoki a_2 masofani kichiklashtirish yoki kattalashtirish orqali aylana konxoidasi *siqiq* yoki *cho'ziq* bo'ladi. Bu tasvirda q – kardioida, q_1 – siqiq kardioida, q_2 – cho'ziq kardioida bo'ladi.

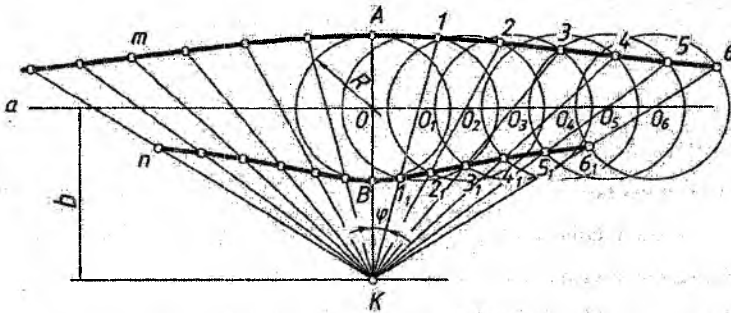


7.43-rasm



7.44-rasm

To'g'ri chiziqning konxoidasi *Nikomed konxoidasi* deyiladi. 7.45-rasmda bitta to'g'ri chiziqning *Nikomed konxoidasi* keltirilgan. Chizmadagi chiziqlarni farqidan uning ikkinchi tarmog'ini ajratib olish mumkin.

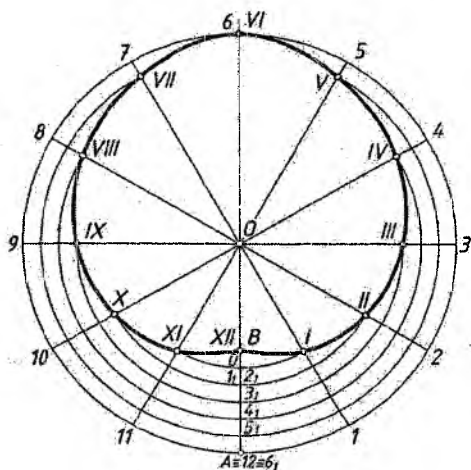


7.45-rasm

To'g'ri chiziq konxoidasining qutb koordinatasidagi tenglamasi $r = -\frac{b}{\cos \varphi} \pm R$ ga teng. r – o'lchab qo'yiladigan masofa ($r=a$ yoki $r=a_2$ va hokazo). b – K polyus bilan a to'g'ri chiziq orasidagi masofa ($b=KO$). φ – vektor-radiusining burilish burchagi hisoblanadi.

Ekstsentrik. *Ekstsentrik* mashina yoki mexanizmning aylanuvchi qismini bo'lib, u aylanma harakatni ilgarilanma harakatga o'zgartirib beradi. Uning konturini chizish uchun uchta markaz bo'lishi kerak.

Bitta to'g'ri chiziqda yotuvchi AB va O nuqtalar orqali eksentrikni yasash (7.46-rasm). O nuqtadan $R=OA$ radiusda aylana chizib u teng bo'lakka, masalan, o'n ikki bo'lakka bo'linadi va 1, 2, 3, ... nuqtalar belgilanadi. Bu nuqtalar O markaz bilan to'g'ri chiziq orqali tutashtiriladi. AB kesma esa ikki marta kam teng



7.46-rasm

bo'lakka, masalan, hozirgi holda teng olti bo'lakka bo'linadi va 1, 2, 3, ... nuqtalar belgilanadi. Keyin O markazdan O_1, O_2, O_3, \dots radiuslarda aylana yoylari o'tkaziladi. Bu yoylar O_1, O_2, O_3, \dots to'g'ri chiziq bilan mos ravishda kesishib eksentrik nuqtalarini aniqlaydi. Masalan, O_1 radiusli yoy O_1 va O_{11} chiziqlarni I va XI nuqtalarda kesib o'tadi. Shu tariqa aniqlangan barcha nuqtalar

lekalo yordamida tutashtiriladi.

7.5. Spiral va evolventalar.

Aylana evolventasi. Agar to'g'ri chiziq qo'zg'almas aylana bo'yicha surilmasdan yumalasa, u holda bu to'g'ri chiziqning har bir nuqtasi shaklan o'ramaga o'xshash ochiq va ravon *aylana evolventasi* (yoyilmasi) deb nomlanuvchi egri chiziq chizadi. Evolventadan tishli g'ildiraklar, shlitsali birikmalarning profillarini yasashda foydalaniladi.

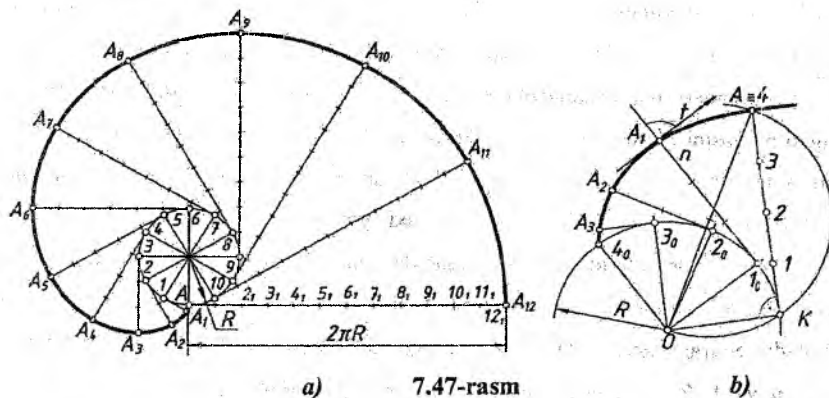
Aylana evolventasining parametrik tenglamasi:

$$x = R(\cos \varphi + \varphi \sin \varphi); \quad y = R(\sin \varphi - \varphi \cos \varphi).$$

Endi aylana evolventasining grafik tarzda yasashini ko'rib chiqamiz. Berilgan R radiusda aylana chiziladi va u teng bo'laklarga, masalan, o'n ikki bo'lakka bo'linadi hamda 1, 2, 3, ... 12 nuqtalar belgilanadi. So'ngra bu nuqtalardan aylanaga urunmalar o'tkaziladi (7.47-rasm, a). Bu urunmalar mos ravishda O_1, O_2, O_3, \dots radiuslarga perpendikular bo'ladi.

Chizma qog'ozining istalgan bo'sh joyida olingan to'g'ri chiziqqa oxirgi $12(12=A)$ nuqtasidan o'tgan urinma chiziqqa aylana uzunligi: $\ell=\pi d=2\pi r$ masofa o'lchab qo'yiladi. Bu aylana uzunligi $\ell=2\pi r$ masofasi ham teng o'n ikki bo'lakka bo'linadi. Aylanaga 1 nuqtadan o'tkazilgan urinmaga aylana uzunligi ℓ dagi bir bo'lak ($1A_1 = \frac{\pi d}{12} = A_1$), 2 nuqtadan o'tkazilgan urunmaga esa ikki bo'lak ($2A_2=A_2$) masofalar mos ravishda o'lchab qo'yiladi. Bu jarayon ketma-ket davom ettirilib, evolventaning A_1, A_2, A_3, \dots nuqtalari aniqlanadi va ular lekaloda tutashtiriladi.

Aylana evolventasi nuqtalarini shartli ravishda sirkulda ham aniqlash va tutashtirish mumkin. Masalan, 1 nuqtadan $R=1A$ radiusda chizilgan aylana yoyi shu nuqtadan o'tkazilgan urinmani A_1 nuqtada kesadi. 2 nuqtadan $R=2A_1$ radiusda chizilgan yoy shu nuqtadan o'tkazilgan urinmani A_2 nuqtada, 3 nuqtadan $R=3A_2$ radiusda chizilgan yoy shu nuqtadan o'tkazilgan urinmani A_3 nuqtada kesadi va hokazo davom ettiriladi. Bu aylana yoylari bir-biriga silliq va ravon o'tib aylana evolventasini hosil qiladi (7.47-rasm, a).



Evolventaga tegishli A nuqta va R radius orqali aylana evolventasining bir bo'lagini yasash (7.47-rasm, b). R radiusda aylana chizib, A nuqtadan unga urinma o'tkaziladi va urinish nuqtasi K belgilanadi. Bu ish aylanaga undan tashqarida yotgan nuqta orqali urinma o'tkazish qoidasi bo'yicha bajariladi.

AK kesma ixtiyoriy teng bo'laklarga, masalan, teng to'rt bo'lakka bo'linadi. K nuqtadan boshlab aylanaga bu bo'laklar o'lchab qo'yiladi va aylanada $1_0, 2_0, 3_0, 4_0$

nuqtalar hosil qilinadi. Bu nuqталardan aylanaga urinmalar o'tkaziladi. l_0 nuqtadan aylanaga o'tkazilgan urinmaga AK kesmaning $3/4$, 2_0 dan o'tkazilgan urinmaga $2/4$ (yarimi), 3_0 dan o'tkazilgan urinmaga $\frac{1}{4}$ bo'lagi o'lchab qo'yiladi va evolventaning A_1, A_2, A_3 nuqtalari aniqlanadi. So'ngra bu nuqtalar lekaloda silliq va ravon tutashtiriladi.

Evolventaga tegishli nuqtadan, masalan, A_1 dan unga n normal o'tkazish uchun shu l_0 nuqtadan aylanaga urinma o'tkazilsa kifoya. Bu chiziq n normal bo'lib, unga A_1 nuqtadan o'tkazilgan perpendikular to'g'ri chiziq t urunma bo'ladi.

Arximed spirali (*lotincha SPIRALIS – burilgan, egilgan joy*).

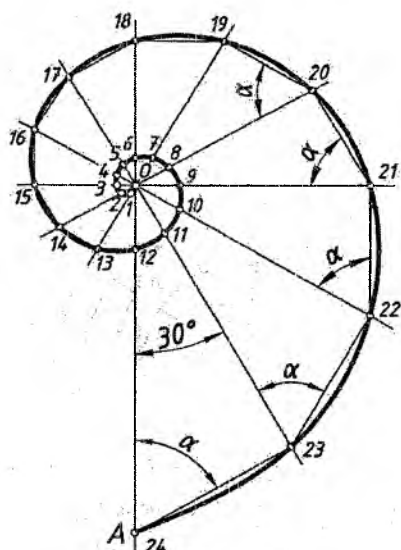
Nuqta biror O markaz atrofida tekis aylanma harakat qiluvchi to'g'ri chiziq bo'ylab bir vaqtda tekis ilgarilanma harakat qilsa, bu nuqta shaklan o'ramaga o'xshash tekis ochiq va ravon egri chiziq chizadi. Bu egri chiziq *Arximed spirali* deb ataladi (7.48-rasm).

Arximed spiralinin tenglamasi $r=d\varphi$ ko'rinishda bo'ladi. Bunda r – spiral radiusi, d – spiral qadami $d=OA$, φ – spiralni aylanish (burilish) burchagi. Arximed spiralinin O – polyus (qutb), OA – qadam deb ataluvchi elementlari mavjud.

Shuningdek, nuqta harakatlanayotgan to'g'ri chiziq AB – qutb o'qi, spiralni istalgan nuqtasini O nuqta bilan tutashtiruvchi masofa vektor – radiusi, α – burchak, ya'ni qutb o'qining burilishi *qutb burchagi* deyiladi. Bunday spirallarni tokarlik stanoklarining kulachokli patronlarida, ichki yonuv dvigatellarida, taqsimlovchi kulachoklarning profillarida, avtomat stanoklarning kulachoklarida, nusxa ko'chirish moslamalarida uchratish mumkin. Uni grafik tarzda yasash quyidagicha amalga oshiriladi. Spiral qadami OA teng bo'laklarga, masalan, teng sakkiz bo'lakka bo'linadi va $1, 2, 3, \dots$ nuqtalar hosil qilinadi. O markazdan esa $R=OA$ radiusda aylana chizilib, u ham teng sakkizga bo'linadi va $1_1, 2_1, 3_1, \dots$ nuqtalar belgilanadi. So'ngra $O1_1, O2_2, \dots$ radiuslar o'tkaziladi. Bu radiuslar O markazdan chizilgan $R=O1, R=O2, \dots$ radiusli aylana yoylari bilan mos ravishda kesishib, spiralning I, II, III, ... nuqtalarini aniqlaydi. Masalan, VII nuqtani aniqlash uchun $O7$ radiusda aylana

Logarifmik spiral. Logarifmik spiral shaklan Arximed spiraliga o'xshaydi, lekin undan ba'zi bir xususiyatlari bilan farq qiladi. Masalan, logarifmik spiralning har bir nuqtasi orqali unga urinma qilib o'tkazilgan to'g'ri chiziq bilan shu urinish nuqtasining radiusi (urinish nuqtasi bilan spiral qutbini tutashtiruvchi to'g'ri chiziq) orasidagi α burchak o'zgarmas kattaligidir. Demak, radiuslar orasidagi burchaklar o'zaro teng bo'lsa, bu radiuslarning uchlari (urinish nuqtalari)ni o'zaro tutashtiruvchi vatarlar bilan tegishli radiuslar orasidagi α burchaklar ham o'zaro teng bo'ladi. Bundan shunday xulosa kelib chiqadi: vatar bilan radius orasidagi burchakning qiymati va biror radiusning uzunligi berilgan bo'lsa, logarifmik spiralni yasash mumkin. Bu quyidagi misolda ko'rinib turibdi.

Logarifmik spiralning O qutbidan uning A nuqtasiga qadar bo'lgan masofa (radius) va radiusning A uchidan o'tkazilgan vatar bilan hosil qilgan burchagi α



7.50-rasm

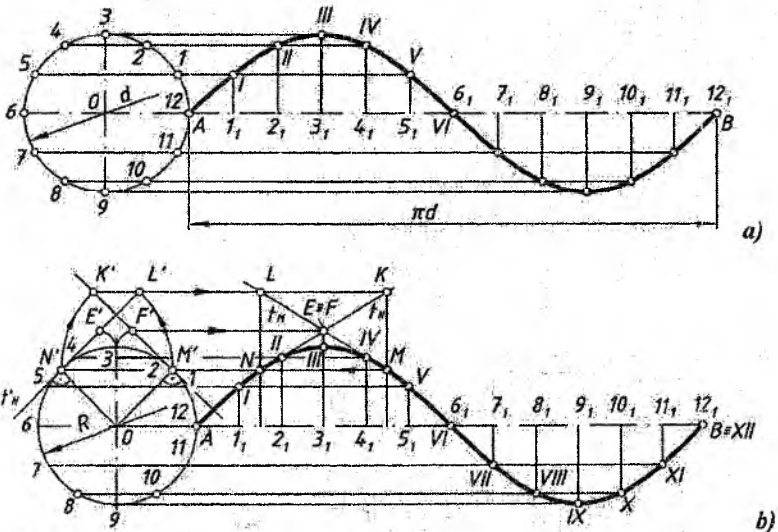
berilgan, ya'ni $OA=60\text{ mm}$ va $\alpha=60^\circ$, logarifmik spiralning o'zi yasalsin (7.50-rasm).

OA radiusning O uchi, ya'ni spiral qutbi orqali bir nechta, masalan, o'n ikkita radius o'tkazamiz, lekin bu radiuslar orasidagi burchaklar bir xil bo'lishi shart, hozirgi holda ular o'zaro 30° burchak hosil qiladi. Endi $A(A\equiv 24)$ nuqta orqali OA ($O12$) radius bilan, shartga muvofiq $\alpha=60^\circ$ burchak hosil qiladigan vatar chizamiz va uning $O11$ radius bilan kesishgan nuqtasini, ya'ni 23 nuqtani topamiz, xuddi shuningdek, 23 nuqta orqali $O11$ radius bilan α burchak hosil qiladigan vatarni

o'tkazib $O10$ radiusdagi 22 nuqtani aniqlaymiz va hokazo. Agar topilgan 24, 23, 22, 21, ... nuqtalar lekalo yordamida o'zaro ravon tutashtirilsa logarifmik spiral hosil bo'ladi.

7.6. *Sinusoida va kosinusoida.* Ba'zi o'zgaruvchan kattaliklarni almashuvchanlik xarakterining (masalan, elektr toki, kuchlanish) grafik tasviri sinusoida orqali ifodalanadi. Sinusning o'zgarishi markaziy burchakning o'zgarishiga bog'liq. Agar markaziy burchak uzluksiz o'zgarib tursa, sinus ham uzluksiz o'zgarib turadi. Sinusning shu tarzda o'zgarib turishini ko'rsatuvchi egri chiziq *sinusoida* deb ataladi. Uning tenglamasi $y = \sin x$ bo'ladi.

Berilgan d diametrli aylana bo'yicha sinusoida yasash (7.51-rasm, a). d diametrli aylana va uning aylana uzunligi $\ell = 2\pi R$ masofa O markazdan chizilgan gorizontal o'q chizig'iga A nuqtadan o'lchab qo'yiladi. Aylana va uning uzunligi teng o'n ikki bo'lakka bo'linib, aylana da 1, 2, 3, ... nuqtalar, markaziy o'q chizig'ida 1₁, 2₁, 3₁, ... nuqtalar hosil qilinadi. Aylana da 1, 2, 3, ... nuqtalardan gorizontal, 1₁, 2₁, 3₁, ... nuqtalardan esa vertikal to'g'ri chiziqlar chizib, ular mos ravishda kesishtiriladi. Natijada sinusoidaning I, II, III, ... nuqtalari hosil bo'ladi. Hosil bo'lgan nuqtalar lekaloda ravon tutashtiriladi.



7.51-rasm

7.51-rasm, b da sinusoidaning M va unga simmetrik bo'lgan N nuqtalaridan unga urinmalar (t_M , t_N) o'tkazish ko'rsatilgan. NM chiziq markaziy o'qqa parallel bo'lgan holatda aylanaga qaytariladi va N' , M' nuqtalar belgilanadi.

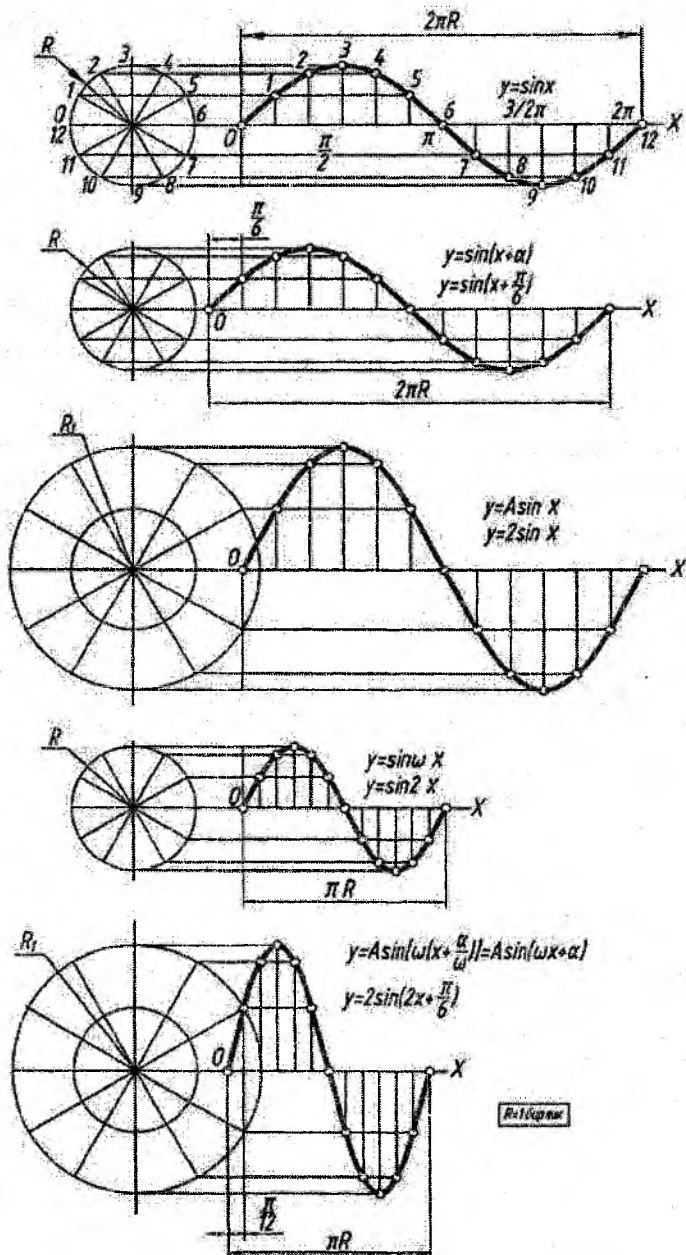


Рис. 149

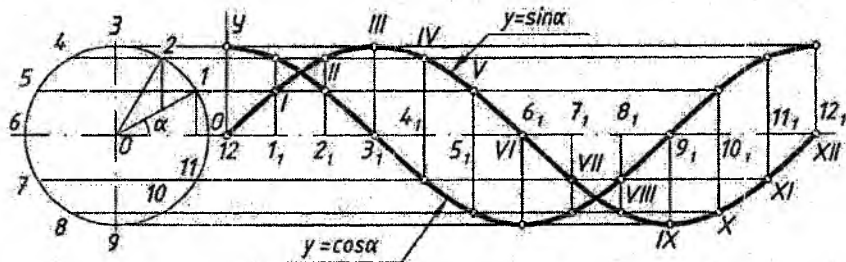
7.52-рaсм

ON' va OM' radiuslarga perpendikular qilib to'g'ri chiziqlar o'tkaziladi. Bu chiziqlarga N va M nuqtalardan $N'L'=N'M'$ va $M'K'=N'M'$ masofalar yo'ylar orqali o'lchab qo'yiladi.

N va M lardan chizilgan vertikal, K' va L' lardan o'tkazilgan gorizantal chiziqlar mos ravishda kesishib, K va L nuqtalarni beradi. K va L nuqtalarni N va M nuqtalar bilan tutashtiruvchi t_N va t_M to'g'ri chiziqlar sinusoidaga urinma hisoblanadi.

7.52-rasmda sinusoidaning turli grafik tasvirlari ko'rsatilgan. Vaqt o'tishi bilan amplitudaning ko'tarilishi hisobiga butun tebranish vaqti o'zgaradi (Y o'qini siqilishi hisobiga). Bunda kulachoklarni tebranma harakati davridagi ko'rinishini kuzatishda va uni tasvirlashda foydalaniladi. Ularni yasalishi chizmadan tushunarlidir.

Kosinusoida. Kosinusning o'zgarishini tasvirlovchi egri chiziq *kosinusoida* deb ataladi. U xuddi sinusoida kabi chiziladi. Ammo sinusoidaga nisbatan chorak davr, ya'ni 90° ga surilgan bo'ladi. 7.53-rasmda kosinusoida va sinusoidaning chizmalari birgalikda berilgan. Ularning farqini chizmadan anglash mumkin.



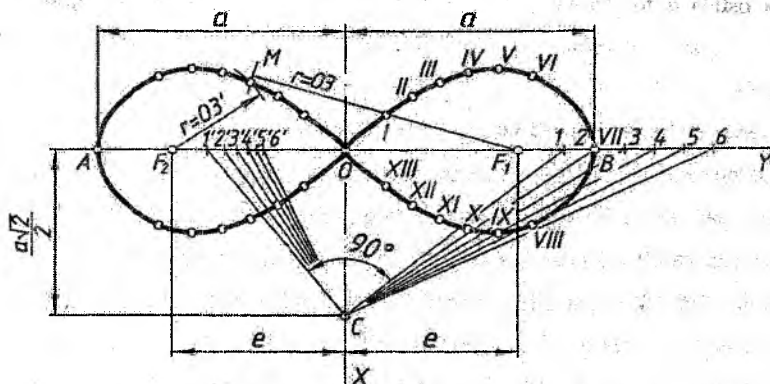
7.53-rasm

7.7. Ba'zi ajoyib egri chiziqlar.

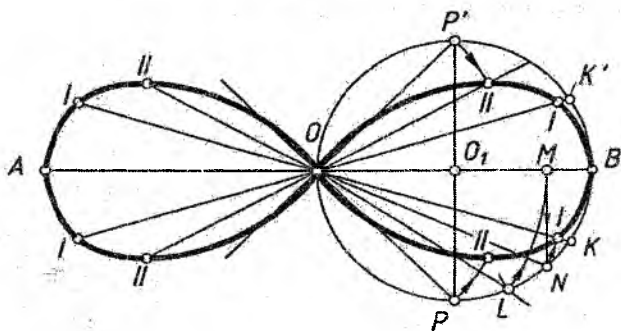
Sissoida. Sissoidaning qutb koordinatasidagi tenglamasi: $r = d \sin \varphi \operatorname{tg} \varphi$.

Berilgan aylana va unga urinma bo'lgan KN to'g'ri chiziq bo'yicha sissoidani qurish (7.54-rasm). O markazdan aylana chiziladi va K nuqtasidan unga t urinma o'tkaziladi. M nuqtadan bu urinmani kesib o'tuvchi bir necha ixtiyoriy M_1, M_2, M_3, M_4 to'g'ri chiziqlar o'tkaziladi. Bu chiziqlar aylanani $1_1, 2_1, 3_1, \dots$ nuqtalarda kesib o'tadi. $1, 2, 3, \dots$ nuqtalardan o'tkazilgan to'g'ri chiziqlarga mos

Topilgan nuqtalar ravon tutashtirilsa lemniskata egri chizig'i hosil bo'ladi, u OX va OY o'qlarga nisbatan simmetrik joylashadi.



a)



b)

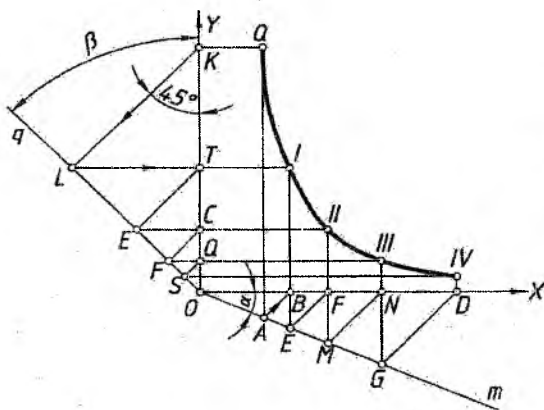
7.55-rasm

2-usul. Berilgan AB o'q chiziladi va uni o'rta nuqtasi O belgilanadi. OB ning o'rta O_1 nuqtasidan $R=O_1O$ radiusda aylana chiziladi (7.2-rasm, b). O nuqtadan OB chiziqqa nisbatan bir xil burchak ostida bo'lgan OK va OK' to'g'ri chiziqlar o'tkaziladi.

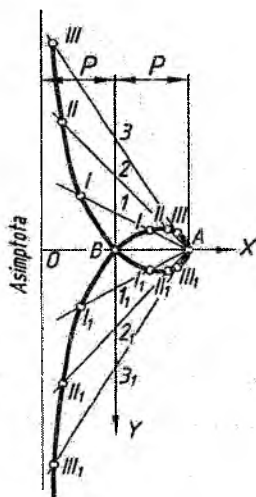
K nuqtadan $KL=BK=BK'$ radiusda yoy chizib L nuqta aniqlanadi. O markazdan OL radiusda chizilgan yoy OB ni M nuqtada kesib o'tadi. M nuqtadan OB ga perpendikular tushirib aylanada N nuqta topiladi. O nuqtadan ON radiusda o'tkazilgan aylana yoyi OK chiziqni kesib, I nuqtani beradi. Lemniskataning qolgan nuqtalari ham shu tartibda aniqlanadi.

Politropa. Politropani yasash uchun bu egri chiziqqa tegishli bo'lgan birorta nuqta, masalan, Q nuqta, koordinata o'qlari X va Y berilishi zarur (7.56-rasm). Uning qolgan nuqtalarini topish uchun O nuqta orqali OX o'qqa nisbatan nixtiyoriy α burchak ostida m to'g'ri chiziq hamda OY o'qi bilan β burchak tashkil qiluvchi q to'g'ri chiziq o'tkaziladi. Lekin β burchak $1+tg\beta=(1+tg\alpha)^n$ tenglama bo'yicha aniqlanadi.

Daraja ko'rsatkichi $n=2$ bo'lsa, hosil qilingan burchak $\alpha=22^{\circ} 30'$ ga teng, bu tenglama bo'yicha aniqlangan β burchak taqriban 45° ga teng bo'ladi. Endi berilgan Q nuqta orqali OX va OY o'qlarga parallel to'g'ri chiziqlar o'tkazamiz va ularning m to'g'ri chiziq va OY o'q bilan kesishgan A va K nuqtalarni topamiz. So'ngra A va K nuqtalardan OX , OY o'qlar bilan tegishlicha 45° burchak hosil qiladigan AB va KL to'g'ri chiziqlarini o'tkazamiz. L nuqtadan OX ga, B nuqtadan esa OY ga parallel to'g'ri chiziqlar chiqarib, ularning o'zaro kesishgan I nuqtasini aniqlaymiz, bu politropaga tegishli bo'lgan nuqtalardan biridir.



7.56-rasm



7.57-rasm

Xuddi shuningdek, T va E nuqtalardan KL va AB to'g'ri chiziqlarga parallel TE va EF to'g'ri chiziqlarni o'tkazamiz. Ularning E va F nuqtalaridan OX va OY ga parallel o'tkazilgan to'g'ri chiziqlar o'zaro kesishib II nuqtani beradi. Egri chiziqning

qolgan nuqtalari ham shu tarzda aniqlanadi. Q va topilgan nuqtalarni ravon tutashtirsak, politropa egri chizig'i hosil bo'ladi.

Strofoida. Berilgan P kesma asymptota nuqtasi O dan X o'qqa ikki marta o'lchab qo'yiladi va B nuqtadan Y o'qi o'tkaziladi (7.57-rasm). A nuqta strofoida uchi deyilib, u orqali Y o'qni kesib o'tuvchi nurlar tarami chiziladi. Bu taramlarning Y o'qi bilan kesishgan $1, 2, 3$ va $1_1, 2_1, 3_1$ nuqtalaridan shu taramlarga mos ravishda B gacha, ya'ni $1B, 2B, 3B$ masofalar olib o'tiladi ($1I=1B, 2II=2B, 3III=3B$ va $1_1I_1=1_1B, 2_1II_1=2_1B, 3_1III_1=3_1B$). Hosil bo'lgan nuqtalar I, II, III va I_1, II_1, III_1 deb belgilanadi va ular lekalo yordamida ravon tutashtiriladi.

7.8. Lekalo egri chiziqlarida tutashmalar bajarish. Bir chiziqni ikkinchi chiziq bilan uchinchi oraliq chiziq yordamida tekis, silliq va ravon tutashtirishga tutashma deyiladi.

O'quv adabiyotlarida lekalo egri chiziqlarini to'g'ri chiziq, aylana va ixtiyoriy egri chiziqlar bilan tutashtirish usullari kam yoritilgan. Bu qo'llanmada asosan ikkinchi tartibli egri chiziqlarni ixtiyoriy chiziq bilan tutashtirish usullari to'g'risida ma'lumotlar kiritilgan. Ikkinchi tartibli egri chiziqlarda tutashma bajarish uchun dastlab, ularga istalgan nuqtadan normal va urinma o'tkazishni bilish talab etiladi. Quyida ellips, parabola va giperbola egri chiziqlariga ularning o'zida yotgan hamda yotmagan nuqtalardan urinma va normallar o'tkazish usullari keltirilgan.

1-misol. Ellipsning N nuqtasidan unga n normal va t urinmalar o'tkazilsin (7.58-rasm, a).

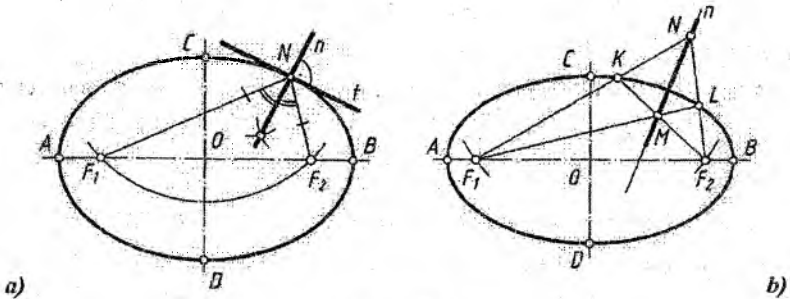
Yechish. Buning uchun N nuqta ellipsning F_1 va F_2 fokuslari bilan tutashtiriladi. Hosil bo'lgan F_1NF_2 burchakning bissektrisasi ellipsga N nuqtadan o'tkazilgan n normal bo'ladi. n normalga N nuqtadan o'tkazilgan perpendikular t chiziq ellipsga urinma hisoblanadi.

2-misol. Ellipsga tegishli bo'lmagan N nuqta orqali unga n normal o'tkazilsin (7.58-rasm, b).

Yechish. N nuqta ellipsning F_1 va F_2 fokuslari bilan tutashtiriladi. NF_1 va NF_2 to'g'ri chiziqlar ellipsni K va L nuqtalarda kesadi. So'g'ra KF_2 va LF_1 chiziqlar o'tkazilib, ularning o'zaro kesishgan M nuqtasi aniqlanadi. N va M nuqtalarni

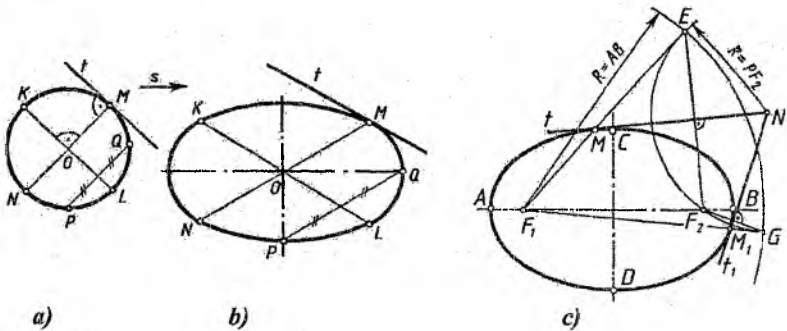
tutashtiruvchi NM chiziq ellipsning N nuqtadan o'tkazilgan n normali bo'ladi. NM ni ellips bilan kesishgan nuqtasidan unga o'tkazilgan perpendikular to'g'ri chiziq ellipsga urinma bo'ladi (chizmada t urinma ko'rsatilmagan).

Agar aylanani biror yo'nalishda tekislikka proyeksiyalasak ellips bo'lib proyeksiyalanadi (7.59-rasm, a va b). Uning diametrlari esa ellipsning qo'shma diametrlari hisoblanadi. Aylanaga urinma bo'lgan t chiziq ellipsga ham urinma bo'lib, u KL ($t \parallel KL$) qo'shma diametrga parallel bo'ladi.



7.58-rasm

3-misol. Ellipsga tegishli bo'lmagan N nuqta orqali unga t_1 va t_2 urinmalar o'tkazilsin (7.59-rasm, c).



7.59-rasm

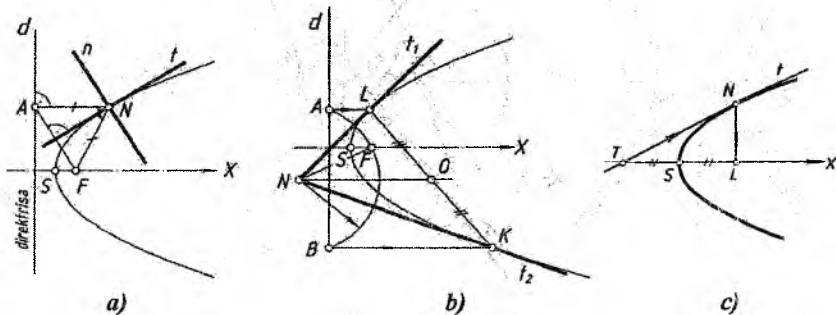
Yechish. Berilgan N nuqtadan $R=NF_2$ radiusda, F_1 nuqtadan esa $R=AB$ radiusda aylana yoylari chiziladi va bu yoylarning o'zaro kesishgan E va G nuqtalari belgilanadi. F_1 fokus E va G nuqtalar bilan to'g'ri chiziq orqali tutashtiriladi. Bu chiziq ellips egri chizig'ini M va M_1 nuqtalarda kesib o'tadi. NM va NM_1 to'g'ri

chiziqlar izlangan t va t_1 urinmalar hisoblanadi. Natija to'g'riligini tekshirish uchun F_2 nuqtani E va G nuqtalar bilan tutashtiramiz. Bu yerda F_2E kesma t urinmaga, F_2G kesma esa t_1 urinmaga perpendikular bo'ladi. Shunda yechim to'g'ri hisoblanadi.

4-misol. Parabolaning N nuqtasidan unga n normal va t urinmalar o'tkazilsin (7.60-rasm, a).

Yechish. N nuqta parabola fokusi F bilan tutashtiriladi. Shuningdek, N nuqtadan parabolaning d direktrisasiga perpendikular chiziq tushirib, unda A nuqta aniqlanadi. ANF burchak bissektrisasi t chiziq parabola va bu chiziqqa tushirilgan perpendikular n to'g'ri chiziq normal hisoblanadi.

5-misol. Parabola tegishli bo'lmagan N nuqtadan unga t_1 va t_2 urinmalar o'tkazilsin (7.60-rasm, b).



7.60-rasm

Yechish. N va F nuqtalar tutashtirilib, N nuqtadan $R=NF$ radiusda aylana yoyi chiziladi. Bu aylana parabolaning d direktrisasini A va B nuqtalarda kesadi. A va B nuqtalardan parabola o'qiga parallel qilib o'tkazilgan to'g'ri chiziqlar uni L va K nuqtalarda kesadi. NL va NK to'g'ri chiziqlar izlangan t_1 va t_2 urinmalar bo'ladi. N nuqtadan X ga parallel o'tkazilsa u LK ni O nuqtada kesadi. Shunda OL va OK kesmalar o'zaro teng bo'ladi: $OL=OK$. Urinish nuqtalari L va K nuqtalardan parabola normallarini o'tkazish mumkin.

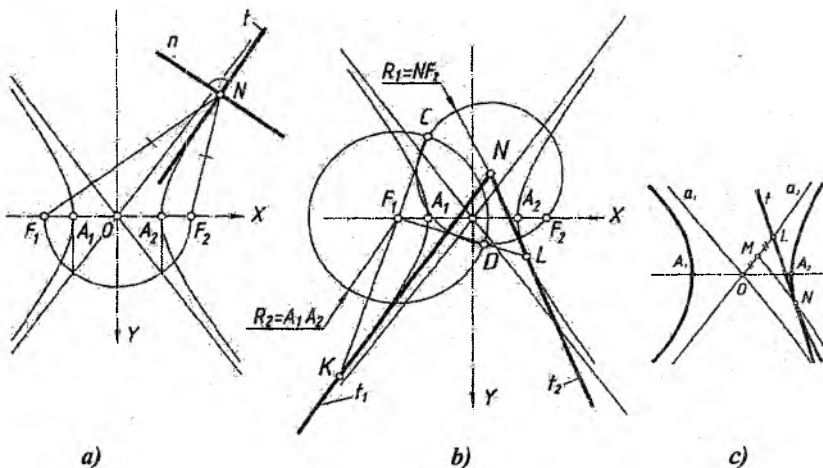
6-misol. Parabolaning N nuqtasidan unga n normal va t urinmalar o'tkazilsin (7.60-rasm, c).

Yechish. N nuqtadan parabola o'qiga perpendikular tushirib, unda L nuqta aniqlanadi. Parabola uchidan L nuqttagacha bo'lgan SL masofa S nuqtadan chap

tomonga o'lib qo'yiladi ($SL=ST$) va T nuqta belgilanadi. TN to'g'ri chiziq parabolaning N nuqtasidan unga o'tkazilgan t urinmasi bo'ladi.

7-misol. Giperbolaning N nuqtasidan unga n normal va t urinmalar o'tkazilsin (7.61-rasm, a).

Yechish. N nuqta giperbolaning F_1 va F_2 fokuslari bilan tutashtiriladi. F_1NF_2 burchak bissektrisasi berilgan N nuqtadan giperbolaga o'tkazilgan t urinma bo'ladi. Urinma t chiziqqa N nuqtadan perpendikular to'g'ri chiziq o'tkazib, n normal yo'nalishi aniqlanadi.



7.61-rasm

8-misol. Giperbolaga tegishli bo'lmagan N nuqtadan unga t_1 va t_2 urinmalar o'tkazilsin (7.61-rasm, b).

Yechish. N nuqtadan $R_1=NF_2$ radiusda, F_1 nuqtadan esa $R_2=A_1A_2$ radiusda (A_1A_2 — giperbola uchlari orasidagi masofa) aylanalar o'tkaziladi. Bu aylanalar o'zaro C va D nuqtalarda kesishadi. F_1 ni C va D nuqtalar bilan tutashtiruvchi to'g'ri chiziqlar giperbola tarmoqlarini K va L nuqtalarda kesadi. NK (t_1) va NL (t_2) to'g'ri chiziqlar berilgan N nuqtadan giperbolaga o'tkazilgan urinmalar hisoblanadi.

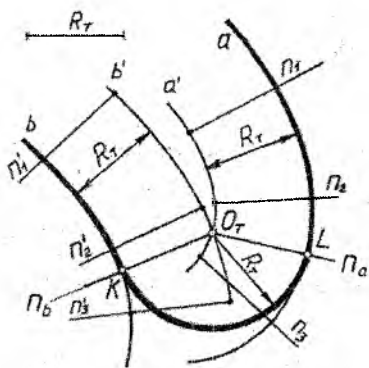
9-misol. Giperbolaning N nuqtasidan unga n normal va t urinmalar o'tkazilsin (7.61-rasm, c).

Yechish. N nuqtadan a_1 asimptotaga parallel to'g'ri chiziq o'tkaziladi. Bu chiziqni a_2 asimptota bilan kesishgan M nuqtasi aniqlanadi. MO masofa a_2 asimptotaga o'lchab qo'yiladi va L nuqta aniqlanadi. LN to'g'ri chiziq giperboladagi N nuqtadan o'tkazilgan t urinma bo'ladi.

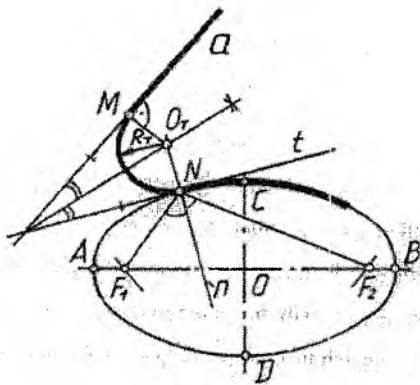
Endi egri chiziqlarni biror ixtiyoriy chiziq bilan tutashtirishga oid misollarni ko'rib chiqamiz.

1-misol. Berilgan a va b tekis egri chiziqlar R_T tutashma radiusi orqali tutashtirilsin (7.61-rasm).

Yechish. a va b egri chiziqlarning ixtiyoriy nuqtalaridan ularni normal (n_1, n_2, n_3, \dots va n'_1, n'_2, n'_3, \dots)lari qoida asosida o'tkaziladi. Bu normalarga berilgan tutashma radiusiga teng bo'lgan R_T masofa o'lchab qo'yilib, bir nechta nuqtalar aniqlanadi. Bu nuqtalarni mos ravishda tutashtirish natijasida a' va b' egri chiziqlar hosil bo'ladi. Hosil bo'lgan a' va b' egri chiziqlar o'zaro kesishib tutashma markazi O_T ni beradi. K va L tutashish nuqtalari O_T tutashma markazidan egri chiziqlarga o'tkazilgan n_a va n_b normallar orqali aniqlanadi. Qolgan jarayonlar tutashma bajarish qoidalari asosida davom ettiriladi.



7.61-rasm



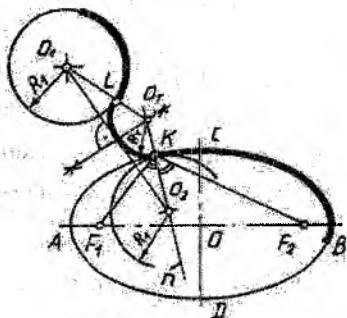
7.62-rasm

2-misol. a to'g'ri chiziq ellipsning N tutashish nuqtasi orqali tutashtirilsin.

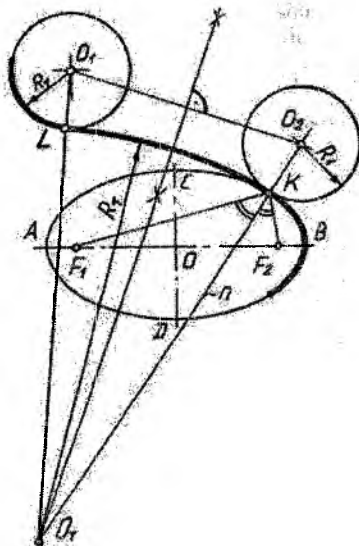
Yechish. Tutashma markazi O_T ellipsning N nuqtadan unga o'tkazilgan normalida yotadi. Shuning uchun n normal o'tkaziladi va unga perpendikular qilib t urinma o'tkaziladi. Berilgan a va urinma t to'g'ri chiziqlar hosil qilgan burchak

bissektrisasi n normal bilan kesishib, O_T tutashma markazini beradi. Qolgan ishlar tutashma bajarish qoidalarida asosida davom ettiriladi (7.62-rasm).

3-misol. R_1 radiusli aylana va ellipsdagi K tutashish nuqtasi berilgan. Tutashma markazi O_T , tutashma radiusi R_T aniqlansin va aylana hamda ellips tutashdirilsin (7.63-rasm).



7.63-rasm



7.64-rasm

Yechish. Bu masalani echish uchun ellipsni K nuqtasidan uning n normali o'tkaziladi. K nuqtadan n normalga R_1 masofa o'lchab qo'yiladi va O_2 markaz aniqlanadi. O_2 va O_1 nuqtalar tutashdiriladi. O_1O_2 kesmaning o'rta perpendikulari n normalni kesib, tutashma markazi O_T nuqtani beradi. O_T va O_1 kesma aylanani kesib, L tutashish nuqtasini aniqlaydi va tutashma bajariladi.

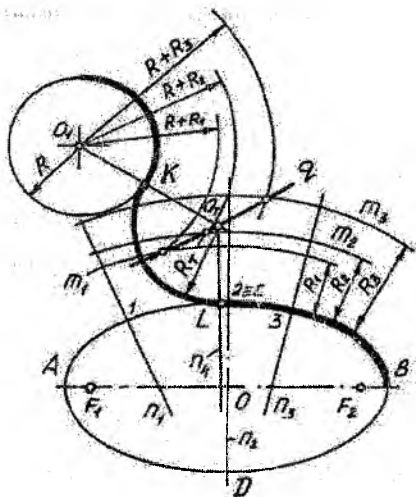
7.64-rasmda aylana va ellipsni tutashdirishning yana bir holi ko'rsatilgan. Bu yerda tutashma yoyi aylanaga tashqi, ellipsga ichki tomoni bilan uringan. Yasashlar chizmadan tushunarlidir.

4-misol. R_1 radiusi aylana undagi K tutashish nuqtasi orqali ellips bilan tutashdirilsin. Tutashma yoyi aylana va ellipsga tashqi tomoni bilan uringin (7.65-rasm).

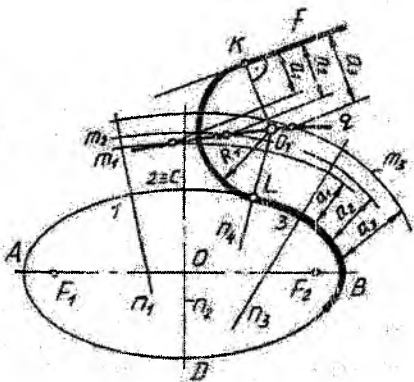
Yechish. Bu masalani echish uchun aylana va ellipsdan bir xil uzoqlikda yotgan nuqtalarning geometrik o'rimi hisoblangan q chiziq aniqlanishi kerak. Buning uchun ellipsning ixtiyoriy 1, 2 va 3 nuqtalaridan uning normalli n_1, n_2 va n_3 o'tkaziladi. Bu normalarga R_1, R_2, R_3 masofalar o'lchab qo'yiladi va belgilangan nuqtalar mos ravishda tutashtirilib m_1, m_2, m_3 egri chiziqlar hosil qilinadi. O_1 aylana markazidan esa $R+R_1, R+R_2, R+R_3$ radiuslarda aylana yoylari chiziladi. Bu aylana yoylari m_1, m_2, m_3 egri chiziqlar bilan mos ravishda kesib I, II, va III nuqtalarni beradi. Bu nuqtalarni tutashtiruvchi q egri chiziq O_1K to'g'ri chiziq davomini kesib, tutashma markazi O_T nuqtani aniklaydi.

O_T nuqtadan ellips normali o'tkaziladi va u ellipsni kesib L tutashish nuqtasini aniqlaydi. So'ngra tutashma bajariladi.

5-misol. f to'g'ri chiziq unda berilgan K tutashish nuqtasi orqali ellips bilan tutashtirilsin (7.66-rasm).



7.65-pacm



7.66-pacm

Yechish. Bu yerda ham f to'g'ri chiziq va ellipsdan bir xil uzoqlikda yotgan q chiziq aniqlanadi. Bu q chiziqni K nuqtadan f chiziqqa tushirilgan perpendikular to'g'ri chiziq bilan kesishgan nuqtasi O_T tutashma markazi bo'ladi. Qolgan ishlar yuqoridagi kabi davom ettiriladi. Masala echimi chizmadan tushunarlicidir. Ikkinchi

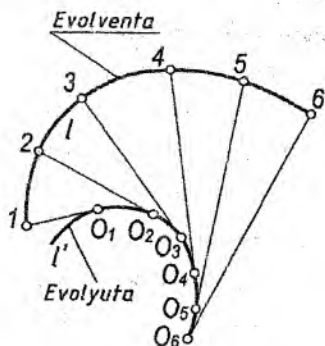
tartibli egri chiziqlardan parabola va giperbolalarda ham shunday tutashmalar bajarish mumkin.

Tutashma elementlari turmush va texnikadagi ko'plab buyum hamda detallar tarkibida uchraydi. Shu sababli yuqorida keltirilgan materiallar asosida turli detallarning chizmasini chizishda, konstruktorlik ishlarida va arxitektura elementlarini loyihalashda amaliy foydalanish mumkin. Bundan tashqari tarixiy naqshlarni qayta tiklash va rekonstruksiya ishlarida mutaxassislarga asqotishi mumkin.

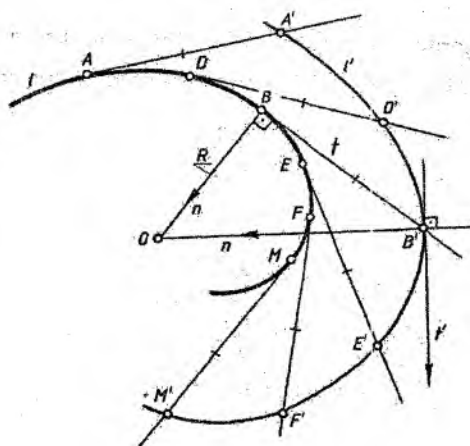
7.9. Egri chiziqlarning egrilik markazlarini aniqlash. Biror ℓ egri chiziqning hamma nuqtalari uchun egrilik markazlari yasalsa, ularning geometrik o'rni ℓ' egri chiziqni hosil qiladi. Bu ℓ' egri chiziq berilgan ℓ egri chiziqning *evolyutasi* deb ataladi (7.67-rasm, a). ℓ egri chiziq ℓ' evolyutaga nisbatan *evolventa* deyiladi.

Evolvyutaning urinmalari ℓ evolventaning normallaridir. Evolyuta urinmalarida cheksiz ko'p evolventalar joylashgan bo'lishi mumkin. Shuning uchun egri chiziqning evolyutasi o'z evolventasini aniqlay olmaydi, lekin uning evolventasi o'z evolyutasini aniqlay oladi.

7.67-rasm, b rasmda ℓ egri chiziq nuqtalarining egrilik markazlarini aniqlash ko'rsatilgan. Buning uchun ℓ egri chiziq ustida ixtiyoriy A, D, B, E, F, M nuqtalar tanlanadi va ulardan egri chiziqqa urinmalar o'tkaziladi. Urinmalarga tanlangan nuqtalardan boshlab biror masofa teng o'lchab qo'yiladi va A', D', B', E', F', M' nuqtalar aniqlanadi. Aniqlangan nuqtalar lekaloda silliq, ravon qilib tutashtiriladi va ℓ' egri chiziq hosil qilinadi. B nuqtaning egrilik markazi O nuqtani aniqlash uchun B' dan ℓ' ga urinma t' chiziq o'tkaziladi. B nuqtadan t urinmaga, B' nuqtadan esa t' urinmaga perpendikular (normal) chiziqlar o'tkaziladi. Bu chiziqlarning o'zaro kesishishidan hosil bo'lgan O nuqta B nuqtaning egrilik markazi hisoblanadi. Qolgan nuqtalarning egrilik markazlarini ham shu tartibda aniqlash mumkin. Aniqlangan egrilik markazlarini lekalo yordamida ravon tutashtirish orqali ℓ egri chiziqning evolyutasi hosil qilish mumkin (chizmada ko'rsatilmagan).



a)



b)

7.67-rasm

Quyida ikkinchi tartibli egri chiziqlardan ellips, parabola va giperbola nuqtalarini egrilik markazlarining geometrik o'rmini aniqlashning o'quv adabiyotlarida ma'lum bo'lgan oson usullari keltirilgan.

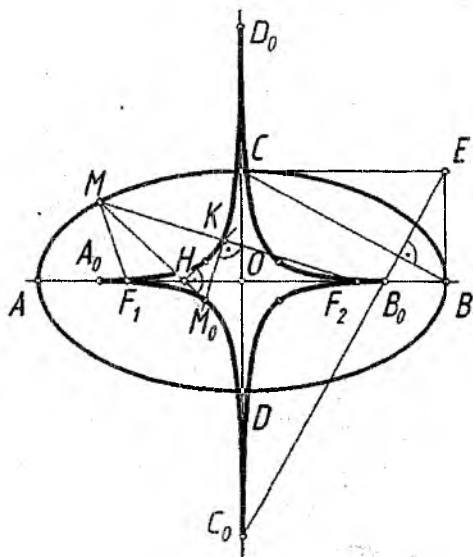
1. Ellips nuqtalarining egrilik markazlarini aniqlash.

Ellipsning ixtiyoriy M nuqtasining egrilik markazi quyidagi yasash algoritmlari orqali aniqlanadi (7.68-rasin).

- 1.1. M nuqta ellips fokuslari F_1 va F_2 lar bilan tutashtiriladi.
- 1.2. M nuqta orqali n normal o'tkaziladi.
- 1.3. n normalni ellipsning AB o'qi bilan kesishgan H nuqtasi belgilanadi.
- 1.4. H nuqtadan n normalga perpendikular chiziq chiqarib, uni MF_2 bilan kesishgan K nuqtasi aniqlanadi.
- 1.5. K nuqtadan MF_2 ga perpendikular chiqariladi va uni n normal bilan kesishgan M_0 nuqtasi aniqlanadi. M_0 nuqta ellipsning M nuqtasini egrilik markazi bo'ladi.

Xuddi shu yasash algoritmlari bilan ellipsning barcha nuqtalarining egrilik markazlari aniqlanadi. Ellips ustidagi ixtiyoriy nuqtalarning egrilik markazini aniqlashda uning chap tomondagi nuqtalarini F_2 fokusi bilan, o'ng tomondagi nuqtalarini F_1 fokusi bilan tutashtirish natijasida hamda yuqorida keltirilgan yasash

algoritmarni bajarish bilan egrilik markazlari aniqlanadi. Ellips nuqtalarining egrilik markazlarining geometrik o'rimi *ellipsning evolyutasi* deb yuritiladi.



7.68-rasm

Ellips evolyutasining uning o'qlaridagi xarakterli nuqtalarini aniqlash uchun $OCEB$ to'qri to'rtburchakning E nuqtasidan uning diagonali BC ga perpendikular chiziq o'tkaziladi. Bu chiziqni ellipsning AB o'qi bilan kesishgan B_0 va CD o'qi bilan kesishgan C_0 nuqtalari aniqlanadi. B_0 va C_0 nuqtalarga va ularga simmetrik bo'lgan A_0 va D_0 nuqtalar ellips nuqtalarini egrilik markazlarining geometrik o'rnining xarakterli nuqtalari

bo'ladi.

2. Parabola nuqtalarining egrilik markazlarini aniqlash.

Parabola ustida ixtiyoriy M nuqtasining egrilik markazi quyidagi yasash algoritmlari orqali aniqlanadi (7.69-rasm).

2.1. M nuqta orqali parabolaning n normalni o'tkaziladi.

2.2. M nuqta bilan parabolaning cheksiz uzoqlikdagi $F_{2\infty}$ fokus nuqtasi tutashtirilsa bu chiziq parabola o'qiga parallel bo'lib qoladi.

2.3. n normalni parabola o'qi bilan kesishgan H nuqtasi belgilanadi.

2.4. Topilgan H nuqtadan n ga perpendikular chiqarib, uni $MF_{2\infty}$ bilan kesishgan K nuqtasi aniqlanadi.

2.5. K nuqtadan $MF_{2\infty}$ ga perpendikular chiqariladi va uni n normal bilan kesishgan M_0 nuqtasi aniqlanadi. M_0 nuqta parabolaning M nuqtasini egrilik markazi bo'ladi. Yuqoridagi yasash algoritmlari bilan parabolaning barcha

nuqtalarini egrilik markazlari aniqlanadi. Bu nuqtalarning geometrik o'ri parabola evolyutasi bo'ladi. Parabola evolyutasini o'qdagi xarakterli nuqtasi $AF_1=F_1A_0$ kesmalar tengligi orqali aniqlanadi.

3. Giperbola nuqtalarining egrilik markazlarini aniqlash.

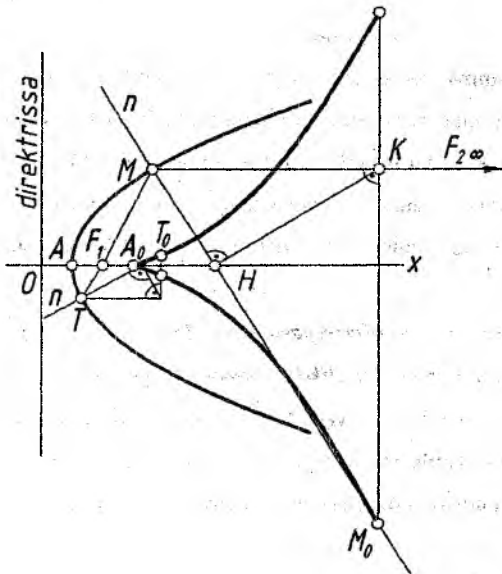
Giperbolaning ixtiyoriy M nuqtasining egrilik markazi quyidagi yasash algoritmi orqali aniqlanadi (7.70-rasm).

3.1. M nuqta orqali giperbolaning n normali o'tkaziladi va uni giperbolaning o'qi bilan kesishgan H nuqtasi aniqlanadi.

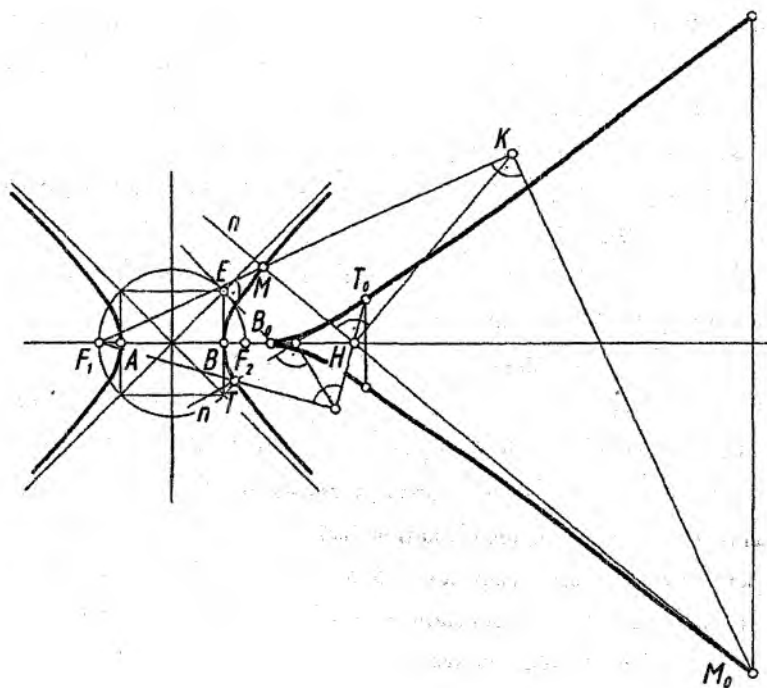
3.2. M nuqtani F_1 fokus nuqtasi bilan tutashtiriladi.

3.3. H nuqtadan n normalga perpendikular o'tkazib, uning MF_1 bilan kesishuvidagi K nuqta belgilanadi. K nuqtadan MF_1 to'g'ri chiziqqa perpendikular o'tkazib, uning n normal bilan kesishuvidagi M_0 nuqta aniqlanadi. M_0 nuqta giperbolaning M nuqtasining egrilik markazi bo'ladi.

Giperbolaning barcha nuqtalari uchun yuqorida keltirilgan yasash algoritmlari bajarilsa, giperbola nuqtalarining egrilik markazlarini geometrik o'ri hosil bo'ladi. Bu egrilik giperbola evolyutasi bo'ladi.



7.69-pacm

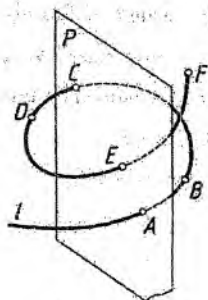


7.70-rasm

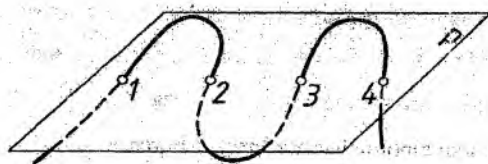
Giperbola evolyutasining xarakterli nuqtalarini aniqlash uchun uning asimtotasidagi E nuqtasidan unga perpendikular chiziq chiqarib, uni giperbola o'qi bilan kesishgan B_0 nuqtasi aniqlanadi. Giperbolaning ikkinchi bo'lagidagi nuqtalarining egrilik markazlarini aniqlash uchun ularni giperbolaning F_2 fokusi bilan tutashtirish orqali erishiladi. Qolgan yasashlar esa yuqorida keltirilgan yasash algoritmlari orqali bajariladi.

7.10. Fazoviy egri chiziqlar va ularni yasash usullari.

Ta'rif. *Hamma nuqtalari bitta tekislikda yotmagan egri chiziq fazoviy egri chiziq deyiladi (7.71-rasm, a va b). Fazoviy egri chiziqlar analitik, ya'ni algebraik tenglamalar bilan va grafik usullarda berilishi mumkin. Agar egri chiziq hosil bo'lishida hech qanday qonuniyatga mos kelmasa, u vaqtda egri chiziq grafik usulda beriladi.*



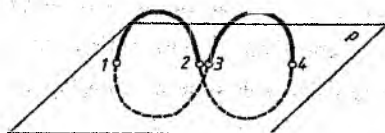
a)



b)

7.71-rasm

Fazoviy egri chiziqning tartibi va klassi. Fazoviy egri chiziqni tartibi uning umumiy holdagi tekislik bilan maksimal kesishgan nuqtalari soni bilan aniqlanadi. Quyida fazoviy egri chiziqni chizmada grafik yasash usuli ko'rsatib o'tilgan (7.72-rasm, a va b).

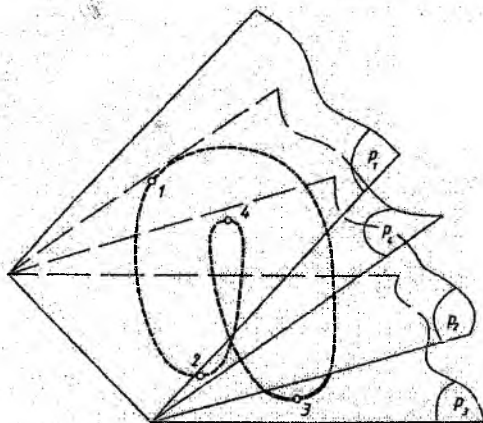


a)



b)

7.72-rasm



7.73-rasm

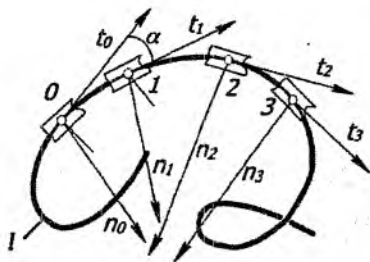
Algebraik fazoviy egri chiziqning klassi, egri chiziqdan tashqaridagi A nuqta orqali unga o'tkazilgan maksimal urunma tekisliklar soni bilan aniqlanadi (7.73-rasm).

Fazoviy egri chiziqlarni tabiiy koordinatlari. 7.74-rasmda berilgan ℓ fazoviy egri chiziqning $O, 1, 2, \dots$ nuqtalarida unga o'tkazilgan t_0, t_1, t_2, \dots urinmalar va n_0, n_1, n_2, \dots binormallar tasvirlangan. Fazoviy egri chiziq bo'ylab harakatlanuvchi nuqta uzluksiz o'zgaruvchi quyidagi uchta miqdor bilan bevosita bog'liq bo'ladi:

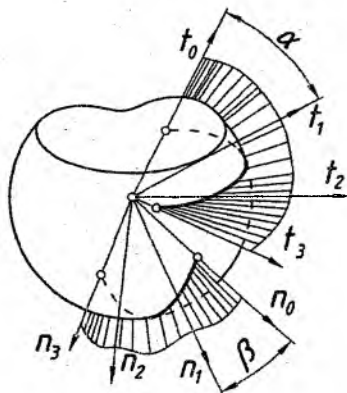
- tanlab olingan O nuqtadan boshlab qo'shni nuqtalar orasidagi s masofa;
- t yarim urinmaning burilish burchagi α ;
- qo'shni binormallar orasidagi β burchak.

Yarim urinmalar orasidagi α burchak *qo'shni burchak*, binormallar orasidagi β burchak *burilish burchagi* deyiladi. s, α va β miqdorlar fazoviy egri chiziqning tabiiy koordinatalari deb yuritiladi.

Fazoviy egri chiziqning α qo'shni burchagi va β burilish burchagini quyidagicha aniqlash mumkin (7.75-rasm). Ixtiyoriy tanlab olingan biron O nuqtadan yarim urinmalarga va binormallarga parallel qilib t_0, t_1, t_2, \dots va n_0, n_1, n_2, \dots to'g'ri chiziqlar chiqaramiz. Bu to'g'ri chiziqlar to'plami ikkita konus sirtini: *yarim urinmalar yo'naltiruvchi konusi* va *binormallar yo'naltiruvchi konusini* tashkil qiladi.



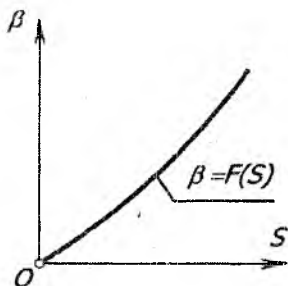
7.74-rasm



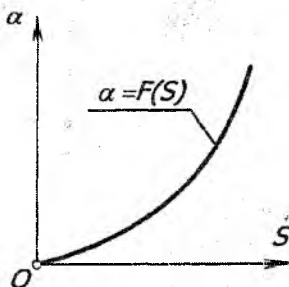
7.75-rasm

O nuqtani sferaning markazi sifatida qabul qilib biror R radiusli sfera o'tkazamiz. Bu sfera yarim urinmalar va binormallar yo'naltiruvchi konuslarini yarim urinmalar va binormallar sferik *indikatorisalari* deb ataluvchi egri chiziqlar bo'yicha kesadi. α va β burchaklar miqdorlari bo'yicha (masalan, radianda) indikatorisa yoy

uzunliklari o'lanadi. Fazoviy egri chiziqning s uzunligi va unga mos ravishda α qo'shni burchak va β burilish burchagini o'lanib quyidagicha bog'liqliklar tuziladi: $\alpha=f(s)$, $\beta=f(s)$ va ular fazoviy egri chiziqning tabiiy koordinatalaridagi tenglamalari deb ataladi. 7.76 va 7.77-rasmlarda shu tenglamalarning grafiklari yasalgan.



7.76-rasm



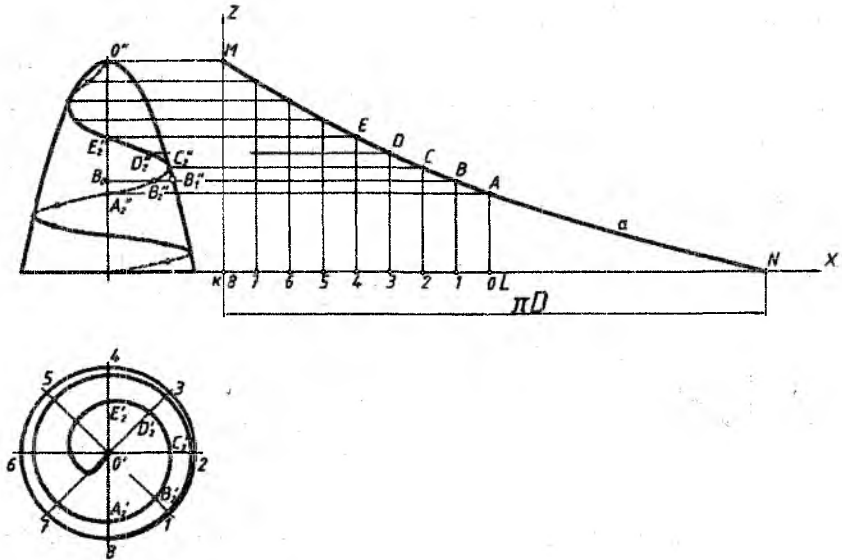
7.77-rasm

Fazoviy egri chiziqlar singari vint ciziqlarini hosil qilish. Texnikada ko'pincha qonuniy fazoviy egri chiziqlar qo'llaniladi. Bunday chiziqlardan biri vint chiziqlaridir. Vint chiziqlari gelisa deb ham ataladi, ular biror nuqtani aylanma va ilgariylanma harakat qilishi natijasida hosil bo'ladi.

Shuningdek, ayniqsa muhandislik amaliyotida keng qo'llaniladigan ikkinchi tartibli aylanma sirtlardan paraboloid, ellipsoid va giperboloid, konus va silindr sirtlarida hosil qilinadigan fazoviy vint chiziqlari mavjud. Shulardan ayrimlarining yasalish usullarini ko'rib chiqamiz.

Aylanma paraboloid sirtida vint chiziqlarini yasash 7.78-rasmda keltirilgan. Bunda ikki proyeksiyalari bilan berilgan paraboloidda yasaladigan vint chizig'i qadamini aniqlovchi a egri chizig'i grafigi beriladi.

Bu a egri chiziq paraboloid balandligiga teng bo'lgan KM masofa va sirt gorizontaal proyeksiyasi bo'lgan aylana uzunligi $KN=\pi d$ bilan chegaralanadi. So'ngra KN kesma ikkita teng KL , va LN kesmalarga ajratiladi. Bu kesmalarning har biri orqali sirtida vint chizig'ining bitta qadamini chizish mumkin.



7.78-rasm

Paraboloid vint chizig'ining biror nuqtasini yasash quyidagicha bajariladi. Avvalo vint chizig'ining bitta qadamini ifodalovchi KL kesma va paraboloid gorizontal proyeksiyasi bo'lgan aylana sakkizta teng bo'lakka bo'linadi.

Vint chizig'iga tegishli biror $B(B', B'')$ nuqtani yasash uchun KL kesmaning L nuqtasidan unga perpendikular chiqariladi va uni a egri chiziq bilan kesishgan B nuqtasi aniqlanadi. B nuqtadan paraboloid o'qiga perpendikular tushirib, B_0 nuqta aniqlanadi. O' nuqtadan B_0B'' , radiusda yoy chiziladi va $O'1$ diametrdada B'_2 nuqta o'rni aniqlanadi. Bu nuqtaning frontal proyeksiyasi bog'lovchi chiziq orqali B_0B'' kesmaga olib chiqiladi. Xuddi shu ketma-ketlik bilan vint chizig'ining barcha nuqtalari yasaladi.

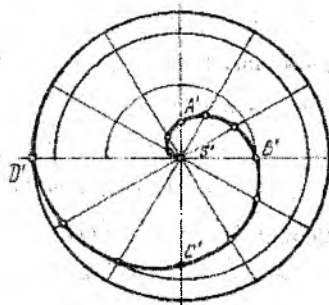
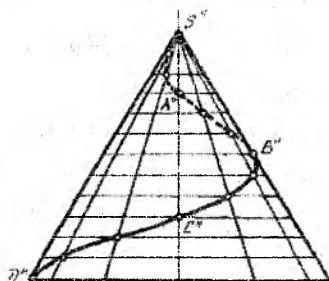
Paraboloid sirti o'rniga ixtiyoriy aylanma sirt va a egri chiziq o'rniga to'g'ri chiziqni olish bilan sirtlarga tegishli fazoviy vint chiziq yasash mumkin.

Ma'lumki, o'quv adabiyotlarda keltirilgan silindri va konusli vint chiziqning turli yasash usullari mavjud. Bu egri chiziq ham, fazoviy egri chiziq turkumiga kiradi.

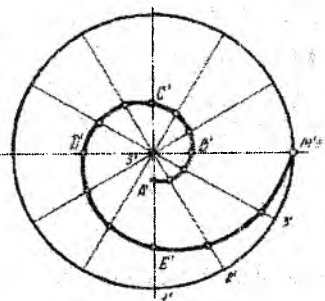
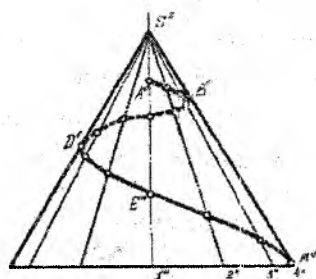
7.79-rasmda, aylanma konus sirtida chizilgan konus vint chizig'i keltirilgan. Bunda vint chiziqning frontal proyeksiyasi to'liqinsimon qadami kamayib boruvchi sinusoida egri chizig'i bo'lib, uning gorizontal proyeksiyasi polyusi konus uchining gorizontal proyeksiyasidan chiquvchi *Arximed spirali* bo'ladi.

7.80-rasmda, aylanma konus sirtiga chizilgan bir xil qiyaqidagi fazoviy vint egri chiziq tasvirlangan. Bu egri chiziqning gorizontal proyeksiyasi *logorifmik spiral* bo'ladi. Bu logorifmik spiralni nuqtalariga o'tkazilgan urinmalar bilan shu nuqtadan o'tgan *radius-vektorlar* orasidagi burchaklari o'zaro teng bo'ladi.

Bundan shunday xulosa chiqadiki, bu konus vint chizig'iga o'tkazilgan urinmalar konus yasovchilari bilan bir xil burchak hosil qiladi. Konus va boshqa sirtlardagi fazoviy egri chiziqlarning o'quv jarayonida batafsil yoritilishi, bu egri chiziqlarning texnika va turmushdagi amaliy ahamiyatini bevosita ko'rsatilishi talabalarda fazoviy tasavvurni o'stirish bilan birga ularning loyihachilik (konstruktorlik) qobiliyatini rivojlantiradi.



7.79-rasm



7.80-rasm

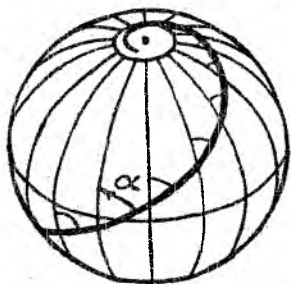
Shar sirtlarida fazoviy egri chiziqlarni hosil qilish va ularni qurish. Aylanish sirtlari ustida fazoviy egri chiziqlarni hosil qilish va ularning amaliyotda qo'llanilishi to'g'risida yaqorida ko'rib o'tganimizdek ko'p adabiyotlarda ma'lumotlar to'liq berilmaydi. Aylanish sirtlaridan shar sirtida shunday fazoviy egri chiziqlar mavjudki, bular to'g'risida tadqiqot ish davomida aylanish sirtlari ustida ko'p qiziqarli geometrik yasash usullarini ko'rib chiqdik.

Biror sirt ustidagi ikki nuqta orasidagi eng qisqa masofani o'lchovchi chiziq sirtning *geodizik chizig'i* deb yuritiladi. Shar ustidagi ixtiyoriy ikki nuqta orasidagi qisqa masofa shu nuqtalardan o'tuvchi sharning *katta aylanasi* bo'ladi va bu sharning *geodezik chizig'i* deb yuritiladi. Bu chiziqni injenerlik geodeziya fani amaliyotida keng qo'llanishini keltirish lozim.

Shuningdek, sfera sirtidagi barcha fazoviy egri chiziqlardan *sferik loksodrom* deb nomlanuvchi fazoviy egri chizig'i geometrik jihatdan birmuncha qiziqarlidir.

Loksodrom egri chizig'i ikkinchi egrilikka yoki (buriqish egriligiga) ega bo'lgan fazoviy egri chiziq turkumiga kiradi. U o'zining barcha nuqtalari bilan sfera sirtiga (yoki boshqa biror aylanma sirtga) tegishli bo'lib, sirtning barcha meridianlarini bir xil burchak ostida kesuvchi egri chiziq hisoblanadi.

Loksodrom egri chizig'ining shakli yoki ko'rinishi 7.81-rasmda keltirilgan. Bu chiziq korablni okeanda bir xil yo'nalishda harakati natijasida hosil bo'ladi.



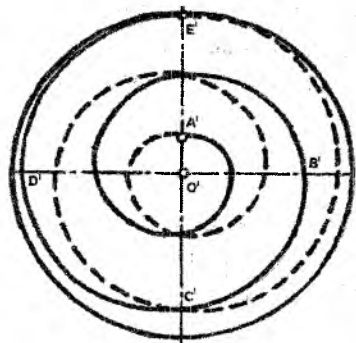
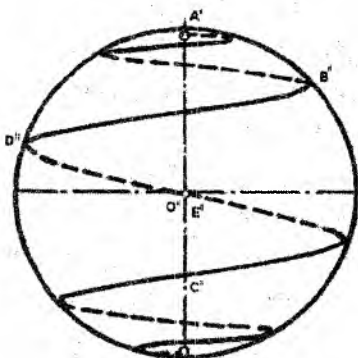
7.81-rasm

Agar $\alpha=0^\circ$ yoki 180° bo'lsa, loksodrom aylanma sirt meridiani bilan $\alpha=90^\circ$ bo'lsa, u sirt paralleli bilan ustma-ust tushadi.

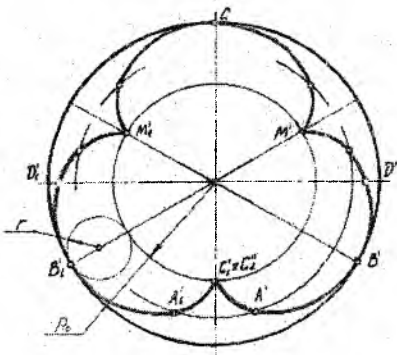
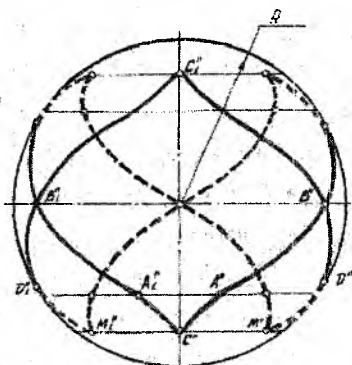
Bu egri chiziq aviatsiya va dengizchilar uchun alohida ahamiyatga egadir. Masalan, korabi A nuqtadan B nuqttagacha bo'lgan uzoq masofani bosib o'tishida to'g'ri yo'nalish olganda u yer sirtining bir necha meridianlarini bir xil burchakda kesib o'tadi. Natijada

korablning A punktidan B punktiga yetish troyektoriyasi *loksodrom fazoviy egri chiziqni* hosil qiladi.

Sfera sirtidagi loksodrom fazoviy egri chizig' proyeksiyalari 7.82-rasmda keltirilgan. Bunda sferani va uning ustidagi $AC(A'C', A''C'')$ nuqtaning gorizontal va frontal proyeksiyalari beriladi. Loksodrom egri chizig'ini frontal proyeksiyasini yasashni uning gorizontal proyeksiyasidan boshlash qulaydir. Bu chiziq AG' nuqtadan boshlab o'tuvchi logarifmik spiral bo'ladi. Logarifmik spiralda B', C', D', E' va boshqa nuqtalarini belgilab sfera parallellari yordamida ularning frontal proyeksiyalari yasaladi.



7.82-rasm



7.83-rasm

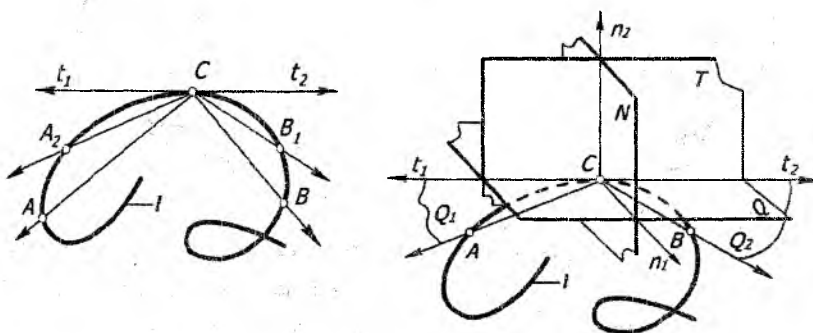
Sfera sirtida bir xil qiyalikdagi fazoviy egri chiziqni yasash 7.83-rasmda tasvirlangan. Bu egri chiziqning har bir nuqtasiga o'tkazilgan urinma gorizontal proyeksiyalar tekisligi bilan bir xil burchak hosil qiladi. R radiusli sferadagi bir xil qiyalikdagi fazoviy egri chiziqning gorizontal proyeksiyasi uch bo'lakli epitsikloida

bo'lad. Bu epitsikloidani yasash sfera sirti parallellariga tegishli bo'lgan $M, M_1, C, C_1, B, B_1, \dots$ nuqtalar vaziyatlari bilan aniqlanadi. Episikloida egri chizig'ini yasash uchta aylana radiuslari: R – sfera radiusi, $R_0 \rightarrow A$ nuqta paralleli radiusi $R - R_0 = r$ sikloida yasovchisi aylana radiuslari bilan bajariladi. Bir xil qiyaqidagi egri chiziqning frontal proyeksiyasi epitsikloida nuqtalariga tegishli parallellar orqali aniqlanadi.

Fazoviy egri chiziq'larga urunma va normallar o'tkazish.

7.84-rasm, a da tasvirlangan fazoviy ℓ egri chiziqqa uning C nuqtasida urunma o'tkazish ko'rsatilgan. Egri chiziq ustidagi C nuqta orqali CA va CB kesuvchi to'g'ri chiziq'larni o'tkazamiz. So'ngra A nuqtani egri chiziq bo'ylab C nuqtaga yaqinlashtira boramiz. Natijada, CA kesuvchi C nuqta atrofida aylana boshlaydi.

A nuqta C nuqtaga cheksiz yaqinlashganda CA kesuvchining limiti ℓ egri chiziqning C nuqtasidagi t_1 urinmaga aylanadi. t_1 urinma ℓ egri chiziqning C nuqtasida o'tkazilgan yarim urinma deyiladi. C nuqta orqali o'tuvchi t_1 yarim urinma ham xuddi shunday yasaladi. U o'zining limit vaziyatida t_1 yarim urinma bilan bitta to'g'ri chiziqda yotadi. Bu to'g'ri chiziq ℓ egri chiziqning berilgan C nuqtasida o'tkazilgan urinma deyiladi. Egri chiziqqa o'tkazilgan urinma orqali tekisliklar dastasi o'tadi (7.84-rasm, b). Egri chiziqning xarakterini aniqlash uchun ana shu tekisliklar dastasidan yopishma, to'g'rilovchi va ularga perpendikular bo'lgan normal deb ataluvchi tekisliklar muhim rol o'ynaydi.



a)

7.84-rasm

b)

Egri chiziqning yopishma tekisligi quyidagicha yasaladi. Berilgan ℓ fazoviy egri chiziqda yotgan C nuqta orqali (7.84-rasm, b) unga t_1, t_2 yarim urinmalar o'tkazilgan bo'lsin. CA va CB kesuvchi to'g'ri chiziqlarni o'tkazib t_1CA va t_2CB kesuvchi tekisliklarni hosil qilamiz. A va B nuqtalarni C nuqtaga yaqinlashtira boshlaymiz. Shunda t_1CA va t_2CB orqali o'tuvchi Q_1 va Q_2 tekisliklar t_1 va t_2 yarim urinmalar atrofida aylana boshlaydi.

A va B nuqtalar C nuqtaga cheksiz yaqinlashib, CA va CB o'z limitlari t_1 va t_2 vaziyatlarini egallaganda Q_1 va Q_2 ustma-ust tushib, Q tekisliginni hosil qiladi. Q tekislik ℓ fazoviy egri chiziqqa uning berilgan nuqtasida o'tkazilgan yopishma tekisligi deyiladi.

Yopishma tekislikni sirtlar nazariyasiga asosan, fazoviy egri chiziqning cheksiz yaqin uchta nuqtasidan o'tgan tekislikning limiti deb ham ta'riflanadi.

Yopishma tekislik fazoviy egri chiziqqa sirpanmasdan urinib harakatlanuvchi urinma bo'yicha sirpanib, ayni vaqtda uning atrofida aylanib vintsimon harakat qiladi. Yopishma tekislikning vintsimon harakatida urinma uning aylanish o'qi sifatida xizmat qiladi.

Egri chiziqning berilgan nuqtasida unga cheksiz ko'p normal o'tkazish mumkin, normallar to'plami hosil qilgan N tekislik egri chiziqqa uning berilgan nuqtasida o'tkazilgan normal tekisligi deyiladi.

Normallar to'plamidagi chiziqlardan biri n_1 yopishma tekislik ustida yotadi ($n_1 \in Q$), boshqa biri n_2 esa unga perpendikular joylashgan ($n_2 \perp Q \Rightarrow n_2^2 \perp n_1^2$) bo'ladi. Shulardan birinchisi n_1 – bosh normal, ikkinchisi n_2 – binormal deyiladi. Binormal n_2 ga urinma t hosil qilgan T tekislik to'g'rilovchi (rostlovchi) tekislik deb ataladi.

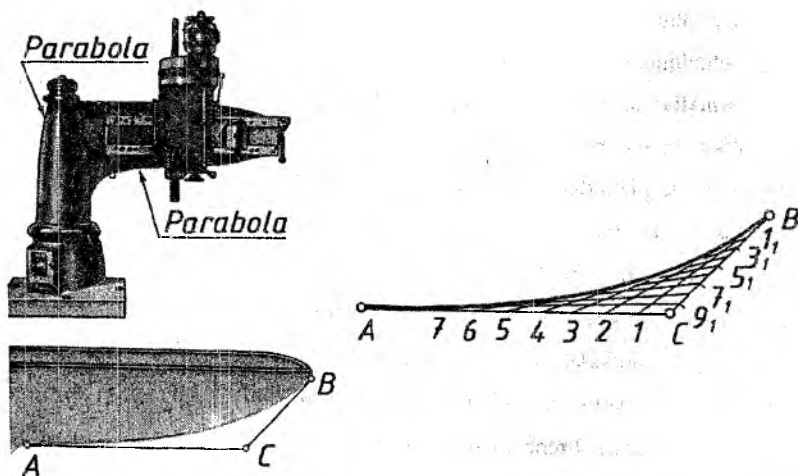
O'zaro perpendikular N, Q, T tekisliklar uchyoqlikni tashkil qiladi. Buni ko'chma uchyoqlik yoki uni 1847 yilda birinchi bo'lib taklif qilgan fransuz matematigi Jan Frederik Frena nomi bilan *Frene uchyoqligi* deb yuritiladi. Frene uchyoqligidan fazoviy egri chiziqni proektsiyalaydigan tekisliklar sistemasi o'rnida foydalaniladi. Shuningdek, Q – gorizontal, T – frontal va N profil proyeksiyalar tekisliklari sifatida qabul qilinadi. Fazoviy egri chiziq, xossalari uning Frene uchyoqlik tomonlaridagi proyeksiyalari bo'yicha o'rganiladi.

7.11. *Egri chiziqlarning amaliyotda qo'llanilishi.* Yuqorida lekalo egri chiziqlarining turlari, ularni hocil bo'lishi, grafik tarzda yasashning turli usullari, shuningdek, bunday egri chiziqlarda tutashma bajarish qoidalari bilan tanishib chiqdik. Agar bayon etilgan materiallarning amaliy ahamiyati bo'lmaca, ularni o'rganish va o'zlashtirishning zarurati bo'lmasdi. Demak, bu egri chiziqlar turli sirtlarni hosil qilishda, mashina detallari va arxitektura qurilish binolarini loyihalashda keng amaliy ahamiyatga ega. Dastlab, ba'zi mashina detallari, yig'ma birliklar tartibida uchraydigan lekalo egri chiziqlar to'g'risida ma'lumotlar keltiriladi, so'ngra qurilish ishlaridagi ahamiyati misollar orqali ko'rsatiladi.

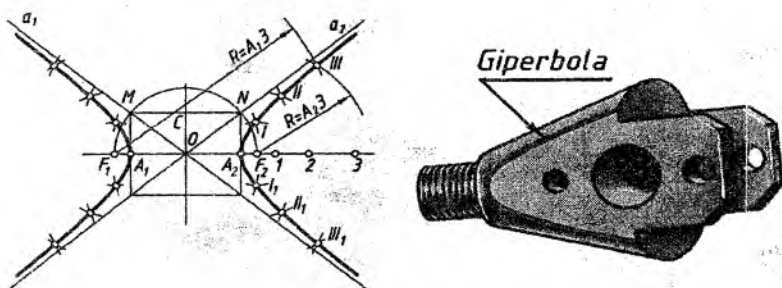
7.85-rasmda keltirilgan radial-parmalash stanogining tirgagining konturi *parabola* egri chizig'idan iborat.

7.86-rasmda "Quloq" nomli detal konus sirtidan iborat bo'lib, u ikki tomonidan tekis qirqilgan *giperbola* egri chizig'idan iborat bo'lgan.

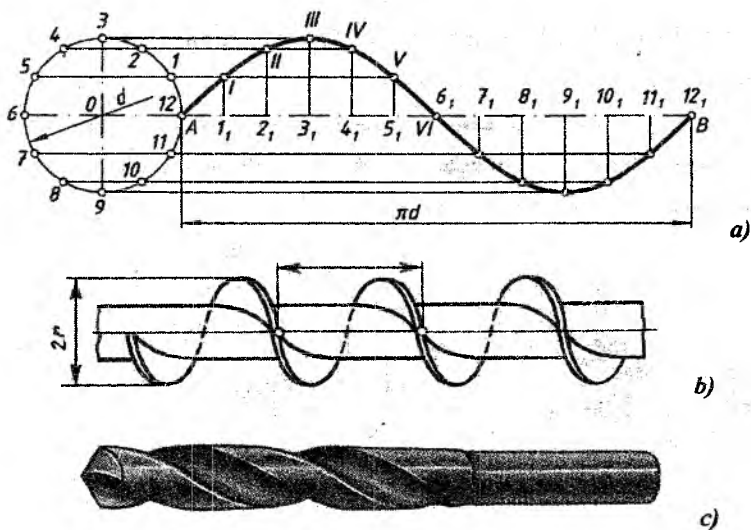
7.87-rasmda shnek va parma kabi detallarning chizimasi ko'rsatilgan. Ulardagi egri chiziq *sinusoida* ko'rinishida bo'ladi.



7.85-rasm

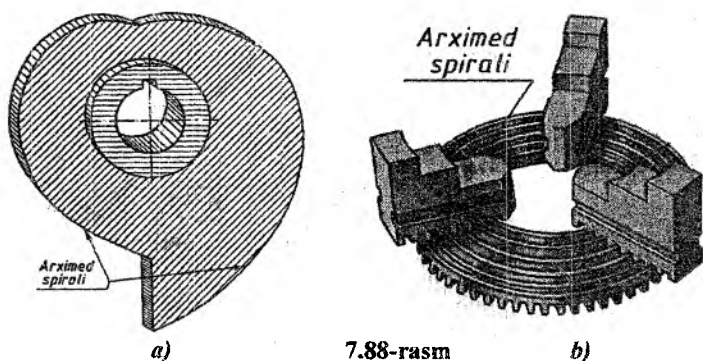


7.86-rasm



7.87-rasm

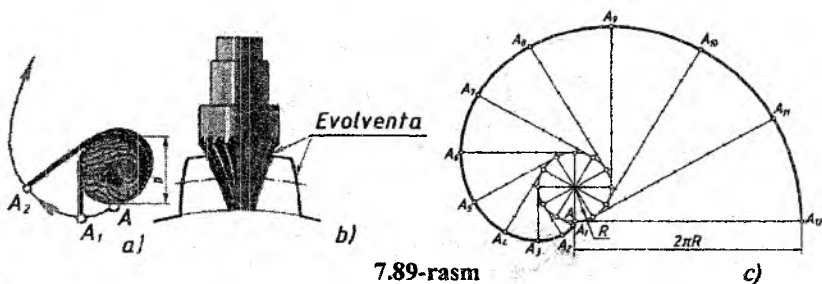
7.88-rasm, *a* da *Arximed spiralidan* foydalanib kulachok yasash ko'rsatilgan. 7.88-rasm, *b* da tokorlik stanog'ining qisuvchi patronini kulachok radiusi bo'ylab harakatni uzatishida ham *Arximed spiralidan* foydalanilgan.



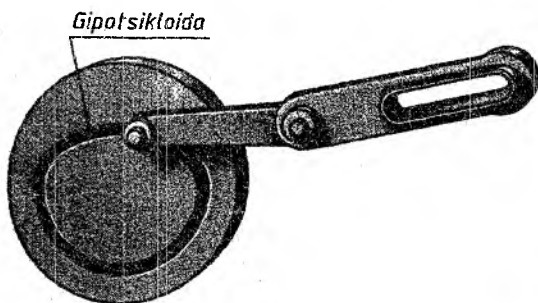
7.88-rasm

Mashinasozlikda g'ildirak tishlarining profillari va tish qirg'ishi moslamasi - barmoqli frezalar - *evolventa* bo'yicha bajariladi (7.89-rasm).

Ko'pincha ilgari lanma-qaytarma harakatni bajarish belgilab qo'yilgan detallarning konturi siklik egri chiziqlar bo'yicha chiziladi. 7.90-rasmdagi richag barmog'ining o'yig'i *gipotsikloida* bo'yicha chizilgan.

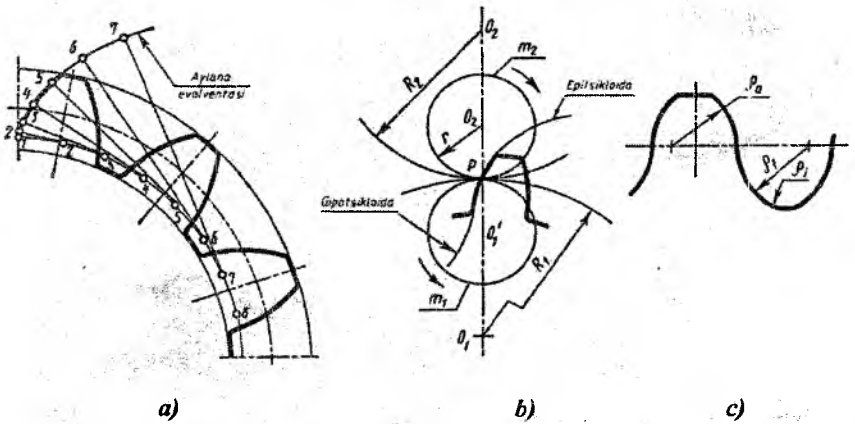


7.89-rasm



7.90-rasm

Tishli uzatmalarda g'ildirak tishlarining profillari *aylana evolventasi* (7.91-rasm, a), *siklik egri chiziq* (7.91-rasm, b) yoki *aylana yoylari* (7.91-rasm, c - Novikov ishlamasi), ko'rinishida bo'ladi.

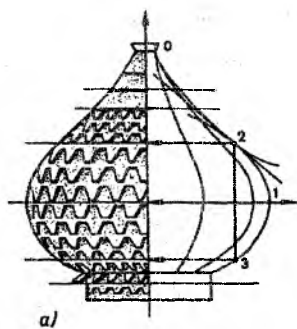


7.91-rasm

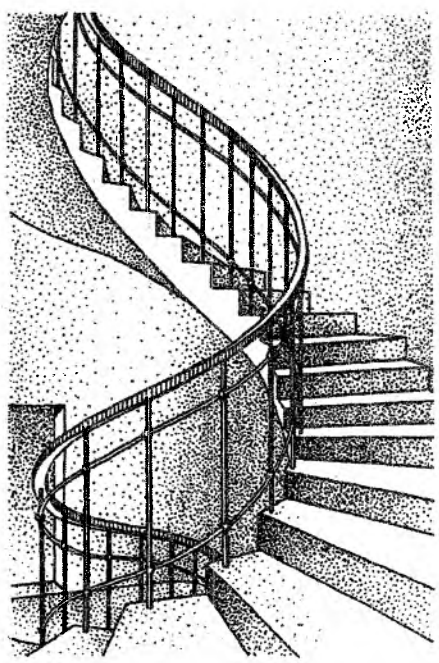
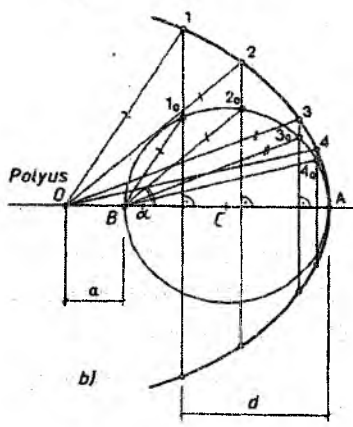
Lekalo egri chiziqlarini o'z o'qi, mavhum o'qi yoki qandaydir harakatidan turlicha sirtlar hosil bo'ladi. Endi lekalo egri chiziqlarini sirtlarni loyihalashda va qurilishdagi bevosita amaliy ahamiyatiga oid materiallar bilan tanishamiz.

7.92-rasm, a da gumbazning chizmasi, b da esa uning meridianidagi egri chiziqning yasaliishi ko'rsatilgan.

Silindrik vint chizig'i fazoviy egri chiziq, ammo uning ortogonal proyeksiyasini yasaliishi *sinusoida* egri chizig'iga o'xshaydi. Vint chizig'i xususiyatidan qurilishda keng foydalaniladi. 7.93-rasmda *vint chizig'idan* foydalanib loyihalangan zinaning chizmasi berilgan.

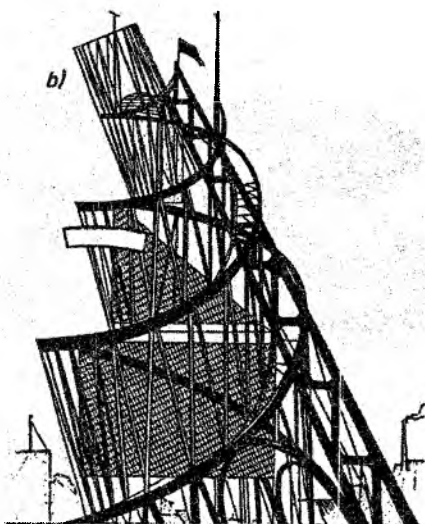
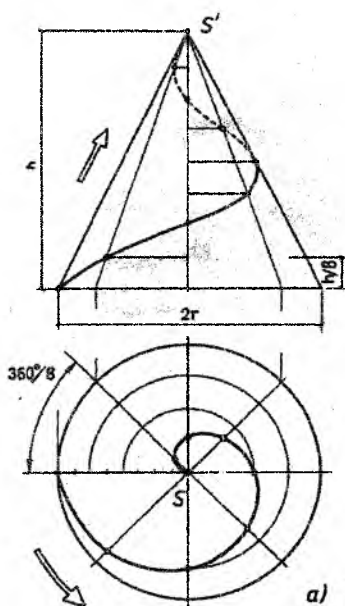


7.92-rasm



7.93-rasm

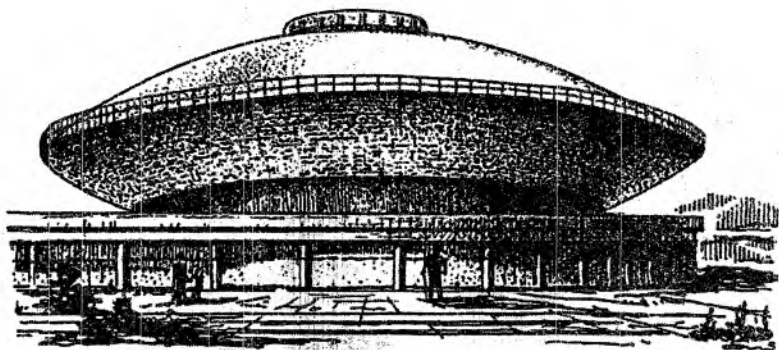
Konus vint chizig'ining ortogonal proeksiyasi Arximed spiraliga bo'ladi. 7.94-rasmda "III Baynalminal yodgorligi"ning loyihasi berilgan. Uni 1989 yili rassom V. Tatlin tuzgan. Yodgorlik 400 metr balandikka ega bo'lib, yuqoriga qisqarib boradi. U metall sterjenlardan qiya qilib yasalgan. Butun kompozitsiya yo'naltiruvchilari ikkita konus vint chizig'ining elementlari yordamida tuzilgan.



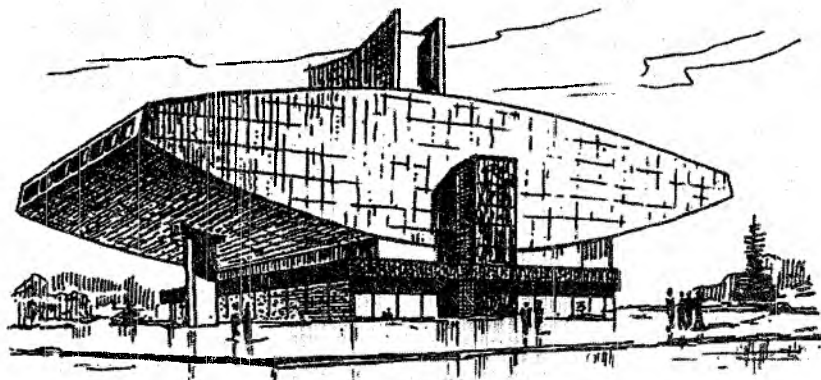
7.94-rasm

Ximiya zavodlaridagi gazlarni saqlashda aylanma sirtlar ko'rinishida rezervuarlar (suyuqlik va gaz idishlari)dan ko'proq foydalaniladi. Aylanma sirt bo'laklari – sirt segmentlari gumbaz va sferik yopmalarni tashkil qiladi (7.95-rasm). Bunda ikkita aylanma sirtning yoki ellipsoidning bo'laklaridan amaliy foydalanish mumkin.

Silindrik sirtlardan loyihalash va qurilishda binolarning turli tipdagi ravoq yopmalarini bajarishda foydalaniladi. Shuningdek, o'tish yo'laklari va metro tonnellaridagi ravoqlarni loyihalashda ham ishlatiladi (7.96-rasm).

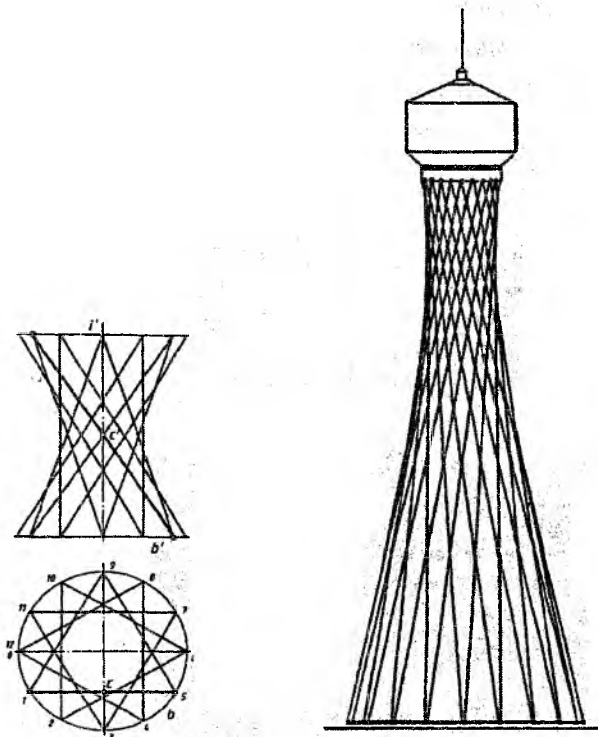


7.95-rasm



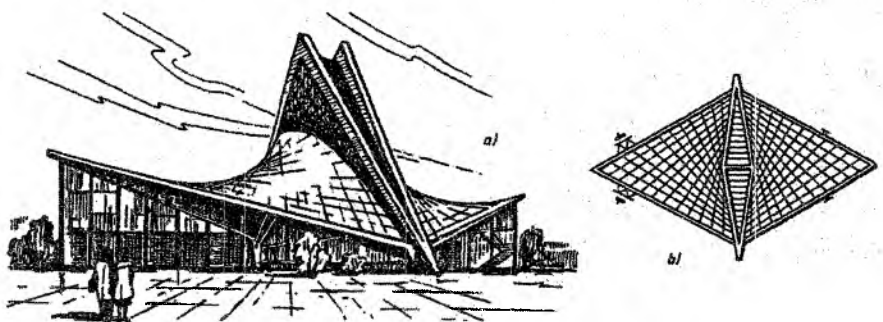
7.96-rasm

Bir kovakli giperboloidning har bir nuqtasidan uni ikkita yasovchi to'g'ri chizig'ini o'tkazish mumkin. Bu sirt yasovchilarining xususiyatidan texnikada foydalanish mumkinligini birinchi bo'lib sobiq SSSR fanlar Akademiyasining faxriy a'zosi V.G. Shuxov (1853-1933) ko'rsatib bergan. V.G. Shuxov *bir kovakli aylanma giperboloiddan* radio-matcha va suv minorasi kabi inshootlarni konstruksiyalashda foydalangan. Bu konstruksiyalar o'zining mustahkamligi, engilligi tufayli qurilish texnikasida keng tarqalgan. 1921 yil Mockvada V.G. Shuxov loyihasi bo'yicha va uning rahbarligida 160 metrli 6 seksiyali (*6 ta giperboloid*) radio-machta qurildi (7.97-rasm).



7.97-rasm

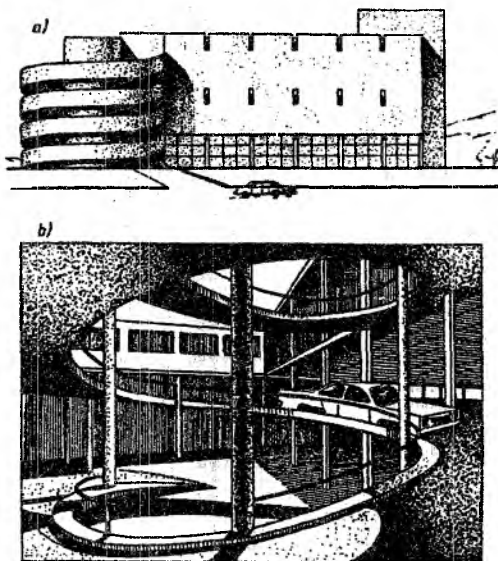
Giperbolik paraboloid sirtidan qurilish amaliyotida, arxitektura binolari va inshootlarining yopmalari (qobiqlari) sifatida keng foydalaniladi (7.98-rasm).



7.98-rasm

Vint sirtlaridan ham qurilishda keng foydalaniladi. Vint sirtining yasovchisi to'g'ri chiziq bo'lsa, u *gelikoid* deb nomlanadi.

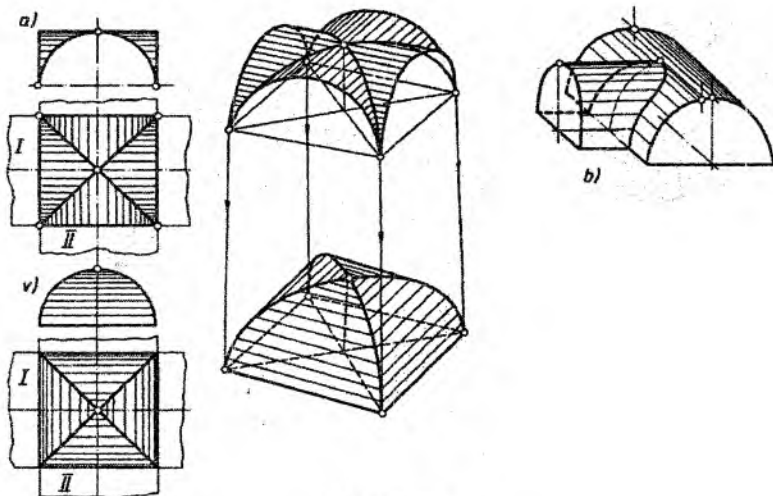
7.99-rasmda ko'p qavatli garajlarning konstruksiyasi *gelikoiddan* foydalanib bajarilganligi ko'rsatilgan. Shuningdek, ko'pgina binolar *ochiq gelikoid* ko'rinishda bo'ladi.



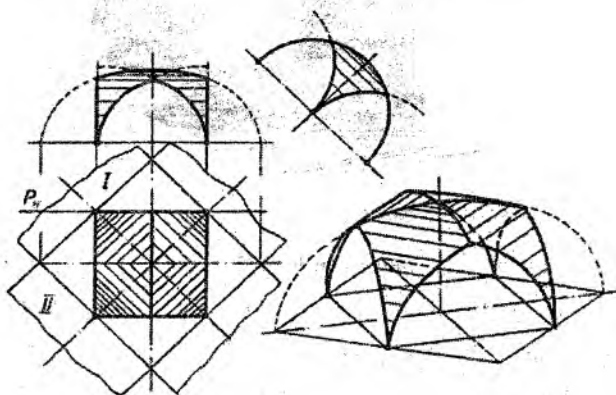
7.99-rasm

Ravoq va gumbazlarni loyihalashda silindrik va sferik sirtlar kombinatsiyasidan keng foydalaniladi.

7.100-rasm, a da to'rttalik (krestik) *ravoqning* chizmasi berilgan. Bunda ikkita bir xil radiusli yarim silindrlar ikki egri chiziq - *ellips* bo'yicha kesishmoqda. Ular umumiy nuqta va urinma tekislikka ega. Bu yerda vertikal og'irlik to'rtta tayanch nuqtaga tushadi. Agar silindr radiuslari turlicha bo'lsa, ular *to'rtinchi tartibli fazoviy egri chiziq* bo'yicha kesishadi (7.100-rasm, b). 7.100-rasm, v da berk (yumuq) ravoq ko'rsatilgan. 7.101-rasmda yana bir ochiq berk ravoq chizmasi ko'rsatilgan.



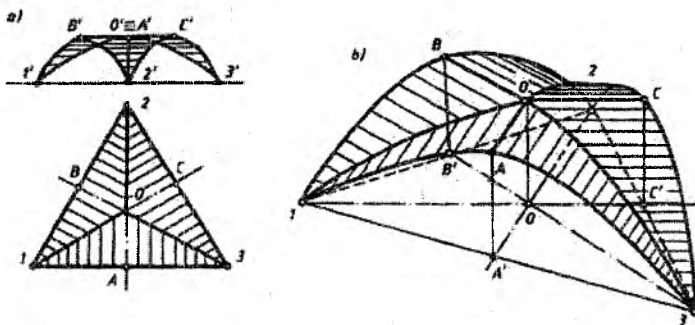
7.100-rasm



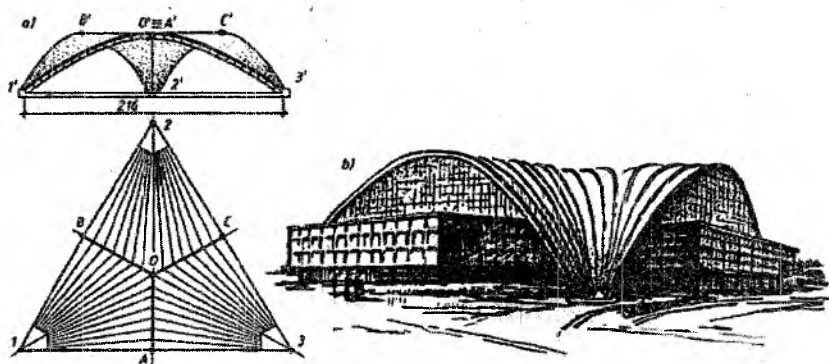
7.101-rasm

7.102-rasmda yopmaning ortogonal va aksiometrik proyeksiyalari ko'rsatilgan. Yopma uchta *parabolik silindir sirtining* kesishishdan hosil qilingan va ular umumiy O nuqtaga ega. Urinma takislik yopmaga silindrni to'g'ri chiziqli yasovchisiga urinib, u *parabolaning uchidagi yo'naltiruvchici* bo'ylab o'tgan.

7.103-rasmda Parijdagi (1958 yil) ko'rgazmalar zalining yopmasi ko'rsatilgan. Bu yopma qobig'i karkasi uchta mustahkam AO, BO, CO yasovchi va uchta tirgakka tayanadi.



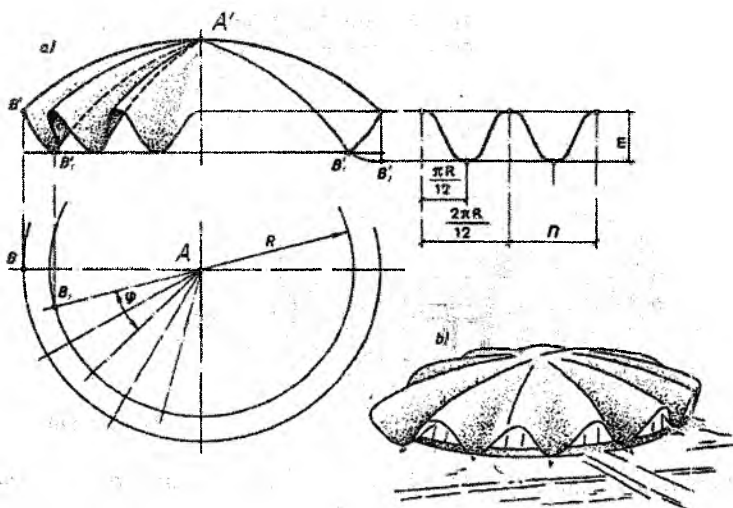
7.102-rasm



7.103-rasm

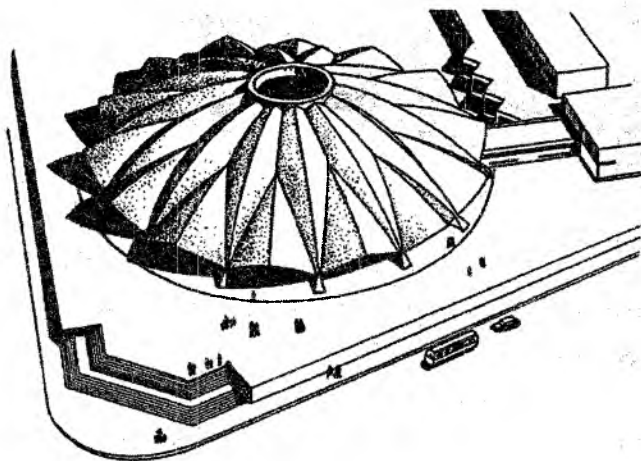
Endi sirtlarni o'zaro kesishishi jarayonida ularda turli lekalo egri chizig'ilarni hosil bo'lishini kuzatamiz. Sirtlarning bu qismlari silliq yoki keskin o'tishi mumkin. Bunda yopmalar murakkab sirtlarga aylanib ketadi.

7.104-rasmda yasovchisi o'zgaruvchan egri chiziq bo'lgan murakkab *aylanma sirtning* tasviri berilgan. U aylanish o'qini A nuqtada yo'naltiruvchi chiziqni B nuqtada kesmoqda. Bu yerda yasovchi (ellips) ikki xil harakat qilmoqda, ya'ni o'q atrofida aylanma harakat va B nuqtasida esa m amplitudaga tebranma harakat qilmoqda. Natijada yasovchining ikki xil harakati to'liqsimon sirtni hosil qiladi. Ushbu harakat ortogonal proyeksiyada bizga *sinusoida egri chizig'ini* eslatadi.



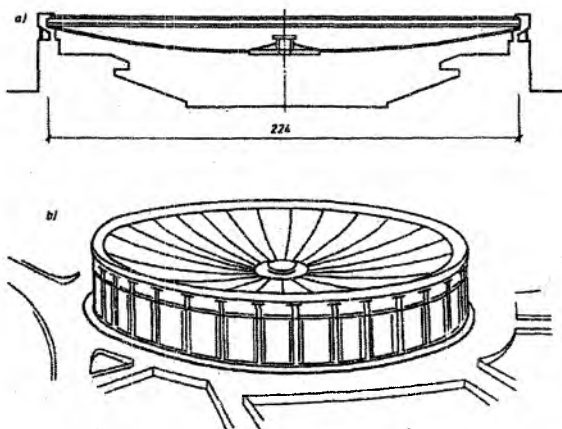
7.104-rasm

7.105-rasmda Moskvadagi Danilov bozor tom yopmasi tasvirining loyiha nolati ko'rsatilgan. Bu yopma gulning ochilayotgan o'n to'rtta bargini eslatadi.



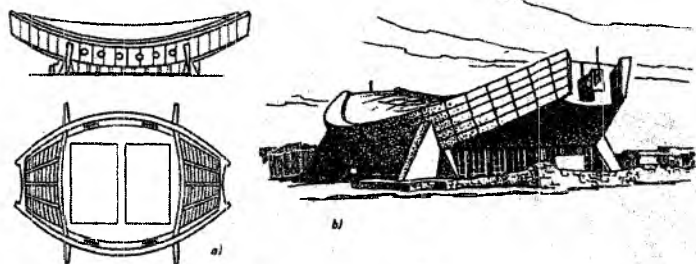
7.105-rasm

7.106-rasmda Moskvadagi sport saroyi yopmasi chizmasi ko'rsatilgan. Saroy yopmasi *paraboloidga* o'hshash qilib ishlangan. Bu yerdagi sirt *elliptik paraboloidga* yaqin.



7.106-rasm

7.107-rasmda yopmasi giperbolik-paraboloidga oʻhshash qilib ishlangan Kachava (Yaponiya)dagi sport zalining fasad, plan va umumiy koʻrinishi berilgan. U kema korpusiga oʻhshash qilib ishlangan.



7.107-rasm

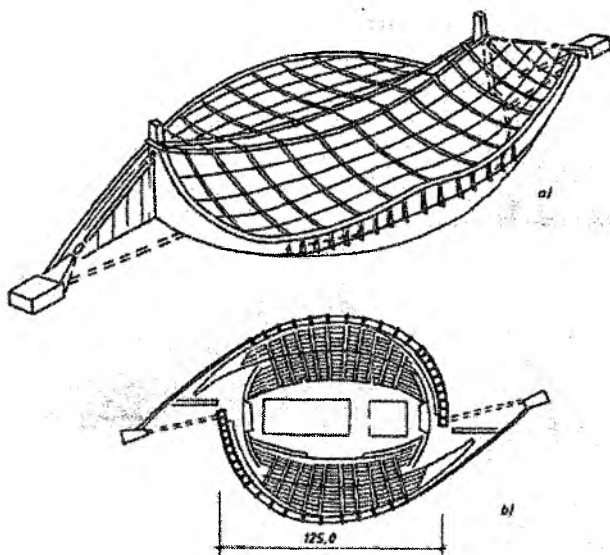
7.108-rasmda Tokiodagi kichik sport arenasining umumiy koʻrinishi tasvirlangan (arxitektor Kenzo Tange, 1964 y.). Bu inshootdagi sirt taxminan *vint sirtiga* yaqin qilib ishlangan.

7.109-rasmda esa xuddi shu arxitektura kompleksida joylashgan yana bir katta sport arenasi chizmalari tasvirlangan. Uning formasi *giperbolik-paraboloidga* yaqin qilib ishlangan.

7.110-rasmda ushbu sport kompleksining umumiy qurilishi tasvirlangan.

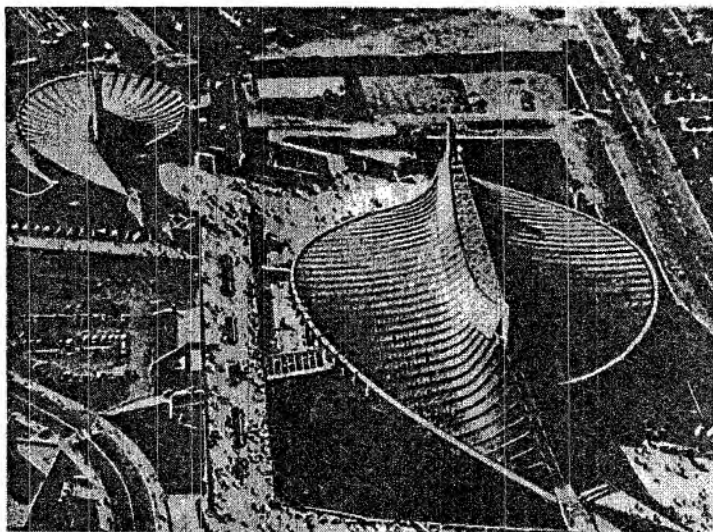


7.108-rasm

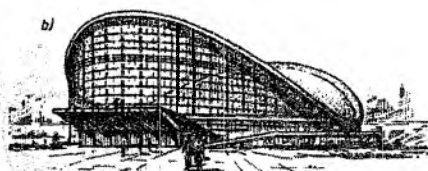
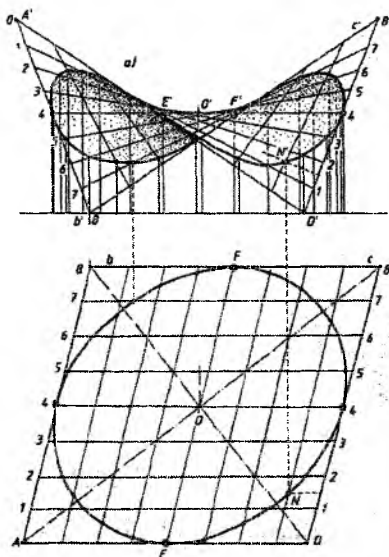


7.109-rasm

7.111-rasm, *a* da giperbolik-paraboloid sirtini elliptik vertikal silindr bilan kesishishi ko'rsatilgan. 7.111-rasm, *b* da yopmasi giperbolik paraboloid bo'lgan ko'rgazmalar binosining loyihasi keltirib o'tilgan.



7.110-rasm



7.111-rasm

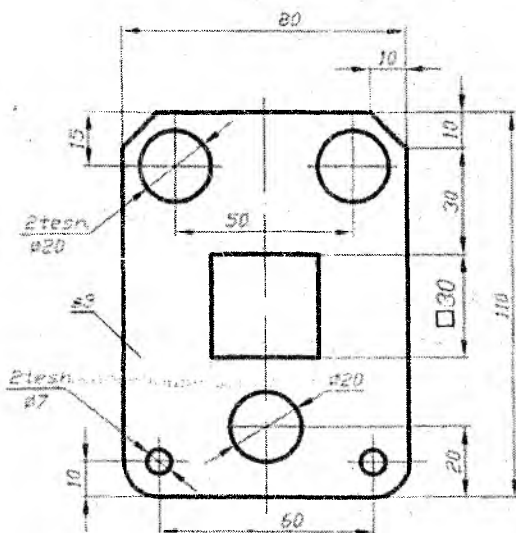
Nazorat savolari

1. Lekalo egri chizig'i deb qanday chiziqqa aytiladi?
2. Egri chiziqchlarni o'rganish bo'yicha olimlarning faoliyati to'g'risida qanday tarixiy ma'lumotlarni bilasiz?
3. Lekalo chizma asbobi va undan foydalanish qoidalari to'g'risida ma'lumot bering.
4. Ellips ta'rifi va chizmasini tushuntiring.
5. Ellipsni geometrik xususiyatiga ko'ra yasashning qanday usullarini bilasiz?
6. Ellipsni berilgan chizmasida uning fokusi qanday aniqlanadi?
7. Parabola deb qanday egri chiziqqa aytiladi?
8. Kub parabola qanday yasaladi?
9. Giperbola ta'rifini ayting va uni tushuntirib bering.
10. Giperbola berilgan bitta nuqtasi va asimptotalari yordamida qanday yasaladi?
11. Siklik egri chiziqchlarni ta'rifi va turlarini ayting.
12. Siyiq va cho'ziq troxoidalar deganda qanday egri chiziqchlarni tushunasiz?
13. Epitroxoida va gipotroxoidalar to'g'risida ma'lumot bering.
14. Arximed spirali qanday yasaladi?
15. Logarifmik spiral qanday hosil bo'ladi?
16. Aylana evolventasi mazmuni va uni yasashini tushuntiring.
17. Lekalo egri chiziqchlarida tutashmalar bajarishni misollar orqali ko'rsating.
18. Ellips, parabola, giperbola, sikloida, epitsikloida, gipotsikloida egri chiziqchlariga urinma normal qanday o'tkaziladi?
19. Ellipsning evolyutasi qanday aniqlanadi?
20. Parabolaning evlyutasi qanday aniqlanadi?
21. Giperbolaning evlyutasi qanday aniqlanadi?
22. Fazoviy egri chiziqchlari va Frene uchoqligi to'g'risida ma'lumot bering.
23. Lekalo egri chiziqchlarning amaliy ahamiyatini misollar orqali ko'rsatib bering.

ILOVALAR

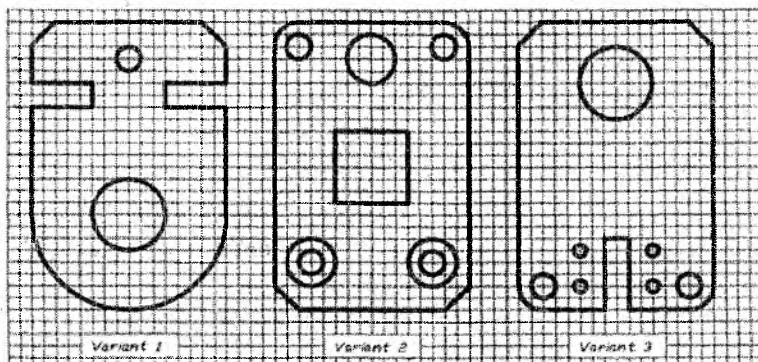
8.1. O'lcham qo'yishga oid grafik vazifaga namuna va variantlar.

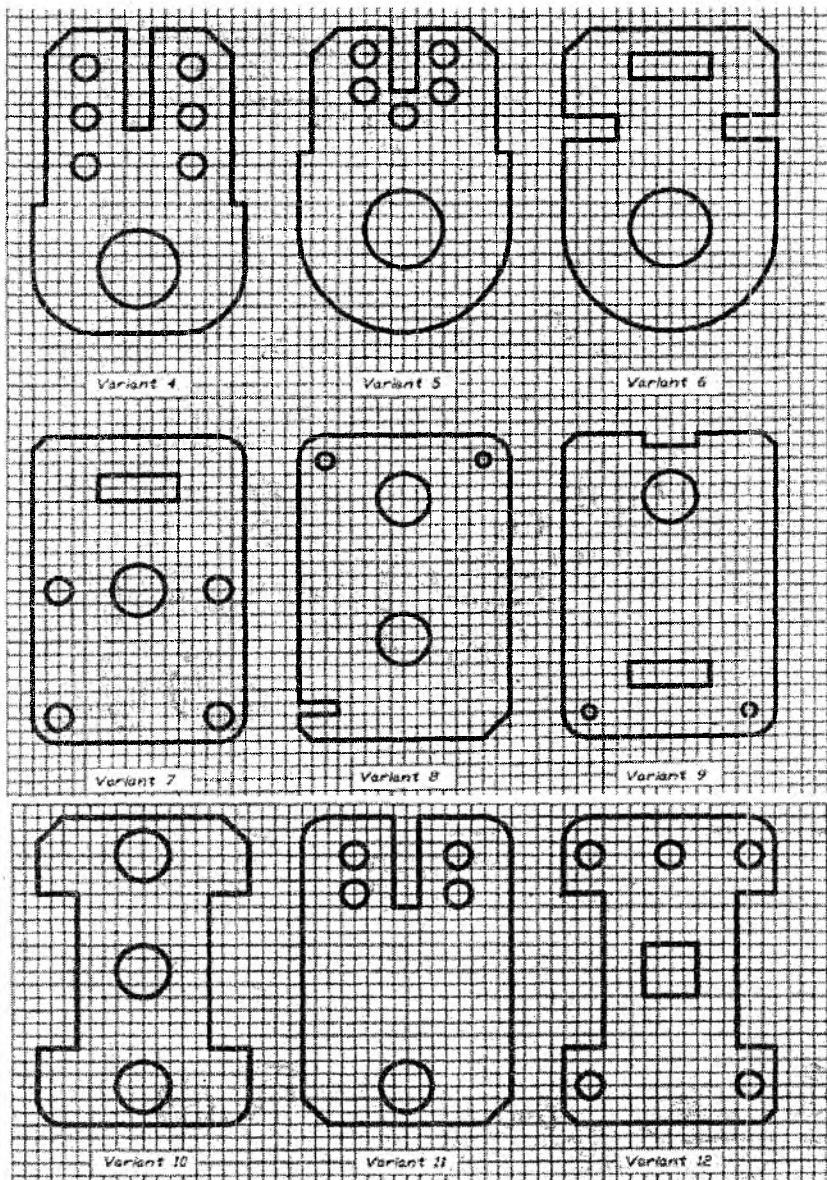
8.1-rasmda tekis shaklga ega bo'lgan detalning balandlik va kenglik o'lchamlarini qo'yishga oid namuna ko'rsatilgan. Detalning qalinligi bir xil yupqa holatda bo'lganligi sababli uning o'lchami s3 ko'rinishida berilgan. 8.1-jadvalda shunday variantlar berilgan. Barcha variantlardagi detallarning qalinlik o'lchami 4mm bo'lib, har bir kvadrat katakchalar o'lchami 5mm deb qabul qilinsim.

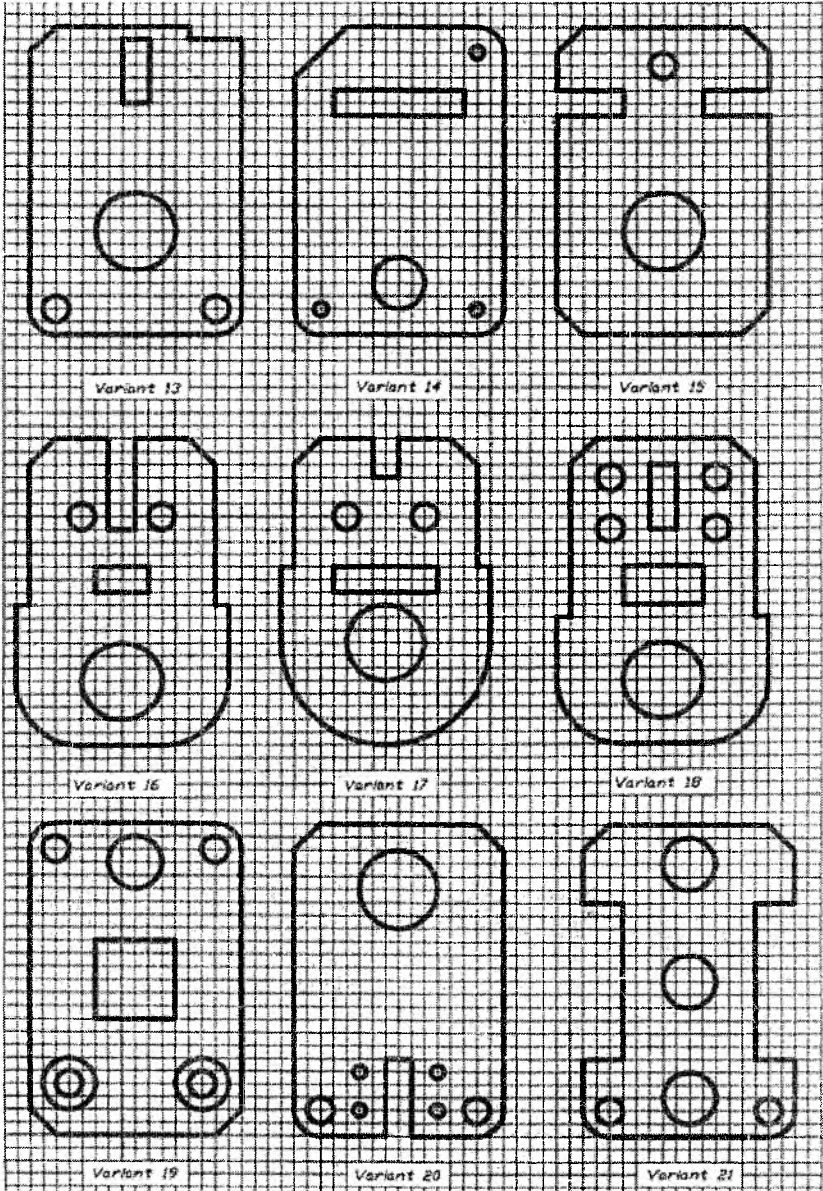


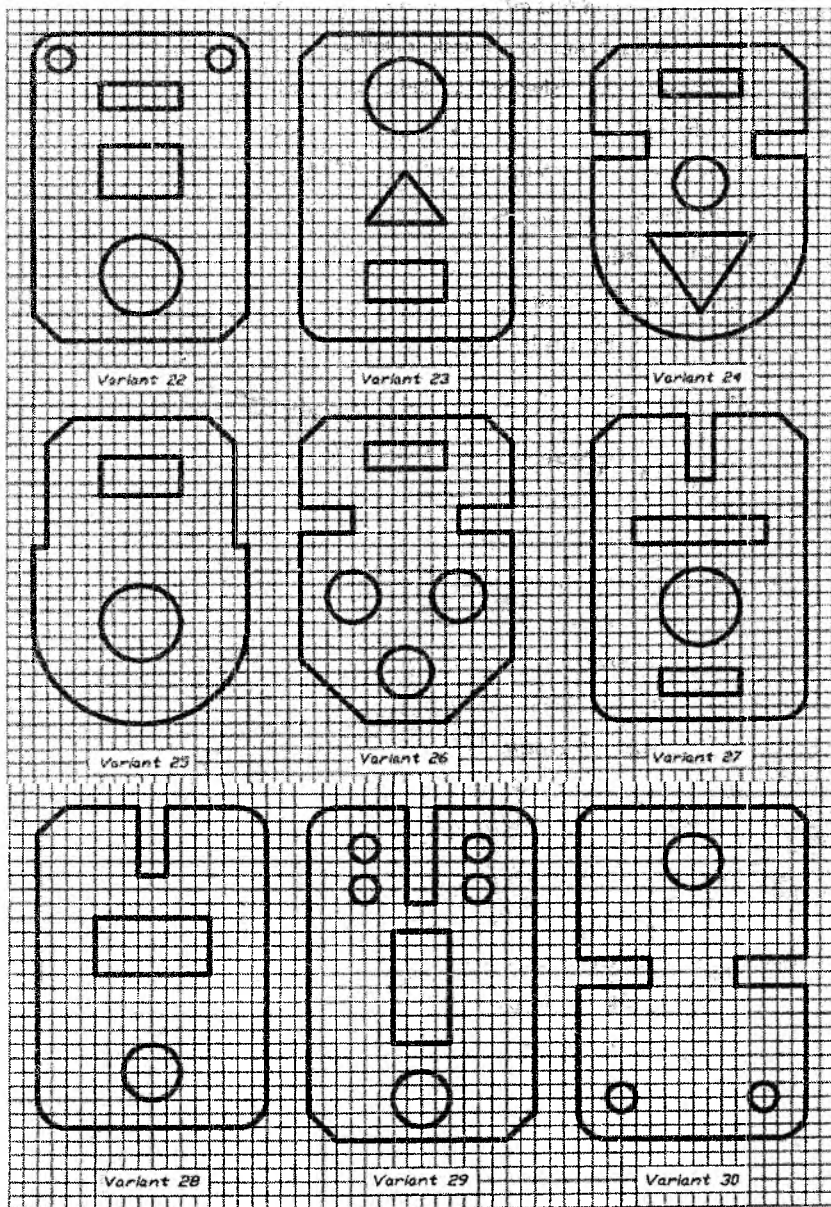
8.1-rasm

8.1-jadval









8.2. Tarkibida aylanani teng bo'lakka bo'lish ta'tbiq qilinadigan texnik detalning ishchi chizmasini taxt qilish va variantlar.

Yuqorida ta'kidlanganidek, texnik detallar chizmasini chizishda ko'plab geometrik yasashlarni bajarishga to'g'ri keladi. Shulardan biri tarkibida aylanani teng bo'laklarga bo'lish yoki muntazam ko'pburchak yasash ishtirok etadigan texnik detallar ishchi chizmasini chizish hisoblanadi.

8.2-rasmda tekis detalning ishchi chizmasini bajarish shartli ravishda to'rt bosqichda chizib ko'rsatilgan.

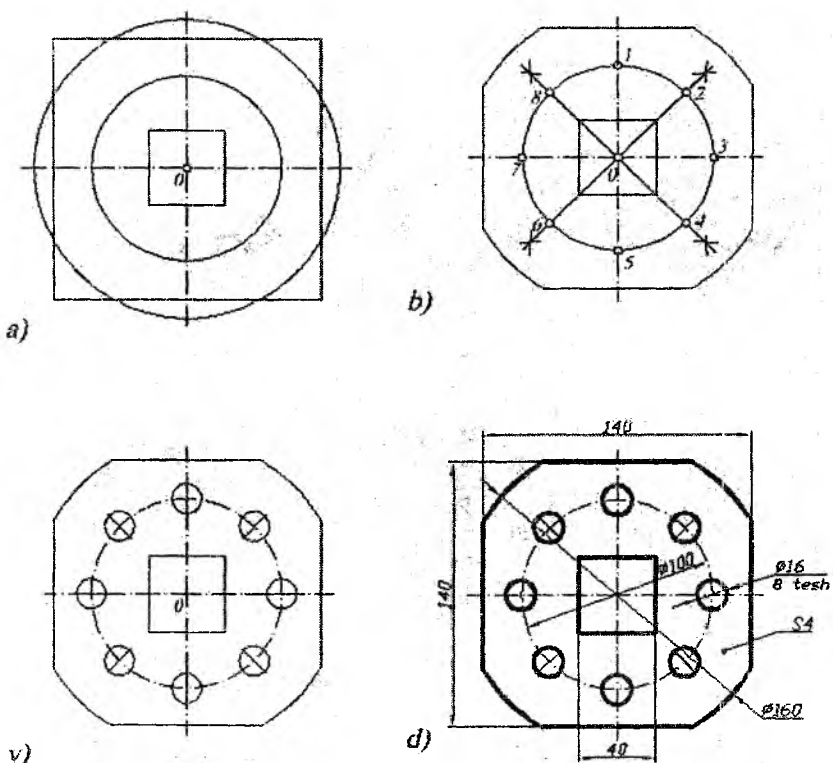
1-bosqich. Dastlab detalning simmetriya o'qlari o'tkaziladi. Simmetriya markazidan detalning gabarit o'lchamlari bo'yicha $R80$ ($d=160$) radiusda aylana, 140×140 o'lchamda to'g'ri to'rtburchak, $\square 40$ o'lchamda kvadrat va sakkizta ochiq teshik markazlari joylashgan radiusi $R50$ ($d=100$) bo'lgan aylanalar chiziladi (8.2-rasm, a).

2-bosqich. Keyin $R80$ radiusli aylana va 140×140 o'lchamli to'g'ri to'rt burchaklarning ortiqcha chiziqlari o'chiriladi. Sakkizta ochiq teshik markazlarini aniqlash uchun $R50$ radiusli aylana 8.2-rasm, b dagidek teng sakkiz bo'lakka bo'linadi. Demak, aylanani teng bo'laklarga bo'luvchi ushbu nuqtalar sakkizta (diametri 16 mm bo'lgan) ochiq teshikning markazlari hisoblanadi. Bu nuqtalar O markaz bilan tutashtiriladi (8.2-rasm, b).

3-bosqich. Aniqlangan sakkizta nuqtani O markaz bilan tutashtiruvchi chiziqlarning ortiqcha joylari o'chiriladi. Ochiq teshiklarning markazlaridan $R8$ radiusda sakkizta aylana chiziladi (8.2-rasm, v).

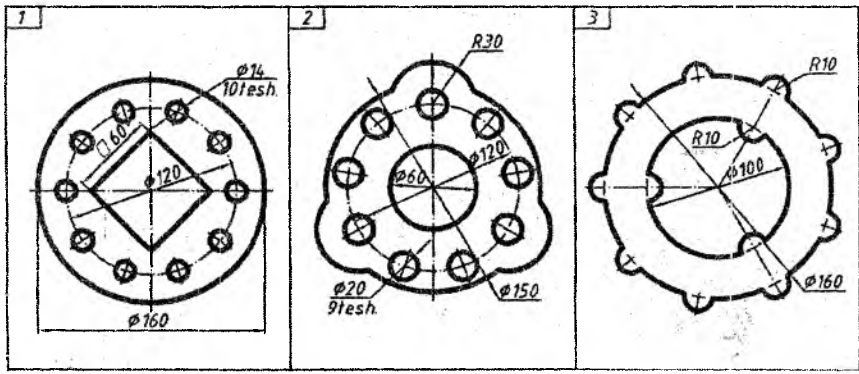
4-bosqich. Chiziq turlariga rioya qilinib detal chizmasi tayyorlanadi, uning o'lchamlari to'liq qo'yiladi va chizma taxt qilinadi (8.2-rasm, d).

8.2-jadvalda grafik vazifa bajarish uchun har bir talabaga alohida variantlar keltirilgan. Grafik vazifani bajarish uchun yuqorida keltirilgan tavsiyalardan amaliy foydalanish mumkin.

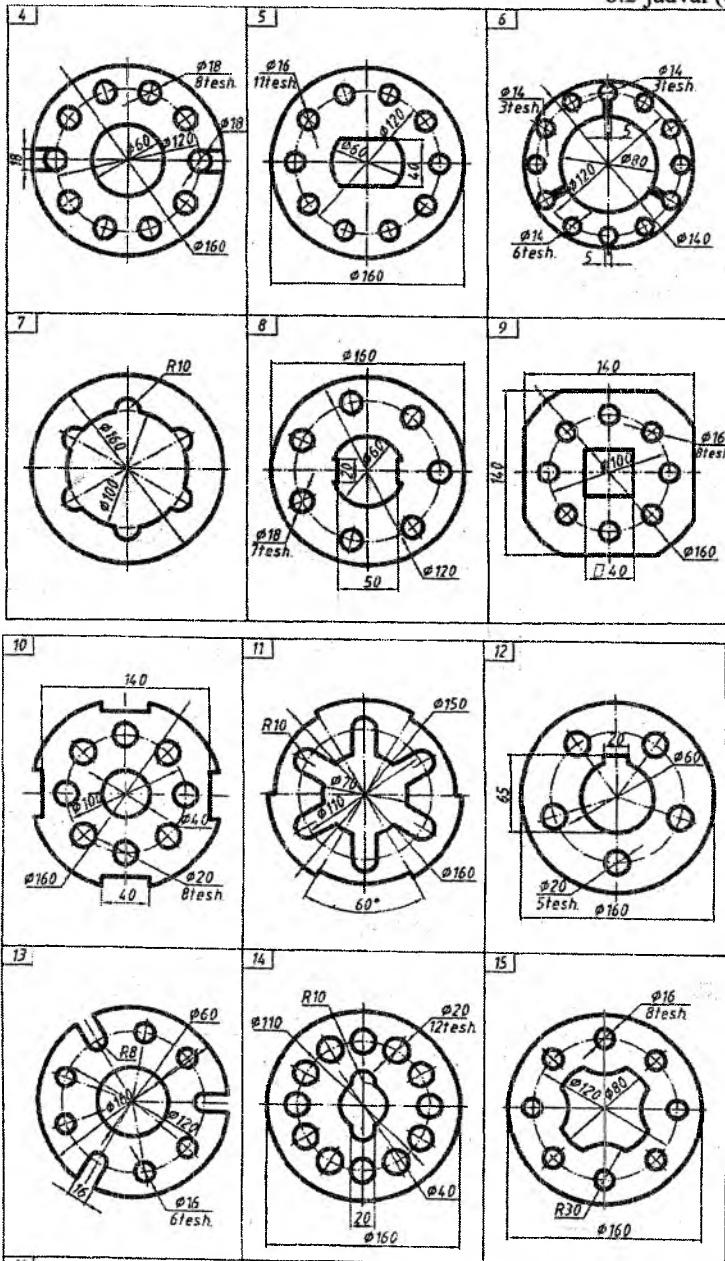


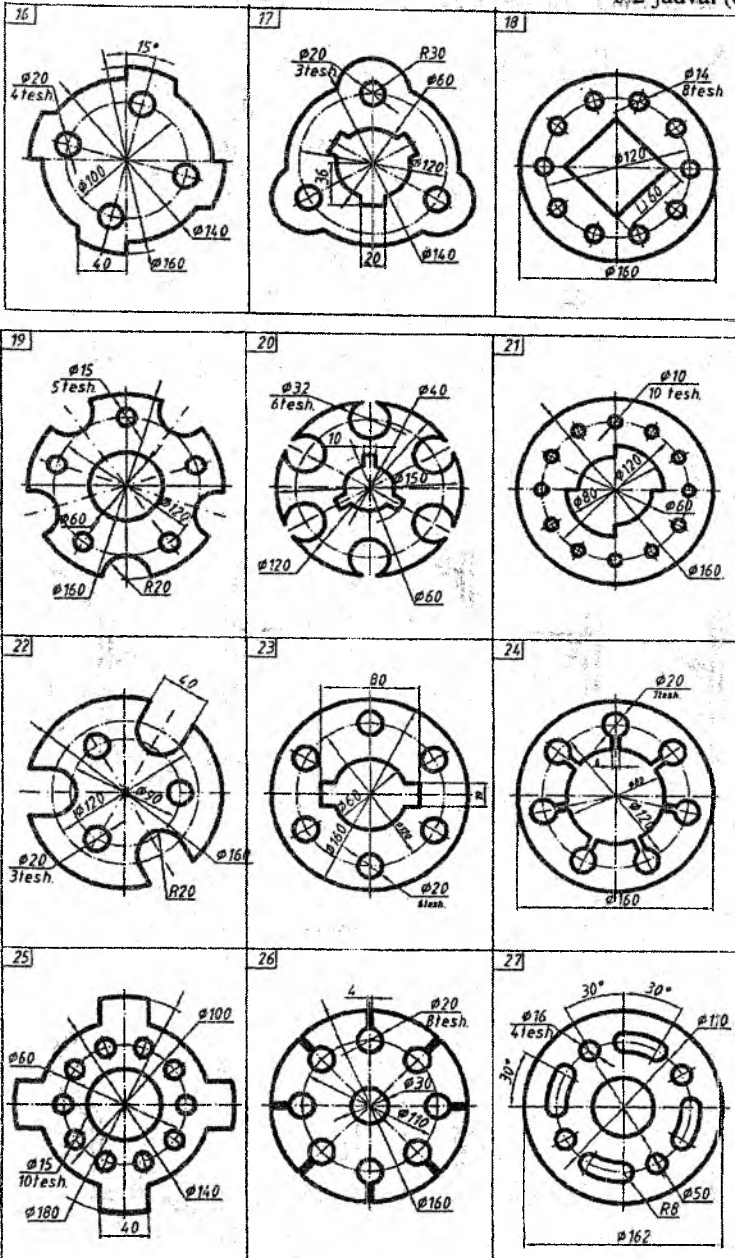
8.2-rasm

8.2-jadvai

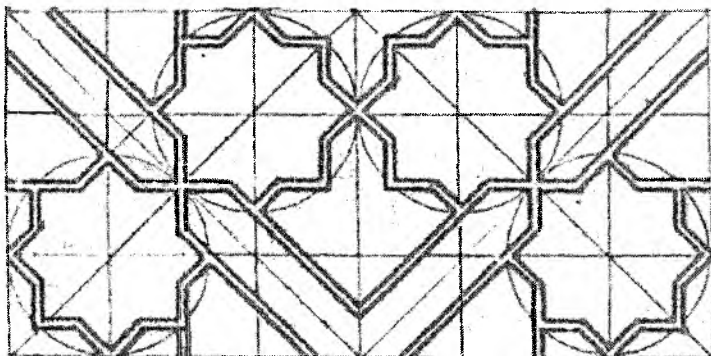


8.2-jadval (davomi)

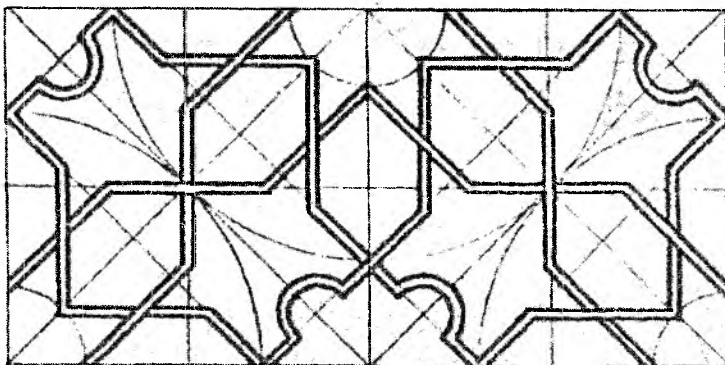




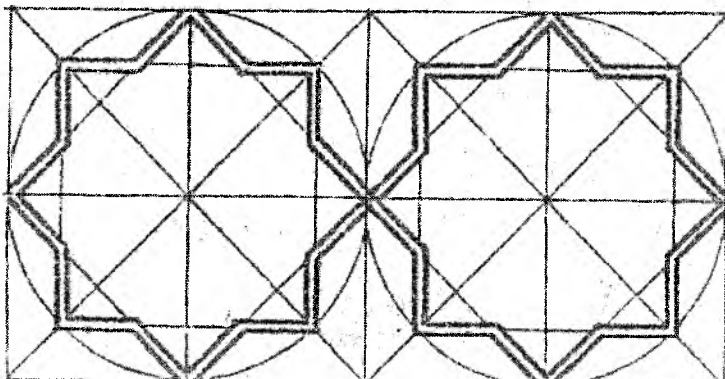
Geometrik naqsh yechimini aniqlashga doir namunalar



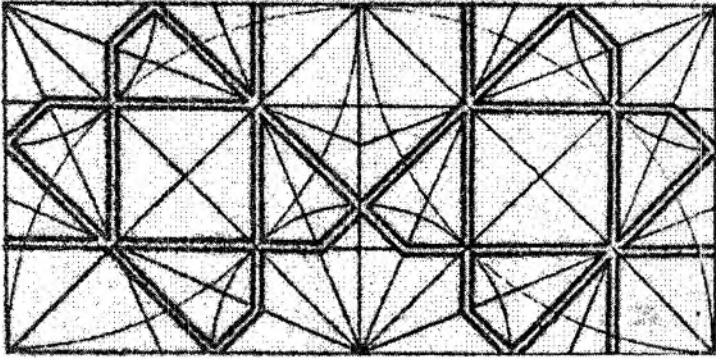
3.1-namuna



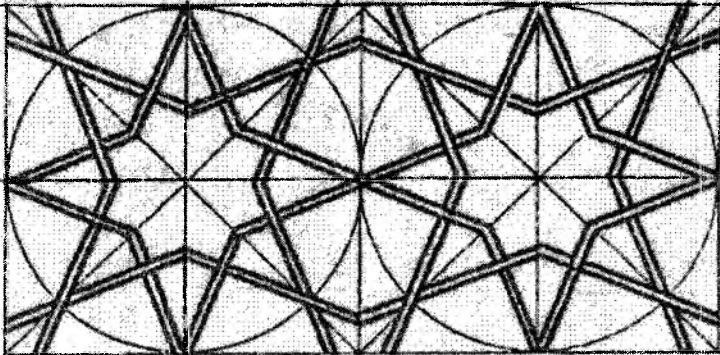
3.2-namuna



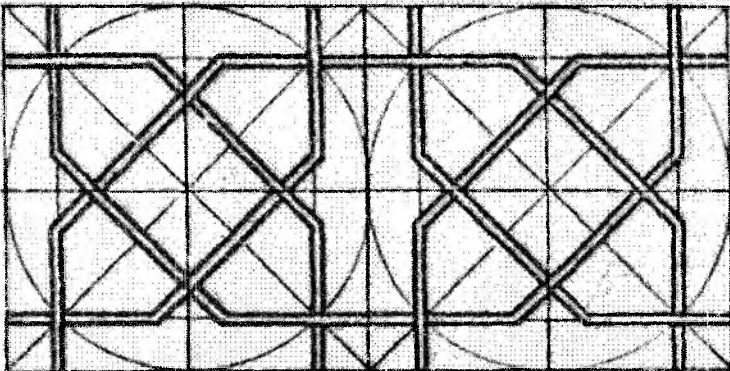
3.3-namuna



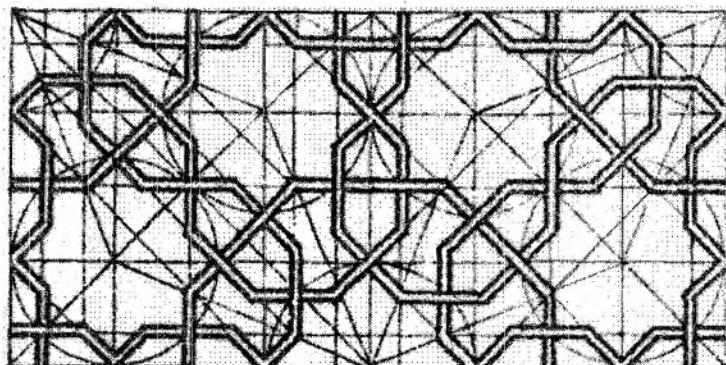
3.4-namuna



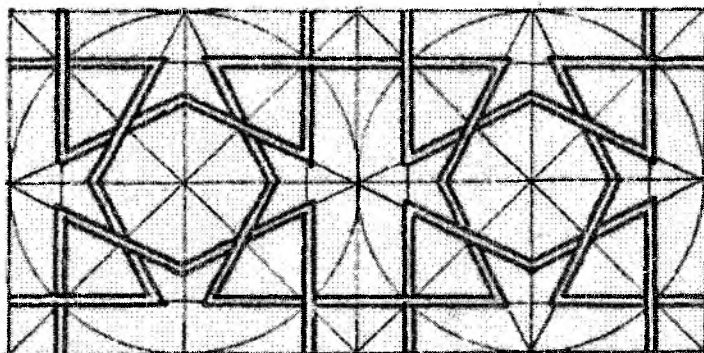
3.5-namuna



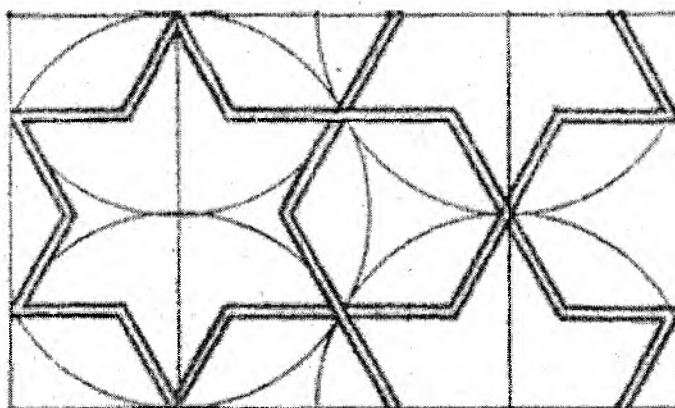
3.6-namuna



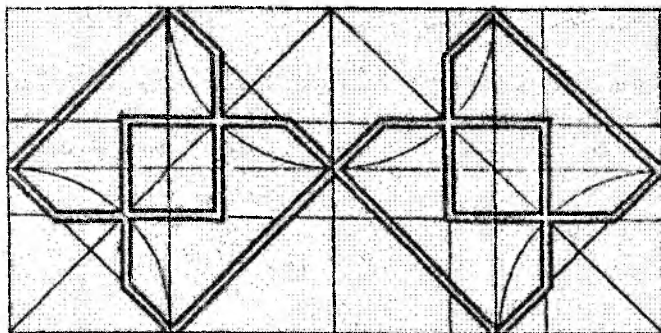
3.7-namuna



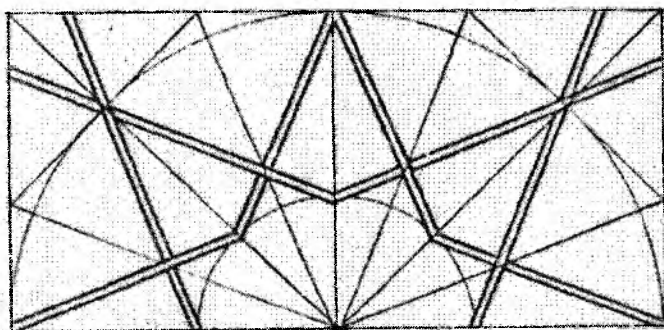
3.8-namuna



3.9-namuna



3.10-namuna



3.11-namuna

8.3. Qiyalikka oid grafik vazifaga namuna va varianlar.

Chunki shvellerning o'lchamlari harflar orqali ifodalangan chizmachilik ma'lumotnomasi (spravochnigi)dagi jadvaldan olinadi va harflar o'rniga aniq o'lcham sonlari ko'rsatiladi. 20-nomerli shvellerning chizmasini bajarish bosqichlari 8.3-rasmda keltirilgan.

Chizmachilik spravochnigidan 20-nomerli shvellerga tegishli bo'lgan barcha qiymatlar ko'chiirib olinadi. Uning qiyaligi $i=1:10$ ga teng.

№	h	b	S	t	R	r
20	200	76	5.2	9	9.5	4

1. O'lcham bo'yicha dastlab tomonlari 76×200 mm li to'g'ri to'rtburchak chiziladi. To'rtburchakning balandligi shveller balandligiga, ya'ni $h=200$ mm, eni shveller tokchasining kengligiga, ya'ni $b=76$ mm ga teng. Shveller devorining qalinligi $s=5,2$ mm ni to'rtburchakning ichiga chap tomondan o'lchab qo'yib chiziladi. $b-d/2$ o'rniga $76-5,2/2$ 35,4 mm o'lchab qo'yilib, A va B nuqtalar belgilanadi. Bu nuqtalardan vertikal chiziq bo'ylab $t=9$ mm li o'lcham o'lchab qo'yiladi hamda 1 va 2 nuqtalar aniqlanadi.

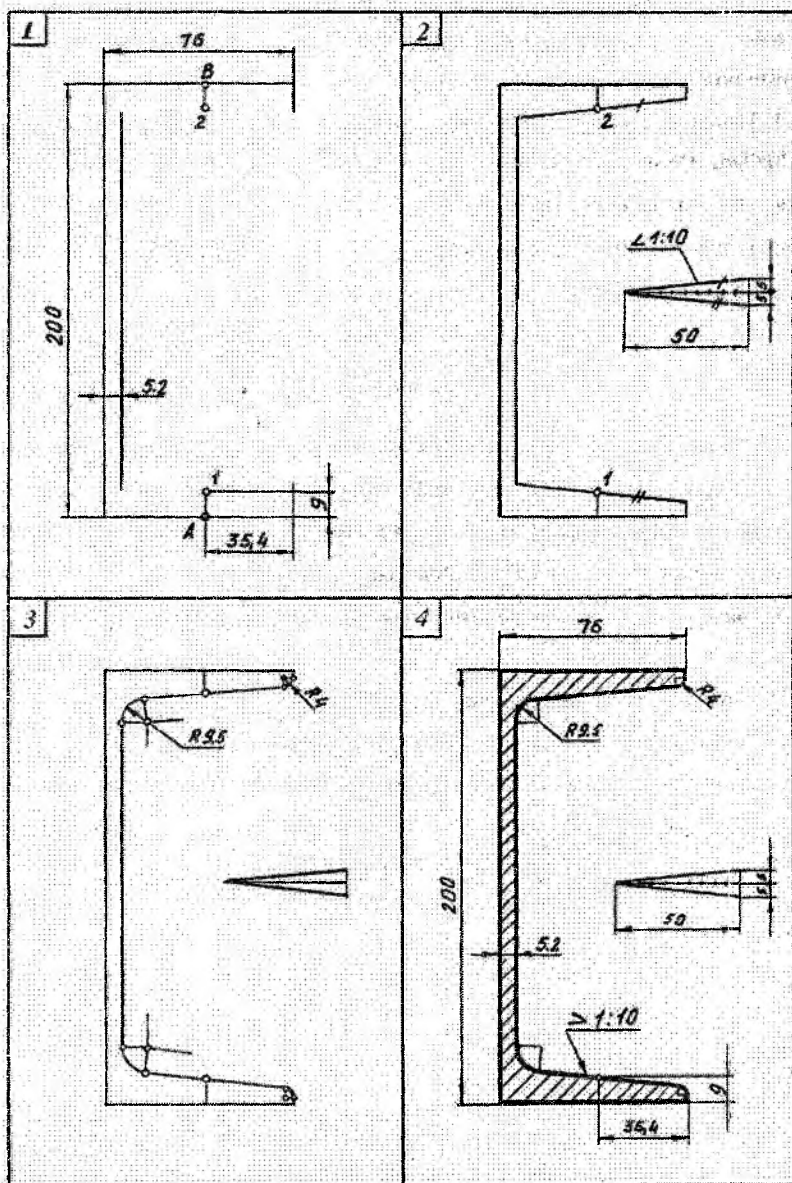
2. Qog'ozning bo'sh joyida 10% li yoki 1:10 qiyalik yasaladi. 1 va 2 nuqtalardan hosil qilingan qiyalik chiziqlariga mos ravishda parallel to'g'ri chiziqlar o'tkaziladi.

3. Shvellerning ichki burchaklari R 9,5 mm da tashqi burchaklari $R4$ mm da tutashma qoidalariga asosan yumaloqlanadi.

4. Shvellerning chizmasi tayyor qilinadi va kesim yuzasi 45° burchak ostida shtrixlab chiqiladi. O'lchamlar to'liq qo'yiladi, ya'ni chizma taxt qilinadi.

8.3-jadval

Variants №	Shvellerning № qiyalik 1:10	Qo'shtavrlar № qiyalik 12%	h	b	s	t	R	r
1.	5		50	32	4,4	7,0	6,0	2,5
2.		10	100	55	4,5	7,2	7,0	2,5
3.	8		80	40	4,5	7,4	6,5	2,5
4.		12	120	64	4,8	7,3	7,5	3,0
5.	10		100	46	4,6	7,6	7,0	3,0
6.		14	140	73	4,9	7,5	8	3,0
7.	12		120	52	4,8	7,8	7,5	3,0
8.		16	160	81	5,0	7,8	8,5	3,5
9.	14		140	58	4,9	8,1	8,0	3,0
10.		18	180	90	5,1	8,1	9,0	3,5
11.	16		160	64	5,0	8,4	8,5	3,5
12.		20	200	100	5,2	8,4	9,5	4,0
13.	18		180	70	5,1	8,7	9,0	3,5
14.		22	220	110	5,4	8,7	10	4,0
15.	20		200	76	5,2	9,0	9,6	4,0
16.		24	240	115	5,6	8,5	10,5	4,0
17.	22		220	82	5,4	9,5	10,0	4,0
18.		27	270	125	6,0	9,8	11,0	4,5
19.	24		240	90	5,6	10,0	10,5	4,0
20.		30	300	135	6,5	10,2	12	5,0
21.	27		270	95	6,0	10,5	11,0	4,5
22.		33	330	140	7,0	11,2	13,0	5,0
23.	30		300	100	6,5	11,0	12,0	5,0
24.		36	360	154	7,5	12,3	14,0	6,0
25.	33		330	106	7,0	11,7	13,0	5,0
26.		40	400	155	8,3	13,0	15,0	6,0
27.	36		360	110	7,5	12,0	14,0	6,0
28.		45	450	160	9,0	14,2	16,0	7,0
29.	40		400	115	8,0	3,5	15,0	6,0
30.		50	500	170	10,0	15,2	17,0	7



8.3-rasm

8.4. Konuslikka oid grafik vazifaga namuna va variantlar.

8.4-rasm tarkibida konuslik qatnashgan "Tiqin" nomli detal chizmasining bajarilishi bosqichma-bosqich ko'rsatilgan.

1. Ushbu detal aylanish sirtlaridan iborat, shuning uchun dastlab aylanish sirti o'qi chiziladi. Berilgan o'lchamlar bo'yicha detal chizmasi ingichka tutash chiziqda chiziladi. Bu yerda tiqin kesik konus bo'lib, uning balandligi $h=70 \text{ mm}$, katta asosi diametri $D=60 \text{ mm}$, konuslik $K=1:5$ ga teng. Detalning qolgan qismlari ham berilgan o'lchamlar asosida bajariladi. Kesik konusning kichik asosi diametri d noma'lum.

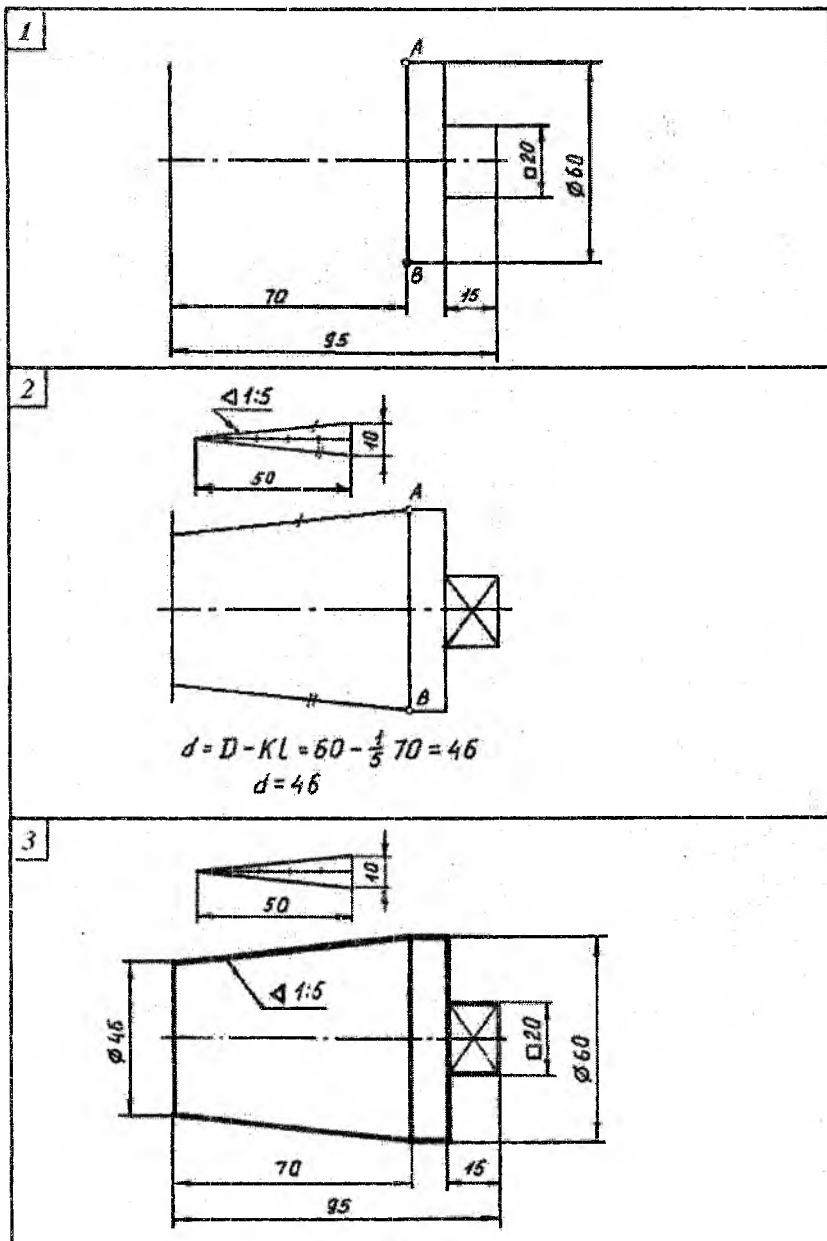
2. d ning o'lchamini aniqlash uchun $d=D-Kh$ formuladan foydalaniladi va $d = 60 - \frac{1}{5} \cdot 70 = 60 - 14 = 46$ qiymat aniqlanadi.

Yoki qog'ozning bo'sh joyida 1:5 konuslik yasaladi va unga katta asosning A hamda B nuqtalaridan mos ravishda parallel chiziqlar o'tkaziladi. Har ikkala holatda ham kichik asosning o'lchami 46 mm ga teng bo'ladi.

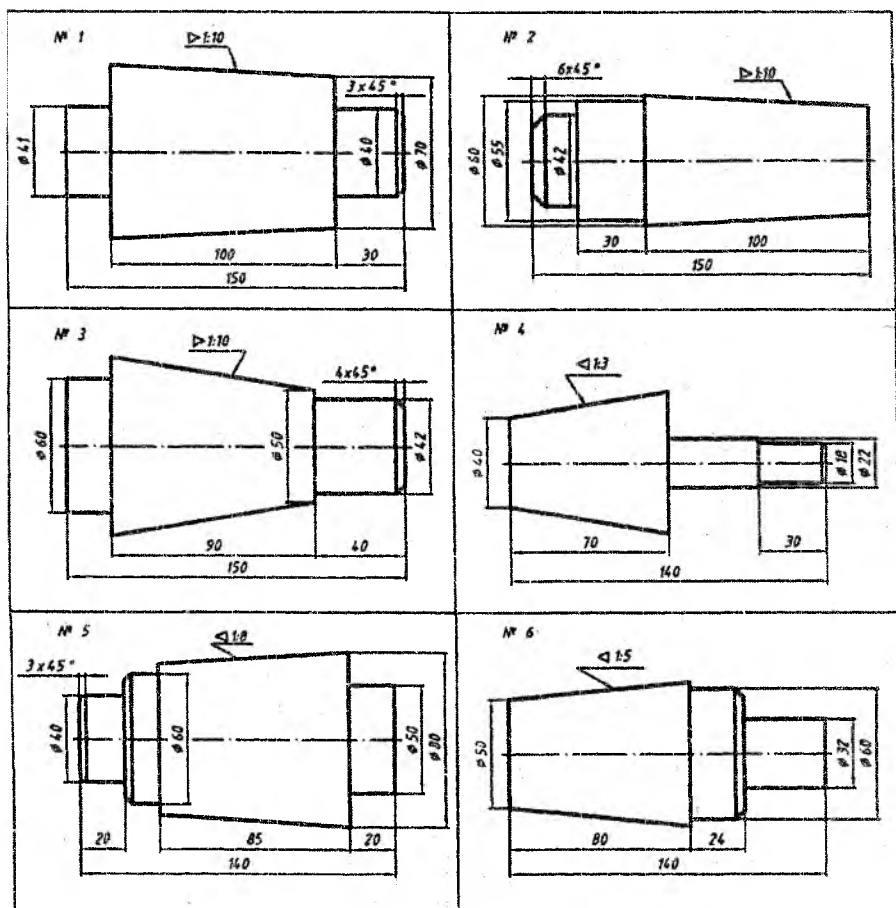
3. Tasvirdagi ortiqcha chiziqlar o'chiriladi va chizma taxt qilinadi.

8.4-jadvalda talabarning konuslik mavzusiga oid grafik vazifani bajarishlari uchun variantlar keltirilgan.

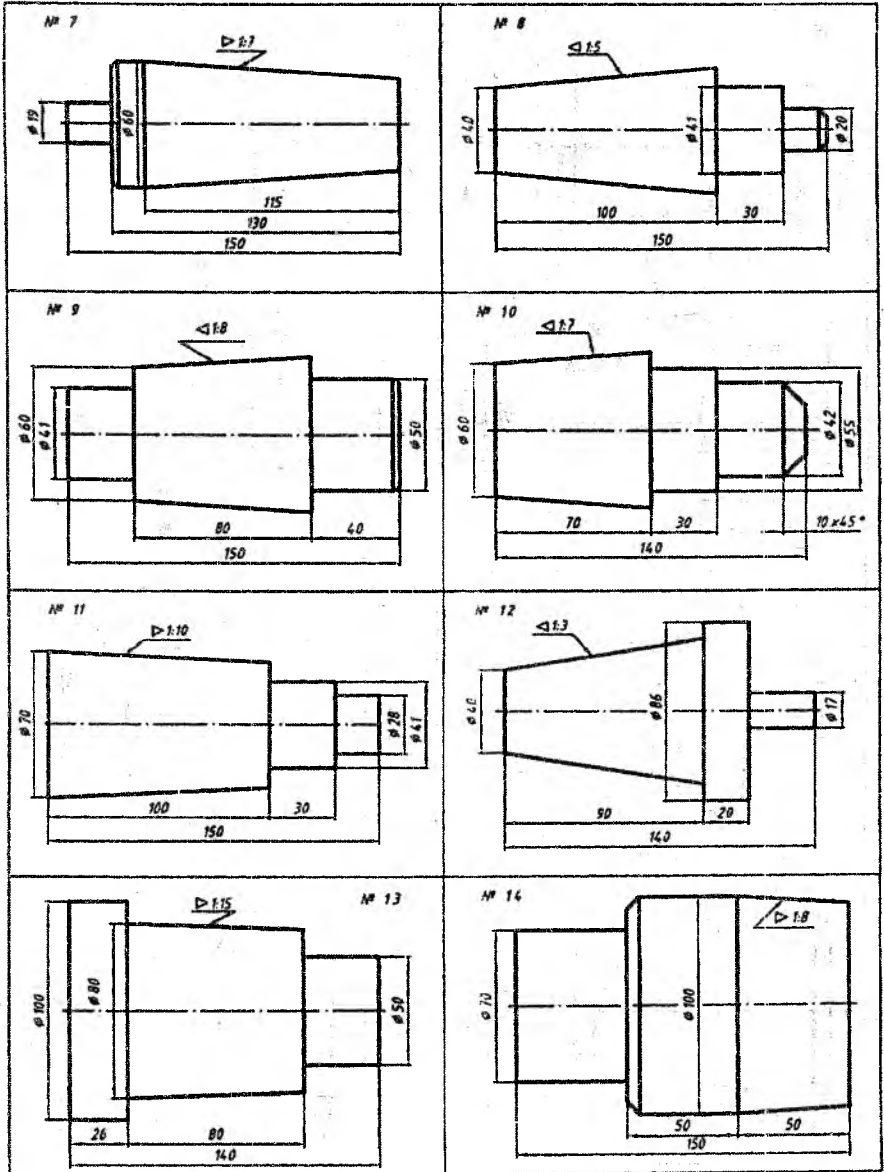
Konuslikka oid tuzilgan variantlarni bajarishda yuqoridagi misollardagi kabi ba'zan konusning kichik diametri d ni, ba'zan esa konusning D katta diametrini, ba'zida esa balandligi h ni aniqlashga to'g'ri keladi.



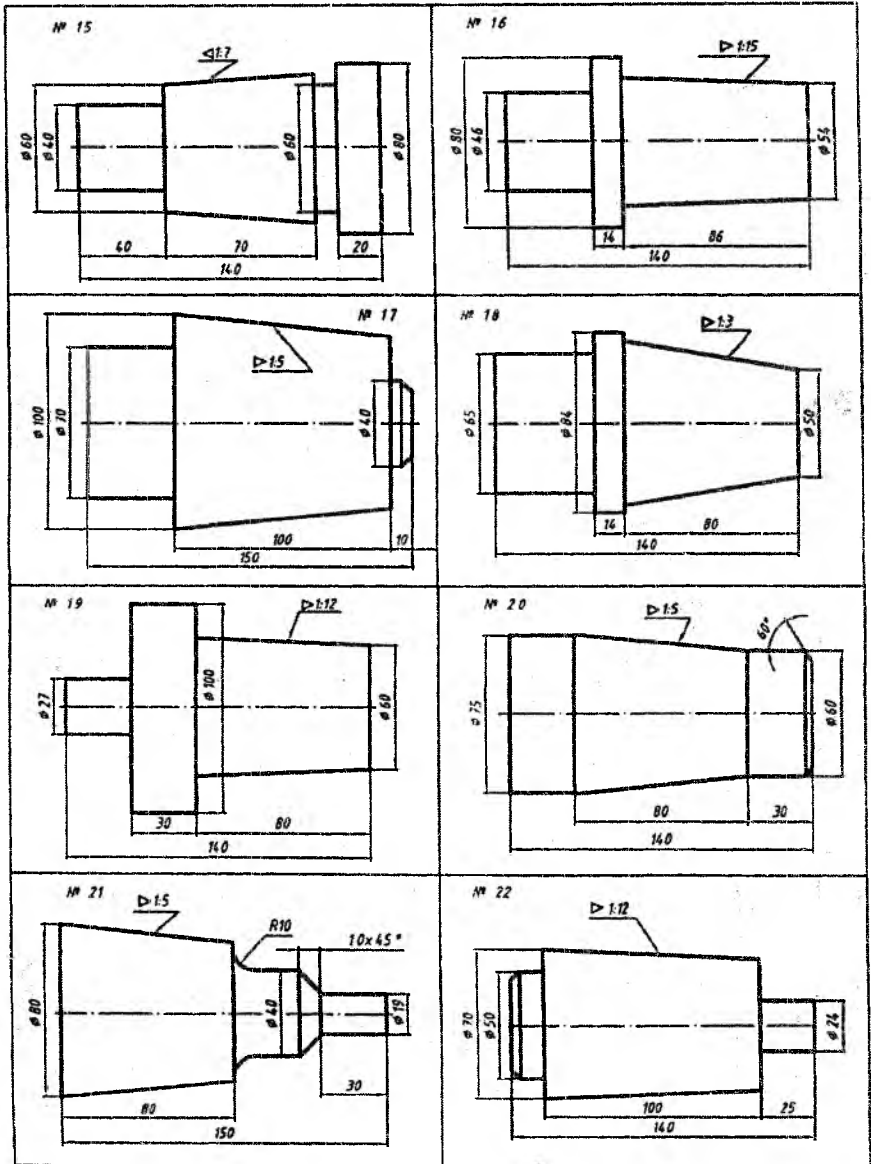
8.4-rasm



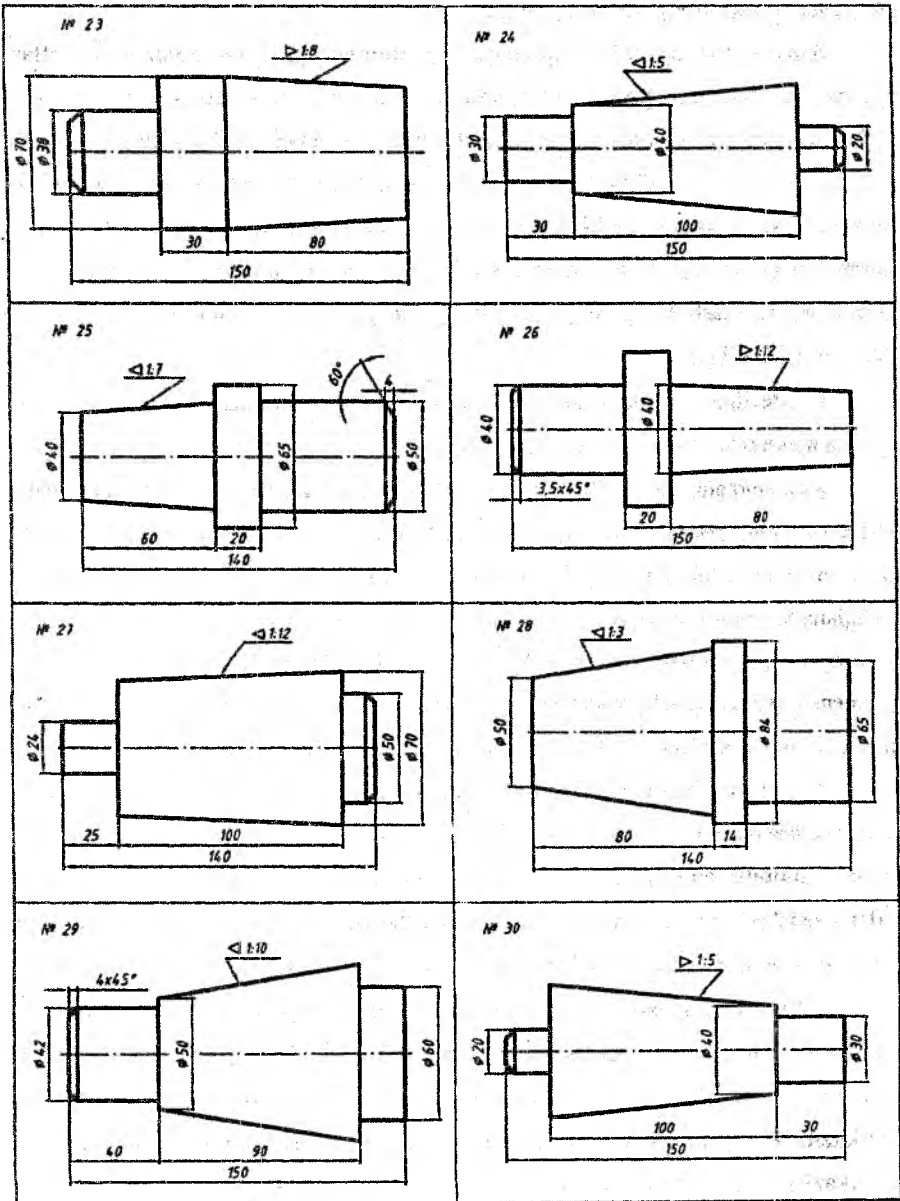
8.4-jadval (davomi)



8.4-jadval (davomi)



8.4-jadval (davomi)



8.5. Tarkibida tutashma elementlari mavjud bo'lgan tekis detal chizmasini taxt qilish va variantlar.

Amaliyotda tarkibida tutashma elementlari mavjud bo'lgan detallar chizmasini taxt qilishga to'g'ri keladi. Buning uchun tutashma mavzusi bo'yicha yuqorida o'zlashtirilgan bilimlarni amaliy tatbiq etish lozim.

8.5-rasmda «Richag» nomli detal chizmaning bajarilish jarayoni shartli ravishda olti bosqichga bo'lib ko'rsatilgan. Bu detal chizmasini bajarishda to'g'ri burchakni yumaloqlash, to'g'ri chiziq bilan aylanani tashqi, ikki aylanani tashqi hamda ichki tutashtirishga to'g'ri keladi. Quyidagi har bir bosqichda bajariladigan ishlar bayon etilgan.

1. Berilgan o'lcham bo'yicha aylanalarning markaziy o'qlarini chizib, aylana markazlari O_1 va O_2 nuqtalar aniqlanadi.

2. O_1 nuqtadan $R40$ ($\emptyset 80$) va $R20$ ($\emptyset 40$), O_2 nuqtadan esa $R15$ radiusda aylanalari chiziladi. $R40$ radiusli aylananing B nuqtasidan esa uning gorizontali o'qiga perpendikular o'tkazib, belgilangan 80 mm masofa o'lchab qo'yiladi va A nuqta aniqlanadi. Aslida A nuqtadan aylanaga urinma o'tkazish kerak. Lekin ortiqcha geometrik yasashlarga hojat yo'q chunki, AB urinma chizig'i aylana o'qiga perpendikular vaziyatda joylashgan. A nuqtadan chappa gorizontali chiziq o'tkazib, unga 60 mm masofa o'lchab qo'yiladi va 60×80 mm li to'g'ri to'rtburchak chiziladi.

3. Endi tutashmalar bajaradigan bosqichga yetib keldik. To'g'ri burchakni yumaloqlash uchun ularning kesishgan A nuqtasidan $R15$ radiusda yoy chizib 1 va 2 nuqtalar aniqlanadi. 1 va 2 nuqtalardan ham $R15$ radiusda yoylar chizilsa, ular kesishadi va O tutashma markazini beradi. O nuqtadan $R15$ radiusda tutashma yoyi chizilsa, u to'g'ri chiziq'larga 1 va 2 nuqtalarda urinadi.

$R40$ aylana bilan to'g'ri chiziqni $R18$ radiusda tashqi tutashtirish uchun O nuqtadan $R40$ va $R18$ radiuslarning ($R40 + R18 = R58$) yig'indisi $R58$ radiusda yordamchi yoy chiziladi. To'g'ri chiziqdan 18 mm uzoqlikda unga parallel chiziq o'tkaziladi va yordamchi yoy bilan kesishgan O' nuqta aniqlanadi. O' tutashma markazi bo'lib, u O_1 nuqta bilan tutashtiriladi va aylanadagi tutashish nuqtasi 3 topiladi. O nuqtadan to'g'ri chiziqqa perpendikular o'tkazilsa, unda tashish

nuqtasi 4 aniqlanadi. O' markazdan $R18(R18=O'3=O'4)$ radiusda tutashma yoyi chiziladi.

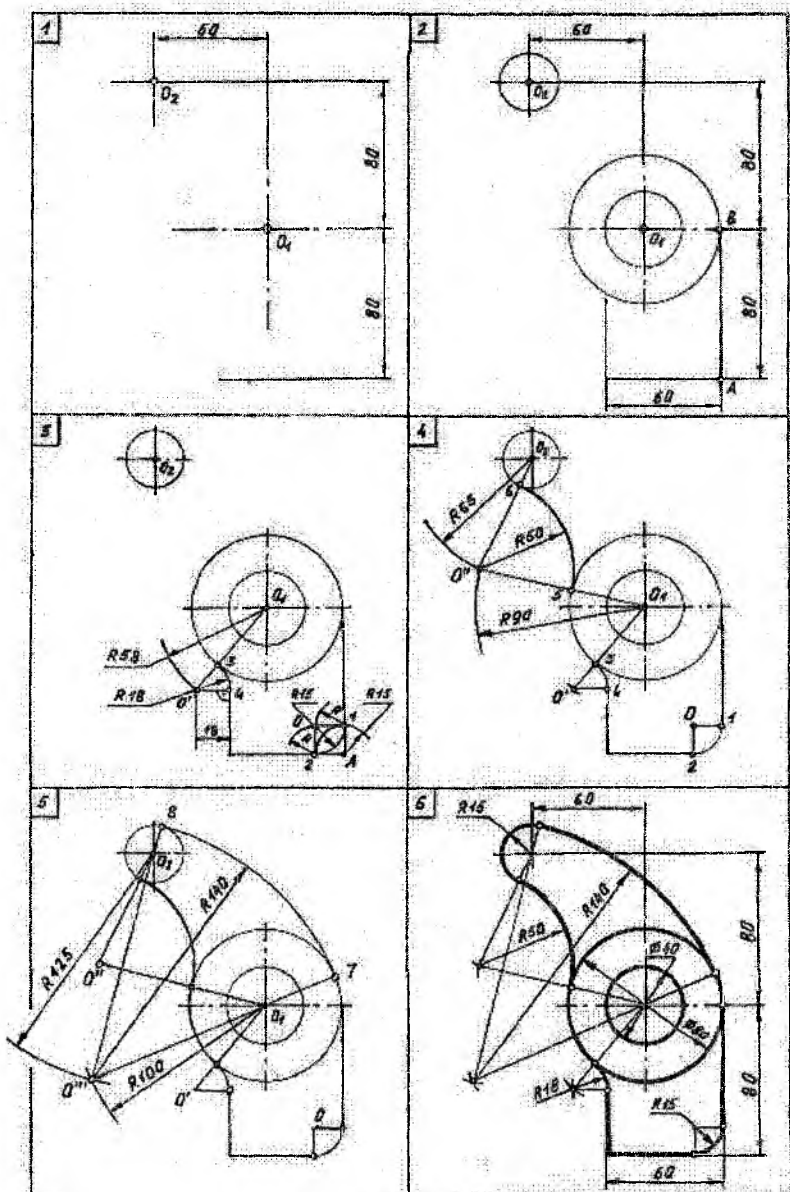
4. O_1 va O_2 markazlardan $R40$ va $R15$ larda chizilgan aylanalarni tashqi tutashtirish uchun bu radiuslar tutashma radiusi $R50$ ga qo'shiladi. Natijada O_1 nuqtadan $R90$ va O_2 nuqtadan $R65$ radiuslarda yordamchi yoylar chiziladi. Yordamchi yoylar o'zaro kesishib tutashma markazi O'' ni beradi. O'' nuqta O_1 va O_2 lar bilan tutashtirilib, tutashish nuqtalari 5 va 6 aniqlanadi. O'' dan turib $R50$ ($R50=O''5=O''6$) radiusda tutashma yoyi o'tkaziladi.

5. Bu bosqichda $R40$ va $R15$ radiuslarda chizilgan aylanalar $R140$ radiusda ichki tutashtiriladi. Buning uchun tutashma radiusi $R140$ dan ikkala aylananing radiuslari ayiriladi, ya'ni, $140-40=100 \rightarrow R=100$ $140-15=125 \rightarrow R=125$

O_1 nuqtadan $R100$ va O_2 nuqtadan $R125$ radiusda yordamchi yoylar chiziladi hamda ular o'zaro kesishib tutashma markazi O''' ni beradi. O''' ni O_1 va O_2 nuqtalar bilan tutashtirib, ularning davomida 7 hamda 8 tutashish nuqtalari aniqlanadi. O''' markazdan $R140(R140=O'''7=O'''8)$ radiusda tutashma bajariladi.

6. Beshta bosqichda chizma tutash ingichka chiziqda bajarildi. So'nggi bosqichda ortiqcha chiziqlar o'chiriladi, o'Ichamlar to'liq qo'yiladi va ko'rinarli konturlar asosiy tutash yo'gon chiziqda chiziladi, ya'ni chizma taxt qilinadi.

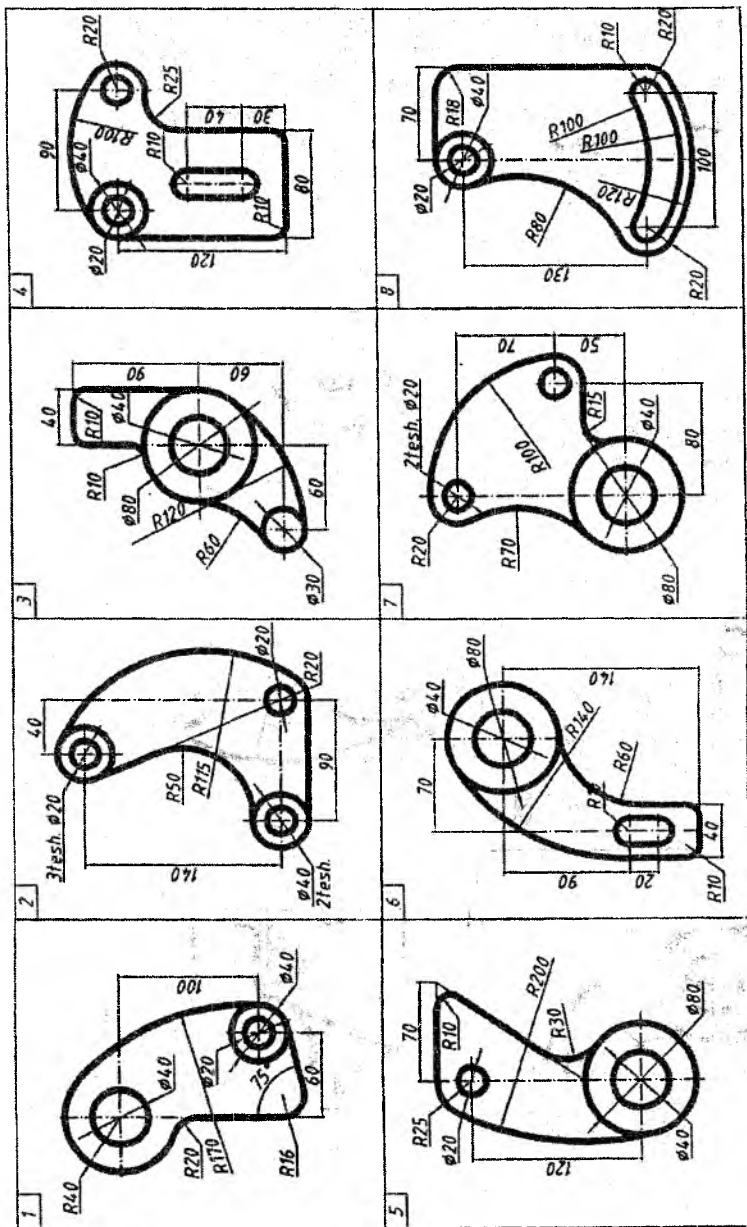
8.5-jadvalda tutashma bajarishga oid variantlar ko'rsatilgan. Bajariladigan grafik vazifalar talabaning mavzuga oid amaliy bilimni, grafik savodxonligini mustahkamlaydi. Ularning nazariy bilimni tekshirish va mustaxkamlash uchun esa ta'limning test usulidan foydalanish o'zining ijobiy samarasini beradi. Shu maqsadda tutashma mavzusiga oid bir necha test savollari tuzilgan. Ushbu test savollaridagi to'g'ri javobni aniqlash orqali talaba o'z bilimni tekshirishi mumkin.

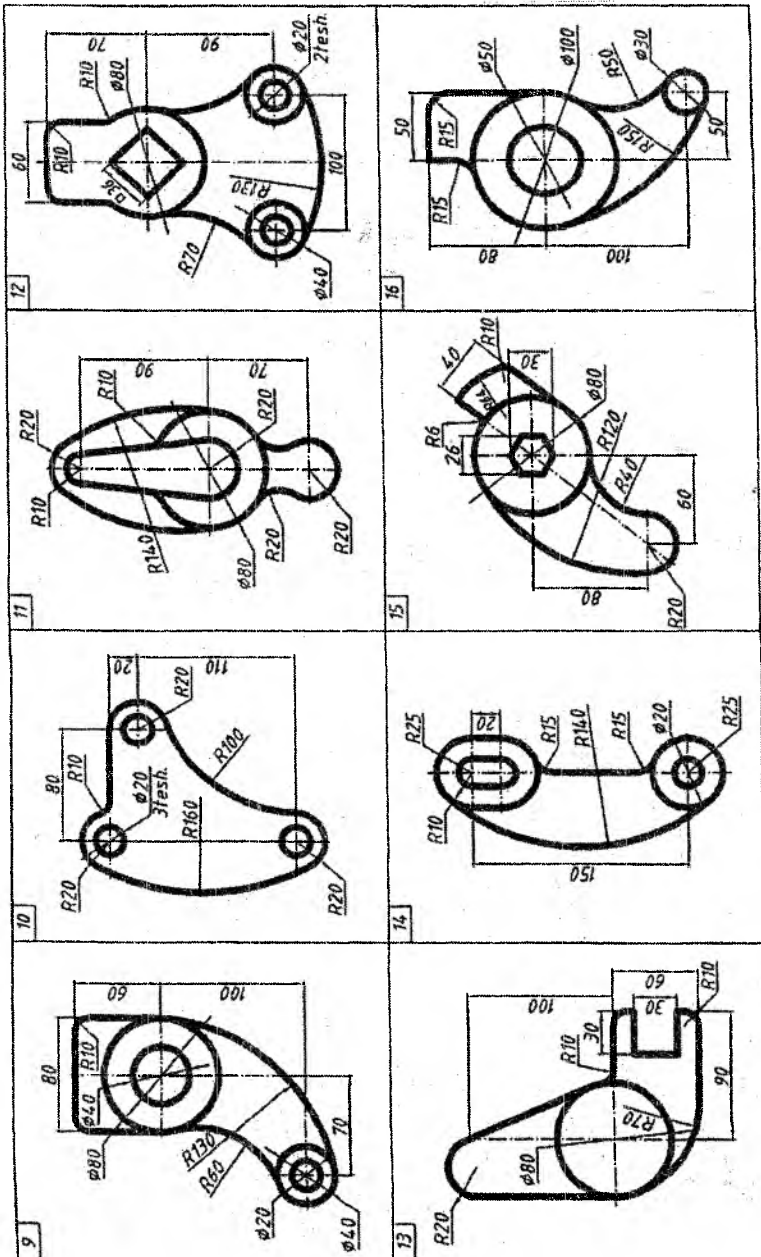


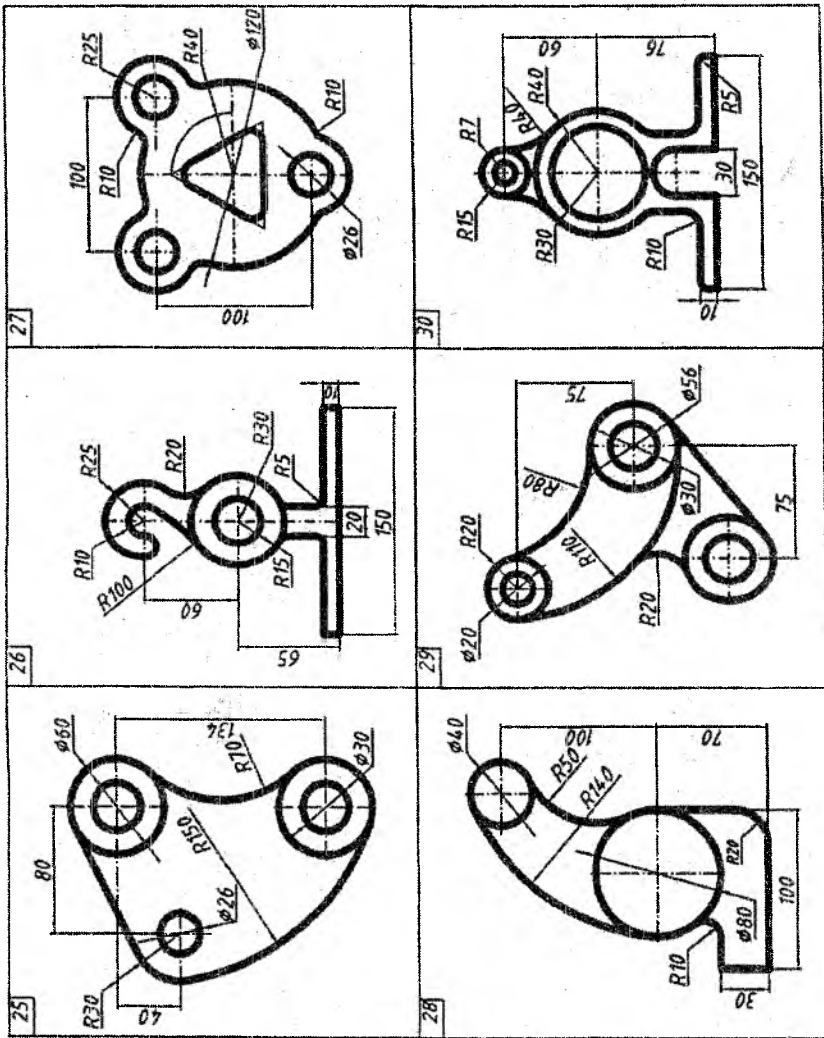
8.5-rasm

Tutashma bajarishga oid variantlar

8.5-jadval







8.6. Sirkul egri chiziqlariga oid variantlar to'plami.

Yuqorida bayon etilgan sirkul egri chiziqlarining yasalish qoidalari, amaliy tatbiqi, texnikadagi o'rni va boshqa jihatlarini e'tiborga olgan holda "Tasviriy san'at va muhandislik grafikasi" ta'lim yo'nalishida tahsil oluvchi talabalar bu egri

chiziq'larni chizish bo'yicha grafik vazifa topshiradilar. Xuddi shu vazifalardan kelib chiqib, talabalar uchun variantlar to'plami ishlab chiqildi.

Variantlar to'plami qiyidagi to'rtta guruhga bo'linadi.

1. To'rt markazli ovallar (8.6^A va 8.6^B -jadvallar).

1.1. Ovalni uning berilgan AB katta o'qi bo'yicha yasash;

1.2. Ovalni uning berilgan CE kichik o'qi bo'yicha yasash ;

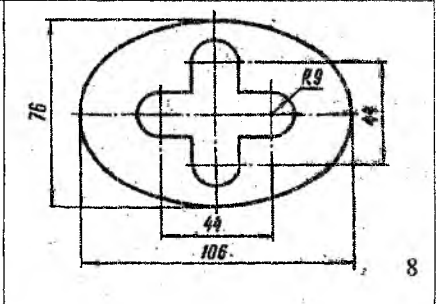
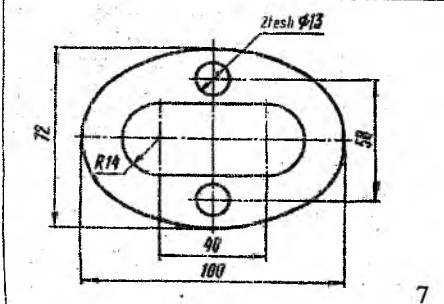
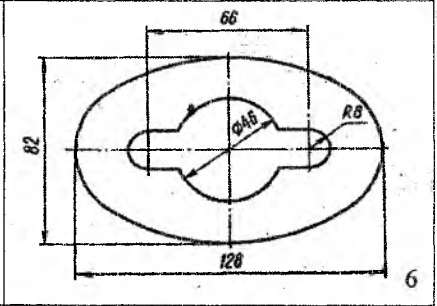
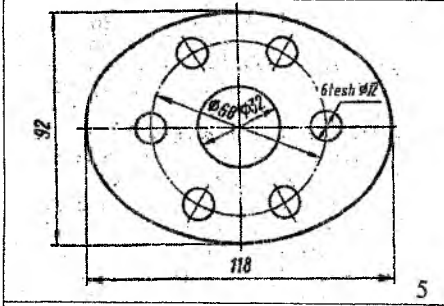
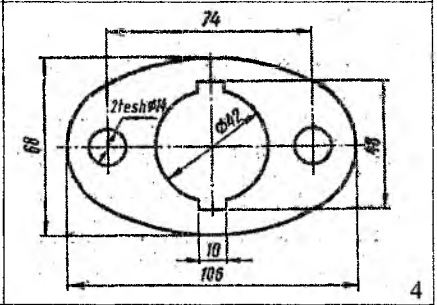
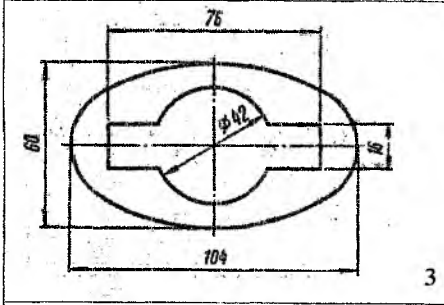
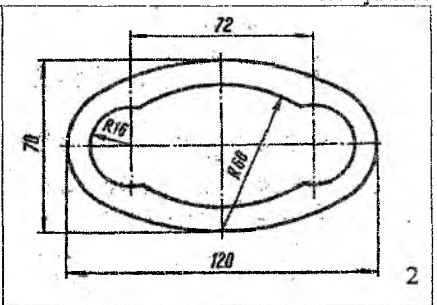
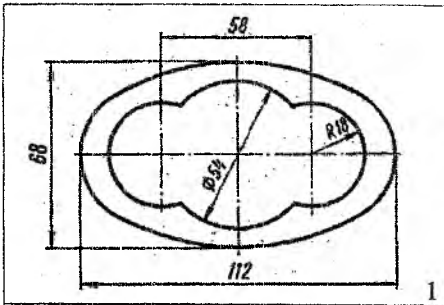
1.3. Ovalni uning AB katta va CE kichik o'qlari bo'yicha yasash;

1.4. Berilgan diametr bo'yicha oval yasash (bu oval aksonometrik proeksiyalarda ellipsning o'rnini to'ldirish uchun ishlatiladi).

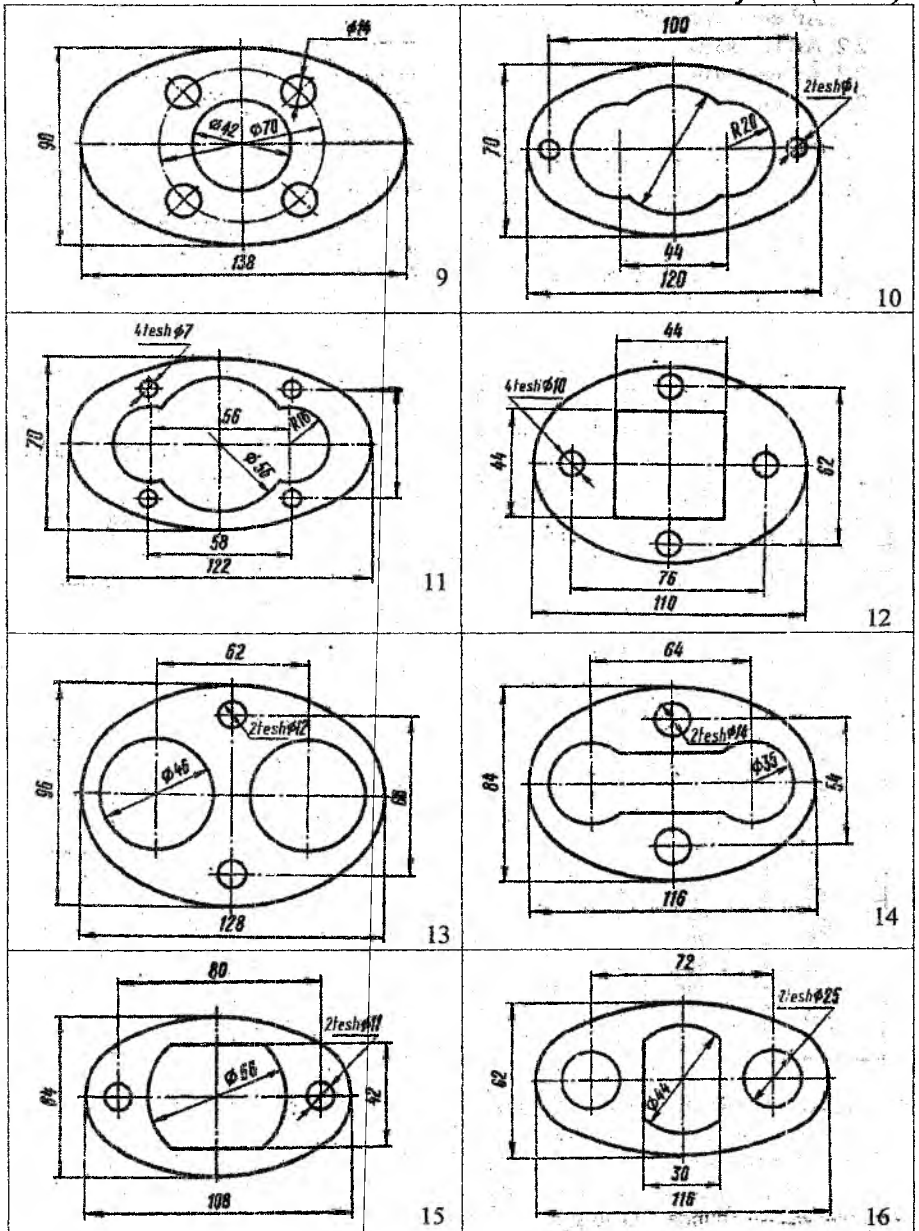
Oval yasashga oid variantlar

8.6^A-jadval

Variant №	Katta o'qi bo'yicha	Kichik o'qi bo'yicha	Katta va kichik o'qlari bo'yicha		Aylana diametri bo'yicha (izometriyada)
	AB	CE	AB	CE	D
1.	40	25	76	50	40
2.	96	38	45	22	38
3.	32	15	130	85	70
4.	50	40	60	40	68
5.	45	68	30	22	46
6.	80	45	95	72	52
7.	30	70	80	68	72
8.	110	30	110	50	36
9.	70	28	56	28	60
10.	65	55	90	60	90
11.	100	64	44	30	82
12.	36	20	130	85	74
13.	55	180	65	42	100
14.	90	35	54	22	56
15.	85	42	30	75	45
16.	60	65	56	30	80
17.	105	96	120	100	126
18.	170	95	60	50	96
19.	62	44	90	75	50
20.	48	52	40	20	78
21.	140	76	58	45	110
22.	68	190	100	78	66
23.	166	22	72	66	28
24.	36	18	88	72	76
25.	136	36	50	25	120
26.	84	56	40	32	88
27.	56	64	108	86	92
28.	138	80	65	45	30
29.	74	148	90	80	130
30.	120	46	62	40	140



8.6^B-jadval (davomi)



2. Ovoidlar (8.6^C-jadval).

- 2.1. AB eni berilgan oddiy ovoidni yasash;
- 2.2. AB eni berilgan cho'ziq ovoid yasash;
- 2.3. AB eni berilgan to'mtoq ovoid yasash;
- 2.4. AB eni va CE uzunligi berilgan ovoid yasash.

Ovoid yasashga oid variantlar

8.6^C-jadval

Variant №	Oddiy ovoid	Cho'ziq ovoid	To'mtoq ovoid	AB eni va CE uzunligi bo'yicha	
	AB	AB	AB	AB	CE
1.	30	98	65	30	70
2.	45	35	72	40	76
3.	28	50	60	35	60
4.	55	45	95	28	54
5.	68	76	35	32	60
6.	86	32	45	44	78
7.	78	85	90	50	90
8.	44	28	56	46	88
9.	35	40	62	34	72
10.	56	70	30	36	84
11.	34	56	86	38	78
12.	40	30	36	42	92
13.	88	115	75	44	96
14.	95	40	29	32	70
15.	50	44	66	26	68
16.	92	66	100	34	82
17.	102	80	38	36	78
18.	64	128	50	40	90
19.	36	42	85	40	80
20.	42	52	120	56	100
21.	38	55	42	54	96
22.	55	72	150	52	98
23.	20	36	96	58	110
24.	110	105	70	56	106
25.	60	98	55	60	120
26.	70	65	130	60	110
27.	96	46	68	54	112
28.	120	100	108	58	100
29.	90	75	80	44	85
30.	96	48	140	46	96

3. Korob egri chiziqlari (8.6^D- jadval).

- 3.1. AB eni va OC balandligi berilgan tekis ravoqni yasash;
- 3.2. AB eni va OC balandligi berilgan keskin ravoqni yasash;
- 3.3. Egri chiziqqa CD to'g'ri chiziq bo'yicha bir tomonlama yarim keskin ravoqni yasash (bunda CD to'g'ri chiziqning ABga nisbatan egallagan vaziyati AN va BM masofalar orqali beriladi).

4. O'ramalar (8.6^D-jadval)

- 4.1. Ikki markazli;
- 4.2. Uch markazli;
- 4.3. To'rt markazli;
- 4.4. Besh markazli;
- 4.5. Olti markazli.

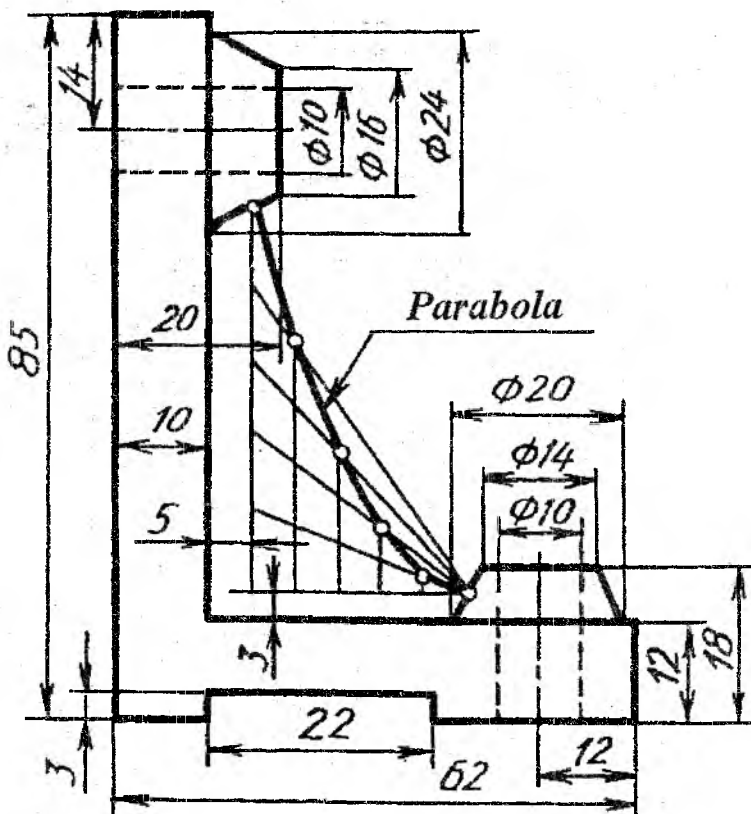
Korob egri chiziqlari va o'ramalarni yasashga oid variantlar.

8.6^D-jadval

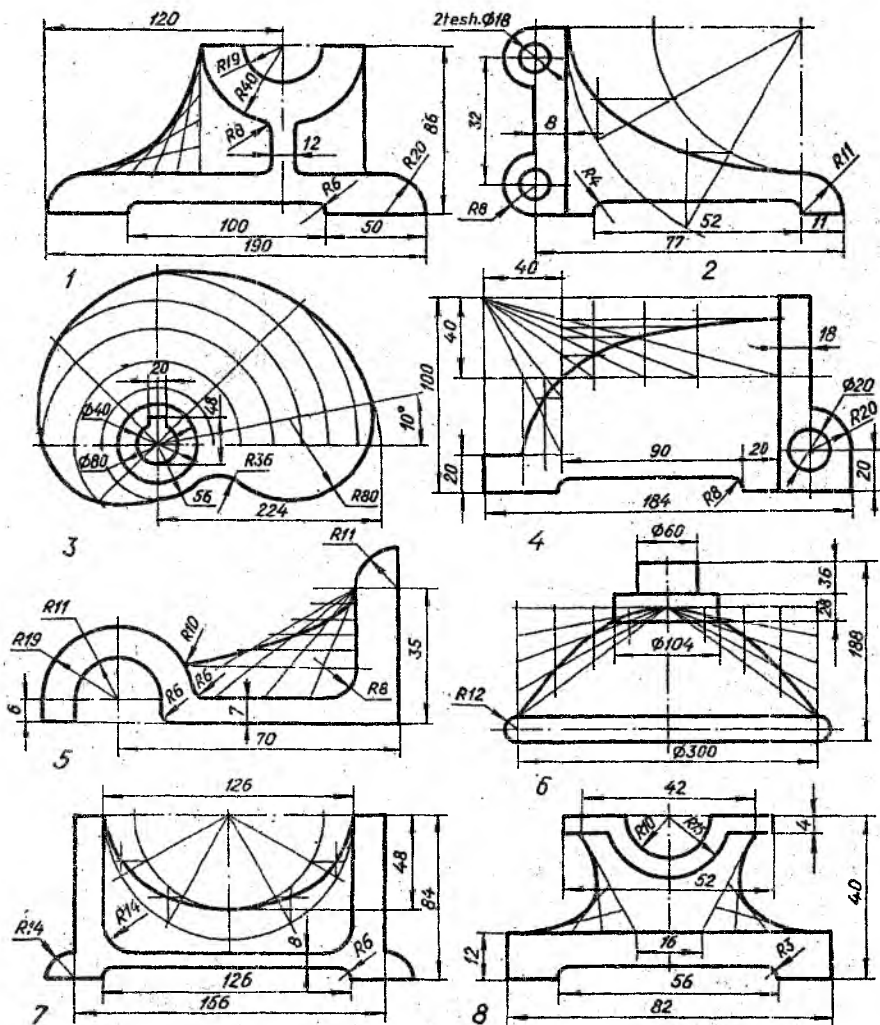
Variant №	Korob egri chiziqlari							O'ramalar
	Tekis ravoq		Keskin ravoq		Yarim keskin ravoq			O'rama markazlari soni
	AB eni	OC balandligi	AB eni	OC balandligi	AB eni	AN	BM	
1.	160	40						2
2.			100	80				4
3.					80	55	80	6
4.	86							3
5.		30	90	70				5
6.					96	65	96	6
7.	110	40						3
8.			120	100				4
9.					120	70	130	2
10.	320	90						5
11.			160	160				4
12.					150	100	100	2
13.	120	40						6
14.			80	100				3
15.					86	57	90	5
16.	200	70						2
17.			180	160				6
18.					192		200	5
19.	260	80						4
20.			200	180				3
21.					240	170	250	5
22.	150	54						4
23.			240	240				3
24.					70	50	75	2
25.	180	60						6
26.			70	60				4
27.					66	44	70	5
28.	60	20						3
29.			40	30				2
30.					88	60	90	6

8.7. Lekalo egri chiziqlariga oid grafik vazifaga namuna va variantlar

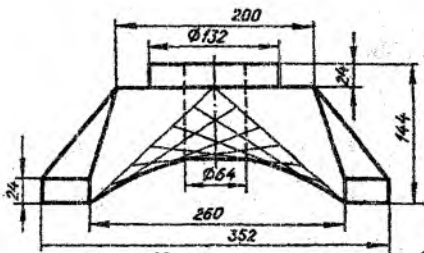
8.6-rasmda texnik detalning ishchi chizmasi ko'rsatilgan. Texnik detal tarkibida parabola egri chizig'i mavjud bo'lib, uning chizmasini bajarish uchun turli geometrik yasashlar amalga oshiriladi. Lekalo egri chiziqlariga oid variantlar 8.7-jadvalda keltirilgan.



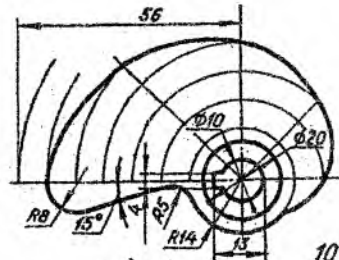
8.6-rasm



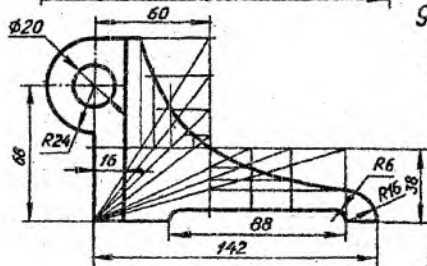
8.7-jadval (davomi)



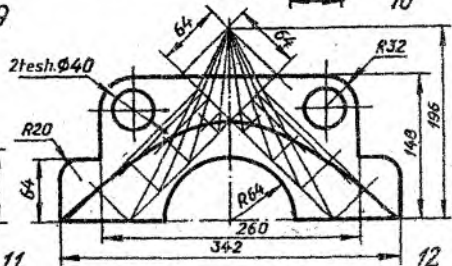
9



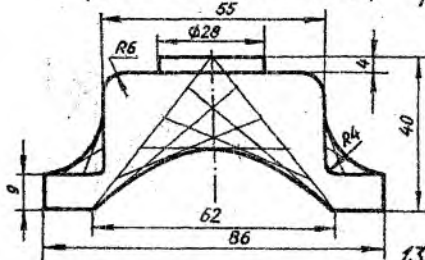
10



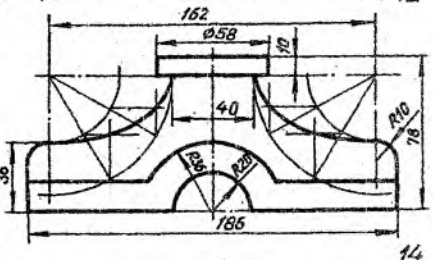
11



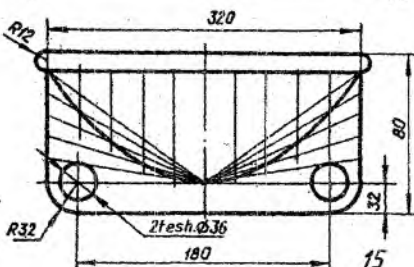
12



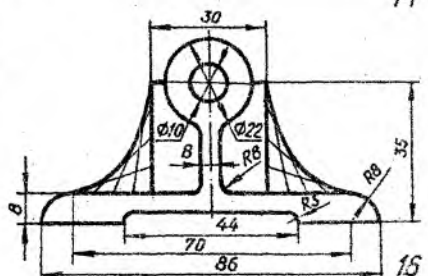
13



14

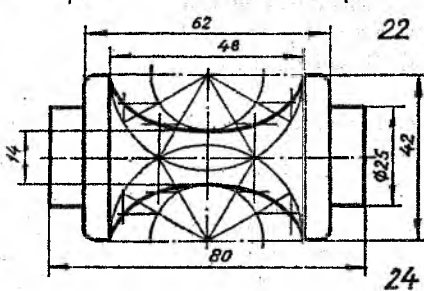
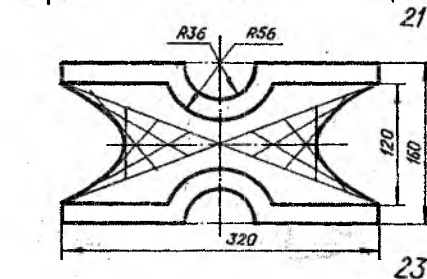
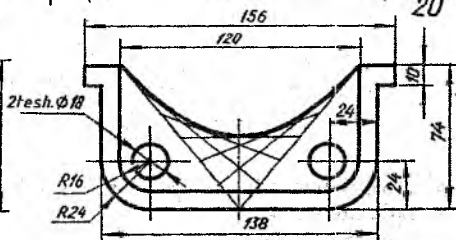
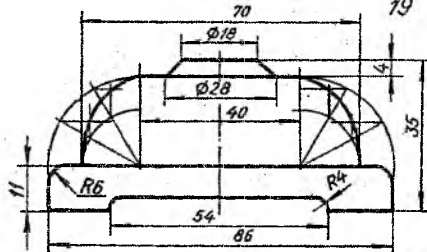
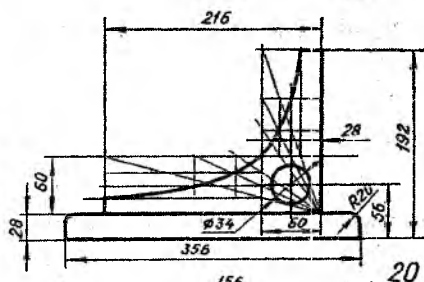
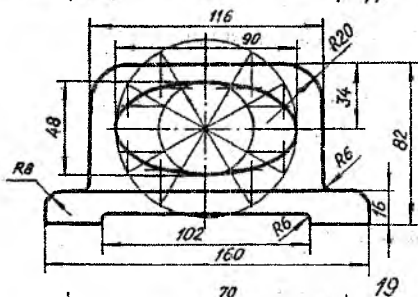
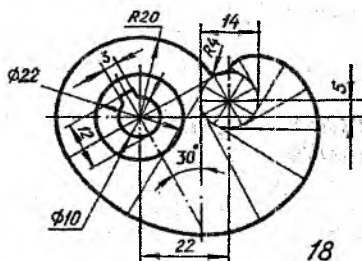
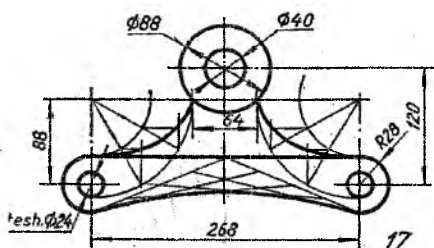


15



15

8.7-jadval (davomi)



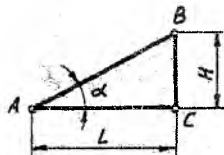
8.8. Qiyalik va konuslikka oid test savollari

1. Qiyalik qanday ifodalanishi mumkin?

- A. Millimetrda
- B. Santimetrda
- C. Ikki son nisbatida
- D. Ikki son nisbatida, foizda, daraja, minut va sekunda

2. Qiyalikni to'g'ri ifodalovchi formulani aniqlang.

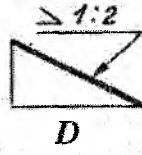
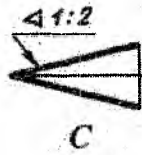
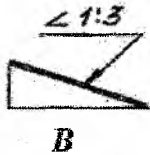
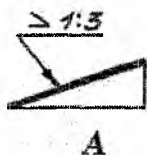
- A. $i=AB/BC$
- B. $i=K$
- C. $i=H/L$ yoki $i=BC/AC$
- D. $i=2K$



3. Qiyalikni belgilovchi o'lcham soni oldiga qanday shartli belgi qo'yiladi?

- A. ► yoki //
- B. ∠
- C. ⊥
- D. ÷ yoki ∩

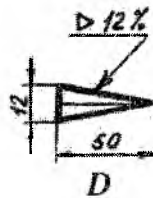
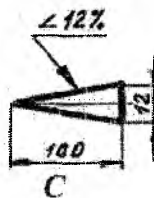
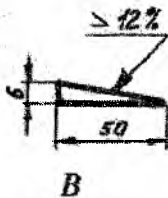
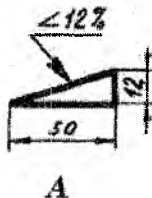
4. Qiyalik belgisi to'g'ri qo'yilgan chizmani toping.



5. Qiyalik belgisining o'tkir burchagi qaysi tomonga qaratilgan bo'ladi?

- A. Ixtiyoriy tomonga
- B. Faqat o'ng tomonga
- C. Faqat chap tomonga
- D. Qiyalik tomonga

6. $i=12\%$ li qiyalikning to'g'ri bajarilgani va belgilanganini toping.

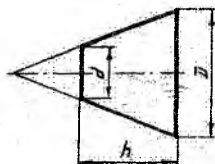


7. Konuslik deb nimaga aytiladi?

- A. To'g'ri doiraviy konus asosi diametrining konus balandligiga nisbatiga
- B. Konus asosi diametrining konus yasovchisiga nisbatiga
- C. Konus asosi diametrini va balandligi yig'indisiga
- D. Konus yasovchisining konus diametri bilan ayirmasiga

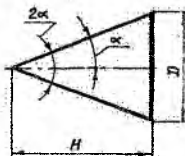
8. To'g'ri doiraviy kesik konusning K konuslik formulasini toping.

- A. $K=D/h$
- B. $K=D-d/h$
- C. $K=D \cdot d/h$
- D. $K=3i$



9. To'g'ri doiraviy konusning K konuslik formulasi qanday ifodalanadi?

- A. $K=H/D$
- B. $i=2K$
- C. $K=D/H$, $K=2 \operatorname{tg} \alpha$ yoki $K=2i$
- D. $K=d+D/H$



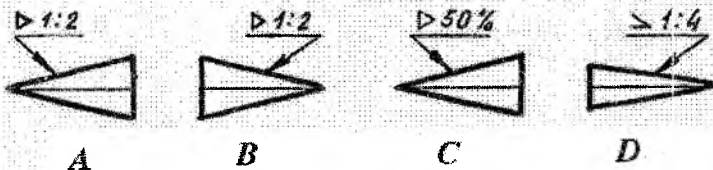
10. Konuslik qanday ifodalanishi mumkin?

- A. Ikki son nisbatida, foizda, darajada, minut va sekunda
- B. Millimetrda
- C. Santimetrda
- D. B va C javoblar

12. Konuslikning belgilovchi o'lcham soni oldiga qanday belgi qo'yiladi?

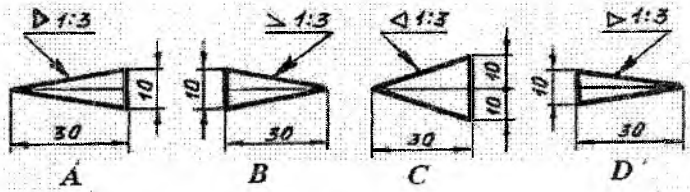
- A. \angle
- B. $>$
- C. \triangleleft
- D. \div yoki \cap

13. Konuslik belgisi to'g'ri qo'yilgan chizmani toping.

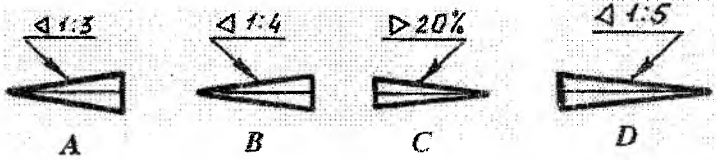


14. Konuslik belgisining o'tkir burchagi konusni qaysi tomoniga qaratib qo'yiladi?
- A. Faqat o'ng tomonga
 - B. Faqat chap tomonga
 - C. Ixtiyoriy tomonga
 - D. Konus uchi tomonga

15. $K=1/3$ konuslikning to'g'ri bajarilgani va belgilanini toping.



16. Noto'g'ri belgilangan konuslikni toping.



17. $D=25\text{ mm}$, $d=15\text{ mm}$ va $h=70\text{ mm}$ bo'lganda kesik konusning K konusligi qanday bo'ladi?
- A. $K=1/5$
 - B. $K=20\%$
 - C. $K=1/7$
 - D. $K=1/3$

18. $K=1:5$, $D=24\text{ mm}$ va $h=60\text{ mm}$ bo'lganda kesik konusning kichik asosi diametri d qancha bo'ladi?
- A. $d=15\text{ mm}$
 - B. $d=14\text{ mm}$
 - C. $d=20\text{ mm}$
 - D. $d=12\text{ mm}$

19. $K=1:7$, $d=15\text{ mm}$ va $h=70\text{ mm}$ bo'lganda kesik konusning katta asosi D diametri qancha bo'ladi?
- A. $D=25\text{ mm}$
 - B. $D=24\text{ mm}$
 - C. $D=30\text{ mm}$
 - D. $D=20\text{ mm}$

20. Qiyalik 1:4 bo'lganda K konuslik qanday nisbatda bo'ladi?

- A) $K=1:1$
- B) $K=1:8$
- C) $K=1:6$
- D) $K=1:2$

21. Konuslik $K=1:6$ bo'lganda i qiyalik qanday nisbatda bo'ladi?

- A) $i=1:6$
- B) $i=1:12$
- C) $i=1:13$
- D) $i=1:4$

22. $K=1:4$, $D=40$ mm va $d=20$ mm bo'lganda kesik konus balandligi h ning o'lchami qanday bo'ladi?

- A. $h=66$
- B. $h=78$
- C. $h=10$
- D. $h=80$

8.9. Tutashmaga oid test savollari.

1. Ikki chiziqning bir-biriga urinib ravon (silliq) o'tadigan joyiga nima deyiladi?

- A. Tutashma markazi
- B. Tutashma yoyi
- C. Urinish (o'tish) nuqtasi
- D. A va B javoblar to'g'ri

2. Qanday tutashma elementlari mavjud.

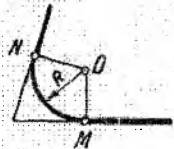
- A. Tutashma markazi
- B. Tutashma radiusi
- C. Tutashma yoyi
- D. Barcha javoblar to'g'ri

3. Tutashma deb nimaga aytiladi?

- A. Ikki chiziqni bir-biriga uchinchi oraliq chiziq yordamida ravon silliq qo'shilishiga
- B. Ikki chiziqni o'zaro urinishiga
- C. Ikki chiziqni o'zaro kesishishiga
- D. Ikki chiziqni o'zaro paralleligiga

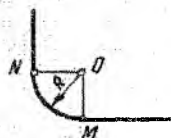
4. NM egri chiziqning nomini toping.

- A. Egri chiziq
- B. Tutashma yoyi
- C. To'g'ri chiziq
- D. Parabola



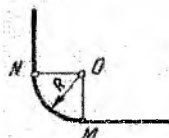
5. Berilgan chizmadagi M va N nuqtalar qanday nomlanadi ?

- A. Oddiy nuqta
- B. Tutashma markazi
- C. Raqobatlashuvchi nuqta
- D. Tutashish (o'tish) nuqtalari



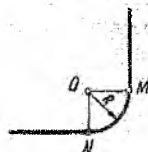
6. Tutashmadagi O markazning nomini toping.

- A. Tutashish nuqtasi
- B. Ixtiyoriy nuqta
- C. Radius chegarasi
- D. Tutashma markazi



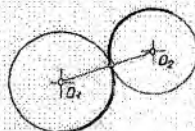
7. Chizmadagi R radius nomini aniqlang.

- A. Aylana diametri
- B. Egri chiziq radiusi
- C. Tutashma radiusi
- D. Tutashma diametri



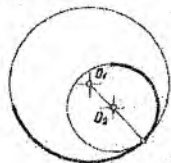
8. Ikki aylana o'zaro qanday vaziyatda uringan ?

- A. Ichki
- B. Tashqi
- C. Aralash
- D. Ixtiyoriy



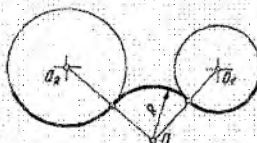
9. Ikki aylana o'zaro qanday vaziyatda uringan ?

- A. Aralash
- B. Tashqi
- C. Ichki
- D. Ixtiyoriy



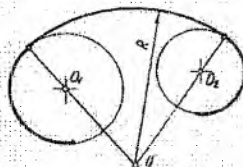
10. Qanday tutashma bajarilgan ?

- A. Aralash
- B. Tashqi
- C. Ichki
- D. Ixtiyoriy



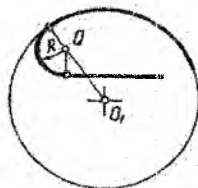
11. Qanday tutashma bajarilgan ?

- A. Aralash
- B. Tashqi
- C. Ichki
- D. Ixtiyoriy



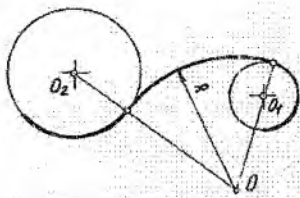
12. Tutashma yoyi aylanaga qanday uringan ?

- A. Aralash
- B. Tashqi
- C. Ichki
- D. To'ri javob yo'q



13. Qanday tutashma bajarilgan ?

- A. Aralash
- B. Tashqi
- C. Ichki
- D. To'g'ri javob yo'q



14. Tashqi tutashma bajarish uchun tutashma radiusi bilan aylana radiusi o'rtasida qanday arifmetik munosabat o'rnatiladi?

- A. Ko'paytirish
- B. Ayirish
- C. Qo'shish
- D. Ayirish va qo'shish

15. Ichki tutashma bajarish uchun tutashma radiusi bilan aylana radiusi o'rtasida qanday arifmetik munosabat o'rnatiladi?

- A. Ko'paytirish
- B. Ayirish
- C. Qo'shish
- D. Ayirish va qo'shish

16. Ikki o'zaro urinuvchi aylanalarning urinish (o'tish) nuqtasi qanday chiziq ustida yotadi ?

- A. Aylanalarning ixtiyoriy joyida
- B. Aylanalarning markazlarini tutashtiruvchi to'g'ri chiziqda
- C. Aylanalarga ixtiyoriy joydan o'tkazilgan urinmada
- D. Aylanalarning markazlarini tutashtiruvchi to'g'ri chiziq kesmasining o'rta perpendikularida

17. O_1 va O_2 markazlardan bir xil R radiusda chizilgan aylanalarni tutashtiruvchi yoy markazi O nuqta qayerda bo'ladi ?

- A. O_1O_2 kesmani teng ikkiga bo'luvchi va unga perpendikular bo'lgan chiziqda
- B. Ixtiyoriy yordamchi yoylarda
- C. Tomonlari O_1O_2 kesmaga teng bo'lgan teng tomonli uchburchak uchida
- D. Aylana radiusiga perpendikular bo'lgan chiziqda

8.9. Ba'zi interfaol metodlarning geometrik chizmachilikni o'qitishdagi amaliy tatbig'i

Mamlakatimizda ta'lim sohasini rivojlantirishning omillaridan biri o'qitishning yangi zamonaviy texnologiyalarini joriy qilishdan iboratdir. O'qituvchi o'z mutahassisligi bo'yicha egallagan bilimidan tashqari pedagogik va psixologik bilimlarni, yangi pedagogik texnologiya va o'qitish metodikalari yig'indisi bo'lgan zarur pedagogik minimumlarni egallagan bo'lishi shart.

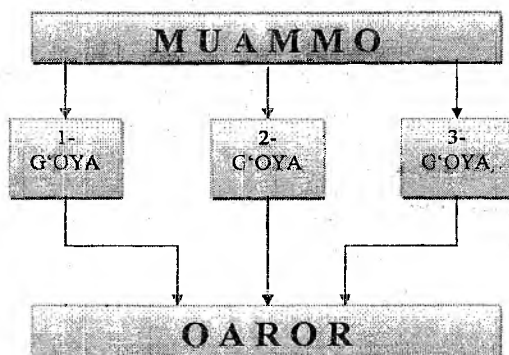
Bugungi kunda bir qator rivojlangan mamlakatlar qatorida yosh mustaqil O'zbekistonimizda ham bu borada katta tajriba to'plangan bo'lib, ushbu tajriba asoslarini tashkil etuvchi metodlar interfaol metodlar nomi bilan yuritilmoqda. Shularni hisobga olgan holda biz bir qancha interfaol metodlarni, jumladan, "Qarorlar shajarasi", "Yozma bahs", "Klasster", "Charxpalak" kabi metodlarni chizmachilik darslariga moslashtirib ishlab chiqishga va uni tatbiq qilishga oid materiallarni o'quv qo'llanma holatiga keltirdik.

Masalan, quyidagi interfaol metodlarni misol qilish mumkin:

- "Qarorlar shajarasi" metodi.
- "Yozma bahs" metodi.
- "Klasster" ("Fikrlash kengligi shajarasi") metodi.
- Insert jadvali
- Toifalash jadvali.

Yuqorida aytilgan interfaol metodlarni chizmachilik darslaridagi amaliy tatbig'i quyida keltiriladi.

1. «Qarorlar shajarasi» metodi. Ushbu metod muhandislik grafikasi fani asoslari borasidagi bir qadar murakkab chizmachilik mavzularini o'zlashtirish, ma'lum masalalarni har tamonlama, puxta tahlil etish asosida ular yuzasidan muayyan xulosalarga kelish, bir muammo xususida bildirilayotgan bir necha xulosalar orasidan eng maqbuli hamda to'g'risini aniqlashga yo'naltirilgan texnik yondoshuvdir. "Qarorlar shajarasi" metodi avvalgi vaziyatlarda qabul qilingan qaror (xulosa)lar mohiyatini yana bir bora tahlil etish va uni mukammal tushunishga xizmat qiladi.



Guruh yoki sinf o'quvchilari ishtirokida qo'llaniladigan "Qarorlar shajarasi" bir necha o'n nafar o'quvchilarning bilimlari darajasini aniqlash, ularning fikrlash doirasini tekshirish va jamlash hamda baholash imkonini beradi. Chizmachilik fanlarida mazkur metodning qo'llanilishi berilayotgan mavzudagi muammo yuzasidan oqilona qaror qabul qilish (xulosaga kelish)da talabalar tomonidan bildirilayotgan har bir variant, ularning maqbul hamda nomaqbul jihatlari mufassaal tahlil etish imkoniyatini yaratadi. Mashg'ulot jarayonida talabalar quyidagi chizma asosida tuzilgan jadvalni to'ldiradilar yoki ushbu tartibdagi faoliyatni olib borishda yozuv taxtasidan foydalanadilar:

«Qarorlar shajarasi» metodi quyidagi shartlar asosida qo'llaniladi:

1. O'qituvchi dars mashg'ulotini boshlashidan oldin munozara, tahlil uchun chizmachilik mavzulariga oid biror muammoni belgilaydi. Guruhlar tomonidan qabul qilingan xulosa (qaror)larni yozish uchun plakatlarni tayyorlaydi.

2. O'qituvchi talabalarni 4 yoki 6 kishidan iborat guruhlariga ajratadi, shuningdek, muammoning hal etilishi va bu borada eng maqbul qarorning qabul qilinishi uchun muayyan vaqt belgilaydi.

3. Qarorni qabul qilish jarayonida guruhlarining har bir a'zosi tomonidan bildirilayotgan variantlarning maqbullik hamda nomaqbullik darajalari batafsil muhokama qilinadi. Bildirilgan variantlar asosida muammoni ijobiy hal etishga xizmat qiluvchi usul xususida guruh a'zolari bir to'xtamga kelib oladilar.

4. Munozara uchun ajratilgan vaqt nihoyasiga yetgach, har bir guruh a'zolari o'z guruhi qarori borasida axborot beradilar. Zarur hollarda o'qituvchi rahbarligida barcha talabalar bildirilgan xulosa (qaror)larni bir-biri bilan qiyoslaydilar. Muammo yuzasidan bildirilgan qarorlar borasida savollar tug'ilgudek bo'lsa, ularga javoblar qaytarilib beriladi, noaniqliklarga aniqlik kiritiladi. Agarda barcha guruhlar tomonidan muammo yuzasidan bir hil qarorga kelingan bo'lsa, o'qituvchi buning sababini izohlaydi, hamda eng to'g'ri javobni berishi kerak bo'ladi.

Bundan ko'rinib turibdiki, o'qituvchi ham bu metodni o'tkazishga jiddiy tayyorgarlik ko'rishi talab etiladi. Bu metodni qo'llashda o'qituvchi talabalarning guruhlariga bo'lasdan ham amalga oshirishi mumkin. "Qarorlar shajarasi" metodi quyidagi loyihaga asoslanadi.

QARORLAR SHAJARASI					
Umumiy muammo					
1-qaror varianti		2-qaror varianti		3-qaror varianti	
Afzalligi	Kamchiligi	Afzalligi	Kamchiligi	Afzalligi	Kamchiligi
QAROR:					

"Qarorlar shajarasi" qiyin va turlicha vaziyatlarda turlicha qarorlar qabul qilinishi tezlashtiruvchi texnikadir. U shuningdek, o'tib ketgan davrda qaltis qarorlarni qabul qilishda amal qilingan asoslarni tahlil qilish va to'la tushunishga ham xizmat qiladi. Mazkur metodni qo'llashdan asosiy maqsad o'quvchi va talabalarni darsda fan yuzasidan tug'ilgan muammoni yechimi borasidagi g'oyalarni izlab topishga va to'g'ri qaror chiqarishga o'rgatishdir.

Ushbu metodni amalga oshirish sxemasiga asosan geometrik chizmachilikdagi asosiy katta mavzular bo'yicha tahlillar amalga oshiriladi. Quyida detalning qanday yaqqol tasvirini bajarish samarali bo'lishi "Qarorlar shajarasi" metodi misolida ko'rsatilgan.

Masalan, 1-jadvalda *“Aylanani teng bo‘laklarga bo‘lishning qaysi usuli eng qulay va samarali hisoblanadi?”* degan savolga *“Sirkul va chizg‘ich yordamida bo‘lish usuli”, “Vatarlar jadvali usuli”, “Diametrni teng bo‘laklarga bo‘lish usuli”* degan javoblarning afzallik va kamchilik tomonlari talabalar tomonidan tahlil qilinadi va so‘ngra umumiy qarorga kelinadi.

Bunday muammolarni geometrik chizmachilikdagi ko‘plab mavzular bo‘yicha ham tahlil qilish mumkin. Masalan, 1-jadvalda yuqoridagi savol muhokamaga qo‘yilgan.

Chizmachilik fanidagi *“Aylanani teng bo‘laklarga bo‘lish usullari”, “Lekalo egri chiziqlarini yasash usullari”, ko‘rinishlar mavzusiga oid “A” va “E” tizimlarning o‘zaro tahlili, “Qirqim turlari”, “Kesim turlari”, “Aksonometrik proyeksiyalar”, “Ajraluvchi birikmalar”, “Ajralmas birikmalar”, “Uzatmalar” va hokazo mavzularni ham ushbu interfaol metod yordamida o‘rgatish o‘zining ijobiy samarasini berishi mumkin.*

1-jadval

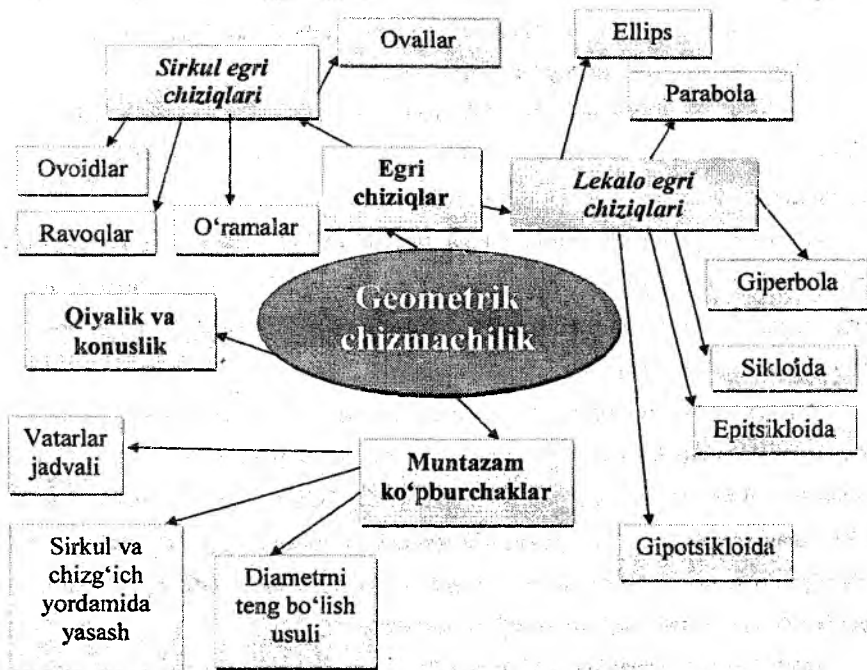
<i>Aylanani teng bo‘laklarga bo‘lishning qaysi usuli eng qulay va samarali hisoblanadi?</i>					
Sirkul va chizg‘ich yordamida bo‘lish usuli		Vatarlar jadvali usuli		Diametrni teng bo‘laklarga bo‘lish usuli	
<i>afzalligi</i>	<i>kamchiligi</i>	<i>afzalligi</i>	<i>kamchiligi</i>	<i>afzalligi</i>	<i>kamchiligi</i>
1. Aylanani eng aniq bo‘lish imkoniyati mavjud 2. Chizma qurolidan samarali foydalanish malakasi shakllanadi 3.	1. Iсталgan teng bo‘lakka bo‘lish imkoniyati mavjud emas.	1. Iсталgan teng bo‘lakka bo‘lish imkomiyati mavjud 2. Nisbatan aniqlik mavjud	1. Geometrik yasashlar deyarli mavjud emas. 2. Taqribiy teng bo‘linadi	1. Talabani geometrik yasashlarga va chizma asboblardan foydalanishga o‘rgatadi. 2. Aylanani eng aniq bo‘lish imkoniyati mavjud 3.	1. Ko‘plab yasashlarni amalga ashirish talab etiladi va chiziqlar chizma sifatiga salbiy ta‘sir qiladi.
QAROR: <i>Foydalanish joyiga qarab eng qulay usulni tatbiq etish maqsadga muvofiq bo‘ladi.</i>					

2. **“Klasster” metodi.** Bu metod pedagogik strategiya bo‘lib, u o‘quvchilarni biron mavzuni chuqur o‘rganishlariga yordam berib, o‘quvchilarni mavzuga taalluqli tushuncha yoki aniq fikrni erkin va ochiq ravishda ketma-ketlik bilan uzviy bog‘langan holda tarmoqlashlariga o‘rgatadi. Klassterlash jarayonida o‘quvchining bildirgan fikri muhokama va tanqid qilinmaydi.

Bu metod biron mavzuni chuqur o‘rganishdan avval o‘quvchilarning fikrlash faoliyatini jadallashtirish hamda kengaytirish uchun xizmat qilishi mumkin. Shuningdek, o‘tilgan mavzuni mustahkamlash, yaxshi o‘zlashtirish, umumlashtirish hamda o‘quvchilarni shu mavzu bo‘yicha tasavvurlarini chizma shaklida ifodalashga undaydi. 2-jadvalda ko‘rinishlarga oid klasster tuzish ko‘rsatilgan. Bu yyerda tayanch so‘z sifatida «Geometrik chizmachilik» jumlasini olingan. Tayanch so‘z sifatida “Shrifllar”, “Muntazam ko‘pburchalar”, “Sirkul egri chiziqlari”, “Lekalo egri chiziqlari” va geometrik chizmachilik fanining boshqa asosiy mavzularini olish mumkin. Tayanch so‘z bilan uning yonida mavzu bilan bog‘liq so‘z va takliflar kichik doirachalar – “yo‘ldoshlar” yozib qo‘shiladi. Ularni “tayanch” so‘z bilan chiziq (yoki strelka)lar yordamida tutashtiriladi. Bu “yo‘ldoshlar”da “kichik yo‘ldoshlar” bo‘lishi mumkin. Yozuv ajratilgan vaqt davomida yoki g‘oyalar tugagunicha davom etishi mumkin.

Klassterni tuzish qoidasi.

1. Aqlingizga nima kelsa, barchasini yozing. G‘oyalari sifatini muhokama qilmang faqat ularni yozing.
2. Xatni to‘xtatadigan imlo xatolariga va boshqa omillarga e‘tibor bermang.
3. Ajratilgan vaqt tugaguncha yozishni to‘xtatmang. Agarda aqlingizda g‘oyalar kelishi birdan to‘xtasa, u holda qachonki yangi g‘oyalar kelmaguncha qog‘ozga rasm chizib turing.



3. «Yozma bahs» metodi. *Metodning maqsadi:* talaba (yoki o'quvchi)larga o'quv xonasidagi tengdoshlari bilan birgalikda shu oila jamoatchiligi fikrini to'liqlantirayotgan mavzularda muloqatlar rejalashtirish imkonini berish. Metod orqali talabalarga berilgan mavzu sohasidagi bilimlarini chuqurlashtirish sharoiti yaratiladi, ularda munozara madaniyati va o'z fikrini asoslash qobiliyati rivojlantiriladi.

Bu uslubdan foydalanishda o'qituvchi talabalarni baholash uchun asos xizmatini o'tovchi ajoyib materialga ega bo'ldi. Yozma bahslar metodi bunday muloqotlarni o'quv xonasidagi barcha talabalar ishtirokida yozma shaklda o'tkazish imkonini beradi

Mashg'ulotni o'tkazish tartibi: Talabalar bahs mavzusi bo'lishi kerak bo'lgan mavzu bilan uyda yoki oldin o'tkazilgan mashg'ulotlarda tanishadi. 4-jadvalda "Yozma bahs" metodi qo'llash loyihasi keltirilgan.

Bahs arafasida o'qituvchi bo'lajak mavzu to'grisida o'quvchilarga axborot berar ekan, bahslar qay yo'sinda o'tishini qisqacha tushuntiradi (bu, albatta, bahslar birinchi marotaba o'tkazilayotgan bo'lsa, juda muhimdir).

O'qituvchi guruh talabalarini ikkiga ajratadi va ularni o'quv xonasiga ikki tomoniga qator qo'yilgan sonlar yoniga o'tkazadi va har bir guruh qatnashchilari qaysi nuqtai nazami himoya qilishlarini belgilaydi (masalan, 1-guruh ijobiy holat joriy qilinishini tarafdorlari, 2-guruh bunga qarshi).

Shundan so'ng, o'qituvchi talabalarni juftlaydi, har bir juftda qarama-qarshi qarashlar tarafdorlari bo'lishi kerak. Juftlar tartib rahami yoki alifbo harflari bilan belgilanadi. Agar o'quv xonasi talabalar soni toq bo'lsa, o'quvchi munozaraga yetishmagan sherik huquqida qatnashishi mumkin. O'qituvchi 1-guruh talabalariga (keltirilgan misolda- ijobiy holatni joriy qilish tarafdorlari) har bir juft raqami (ramzi) bilan belgilangan katak qog'ozli varaqlarni tarqatadi.

Talabalar auditoriyaning ikki tomonida o'tirib, juftma-juft yozma muloqotni boshlaydilar. 1-guruh talabalariga o'zlari maqullayotgan nuqtai nazar foydasiga bitta ochiq dalilni shakllantirish uchun 5 daqiqa vaqt beriladi. Ular bu dalilni qog'oz varag'iga puxta taxrir qilingan paragraf shaklida yozadilar. Bu vaqtdan 2-guruh talabalarini o'zlari bahs jarayonida bayon etishlari mumkin bo'lgan nuqtai nazarlarini isbotlashlari mumkin.

Yozilgan varaqlar qarshi guruhdagi sheriklarga (ijobiy holatini joriy qilinishiga qarshi chiquvchilarga) beriladi. Ularga juft bo'yicha sheriklarining dalillariga qarshi javob topish va yozish uchun hamda o'z qarshi dalillarini bayon qilishlari uchun 8 daqiqa vaqt ajratiladi.

Dalillar almashishining bunday tartibi 2-3 marotaba takrorlanadi, bunda har bir talaba (yoki o'quvchi) sherigining dalil-isbotiga javob qaytarishiga va o'zining aks dalilini keltirishi shart. Talabalarning bilimlarining aniqlash uchun 3-4 raund

yetarlidir. Oxirgi raundda talabalarga yakuniy fikrni yozish imkoni beriladi. Shundan so'ng, yozma ish yig'ib olinadi.

Bahslarga yakun chiqarishning yaxshi shakli – ikkala tomonga qaratilgan savoddur: qarshi tomonning qay bir dalili va isboti siz uchun eng yaxshi hisoblandi?

Talaba ishni yakkama-yakka yoki jufti bo'yicha baholashi mumkin. Agar o'qituvchi yozma ishni baholashni rejalashtirgan bo'lsa, u haqida talabalarni darsninig boshidanoq ogohlantirish kerak.

“Yozma bahslar” bo'yicha talabalarni berilgan mavzu sohasidagi bilimlarini chuqurlashtirish va munozara madaniyatini shakllantirish mumkin. Asosli fikr yuritish va uni himoya qilish qobiliyatini rivojlantiradi. Bunda o'qituvchi baholash uchun asos xizmatini o'tovchi ajoyib materialga ega bo'ladi. “Yozma bahs” texnologiyasining sxemasiga asosan guruhdagi 2 ta jamoaning biri, masalan, “*Lekalo egri chizig'ini proyektiv xususiyatiga asosan yasash*” ni, ikkinchisi esa “*Lekalo egri chizig'ini geometrik xususiyatiga asosan yasash*” ni himoya qiladi. Bir jamoa “*Proyektiv xususiyatiga ko'ra*” ni himoya qilib, unga asos keltiradi. Ikkinchi jamoa bu asosni inkor qilib, “*Geometrik xususiyatiga ko'ra*”ni ma'qullaydi va unga asos keltiradi (3-jadval). Birinchi jamoa ikkinchi jamoaning asosini inkor qilib o'z dalilini keltiradi. Bu jarayon yakunida jamoalar o'zlarining yakuniy fikrlarini beradi.

Bu talabada mustaqil fikrlash, munozara madaniyati, tahlil qila olish, o'z fikrini himoya qila olish va ko'plab fikrlar asosida to'g'ri qarorga kela olish kabi xislatlarni shakllantiradi.

«Yozma bahs» texnologiyasi quyidagi loyihaga asoslanadi.

BAHS MAVZUSI	
HA	<ul style="list-style-type: none"> • Javob • Dalil keltirmoq
YO'Q	<ul style="list-style-type: none"> • Javob • Dalil keltirmoq
HA	<ul style="list-style-type: none"> • Javob • Dalil keltirmoq
YO'Q	<ul style="list-style-type: none"> • Javob • Dalil keltirmoq
HA	<ul style="list-style-type: none"> • Javob • Dalil keltirmoq

YO'Q	<ul style="list-style-type: none"> • Javob • Dalil keltirmoq
HA	<ul style="list-style-type: none"> • Javob • Dalil keltirmoq
YO'Q	<ul style="list-style-type: none"> • Javob • Dalil keltirmoq
HA	<ul style="list-style-type: none"> • Javob • Yakuniy fikr
YO'Q	<ul style="list-style-type: none"> • Javob • Yakuniy fikr

4-jadval

<i>Lekalo egri chizig'ini qaysi (proyektiv yoki geometrik) xususiyatiga ko'ra qurish maqsadga muvofiq?</i>		
1-guruh	Ha	Lekalo egri chizig'ini uning proyektiv xususiyatiga ko'ra yasash kerak.
	Dalil keltirmoq	Chunki lekalo egri chizig'ining ta'rifiga asosan yasalsa to'g'ri bo'lar edi.
2-guruh	Yo'q Javob	Lekalo egri chizig'ini uning proyektiv xususiyatiga ko'ra yasash maqsadga muvofiq emas.
	Dalil keltirmoq	Chunki uni yasashning geometrik xususiyatiga ko'ra yasash ham mumkin va samaralidir.
1-guruh	Yo'q Javob	...
	Dalil keltirmoq
2-guruh	Yo'q Javob	...
	Dalil keltirmoq
1-guruh	Yo'q Javob	...
	Dalil keltirmoq	...
2-guruh	Yo'q Javob	...
	Dalil keltirmoq	...
1-guruh	Javob Yakuniy fikr	<i>Darhaqiqat ikkala usul ham qulay va joyiga qarab tatbiq qilinadi.</i>
2-guruh	Javob Yakuniy fikr	... <i>Qaysi xususiyatiga ko'ra yasalsa ham to'g'ri va aniq bajarilsa maqsadga muvofiq bo'ladi.</i>

4. Toifalash jadvali. Toifa – xususiyat va munosabatlarni muhimligini namoyon qiluvchi (umumiy) alomat. Unda ajratilgan alomatlar asosida olingan

ma'lumotlarni tutashtirish ta'minlanadi. Tizimli fikrlash, ma'lumotlarni tuzilmaga keltirish, tizimlashtirish ko'nikmalarini rivojlantirish talabani chizmachilik fani bo'yicha to'laqonli bilimga ega bo'lishini ta'minlaydi.

Talabalar dastlab, toifali sharhlashni tuzish qoidasi bilan tanishadilar. Aqliy hujum, klasster tuzish va yangi o'quv materiali bilan tanishishdan so'ng, kichik guruhlarda, olingan ma'lumot lavhalarini tutashtirish imkonini beradigan toifalarni izlaydilar. Toifalarni jadval ko'rinishida rasmiylashtiradilar. G'oyalarni va ma'lumotlarni toifaga mos ravishda bo'ladilar. Ish jarayonida toifalarning ayrim nomlari o'zgarishi mumkin. Yangilari paydo bo'lishi mumkin.

Toifalash sharhini tuzish qoidasi.

1. Toifalar bo'yicha ma'lumotlarni taqsimlashning yagona usuli mavjud emas.
2. Bitta kichik guruhda toifalarga ajratish boshqa guruhda ajratilgan toifalardan farq qilishi mumkin.
3. Ta'lim oluvchilarga oldindan tayyorlab qo'yilgan toifalarni berish mumkin emas bu ularning mustaqil tanlovi bo'la qolsin.

5-jadvalda "Lekalo egri chiziqlarining turlari"ga oid toifalash jadvaliga namuna keltirilgan. "Sirkulegri chiziqlari", "Muntazam ko'pburchak yasash usullari" va shunga o'xshash materiallarni talaba o'zi mustaqil toifalashi mumkin.

TOIFALASH JADVALIGA BAJARILGAN NAMUNA

5-jadval

LEKALO EGRI CHIZIQLARINING TURLARI		
2-tartibli egri chiziqlar	Siklik egri chiziqlar	Srirallar
1. Ellips.	1. Sikloida.	1. Arximed spirallar.
2. Parabola.	2. Episikloida.	2. Logorifmik spiral.
3. Giperbola.	3. Giposikloida.	
4. Aylana.		

5. "Insert jadvali" metodi. Bu metod yordamida talaba mustaqil o'qish vaqtida olgan ma'lumotlarini, eshitgan ma'ruzalarini tizimlashtirishi ta'minlanadi. Olingan ma'lumotini tasdiqlash, aniqlash, chetga chiqish, kuzatish mumkin bo'ladi.

Shuningdek, talabada avval o'zlashtirgan ma'lumotlarni bir-biriga bog'lash qobiliyatini shakllantirishga yordam beradi.

Talabalar o'qituvchi tomonidan insert jadvalini to'ldirish qoidasi bilan tanishtiriladi. Ular jadvalni alohida o'zlari to'ldiradilar. O'qish jarayonida olingan ma'lumotlarni alohida o'zlari tizimlashtiradilar va jadval ustunlariga "kiritadilar", matnda belgilangan quyidagi belgilarga muvofiq uni to'ldiradilar:

“V” – men bilgan ma'lumotlarga mos;

“-“ – men bilgan ma'lumotlarga zid;

“+” – men uchun yangi ma'lumot;

“?” – men uchun tushunarsiz yoki ma'lumotni aniqlash, to'ldirish talab etiladi.

Masalan, uzatmalar mavzusi o'tilgandan so'ng "Ajraluvchi birikmalar" topshirig'i asosida talaba o'z fikrini yuqoridagi talablar asosida 6-jadvalni to'ldiradi. To'ldirilgan jadval asosida o'qituvchi o'zining keying darslardagi faoliyatini, talabalarning o'zlashtirish darajasini bilib olish imkoniyati tug'iladi.

“Tutashmalar to'g'risida fikringizni bayon eting”

6-jadval

V	-	+	?

ADABIYOTLAR

1. *Rahmonov I. va Abdurahmonov A.* Chizmachilikdan ma'lumotnoma. T., "A.Navoiy nomidagi O'zbekiston Milliy kutubxonasi nashriyoti", 2005.
2. *Abdurahmonov A.* Chizmachilikdan grafik topshiriqlar tizimi. T., "A.Navoiy nomidagi O'zbekiston Milliy kutubxonasi nashriyoti", 2005.
3. *Qirg'izboev Yu. va boshqalar.* Mashinasozlik chizmachiligi kursi. T., "O'qituvchi", 1981.
4. *Qobiljonov K.M. va boshqalar.* Chizmachilik va chizma geometriya asoslari. T., "O'qituvchi", 1983.
5. *Raxmonov I.* Chizmalarni chizish va o'qish. T., "O'qituvchi", 1992.
6. *Raxmonov I. va boshqalar.* Chizmachilikdan mashqlar va masalalar to'plami. T., "O'qituvchi", 1988.
7. *Bulatov S.S.* O'zbek xalq amaliy bezak san'ati. T., "Mehnat", 1991.
8. *Ro'ziyev E.* Geometrik yasashlar. T., "Respublika Ta'lim Markazi", 1995.
9. *Valiyev A.N. va boshqalar.* Geometrik chizmachilik. T., TDPU rizografi, 2008-132 bet.
10. *Murodov Sh.K. va boshqalar.* Chizma geometriya. T., "Iqtisod-moliya", 2006, 2008-296 bet.
11. *Vishnepolskiy I. S. va Vishnepolskiy V. I.* Chizmachilik. T., "O'qituvchi", 1990.
12. ЕСКД Общие правила выполнения чертежей, 1991.
13. *Борисов Д. М. ва бошқалар.* Черчение. М., "Просвещение", 1987.
14. *Бабулин Н.А.* Построение и чтение машиностроительных чертежей. М., "Высшая школа", 1978.
15. *Зеленин Е. В.* Элементарный справочник по черчению. М., "Наука", 1964.
16. *Богданов В. Н. ва бошқалар.* Справочное руководство по черчению. М., "Машиностроение", 1989.
17. *Годик Е.И., Хаскин А.М.* Справочное руководство по черчению. М., "Машиностроение", 1974-696 ст.
18. *Левисткий В.С.* Машиностроительное черчение. М., "Высшая школа", 1988-351ст.
19. *Бубенников А.В., Громов М.Я.* Начертательная геометрия., М., «Высшая школа», 1972-416 стр.
20. *Тевлина А.М. и другие.* Курс начертательной геометрии. М., «Высшая школа», 1983-175 стр.
21. *Короев Ю.И.* Начертательная геометрия. Москва, «Стройиздат», 1987-320 стр.

MUNDARIJA

Soʻz boshi	3
Kirish.....	5
1-§. Chizma hajarishga oid qisqacha metodik koʻrsatmalar.....	7
2-§. Oddiy geometrik yasashlar	17
3-§. Aylanani teng boʻlaklarga boʻlish va muntazam koʻpburchaklar yasash..	33
4-§. Qiyalik va konusliklar	56
5-§. Tutashmalar	62
6-§. Sirkul egri chiziqlari	82
7-§. Lekalo egri chiziqlari	99
Ilovalar.....	190
Adabiyotlar	243

Buyurtma № 108. Adadi 300 nusxa. Hajmi 15,25 b/t.
Nizomiy nomidagi TDPU Rizografida nashr qilindi.