O’ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O’RTA MAXSUS TA’LIM VAZIRLIGI

Navoiy Davlat Pedagogika Instituti

Fizika-matematika fakulteti.

“Matematika o’qitish metodikasi” kafedrasi

“Matematik tahlil” fanidan

Referat

Mavzu: Ko’p o’zgaruvchili funksiyaning ekstremumlari.

Bajardi: **Rahmatova K.**

Qabul qildi: **Norchayev T.**

Navoiy– 2018

Reja:

1. Birinchi tartibli hosila yordamida funksiyaning ekstremumga tekshirish, funksiyaning ekstremumlari.

2. Ekstremumning zaruriy sharti.

3. Ekstremum mavjud bo‘lishining yetarli shartlari.

4. Ikkinchi tartibli hosila yordamida ekstremumga tekshirish.

5. Xulosa.

Kirish.

Mamlakatimizning barcha jabhalarida amalga oshirilayotgan keng ko’lamli islohotlar, huquqiy demokratik davlat va erkin fuqarolik jamiyatini qurish zamirida, avvalombor, inson manfaatlari, uning intelektual salohiyatini yuzaga chiqarish, kasb mahoratini oshirish uchun zarur shart - sharoit vazifalari mujassam. Bu borada barkamol avlodni tarbiyalash, umumta`lim maktablari, oliy va o’rta maxsus ta`lim sohasida yuqori malakali kadrlarni tayyorlash, ilm-fan, ta`lim hamda ishlab chiqarish o’rtasidagi o’zaro hamkorlikni yanada rivojlantirishga alohida e`tibor qaratilmoqda.

O’quv jarayonida samaradorlikka erishish uchun zamonaviy ilg`or pedagogik texnologiyalar, noan`anviy dars usullari va o’zaro faol o’quv jarayonini tadbiq qilish lozim. O’zaro faol usullarni o’quv jarayoniga qo’llash uchun esa o’tiladigan mavzuni talabalar, o’quvchilar o’zlari mustaqil tayyorlab kelishlari talab etiladi. Jarayonning samaradorligini oshirish maqsadida innovatsion usullarni qo’llashda endi biz – pedagoglar “O’quvchilarni o’qitmaymiz, balki kitobni o’qishga o’rgatamiz” shiorini amalga oshiramiz. Buning sababi shundaki, agarda talaba va o’quvchilar darsga tayyor holda kelmasalar, hech qanaqa faol usuldan samarali foydalanib bo’lmaydi. Natijada o’qituvchi yana o’z-o’zidan an`anaviy shakldа dars o’tishga to’g`ri keladi.

Ma’lumki matematika fani tabiat va jamiyatda kechayotgan jarayonlarni o`rganish va tahlil etishda asosiy vositalardan biri sifatida e’tirof etiladi.

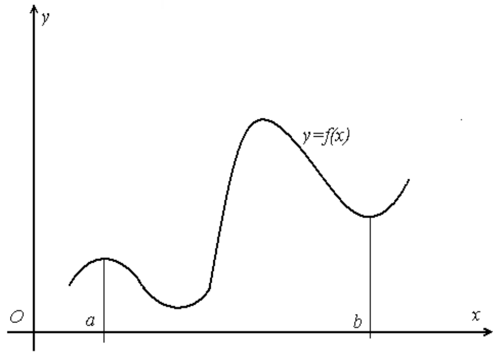
Funksiya mavzusini o`qitishning o`rni, maqsadi, ahamiyati va vazifalarini aniqlash

1. O`quvchilarning funksiya haqidagi bilimlarini takrorlash, umumlashtirish va sistemalashtirish lozim.
2. O`quvchilarni funksiyani tekshirishning yangi usuli bilan tanishtirish.
3. Funksiyani tekshirishning yangi usulini amaliy masalalar yechishga qo`llanilishi ko`rsatish.
4. O`quvchilarga funksiyani hosila yordamida tekshirish – tabiat qonunlarini o`rganishda qudratli apparat, vosita ekanligini tushuntirish va uning amaliyotdagi tadbiqlarini ko`rsatish.

1. Birinchi tartibli hosila yordamida funksiyaning ekstremumga tekshirish, funksiyaning ekstremumlari.

Aytaylik $f(x)$ funksiya (a,b) intervalda aniqlangan va $x_0 \in (a;b)$ bo‘lsin.

1-*ta’rif*. Agar x_0 nuqtaning shunday $(x_0-\delta;x_0+\delta)$ atrofi mavjud bo‘lib, shu atrofdan olingan ixtiyoriy x uchun $f(x)\le f(x_0)$ ($f(x)\ge f(x_0)$) tenglik o‘rinli bo‘lsa, u holda x_0 nuqta $f(x)$ funksiyaning maksimum (minimum) nuqtasi, $f(x_0)$ esa funksiyaning maksimumi (minimumi) deb ataladi.



1-chizma

2-*ta’rif*. Agar x_0 nuqtaning shunday atrofi $(x_0-\delta;x_0+\delta)$ mavjud bo‘lib, shu atrofdan olingan ixtiyoriy $x\neq x_0$ uchun $f(x)<f(x_0)$ ($f(x)>f(x_0)$) tengsizlik o‘rinli bo‘lsa, u holda $f(x)$ funksiya x_0 nuqtada qat’iy maksimumga (minimumga) ega deyiladi.

Funksiyaning maksimum va minimum nuqtalari funksiyaning nuqtalari, maksimum va minimum qiymatlari funksiyaning lari deb ataladi.

Shunday qilib, agar $f(x_0)$ maksimum (minimum) bo‘lsa, u holda $f(x_0)$ funksiyaning x_0 nuqtaning kichik atrofida qabul qiladigan qiymatlarning eng kattasi (eng kichigi) bo‘ladi, ya’ni funksiya i lokal harakterga ega. Bundan funksiya i u aniqlangan sohada eng katta yoki eng kichik qiymati bo‘lishi shart emasligi kelib chiqadi.

Shuningdek, $f(x)$ funksiya (a,b) intervalda bir qancha maksimum va minimumlarga ega bo‘lishi, maksimum qiymati uning ba’zi bir minimum qiymatidan kichik bo‘lishi ham mumkin. Masalan grafigi 1–chizmada ko‘rsatilgan $y=f(x)$ funksiya uchun $x=a$ nuqtada lokal maksimum, $x=b$ nuqtada lokal minimum mavjud bo‘lib, $f(a)<f(b)$ tengsizlik o‘rinli.

2. Ekstremumning zaruriy sharti.

Funksiya hosilalari yordamida uning nuqtalarini topish osonlashadi. Avval ning zaruriy shartini ifodalovchi teoremani keltiramiz.

Teorema. Agar *f(x)* funksiya x_0 nuqtada uzluksiz, shu nuqtada ga ega bo‘lsa, u holda bu nuqtada *f(x)* funksiyaning hosilasi nolga teng yoki mavjud emas.

Isboti. Faraz qilaylik *f(x)* funksiya x_0 nuqtada maksimumga ega bo‘lsin. U holda x_0 nuqtaning shunday $(x_0-\delta;\ x_0+\delta)$ atrofi mavjud bo‘lib, bu atrofdan olingan $\forall x$ uchun $f(x_0)>f(x)$ bo‘ladi. Agar $x>x_0$ bo‘lsa, u holda $\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}<0$ tengsizlik, agar $x<x_0$ bo‘lsa, u holda $\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}>0$ tengsizlik o‘rinli bo‘lishi ravshan.

Bu tengsizliklar chap tomonidagi ifodalarning $x\to x_0$ da limiti mavjud bo‘lsa, u holda

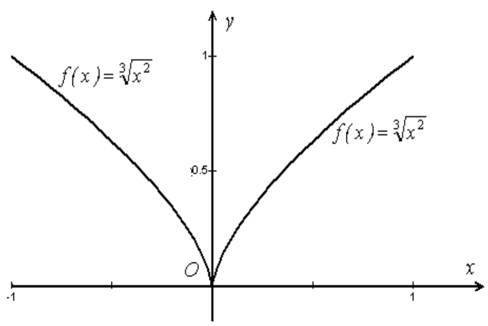
$$\lim_{x\to x_0+0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=f'(x_0+0)\le 0,\quad \lim_{x\to x_0-0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=f'(x_0-0)\ge 0 \text{ bo‘ladi.}$$

Agar funksiyaning chap $f'(x_0-0)$ va o‘ng $f'(x_0+0)$ hosilalari nolga teng bo‘lsa, u holda funksiya hosilasi $f'(x_0)$ mavjud va nolga teng bo‘ladi.

Agar $f'(x_0-0)$ va $f'(x_0+0)$ lar noldan farqli bo‘lsa, ravshanki $f'(x_0+0)<f'(x_0-0)$ bo‘lib, $f'(x_0)$ mavjud bo‘lmaydi.

Funksiya x_0 nuqtada minimumga ega bo‘lgan hol ham yuqoridagi kabi isbotlanadi. Teorema isbot bo‘ldi.

1-*misol*. Ma’lumki, $f(x)=|x|$ funksiyaning $x=0$ da hosilasi mavjud emas. Bu funksiya $x=0$ nuqtada minimumga ega



2-*misol*. $f(x)=\sqrt[3]{x^2}$ bo‘lsin.

2-chizma

$$f'(-0)=\lim_{x\to -0}\frac{\sqrt[3]{x^2}}{x}=\lim_{x\to -0}\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}=-\infty,\quad f'(+0)=\lim_{x\to -0}\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}=+\infty$$

bo‘lgani uchun $x=0$ nuqtada funksiyaning ham hosilasi mavjud emas. Ammo bu funksiya $x=0$ nuqtada minimumga ega bo‘lishi ravshandir. (2- chizma)

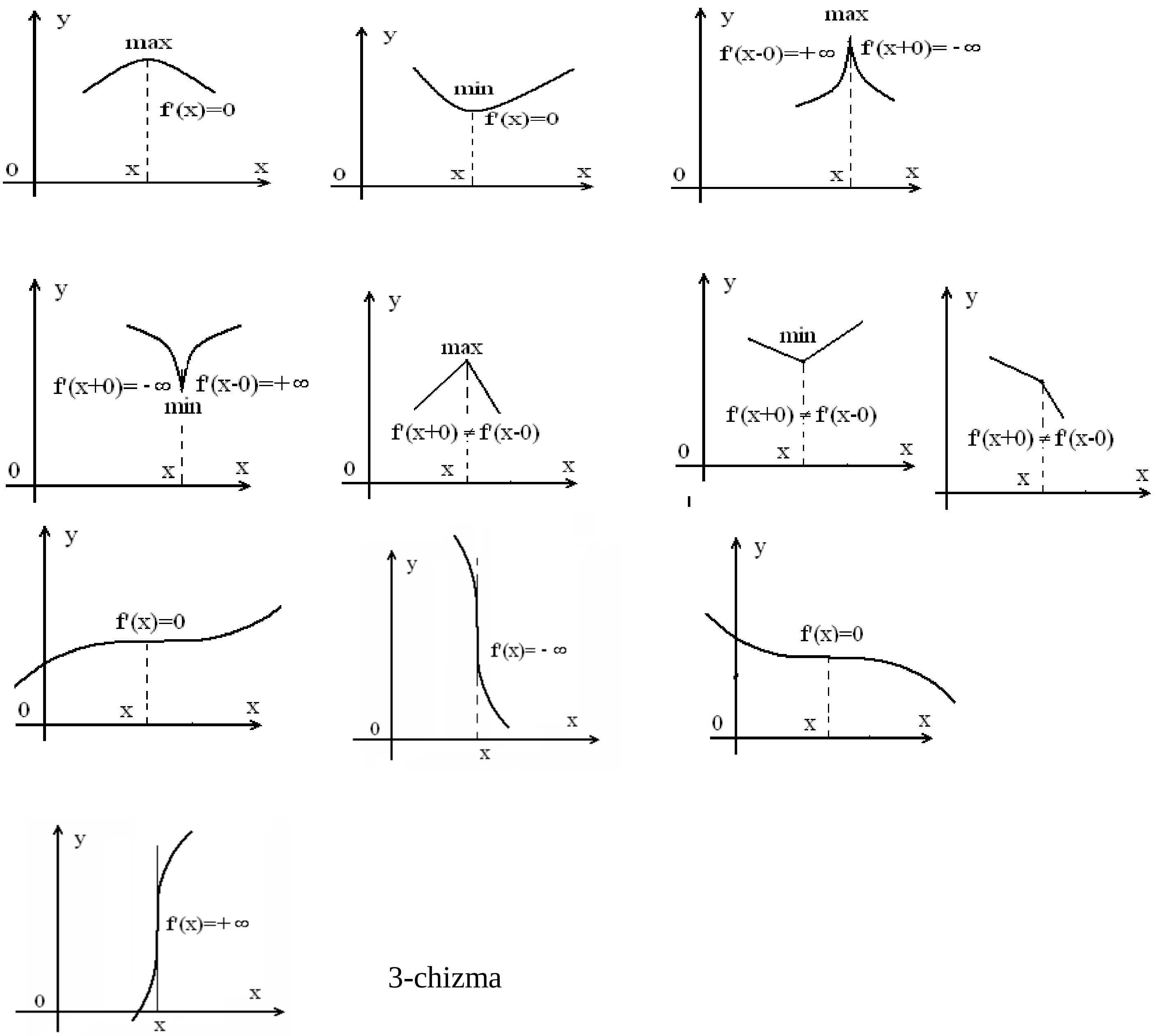
Ta'rif. Funksiya hosilasini nolga aylantiradigan nuqtalar yoki hosila mavjud bo'lmaydigan nuqtalar funksiyaning kritik nuqtalari deb ataladi. Funksiya hosilasi nolga teng bo'lgan nuqtalar statsionar nuqtalar deb ataladi.

Har qanday kritik nuqta funksiyaning nuqtasi bo'lavermaydi.

Masalan, $f(x)=(x-1)^3$, $f'(x)=3(x-1)^2$, $f'(1)=0$ bo'lib, $x_0=1$ kritik nuqta. Lekin $x_0=1$ nuqtaning ixtiyoriy atrofida $f(1)=0$ eng kichik, yoki eng katta qiymat bo'la olmaydi. Chunki har bir atrofda noldan kichik va noldan katta qiymatlar istalgancha bor.

Demak, $x=1$ nuqtada   yo'q.

Quyida funksiya grafigining kritik nuqta atrofidagi holatlari tasvirlangan (3-chizma).



3-chizma

3. Ekstremum mavjud bo‘lishining yetarli shartlari.

Teorema. Faraz qilaylik $f(x)$ funksiya x_0 nuqtada uzluksiz va x_0 nuqta funksiyaning kritik nuqtasi bo‘lsin.

a) Agar $\forall x \in (x_0-\delta;x_0)$ uchun $f'(x)>0$, $\forall x \in (x_0;\ x_0+\delta)$ uchun $f'(x)<0$ tengsizliklar o‘rinli bo‘lsa, ya’ni $f'(x)$ hosila x_0 nuqtadan o‘tishida o‘z ishorasini «+» dan «-» ga o‘zgartirsa, u holda f(x) funksiya x_0 nuqtada maksimumga ega bo‘ladi.

b) Agar $\forall x \in (x_0-\delta;x_0)$ uchun $f'(x)<0$, $\forall x \in (x_0;\ x_0+\delta)$ uchun $f'(x)>0$ tengsizliklar o‘rinli bo‘lsa, ya’ni $f'(x)$ hosila x_0 nuqtadan o‘tishda o‘z ishorasini «-» dan «+» ga o‘zgartirsa, u holda $f(x)$ funksiya x_0 nuqtada minimumga ega bo‘ladi.

c) Agar $f'(x)$ hosila x_0 nuqtadan o‘tishda o‘z ishorasini o‘zgartirmasa, u holda $f(x)$ funksiya x_0 nuqtada ga ega bo‘lmaydi.

Isbot. a) Holni qaraymiz. Bu holda $\forall x \in (x_0-\delta;x_0)$ uchun $f'(x)>0$ bo‘lishidan $f(x)$ funksiyaning $(x_0-\delta;\ x_0)$ da qat’iy o‘suvchiligi kelib chiqadi. So‘ngra shartga ko‘ra $f(x)$ funksiya x_0 nuqtada uzluksiz bo‘lgani sababli

$$\lim_{x \to x_0 - 0} f(x) = \lim_{x \to x_0 + 0} f(x) = f(x_0) \qquad (1)$$

tenglik o‘rinli. Demak, $\forall x \in (x_0-\delta;\ x_0)$ uchun

$$f(x)<f(x_0) \qquad (2)$$

bo‘ladi. $\forall x \in (x_0;\ x_0+\delta)$ uchun $f'(x)<0$ bo‘lishidan f(x) funksiyaning $(x_0;\ x_0+\delta)$ da qat’iy kamayuvchiligi kelib chiqadi. Demak, (1) tenglikni e’tiborga olsak, $\forall x \in (x_0;x_0+\delta)$ uchun yana (2) tengsizlik bajariladi. Bundan $\forall x \neq x_0$ va $\forall x \in (x_0-\delta;x_0+\delta)$ uchun $f(x)<f(x_0)$ bo‘ladi, ya’ni $f(x)$ funksiya x_0 nuqtada maksimumga ega.

b) Bu holda $f(x)$ funksiya x_0 nuqtada minimumga erishishi (a) holga o‘xshash isbotlanadi.

$f'(x)$ hosila x_0 nuqtadan o‘tishda o‘z ishorasini o‘zgartirmaydigan (c) holda $f(x)$ funksiya x_0 nuqtaning $(x_0-\delta;\ x_0+\delta)$ atrofida qat’iy o‘suvchi yoki qat’iy kamayuvchi bo‘ladi. Demak, x_0 nuqtada yo‘q.

Shunday qilib ga sinalayotgan nuqtani o‘tishda funksiya hosilasi ishorasining o‘zgarishi ga erishishning faqat yetarli sharti bo‘lib, lekin zaruriy sharti bo‘la olmaydi.

Eslatma. Yuqoridagi mulohazalarda *f(x)* funksiya x_0 nuqtada uzluksiz bo‘lishi muhim. Masalan, ushbu

$f(x)=\begin{cases} x^4, & agar\ \ x\neq 0, \\ 1, & agar\ \ x=0 \end{cases}$ funksiyani qaraylik. Bu funksiya uchun $f'(x)=4x^3$ bo‘lib,

hosila x=0 nuqtadan o‘tishda o‘z ishorasini «-» dan «+» ga o‘zgartirsa ham, berilgan funksiya x=0 nuqtada minimumga ega emas.

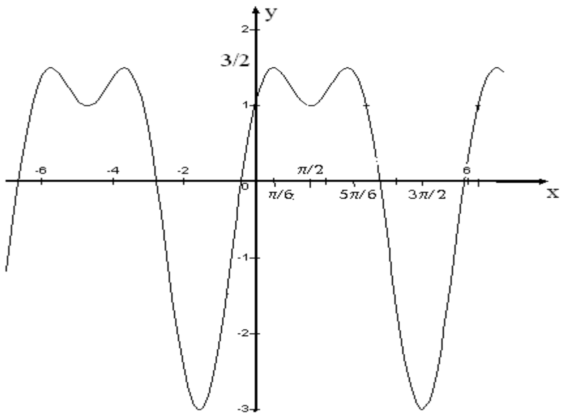
Eslatma. x_0 nuqtaning chap tomonidan o‘ng tomoniga o‘tganda hosila ishorasini o‘zgartirmasa ham bu nuqta nuqtasi bo‘lishi mumkin.

Masalan, $f(x)=\begin{cases} -x, & x\leq 1, \\ 2-x, & x>1 \end{cases}$ funksiya uchun x=1 (minimum) nuqta bo‘ladi. Haqiqatdan, x=1 ning (0;2) atrofidagi barcha nuqtalar uchun $f(x)\geq f(1)=-1$ tengsizlik o‘rini bo‘ladi. Shu bilan birga $x<1$ va $x>1$ nuqtalar uchun $f'(x)=-1<0$, ya’ni hosila ishorasini o‘zgartirmaydi.

4. Ikkinchi tartibli hosila yordamida ekstremumga tekshirish.

Teorema. Faraz qilaylik $f(x)$ funksiya x_0 nuqtada birinchi va ikkinchi tartibli hosilalarga ega va $f'(x_0)=0$ bo‘lsin. U holda agar $f''(x_0)<0$ bo‘lsa, u holda x_0 nuqta $f(x)$ funksiyaning maksimum nuqtasi, agar $f''(x_0)>0$ bo‘lsa, minimum nuqtasi bo‘ladi.

Isbot. $f(x)$ funksiya x_0 nuqtada birinchi va ikkinchi tartibli hosilalarga ega va $f'(x_0)=0$, $f''(x_0)<0$ bo‘lsin. Demak, x_0 kritik nuqtada $f'(x)$ kamayuvchi, ya’ni $\forall x \in x_0-\delta;x_0)$ lar uchun $f'(x)>f'(x_0)=0$ va $\forall x \in (x_0;\ x_0\ +\delta)$ uchun $0=f'(x_0)>f'(x)$ bo‘ladi. Bu esa x_0 nuqtadan o‘tishda hosila o‘z ishorasini «+» dan «-» ga o‘zgartirishini, demak, x_0 maksimum nuqta ekanligini bildiradi.



4-chizma

$f''(x_0)>0$ bo‘lgan holda x_0 ning minimum nuqta bo‘lishi shunga o‘xshash isbotlanadi.

Isbotlangan teoremaga asoslanib, ikkinchi tartibli hosila yordamida funksiyani ga tekshirishning quyidagi qoidasini keltiramiz.

***2*-qoida**. $f(x)$ funksiyaning ga tekshirish uchun

1) $f'(x)=0$ tenglamaning barcha yechimlarini topamiz;

2) har bir statsionar nuqtada (ya’ni hosilani nolga aylantiradigan nuqtada) $f''(x_0)$ ni hisoblaymiz. Agar $f''(x_0)<0$ bo‘lsa, x_0 maksimum nuqtasi, $f''(x_0)>0$ bo‘lsa, x_0 minimum nuqtasi bo‘ladi.

3) nuqtalar qiymatini $y=f(x)$ qo‘yib, $f(x)$ ning qiymatlarini topamiz.

Umuman aytganda, bu qoidaning qo‘llanish doirasi torroq masalan, u chekli birinchi tartibli hosila mavjud bo‘lmagan nuqtalarga qo‘llanila olmasligi o‘z-o‘zidan ravshan. Ikkinchi tartibli hosila nolga aylangan yoki mavjud bo‘lmagan nuqtada ham qoida aniq natija bermaydi.

Misol. Ikkinchi tartibli hosila yordamida $y=2sinx+cos2x$ funksiya larini aniqlang.

Yechish. Funksiya davriy bo‘lganligi sababli $[0;2\pi]$ kesma bilan cheklanishimiz mumkin. Funksiyaning birinchi va ikkinchi tartibli hosilalarini topamiz:

$$y'=2\cos x-2\sin 2x=2\cos x(1-2\sin x);\ y''=-2\sin x-4\cos 2x.$$

Ushbu $2\cos x(1-2\sin x)=0$ tenglamadan funksiyaning $[0;2\pi]$ kesmaga tegishli bo‘lgan kritik nuqtalarini topamiz: $x_1=\pi/6;\ x_2=\pi/2;\ x_3=5\pi/6;\ x_4=3\pi/2$. Endi har bir kritik nuqtada ikkinchi tartibli hosila ishorasini aniqlaymiz va tegishli xulosa chiqaramiz:

$y''(\pi/6)=-3<0$, demak $x_1=\pi/6$ nuqtada $y(\pi/6)=3/2$ maksimum mavjud.

$y''(\pi/2)=2>0$, demak $x_2=\pi/2$ nuqtada $y(\pi/2)=1$ minimum mavjud.

$y''(5\pi/6)=-3<0$, demak $x_3=5\pi/6$ nuqtada $y(5\pi/6)=3/2$ maksimum mavjud.

$y''(3\pi/2)=6>0$, demak $x_4=3\pi/2$ nuqtada $y(3\pi/2)=-3$ minimum mavjud.

Bu funksiyaning $(-2\pi;2\pi)$ intervaldagi grafigi 4-chizmada keltirilgan.

Funksiyaning o‘sishi va kamayishi.

Biz bu yerda funksiya hosilasi yordamida funksiyaning monotonligini aniqlash mumkinligini ko‘rsatamiz.

2-teorema. Faraz qilaylik $f(x)$ funksiya $(a;b)$ intervalda aniqlangan, uzluksiz va differensiallanuvchi bo‘lsin. Bu funksiya $(a;b)$ intervalda kamaymaydigan (o‘smaydigan) bo‘lishi uchun $f'(x)\geq 0$ ($f'(x)\leq 0$) tengsizlikning o‘rinli bo‘lishi zarur va yetarli.

Isbot. Kamaymaydigan funksiya holini qaraymiz.

Zaruriyligi. $f(x)$ funksiya $(a;b)$ intervalda kamaymaydigan bo‘lsin. U holda $\forall x\in(a;b)$ va $\Delta x>0$ uchun $\Delta y=f(x+\Delta x)-f(x)\geq 0$ tengsizlik o‘rinli bo‘ladi. Bundan esa $\frac{\Delta y}{\Delta x}\geq 0$ bo‘lishi ravshan. Teorema shartiga ko‘ra $f(x)$ differensiallanuvchi, demak $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ nisbatning $\Delta x\to 0$ da chekli limiti mavjud, tengsizlikda limitga o‘tish haqidagi teoremaga ko‘ra, bu limit nomanfiy bo‘ladi, ya’ni $\lim\limits_{\Delta\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=f'(x)\geq 0$.

Yetarliligi. $\forall x\in(a;b)$ uchun $f'(x)\geq 0$ bo‘lsin. Endi $x_1<x_2$ bo‘lgan $\forall x_1,x_2\in(a;b)$ nuqtalarni olaylik. Qaralayotgan $f(x)$ funksiya $[x_1;x_2]$ kesmada Lagranj teoremasining barcha shartlarini qanoatlantiradi. Demak, $(x_1;x_2)$ intervalga tegishli shunday c nuqta topilib,

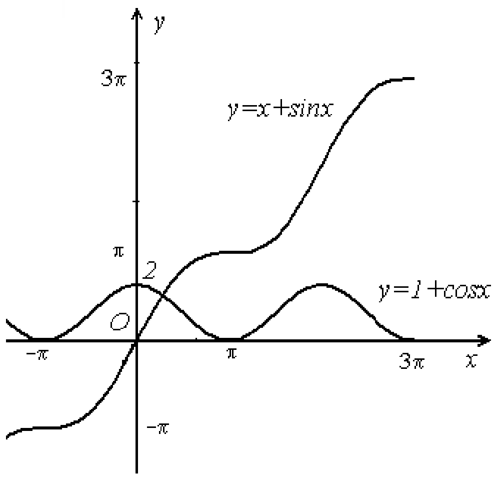
$$f(x_2)-f(x_1)=f'(c)(x_2-x_1) \qquad (2)$$

tenglik o‘rinli bo‘ladi. Teorema shartiga $f'(x)\geq 0$, bundan $f'(c)\geq 0$, va (2) tenglikdan $f(x_2)-f(x_1)\geq 0$, ya’ni $f(x_2)\geq f(x_1)$ ekanligi kelib chiqadi. Bu esa funksiyaning ($a;b$) intervalda kamaymaydigan funksiyaligini ko‘rsatadi.

O‘smaydigan funksiya holi ham yuqoridagi kabi isbotlanadi.

Endi funksiyaning qat’iy monoton bo‘lishining yetarli shartini isbotlaymiz.

3-teorema. Agar $f(x)$ funksiya (a,b) intervalda differensiallanuvchi va $\forall x\in(a;b)$ uchun $f'(x)>0$ ($f(x)<0$) bo‘lsa, u holda $f(x)$ funksiya (a,b) intervalda qat’iy o‘suvchi (kamayuvchi) bo‘ladi.



Isboti. Aytaylik $x_1,x_2\in(a;b)$ va $x_1<x_2$

5- chizma

bo‘lsin. Ravshanki, $[x_1;x_2]$ kesmada $f(x)$ funksiya Lagranj teoremasining barcha shartlarini qanoatlantiradi. Bu teoremaga binoan shunday $c\in(x_1;x_2)$ mavjudki

$$f(x_2)-f(x_1)=f'(c)(x_2-x_1)$$

tenglik o‘rinli bo‘ladi. Bu tenglik va $f'(c)>0$ ($f'(c)<0$) ekanligidan $f(x_2)>f(x_1)$ ($f(x_2)<f(x_1)$) bo‘lishi kelib chiqadi. Bu $f(x)$ funksiyaning qat’iy o‘suvchi (kamayuvchi) bo‘lishini ifodalaydi. Ushbu $y=x^3$ funksiya (-1;1) intervalda qat’iy o‘suvchi, lekin uning hosilasi $x=0$ nuqtada nolga teng bo‘ladi.

Shunga o‘xshash $f(x)=x+\cos x$ funksiya ham aniqlanish sohasida qat’iy o‘suvchi, ammo uning hosilasi $f'(x)=1-\sin x$ cheksiz ko‘p nuqtalarda ($x=\frac{\pi}{2}+2n\pi,\quad n\in Z,$) nolga teng bo‘ladi. (5-chizma)

Bu misollar yuqoridagi teoremaning shartlari funksiyaning qat’iy o‘suvchi (kamayuvchi) bo‘lishi uchun faqat yetarli shart ekanligini ko‘rsatadi.

1-misol. Ushbu $f(x)=2x^2-\ln x$ funksiyaning monotonlik oraliqlarini toping.

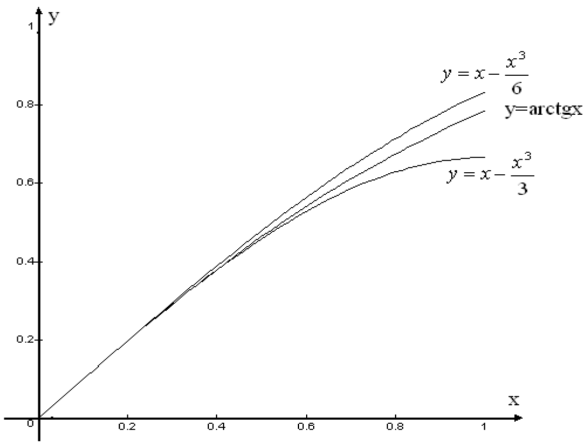
Yechish. Funksiya (0;+∞) oraliqda aniqlangan. Uning hosilasi $f'(x)=4x-1/x$ ga teng. Yuqoridagi yetarli shartga ko‘ra, agar $4x-1/x>0$ bo‘lsa, ya’ni $x>1/2$ bo‘lsa, o‘suvchi; agar $4x-1/x<0$ bo‘lsa, ya’ni $x<1/2$ bo‘lsa funksiya kamayuvchi bo‘ladi. Shunday qilib, funksiya $0<x<1/2$ oraliqda kamayuvchi, $1/2<x<+\infty$ oraliqda o‘suvchi bo‘ladi.

2-misol. Ushbu $f(x)=\dfrac{2x^3-5x^2+14x-6}{2x^2}$ funksiyaning monotonlik oraliqlarini toping.

Yechish. Bu funksiyaning aniqlanish sohasi (-∞;0)∪(0;+∞) dan iborat. Funksiyaning hosilasini topamiz: $f'(x)=\dfrac{x^3-7x+6}{x^3}=\dfrac{(x+3)(x-1)(x-2)}{x^3}$, bundan [-∞;-3]∪(0;1]∪[2;∞)

to‘plamda $f'(x)\geq 0$, $[-3;0)\cup[1;2]$ da esa $f'(x)\leq 0$ bo‘lishini aniqlash qiyin emas.

Demak, berilgan *f(x)* funksiya $[-\infty;-3]\cup(0;1]\cup[2;\infty)$ da o‘suvchi va $[-3;0)\cup(1;2]$ da esa kamayuvchi bo‘ladi.



6-chizma

3-misol. Agar $0<x\leq 1$ bo‘lsa, $x-x^3/3<arctgx<x-x^3/6$ qo‘sh tengsizlik o‘rinli bo‘lishini isbotlang.

Yechish. Berilgan tengsizlikning o‘ng qismi $arctgx<x-x^3/6$ tengsizlikni isbotlaymiz. Chap qismi shunga o‘xshash isbotlanadi. $f(x)=arctgx-x+x^3/6$ funksiyani qaraymiz, uning hosilasi $f'(x)=\frac{1}{1+x^2}-1+\frac{1}{x^2}=\frac{x^2(x^2-1)}{2(1+x^2)}$ ga teng. $f(x)= arctgx-x+x^3/6$ funksiya sonlar o‘qida aniqlanagan va uzluksiz, demak u $[0;1]$ kesmada ham uzluksiz, $(0;1)$ intervalda $f'(x)<0$. Bundan esa *f(x)* funksiya $[0;1]$ kesmada kamayuvchi bo‘lib, $0<x\leq 1$

shartni qanoatlantiruvchi *x* lar uchun $f(x)<f(0)$ tengsizlik o‘rinli bo‘ladi. So‘ngi tengsizlikni $f(0)=0$ ni e’tiborga olib, quyidagicha yozib olamiz: $arctgx-x+x^3/6<0$ bundan $arctgx<x-x^3/6$.

Bu qo‘shtengsizlikda qatnashgan funksiya grafiklari 6-chizmada keltirilgan.

Mustaqil yechish uchun misollar:

1. Quyidagi funksiyalarni ga tekshiring. *a)* $y=x^3-6x$; *b)* $y=(x-2)^2(x-3)^3$; *c)* $y=x/(x^2+1)$; *d)* $y=\sin 2x-x$; *e)* $y=x^2e^{-x}$; *f)* $y=\sin x+\cos x$; *g)* $y=\ln(x^2+2x-3)$; *h)* $y=\cos^4x+\sin^4x$.

2. Berilgan funksiyaning ko‘rsatilgan kesmadagi eng katta va eng kichik qiymatlarini toping. *a)* $y=x^3/(x^2-2x-1)$, $[4;6]$; *b)* $y=\ln x/x$, $[1;4]$;
c) $y=e^{-x}\cdot x^3$, $[-1;4]$.

3. Berilgan aylanaga ichki chizilgan teng yonli uchburchaklar ichida teng tomonli uchburchak eng katta perimetriga ega ekanligini ko‘rsating.

4. $M(1,2)$ nuqta berilgan. Bu nuqtadan shunday to‘g‘ri chiziq o‘tkazingki, u birinchi chorakda a) eng kichik yuzli uchburchak; v) eng kichik uzunlikli kesma ajratsin.

Xulosa

Ushbu mustaqil ishini bajarish mobaynida Oliy ta’lim muassasalarida hosila mavzusini o`qitishning o`rni, maqsadi, ahamiyati va vazifalarini aniqlash. O`qituvchilarning funksiya va funksiya xossalari, hosila to`g`risidagi bilimlarini faollashtirish. “Hosilaning qo`llanilishi”ning tabiiy fanlarni o`qitishda muhim vosita va omil ekanligini ko`rsatish bilan birgalikda hosilani qo`llanishining matematikani o`qitishdagi imkoniyatlarini qarab chiqish orqali funksiyani 1-tartibli, 2-tartibli va yuqori tartibli hosila yordamida tekshirish, minimum va maksimum nuqtalari va qiymatlarini toppish kabi misollarni yoritib berdim. Bundan tashqari o‘rganilgan mavzuning tadbiqi sifatida bir necha misollar yechildi (jumladan, yechilgan misollar turkimida funksiyaning nlarini, katta va kichik qiymatlarini topishga ta’luqli bo‘lgan misollar yechimlari ko’rsatib o’tildi). Shuningdek, “Blits-so’rov” usuli yordamida talabalarni baholash ham keltirib o’tildi.

Xulosa qilib shuni aytish mumkinki, mustaqil ish natijalaridan oliy ta’lim talabalari keng foydalanishi mumkin. Innovatsion texnologiyalarni qo’llab dars o’tish metodikasini yoritib berishda kengroq tasavvur qilishga yordam beradi, degan umiddamiz. Shu bilan birgalikda institutni bitirib maktabga matematika fanidan dars beradigan o‘qituvchilarga ham metodik qo‘llanma sifatida juda yaxshi yordam beradi degan umiddamiz.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. O’zbekiston Respublikasining “Talim to’g’risida”gi qonuni. –T.,1997y. Karimov I.A. Yuksak ma’naviyat – yengilmas kuch. – Toshkent. O’zbekiston, 2008. – 176 b.

2. “Kadrlar tayyorlash milliy dasturi”. –T., 1997y

3. Karimov I.A. Yuksak ma’naviyat – yengilmas kuch. – Toshkent. O’zbekiston, 2008. – 176 b.

4. Karimov I.A. “Barkamol avlod-O’zbekiston taraqqiyotining poydevori” T., “Sharq”, 1997 y.

5. Karimov I.A. “Ma’naviy yuksalish yo’lida”. –T., “O’zbekiston”, 1998 y.

6. Aliyev A. “O’qituvchilarning ijodkorlik qobiliyati”. –T., “O’qituvchi”, 1991 y.

7. O’.Q. Tolipov, M.Usmonboyeva “Pedagogik texnologiyalarning tatbiqiy asoslari”, “Fan”, 2006 y.

8. Sh.A.Abdullayeva, D.A.Axatova, B.B.Sobirov, S.S.Sayitov “Fan” 2004

9. Abdullayeva Sh.A, Jalilov A.A “Ijodiy va mantiqiy fikrlash-sog’lom ma’naviyat va e’tiqodni tarbiyalash omili”. “Pedagogik mahorat” 2002y

10. R.J.Eshmuhammedov “Innovatsion texnologiyalar yordamida ta’lim samaradorligini oshirish yo’llari ” Toshkent 2007 y

11.S.Alixanov “Matematika o’qitish metodikasi”. –T.: O’qituvchi, 2008,203-b.

12.Ишмухамедов Р. Абдукодиров А. Пардаев А. Таълимда инновацион технологиялар (таълим муассасалари педагог-укитувчилари учун амал (тавсиялар).-Т.: Истеъдод, 2008.- 180 б.

13.Y.U.Soatov. “Oliy matematika”. 1-tom -T.: O’qituvchi, 1992.

14. T.Azlarov, M.A.Sobirov, M.Saxayev. “Matematikadan qo’llanma”. – T.: O’qituvchi, 1979 y.

15.A.N.Kolmogorov, A.M.Abramov va boshkalar. “Algebra va analiz asoslari”. 9-10 sinflar uchun o’quv kullanma. –T.: O’qituvchi, 1987 y, 352-b.

16. F.Rajabov, S.Masharipova, R.Madraximov. “Oliy matematika”. (O’quv qo’llanma), -T.: “Turon-iqbol”, 2007 y.

17.T. Sharifova, E. Yo‘ldoshev. Matematik analizdan misol va masalalar yechish, “O‘qituvchi”, T., 1996.

18. Abdurahmonov, A. M. Abramov, A. A’zamov, M. Mirzaaxmedov va boshqalar. Yosh matematik qomusiy lug’ati, “Qomuslar bosh tahririyati”, T., 1991.

19. Abduhamedov. Algebra va matematik analiz asoslari I qism, “O‘qituvchi”, T., 2001.

20. Internet: www.gool.uz

www.ziyo.uz

www.yaho.com