O’ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O’RTA MAXSUS TA’LIM VAZIRLIGI
BUXORO DAVLAT UNIVERSITETI

Fizika-matematika fakulteti

“Matematik fizika va analiz” kafedrasi

Normurodova Zulfiya Usmon qizining

«Oliy matematika fanidan izohli lug’at yaratish**» mavzusida**

5130100- “Matematika” ta’lim yo’nalishi bo’yicha bakalavr
darajasini olish uchun

BITIRUV MALAKAVIY ISHI

“Ish ko’rildi va himoyaga ruxsat berildi”
Kafedra mudiri
________dots. R.T.Muxitdinov

«______» __________________2015 y.

Ilmiy rahbar____ dots. G’. I. Botirov
“_______” __________________ 2015 y.

Taqrizchi ________dots. F. Qosimov

“_______” _________________2015 y

«Himoya qilishga ruxsat berildi»
Fakul’tet dekani prof. Sh.M. Mirzayev
“______” ______ 2015 y.

Buxoro – 2015

MUNDARIJA

“Bizning eng ulug’ maqsadimiz, eng ulug` g’oyamiz shuki, O’zbekistonning bitta yo’li bor: mustaqillikni mustahkamlab, mamlakatimizni har tomonlama yuksaltirib, yorug’ va erkin hayot sari olg’a yurish”.

I.A. KARIMOV

Kirish

Mamlakatimizda Prezidentimiz Islom Karimov tashabbusi va rahnamoligida har bir yilga alohida nom berilib va shu asosda ishlab chiqilayotgan davlat dasturlari yurtimizning yanada taraqqiy etishi, xalqimiz turmushining tobora farovon bo’lishiga xizmat qilmoqda.

O’zbekiston Respublikasi Konstitutsiyasi qabul qilinganining 22 yilligiga bag’ishlangan tantanali marosimda Yurtboshimiz 2015 yilni Keksalarni e’zozlash yili deb e’lon qildi hamda:

“Xalqimizning qadimiy va shonli tarixini uzviy davom ettirishga, shu tarixning o’chmas sahifalarini, ajdodlarimizning buyuk merosini, qadriyat va urf-odatlarini yoshlarimizga yetkazish, hayotimizni tobora poklash va fayzu barakali qilishda, bir so’z bilan aytganda, uni ma’naviy yuksaltirishda, bugun Yaratganning bizga bergan har bir kunini ma’noli va sermazmun o’tkazishda beqiyos hissa qo’shayotgan ota-bobolarimizga har tomonlama hurmat, e’zoz va ehtirom ko’rsatish barchamiz uchun ham qarz, ham farz, deb o’ylayman”, deya ta’kidladi.

Darhaqiqat, ushbu ustuvor vazifalar davlatimiz rahbarining joriy yilning 18 fevralida qabul qilingan “Keksalarni e’zozlash yili” Davlat dasturi to’g’risidagi qarori bilan tasdiqlangan Davlat dasturida yaqqol o’z ifodasini topgan.

Ushbu muhim huquqiy hujjat avvalgi yillardagi Davlat dasturlarining mantiqiy davomi sifatida xonadonlarimiz fayzi va farishtasi — nuroniylarni e’zozlash, ularning qimmatli pandu nasihatlari, ibratli hayot yo’llarini yoshlar ongiga singdirishda muhim dasturilamaldir.

Davlat dasturining 4 ta bandida “Mahalla” xayriya jamoat fondi asosiy ijrochi, 22 tasida esa ham ijrochilar qatorida belgilangani ushbu tuzilmaga davlatimiz tomonidan bildirilayotgan ishonchning amaldagi ifodasidir.

Inson manfaatlari, Oila, Sog’lom avlod, Qariyalarni qadrlash, Obod mahalla, Mehr-muruvvat, Sihat-salomatlik, Ijtimoiy himoya va boshqa nomlar bilan atalgan yillarda amalga oshirilgan ishlar xalqimizning ezgu amaliga aylangan keksalarni e’zozlashdek oliyjanob maqsadlar bilan hamohangdir.

Ta’kidlash joizki, mustaqillikning ilk kunlaridan qariyalarni qadrlash, ularning sog’lig’iga alohida e’tibor qaratish, yakka-yolg’iz keksalarni ijtimoiy qo’llab-quvvatlash davlatimiz siyosatining ustuvor yo’nalishlaridan biriga aylandi. Birgina o’tgan yilning o’zida piru badavlatlarimizga davlat byudjeti hisobidan 11 trillion 618 milliard so’mdan ziyod pensiya, 105 milliard so’mdan ziyod nafaqalar berildi. Davlatimiz pensiyaga ajratadigan mablag’ning miqdori o’rtacha oylikning 41 foizdan ziyodini tashkil etadi. Bu ko’rsatkich dunyodagi kamdan-kam davlatlarda uchraydi.

Nuroniylarni e’zozlash, ularning salomatligini tiklash haqida so’z ketganda Yurtboshimizning 2014 yil 13 oktyabrdagi «1941-1945 yillardagi urush va mehnat fronti faxriylarini ijtimoiy qo’llab-quvvatlashni yanada kuchaytirish chora-tadbirlari to’g’risida»gi farmoniga to’xtalib o’tish joiz. Ushbu hujjatga asosan joriy yildan boshlab urush va mehnat fronti faxriylari yilda bir marta o’zlari uchun maqbul muddatlarda yurtimizning nufuzli sanatoriy-sog’lomlashtirish markazlarida bepul davolanish imkoniyatiga ega bo’ldilar.

Ayni kunlarda Fondimiz “Nuroniy” jamg’armasi hamda tegishli tashkilotlar bilan hamkorlikda mahallalarda urush va mehnat faxriylariga sanatoriy-sog’lomlashtirish muassasalariga yo’llanmalar berishni boshlab yubordilar.

Keksa avlod vakillariga g’amxo’rlik ko’rsatish, ularning ro’zg’or yumushlariga ko’maklashishda “ Mahalla” xayriya jamoat fondi, hududiy bo’lim va bo’linmalar hamda fuqarolar yig’inlarining ham alohida o’rni bor. Ikkinchi jahon urushi qatnashchilari hamda mehnat fronti faxriylarini ijtimoiy qo’llab-quvvatlash masalasi Sog’lom bola yilida ham Fond faoliyatining muhim yo’nalishlaridan biri bo’ldi. Bugungi saodatli kunlarga yetib kelishimizda fidoyilik ko’rsatgan nuroniylarga 1 milliard 888 million so’mlik turli xayriya yordamlari ko’rsatildi.

“Keksalarni e’zozlash yili” Davlat dasturida belgilangan ustuvor vazifalarni amalga oshirishda nuroniylarni e’zozlash, ularga g’amxo’rlik qilish sifat jihatidan yangi bosqichga ko’tarilishi shubhasiz. Zotan, dasturning 2-bandida «Keksalar, nogironlar va aholining boshqa toifalari uchun ijtimoiy xizmatlar to’g’risida»gi qonun loyihasini tayyorlash belgilangan. Demak, keksa avlod vakillariga har tomonlama sifatli xizmat ko’rsatishning mustahkam huquqiy asosi yaratiladi.

Keksalarga ko’rsatiladigan mehr-muruvvat, albatta, fuqarolar yig’inlari orqali amalga oshiriladi. SHu bois joriy yilda mahallalarning namunaviy tuzilmasida keksalar va nogironlarga alohida e’tibor qaratish hamda tegishli idoralar, birinchi navbatda, pensiya, ijtimoiy, tibbiy ta’minot idoralari faoliyati ustidan jamoatchilik nazoratini o’rnatish maqsadida komissiyalar tashkil etiladi. Komissiya yig’ilishlarida pensiya, ijtimoiy va tibbiy ta’minot idoralari rahbarlarining hisobotlarini eshitish yo’lga qo’yiladi.

SHuningdek, byudjet mablag’lari hisobidan ijtimoiy nafaqa, moddiy yordamlarni mahallalarda istiqomat qiluvchi yakka-yolg’iz, ijtimoiy himoyaga muhtoj keksalar, nogironlarga maqsadli hamda manzilli tayinlash bo’yicha fuqarolarning o’zini o’zi boshqarish organlari xodimlarining bilim va malakalarini yanada oshirish ko’zda tutilgan.

Davlat dasturiga muvofiq, yil davomida mahallalarda «Keksalar duosini olaylik» aktsiyasi doirasida 10 ming nafar yakka-yolg’iz va ijtimoiy yordamga muhtoj keksalarga maishiy texnika vositalari, shuningdek, kiyim-boshlar ulashiladi. Har bir tuman, shahardan ijtimoiy himoyaga muhtoj 500 nafar qariya, pensioner va nogiron uy-ro’zg’or buyumlari bilan ta’minlanadi. Shuningdek, un, shakar, o’simlik yog’i va ro’zg’or uchun boshqa zarur mahsulotlar qariyalarga bepul tarqatiladi. Har bir mahalla guzariga badiiy adabiyotlar, shaxmat va shashka jamlanmalari yetkazib beriladi.

“Hech kim mehr va e’tibordan chetda qolmasin!” shiori ostida respublikamizning har bir hududidan 1000 nafar nuroniyni yurtimizning tarixiy shaharlari, ziyoratgohlar va muqaddas qadamjolarga sayohatini uyushtirishdek xayrli ishlar bu yil ham davom ettiriladi.

Davlat dasturi doirasida keksa avlod vakillariga e’tiborni yanada kuchaytirish maqsadida mahallalarda “Eng yaxshi mahalla guzari” va “Keksalar — oila tayanchi” mavzularida ko’rik-tanlovlar o’tkaziladi. Ellik yildan beri ahil-inoq yashab, el koriga kamarbasta farzandlarni voyaga yetkazgan oila boshliqlarining ibratli hayot yo’llarini yoshlarga namuna qilib ko’rsatish maqsadida otaxonu onaxonlar ishtirokida “Mehr-muhabbat va totuvlikda kechayotgan umr”, “Qo’sha qarib qadr topganlar”, “Qarisi bor uyning parisi bor” mavzularida uch avlod uchrashuvlari, ma’naviy-ma’rifiy tadbirlar tashkil etiladi.

Bundan tashqari, Saxovat va Muruvvat uylarida yashovchi 7 ming nafarga yaqin keksa va nogironlarni ma’naviy va moddiy qo’llab-quvvatlash maqsadida har biriga mavsumiy kiyim-kechak, ko’rpa-to’shak jildlari jamlanmasi hamda shaxsiy gigiena vositalari bilan ta’minlash choralari ko’riladi. SHuningdek, ularning mazmunli dam olishlarini tashkil qilish maqsadida madaniy-ko’ngilochar kechalar uyushtiriladi.

An’anaga muvofiq yurtimizdagi muqaddas qadamjolar, ko’chayu xiyobonlar, qabristonlarni obodonlashtirish ishlari joriy yilda ham keng quloch yozadi. Negaki, hashar mehr-oqibat, odamiylikdan saboq beruvchi bebaho tarbiyaviy ahamiyatga ega tadbirdir. Unda ishtirok etgan otaxonlarning nasihatlari tufayli yoshlar qalbida mahalla-ko’yga, ona-Vatanga muhabbat tuyg’ulari mustahkamlanadi.

Ayni paytda yurtimizda 225 ming nafar 80 yoshdan, 44 ming nafar 90 yoshdan, 8 ming 700 nafar 100 yoshdan oshgan tabarruk qariya yashamoqda. Ular orasida 3 ming 109 nafar Ikkinchi jahon urushi qatnashchisi, 69 ming 994 nafar front ortida mehnat qilgan insonlar bor. Bu raqamlar Fond hamda fuqarolar yig’inlari zimmasiga alohida mas’uliyat yuklaydi.

Muxtasar aytganda, Davlat dasturida belgilangan ustuvor vazifalar, mazmun-mohiyatiga ko’ra, insonparvarlik tamoyillariga yo’lganki, bu, shubhasiz, keksalarni e’zozlash, yoshlarni har tomonlama barkamol etib tarbiyalashda nuroniylarning yo’l-yo’riq va tavsiyalariga tayanib ish tutishga, eng muhimi, har birimizni bugungi dorilamon kunlarning qadriga yetishga undaydi.

Mavzuning dolzarbligi. Mening bitiruv malakaviy ishim Oliy matematika fanidan ”Izohli lug’at” yaratish. Bizga ma`lumki, matematika fanidan Izohli lug’atlar juda ham kam yaratilgan bo’lib, mavjudlari ham kiril alifbosida yozilgan. Shuning uchun, bitiruv malakaviy ishim izohli lug’at yaratishga bag’ishlandi va uning maxsus dastur yordamida elektiron varianti ham yozildi.

Bitiruv malakaviy ishimning maqsadi. Bugungi kunda Davlat Ta’lim Standarti talablarini bajargan holda oliy matematika fanidan izohli lug’at yaratish.

Bitiruv malakaviy ishimning vazifasi: Matematik atamalardan eng muhimlarini tanlab olish va ularning zamonaviy mazmunini ochib berishdan iboratdir.

Bitiruv malakaviy ishimning o’rganganlik darajasi. Oliy matematika fanining fan dasturida ko`rsatilagan mavzularni to’lq qamrab olishga erishildi.

Bitiruv malakaviy ishimning predmeti. Bitiruv malakaviy ishimning predmeti umumiy algebra, analitik geometriya, matematik tahlil va differensial hisoblarning asosiy tushunchalarni o’rganish.

Bitiruv malakaviy ishimning obyekti Bitiruv malakaviy ishiming obyekti Oliy matematika fanidir.

Bitiruv malakaviy ishimning Ilmiy farazi.

Oliy matematikadan Izohli lug’at yaratish jarayonida matematik atamalarni bayon etishda sodda ilmiy farazlardan foydalanildi.

Bitiruv malakaviy ishimning yangiligi. Mazkur bitiruv malakaviy ishimda asosiy tushunchalaridan iborat izohli lug’at va maxsus dasturi ham yaratildi.

Bitiruv malakaviy ishimning amaliy ahamiyati. Oliy matematika fani o’qitilayotgan barcha ta`lim yo’nalishida tahsil olayotgan talabalarga qo’shimcha o’quv-uslubiy ish sifatida tavsiya etiladi.

Bitiruv malakaviy ishimning metodologik asosi: Oliy matematika fanining namunaviy va ishchi o`quv dasturlari va Oliy matematika fanidan nashr ettirilgan darsliklar.

Bitiruv malakaviy ishimning metodlari. Izohli lug’atni yaratishda, muhim matematik atamalar tanlab olindi, hamda ularning zamonaviy mazmunini ochib berildi.

Bitiruv malakaviy ishimizning tarkibi hajmi. Malakaviy bitiruv ishi mundarija, kirish, 2 ta bob, 4 ta paragraf, 2 ta bob xulosasi, xotima va adabiyotlar ro’yxatidan iborat bo’lib, sahifani tashkil etadi.

I Analitik geometriya va umumiy algebra elementlarining asosiy tushunchalari.

I.1. Analitik geometriya va Umumiy algebra elementlari.

Algebra.

Algebra- matematikaning bir qismi va u turli miqdorlar ustida amallarini hamda ana shu amallar bilan bo'g'liq bo'lgan tenglamalarni yechishni o'rganadi.
Ushbu masalani yechaylik: << uch og'ayning yoshlari 30, 20 va 6 da. Necha yildan so'ng eng kattasining yoshi ikkala ukasi yoshlarining yig'indisiga teng bo'ladi?>>.
Izlanayotgan yillar sonini x bilan belgilab , tenglama tuzamiz:
$30+x=(20+x)+(6+x)$, bundan $x=4$. Masalaning keltirilgan yechimiga yaqin usul e.a. ikki minginchi yillarda Qadimgi Misrda ma'lum edi (ammo ular harfiy belgilaridan foydalanishmagan).

Algebraik muammolarga geometrik yondashuv fanning keyingi rivojini chegaralab qo'yadi, masalan, turli o'lchamli miqdorlar (uzunlik, va yuzani va hajm) ni qo'shish mumkin emas edi Algebraning keyingi rivojiga Diofant o'rgangan algebraik tenglamalarnig murakkab sistemalariga olib keluvchi misollar kuchli ta'sir ko'rsatadi. Turli xil kompazitsiyalarning xossalarini o'rganish natijasida algebraining xossalarini, ular tatbiq etilayotgan obyektlarning tabiatdan qat'iy nazar, o'rganishdan iborat degan , fikrga olib keladi. Boshqacha qilib aytganda algebra kompoziyatsiyalar qonunlarining xossalari haqidagi umumiy fan sifatida qarala boshladi. Hozirgi kunda algebra fanlarining butunlay nazariy sohalari bilan bir qatorda ko'pgina amaliy masalalarga ham tabiq etiladigan muhim qismlaridan biridir.

Asimptota.

Egri chiziqning asimtotasi shunday to'g'ri chiziqqa, egri chiziq cheksizlikka uzoqlashgan sayin unga yaqinlashib boradi.To'ppa –tog'ri yo'ldan g'izillab ketayotgan avtomobil va xuddi shunday tezlik bilan maydonda otda

Chopayotganan chavondozni ko'z oldingizga keltiring . CHavandozning tezligi vaqtning har bir daqiqasida avtomobil tomonga yo'nalgan deylik.

Bunday holda chavandozning yo'nalishi traktrisa deb ataluvchi egri chiziqdan iborat bo'ladi. Agar y=f[x] tenglama bilan berilgan egri chiziq x chekli a nuqtaga yaqinlashganda cheksizlikka intilsa , u holda x=a to'g'ri chiziq y=f[x] egri chiziqning vertikal asimtotasi deyiladi. y=$\frac{1}{x}$ giperbola uchun x=0 to'g'ri chiziq , y=ctgx funksiya uchun x=kπ [k=0,$\pm 1, \pm 2, \ldots.$] to'g'ri chiziqlarning har bir vertikal asimtotalari bo'ladi y=$\frac{1}{x}$ giperbola uchun x=0 vertikal asimptotadan tashqari yana y=0 gorizontal

asimtotaga ham ega, y=$e^{-x}\sin x$ funksiya grafigi ham y=0 gorizontal asimptota ega, ammo giperboladan farqli bu funksiya
grafigi o'z gorizontal asimptotasini cheksiz ko'p nuqtada kesib o'tadi

Aksioma.

Aksioma (yunoncha << munosib qabul qilingan nizom>> ni bildiradilar deb ataladi. Aksiomalarning butun to'plami (sistema) aksiomatik deb ataladi. SHunday qilib, aksiomalar- geometriyaning boshlang'ich dalillari, ular isbotsiz qabul qilinadi va fanning boshqa barcha natijalarini keltirib chiqarishga imkon beradi. Aksiomalar geometriyadagina emas, algebrada va boshqa matematika fanlarida ham mavjud. Masalan, qo'shish va ko'paytirish xossalarini ifodalovchi

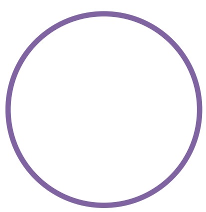
1. a+b=b+a,
2. a+(b+c)=(a+b)+c,
3. a+0=a,
4. a+(-a)=0,
5. ab=ba,

6. a(bc)=(ab)c,
7. 1a=a,
8. a$\left(\frac{1}{a}\right)$=1, (a$\neq$0),
9. a(b+c)=ab+ac

tengliklar algebrada aksiomalardir: ular isbotsiz qabul qilinadi va yangi dalillarini keltirib chiqarish (teoremalarni isbotlash) da ishlatiladi. Masalan, bu aksiomalar yordamida yig'indi va ayirmaning kvadrat formulalari, ko'phadlarni ko'paytirish qoidalari geometrik progressiya hadlarining yig'indisi formulasi bilan isbotlanadi.

Aylana.

R=$\{0;\vec{\imath},\vec{\jmath}\}$ kordinatalar sistemasi berilgan bo'lsin. Bu sistemaga nisbatan c(a;b) markazli va R radiusli aylana tenglamasini tuzamiz. Aylana berilgan c(a;b) nuqtadan R uzoqlikda yotgan, tekislik nuqtalarining to'plami bo'lishi ta'rifidan foydalanamiz.



(k-chizma) M(x;y) –aylananing ixtiyoriy nuqtasi bo'lsa, bu nuqta aylanada yotadi degan sharti MC=R tenglik bilan ifodalanadi. MC ni koordinata shaklida yozamiz

$\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2}=R.$

$(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$ (1)

(1) tenglama markazi C(a;b) nuqtada va radiusi R ga teng aylananing kanonik tenglamasidir. Agar aylana markazi koordinatalar boshi bilan ustma-ust tushsa tenglama quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi.

$x^2 + y^2 = R^2$

Bazis tushunchasi.

Ma'lum tartibda olingan $\overline{\vec{e_1}, \vec{e_2}, \cdots \vec{e_n}}$ vektorlar sistemasi chiziqli erkli bo'lib boshqa har qanday vektorni $\vec{e_1}$, $\vec{e_2}$, ……$\vec{e_n}$ lar orqali chiziqli ifodalansa, bu vektorlar sistemasi basis deyiladi va u B=$\{\vec{e_1}, \vec{e_2}, \cdots \vec{e_n}\}$ ko'rinishda belgilanadi.

Agar bazisning har bir vektori birlik vector bo'lib, ularning ixtiyoriy har ikkita o'zaro perpindikulyar bo'lsa, bunday bazis ortonormalangan bazis deyiladi.

Bazisning tashkil etuvchi vektorlar soni qaralayotgan fazoning o'lchovi deyiladi.

Istalgan $\vec{a}$ vektori berilgan

B=$\{\vec{e_1}, \vec{e_2}\}$ bazis vektorlari bo'yicha yozish mumkin

$$\vec{a} = a_1 * \overrightarrow{l_1} + a_2 \overrightarrow{* l_2} \qquad (1)$$

(1) yoyilmadagi a_1, a_2 sonlar $\vec{a}$ vektorning $\{e_1, e_2\}$ bazisga nisbatan koordinatalari deyiladi. Bu qisqacha $\vec{a}$=$\{a_1, a_2\}$ ko'rinishda belgilanadi.

Xuddi shunga o'xshash B=$\{\vec{e_1}, \vec{e_2}, \vec{e_3}\}$

Bazis berilgan bo'lsa ixtiyoriy $\vec{a}$ vektorni shu bazisning vektorlar bo'yicha yoyish mumkin.

$$\vec{a} = a_1\vec{e_1} + a_2\vec{e_2} + a_3\vec{e_3}.$$

Determinantlar.

$\Delta = a_1 * b_2 - b_1 * a_2$ ifoda (son) $\begin{pmatrix} a_1 b_1 \\ a_2 b_2 \end{pmatrix}$ (1) matritsaning determinant deyiladi va u quyidagicha belgilanadi.

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 b_1 \\ a_2 b_2 \end{vmatrix} \quad \text{yoki} \quad \Delta = det \begin{pmatrix} a_1 b_1 \\ a_2 b_2 \end{pmatrix} \qquad (2)$$

a_1, b_1, a_2, b_2 sonlar (2) determinantning elementlari deyiladi. Bu determinantning ikkita satri va ikkita ustuni bor; a_1, a_2 sonlar birinchi ustuni

b_1, b_2 sonlar ikkinchi ustunni tashkil qiladi. Xuddi shunday birinchi satr elementlari a_1, b_1 ikkinchi satr elementlari a_2, b_2 dan iboratdir.

a_1, b_2 elementlari bosh diagonali elementlari deyiladi.

Shunday qilib ikkinchi tartibli determinantning hisoblash uchun bosh diagonalaning turgan elementlari ko'paytmasidan yordamchi diagonali turgan elementlari ko'paytmasini ayirish kerak ya'ni

$$\begin{vmatrix} a_1 b_1 \\ a_2 b_2 \end{vmatrix} = a_1 * b_2 - a_2 * b_1$$

Determinantning xossalari.

1-xossa Determinantning hamma ustunlari uning mos satrlari bilan (yoki aksincha) o'rnini almashtirishdan determinant o'zgarmaydi.

2-xossa Determinantning istalgan ikkita satrining (yoki ikki ustunining) o'rinlari almashtirilsa determinantning faqat ishorasi o'zgarmaydi.

3-xossa Ikkita satri yoki ikkita ustuni bir xil bo'lgan determinantning qiymati nolga teng.

4-xossa Biror satr yoki ustun elementlarning umumiy ko'paytivchisi determinant belgisidan tashqariga chiqarish mumkin.

5-xossa Agar determinant biror i-satri (ustuni)ning har bir elementini ikkita qo'shiluvchining yig'indisidan iborat, ya'ni $a_{ik}=b_k+c_k$ (k=1,2…n) bo'lsa, u holda berilgan determinant shunday ikkita determinantning satridan boshqa satrlar dastlabki determinantnikiday bo'ladi.

6-xossa Determinantning biror ustun (satr) elementlariga boshqa ustuning (satrining) bir xil songa ko'paytirilgan mos elementlarini qo'shishdan determinantning qiymati o'zgarmaydi.

7-xossa Determinantning biror ustuni(satri) elementlari algebrik to'ldiruvchilari bilan ko'paytmasining yig'indisi nolga teng.

Ellips.

Konus kesimlaridan biri u tekislikning shunday nuqtalaridan iboratki, bu nuqtalarning har biridan berilgan ikki F_1va F_2 nuqtalarigacha (ellipsning fokuslarigacha) masofalar yig'indisi o'zgarmas bo'ladi. Odatda bu o'zgarmas kattalik $2a$ bilan belgilanadi Bu tarifdan ellipsning fokuslari orqali o'tuvchi to'g'ri chiziq bilan F_1 F_2 kesmaning o'rta perpendikulyari ellipsning simmetriya o'qlari bo'lishini o'rnatish mumkin. Bu to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasi 0 ellipsning simmetriya markazi bo'ladi.

$|MF_1| + |MF_2| = 2a$

Uni soddagina qilib markazi deyishadi.

Agar aytilgan to'g'ri chiziqlar koordinata o'qlari sifatida qabul qilinsa ellipsning tenglamasi ushbu ko'rinishda yoziladi

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Ellipsning tenglamasidan u absissalar o'qini $(a, 0)$ va $(-a, 0)$ nuqtalarda ordinatalar o'qini esa (b, 0) va $(-b, 0)$ nuqtlarda kesishi kelib chiqadi. Bu nuqta ellipsning uchlari deyiladi. Absissalar o'qidagi uchlar orasidagi kesma katta o'qi ordinata o'qidagi uchlar orasidagi kesma esa kichik o'q deb ataladi o'qlarning uchlaridan ellipsning markazigacha bo'lgan kesmalari yarim o'qlari deyiladi.

Evklid fazosi.

P Haqiqiy sonlar maydoni ustida v_n chiziqli fazoda skalyar ko'paytirishdan aniqlangan bo'lsa u holda V_n Evklid fazosi deyiladi.

Haqiqiy sonlar maydoni ustida geometrik vektorlar fazosi V_3 Evklid fazosidir.

Bu fazoda skalyar ko'paytma (x,y) $=|x| * |y| \cos\varphi$ (1)

qoida bo'yicha aniqlanadi.

Demak x va y vektorlar skalyar ko'paytmasi bu vektorlar uzunliklarning ko'paytmasi ular orasidagi burchak kosinusiga ko'paytirilganiga teng (1)

ko'paytirish quyidagi aksiomani qanoatlantiradi.

1) (y,x)$=|y| * |x|\cos(-\varphi)=|x| * |y|\cos\varphi$=(x,y)

2) b> 0 shartda (bx,y)$=|bx| * |y|\cos\varphi$

b$|x| * |y|\cos\varphi$=b(x,y)

b=-c< 0 shartda $|b| = c > 0$

bo'lib (bx,y)$=|bx| * |y|\cos(180° + \varphi)$ $=b|x| * |y|(-\cos\varphi)=-c|x| * |y|\cos\varphi)$

=b(x,y) b=0 shartda (bx,y)=(0*x,y)=(0,y)=0=0*(x,y)=b(x,y).

Fazoda tekislikning umumiy tenglamasi.

x,y va z o'zgaruvchili birinchi darajali umumiy tenglamani qaraylik

Ax+By+Cz+D=0 (1)

A, B va C koeffisentlardan kamida bittasi noldan farqli , aks holda biz tenglamaga emas ,balki D=0 ayniyatga ega bo'lar edik Aniqlik uchun C$\neq$0 deb (1) tenglamani quyidagicha yozub olaylik

A(x-0)+B(y-0)+C(z-$\frac{D}{C}$) (2)

(2) tenglama (1) tenglamaga teng kuchli (2) tenglamani

A(x-x_1)+B(y-y_1)+C(z-z_1)=0   ($1'$) tenglama bilan taqqoslab, u va demak unga teng kuchli bo'lgan (1)   tenglama ham N=Ai+Bj+Ck normal vektorga ega, M_1(0;0-D/C) nuqta orqali o'tuvchi tekislik tenglamasini ko'ramiz. O'zgaruvchi x,y,z dekart koordinatalarga nisbatan birinchi tartibli bo'lgan har qanday Ax+By+Cz+D=0 tenglama biror tekislikning tenglamasini ifodalaydi Bunda A,B,C koeffisentlar tekislik normal vekotirining koordinatalari o'qidagi proyeksiyalaridir. (1) tenglama tekislikning umumiy tenglamasi deyiladi.

Fazoda to'g'ri chiziq tenglamalari.

Dekart koordinatalar sistemasida

$A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$

$A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$

Tenglama bilan aniqlangan $T_1\ vaT_2$ tekisliklar berilgan bo'lsin. Qaralayotgan bu tekisliklar o'zaro parallel bo'lmasin. Ravshanki, bu holda ular biror to'g'ri chiziq bo'yicha kesishadi. Bu to'g'ri chiziqni ushbu

$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

sistemaning yechimlari to'plamidan iborat deb qarash mumkin. $T_1\ vaT_2$ tekiskiklar o'zaro parallel bo'lmagan uchun $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$ tengliklar bir vaqtda bajarilmaydi. Faraz qilaylik $\frac{A_1}{A_2} \neq \frac{B_1}{B_2}$ bo'lsin.

Ma'lumki, bu Sistema cheksiz ko'p yechimga ega. Bu yechimlarini topish uchun no'malumlaridan birini, masalan z ning tayinlangan z_0 qiymatini olamiz.z_0 qatnashgan va ozod hadlarini tenglamananing o'ng tomoniga o'tkazib (1) sistemani

$$\begin{cases} A_1x+B_1y=-D_1-C_1z_0 \\ A_2x+B_2y=D_2-C_2z_0 \end{cases} \quad (3)$$

ko'rinishda ifodalaymiz. $\frac{A_1}{A_2}\neq\frac{B_1}{B_2}\left(\begin{vmatrix} A_1 B_1 \\ A_2 B_2 \end{vmatrix}\neq 0\right)$ munosabatni e'tiborga olib (2) sistemani x va y ga nisbatan yechamiz:

$$x=\frac{\begin{vmatrix} -D_1-C_1z_0 & B_1 \\ -D_2-C_2z_0 & B_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{vmatrix}}, \qquad y=\frac{\begin{vmatrix} A_1 & -D_1-C_1z_0 \\ A_2 & -D_2-C_2z_0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{vmatrix}}$$

z_0 ga mos yechimlarini $x_0\ va y_0$ orqali belgilaylik. SHunday qilib, (1) sistemaning (x_0,y_0,z_0) yechimini topdik. Endi z_0 ga turli qiymatlar berish orqali sistemaning qolgan cheksiz ko'p yechimlarining topilishi ravshan. Demak (3) Sistema yechimlari orqali ifodalanadigan to'g'ri chiziq nuqtalarini aniqlash mumkin ekan. Masala shu to'g'ri chiziq tenglamasidan topishdan iborat. Qaralayotgan to'g'ri chiziqda M(x_0,y_0,z_0) nuqta bilan qatorda ixtiyoriy P(x,y,z) nuqta olaylik. U holda bu nuqtalarning koordinatalalari T_1, vaT_2 tekiskil tenglamasini qanoatlantiradi:

$$\begin{cases} A_1x_0+B_1y_0+C_1z_0+D_0=0 \\ A_2x_0+B_2y_0+C_2z_0+D_0=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0 \\ A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0 \end{cases}$$

Bu sistemalardan quyidagi sistemani hosil qilamiz:

$$\begin{cases} A_1(x-x_0)+B_1(y-y_0)+C_1(z-z_0)=0 \\ A_2(x-x_0)+B_2(y-y_0)+C_2(z-z_0)=0 \end{cases}$$

$\begin{vmatrix} A_1 B_1 \\ A_2 B_2 \end{vmatrix}\neq 0$ bo'lgani uchun bu sistemani (x-x_0) $va(y-y_0)$ ga nisbatab yechib topamiz:

x-x$_0$=$\frac{\begin{vmatrix} B_1 & C_1 \\ B_2 & C_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{vmatrix}}$(z-z$_0$), y-y$_0$=$\frac{\begin{vmatrix} C_1 & A_1 \\ C_2 & A_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{vmatrix}}$(z-z$_0$).

Bu tengliklardan M(x_0, y_0, z_0) va $P(x, y, z)$ nuqtalardan o’tuvchi quyidagi to’g’ri chiziq tenglamasiga ega bo’lamiz

$$\frac{x - x_0}{\begin{vmatrix} B_1 & C_1 \\ B_2 & C_2 \end{vmatrix}} = \frac{y - y_0}{\begin{vmatrix} C_1 & A_1 \\ C_2 & A_2 \end{vmatrix}} = \frac{z - z_0}{\begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{vmatrix}}$$

Bu yerda

$$x_0 = \frac{\begin{vmatrix} -D_1 - C_1 z_0 & B_1 \\ -D_2 - C_2 z_0 & B_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{vmatrix}}, \qquad y_0 = \frac{\begin{vmatrix} A_1 & -D_1 - C_1 z_0 \\ A_2 & -D_2 - C_2 z_0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{vmatrix}}.$$

Ushbu

$$\begin{vmatrix} B_1 & C_1 \\ B_2 & C_2 \end{vmatrix} = l, \quad \begin{vmatrix} C_1 & A_1 \\ C_2 & A_2 \end{vmatrix} = m, \quad \begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{vmatrix} = n$$

Belgilashlar yordamida oxirgi tengliklar

$$\frac{x-x_0}{l} = \frac{y-y_0}{m} = \frac{z-z_0}{n} \quad (3)$$

ko’rinishga keladi Odatda (3) tenglama to’g’ri chiziqning kanonik tenglamasi deyiladi.

Agarda (3) tenglamada

$$\frac{x-x_0}{l} = \frac{y-y_0}{m} = \frac{z-z_0}{n} = t \ (t \in R)$$

deb olsak

$$\begin{cases} x = x_0 + lt \\ y = y_0 + mt \\ z = z_0 + nt \end{cases}$$

tenglamalar sistemasi hosil bo’ladi. Uni to’g’ri chiziqning parametric tenglamasi deyiladi.

Giperbola.

Konus kesimlaridan biri uni tekislikdagi $\boldsymbol{M}$ nuqtalarning geometric o'rni bo'lib bu nuqtalar bilan berilgan ikki ($\boldsymbol{F_1}$va $\boldsymbol{F_2}$ nuqtagacha masofalar ayirmasi o'zgarmas $\boldsymbol{2a}$ bo'lgan figura sifatida ta'riflash giperbola fokuslari deyiladi) Fokuslardan o'tuvchi to'g'ri chiziq va fokuslardan teng uzoqlikda $\boldsymbol{F_1}$ $\boldsymbol{F_2}$ to'g'ri chiziqga perpendikulyar o'tuvchi to'g'ri chiziq giperbolaning simmetriya o'qlari bo'lib xizmat qiladi.

Bu to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasi giperbolaning markazi deyiladi. Agar simmetriya o'qlari – koordinata o'qlari deb qabul qilinib absissa o'qi sifatida $\boldsymbol{F_1(c,\ 0)}$ **va** $\boldsymbol{F_2\,(-\,c,\ 0)}$ fokuslar orqali o'tuvchi o'q tanlansa u holda giperbolaning tenglamasi $\boldsymbol{\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1}$ ko'rinishda yoziladi bu yerda $\boldsymbol{b = \sqrt{c^2 + a^2}}$ $\boldsymbol{(a, 0)}$ va $\boldsymbol{(-\,a,\ 0)}$ nuqtalar giperbolaning uchlari denuqtalar giperbolaning uchlari deyiladi. Giperbola ordinata o'qiga nisbatan turli yarim tekisliklarda yotgan ikkita tarmoqdan iborat giperbolaning xarakteri xususiyati uning to'g'ri chiziqlariga $\boldsymbol{(y = \frac{y}{b}x}$ va $\boldsymbol{y = -\frac{y}{b}x)}$ egaligidir. Giperbola boshqa konus kesimlari kabi optik xossaga ega. Bu xossa quyidagicha bayon qilinadi. Giperbolaning fokuslaridan birida joylashgan yorug'lik manbadan chiqayotgan nur giperboladan aks etgan g'oya boshqa fokusdan chiqayotgan harakat qiladi.

Geometriya.

Geometriya-eng qadimgi matematik fanlardan biri. Biz geometriyaga taalluqli birinchi faktlarini Bobilning mixxatli jadvallaridan va misrliklarning papiruslaridan shuningdek, boshqa manbalardan topamiz. <<Geometriya>> fanning nomi qadimgi yunon tilidan olingan. U qadimgi ikki yunon so'zi (geo-<<Yer>> va metreo-<<o'lchayman >>)-dan olingan.

bilimlarning vujudga kelishi odamlarning amaliy faoliyati bilan bog’liq.

Gauss usuli.

Chiziqli tenglamalar sisistemasini yechishda (ya’ni uning yechimlarini topishda) noma’lumli ketma-ket yo’qotishdan iborat Gau ss usulini qo’llaymiz
Faraz qilaylik koeffisientlari p sonlar maydoniga tegishli bo’lgan

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

Sistema berilgan bo’lib, unda $a_n \neq o$ shart bajarilishi (1) ga ekvivalent bo’lgan quyidagi Sistema hosil bo’ladi.

Bu yerda a_{ki}’=-$\frac{a_i}{a_{11}}a_{12} + a_{ki}$; $b_k' = -\frac{a_i}{a_{i1}}b_i = b_k$ (k=$\overline{2,m)}$ xususiy holda barcha $a_{ki}' = 0$ bo’lishi mumkin.

Xususiy holda barcha a’$_{ki}$=o bo’lishi ham mumkin.

Endi (2) sistemani yechish uchun a’$_{ki}\neq$o bo’lganda

Agarda(3) sistemada biror tenglamaning barcha koeffisintlari nollardan iborat bo’lib, ozod had nollardan farqli bo’lsa quyidagi; ma’noga ega bo’lmagan tenglik hosil bo’ladi;

$0*x_1+0*x_2+\ldots\ldots+0*x_{n=}d\neq0$

Agar, shu hol yuz bersa berilgan Sistema yechimga ega bo’lmaydi.

Grafik.

Funksiyaning grafigi- uni tasvirlash usullaridan biri. U yoki bu funksiyani turlicha masalan, gap bilan tavsiflash mumkin. Funksiyani har bir tasvirlash usulining o’z afzalliklari bor. Agar funksiyani oddiy gaplar bilan tavsiflashga erisha olsa, bu usul funksiyani berilishining albatta eng soda va tushunarlisi bo'ladi. Funksiyani tasvirinig grafik usuli yaqqol usulidir. Funksiya grafigi uning argumenti o'zgara borishida funksiyaning o'zgarish xarakteri haqida yaxlit tasavvur beruvchi chiziq y=f(x) funksiya grafigi koordinata tekisligidagi (x,y) nuqtalar to'plamidir, bu yerda x ga funksiyaning aniqlanish sohasidan mumkin bo'lgan barcha qiymatlari beriladi. va ana shunday har bir x uchun y=f(x) funksional bog'lanish yordamida aniqlanadi. Ko'p funksiyalarning grafiklari shu funksiyalarga monand nomga ega sinus funksiyaning grafigi sinusoida, tangens funksiyaning grafigi tangensoida logarifmik funksiyaning grafigi logarifimika deyiladi. Funksiya grafigining eskizini chizish uchun funksiya ustida dastlabki tadqiqot olib boriladi.So'ng bosqichma-bosqich quyidagi yo'l tutiladi. Funksiyaning aniqlanish sohasi va qiymatlar sohasi topiladi, bu esagrafik qayerda joylanishi koordinata o'qlarida mashtab tanlanishi belgilaydi. funksiyaning uzluksizligi oraliqlari topiladi va uning uzilishi

Ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchak parallelik va perpendikulyarlik shartlari.

Ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchak deb, ularning kesishishidan hosil bo'lgan To'rtta burchakdan biriga aytiladi, qaysikim u qolganlaridan katta emas . Ikkita to'g'ri chiziq orasidagi yo'nalgan burchak deb, ularning shunday
$\overrightarrow{a_1}$ **va** $\overrightarrow{a_2}$ yo'naltiruvchi vektorlar orasidagi $(\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2})=\varphi$ burchagiga aytiladiki,
$-\frac{\pi}{2} \le (\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2}) \le \frac{\pi}{2}$ yoki $-\frac{\pi}{2} \le \varphi \le \frac{\pi}{2}$ Agar $\vec{a}$ **va** $\vec{b}$ berilgan to'g'ri chiziqlarning ixtiyoriy yo'naltiruvchi vektorlari bo'lsa va **(i, j)** bazisgacha nisbatan $\vec{a}(a_1, a_2)$, $\vec{b}(b_1, b_2)$ koordinatalarga ega bo'lsa u holda

tg $\boldsymbol{\varphi}$**=** **tg(**$\overrightarrow{\boldsymbol{a_1}}, \boldsymbol{a_2}$**)** yoki **tg** $\boldsymbol{\varphi}$**=** $\begin{vmatrix} \boldsymbol{a_1} & \boldsymbol{b_1} \\ \boldsymbol{a_2} & \boldsymbol{b_2} \end{vmatrix}$ To'g'ri chiziqlarning perpendikulyarlik sharti $\mathbf{AA_2+B_1B_2=0}$ Agar to'g'ri chiziqlar $\mathbf{d_1: y=k_1}\, \boldsymbol{x+b_1}$ $\mathbf{d_2: y=k_2}\, \boldsymbol{x+b_2}$ tenglamalar bilan berilgan bo'lsa, ular orasidagi burchak **tg** $\boldsymbol{\varphi}$ **=** $\dfrac{\boldsymbol{k_2-k_1}}{\boldsymbol{1+k_1 k_2}}$

formula bilan topiladi .

Bu to'g'ri chiziqlarning perpendikulyar sharti $\boldsymbol{k_1 k_2}$**+1=0** formula bilan beriladi, ya'ni $\boldsymbol{k_2 = -\dfrac{1}{k_1}}$.

Ikkinchi tartibli chiziqlar.

Dekart koordinatalar sistemasida har qanday birinchi tartibli ikki o'zgaruvchili tenglama ya'ni **A**$\boldsymbol{x}$**+B**$\boldsymbol{y}$**+**$\boldsymbol{c}$ **=0** ko'rinishdagi tenglama (A va B koeffisientlar bor vaqtda nolga teng emas) to'g'ri chizaq tenglamasini ifodalaydi. Endi ikkinchi tartibli ikki o'zgaruvchan tenglamalarni tekshiramiz. Bunday tenglamalar bilan ifodalanuvchi nuqtalar to'plami ikkinchi tartibli chiziqlar deyiladi.

Isbot.

Isbot-berilgan tasdiqning tog'riligi aniqlanadigan mushohada (bir fikrdan ikkinchi fikrni keltirib chiqarish) lar zanjiri Isbot-klassik matematikada fikr to'g'riligini o'rnatishning yagona usulidir. U matematikada o'zining bunday alohida rolini tezgina egallagan deyish yaramaydi. Isbot yunon geometriyasida ham birdan paydo bo'lgan emas Arximed (eramizdan oldingi III asrda) avval <<topilgan, lekin isbotlanmagan>> natijalar haqida eslatadi.

To'g'riligi ravshan bo'lgan, isbot uchun asos qilib olish haqida kelishilgan va ulardan boshqa xulosalar sof mantiqiy yo'l bilan keltirib chiqariladigan tasdiqlar (aksiomalar) deb ataladi.

Teoremaning isboti, odatda aslida bu teoremaning qanday qilib kelish mumkinligi haqida biron-bir informatsiya bermaydi. XVII asrdan boshlab matematiklar boshqa fanlar vakillaridan farqli ravishda haqiqatni aniqlashning ishonchli yo'li-isbotlashga ega ekanliklarini anglay boshlagan.

Jism hajmi.

Geometrik jismning o'lchamini ifodalovchi kattalik Kundalik hayotimizda turli jismning o'lchamini aniqlashga duch kelamiz Masalan yashik quti hajmini aniqlash kerak uni hisoblash qiyin emas To'g"ri burchakli parallepipedning hajmi bo'yi , eni va balandligi kattaliklar ko'paytmasi kabi topiladi.

Bu o'lchamlarning hammasi ayni bir chiziqli birlikda (masalan smlarda) ifodalangan bo'lishi kerak. Agar jismni qismlarga ajratib so'ngra ular boshqacharoq birlashtirilsa , u holda hosil bo'lgan yangi jismning hajmi dastlabki jismning hajmiga teng bo'ladi. Turli jismlarning hajmlari uchun formula izlanganda Mana shu qoidadan foydalaniladi. Masalan og'ma parallelepipedni birlashtirishdan keyin to'g'ri parallelepipedni birlashtirshdan keyin to'g'ri parallipedning hosil bo'ladigan qismlarga ajratish mumkin Bunday og'ma parallepepidning hajmi asosining yuzi balandligi ko'paytmasiga teng ekani kelib chiqadi. Murakkab jismlarning hajmlarini ularning ichiga soddaroq jismlarni yasab topish mumkin.

Kompleks sonlar.

a+ib ko'rinishidagi sonlar kompleks sonlar deyiladi;

bu yerda a va b-haqiqiy sonlar i-alohida turdagi son bo'lib uning kvadrati -1 ga teng ya'ni $i^2=-1$

ixtiyoriy z=(x,y) kompleks sonni

z=x+iy (1)

ko'rinishda yozish mumkin ekan.Odatda kompleks sonning(1) ko'rinishi uning algebraik ko'rinishi deyiladi. Bunda x-haqiqiy son z kompleks soning haqiqiy qismi deyiladi va u Rez kabi belgilanadi:

$$x=Rez$$

(Re lotincha realis – haqiqiy degan ma'noni anglatuvchi so'zdan olingan)

U haqiqiy son z kompleks sonning mavhum qismi deyiladi va u Imz kabi belgilanadi:

$$Y=Imz$$

(Im lotincha Imaginarins-$< mavhum >$ degan ma'noni anglatuvchi so'zdan olingan)

Kompleks sonning geometrik tasviri.

Ixtiyoriy z(Z∈ C)kompleks sonni olaylik Bu son (x,y) juftlik bilan aniqlansin

Z=(x,y) (X∈ R_x,Y∈ R_y)

Tekislikda absissasi x ga ordinatasi esa yga teng bo'lgan nuqta Z kompleks sonning geometrik tasviri deyiladi. (a-chizma)

Xususan (x,0)=x ko'rinishdagi kompleks sonning (haqiqiy sonning) geometric tasviri absissalar o'qida joylashgan nuqta bo'ladi (0,y)=yi ko'rinishdagi kommpleks sonning (sof mavhum sonning) geometric tasviri esa ordinatalar o'qida joylashgan nuqta bo'ladi.

Absissalar o'qi haqiqiy o'q ordinatalar o'qi esa mavhum o'q deb yuritiladi.

Demak,$\mathbb{C}$ to'plamda olingan har bir kompleks songa tekislikda, bu tasvirlovchi bitta nuqta mos kelar ekan.

Endi tekislikda ixtiyoriy nuqta olaylik uning absissasi X., ordinatasi y bo'lsin.

Bu sonlardan tuzilgan (x,y) juftlik bitta kompleks son mos qo'yish bilan tekislikda aniqlaymiz.Bu esa $\mathbb{C}$ to'plamning geometrik tasviri.

Kompleks sonning trigonometrik shakli.

Ixtiyoriy z=x+iy (1)

Kompleks sonni olaylik

Tekislikda koordinatalari x va y bo'lgan M(x,y) nuqtani qaraymiz.

Ma'lumki, $\overrightarrow{OM}$ shu M nuqtaning radius-vektori deyiladi; Bu radius vektorning uzunligi r, uning ox o'qi bilan tashkil etgan burchagi φ bo'lsin (1-chizma) 1-chizmada tasvirlangan OMB to'g'ri burchakli uchburchakdan tapamiz.

X=r$\cos\varphi$, (0$\leq \varphi \leq 2\pi$)

Y=r$\sin\varphi$

Unda (1) kompleks sonni quyidagicha

z=x+iy=r$\cos\varphi + ir\sin\varphi$

z=r($\cos\varphi + i\sin\varphi$) (2)

Ifodalanadi.

Odatda kompleks sonning bu ifodasi uning trigonometrik ko'rininshi deyiladi.

Yana Δ OMB dan Pifagor teoremasiga ko'ra

r=$|z|$=$\sqrt{x^2 + y^2}$ (o$\leq r < +\infty$)

hamda

$\tan\varphi = \frac{y}{x}$ ya'ni $\varphi = arctan\frac{y}{x}$ (3).

Ixtiyoriy z=x+iy (1)

Kompleks sonni olaylik

Tekislikda koordinatalari x va y bo'lgan M(x,y) nuqtani qaraymiz.

Ma'lumki, $\overrightarrow{OM}$ shu M nuqtaning radius-vektori deyiladi; Bu radius vektorning uzunligi r, uning ox o'qi bilan tashkil etgan burchagi φ bo'lsin (1-chizma) 1-chizmada tasvirlangan OMB to'g'ri burchakli uchburchakdan tapamiz.

X=rcos φ, $(0\leq \varphi \leq 2\pi)$

Y=rsin φ

Unda (1) kompleks sonni quyidagicha

z=x+iy=rcos $\varphi + ir\sin\varphi$

z=r$(\cos\varphi + i\sin\varphi)$ (2)

Ifodalanadi.

Odatda kompleks sonning bu ifodasi uning trigonometrik ko'rininshi deyiladi. Yana Δ OMB dan Pifagor teoremasiga ko'ra

r=$|z|$=$\sqrt{x^2+y^2}$ (o$\leq r < +\infty$)

hamda

$\tan\varphi = \frac{y}{x}$ ya'ni $\varphi = arctan\frac{y}{x}$ (3).

Kompleks sonlar ustida arfimetik amallar.

Kompleks sonning bu ko'rinishidaki

$Z_1=x_1+iy_1$,

$Z_2=x_2+iy_2$

Kompleks sonlarning tengligi; yig'indisi; ayirmasi;ko'paytmasi va nisbati quyidagicha:

$z_1=z_2 <=> x_1=x_2$ $y_1=y_2$

$z_1+z_2=(x_1+x_2)+(y_1+y_2)i$

$z_1-z_2=(x_1-x_2)+(y_1-y_2)i$

$z_1 * z_2 = (x_1 * x_2 - y_1 * y_2) + (x_1 * y_2 + y_1 * x_2)i$

$\frac{z_1}{z_2} = \frac{x_1 * y_2 + y_1 * y_2}{x_2^2 + y_2^2} + i\frac{x_2 * y_1 + y_2 * x_1}{x_2^2 + y_2^2}$

bo’ladi.

Ixtiyoriy $z=x+iy$ kompleks son berilgan bo’lsin.

Ushbu $x-iy$ kompleks son $z=x+iy$ kompleks sonning qo’shmasi deyiladi va $\bar{z}$ kabi belgilanadi.

$\bar{z} = x-iy$

Quyidagi tenglik o’rinlidir;

1) $z+\bar{z}=2x$

2) $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$

3) $\overline{z_1 - z_2} = \overline{z_1} - \overline{z_2}$

4) $\overline{z_1 * z_2} = \overline{z_1} * \overline{z_2}$

5) $\left(\frac{\bar{z}_1}{z_2}\right) = \frac{\overline{z_1}}{z_2}$ $(z_2 \neq 0)$

6) $(\bar{z}) = z$

Bu tengliklar to’g’riligidan ko’rsatish qiyin emas. Biz ularnidan birining masalan $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$ tenglikning o’rinli bo’lishini ko’rsatamiz.

Aytaylik

$z_1 = x_1 + iy_1$, $z_2 = x_2 + iy_2$

bo’lsin unda

$\overline{z_1} = x_1 - iy_1$, $\overline{z_2} = x_2 - iy_2$

bo'ladi ravshanki

$\overline{z_1}+\overline{z_2}=(x_1-iy_1)+(x_2-iy_2)=(x_1+x_2)-(y_1+y_2)i$.

Kvadratik formalar.

Turli amaliy masaalalarni yechishda kvadratik formalar o'rganishga to'g'ri keladi.

Ta'rif : n o'zgaruvchining kvadratik formasi L$(x_1,x_2,\cdots x_n)$ deb har bir hadi qandaydir koeffisient bilan o'zgaruvchilaardan birining kvadrati yoki ikkita turli o'zgaruvchining ko'paytmasidan iborat yig'indiga aytiladi.

L$(x_1,x_2,\cdots,x_n)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}a_{ij}\,x_i x_j$ (1)

Bu yerda a_{ij} koeffisentlar haqiqiy va $a_{ij}=a_{ji}$ deb faraz qilamiz . Kvadratik formaning koeffisentlaridan tuzilgan A=a_{ij} (I,j=$\overline{1,n}$)

matritsaga kvadratik formaning matritsasi deyiladi.

Bu A matritsada $a_{ij}=a_{ji}$ bo'lgani simmetrik matritsa bo'ladi

Kvadratik formaning matritsa ko'rinishdagi yozilishi quyidagichadir.

L=X'AX (2)

Bu yerda x=$(x_1,x_2,\cdots,x_n)$' o'zgaruvchining ustun matritsasi.

Kroneker-Kopelli teoremasi.

Chiziqli tenglamalar sistemasining birlashgan sistemasi bo'lish uchun uning asosiy va kengaytirilgan matritsalari ranglari teng bo'lish zarur va yetarli.

Isboti:

$$\begin{cases} a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots+a_{1n}x_n=b_1 \\ a_{21}x_2+a_{22}x_2+\cdots+a_{2n}x_n=b_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{s1}x_1+a_{s2}x_2+\cdots+a_{sn}x_n=b_n \end{cases} \qquad (1)$$

(1) Sistema birgalikda bo'lsin va k_1, k_2……k_n uning yechimlardan biri bo'lsin Bu sonlarni (1) sistemadagi no'malumlar o'rniga qo'yib, s ta ayniyat hosil qilamiz. Bu ayniyatlar A matritsaning oxirgi ustuni bo'lgan barcha ustunlaring mos ravishda k_1,k_2,…..k_n koeffisentlari bilan olingan yig'indisi ekanligini ko'rsatadi.

$\bar{A}$ matritsaning har qanday boshqa ustuni A matritsaga ham kiradi va shuning uchun bu matritsalar barcha ustunlar orqali chiziqli ifodalanadi. Aksincha, A matritsaning har qaysi ustuni $\bar{A}$ ning ham ustuni bo'ladi ya'ni bu matritsaning ustunlari orqali chiziqli ifodalanadi Bu yerdan A va$\bar{A}$ matritsalarning ustunlari sistemasi o'zaro ekvivalent ekanligi kelib chiqadi.

SHuning uchun boshqacha aytganda A va $\bar{A}$ matritsalarning ranglari o'zaro teng.

Kramer qoidasi.

Ushbu

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots a_{2n}x_n = b_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{n1}x_{1+}a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}$$

(1) sistemaning yechimi asosan quyidagi determinantga bog'liq

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11}a_{12} \dots a_{1n} \\ a_{21}a_{22} \dots a_{2n} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{n1}a_{n2} \dots a_{nn} \end{vmatrix}$$

(2) determinant (1) tenglamalar sistemasidagi noma'lumlar oldidagi koeffisintlardan tuzilgan U (1) sistemaning determinant deyiladi.

Agar bo'ls$\Delta \neq o$ a , Sistema yagona yechimga ega bo'ladi va bu yechim

$X_1=\frac{\Delta_1}{\Delta}$; $x_2=\frac{\Delta_2}{\Delta}$ ………..;$x_n=\frac{\Delta_n}{\Delta}$

Formula yordamida topiladi Bu yerda Δ_1 determinant Δ determinantning birinchi ustuni elementlarini ozod hadlari bilan almashtirishdan (ya'ni(1) sistemadagi nomalumlar oldidagi koeffisientlarni ozod hadlar bilan almashtirishdan hosil bo'ladi Δ_3,....................Δn lar ham shunga o'xshash hosil qilanadi.

n ta chiziqli tenglamalar sistemasini yechishning usuli Kramer qoidasidan deyiladi.

Matritsa.

Sonlardan tuzilgan to'g'ri burchakli jadval ko'pincha // yoki bu malumotlrar sonlarni to'g'ri burchakli jadval ko'rinishda joylashtirishga to'g'ri keladi masalan agar uchta zavod beshta har xil turdagi mahsulot chiqarayotgan bo'lsa, u holda joylashtirishga to'g'ri keladi masalan agar uchta zavod beshta har xil turdagi mahsulot chiqarayotgan bo'lsa, u holda yillik ishlab chiqarish haqidagi hisobot ushbu.

$$X=\begin{pmatrix} x_{11}x_{12}x_{13}x_{14}x_{15} \\ x_{21}x_{22}x_{23}x_{24}x_{25} \\ x_{31}x_{32}x_{33}x_{44}x_{55} \end{pmatrix}$$

Jadval ko'rinishda berilishi mumkin bu yerda x_{ij} bilan i-nchi zavod tomonidan yil davomida ishlab chiqarilgan j-turdagi mahsulot miqdori belgilangan. Bu jadval qisqacha.

X=$\left(x_{ij}\right)$ kabi belgilaymiz va uni uchta satr va beshta ustunli to'g'ri burchakli matritsa yoki qisqacha (mxn)- martitsa n esa bu matritsaning tartibi deyiladi.

Agar kelgusi yil davomati mahsulot assortimenti o'zgargan bo'lsa u holda ikkinchi Yil uchun ishlab chiqarish hisoboti ham y=y_{ij} matritsa ko'rinishda bo'ladi .Lekin bu holda ikki yillik mahsulot chiqarish.

X+Y=$(x_{ij} + y_{ij})$ matritsa bilan matritsani qo'shganda bu matritsalarning mos elementlari qo'shiladi

Matritsa ustida amallar.

P maydon ustidagi istalgan ikki nomdosh matritsani qo'shish ushbu qoida bo'yicha bajariladi.

A+B=

$$\begin{pmatrix} a_{11}a_{12} \dots a_{1n} \\ a_{21}a_{22} \dots a_{2n} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}a_{m2} \cdots a_{mn} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11}b_{12} \cdots b_{1n} \\ b_{21}b_{22} \cdots b_{2n} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ b_{m1}b_{m2} \cdots b_{mn} \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} a_{11} + b_{11}, a_{12} + b_{12}, \dots, a_{1n} + b_{1n} \\ a_{21} + b_{21}, a_{22} + b_{22}, \dots, a_{2n} + b_{2n} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1} + b_{m1}, a_{m2} + b_{m2}, \dots., a_{mn} + b_{mn} \end{pmatrix}$$

Demak , yig'indi matritsaning $a_{ij} + b_{ij}$ elementlari qo'shiluvchi matritsalarning mos $a_{ij} va b_{ij}$ elementlari yig'indilarga teng bo'lib, yig'indi matritsa qo'shiluvchi matritsalar bilan nomdoshdir.

Matritsalar qo'shish kommutativ va assoitiv ekanligi ravshan chunki bu amal matritsalari qo'shiluvchi matritsalar bilan nomdosh. Matritsalar elementlarini, ya'ni sonlarni qo'ishdan iborat shunday qilib istalgan (mxn) matritsalar uchun

A+B=B+A, (A+B)+C=A+(B+C)

Hamma elementlari nollardan iborat

$$0=\begin{pmatrix} 0\ 0..0 \\ 0\ 0..0 \\ \dots\dots\dots \\ 0\ 0..0 \end{pmatrix}$$

Matritsani nol-matritsa deb ataymiz o bilan nomdosh har bir A matritsa uchun A+0=A dir

Ushbu

$$-A=-\begin{pmatrix} a_{11}a_{12}\dots a_{1n} \\ a_{21}a_{22}\dots a_{2n} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots.. \\ a_{m1}a_{m2}\dots a_{mm} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -a_{11}-a_{12}\dots -a_{1n} \\ -a_{21}-a_{22}\dots -a_{2n} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ -a_{m1}-a_{m2}\dots a_{mn} \end{pmatrix}$$

Matritsa

$$A=\begin{pmatrix} a_{11}a_{12}\dots a_{1n} \\ a_{21}a_{22}\dots a_{2n} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}a_{m2}\dots a_{mm} \end{pmatrix}$$

Matritsaga qarama-qarshi bo’lib ,A+(-A)=0dir A+(-B) yig’indi A-B ko’rinishda yozib, uni A va B matritsalarning ayirmasi deymiz.

Xususiy holda A-A=0 A-0=A 0-A=-A

Algebrada matritsalarni ko’paytirish qoidasi ham beriladi. Faqat (mxn) matritsani (nxk) matritsaga ko’paytirish mumkin boshqacha aytganda faqat n ustunli matritsani n satrli matritsani ko’paytiriladi.

(mxn)* (nxk)=(mxk)

Matritsaning rangi.

Matritsaning rangi deb uning chiziqli erkli ustunlarning (satrlarning) maksimal soniga aytiladi va u rang A=r ko’rinishda belgilanadi (bunda r-matritsa rangi)

Matritsaning satrlari sistemasi rangi ustunlar sistemasi rangiga teng A matritsa ixtiyoriy k ta satr va k ta ustunni olamiz.

Matritsaning noldan farqli minorlarning eng yuqori tartibi bu matritsaning rangiga teng.

Berilgan matritsa rangini hisoblash uchun quyi tartibli minorlardan yuqori tartibli minorlarga o’tish kerak. Agar nolga teng bo’lmagan (k-tartibli) minorni topgan bo’lsak, u holda bu minorni o’rab turuvchi (k+1)- tartibli minorlarning o’ziga hisoblanadi.

Bunda, agar bu minorlarning barchasi nolga teng bo’lsa, berilgan matritsaning rangi k ga teng bo’ladi.

1-natija Har qanday matritsaning chiziqli erkli satrlarning maksimal soniga, ya’ni bu matritsa rangiga teng.

2-natija n-tartibli determinantning satrlar orasida chiziqli bog’lanish mavjud bo’lgan holdagi va faqat shu holdagina u holga teng bo’ladi.

Matritsaning rangi deb uning chiziqli erkli ustunlarning (satrlarning) maksimal soniga aytiladi va u rang A=r ko’rinishda belgilanadi (bunda r-matritsa rangi)

Matritsaning satrlari sistemasi rangi ustunlar sistemasi rangiga teng A matritsa ixtiyoriy k ta satr va k ta ustunni olamiz.

Muavr formulasi.

\Har qanday z=x+iy kompleks sonni trigonometrik shaklda

$$z=r(\cos\varphi + i\sin\varphi) \quad (1)$$

yoki ko’rsatkichli shaklida

$$z=re^{i\varphi} \quad (2)$$

kabi yoziladi (1) va (2) dan

$e^{i\varphi}=\cos\varphi + i\sin\varphi$ (3)

Eyler formulasiga ega bo’lamiz.

Komleks sonlarni ko’paytirishda, darajaga ko’tarishda, (1) va (2) formulalardan foydalanish maqsadga muvofiqdir

Agar $z_1 = r_1(\cos\varphi_1 + i\sin\varphi)_1$

$z_2 = r_2(\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2)$

Kompleks sonlar berilgan bo’lsa, u holda

$\frac{z_1}{z_2}=\frac{r_1}{r_2}(\cos(\varphi_1-\varphi_2)+i\sin(\varphi_1-\varphi_2))=\frac{r_1}{r_2}e^{i(\varphi_1-\varphi_2)}$,

$z_2 \neq 0$

$z_n^n=r^n(\cos n\varphi+i\sin n\varphi)=r^n e^{in\varphi}$ (4)

(4) formulaga Muavr formulasi deyiladi.

Nuqtadan to'g'ri chiziqgacha masofa.

$\{0,\vec{\imath},\vec{\jmath}\}$ kordinata sistemasiga **d** to'g'ri chiziq $\mathbf{A}x+\mathbf{B}y+c=\mathbf{0}$ tenglamasi bilan va $M_0(x_0,y_0)$ nuqta berilgan bo'lsin. M_0 nuqtadan c / to'g'ri chiziqga perpendikulyar o'tkazamiz va ularning kesishgan **H** bilan belgilaymiz (1-rasm)

H nuqtaning korditalari x_1, y_1 bo'lsa $\overrightarrow{H M_0}=\{x_0-x_1;\ y_0-y_1\}$ bo'ladi.

H nuqta **d** chiziqga tegishli bo'lgani uchun $\mathbf{A}x_1+\mathbf{B}y_1+c=\mathbf{0}$ bo'ladi. Bu vaqtda skalyar ko'paytma quyidagi ko'rinishni olamiz.

$\overrightarrow{H M_0}\cdot\vec{n}=\mathbf{A}(x_0-x_1)+\mathbf{B}(y_0-y_1)=\mathbf{A}x_0+\mathbf{B}y_0$

$-(\mathbf{A}x_1+\mathbf{B}y_1)=\mathbf{A}x_0+\mathbf{B}y_0+c$

Shu bilan birga $|\vec{n}|=\sqrt{A^2+B^2}$ ekanini nazarda tutsak M_0 nuqtadan berilgan d to'g'ri chiziqgacha bo'lgan masofani hisoblash formulasi

$\beta(M_0,\mathbf{d})=\frac{|\mathbf{A}x_0+\mathbf{B}y_0+c|}{\sqrt{A^2+B^2}}$

Parabola.

Konus kesimlaridan biri uni tekislikda berilgan F nuqtagacha va l tog'ri chiziqgacha masofalar teng bo'ladigan M nuqtalar to'plamidan iborat figura deb aniqlash mumkin. Bunda F nuqta parabolaning fokusi l to'g'ri chiziq uning derektsiasi deyiladi. Fokus orqali (4-rasm) Parabolaning derektsiasiga eng yaqin nuqtasi parabolaning uchi deyiladi. Fokus orqali derektsiaga perpendikulyar o'tuvchi to'g'ri chiziq parabloning simmetriya o`qi bo`lib qisqacha parabolaning o`qi deyiladi. Parabolaning ta`rifi uning chizadigan chizmachilik vositasi yasash go`yasiga asos bo`la oladi. Qog`oz va tagida chizg`ichni mahkamlaymiz. Uning bir qismi qirrasi yasaladigan parabolaning derektrisa bo`ladi. Geometriyada parabolaning tenglamasini absissa o`qi parabola o`qi bilan ordinata o`qi uning perpendikulyar va parabaola uchidan o`tuvchi to`g`ri chiziqdan iborat. Koordinatalar sistemasida yozish odat bo'lgan. Bunda parabola tenglamasi

$$y^2 = 2px$$

ko`rinishda bo`ladi. Yozuvdagi *p* soni parabolaning parametric deyiladi. Parabolaning fokusi $(\frac{p}{2}, 0)$ nuqtada yotadi. P ning o`zi FK kesma uzinligiga teng

To'g'ri chiziq va tekislik orasidagi burchak.

To'g'ri chiziq bilan tekislikning orasidagi burchak deb, to'g'ri chiziq bilan uning shu tekislikdagi ortogonal proyeksiyasi orasidagi burchakka aytiladi.

$$\begin{cases} x = x_0 + l_1 t \\ y = y_0 + l_2 t \\ z = z_0 + l_3 t \end{cases} \quad (1) \text{ To'g'ri chiziq}$$

$$Ax+By+Cz+D=0 \quad (2) \text{ Tekislik}$$

Demak (1) va (2) burchaklar orasidagi burchak

$$\sin\Theta = \frac{Al_1 + Bl_2 + Cl_3}{\sqrt{A^2+B^2+C^2} * \sqrt{l_1^2+l_2^2+l_3^2}}$$

formula yordamida topiladi.

To'g'ri chiziqning turli xil tenglamasi.

Tarif: To'g'ri chiziqga parallel har qanday vektor uning yo'naltiruvchi vektori deyiladi. **M**($\boldsymbol{x_0}$, $\boldsymbol{y_0}$) yo'naltiruvchi vektori $\vec{a}$ $(\boldsymbol{a_1}, \boldsymbol{a_2})$ ga ko'ra d to'g'ri chiziqning tenglamasini topish uchun d to'g'ri chiziqdan ixtiyoriy $\mathbf{M}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$ nuqtani olamiz. Bunda $\overrightarrow{\boldsymbol{M_0M}}$ // $\vec{\boldsymbol{a}}$ bo'ladi $\overrightarrow{\boldsymbol{M_0M}}\ (\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x_0}, \boldsymbol{y}-\boldsymbol{y_0})$ Bundan

$$\begin{vmatrix} x-x_0 & a_1 \\ y-y_0 & a_2 \end{vmatrix} = 0 \qquad (1)$$

yoki $\boldsymbol{a_2(x-x_0)-a_1(y-y_0)=0} \quad (\boldsymbol{1'})$

1 To'g'ri chiziqning parametrik tenglamalari

$$\begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \end{cases} \qquad \frac{x-x_0}{a_1} = \frac{y-y_0}{a_2}$$

2 Ikki nuqta orqali o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasi

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1}$$

3 To'g'ri chiziqning koordinata o'qlaridan kesgan (ajratgan) kesmalari bo'yicha tenglamasi $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

4 To'g'ri chiziqning burchak koefitsiyenti tenglamasi

$$\mathbf{k} = \mathbf{tg}\alpha = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

5 Berilgan nuqta orqali o'tib berilgan vektorga perpendikulyar bo'lgan to'g'ri chiziq tenglamasi

$$\mathrm{A}(x-x_1)+\mathbf{B}(y-y_0)=\mathbf{0}$$

6 To'g'ri chiziqning umumiy tenglamasi

$$\mathbf{Ax+By+C=0}$$

Teskari matritsa.

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11}a_{12}\dots a_{1n} \\ a_{21}a_{22}\dots a_{2n} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{n1}a_{n2}\dots a_{nn} \end{vmatrix} \neq 0$$

Ushbu matritsani tuzamiz

$$B=\begin{pmatrix} \frac{A_{11}}{|A|} \frac{A_{21}}{|A|} \cdots \frac{A_{n1}}{|A|} \\ \frac{A_{12}}{|A|} \frac{A_{22}}{|A|} \cdots \frac{A_{n2}}{|A|} \\ \cdots\cdots\cdots \\ \frac{A_{1n}}{|A|} \frac{A_{2n}}{|A|} \cdots \frac{A_{nn}}{|A|} \end{pmatrix}$$

Bunda A_{ij} lar a_{ij} elementlarining algebraic to'ldiruvchilarni ifodalaydi.

Bu matritsa A ga teskaridir Haqiqatdan , AB=C desak , Cning bosh dioganalidagi har bir C_{11} elementini quyidagiga teng bo'ladi.

$$C_{11} = a_{11}\frac{A_{11}}{|A|} + a_{12}\frac{A_{12}}{|A|} + \cdots + a_{1n}\frac{A_{1n}}{|A|} = \frac{a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12} + \cdots + a_{1n}A_{1n}}{|A|} = \frac{|A|}{|A|} = 1$$

Qolgan hamma c_{ij} (i$\neq j$) elementlari uchun

$$c_{ij} = \frac{c_{11}A_{j1} + c_{12}A_{j2} + \cdots + c_{1n}A_{jn}}{|A|} = \frac{0}{|A|} = 0$$

Kelib chiqadi Demak AB=E xuddi shunga o'xshash BA=E ekanligini tekshirish kitobxonga tavsiya etiladi.

Shunday qilib B=A^{-1} va A*A^{-1}=A^{-1}A=E

Vektor.

Matematika, mexanika va fizikaning qator bo'limlarida kesmalarning biror yo'nalishini tayinlab qarash ancha qulayliklarga olib keladi.

Odatda yo'naltirilgan kesma vektor deyiladi va $\vec{AB}$ yoki $\vec{a}, \vec{b}$ b kabi belgilanadi. yo'naltirilgan $\vec{AB}$ kesmaning A nuqtasi uning boshlang'ich nuqtasi, B esa oxirgi nuqtasi deyiladi. $\vec{AB}$ kesmaning uzunligi vektorning uzunligi deyilib, $|\vec{AB}|$ kabi belgilanadi.

Boshlang'ich va oxirgi nuqtalari ustma-ust tushgan vektor nol vektor deyiladi va $\vec{0}$ yoki 0 kabi belgilanadi.

Bitta to'g'ri chiziqda yoki parallel chiziqlarda yotgan $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar collinear vektorlar deyiladi. SHuni ta'kidlash lozimki, collinear vektorlar bir xil yo'nalishga ega bo'lishi shart emas.

Bir xil yo'nalishga ega bo'lib, uzunliklari teng bo'lgan ikkita kollinear $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar teng vektorlar deyiladi va $\vec{a}$ va $\vec{b}$ kabi belgilanadi.

Yangi Bazisga o'tish.

R fazoda ikkita basis, eski $\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}, \cdots, \overrightarrow{e_n}$ va yangi basis $\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}, \cdots \overrightarrow{e_n}$lar berilgan bo'lsin Yangi bazisning har bir vektorini eski basis vektorlarining chiziqli kombinatsiyalari orqali ifodalash mumkin:

$$\begin{cases} \overrightarrow{e_1^*} = a_{11}\overrightarrow{e_1} + a_{12}\overrightarrow{e_2} + \cdots + a_{1n}\overrightarrow{e_n} \\ \overrightarrow{e_2^*} = a_{21}\overrightarrow{e_1} + a_{22}\overrightarrow{e_2} + \cdots + a_{2n}\overrightarrow{e_n} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \overrightarrow{e_n^*} = a_{n1}\overrightarrow{e_1} + a_{n2}\overrightarrow{e_2} + \cdots + a_{nn}\overrightarrow{e_n} \end{cases} \qquad (1)$$

Hosilgan qilingan Sistema eski bazisdan yangi bazisga ya'ni $\overrightarrow{e_1^*}, \overrightarrow{e_2^*}, \dots, \overrightarrow{e_n^*}$ dan $\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}, \dots, \overrightarrow{e_n}$ ga o'tish $A=(a_{ij})$ (I,j=1…n) o'tish matritsasi bilan berilishini ko'rsatadi. Bu matritsa aks holda uning satrlari chiziqli bog'liq bo'ladi. $\overrightarrow{e_1^*}, \overrightarrow{e_2^*}, \dots, \overrightarrow{e_n^*}$ yangi bazisdan $\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}, \dots, \overrightarrow{e_n}$ eski bazisga o'tish A matritsaga teskari matritsa A^{-1} orqali amalga oshiriladi. Qaralayotgan x vector eski bazisga nisbatan x_1, x_2 … x_n koordinatalarga yangi bazisga nisbatan x_1^*, x_2^*, … , x_n^* koordinatalarga ega bo'lsin. Ya'ni $\vec{x} = \overrightarrow{x_1}\overrightarrow{e_1^*} + \overrightarrow{x_2}\overrightarrow{e_2^*} + \cdots + \overrightarrow{x_n}\overrightarrow{e_n^*} = \overrightarrow{x_1}\overrightarrow{e_1} + \overrightarrow{x_2}\overrightarrow{e_2} + \cdots + \overrightarrow{x_n}\overrightarrow{e_n}$ (2)

(1) sistemadan $\overrightarrow{e_1^*}, \overrightarrow{e_2^*}, \dots, \overrightarrow{e_n^*}$ larning qiymatlarini (2)ga qo'ysak, almashtirishlardan keyin quyidagiga ega bo'lamiz.

$$\begin{cases} x_1 = a_{11}x_1^* + a_{21}x_2^* + \cdots + a_{n1}x_n^* \\ x_2 = a_{12}x_1^* + a_{22}x_2^* + \cdots + a_{n2}x_n^* \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x_n = a_{1n}x_1^* + a_{2n}x_2^* + \cdots + a_{nn}x_n^* \end{cases} \qquad (3)$$

Yuqori tartibli determinant.

n-tartibli kvadrat matritsa berilgan bo'lsin.

$$\begin{pmatrix} a_{11}a_{12}\dots a_{1n} \\ a_{21}a_{22}\dots .a_{2n} \\ \dots\dots\dots\dots\dots . \\ a_{n1}a_{n2}\dots a_{nn} \end{pmatrix} \qquad (1)$$

(1) matritsaga mos keluvchi n-tartibli determinant deb n! ta hadining ushbu tartibda tuzilgan algebraic yig'indisiga aytiladi. hadlar bo'lib matritsaning har qaysi satridan va har qaysi ustunidan bittadan olingan nta elementdan tuzilgan ,mumkin bo'lgan barcha ko'paytmalar xizmat qiladi ; shu bilan birga hadning indekslari juft o'rniga qo'yishni tashkil etsa, u musbat ishora bilan, aks holda esa manfiy ishora bilan olinadi (1) matritsaga mos keluvchi n-tartibli determinantning yozish uchun 2-va 3- tartibli determinant bo'lgan holdagi simvoldan foydalanamiz

$$\begin{vmatrix} a_{11}a_{12}\dots a_{1n} \\ a_{21}a_{22}\dots a\ \ 2n \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots . \\ a_{n1}a_{n2}\dots a_{nn} \end{vmatrix} \qquad (2)$$

n-tartibli determinantlar n=2 va n=3 bo'lganda ilgari ko'rilgan 2-va 3-tartibli determinantga aylanadi.

Yoy uzunligi.

Egri chiziqning M_0 M I yoyi (a,b) intervalda aniqlangan y=f(x) funksiyaning grafigi bo'lsin. Egri chiziq yoyining uzunligini aniqlaymiz. AB egri chiziqda M_0, M_1, M_2, … M_{i-1}, M_i, … M_{n-1}, M nuqtalarni olamiz. Olingan nuqtalarni tutashtirib M_0M yoyga ichki cizilgan M_0, M_1, M_2, … M_{i-1}, M_i, … M_{n-1}, M siniq chiziqni hosil qilamiz. Bu siniq chiziq uzunligini P_n bilan belgilaymiz.

Agar M0M yoyga ichki chiilgan M_0, M_1, M_2, … M_{i-1}, M_i, … M_{n-1}, M siniq chiziq uzunligining uning M_{i-1}, M_i kesmalarda eng kattasining uzunligi nolga intilgandagi limiti mavjud bo'lsa va u limit oradagi M_1, M_2 … M_{n-1} nuqtalarni tanlashga bog'liq bo'lmasa, shu limit M_0M egri chiziq *yoyining uzunligi* deb ataladi.

Chiziqli operator.

φ operator quyidagi ikki aksiomaga bo'ysunsa,uni chiziqli operator deyiladi

1) $\forall$ x_1, x_2, $\in V_n$ $(\varphi(x_1 + x_2)=\varphi x_1 + \varphi x_2)$

2) $\forall a \in p$ $\forall x \in V_n$ $(\varphi(ax) = a\varphi(x)$

Chiziqli operatorlar quyidagi asosiy xossalar.

1) Istalgan φ chiziqli operatorni V_n ga tatbiq etganda $\vec{0}$ vektor yana $\vec{0}$ vektorga akslanadi $\varphi\vec{0}=\vec{0}$

2) $\varphi x = y$ bo'lsa $\varphi(-x) = -y$ bo'ladi. Haqiqatan ham, $\varphi x = y$ va $\varphi(-x) = -y$ Desak $\varphi\vec{0}=\varphi(x + (-x) = y + u\ bo'$ladi so'ngra $\varphi\vec{0}=\vec{0}$ akslanishning bir qiymatliligiga ko'ra y+u=$\vec{0}$ ni hosil qilamiz va bundan u=-y ni topamiz shunday qilib $\varphi(-x) = -y = -\varphi x$

3) $\varphi(x_1 - x_2) = \varphi x_1 - \varphi x_2$ tenglik o'rinli, chunki $\varphi(x_1 - x_2)$ $=\varphi(x_1 + (-x_2))=\varphi x_1 + \varphi(-x_{2)}=\varphi x_1+(-\varphi x_1)=\varphi x_1 - \varphi x_2$

4) CHiziqli operatorning ikkala aksiomasi 3-punktdan quyidagi kelib chiqadi.

$\varphi(a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_mx_m)=a_1\varphi x_1 + a_2\varphi x_2 + \cdots + a_m\varphi x_m$.

CHiziqli fazo tushunchasi.

Quyidagi aksiomalarni qanoatlantiradigan V to'plam V maydon ustida chiziqli fazo(vektor fazo) deyiladi.

1) V to'plam qo'shish amaliga nisbatan kommutativ gruppa tashkil etadi.

2) ∀a∈p $\forall x \in V$ ax∈ V va bir qiymatli, (ko'paytirish- algebraic amal)

3) $\forall a \in p \;\; \forall x \in V \;\; (ax = xa)$ (ko'paytirish-kommutativ)

4) $\forall a \in p \;\; \forall x \in V \;\; \big((ab)x\big) = a(bx))$ (ko'paytirish assotsiativ)

5) $\forall a \in p \;\; \forall x, y \in V \;\; (a(x + y) = ax + by)$ va $\forall a, b \in p \;\; \forall x \in V \;\; (a + b)x = ax + bx)$ (ko'paytirish

CHiziqli tenglamalar sistemasi.

1-ta'rif Ushbu

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

ko'rinishidagi ifoda berilgani holda a_{ij} b_i lar psonlar maydonining elementlarini va x_1, $x_2, \ldots, x_n$ lar noma'lumlarni tasvirlasa, bu ifoda p sonlar maydoni ustidagi n noma'lumli mta chiziqli (birinchi darajali) tenglamalar sistemasi deyiladi.

a_{ij} b_i sonlarni sistema koeffisientlari a_{ij} larni noma'lumlarning koeffisientlari va b_i ozod (1) ni bir jinsli bo'lmagan tenglamalar sistemasi (yoki qisqaroq, bir jinsli bo'lmagan Sistema) ga ega bo'lamiz.

(1) sistemada noma'lumlar soni tenglamalar sonidan katta, teng yoki kichik, ya'ni m>n, m=n, m<n bo'lishi mumkin.

CHiziqli tenglama.

Quyidagi

$$a_1x_1+a_2x_2+a_3x_3+...+a_nx_n=B \qquad (1)$$

ko'rinishdagi tenglama $x_1, x_2 \cdots x_n$ nomalumli chiziqli tenglama deyiladi. $a_1, a_2 \cdots a_n$ sonlar- noma'lumlar oldidagi koeffisientlar , b son tenglamaning ozod hadi deyiladi. Bir noma'lumli chiziqli tenglamalarni yechishni bundan 4 ming yil avvalroq Qadimgi Bobil va Misrda bilishardi

Bu masalni yechish

x R5U+$\frac{2}{3}x-\frac{1}{3}\left(x+\frac{2}{3x}\right)=10$

chiziqli tenglamani yechishga keltiriladi, bu tenglamani yechishga keltiriladi, bu tenglamani yechib x=9 ekanini topamiz yunon olimi Metrodor nazmida yozilgan.

Xulosa.

Bitiruv malakaviy ishimning birinchi bobida analitik geometriya va umumiy algebra faniga oliy matematika fanida uchraydigan asosiy tushunchalar bayon etilgan.. Qu bayon etilgan.. Qulaylik uchun bu tushunchalar alfabit tartibida joylashtirildi.

II Matematik tahlil va Differensial hisob elementlarining asosiy tushunchalari.

1.1Matematik tahlil va Differensial hisob elementlari

Algoritm.

Algoritm – berilgan ma’lumotlardan izlanayotgan natijaga o’tish jarayonini ko’rsatib beruvchi aniq qoida (ko’rsatma). Qoida algoritm bo’lishi uchun quyidagi uchta xossaga ega bo’lishi zarur:

aniqlik, ya’ni ixtiyoriylikka o’rin qoldirmaydigan, hammaga tushunarli va tayinlik xossasi; ommaviylik ya’ni berilgan ma’lumotlar ma’lum chegaralarda o’zgarish imkoniyatiga ega bo’lish xossasi; samaradorlik , ya’ni izlanayotgan natijaga erishishga yo’nalganlik xossasi.

Algoritm tushunchasi bilan bog’liq bo’lgan masalalar oxirgi paytlarda yirik <<algoritmlar>> Bunda ehtiyoj elektron hisoblash mashinalari, sonli programmali boshqariluvchi stanoklar, sanoat robotlari , avtomatik liniyalar va boshqalarning paydo bo’lishi tufayli tug’iladi.

Agar algoritm hisoblash mashinasida bajarishga mo’ljallangan bo’lsa, u o’sha mashina tushunadigan tilda yozilishi lozim. Algoritmni bunday yozish hisoblash mashinasi uchun programma deb ataladi, programma yoziladigan til esa programmalash tili deyiladi.

Algoritmlar nazariyasining rivojlaninshi jarayonida yechimining umumiy algoritmni tuzib bo’lmaydigan matematik masalalar ham mavjudligi aniqlandi. Bunday masalalar algortmik yechilmaydigan masalalar nomini oladi. Bu sohadagi eng muhim natijalar sovet matematigi P.S. Novikovga tegishli.

Algebraik irratsionalliklarni integrallash.

Har qanday irratsional funksiyadan olingan integral elementar funksiyalar orqali ifodalanavermaydi. Bu va bundan keyingi paragraflarda integrallari o'zgaruvchilari almashtirish yordami bilan ratsional funksiyalarni qaraymiz, demak , bunday funksiyalar oxirgacha integrallanadi.

I $\int R(x, x^{\frac{m}{n}}, \ldots x^{\frac{r}{s}})$dx integralni qaraymiz, bunda R-o'z argumentlariga nisbatan ratsional funksiya .

II Endi $\int R\left[x, (\frac{ax+b}{cx+d})^{\frac{m}{n}}, \ldots, (\frac{ax+b}{cx+d})^{\frac{r}{s}}\right]dx$ ko'rinishdagi integralni qaraymiz. Bu integral $\frac{ax+b}{cx+b} = t$ almashtirish yordami bilan ratsional funksiyaning integraliga keltiriladi; bunda k bilan $\frac{m}{n}, \ldots \ldots \frac{r}{s}$ kasrlarning umumiy maxraji belgilanadi.

Aniqmas integral.

Agar F(x) funksiya f(x) funksiya uchun boshlang'ich bo'lsa F(x)+C ifoda f(x) funksiyadan aniqmas integral deb ataladi va ushbu $\int f(x)dx$ simvol bilan belgilanadi shunday qilib aniqmas integral y=F'(x)+C funksiyalar to'plamidan iborat agar f(x) funksiya $[a, b]$ kesmada uzluksiz bo'lsa, bu funksiya uchun boshlang'ich funksiya (demak, aniqmas integral) mavjud bo'ladi.

Bernulli tenglamasi.

Ushbu

y'+p(x)y=Q(x)y^n (1)

differsial tenglama (bundan=const$\in R, n \neq 0. n \neq 1$), shunindek biror algebraic almashtirishlar yordamida (1) ko'rinishga keltiriladigan istalgan tenglama Bernulli tenglamasi deyiladi.

z(x) yangi funksiyani z=y^{n-1} formula yordamida almashtirilsa , u holda Bernulli tenglamasi shu funksiyaga nisbatan chiziqli tenglamaga keltiriladi:

$z'+(1-n)p(x)z=(1-n)Q(x)$ (2)

Yuqoridagi usullardan foydalanib (2) tenglamaning z=z(x,c) yechimini topamiz so'ngra $y=z^{\frac{1}{1-n}}$ topiladi.

Bernulli tenglamasining yechimini y=u(x)v(x) Bernulli almashtirishi yordamida ham topish mumkin.

Birinchi tartibli differsial tenglamalar.

No'malum y funksiya va uning y' hosilaga nisbatan.

$y'+p(x)(y)=Q(x)$ (1)

ko'rinishdagi tenglma shuningdek algebraik almashtirishlar yordamida (1) ko'rinishga keltiriladigan tenglama birinchi tartibli chiziqli bir jinislimas differensial tenglama deyiladi $p(x)\neq 0 \; va Q(x)\neq 0$ funksiyalar biror sohada uzluksiz bo'lishi kerak. Masalan [a;b] kesmada Koshi teoremasining sharti bajarilsin (1) tenglamaning umumiy yechimini har doim quyidagi ko'rinishga yozish mumkin.

$y=e^{-\int p(x)dx}(\int Q(x)\,e^{p(x)}dx+C)$ (2)

bunda C-ixtiyoriy o'zgarmas.

Shunday qilib (1) tenglamaning umumiy yechimi ma'lum bo'lgan p(x), Q(x) funksiyalarning integrallari orqali ifodalanadi.

Agar (1) tenglamada Q(x) =0 yoki p(x) =0 bo'lsa, u holda o'zgaruvchilarga nisbatan ajraladigan differensial tenglama hosil qilamiz va uning umumiy yechimini mos ravishda (1) tenglamada Q(x)=0 yoki p(x)=0 deb aniqlaymiz Q(x)=0 bo'lgan holda (1) tenglama chiziqli bir jinsli differensial tenglamaga aylanadi.

Bo'laklab integrallash.

u va v funksiyalar x ning differensiallanuvchi funksiyalar bo'lsin.

Bu holda:

(u*v)=u’v+uv’

Bu ayniyatning ikkala tomonini adan b gacha chegaralaridaintegrallaymiz:

$$\int_a^b (uv)' dx = \int_a^b u' v dx + \int_a^b uv' dx$$

Lekin $\int (uv)' dx = uv + c$ bo’lgani sababli $\int_a^b (uv)' dx = uv|_a^b$;

Demak, (1) tenglik quyidagi ko’rinishda yozilishi mumkin.

uv$|_a^b$=$\int_a^b vdu + \int_a^b udv$

yoki

$\int_a^b udv = uv|_a^b - \int_a^b vdu$.

Darajali funksiya.

Darajali funksiya y=x^α ko’rinishdagi funksiya bo’lib, bunda α-daraja ko’rsatkichi deyilganda o’zgarmas son.Ba’zan biroz umumiyroq ko’rinishdagi y=ax^α funksiya ham darajali funksiya deb yuritiladi.

Ko’pgina funksiyalar bo’g’lanishlar darajali funksiya orqali ifodalani. Masalan, kubning hajmi V qirrasi uzunligi x ning darajali funksiyasidir V=x^3 matematik mayatning tebranish davri T mayatnikning tebranish davri T mayatnik uzunligi x ning (1\2)-darajasiga proporsional aniqrog’i T=2π $\sqrt{x/g}$

α-ko’rsatkichning qiymatidan qar’iy nazar y=x^α darajali funksiya har qalay musbat yarim o’qda aniqlangan . Umuman esa, darajali funksiya xossalari α ning qiymatiga qarab turlichadir. Agar α-natural son bo’lsa (α=n) y=x^n funksiya button son o’qida aniqlanadi.x=0 bo’lganda nolga aylanadi, n ning juft qiymatida juft, toq qiymatida toq funksiya bo’ladi; argument x ning qiymati ortganda funksiya ham cheksiz o’sadi.

Davriy funksiya.

Tabiat hodisalarni o'rganib, texnik masalalarni yechar ekanmiz biz davriy jarayonlarga duch kelamiz; bunday jaranlarlarga duch kelamiz; bunday jarayonlar maxsus ko'rinishdagi funksiyalar yordamida tavsiflanadi. y=f(x) funksiyaning aniqlanish sohasi D bo'lsin. Agar quyidagi ikki shart ;

1) ixtiyoriy $x \in$ D uchun x+T, x-T nuqtalar aniqlanish sohasi D ga tegishli;
2) D dan olingan ixtiyoriy x uchun f(x)=f(x+T)=f(x-T) munosabat o'rinli bajariladigan aqalli bitta T>0 son mavjud bo'lsa , f(x) funksiya davriy deyiladi. T son f(x) davri deb ataladi. Boshqacha aytganda, qiymatlari biror oraliqdan so'ng takrorlanadigan funksiya davriy funksiyadir Masaln y=sinx davriy funksiya bo'lib uning davri 2π (1-rasm)

Agar ikkita f(x) va g(x) funksiyalar davrlarining nisbati ratsional son bo'lsa, u holda bu funksiyalar yig'indisi va ko'paytmasi ham davriy funksiya bo'ladi.

Differensial tenglamalar.

Matematik analiz o'zgaruvchi kattaliklar analizi sifatida paydo bo'lgan davrdan boshlab tabitshunoslik, xususan, fizika va mexanik bilanchambarchas bog'liq ravishda rivojlanib kelmoqda Differensial tenglama- asosiy tushunchalardan biri uni yaqqol tushuntirish uchun biror fizik jarayononi o'rganish nimalardan tarkibi topishni ko'rib chiqaylik. Differensial tenglamani yechish – tenglamani ayniyatga aylantiradigan- barcha y(t) funksiyalarni topish demakdir.

$$\frac{dy}{dt} = hy \quad (1)$$

(1) differesial tenglamaning barcha yechimlari $y = Ce^{-k-1}$ formula bilan beriladi (bunda C-ixtiyoriy o'zgarmas) ya'ni bu uning umumiy yechimdir) Differsial tenglama yechimini topish har doim integrallash amali bilan bog'liq,tufayli

<< yechim>> so’z o’rniga ko’pincha differensial tenglamani <<integrallash>> feli qo’llanadi.Biz o’rganayotgan jismning sovish jarayonida biz faqat t=0 vaqt onida y_0 qiymatini qabul qiladigan yechimgina qiziqtiradi. Yuqorida keltirilgan formulaga t=0 ni qo’yib $C = y_0$ ekanligini topamiz. Demak, sovish qonuniga

$$y(t) = y_0 e^{-kt}$$

yakuniy ifoda berish mumkin. Bundan ko’rinadiki, jismning harorati vaqt o’tishi bilan ko’rsatkichli (ekspotensial) qonun bo’yicha pasayib atrof-muhit haroratiga intilar ekan .

Agar noma’lum funksiya bir necha o’zgaruvchiga bog’liq bo’lsa, differsial tenglama xususiy hosilasi differsial tenglama deyiladi. Differsial tenglamalar tabiatshunoslikning asosiy matematik apparatidir. Ular fizika, astronimiya, aerodinamika, elestiklik, nazariyasi va medidsinada tatbiq qilinadi. Birinchi tartibli $dx/dt = f(x,t)$ ko’rinishdagi differsial tenglama soda geometrik talqin qilinishi mumkin.Agar $x = \varphi(t)$ -uning yechimi bo’lsa, tenglamamiz $x = \varphi(t)$ chiziqning har bir nuqtasida hosilaning qiymatini, ya’ni urinma og’ish burchagi tangensning qiymatini beradi. XVIII asrda differensial tenglama nazariyasi matematik analizdanmustaqil matematik fan sifatida ajralib chiqgan.

Differensial hisob.

Differensial hisob- matematik analizning, asosan, funksiya hosilasi va differensial tushunchalari bilan bog’liq bo’lgan bo’limi (Differensial hisobda hosilalarni hisoblash qoidalari (differensiallash qonunlari) va hosilaning funksiyalari xossalarini tekshirishga tatbiqlarini o’rganadi. Differensial hisobning markaziy tushunchalari- hosila va differensial tabiatshunoslik va matematikaning bir xil toifadagi limitlarini hisoblashga olib kelgan ko’p masalalarni qarash natijasida paydo bo’ladi. Differensial hisobda asosiy elementar funksiyalarning hosilalari keltirib chiqariladi. Masalan, x^{α}, sinx,cosx funksiyalarning hosilalari mos ravishda $\alpha x^{\alpha-1}$, cosx, va -sinx bo'lishini ko'rsatib o'tamiz differsial hisobda differsialashning quyidagi umumiy qoidalari ham keltirib chiqariladi.

(cf)'=cf' (o'zgarmas ko'paytuvchini chiqarish)

$(f_1 \pm f_2) = f_1^{'} \pm f_2^{'}$ (funksiyalarning yig'indisi va ayirmasi differsiallash)

$((f_1 f_2)' = f_1^{'} f_2 + f_1 f_2^{'}$ (funksiyalarning ko'paytmasi differsiallash)

$\left(\frac{f_1}{f_2}\right)' = \frac{f_1^{'} f_2 - f_1 f_2^{'}}{f_2^2}$ (funksiyalar nisbatini differsiyalash)

murakkab funksiyani differsiallashning ushbu muhim qoidasi o'rinli; agar y=f(u) va u=φ(x) bo'lsa; u holda f(φ(x)) funksiyaning hosilasi f'(u)φ'(x) gat eng yoki (f(φ(x))'=f'(φ(x)φ'(x)

Differsial hisobning birinchi qarashda rasmani ammo juda muhim quyidagi ta'riflarni yetarlicha tez idrok qilishimizga yordam berdi.

Elementar funksiyalarning hosilalari.

$1°$ y=x^{μ} $(x > 0)$ *darajali funksiya hosilasi.* Bu funksiya orttirmasi

$\Delta y = (x + \Delta x)^{\mu} - x^{\mu} = x^{\mu}\left[\left(\frac{x+\Delta x}{x}\right)^{\mu} - 1\right] = x^{\mu}\left[\left(1 + \frac{\Delta x}{x}\right)^{\mu} - 1\right]$ bo'lib,

$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{x^{\mu}\left[\left(1+\frac{\Delta x}{x}\right)^{\mu} - 1\right]}{\Delta x} = x^{\mu-1}\,\frac{\left(1+\frac{\Delta x}{x}\right)^{\mu} - 1}{\frac{\Delta x}{x}}$ bo'ladi. Keyingi tenglikda $\Delta x \to 0$ da limitga o'tib topamiz:

$$\lim_{\Delta x \to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} x^{\mu-1}\frac{\left(1+\frac{\Delta x}{x}\right)^{\mu}}{\frac{\Delta x}{x}} = x^{\mu-1}\lim_{\Delta x \to 0}\frac{\left(1+\frac{\Delta x}{x}\right)^{\mu}}{\frac{\Delta x}{x}} = \mu x^{\mu-1}.$$

Demak, $y = x^{\mu}$ *darajali funksiya hosilasi*:

y'=$\mu x^{\mu-1}$

2°. y=a^x (a>0, a$\neq 0$,) $ko'rsatkichli\ funksiya\ hosilasi$. Bu funksiyaning orttirmasi $\Delta y = a^{x+\Delta x} - a^x = a^{x}(a^{\Delta x}-1)$ bo'lib , $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{a^x(a^{\Delta x}-1)}{\Delta x}$ bo'ladi. Keyingi tenglikda $\Delta x \to 0\ da\ limitga\ o'tib\ topamiz$:

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x\to 0}\frac{a^x(a^{\Delta x}-1)}{\Delta x} = a^x lim\frac{a^{\Delta x}-1}{\Delta x} = a^x lna.$$

Demak, y=a^x ko'rsatkichli funksiya hosilasi

$y' = a^x lna.$

3° $y = \log_a x\ (a > 0,\ a \neq 1,\ x > 0)$ $logarifimik\ funksiyaning\ hosilasi.$ Bu funksiyaning orttirmasi

$$\Delta y = \log_a(x+\Delta x) - \log_a x = \log_a\frac{x+\Delta x}{x} = \log_a\left(1+\frac{\Delta x}{x}\right)$$

bo'lib,

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\log_a\left(1+\frac{\Delta x}{x}\right)}{\Delta x} = \frac{1}{x}\frac{1}{\frac{\Delta x}{x}}\log_a\left(1+\frac{\Delta x}{x}\right) = \frac{1}{x}\log_a\left(1+\frac{\Delta x}{x}\right)^{\frac{1}{\frac{\Delta x}{x}}}$$

bo'ladi. Keyingi tenglikda $\Delta x \to 0$ limitga o'tib topamiz:

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x\to 0}\frac{1}{x}\log_a\left(1+\frac{\Delta x}{x}\right)^{\frac{1}{\frac{\Delta x}{x}}} = \frac{1}{x}\log_a\left[\lim_{\Delta x\to 0}\left(1+\frac{\Delta x}{x}\right)^{\frac{1}{\frac{\Delta x}{x}}}\right] = \frac{1}{x}\log_a e.$$

Demak, y=$\log_a x$ logarifimik funksiya hosilasi:

$$y' = \frac{1}{x}\log_a e.$$

4° Trigonomertik funksiyalarning hosilalari.

$y = \sin x$ $funksiya\ orttirmasi$

$$\Delta y = \sin(x+\Delta x) - \sin x = 2\sin\frac{\Delta x}{2}\cos\left(x+\frac{\Delta x}{2}\right)$$

bo'lib,

$$\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{2\sin\frac{\Delta x}{2}\cos\left(x+\frac{\Delta x}{2}\right)}{\Delta x}=\frac{\sin\frac{\Delta x}{2}}{\frac{\Delta x}{2}}\cos\left(x+\frac{\Delta x}{2}\right)$$

Keying tenglikda $\Delta x\to 0$ da limitga o'tib topamiz:

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\sin\frac{\Delta x}{2}}{\frac{\Delta x}{2}}\cos\left(x+\frac{\Delta x}{2}\right)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\sin\frac{\Delta x}{2}}{\frac{\Delta x}{2}}\lim_{\Delta x\to 0}\cos\left(x+\frac{\Delta x}{2}\right)=1\cos x.$$

Demak, y=$\sin x$ funksiya hosilasi:

$y'=\cos x.$

$y=\cos x$ funksiya hosilasi:

$$y'=-\sin x$$

bo'lishi xuddi shunga o'xshash ko'rsatiladi.

Endi y=tgx funksiyasining hosilasini topamiz. Bu funksiya orttirmasi

$$\Delta y=\tan(x+\Delta x)-\tan x=\frac{\sin(x+\Delta x)}{\cos(x+\Delta x)}-\frac{\sin x}{\cos x}=$$

$$=\frac{\sin(x+\Delta x)\cos x-\cos(x+\Delta x)\sin x}{\cos(x+\Delta x)\cos x}=\frac{\sin\Delta x}{\cos(x+\Delta x)\cos x}$$

bo'lib,

$$\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{1}{\Delta x}\frac{\sin\Delta x}{\cos(x+\Delta x)\cos x}=\frac{\sin\Delta x}{\Delta x}\frac{1}{\cos(x+\Delta x)\cos x}$$

Keying tenglikda $\Delta x\to 0$ da limitga o'tib topamiz:

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\sin\Delta x}{\Delta x}\frac{1}{\cos(x+\Delta x)\cos x}$$
$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\sin\Delta x}{\Delta x}\lim_{\Delta x\to 0}\frac{1}{\cos(x+\Delta x)\cos x}=\frac{1}{cos^2 x}$$

Demak, $y=\tan x$ funksiya hosilasi

$$y'=\frac{1}{cos^2 x}$$

Xuddi shunga o'xshash y=$\cot x$ funksiya hosilasi

$$y' = -\frac{1}{sin^2 x}$$

bo'lishi ko'rsatiladi.

5° Teskari trigonometrik funksiyalarning hosilalari.

Avvalo berilgan funksiyaga nisbatan teskari funksiyaning hosilasini aniqlaydigan tasdiqni isbotsiz keltiramiz.

Aytaylik, y=f(x) funksiya (a,b) da aniqlangan bo'lib, u teskari funksiyaning mavjudligi haqidagi teoremaning barcha shartlarini qanoatlantirsin. Agar y=f(x) funksiya x nuqtada (x$\in (a,b)$) f'(x) $\neq 0$ hosilaga ega bo'lsa, bu funksiyaga teskari x=$f^{-1}(y)$ funksiya y nuqtada (y=f(x)) hosilaga ega bo'lib,

$$\left(f^{-1}(y)\right)' = \frac{1}{f'(x)} \quad (1)$$

bo'ladi. Endi y=arcsinx funksiyaning hosilasini yuqorida keltirilgan qoidadan foydalanib topamiz.

Ravshanki, y=arcsinx funksiya x=siny funksiyaga teskari funksiyadir. Unda (1) formulaga ko'ra

$$y'=(\arcsin x)'=\frac{1}{(\sin y)'}$$

Ma'lumki,

$(\sin y)' = \cos y = \sqrt{1 - sin^2 y}=\sqrt{1 - x^2}$

Demak, y=arcsinx funksiyaning hosilasi

$y'=(\arcsin x)'=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

Xuddi shunga o'xshash

$(\arccos x)'=-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$, $\text{arctg}x=\frac{1}{1+x^2}$, $\text{arcctg}x=-\frac{1}{1+x^2}$

Elementar funksiyalar uchun topilgan formulalarni jamlab quyidagi jadvalni keltiramiz:

1° y=x^μ $(x>0)$ $bo'lsa, y'=\mu x^{\mu-1}$ $bo'ladi.$

2° y=$a^x(a>0, x>0, a\neq 1), bo'lsa,$ $y'=\frac{1}{x}\log_e a$ $bo'ladi.$

3° $y=\log_a x\,(a>0,\ x>0, a\neq 1), bo'lsa,$ $y'=\frac{1}{x}\log_a e$ $bo'ladi.$

4° $y=\sin x$ $bo'lsa, y'=cosx\, bo'ladi$

5° $y=cosx$ $bo'lsa,$ $y'=-sinx$ $bo'ladi.$

6° $y=tgx$ $bo'lsa,$ $y'=\frac{1}{cos^2 x}$ $bo'ladi.$

7° $y=ctgx$ $bo'lsa,$ $y'=-\frac{1}{sin^2 x}$ $bo'ladi.$

8° $y=arcsinx$ $bo'lsa, y'=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $bo'ladi.$

9° $y=arccosx$ $bo'lsa,$ $y'=-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $bo'ladi.$

10° $y=arctgx$ $bo'lsa,$ $y'=\frac{1}{1+x^2}$ $bo'ladi.$

11° $y=arctgx$ $bo'lsa,$ $y'=-\frac{1}{1+x^2}$ $bo'ladi.$

Ehtimollar nazariyasi.

Ehtimolliklar nazariyasi- tasodifiy hodisalar ehtimolliklarni hisoblash haqidagi fan Ehtimolliklar nazariyasi o’rganadigan asosiy obyektlar 1) tasodifiy hodisa va uning ehtimolligi; 2) tasodifiy miqdor va uning taqsimot funksiyasi 3) tasodifiy jarayon va uning ehtimollik xarakterestikasi Masalan telfon stansiyasida odatdagi hollarda paydo bo’ladigan masalar ko’p. Hodisaning ehtimolligiga qo’yilgan ikkita talab ko’plab natijalarga olib keladi; a) imkonsiz hodisning ehtimolligi 0; b) ixtiyori A hamda B hodisala uchun

P{A+B}=p{A}+p{A}-p{AB}

Tasodifiy hodisa ehtimolligini aniqlashda ma'lum shartlar kompleksi bajarilgan deb faraz qilinadi: shashqol tosh (kubcha) muntazam ya'ni u bir xil zichlikka ega bo'lgan materialdan yasalgan shakli esa ideal kub shunday qilib har bir ehtimollik shartladir. Ammo, bu boshlang'ich shartlar majmining bo'lishi o'z-o'zidan ravshan va bajarilgan deyish qabul qilingan shuning uchun ham A hodisaning ehtimolligini yozishda shartlar kompleksning borligi alohida ta'kidlanmaydi va bu ehtimollik soddagina qilib p{A} ko'rinishda yozilaveradi. Agar bu shartlar kompleksdan tashqari biror B shartning ham bajarilgani ma'lum bo'lsa, bu holda A hodisaning B shart ostidagi shartli ehtimolligi haqidaga gapirishda va uni P{ $A/_B$} kabi belgilashdi. Ehtimolliklar nazariyasi va uning tabiqlarida tasodifiy miqdorlarning sonli xarakteristikalari o'rta qiymat (matematik kutilma) va dispersiya muhim rol o'ynaydi. Ularning ta'riflarii diskert tasodifiy miqdorlar uchu beramiz. ξ - tasodifiy miqdorning mumkin bo'lgan qiymatlarini $x_1, x_2 ...$ bo'lsin, ξ ning shu qiymatlarini qabul qilish ehtimolliklari $p_1, p_2 ....$, bo'lsin . U holda

$E\xi = \sum_{k=1}^{\infty} x_k p_k = x_1 p_1 + x_2 p_2 + ... +$ yig'indi ξ ning o'rta qiymati kattalik esa ξ ning dispersiyasi deyiladi.

Elementar funksiyalar.

Asosiy quyidagi elementar funksiyalar ko'phad ikki ko'phadning nisbatidan iborat

Ratsional funksiya darajali funksiya, ko'rsatkichli funksiyasi, logarifmik funksiya, trigonometrik funksiyalar va teskari trigonometrik funksiyalar asosiy elementar funksiyalardan to’rt arifmetik amal va murakkab funksiya hosil qilish amalini chekli marta qo’llaganda olinadigan funksiyalar ham elementar funksiyalarga kiritiladi.

Elementar funksiyalarga misollar:

$f_1(x) = \sqrt[3]{\frac{x-1}{x^2}}$;

$f_2(x) = \cos \ln x$:

$f_3(x) = x*2^x + arctanx$:

f(x)=$|x|$ funksiya ham elementar bo’lishini eslatamiz; chunki $|x|=\sqrt{x^2}$

Elementar funksiya tushunchasi 17- asrda shakllangan bo’lsada ikki kattalik orasidagi bo’g’lanish undan avvalroq ham ko’rilgan 17-asrga kelib deyarli barcha asosiy elementar funksiyalar ancha yaxshi o’rganilgan edi.U davrga kelib trigonometrik funksiyalar qiymatlarning yuqori aniqlikda jadvallardan tuzilgan.

Foiz.

Sonning yuzdan bir ulushi protsent deb ataladi. Nima uchun kerak. Nima uchun alohida protsent termini kiritilgan? Bu savollardan avval, mana bu savolga javob berishga urnab ko’raylik ; dengiz suvida tuz ancha ko’pmi? Albatta bir paqir dengiz suvini olovga qo’yib, suv to’la bug’lanib ketguncha kutish so’ng qolgan tuzni to’plab tortish mumkin Boshqa kishi ham shunday qilsa, natija bir xil bo’ladimi? Chamasi bir xil bo’lmaydi. Uning paqiri kattaroq yoki kichikroq bo’lishi, unga suv ozroq yoki ko’proq qo’yilishi mumkin; oqibatda qoladigan tuz miqdori boshqacha bo’lishi mumkin.

Xullas, dengiz suvining sho’rligi uchun biz tanlagan o’lchovi (bir paqir suvdagi tuz miqdori) noaniq bo’lib chiqadi.

Protsentlarning qulayligi faqatgina bir moddaning ikkinchisidagi tarkibini baholash bilan cheklanmaydi. Tovar ishlab chiqarishning o’zgarishi pul daromadlarining o’sishi va ham protsentlarga o’lchana boshladi.

Faktorial.

Butun manfiy bo’lmagan sonlar uchun aniqlangan, amalda tez-tez uchrab turadigan funksiya ana shunday deb ataladi. Funksiyaning nomi ingilizcha matematik termin factor-<< ko’paytuvchi>> dan olingan. U n! kabi belgilanadi. Har qanday butun musbat n soni uchun n! funksiya 1 dan n gacha hamma butun sonlarning ko’paytmasiga 4!=1*2*3*4=24. Qulaylik uchun ta’rifga ko’ra 0!=1 deb olinadi. Faktorial ayniqsa, kombinatorikada ko’p uchraydi. Masalan n o’quvchi bitta qatorga tizishning usullari miqdori n! gat eng n ortishi bilan n! gat eng n ortishi bilan n! funksiya juda tez o’sadi. Masalan 1!=1, 2!=2, 3!=6, 4!=24. Ingiliz matematigi J. Sterling 1730-yil n! funksiya taqribiy hisoblash uchun juda qulay formulani taklif qiladi. $n! \neq \sqrt{2\Pi n}\, n^n e^{-n}$, $n \to \infty$.

Bu formuladan foydalanganda nisbiy xato unchalik katta bo’lmagan n soni ortishi bilan tez kamayadi.

Funksiya hosilasi.

Funksiyani x_0 nuqtadagi orttirmasi Δy ning argument orttirmasi Δxga nisbatining Δx ning nolga intilgandagi limiti y=f(x) funksiyaning x_0 nuqtadagi hosilasi deb ataladi.

Bu limit y’, f’(x),$\frac{dy}{dx}$, $\frac{df}{dx}$ belgilardan biri bilan belgilanadi.

Ta’rif: Agar y=f(x) funksiya l oraliqning har bir nuqtasida hosilaga ega bo’lsa , u shu oraliqda differensiallanuvchi deb ataladi.

1-misol: y=x funksiya hosilasini toping.

Yechilishi:

$\Delta y = f(x+\Delta x) - f(x) = (x+\Delta x) - x = \Delta x$

Orttirmani oladi.

Funksiya orttirmasining argument orttirmasi Δx ga nolga intilganda limitini topamiz

y'= $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$= $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta x}$=1

javob: 1

Funksiya limiti.

Faraz qilaylik y=f(x) funksiya a nuqtaning biror atrofida yoki bu atrofning ba'zi bir nuqtalarida aniqlangan bo'lsin Agar har bir musbat ε son uchun , u qanchalik kichik bo'lmasin shunday musbat δ sonni ko'rsatish mumkin bo'lsaki , x ning a dan farqli va

$|x-a| = \delta'$

Tengsizlikni qanoatlantiruvchi barcha qiymatlari uchun $|f(x) - b| < \varepsilon$ tengsizlikni o'rinli bo'lsa x argument a ga intiladigan $\{x \to a\}$ y=f(x) funksiya b limitga intiladi (y→ b) Agar x→ a da f(x) funksiyaning limiti b bo'lsa, u holda

$$\lim_{x \to a} f(x) = b$$

yoki x→ a da f(x)→ b yoziladi.

Funksiya uzluksizligi.

Agar x_0 nuqtaning biror atrofida (x_0 nuqtaning o'zida ham) y=f(x) funksiya aniqlangan bo'lsa va agar

$$\lim_{\Delta x \to 0} \Delta y = 0 \quad (1)$$

Yoki (yana shuning uchun o'zi)

$$\lim_{\Delta x \to 0} [f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)]=0 \quad (2)$$

bo'lsa , $x=x_0$ qiymatida (yoki x_0 nuqtada) funksiya uzluksiz deyiladi. (2) ifoodaning uzluksizligi shartini bunday yozish mumkin .

$$\lim_{\Delta x \to 0} f(x_0 + \Delta x) = f(x_0)$$

$$\lim_{x \to 0} f(x) = f(x_0)$$

ammo

$$x_0 = \lim_{x \to x_0} x$$

Demak ,(3) tenglikni bunday yozish mumkin

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = f(\lim_{x \to x_0} x)$$

ya'ni $x \to x_0$ da uzluksiz funksiyaning limitini topish uchun funksiyaning ifodasaida argument x o'rniga uning x_0 qiymatida qo'yish kifoya.

Funksiyalarni tekshirish.

Funksiyalarni tekshirish va ular grafiklarini chizishni quyidagi qoidalar bo'yicha amalga oshirish maqsadga muvofiqdir:

1° Funksiyaning aniqlanish hamda qiymatlar to'plamini topish;

2° Funksiyani uzluksizlikka tekshirish va uzilish nuqtalarini topish;

3° Funksiyani juft, toq hamda davriyligini aniqlash;

4° Funksiyani monotonlik tekshirish;

5° Funksiyani ekstremumga tekshirish;

6° Funksiyani grafigini qavariq hamda botiqlik oraliqlarini aniqlash, egilish nuqtalarini topish;

7° Funksiyani grafigining asimptotalarini topish;

8° Agar imkoniyat bo'lsa funksiyaning absitssa hamda ordinata o'qlari bilan kesishadigan (agar ular mavjud bo'lsa) nuqtalarini topish va argument x ning xarakterli nuqtalarida funksiyani qiymatlarini hisoblash.

Misol. Ushbu f(x)=$\frac{x^2+1}{x^2-1}$ funksiyani tekshiring va grafigini chizing.

Berilgan funksiyani X={(-∞, $-1) \cup (-1,1) \cup (1,+\infty)\}$ to'plamida aniqlangan. Bu funksiyani uchun f(-x)=f(x) tenglik bajarilganidan u juftdir. Demak, funksiyani grafigini oy o'qiga nisbatan simmetrik bo'lib, uni [0,+∞] oraliqda tekshirish kifoya.

Funksiyaning birinchi va ikkinchi tartibli hosilalari mos ravishda

f'(x)=-$\frac{4x}{(x^2-1)^2}$, f''(x)=$\frac{4(1+3x^2)}{(x^2-1)^2}$.

Birinchi tartibli hosila [0,+∞) oraliqning x=1 nuqtasidan boshqa barcha nuqtalarida aniqlangan va x=0 nuqtada nolga aylanadi, ya'ni f'(0)=0. Ikkinchi tartibli hosila uchun f''(0)=-4<0 bo'lib, bu f(x) funksiyaning x=0 nuqtada maksimumga erishishni bildiradi. Binobarin maksimum qiymati f(0)=-1 bo'ladi.

Endi {(0,1)∪ $(1,+\infty)\}$ to'plamda f'(x)<0 ekanligidan f(x) funksiyaning kamayuvchiligi kelib chiqadi.

Ravshanki,

$$\lim_{x\to 1-0}\frac{x^2+1}{x^2-1}=-\infty,\quad \lim_{x\to -1+0}\frac{x^2+1}{x^2-1}=-\infty,$$

$$\lim_{x\to 1+0}\frac{x^2+1}{x^2-1}=+\infty\ ,\qquad \lim_{x\to 1-0}\frac{x^2+1}{x^2-1}=+\infty$$

bo'lib, bu x=±1 nuqtalar funksiyaning ikkinchi tur uzilish nuqtalari, shu bilan birga x=±1 nuqtalar funksiyaning ikkinchi tur uzilish nuqtalari, shu bilan birga x=±1 to'g'ri chiziqlar berilgan funksiyaning uchun vertikal asimptotalar ekanini bildiradi.

6-teoremaga ko'ra

k= $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2+1}{x^2-1}\frac{1}{x}=0$

b= $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x0-kx]=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2+1}{x^2-1}=1$

munosabatlardan y=1 to'g'ri chiziq f(x) funksiyani grafigining asimptotasi bo'ladi. Endi funksiya grafigining egilish nuqtasining bor yoki yo'qligini tekshiramiz.

Berilgan funksiyaning ikkinchi tartibli hosilasi f''(x)=$\frac{4(1+3x^2)}{(x^2-1)^3}$, 1+3$x^2\neq 0$, bo'lganidan f''(x)$\neq 0$ (x$\in R$) ekanini topamiz. Bundan esa funksiya grafigida egilish nuqtasi yo'qligi kelib chiqadi. Ikkinchi tartibli hosila uchun

[0,1) da f''(x)<0,

(1, $+\infty$) da f''(x)≥ 0

Tengsizliklar o'rinli. Demak, funksiya grafigi [0,1) da qavariq, (1,+∞) da botiq.

Garmonik qator.

Garmonik qator—$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+...+\frac{1}{n}+...$- sonli qator. Garmonik qatorning ikkinchisidan boshlab har bir hadi ikkita qo'shni hadining o'rta garmonigiga teng bo'lgani uchun ham shunday ataladi. Garmonik qatorning hadlari nomeri ortishi bilan kamayadi va nolga intiladi, ammo,

$S_n=1+\frac{1}{2}+...+\frac{1}{n}$ xususiy yig'indilari cheksizlikka intiladi.

$S_1=1,$

$S_2=1+\frac{1}{2},$

$s_4=S_2+\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)>S_2+\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)=1+\frac{1}{2},$

$S_8=S_4+\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}\right)>S_4+\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}\right)>1+\frac{3}{2}$

Bu mulohazalarning davom ettirib , garmonik qatorning 2^k ta hadi yig'indisi

$1+\frac{k}{2}$ dan katta degan xulasaga kelamiz. Bundan esa, garmonik qatorning xususiy yig'indilari cheklanmay o'sishi, ya'ni garmonik qatorning uzoqlashuvchanligi kelib chiqadi. Ammo, bu o'sish juda sekindir. Garmonik qatorning xossalarini o'rgangan L Eyler $S_{1000} \approx 7{,}48, S_{1000000} \approx 14{,}39$ ekanligini topgan Bundan tashqari, Eyler garmonik qator xususiy yig'indilari uchun ajoyib bo'g'lanishni o'rnatadi.

Hosilalar jadvali.

Y	Y'	Y	y'
c'	0	a^u	$a^u \ln a$ u'
X	1	e^u	e^u u'
u±v	U'± v'	$\log_a u$	$\frac{1}{u \ln a} u'$
Uv	U'v±uv'	$\ln u$	$\frac{1}{u} u'$
$\left(\frac{u}{v}\right)$	$\frac{u'v-uv'}{v^2}$	sin u	$\cos u\, u'$
$\left(\frac{c}{v}\right)$	$-\frac{Cv\prime}{v^2}$ v≠ 0	$\cos u$	$-\sin u\ u'$
u^α	$\alpha u^{\alpha-1}$u	tgu	$\frac{1}{cos^2 u} u'$
$\cot u$	$-\frac{1}{sin^2 u}$u'	Arcctgu	$-\frac{1}{1+u^2} u$
Arcsinu	$\frac{1}{\sqrt{1-u^2}} u'$	Chu	Shuu'
Arccosu	$-\frac{1}{\sqrt{1-u^2}}$u'	Cthu	$\frac{1}{sh^2 u} u'$

Arctgu	$\frac{1}{1+u^2}u'$	Shu	Chuu'

Hosilaning hisoblash qoidalari.

1-teorema Berilgan f(x) hamda $\varphi(x)$ funksiyalar yig'indisi

,(f(x)+$\varphi(x)$)'=f'(x)+$\varphi'(x)$funksiya, x nuqtaga hosilaga ega va

(f(x)+$\varphi(x))' = f'(x) + \varphi'(x)$

Isboti: f(x)+$\varphi(x) funksiya$ orttirmasi

$$\Delta\big(f(x)+\varphi(x)\big) = f(x+\Delta x) + \varphi(x+\Delta x) - \big(f(x)+\varphi(x)\big) = f(x+\Delta x) - f(x) + \varphi(\Delta x + x) - \varphi(x) = \Delta f(x) + \Delta\varphi(x)$$

bo'ladi. Bu tenglikning har ikki tomonini Δx ga bo'lib, so'ng

$\Delta x \to 0$ da limitga o'tib topamiz:

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta(f(x)+\varphi(x))}{\Delta x} = \lim_{\Delta x\to 0}\left[\frac{\Delta f(x)}{\Delta x} + \frac{\Delta\varphi(x)}{\Delta x}\right] = \lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta f(x)}{\Delta x} + \lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta\varphi(x)}{\Delta x}$$

$\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = f'(x)$, $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta\varphi(x)}{\Delta x}$=$\varphi'(x)$ (1)

(1) munosabatdan e'tiborga olib

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta(f(x)+\varphi(x))}{\Delta x} = f'(x) + \varphi'(x)$$

Tenglikka kelamiz. Bunda esa f(x) +$\varphi(x)$ funksiyaning hosilasi mavjudligi hamda

(f(x)+$\varphi(x))' = f'(x) + \varphi'(x)$

Ekanligi kelib chiqadi. Teorema isbotlandi.

Xuddi shunga o'xshash f(x)-$\varphi(x)$ funksiyaning hosilasi mavjud va

(f(x)-$\varphi(x))' = f'(x) - \varphi'(x)$.

2-teorema. Berilgan f(x) hamda $\varphi(x)$ funksiyalarning ko'paytmasi f(x) * $\varphi(x)$

Funksiyaning x nuqtada hosilaga ega va

(f(x)$* \varphi(x))' = f'(x) * \varphi(x) + f(x) * \varphi'(x)$

bo'ladi.

Isboti: f(x)*$\varphi(x)$ funksiya ortiramasini topamiz:

$\Delta\big(f(x) * \varphi(x)\big) = f(x+\Delta x) * \varphi(x+\Delta x)$-

f(x)*

$\varphi(x) = f(x+\Delta x) * \varphi(x+\Delta x) - f(x) * \varphi(x+\Delta x) + f(x) * \varphi(x) = \big(f(x+\Delta x) - f(x)\big) * \varphi * (x+\Delta x) + f(x) * \big(\varphi(x+\Delta x)\big) = \Delta f(x) * \varphi(x+\Delta x) + f(x) * \Delta\varphi(x).$

Bu tenglikning har ikki tomonini Δx ga bo'lib , so'ng $\Delta x \to 0$ limitga o'tamiz:

$\lim\limits_{\Delta x\to 0} \frac{\Delta(f(x)*\varphi(x)}{\Delta x}$=

$\lim\limits_{\Delta x\to 0}\left[\frac{\Delta f(x)}{\Delta x} * \varphi(x+\Delta x) + f(x) * \frac{\Delta\varphi(x)}{\Delta x}\right] = \lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta f(x)}{\Delta x} * \lim\limits_{\Delta x\to 0}(x+\Delta x) + f(x)\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta\varphi(x)}{\Delta x}$

(1) munosabatni hamda

$\lim\limits_{\Delta x\to 0}\varphi(x+\Delta x) = \varphi(x)$

Tenglikni e'tiborga olib topamiz:

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta(f(x) * \varphi(x))}{\Delta x} = f'(x) * \varphi(x) + f(x) * \varphi'(x)$$

Bundan esa f(x)*$\varphi(x)$ funksiyaning hosilasi mavjud

(f(x)*$\varphi(x))' = f'(x) * \varphi(x) + f(x) * \varphi'(x)$

Ekanligi kelib chiqadi.Teorema isbotlandi.

3-teorema. Berilgan f(x) hamda φ(x) funksiyalar nisbati

$\frac{f(x)}{\varphi(x)}$ $\qquad (\varphi(x) \neq 0)$

Funksiya x nuqtaga hosilaga ega va

$$\left(\frac{f(x)}{\varphi(x)}\right)' = \frac{f'(x) * \varphi(x) - f(x) * \varphi'(x)}{\varphi^2(x)}$$

bo'ladi.

Isboti. $\frac{f(x)}{\varphi(x)}$ funksiya orttirmasini topamiz:

$$\Delta\left(\frac{f(x)}{\varphi(x)}\right) = \frac{\Delta f(x) * \varphi(x) - f(x) * \Delta\varphi(x)}{\varphi(x+\Delta x) * \varphi(x)}.$$

Bu tenglikning har ikki tomonini $\Delta x\ ga\ bo'lib, so'ng\ \Delta x \to 0$ da limitga o'tamiz.

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta\left(\frac{f(x)}{\varphi(x)}\right)}{\Delta x} = \frac{\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} * \varphi(x) - f(x) * \lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta \varphi(x)}{\Delta x}}{\lim\limits_{\Delta x \to 0} \varphi(x + \Delta x)}$$

Yuqoridagi (5) munosabatda hamda

$$\lim_{\Delta x \to 0} \varphi(x + \Delta x) = \varphi(x)$$

Tenglikni e'tiborga olib topamiz:

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta\left(\frac{f(x)}{\varphi(x)}\right)}{\Delta x} = \frac{f'(x)\varphi(x) - f(x)\varphi'(x)}{\varphi^2(x)}.$$

Bundan esa $\frac{f(x)}{\varphi(x)}$ funksiyaning hosilasi mavjudligi hamda

$$\left(\frac{f(x)}{\varphi(x)}\right)' = \frac{f'(x)\varphi(x) - \varphi'(x)f(x)}{\varphi^2(x)}$$

Ekanligi kelib chiqadi. Teorema isbot bo'ldi.

Hosilaning geometrik ma'nosi.

Biror $[a, b]$ oraliqda aniqlangan y=f(x) funksiya berilgan bo'lsin .Uning grafigiga tegishli M(x_0;y_0) va N($x_0 + \Delta x; y_0 + \Delta y$) nuqtalarni olamiz.

Egri chiziqning ikki nuqtasini tutashtiruvchi to'g'ri chiziq kesuvchi deb ataladi.

Agar M nuqta qo'zg'almas N nuqta esa grafik bo'ylab harakatlanib ; M nuqtaga yaqinlashsa , u holda MN kesuvchi M nuqta atrofida burilib biror MT limit to'g'ri chiziqqa yaqinlashadi. Bu MT to'g'ri chiziq y=f(x) funksiyaga M nuqtada o'tkazilgan urinma deb ataladi.(1-chizma) MT urinma ox o'qi bilan α burchak ,MN kesuvchi esa β burchak tashkil qiladi MNK to'g'ri burchakli uchburchakda

$$\tan\beta = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Y=f(x) funksiya grafigi bo'ylab N$\rightarrow M$ da $\Delta x \rightarrow 0$ bo'ladi va $\beta \rightarrow \alpha$. Bu holatni quyidagicha yozish mumkin.

$$\lim_{\Delta x\rightarrow 0}\tan\beta = \lim_{\Delta x\rightarrow 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Shunday qilib $\tan\alpha = f'(x_0)$

Y=kx+b chiziqli funksiya grafigi.

k=$\tan\alpha$ son to'g'ri chiziqning burchak koeffsentini α burchak esa shu tog'ri chiziq bilan ox o'qi orasidagi burchak deb ataladi.

Hosilaning iqtisodiy ma'nosi.

Hosilaning iqtisodiy ma'nosi quyidagi misolda qaraymiz. Biror xil maxsulot ishlab chiqarilganda ishlab chiqarish mahsulotining miqdoriga bo'g'liq. Mahsulot miqdorini x bilan ishlab chiqarish xarajatlarini y bilan belgilasak.

y=f(x)

funksional bo'g'lanish kelib chiqadi. Mahsulot ishlab chiqarish Δx ga ko'paytirilsa $x + \Delta x$ mahsulotiga mos keluvchi xarajat

f(x+Δx)

bo'ladi. Demak , mahsulot miqdorining Δx orttirmasiga xarajatining orttirmasi

$$\Delta y = f(x+\Delta x) - f'(x)$$

mos keladi.

Ta'rif: $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ nisbatga mahsulot ishlab chiqarish xarajati va mahsulot hajmi x orasida y=100x-$\frac{1}{30}x^3$

bo'lib,

f'(5)=100-$\frac{1}{10}5^2 = 97{,}5$ $\quad f'(10) = 90$

bo'ladi

Bularning iqtisodiy ma'nosi, mahsulot ishlab chiqarish hajmi 5 birlik bo'lganda mahsulot ishlab chiqarish xarajati kelgusi mahsulotini ishlab chiqarish hajmi 10 birlik bo'lganda esa u 90 ni tashkil etadi.

Hosilaning mexanik ma'nosi.

Biror M moddiy nuqta to'g'ri chiziq bo'ylab harakatlanayotgan bo'lsin (a-rasm) M_0 boshlang'ich vaziyatdan M nuqtagacha bo'lgan S masofa t vaqtga

bo'gliq ,ya'ni s=f(t) vaqtning biror t momentidan moddiy nuqta M_0 boshlang'ich vaziyatdan s masofada , Navbatdagi biror t+Δt momentda esa N vaziyatda, ya'ni boshlang'ich M_0 vaziyatdan $s + \Delta s$ masofada bo'lsin shunday qilib , moddiy nuqta Δt vaqt oraliqda Δs masofani bosib o'tadi va skalyar Δs ga o'zgaradi.

Moddiy nuqtaning Δt vaqt oralig'idagi o'rtacha tezlik $v_{o'rt}$=$\frac{\Delta s}{\Delta t}$ tenglik bilan aniqlanishi fizika kursidan ma'lum Biroq

$$\lim_{\Delta t \to 0} v_{o'rt} = v$$

Berilgan t momentdagi oniy tezlik bo'lib,

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = s'(t)$$

Esa hosila shunday qilib v=s'(t) Hosilaning meaning ma'nosi shundan iborat va qisqacha bunday deyiladi .

Tezlikning yo'ldan vaqt bo'yicha olingan hosiladir harakatning tezlanishi haqida ham shunga o'xshash fikrni aytish mumkin

Moddiy nuqtaning v tezlik t vaqtning funksiyasi ya'ni v=v(t) .Bu funksiya hosilasi esa harakatning tezlanishi deyiladi.

$$a=v'(t)$$

shunday qilib, tezlanish tezlikdan vaqt bo'yicha olingan hosiladir.

$$a=s''(t)=(s'(t))'$$

Kasr chiziqli funksiya.

Bu funksiya ikkita chiziqli funksitaning nisbatidan iborat va quyidagicha

$$y=\frac{ax+b}{cx+d} \qquad (1)$$

beriladi.

Kasr-chiziqli funksiya c=0 bo'lganda chiziqli funksiyaga ad=bc bo'lganda esa o'zgarmas songa aylanadi.

Kasr-chiziqli funksiyaning a=d=0 bo'lgandagi xususan holi nihoyatda muhimdir, chunki bu holda u

$$y=\frac{k}{x} \qquad (2)$$

teskari proporsional bog'lanish, masalan , o'zgarmas temperature gaz bosimi p va uning hajmi v ni bog'laydi; chunki Boyl-Mariot qonuniga ko'ra pv=const. Teks harakatda berilgan s yo'lni o'tishga sarf bo'lgan vaqt t tezlik v ga teskari proporsional, ya'ni $t=\frac{s}{v}$

Umumiy (1) kasr-chiziqli funksiyaning grafigi $y=\frac{k}{x}$ funksiya grafigidan hosil bo'ladi.

Kombinatorika.

Kombinatorika- matematikaning berilgan obyektlardan u yoki bu shartlarni qanoatlantiruvchi nechta kombinatsiya tiuzish mumkinligini o'rganuvchi bo'lim. Kombinatorik deb atalgan masalarga odamlar juda qadimdayoq yo'liqgan bir necha ming yil burun Qadimgi Xitoyga sehrli kvadratlar tuzishga qiziqqan. Kombinatorika masalalar shashka, shaxmat, domina, qarta, shashqol kabi o'yinlar tufayli ham vujudga kelgan, Masalan, sakkiz farazini shaxmat taxtasida bir-birini urolmaydigan qilib joylashga, shaxmat taxtasining hamma katagini asp(ot) bilan bir karra aylanib chiqish boshqalar.Kombinatorika masalalarini yechishda ko'pincha grafik metodlardan foydalaniladi; masalan, sonni qo'shiluvchilari yig'indisiga yoyganda graf deb ataluvchi diagramma ya'ni nuqtalar va kesmalardan iborat geometrik figuraga murojat qilinadi.1970-1980 yilda kombinatorika yangi yutuqlarni qo'lga kiritdi.Kombinatorika faqat u yoki bu qism to'plamlar va ketma-ketliklar miqdorini sanashdan iborat emas. Kombinatorika muammolarini yechishda ba'zan qo'yilgan muammo yechimga ega ekanligini, yoki aksincha, yechim mavjud emasligini isbotlash kifoya bo'ladi.

Ko'p o'zgaruvchili funksiya.

1. Agar biror D to'plamning har bir $(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ elementiga biror qoida bilan E to'plamdagi yagona u haqiqiy son mos qoyilgan bo'lsa u holda , D to'plamda n o'zgaruvchining funksiyasi aniqlangan deyiladi. Va quyidagicha yoziladi. u=u($x_1, x_2, \dots, x_n$

2. M($x_1, x_2, \dots, x_n$) nuqta funksiyaning aniqlanish sohasida M$_0$($x_0, x_0, \dots, x_0$) nuqtaga ixtiyoriy usulda intilganda

$$\lim_{M \to M_0} u(M) = u(M_0)$$

tenglik o'rinli bo'lsa , u=u$(x_0, x_0, \dots, x_0)$ funksiya $M_0(x_0, x_0, \dots, x_0)$ nuqtada uzluksiz deyiladi.

3. u=u$(x_1, x_2, \dots, x_n)$ funksiyaning x_1 o'zgaruvchi bo'yicha xususiy hosilasi

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} = \lim_{\Delta x_1 \to 0} \frac{\Delta x_1 u}{\Delta x_1} = \lim_{\Delta x_1 \to 0} \frac{u(x_1 + \Delta x_1 + x_2 \dots, x_n}{\Delta x_1}$$

Tenglik bilan aniqlanadi.

Xuddi shuningdek , qolgan argumentlar bo'yicha ham xususiy hosilalar topiladi.

4. $$\frac{\partial^n u}{\partial x_{i1}^{ki} \partial x_{i2}^{k2} \dots \partial x_{im}^{km}}$$

Ifoda n-tartibli xususiy hosilaning umumiy formulasi bu yerda

$k_1 + k_2 + \dots + k_m = n$ va

1≤ $ij \leq n$ 1≤ $j \leq m$

Ketma- ketliklar.

Matematikaning asosiy tushunchalardan biri ketma- ketkik sonlar nuqtalar funksiyalar , vektorlar va hokazodan tuzilgan bo'lishi mumkin.Har bir natural son n ga biror to'plamning x elementini mos qo'yadigan qonun ko'rsatilgan bo'lsa ketma-ketlik $x_1, x_2, \cdots, x_n$ yoki qisqacha (x_n) ko'rinishda yoziladi.

$x_1, x_2, \cdots, x_n$ elementar ketma-ketlikning hadlari

x_1 –birinchisi:

x_2 –ikkinchisi:

x_n –umumiy (n-hadi) deyiladi.

Sonli ketma-ketliklar ya'ni hadlari sonlardan iborat ketma-ketliklar eng ko'p qirrali analitik usul –sonli ketma-ketlikning berishning eng soda usuli unda ketma-ketlikning n-hadi $x_n$ni uning nomeri n orqali ifodalaydigan formula ko'rsatiladi

Masalan, agar

$x_n = \frac{2n-1}{2n+2}$ bo'lsa u holda

$x_1 = \frac{1}{3}$ $x_2 = \frac{3}{4}$ $x_3 = 1$ $x_4 = \frac{19}{12}$

Arifmetik progressiyada va geometric progressiyada sonli ketma-ketliklarning misollar.

Ketma-ketlik limiti.

Agar har qanday $\varepsilon > 0$ son uchun shunday $n_0 = n_0(\varepsilon) > 0$ son topilsaki (bunda n_0-butun son) ,barcha n>$> n_0$ lar uchun $|x_n - A| = \varepsilon$ tengsizlik bajarilsa u holda A son $\{x_n\}$ sonli ketma –ketlikning limiti deyiladi va bu

$$\lim_{n\to\infty} x_n = A$$

ko'rinishda yozila.

Limitga ega bo'lgan ketma-ketlik yaqinlashuvchi, aks holda esa uzoqlashuvchi ketma-ketlik deyiladi. $\{x_n\}$ ketma-ketlik va a haqiqiy son berilgan bo'lsin. Agar $\alpha_n = x_n - a$ ketma-ketlik cheksiz kichik ketma-ketlik bo'lsa, a son $\{x_n\}$ ketma-ketlikning limiti deyiladi va $\lim_{n\to\infty} x_n = a$ ko'rinishda belgilanadi.

Lopital qoidalari.

$\frac{0}{0}$ va $\frac{\infty}{\infty}$ ko'rinishdagi aniqmasliklarni yechish: Agar y=f(x) va $\varphi(x)$ funksiyalardan x=x_0 nuqtaning biror atrofida Koshi teoremasining shartlarini qanoatlantirsa

x→ x_0 da $\lim_{x\to x_0} f(x)$=0

$\lim_{x\to x_0}\varphi(x)=0$ (yoki $+\infty$) intilsa va $\lim_{x\to x_0}\frac{f\prime(x)}{\varphi\prime(x)}$ limit mavjud bo’lsa , u holda $\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)}{\varphi(x)}$ limit ham mavjud bo’lib , bu limitlar o’zaro teng bo’ladi;ya’ni

$$\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)}{\varphi(y)}=\lim_{x\to x_0}\frac{f\prime(x)}{\varphi\prime(y)}$$

Lopital qoidasi x_0 →+∞ bo’lganda ham o’rinlidir.

Agar f’(x_0)=$\varphi'(x_0)$ (yoki ∞) bo’lsa va teorema shartlarida y=f(x) va y=$\varphi(x)$ funksiyalarga qo’yilgan shartlarini f’(x) va $\varphi'(x)$ hosilalar ham qanoatlantirsa , u holda $\frac{f\prime(x)}{\varphi\prime(x)}$ nisbatiga Lopital qoidasini qo’llanib $\lim_{x\to x_0}\frac{f\prime(x)}{\varphi\prime(x)}=\lim_{x\to x_0}\frac{f\prime\prime(x)}{\varphi\prime\prime(x)}$ formulaga ega bo’lamiz

Leontevning ko’p tarmoqli iqtisod uchun modeli.

Tarmoqlar orasidagi bo’lanish odatda tarmoqlararo muvozanat jadvalda o’z aksini topadi; Ularni tahlil qilish imkonini beruvchi matematik model 1936-yilda amerikalik iqtisodchi B Leotev tomonidan ishlab chiqilgan.

Ma’lum bir vaqt oralig’idagi, masalan bir yildagi ishlab chiqarish jarayonini qaraymiz.

n-tarmoqlar soni x_i-I tarmoq umumiy (yalpi) mahsulot hajmi(i=$\overline{1n}$)

x_{ij}-ishlab chiqarish jarayonida i-tarmoq maxsuloti j-tarmoq tomonidan istimol qilinadigan hajmi

x_i=$\sum_{j=1}^{n}x_{ij}+y_i$ $(i=\overline{1,n})$ (1)

(1) tenglamaga muvozanat munosabati deyiladi j=tarmoq bir birlik maxsulot ishlab chiqarish uchun i=tarmoq maxsuloti sarfini ko’rsatuvchi

$a_{ij}=\frac{x_{ij}}{x_j}$ (I,j=1,n)

to’g’ridan –to’g’ri sarflar koeffisienti kiritamiz qandaydir vaqt oralig’ida a_{ij} koeffisent o’zgarmas va ishlab chiqarish texnologiyalarga bog’liq deb hisoblaymiz.

Bu esa maxsulot sarflari yalpi ichlab chiqarish bilan chiziqli bog’liqligini bildiradi

$X_{ij}=a_{ij}x_i$ (I,j=1,n) (2)

Natijada biz tomonimizdan shu asosida ko’riliyotgan ko’p tarmoqli movozanat modeli chiziqli bo’ladi.

Limit.

Limit- matematikaning eng muhim tushunchalaridan biri. Agar o’zgaruvchi miqdori o’zining o’zgarishi jarayonida a songa cheksiz yaqinlashsa a soni x o’zgaruvchi miqdorining limiti deyiladi. Limitlar metodining tatbiq qilininshi ravshanki, limitlar ustida amallar bajarishi qoidalarini o’rnatishni ya’ni limitlar nazariyasini yaratishni talab etadi. Bu nazariyadagi asosiy tushuncha cheksiz kichik limiti nolga teng bo’lgan o’zgaruvchi tushuncha bo’lib qoladi. Agar o’zgaruvchi miqdorning limiti a bo’lsa u holda x o’zgaruvchi miqdorining limiti a bo’lsa, u holda x$\to a$ (<<x a ga intiladi>>deb o’qiladi) yoki limx=a (<<x ning limiti a ga teng>> deb o’qiladi) kabi yozish qabul qilingan lim-<<chegara, chek>> ma’nosini anglatadi so’zi <<limis>> ning birinchi uchta harfi Limitini belgilash uchun limes so’zini birinchi bo’lib L Nyuton ishlatgan lim simvolini fransuz olimi C. Lyuli 1786 yilda kiritgan $\lim\limits_{n\to\infty}$ ifodani birinchi bo’lib anglaylik U Gamilton 1855- yilda yaratgan odatda ketma-ketlik uchun limit belgisi ostida n$\to\infty$ simvolini qo’yishadi ya’ni $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ deb bu << n cheksizo’sganda x_n ning limiti>> degan ma’noni anglatadi. Funksiya uchun limit belgisi ostida argument qaysi qiymatga intolishini ko’rsatishadi, ya’ni $\lim\limits_{t\to t_o} x(t)$

deb yozishadi. Bu << x(t) funksiyaning t argument t_o ga intilgandagi limiti>> deb o'qiladi.

Matematik statistika.

Matematik statistika –kuzatuv natijalarini qayta ishlash uslublarini o'rganuvchi fan. Misollar. Paxta toyidan tanlanmay bir siqim paxta olinadi va siqimdagi tolalarning uzunliklari (sm) o'lchab quriladi statistika gipotezalari, juda ham rang-barang bo'lishi mumkin masalan A dori B kasalga chalingan bemorlarga ijobiy ta'sir o'tkazmaydi (lm bo'lmaydi). A navi B naviga qaraganda serhosil va hokoza. Matematik statistikada statistik gipotezalarning to'g'riligi yoki noto'g'riligi haqidagi muammolarni hal qilish uchun yaroqli metodlar ishlab chiqishga katta ahamiyat beriladi. Statistika bizni o'zgaruvchilar orasida funksiyalar vositasida beriladigan bog'lanishga qaraganda umumiyroq bo'lgan bog'lanish tushunchsiga olib keladi. Misol keltiramiz. Qarag'ay balandligining diametriga bo'g'liqlikni o'rganaylik. Bu ikkita xarakteristikani solishtira boshlasak, balandligi bir xil, ammo diametri har xil bo'lgan ko'plab qarag'aylar borligini ko'ramiz. Kuzatuv natijalari bo'ysunadigan qonuniyatlarni aniqlash va tabiatdagi real hodisalar nazariyasi bilan ularning amaldagi kechuvchi orasidagi mutanosoblikni tekshirishda statistika metodlardan foydalaniladi.

Matematik induksiya.

Xususiy xulosalardan umumiy xulosalarga o'tishdan iborat mulohazalar induktiv deb ataladi. Odatda ma'lum bir xossa biror sondagi predmetlarga payqaladi, vaqti kelib faraz bayon qilinadi,so'ng u tajribada tekshirib jarayonida shunday vaqt keladiki, farazni qabul qilish isbotlangan deb hisoblash uchun yetarli sanaladi.Matematik induksiya metodini yaqqol qilib aytganda, biri keyingisining yelkadagi qo'lini qo'ygan odamlar zanjiri tarzida tasavvur qilish mumkin.Bu holda tutash qator hosil bo'ladi, holbuki bevosita tutashish faqat eng yaqin qo'shnilar orasida ro'y beradi. Induktiv qadamni amalgam oshirish doim ham oson emas. Avvalambor u ham berilgan teoremaning o'zi kabi cheksiz holat (k-ixtiyoriy) uchun tekshirish kerak. Biroq matematik induksiya metodining afzalligi shundaki juda ko'p hollarda induksiya qadami berilgan teoremaning o'zini isbotlashga qaragandayengilroq,shuning uchun induksiya qadamini isbotlar ekanimiz mulohazalarning haqiqatdan ham k ning ixtiyoriy qiymatida yaroqligiga puxta ishonch hosil qilinadi.Induksiya yordamida faqat reoremalarni isbotlashgina emas, ayrim ta'riflarni kiritish ham qulay A kishini ko'z oldiga keltiraylik . Uning ota-onasi va bolalarni birinchi tartibli qarindoshlar deb ataymiz. Agark-tartibli qarindoshlarning birinchi tartibli qarindoshlarining birinchi tartibli qarindoshlariga ataymiz (kichikroq tartibli qarindoshlardan tashqari) xususan, bu ta'rifga ko'ra aka-ukalar va opa-singillar ikkinchi tartibli qarindoshlar bo'ladi. Induktiv ta'riflar matematik , mantiq va matematik lingvistikada muhim rol o'ynaydi. Induksiya bo'yicha isbotlash matematik faoliyatda mustahkam o'rin egalladi. Metodning turli-tuman tatbiqlarga mo'ljallangan juda ko'p modifikasiyalari (variantlar) o'ylab topgan.

Matematik iqtisod.

Matematik iqtisod-predmeti iqtisodiy obyektlari va jarayoning matematik modellari va ularni tadqiq etish metodlari bo'lgan nazariy va amaliy fan.

Matematik fanlarning kelib chiqishi shubhasiz, iqtisod ehtiyojlari bilan bog'liq bo'lgan Masalan, qancha maydonga don sepish oilani to'q tutish uchun zarur ekin maydonini qanday qilib o'lshash va olingan hosilni chamlab baholash zarur bo'lgan Matematik iqtisod; shuningdek avvaldagi ma'lum iqtisodiy hodisalarning formullashtirilgan matematik tavsifi, iqtisodiy hisob – kitoblardagi turli gipotezalarning tahlili ularni ifodalovchi matematik munosabatlar bilan ham shug'ullanadi. Matematik iqtisodning taraqqiy. U <<matematik programmalashtirish>> degan umumiy nom bilan birlashtiriluvchi bir necha matematik sonlari paydo bo'lishiga turtki bo'ldi. Matematik metodlarni iqtisodga tatbiq qilish masalalarni ishlab chiqgan sovet matematigi L.V.Kantorovich ishlari Lenin va Nobil mukofotlari bilan taqdirlangan.

Murakkab funksiya hosilasi.

Agar u=$\varphi(x)$ funksiya biror x nuqtada u'_x=$\varphi'(x)$ hosilaga ega bo'lsa , y=F(u) funksiya esa uning mos qiymatida y'_u=F'(u) hosilaga ega bo'lsa, u holda ko'rsatilgan x nuqtada y=F$[\varphi(x)]$ murakkab funksiya ham y'_x=F'_u(u)$\varphi'(x)$ ga teng hosilaga ega bo'ladi bu yerda u o'rniga u=$\varphi(x)$ ifoda qo'yilishi zarur qisqacha

y'_x=$y'_u u'_x$

ya'ni murakkab funksiyaning hosilasi berilgan funksiyaning hosilasi berilgan funksiyaning oraliqdagi argument u bo'yicha hosilasi berilgan funksiyaning oraliqdagi argument u bo'yicha hosilaning oraliqdagi argumentning x bo'yicha hosilasi bilan ko'paytmasiga teng.

Nyuton binomi.

Nyuton binomi –ikki handing darajasini yakka hadlar yig'indisi ko'rinish ifodalovchi formulaning nomi ikki handing kvadrati uchun

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ formulani qadimgi Bobil matematiklari bilishgan bo'lishi mumkin Qadimgi yunonlar esa uning geometrik talqinni bilishgan. Agar bu formulaning ikkala qismini ham (a+b) ga ko'paytirib qavslarni ochsak,

$(a+b)^3 = (a^2 + 2ab + b^2)(a+b) = a^3 + a^2 b + 2a^2 b + 2ab^2 + ab^2 + b^3$ ya'ni

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2 b + 3ab^2 + b^3$

hosil bo’ladi .

Yana bir shunday qadam mana bu formulaga olib keladi.

$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

Koeffisientlar hosil bo’lishi qonuni osongina ko’rish mumkin a^3b had oldidagi 4 koeffisent a^2b va a^3 oldidagi 3 va 1 koeffisentlar yig’indisi 3+3 ga teng ab^3 oldidagi 4 koeffisienti ham ana shu qonun asosida hosil qilamiz shunday qilib $(a+b)^n$ yoyilmadagi $a^{n-k}b^k$ had oldidagi c_n^k koeffisent $(a+b)^{n-1}$ yoyilmadagi $a^{n-k}b^{k-1}$ va a^{n-k-1}bu hadlar oldidagi c_{n-1}^{n-1} va c_{n-1}^k koeffisientlrning yig’indisiga teng a^n va b^n oldidagi koeffisientlar esa 1 ga teng bunda

$(a+b)^n = a^n + c^1a^{n-1}b + c_n^2a^{n-2}b^2 + \ldots + c_n^ka^{n-k}b^k + \ldots + b^n$ (1) tenglikdagi C_n^k koeffisent Paskal uchburchagidagi (n+1)- qatorning hadi ekani kelib chiqadi.

Qavariq funksiyalar.

Monotonlik funksiyani xarakyerlovchi muhim xossadir (qavariq funksiyaning o’sishi va kamayishi) Biroq funksiyaning o’zgarish jarayonini tasvirlash uchun bu xossa ba’zan yetarli bo’lmas ekan monoton funksiyalarning grafiklari keltirilgan ammo, ko’rib turibmizki, bu grafiklar turlicha birnchi funksiya grafigining shakli masalan, A va B nuqtalarga osib qo’yilgan <<og’ir>>ipni ikkinchisining shakli esa hosili ko’pligidan egilgan olma shoxini eslatadi. Aniqrog’I biror x oraliqda uzluksiz F(x) funksiya berilgan bo’lsin Agar shu x oraliqdan olingan ixtiyoriy $x_1 va x_2$ nuqtalar uchun

f$\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right) \le \frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}$ tengsizlik bajarilsa , f(x) funksiya pastga qavariq deyiladi

Agar H oraliqdan olingan ixtiyoriy $x_1 va x_2$ nuqtalar uchun

$$f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right) \geq \frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}$$

tengsizlik o’rinli bo’lsa, f(x) funksiya yuqoriga qavariq (botiq) deyiladi Bu tengsizliklarni soddagina geometrik ma’noga ega. Absissasi $\frac{1}{2}(x_1+x_2)$ bo’lgan nuqta $[x_1, x_2]$ kesmaning o’rtasidir, $f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)$ esa egri chiziqning mos nuqtasi ordinatasidir .

Qatorlar.

Qo’shish amali birlashtirilgan $u_1, u_2, \dots . u_n, ..$ cheksiz ketma-ketkikka sonli qator deyiladi.

$u_1 + u_2 + \cdots + u_n + \cdots = \sum_{n=1}^{\infty} u_n$ (1)

$u_1, u_2, \dots, u_n, ..$ –qator hadlari u_n- esa qatorning umumiy yoki n-hadi deyiladi.

$S_1 = u_1$, $S_2 = u_1 + u_2, \dots\dots, S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$ larga qatorning qismiy yig’indisi deyiladi.

Ratsional kasrlarni integrall

$\frac{Q(x)}{f(x)}$ rarsional kasrning integralini ya’ni $\int \frac{Q(x)}{f(x)}$dx integralni hisoblash.

I-hol Maxrajning ildizlari haqiqiy va har xil , ya’ni f(x)=(x-a)*(x-b)*….*(x-d)

Bu holda $\frac{F(x)}{f(x)}$ kasr I tipidagi eng soda kasrlarga ajratiladi.

$$\frac{F(x)}{f(x)} = \frac{A}{x-a} + \frac{B}{x-b} + \cdots + \frac{D}{x-d}$$

Va bu tenglikning ikkala tomonini integrallasak;

$$\int \frac{F(x)}{f(x)} dx = \int \frac{A}{x-a} dx + \int \frac{B}{x-b} dx + \cdots + \int \frac{D}{x-d} dx = A \ln|x-a| + B \ln|x-b| + \cdots + D \ln|x-d| + c$$

.

II- hol Maxrajning ildizlari haqiqiy va ulardan ba’zilari karrali.

f(x)=$(x-a)^{\alpha}*(x-b)^{\beta}*\dots*(x-d)^{\delta}$

Bu holda $\frac{F(x)}{f(x)}$ kasr I va III tipdagi eng soda kasrlarga ajratiladi.

III-hol Maxrajning ildizlari orasida takrorlanmaydigan (ya'ni turlicha) kompleks ildizlari bor

f(x)=$(x^2+px+q)\dots..(x^2+lx+s)(x-a)^{\alpha}\dots.(x-a)^{\delta}$.

Teskari funksiya hosilasi.

Aytaylik x=f(y) funksiya biror intervalda monoton va differensiallanuvchi bo'lsin hamda bu intervalning y nuqtasi nolga teng bo'lmagan f'(y) hosilaga ega bo'lsin , y=$f^{-1}(x)$ teskari funksiya tegishli x nuqtada $[f^{-1}(x)]$' hosilaga ega bo'lishini shu bilan birga.

$$[f^{-1}(x)]'=\frac{1}{f'(y)} \qquad (1)$$

bo'lishini ko'rsatamiz .

Shartga ko'ra x=f(y) funksiya monoton va differensiallanuvchi y=$f^{-1}(x)$ funksiya $m$avjud u monoton uzluksiz x argument $\Delta x\neq 0$ orttirma beramiz. U holda y=$f^{-1}(x)$ funksiya Δy orttirmani oladi, y monotonligiga ko'ra noldan farqli bo'ladi . Bundan tashqari y=$f^{-1}(x)$ funksiyaning uzluksizligi natijasida

$\Delta x\rightarrow o$ da Δy orttirma ham nolga intaladi .

Demak ,

$$[f^{-1}(x)]'=\lim_{\Delta x}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{1}{\frac{\Delta x}{\Delta y}}=\frac{1}{\lim\limits_{\Delta y\to o}\frac{\Delta x}{\Delta y}}=\frac{1}{f'(y)}$$

(1) formulani quyidagi ko'rinishda yozish mumkin.

$$y'_x=\frac{1}{x'y}.$$

Trigonometrik funksiyalarning integrallash.

$\int R(\sin x, \cos x)$dx

Integral berilgan bo'lsin . Bu integral

$\tan\frac{x}{2} = t$

Almashtirish yordami bilan hamma vaqt ratsional funksiyaning integraliga keltirishi mumkinligini ko'rsatamiz $\sin x\ va \cos x$ funksiyalarni $\tan\frac{x}{2}\ b$ilan ya'ni t bilan ifodaymiz.

$$\sin x = \frac{2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}}{1} = \frac{2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}}{sin^2x + cos^2x} = \frac{2tan^2\frac{x}{2}}{1 + tan^2\frac{x}{2}} = \frac{2t}{1 + t^2}$$

$$\cos x = \frac{cos^2\frac{x}{2} - sin^2\frac{x}{2}}{cos^2\frac{x}{2} + sin^2\frac{x}{2}} = \frac{1 - tan^2\frac{x}{2}}{1 + tan^2\frac{x}{2}} = \frac{1 - t^2}{1 + t^2}$$

So'ngra x=2arctant , dx=$\frac{2dt}{1+t^2}$ shunday qilib , sinx, cosx, va dx lar t bilan ratsional ifodalaydi. Ammo ratsional funksiyalarning ratsional funksiya o'z navbatida ya'ni ratsional funksiya bo'lgani uchun hosil qilingan ifodalarni (1) integralga qo'yib , ratsional funksiyaning integralini hosil qilamiz.

$\int R(sinx, cosx)dx = \int R(\frac{2t}{1+t^2}, \frac{1-t^2}{1+t^2})\frac{2dt}{1+t^2}$.

1) Agar integral $\int R(sinx)cosxdx$ ko'rinishda bo'lsa u holda sinx=t, cosxdx=dt almashtirish bu integralni $\int R(t)dt$ ko'rinishga olib keladi .

2)Agar integral ostida funksiya faqat tanx ga bog'liq bo'lsa , u holda tanx=t x=arctant, dx=$\frac{dt}{1+t^2}$ almashtirish yordamida

$$\int R(tanx)dx - \int R(t)\frac{dt}{1+t^2}$$

To'plamlar.

To'plam- hozirgi zamon matematikasining deyarli barcha bo'limlarida qo'llanilgan asosiy tushunchalardan biri.

To'plam matematikaning boshlang'ich tushunchalardan bo'lib, uni o'zidan soddaroq tushunchalar orqali tushuntiriladi. Masalan auditoriyadagi studentlar to'plami, kutubxonadagi barcha kitoblar to'plami, tekislikdagi barcha uchburchaklar to'plami, barcha natural sonlar to'plami va hokazo.

Agar to'plamga tegishli bo'ladigan obyektlarning belgisi ko'rsatilgan bo'lsa, u holda to'plam berilgan deb aytiladi.Berilgan to'plamni tashkil qilgan obyektlar uning elementlari deb ataladi. Odatda to'plamlar latin alfbetining bosh harflari A, B, C,….X,Y….bilan belgilanadi.

a obtektning A to'plamga tegishli bo'lishi $a \in A$ orqali (a tegishli A) belgilanadi. b obyektning A to'plamga tegishli bo'lmasa $b \notin A$ (b tegishli emas A) orqali belgilanadi.

1-misol N barcha natural sonlari bo'lsin;

N={1,2,3,4,…n,…}

U holda $5 \in N$; $101 \in N$; $0,5 \notin N$; $-19 \notin N$; $\frac{2}{3} \notin N$;

2-misol Q barcha ratsional sonlar to'plami bo'lsin ya'ni $Q=\left\{\frac{p}{q}\right\}$, bunda p va q-butun sonlar $q \neq 0$ u holda

$1 \in Q$, $\frac{1}{2} \in Q$, $\frac{2}{3} \in Q$, $-19 \in Q$

Uzulish turlari.

Agar x_0 nuqtada funksiya uzluksizligini quyidagi uchta shartidan birortasi bajarilmasa x_0 nuqta uzilish nuqtasi deyiladi.

1) f(x) funsiya x=x_0 nuqta va uning atrofida aniqlangan;

2) x_0 nuqtada f(x) funksiya limitga ega;

3) Funksiyaning x→ x_0 dagi limiti funksiyaning x_0 nuqtadagi qiymatiga teng, ya'ni

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = f(x_0)$$

bo'lsa , y=f(x) funksiya x=x_0 nuqtada uzluksiz deyiladi.

Agar x_0 nuqtada $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = f(x_0 - 0)$ va $\lim\limits_{x\to x_0+0} f(x) = f(x_0 + 0)$ limitlar mavjud bo'lib, f($x_0 - 0) \neq f(x_0$+a) bo'lsa, x_0 nuqta 1- tur uzilish nuqtasi deyiladi

Agar $\lim\limits_{x\to x_0+0} f(x)$ $\lim\limits_{x\to x_0-0} f(x)$ limitlar yoki ularning birortasi mavjud bo'lmasa yoki ∞ ga teng bo'lsa x_0 nuqta 2-tur uzilish nuqtasi deyiladi.

Agar x_0 nuqtada bir tomonlama limitlar mavjud va

f($x_0 - 0) = f(x_0 + 0) \neq f(x)$ bo'lsa u holda x_0 nuqtada bartaraf qilinish mumkin bo'lgan uzilishi nuqtasi deyiladi.

Uzluksiz funksiyalar.

Funksiyaning uzluksizligi tushunchasi bizning bu funksiyaning grafigi silliq hech qayerda uzilmaydigan chiziq bo'lishi haqidagi intuitive tasavvurimiz bilan bog'liq. Bunday y=f(x) funksiyaning grafigini qarayotganimizda biz ko'ramizki argumentning yaqin qiymatlari funksiyaning yaqin qiymatlari to'g'ri keladi, agar x erkli o'zgaruvchi nuqtaga yaqinlashsa, y=f(x) funksiyaning qiymati funkiyaning x_0 dagi qiymatiga chegaralanmagan holda yaqinlashadi. (1-rasm). Endi funksiyaning uzluksizligi tushunchasining qat'iy ta'rifini beramiz. Ushbu shartlar o'rinli bo'lsa y=f(x) funksiya x_0 nuqtada uzluksiz deyiladi;

1) funksiya x_0 nuqtada va bu nuqtani o'z ichiga oluvchi biror atrofida aniqlangan;

2) funksiya $x \to x_0$ dagi limiti funksiyaning x_0 nuqtadagi qiymatiga teng.

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = f(x_{0)} \quad (1)$$

Agar x_0 nuqtada funksiya uzluksiz bo'lsa u holda bu x_0 nuqtada berilgan funksiyaning uzluksiz nuqtasi deyiladi.

Yuqori tartibli hosila.

y=f(x) funksiya differensiallanuvchi funksiya bo'lsin . f'(x) hosilaning qiymatlari umuman aytganda x ga bo'g'liq ,ya'ni f'(x) hosila ham o'zgaruvchi x ning funksiyasidir.

f'(x)=$\varphi(x)$ii

1-ta'rif: Berilgan funksiya hosilasidan olingan hosilasidan olingan hosila shu funksiyaning ikkinchi tartibli hosila yoki ikkinchi hosilasi deyiladi va y'' yoki f''(x) kabi belgilanadi.

y''(x)=(y')'=f''(x)

2-ta'rif ikkinchi tartibli hosiladan olingan hosila uchinchi tartibli hosila yoki uchinchi hosila deyiladi va y''' yoki f'''(x) belgilanadi.

y'''(x)=(y'')'=f'''(x)

3-ta'rif (n-1) tartibli hosiladan olingan hosila n-tartibli hosila deyiladi va $y^{(n)}$ yoki $f^{(n)}$(x) kabi belgilanadi.

$y^{(n)}$=($y^{(n-1)\prime}$)'=$f^{(n)}$(x)

Misol: y=2^x funksiyaning 4-tartibli hosilasini toping.a

y''=$(2^x \ln 2)' = 2^x\, ln^2 2$

va shu tartibda davom etadi.

Zaruriy va yetarli shartlar.

Zaruriy va yetarli shartlar- matematik teoremalarning bir ko’rinishi, teoremalarni yozish va talqin qilish shaklidir Agar biror P tasdiq Q uchun yetarli deyilgan bo’lsa, buning ma’nosi: shart p xulosasi Q bo’lgan teorema to’g’ri bo’ladi demakdir.

$$P \Rightarrow Q$$

P-Q uchun yetarli shart

Q-P uchun zaruriy shart

Umuman, agar biror Q tasdiq P uchun zarur deyilgan bo’lsa, bu shart P xulosasi esa Q bo’lgan teorema o’rinli demakdir. Boshqacha qilib aytganda (…) $P \Rightarrow 0$ ko’inishdagi har bir teoremani (bunda ko’p nuqta teoremaning izohlovchi qismini, P-shartini, Q- xulosasini belgilaydi) quyidagi usullardan biri bilan bayon qilish mumkin <<zarur va yetarli>> degan so’zlar ko’pincha>>…holda va faqat shu holda…<<yoki>> .. bo’lsa va faqat shu shartda…>> kabi jumlalar bilan almashtiriladi. Masalan , to’rtburchakning diagonallari kesishib nuqtasida-teng ikkiga bo’linsa va faqat shu holda u parallelogram bo’ladi.

O’rta qiymat.

Ikkita musbat a va b sonlardan tuzilgan klassik o’rta qiymatlari deb $\frac{a+b}{2}$-o’rta arfimitik, $\sqrt{ab}$-o’rta geometric (o’rta proporsional deb ham ataladi) va $\frac{2ab}{a+b}$-o’rta garmonik miqdorlarini hisoblash qabul qilingan. Bu << o’rtalari>> ko’hna zamon matematiklarga ham ma’lum edi. Ular xususan qadimgi yunon muzika nazariyasidan katta rol o’ynagan Qadimgi yunon matematigi arxitga (yangi eragacha taxminan 428-

365 yil) mansub deyilgan matematik qo'l yozmalarning birida o'rta arfimematik m o'rta geometrik q, o'rta garmonik h, geometrik va garmonik proporsiyalar;

a-m=m-b   a:q=q:b

(a-h):a=(h-b):a

larning teng o'rta hadlar sifatida aniqlangan. Bu tengliklardan quyidagilarni osongina topamiz

m=$\frac{a+b}{2}$ q=$\sqrt{ab}$

h= $\frac{2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}=\frac{2ab}{a+b}$

Rivoyatlarga ko'ra , o'rta garmonikni Pifagor (yangi eragacha) kiritilgan Pifagor o'rta garmonikni miqdor yordamida asosiy garmonikka intervallari nisbatini hisoblagan shunday qilib ixtiyoriy musbat a va b uchun

$$\frac{2ab}{a+b}\le\sqrt{ab}\le\frac{a+b}{2}$$

Tengsizliklar o'rinli va a=b bo'lgandagina ularning har birida tenglik belgisi joiz bo'Ladi

$\sqrt{ab}\le\frac{a+b}{2}$ tengsizlik o'rta arfimetik va o'rta geometric haqidagi tengsizli deyiladi

n ta musbat $a_1, a_2, \dots a_n$ sonlarning o'rta arfimetigi deb

m=$\frac{a_1+a_2+\dots+a_n}{n}$ miqdoriga aytiladi.

n ta musbat $a_1, a_2, \dots a_n$ sonlarning o'rta geometrigi deb, shu sonlar ko'paytmasining n-darajali ildizi

a=$\sqrt[n]{a_1 a_{.2.} \cdots a_n}$

miqdorga aytiladi

n ta musbat $a_1, a_2, \dots. a_n$ sonlar o'rta garmonigi deb h=$\dfrac{n}{\dfrac{1}{a_1}+\dfrac{1}{a_2}+...+\dfrac{1}{a_n}}$

miqdorga aytiladi.

O'zgaruvchilarni almashtirish.

Ushbu $\int f(x)dx$ integralni topish talab qilinsin bunda f(x) funksiya uchun boshlang'ich f'unksiya mavjud ekanligini bizga ma'lum bo'lsa ham, uni bevosita tanlay olmadik deb faraz qilaylik x=$\varphi(t)$ (1) deb olib , integral ostidagi ifodada o'zgaruvchini almashtiramiz; bu yerda $\varphi(t)$ uzluksiz funksiya bo'lib uzluksiz hosilaga va teskari funksiyaga ega. U vaqtda dx=$\varphi'(t)dt$; bu holda ushbu tenglik to'g'ri bo'lishini isbotlaymiz.

$$\int f(x)dx = \int f[\varphi(t)]*\varphi'(t)dt \quad (2)$$

Bu yerda integrallashdan so'ng tenglikning o'ng tomonidan t o'rniga uning (1) tenglikka asosan x orqali ifodasi qo'yiladi va tushiniladi chap tomoning hosilasini topamiz.

$$(\int f(x)dx)' = f(x)$$

(2) tenglikning o'ng tomonini x bo'yicha murakkab funksiya kabi , differensiallaymiz, t orqali argument bo'ladi. t ning x ga bo'g'liqligi (1) tenglik bilan ifodalanad,. bunda $\frac{dx}{dt}$=$\varphi'(t)$ va teskari funksiyani differsiallanuvchi qoidasi bo'yicha

$\frac{dt}{dx}$=$\frac{1}{\varphi'(t)}$

Shunday qilib

$(\int f[\varphi(t)]\varphi'(t)dt)_x' = (\int f[\varphi(t)]\varphi'(t)dt)'_x$

$\frac{dt}{dx} = f[\varphi(t)]\varphi'(t)\frac{1}{\varphi'(t)} = f[\varphi(t)] = f(x).$

Demak (2) tenglikning chap va o'ng tomonlarining x bo'yicha hosilasiga teng.

Xulosa.

Bitiruv malakaviy ishimning ikkinchi bobida matematik tahlil va differensial hisob fanlarning oily matematika fanida uchraydigan asosiy tushunchalar bayon etilgan va bu tushunchalar alfabit bo'yicha tartib bilan joylashtirilga

Xotima

Bitiruv malakaviy ishimning birinchi bobida analitik geometriya va umumiy algebra faniga oliy matematika fanida uchraydigan asosiy tushunchalar bayon etilgan.bayon etilgan.. Qulaylik uchun bu tushunchalar alfabit tartibida joylashtirildi.

Bitiruv malakaviy ishimning ikkinchi bobida matematik tahlil va differensial hisob fanlarning oily matematika fanida uchraydigan asosiy tushunchalar bayon etilgan va bu tushunchalar alfabit bo'yicha tartib bilan joylashtirilgan.

Bitiruv malakaviy ishimning mavzusi ,,Oliy matematika fanidan izohli lug'at" yaratish mavzusida bo'lib. Bunda 4 bo'limga bo'lib o'rgandim bular analitik geometriya, umumiy algebra, matematik tahli va differensial hisob elementlarining zamonaviy tushunchalari bayon etildi va uning maxsus dasturi C# (si sharp) dasturlash tili visul studio dasturlash muhitida yaratildi bu dasturni elektiron variaantini telfonlarda ham olib foydalanish mumkin.

Bitiruv malakaviy ishimning mavzusi ,,Oliy matematika fanidan izohli lug'at yaratish" bo'lib bunda oily matematikada ta'lim olayotganta'lim yo'nalishlari uchun bunda o'quv qo'llanma sifatida foydalanildigan zamonaviy ma'lumotlar keltirilgan.

Bitiruv malakaviy ishimning mavzusidan eng yaxshi tomoni bunda ham analitik geometriya, umumiy algebra, differensial hisob va matematik tahlil elemenylarining asosiy tushunchalari bayon etilgan.

Adabiyotlar

1. O’zbekiston Respublikasi Kadrlar tayyorlash Milliy dasturi.

2. В.Е. Шнейдер, А.И. Слуйкий, А.С. Шумов. Олий математика қисқача курси. I том. Тошкент ,,Ўқитувчи” 1985.

3. Ф. Ражабов, А. Нурметов. Аналитик геометрия ва чизиқли алгебра. Тошкент ,,Ўқитувчи” 1990.

4. Ш. И. Тожиев ,,Олий математикадан масалалар ечиш” Тошкент ,,Ўқитувчи” 2002.

5. G. Xudoyberganov, A. Vorisov, H. Mansurov. Kompleks sonlar. Toshkent << Universitet>> 1998.

6. H.R. Latipov, R.R. Abzalimov, I. Kurazbayeva . Oliy matematika. Toshkent <<Aloqacha>> 2005.

7. T. Jo’rayev, A. Sadullayev, G. Xudoyberganov, H. Mansurov, A. Vorisov ,,Oliy matematika asoslari”. 1-tom Toshkent. << O’zbekiston>> 1995.

8. O’zbekiston Respublikasi Oliy va O’rta maxsus ta’lim vazirligi Buxoro davlat universiteti Iqtisodiy matematika kafedrasi B. J. Mamurov ,, Iqtisodchilar uchun matematika” Buxoro-2005.

9. A. A’zamov “Yosh matematik” Qomusiy lug’at. Qomuslar Bosh tahriyati 1991 yil.

10. A.F. Hayitov. Matematik Atamalarning izohli lug’ati. Toshkent. O’zbekiston fanlar akademiyasi “Fan” nashiriyoti 2000.

11. И.С. Соминский. “Сборник задач по высшей алгебра” 1989 yil.

12. A.U. Abduhoshimov, H.A. Nasimov, U.M. Nosirov, J.U. Husanov. “Algebra va matematik analiz” “O`qituvchi” nashriyoti. Toshkent. 2005-yil.