O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY VA O‘RTA MAXSUS TA’LIM VAZIRLIGI

NAVOIY DAVLAT PEDAGOGIKA INSTITUTI

Qo‘l yozma huquqida
UDK 518.6+519.95

XAYRULLAYEVA SHAXLO SHAVKAT QIZI

INTERVAL KOMPLEKS SONLARNING AMALIY MASALALARNI YECHISHGA TADBIQI VA KOMPYUTER DASTURIY TA’MINOTI

Mutaxassislik: 5A110701 - «Ta`limda axborot texnologiyalari»

Magistr
akademik darajasini olish uchun yozilgan
DISSERTATSIYA

Ilmiy rahbar: *dots. Ibragimov A.A.*

Navoiy – 2019

O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY VA O‘RTA MAXSUS TA’LIM VAZIRLIGI
NAVOIY DAVLAT PEDAGOGIKA INSTITUTI

Fakultet: Fizika-matematika **Magistratura talabasi:** Xayrullayeva Sh.Sh.

Kafedra: Informatika o‘qitish metodikasi **Ilmiy rahbar:** dots.Ibragimov A.A.

O‘quv yili: 2017-2019 yy. **Mutaxassisligi**: Ta’limda axborot texnologiyalari

MAGISTRLIK DISSERTATSIYASI ANNOTATSIYASI

Tadqiqot mavzusining asoslanishi va uning dolzarbligi: Kompleks sonlar nazariyasi matematika fanida va uning turli tadbiqlarida muhim rol o‘ynaydi. Jumladan, elektroenergetik tizimlarni matematik modellashtirishda, mezomexanika, dielektrik o‘tkazuvchanlik yoki issiqlik o‘tkazuvchanlik masalalarida va boshqa muhim amaliy masalalarni yechishda kompleks sonlar nazariyasi katta ahamiyatga ega.

Keyingi yillarda tabiat hodisalari va boshqa jarayonlarni matematik modellashtirishda, xususan kompleks sonlar bilan ish ko‘ruvchi matematik modellarni qadqiq etishda determinallanmagan, ya’ni parametrlarning qiymatlari ma’lum amplitudada tebranib turuvchi kattaliklar bilan ishlovchi algoritmlar asosida ish ko‘rilmoqda.

Demak, interval kompleks sonlar ishtirok etadigan matematik modellarni tadqiq qilish va hisoblashlarning dasturiy ta’minotini yaratish ham nazariy, ham amaliy jihatdan dolzarbdir.

Shuningdek, ushbu mavzuga mos tushunchalar oliy ta’lim muassasalarining “Amaliy matematika va informatika”, “Informatika o‘qitish metodikasi” kabi bakalavr ta’lim yo‘nalishlarida o‘qitilayotgan “Algoritmlar” fani va mos ravishda magistratura mutaxassisliklarida o‘qitilayotgan “Algoritmlar nazariyasi” fanlarini oqitishda tayanch tushunchalardan hisoblanadi.

Tadqiqot ob’yekti: Interval kompleks sonlar fazosi, Intlab paketi, C++dasturlash muhiti va elektroenergetik tizimlar.

Tadqiqot predmeti: Determinallanmagan sonli ma'lumotlar asosida aniqlanadigan jarayonlarni, shuningdek, amaliy masalalarni modellashtirish usullari va dasturiy ta'minotini ishlab chiqish.

Tadqiqot maqsadi: Interval kompleks sonlarning amaliy masalalarga tadbiqini o'rganish va dasturiy ta'minotini yaratish.

Tadqiqotning vazifalari:

- interval analiz sohasidagi ilmiy tadqiqotlar tahlilini amalga oshirish;
- interval kompleks sonlar ustida arifmetik amallar, ularning algebraik xossalarini o'rganish hamda interval usullardan foydalanish samaradorligini ochib berish;
- elektr tizimi holatlari parametrlarini hisoblashning iteratsion usullarini interval usullar yordamida takomillashtirish;
- interval hisoblashlarni amalga oshirishning dasturiy ta'minotini ishlab chiqish.

Tadqiqotning ilmiy yangiligi:

– interval analiz tarixi va keyingi yillardagi rivojlanish dinamikasi tahlili amalga oshirildi;

– kompleks intervallar uchun xarakteristik funksiyalar qurildi;

– elektroenergetik tizimlar holatlarini hisoblashning iteratsion formulalari qurildi va yechimga yaqinlashish baholari olindi;

– kompleks interval hisoblashlarini amalga oshirish bo'yicha dasturiy ta'minot yaratildi.

Tadqiqot mavzusi bo'yicha tadqiqotlar sharhi (tahlili): R.E. Mur, G.Alefeld, Yu.Xersberger va Yu.I. Shokin interval analizning asoslarini yoritish va muammolarini hal etishga yo'naltirilgan monografiyalarning mualliflari bo'lgan. Muayyan samarali interval algoritmlarni yaratishga muvaffaq bo'lgan e'tiborga loyiq tadqiqotlar K. Nikel, N. Apostolatos, U. Kulish, R. Kravchuk, G. Mayer va A. Noymayerlarning ishlarida yoritilgan. Interval algoritmlarning dasturiy ta'minoti mualliflari sifatida jumladan, mazkur dissertatsiyada ko'rsatilgan masalalarga doir dasturiy ta'minot mualliflari qatoriga A. Gibb interval arifmetika protseduralarini yaratgan va rasmiy guvohnoma egasi sifatida yo'nalishning dasturiy ta'minot yaratish bo'yicha ilk mutaxassisi sifatida tan olingan.

Qator interval arifmetikalarni yaratuvchilari va mos dasturlarning mualliflari sifatida E. Xansen, S.M. Markov, T. Sendov, G. Krist, E.Kauxer va V.M. Kaxan kabi olimlar interval analiz bo'yicha dasturiy ta'minot asoslarini yaratishga muvaffaq bo'lishgan.

O'zbekistonda interval analiz nazariyasi va amaliyoti bo'yicha Z.X.Yuldashev, R.X. Xamdamov, Sh.A. Nazirov, N.R. Yusupbekov, Sh.M.Gulyamov, M.B. Bazarov, A.A. Abdukadirov, A.A. Ibragimov va U.Sharipovlar ilmiy-tadqiqotlar olib borishgan.

Tadqiqot metodlari:

Tadqiqot ishida matematik modellashtirish, interval analiz va ob'ektga yo'naltirilgan dasturlash usullaridan foydalanildi.

Tadqiqot natijalarining nazariy va amaliy ahamiyati:

Ushbu dissertatsiya natijalari ham nazariy, ham amaliy ahamiyatga ega. Ishda keltirilgan nazariy ma'lumotlar hisoblash matematikasi (Sonli usullar) va informatika fanlari nazariyasiga katta hissa qo'shadi.

Tadqiqot natijalari amaliy matematikaning turli masalalarini yechishda, shuningdek, iqtisodiy, ekologik, mexanik va muhandislik masalalarini yechishda, ularning kompyuter dasturiy ta'minotini yaratishda qo'llanilishi mumkin.

Magistrlik dissertatsiyasining tuzilishi va hajmi:

Dissertatsiya kirish, uchta bob, xulosa, foydalanilgan adabiyotlar ro'yxativa va ilovadan tashkil topgan. Har bir bob paragraflarga bo'lingan. Ishning umumiy hajmi 90 betlik kompyuterda tayyorlangan matndan iborat.

Ilmiy rahbar: **dots.A.A.Ibragimov**

Magistratura talabasi: **Sh.Sh.Xayrullayeva**

MUNDARIJA

KIRISH ... **9**
I-BOB. INTERVAL MATEMATIKA ASOSLARI ... **14**
1.1. Interval analiz rivojlanishining qisqacha tarixi ... 14
1.2. Interval sonlar, ularning xossalari va xarakteristik funksiyalari ... 19
1.3. Interval hisoblashlarning zaruriyligi ... 21
1.4. Interval sonlar ustida arifmetik amallar. Klassik interval arifmetika va uning algebraik xossalari ... 25
I bob bo'yicha xulosa ... **29**
II-BOB. INTERVAL KOMPLEKS SONLAR VA ULARNING AMALIY MASALALARNI YECHISHGA TADBIQI ... **30**
2.1. Kompleks interval sonlarining berilish usullari ... 30
2.2. Kompleks intervallar ustida arifmetik amallar ... 31
2.3. Kompleks intervallar arifmetikasining algebraik xossalari ... 32
2.4. Kompleks intervallar arifmetikasining monotonlik xossasi ... 33
2.5. Kompleks intervallar arifmetikasining asosiy teoremasi ... 33
2.6. To'g'ri to'rtburchakli kompleks interval sonlarning geometrik interpretatsiyasi ... 33
2.7. Kompleks interval sonlar fazosida elektr tarmoqlarini modellashtirish va tarmoq tenglamalarini yechishning iteratsiyali usullari ... 36
2.7.1. Asosiy belgilashlar va faktlar. ... 38
2.7.2. Elektr tizimlaridagi parametrlarni hisoblashning interval iteratsiyali usullari. ... 39
II bob bo'yicha xulosa ... **45**
III-BOB. INTERVAL KOMPLEKS SONLAR ARIFMETIKASI UCHUN KOMPYUTER DASTURIY TA'MINOTINI ISHLAB CHIQISH ... **46**
3.1. INTLAB paketida kompleks intervallar ustida amallar ... 46
2.8. C++ Builder 6.0 muhitida interval kompleks sonlar arifmetikasi uchun sinf ishlab chiqish ... 58
III bob bo'yicha xulosa ... **79**
XULOSA ... **80**
FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR ... **81**
ILOVALAR ... **84**

KIRISH

Kompleks sonlar nazariyasi matematika fanida va uning turli tadbiqlarida muhim rol o‘ynaydi. Jumladan, elektroenergetik tizimlarni matematik modellashtirishda, mezomexanika, dielektrik o‘tkazuvchanlik yoki issiqlik o‘tkazuvchanlik masalalarida va boshqa muhim amaliy masalalarni yechishda kompleks sonlar nazariyasi katta ahamiyatga ega. XVIII asr davomida kompleks sonlar yordamida ko‘plab muammolar, jumladan, kartografiya, gidrodinamika va elektromagnetizm bilan bog‘liq amaliy masalalar ham hal etilgan bo‘lsa-da, bu sonlar nazariyasi hali qat’iy mantiqiy asoslanmagan edi. Shuning uchun ham fransuz matematigi P.Laplas mavhum sonlar yordamida olinadigan natijalar – faqat yo‘llanma, ular bevosita qat’iy isbotlar bilan tasdiqlangandan keyingina chin haqiqat xarakterini oladi, deb hisoblagan [11, 12].

Kompleks sonlarning geometrik talqini kompleks o‘zgaruvchining funksiyalari bilan bog‘liq ko‘pgina tushunchalarni aniqlash imkonini beradi, ularning qo‘llanish sohasini kengaytiradi. Kompleks sonlar tekislikda vektorlar yordamida tasvirlangan kattaliklar bilan ish ko‘riladigan ko‘pgina muammolarda: suyuqlik oqimini o‘rganishda, elastiklik nazariyasi masalalarida foydalanish mumkinligi aniqlandi.

Hozirgi kunda kompleks sonlar juda ko‘plab amaliy masalalarni yechishga tadbiq qilinadi. Shulardan biri - bu kompleks interval analiz [4, 18, 19] usullaridir. Interval analiz elementlari dastlab EHMda yaxlitlash xatoliklarini avtomatik ravishda hisobga olish vositasi sifatida paydo bo‘lgan bo‘lsa, keyingi tadqiqotlar shuni ko‘rsatdiki, interval analiz nafaqat xatoliklarni hisobga oladigan apparat, balki amaliy matematikaning dolzarb masalalarini muvaffaqiyatli yecha oladigan yangi yo‘nalish sifatida namoyon bo‘ldi.

Ushbu magistrlik dissertatsiyasi - kompleks sonlarning interval kengaytmasi bo‘lgan interval kompleks sonlar to‘plami va u ustida kiritiladigan algebraik amallar, munosabat amallari va xarakteristik funksiyalariga, shuningdek, interval

2.7. Kompleks interval sonlar fazosida elektr tarmoqlarini modellashtirish va tarmoq tenglamalarini yechishning iteratsiyali usullari

Elektr tarmoqlarini modellashtirishda barqaror holatni saqlash uchun olib boriladigan hisob ishlari elektr tizimini eksplatatsiya qilish va loyihalashtirish bilan bog‘liq jarayon hisoblanadi. Ushbu hisob natijalari tezkor boshqarish va holatlarni rejalashtirishda qo‘llaniladi, shuningdek, turg‘unlik va ishonchlilik tahlilini va optimallashtirishni amalga oshirishga xizmat qiladi.

Hozirgi vaqtda elektr energiyasi holatlari va tarmoqlardagi quvvat isrofini hisoblash uchun ishlab chiqilgan va qo‘llanilayotgan ko‘pgina usullar boshlang‘ich ma’lumotlarning determinallangan (bir qiymatli) tasvirlanishiga, ya’ni ba’zi kattaliklar qiymatini tashlab yuborishga yoki taxminlarga asoslangan. Aslida esa dastlabki ma’lumotlar aniqmaslik (determinallanmaganlik) tavsifiga ega, boshqacha aytganda to‘liq bo‘lmagan yoki cheklangan holdagi ishonchlilikka ega. Bu aniqmaslik o‘lchash, yaxlitlash xatoliklari yoki faoliyat jarayonida variatsion hisoblar va boshqa faktorlar asosida yuzaga keladi. Elektr energiyasining holat va quvvat isrofi hisoblarining determinallangan yoki ehtimolli-statistik usullari dastlabki berilgan ma‘lumotlarning haqqoniyligini hisobga olmaydi.

Ehtimolli-statistik usullar yordamida olingan hisoblash natijalari holat parametrlarining o‘zgarish diapazonining mumkin bo‘lgan qiymatlarini ifodalamaydi, ya’ni katta hajmdagi statistik ma’lumotlarni qayta ishlashni va murakkab modellarni qurishni talab qiladi, natijada uning o‘zi ham ehtimollilikni chaqiradi. Interval analiz usullari asosida yondashuv esa qurilgan hisoblash (sonli) usullarning qatiy matematik tavsifini ifodalashga imkon beradi.

Elektr tarmoqlaridagi holat parametrlarini hisoblashni amalga oshirish masalasi haqiqiy holda quyidagi kompleks koeffitsiyentli chiziqsiz tenglamalar sistemasini yechishga keltiriladi [16]:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = \frac{s_i}{\dot{x}_i} - a_{i0} x_0, \qquad i = 1, 2, \ldots, n. \tag{1}$$

Bu yerda a_{ij} - elektr tizimining o‘zaro o‘tkazuvchanlik va xos kompleks matritsasi elementlari, s_i - i-chi tugun quvvatining qiymati, x_i - tugundagi kuchlanishning ustun-vektori, $\dot{x}_i$ - esa x_i uchun qo‘shma kompleks son, a_{i0} - balanslovchi tugunning boshqa ustunlar bilan bog‘lovchi o‘tkazuvchanlik ustun-matritsasi va x_0 - balanslovchi tugun kuchlanishi.

Balanslovchi tugunning a_{i0} va x_0 parametrlari oldindan berilgan deb hisoblanadi, lekin yetarli darajadagi umumiy masalalarni yechish jarayonida qiymati o‘zgarishi mumkin. (1) sistema “siyraklashgan” (rus tilida «разреженной») bo‘ladi va shu ma’nodaki, undagi a_{ij} koeffitsiyentlarning ko‘pchiligi nolga teng bo‘lganligi uchun. Ular noldan farqli bo‘ladi, agar i-chi va j-chi tugunlar elektr tarmog‘ida bevosita bog‘langan bo‘lsa.

Biz uchbu paragrafning keyingi qismlarida interval belgilashlarning xalqaro standartiga [17] amal qilamiz. Xususan, interval kattaliklar matnda “qalin” shriftlar bilan ajratilib yoziladi, boshqa kattaliklar (masalan, haqiqiy) esa ajratilmaydi.

Biz bu paragrafda asosan to‘rtburchakli interval kompleks sonlar bilan ishlaymiz, shuning uchun $\mathbb{IC}_{rect}$ o‘rniga oddiygina $\mathbb{IC}$ belgilashni qo‘llaymiz.

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_1 + i\,\boldsymbol{a}_2 = \{a = a_1 + ia_2 \in \mathbb{C} \mid a_1 \in \boldsymbol{a}_1,\ a_2 \in \boldsymbol{a}_2\}$$

bunda $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2 \in \mathbb{IR}$ lar haqiqiy intervallardir.

Endi (1) sistemani holat parametrlari interval aniqmaslikka ega deb faraz qilib, interval koeffitsiyentli sistemaga almashtiramiz. Tabiiyki, bunda barcha haqiqiy arifmetik va munosabat amallari kompleks interval arifmetikasi amallariga almashtiriladi:

$$\sum_{j=1}^{n} \boldsymbol{a}_{ij}\, x_j = \frac{\boldsymbol{s}_i}{\dot{x}_i} - a_{i0} x_0, \qquad i = 1, 2, \ldots, n, \tag{2}$$

yoki

$$\dot{x}_i \sum_{j=0}^{n} \boldsymbol{a}_{ij}\, x_j = \boldsymbol{s}_i, \qquad i = 1, 2, \ldots, n. \tag{3}$$

Oxirgi sistemaning chap tomonini $F(\boldsymbol{a},x)$ orqali belgilab, uni qisqacha $F(\boldsymbol{a},x)=\boldsymbol{s}$, $a\in \boldsymbol{a}$, $s\in \boldsymbol{s}$ ko'rinishda ifodalashimiz mumkin.

(3) sistema uchun birlashgan yechim to'plam deb

$$\Xi(F,\boldsymbol{a},\boldsymbol{s})=\{x\in\mathbb{C}\,|\,(\exists a\in \boldsymbol{a})(\exists s\in \boldsymbol{s})(F(a,x)=s)\},$$

to'plamni qabul qilamiz va quyida biz tashqi baholash masalasini qaraymiz [1].

Shunday qilib, bizning maqsadimiz, iloji boricha eng yaxshi (geometrik nuqtai nazardan eng kichik) $\Xi(F,\boldsymbol{a},\boldsymbol{s})$ yechim to'plamni chegaralovchi interval vektorni topish bo'ladi.

2.7.1. Asosiy belgilashlar va faktlar.

Haqiqiy interval son $\boldsymbol{a}=[\underline{a},\overline{a}]\in\mathbb{IR}$ bir nechta funksiyalar bilan xarakterlanadi:

- intervalning o'rtasi (markazi) $\operatorname{mid}\boldsymbol{a}=\frac{1}{2}(\underline{a}+\overline{a})$;
- radiusi $\operatorname{rad}\boldsymbol{a}=\frac{1}{2}(\overline{a}-\underline{a})$;
- kengligi $\operatorname{wid}\boldsymbol{a}=\overline{a}-\underline{a}$;
- absolyut qiymati $|\boldsymbol{a}|:=\max\{|a|\,|\,a\in\boldsymbol{a}\}=\max\{|\underline{a}|,|\overline{a}|\}$ va h.k.

Haqiqiy holga o'xshash kompleks intervallar uchun ham mos xarakteristik funksiyalarni kiritamiz:

1-Ta'rif. *Faraz qilaylik* $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_1+i\,\boldsymbol{a}_2\in\mathbb{IC}$. *U holda* $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{a}_1|+|\boldsymbol{a}_2|$ *kattalik* $\boldsymbol{a}$ *kompleks intervalning absolyut qiymati yoki moduli deyiladi.*

2-Ta'rif. *Faraz qilaylik* $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_1+i\,\boldsymbol{a}_2\in\mathbb{IC}$. *U holda* $\boldsymbol{a}$ *interval kompleks sonining kengligi deb* $\operatorname{wid}\boldsymbol{a}=\operatorname{wid}\boldsymbol{a}_1+\operatorname{wid}\boldsymbol{a}_2$ *ifoda bilan aniqlanadigan kattalikka aytiladi.*

Endi $\mathbb{IC}^n$ fazoda Xousdorf bo'yicha metrika kiritamiz [1].

3-Ta'rif. *Faraz qilaylik* $\boldsymbol{a} = [a_1, a_2], \boldsymbol{b} = [b_1, b_2] \in \mathbb{IR}$. *U holda* $\boldsymbol{a}$ *va* $\boldsymbol{b}$ *elementlar orasidagi masofa quyidagicha kiritiladi:*

$$\text{dist}\,(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}) := \max\left\{|a_1 - b_1|, |a_2 - b_2|\right\}.$$

4-Ta'rif. *Faraz qilaylik* $\boldsymbol{x} = [x_1, x_2], \boldsymbol{y} = [y_1, y_2] \in \mathbb{IR}^n$. *U holda ko'p o'lchovli vektorlar fazosida* $\boldsymbol{x}$ *va* $\boldsymbol{y}$ *vektorlar uchun metrika quyidagicha aniqlanadi:*

$$\text{dist}\,(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) := \max\left\{\| x_1 - y_1 \|, \| x_2 - y_2 \|\right\},$$

bunda $\|\cdot\|$ - $\mathbb{R}^n$ *dagi absolyut vektor norma.*

5-Ta'rif. *Faraz qilaylik* $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}_1 + i\,\boldsymbol{x}_2$, $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{y}_1 + i\,\boldsymbol{y}_2 \in \mathbb{IC}^n$. *U holda* $\boldsymbol{x}$ *va* $\boldsymbol{y}$ *vektorlar uchun metrika* $\mathbb{IC}^n$ *fazoda quyidagi munosabat bilan aniqlanadi:*

$$\text{dist}\,(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) := \text{dist}(x_1, y_1) + \text{dist}(x_2, y_2).$$

6-Ta'rif. $f : \mathbb{IC}^n \to \mathbb{IC}^n$ *interval akslantirish* P*-siqish (yoki* P*-siquvchi) akslantirishi deyiladi, agar* $n \times n$*- o'lchovli* P *matritsa mavjud bo'lib, uning spektral radiusi* $\rho(P) < 1$ *munosabatni qanoatlantirsa,ya'ni barcha* $\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y} \in \mathbb{IC}^n$ *lar uchun quyidagi munosabat o'rinli bo'lsa*

$$\text{dist}\,\left(f(\boldsymbol{x}), f(\boldsymbol{y})\right) \le P \cdot \text{dist}\left(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}\right).$$

1-Natija. *Ixtiyoriy interval* $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}, \boldsymbol{C} \in \mathbb{IC}^{n\times n}$ *matritsalar uchun va* $\boldsymbol{b}, \boldsymbol{c} \in \mathbb{IC}^n$ *interval vektorlar uchun quyidagi oson isbotlanadigan xossalar o'rinli bo'ladi:*

$$\text{dist}\left(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{C}, \boldsymbol{B}+\boldsymbol{C}\right) = \text{dist}\left(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}\right),$$

$$\text{dist}\left(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}, \boldsymbol{C}+\boldsymbol{D}\right) = \text{dist}\left(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{C}\right) + \text{dist}\left(\boldsymbol{B}, \boldsymbol{D}\right),$$

$$\text{dist}\left(\boldsymbol{AB}, \boldsymbol{AC}\right) \le |\boldsymbol{A}| \cdot \text{dist}\left(\boldsymbol{B}, \boldsymbol{C}\right),$$

$$\text{dist}\left(\boldsymbol{Ab}, \boldsymbol{Ac}\right) \le |\boldsymbol{A}| \cdot \text{dist}\left(\boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}\right).$$

2.7.2. Elektr tizimlaridagi parametrlarni hisoblashning interval iteratsiyali usullari.

(2) sistemani yechishda ba'zi qiyinchiliklarga duch kelamiz, ya'ni hisoblashlarni amalga oshirishda biz yuqori tartibli kompleks interval matritsalar

va katta chiziqsiz tenglamalar sistemasi bilan ish ko‘ramiz. Chiziqsiz tenglamalarni yechishda iteratsion usullardan foydalanish - bu tabiiy holdir. Bunda iteratsion jarayon strukturasi muhim ahamiyatga ega, chunki hisoblashni amalga oshirish, yaqinlashish tezligi va interval yechimning kafolatliligi aynan shu jarayonga bog‘liq.

1. Oddiy iteratsiya usuli. Faraz qilaylik, tugunlardagi kuchlanish vektori komponentalari quyidagi munosabatni qanoatlantirsin

$$\boldsymbol{a}_{ii}\, x_i^{(k+1)} + \sum_{j=1,\, j\neq i}^{n} \boldsymbol{a}_{ij}\, x_j^{(k)} = \frac{\boldsymbol{s}_i}{\dot{x}_i^{(k)}} - a_{i0}\, x_0, \qquad i = 1,2,\ldots,n, \tag{6}$$

bunda $0 \notin \boldsymbol{a}_{ii}$ deb hisoblash mumkin. Aks holda, ya’ni $0 \in \boldsymbol{a}_{ii}$ bo‘lsa, sistema tenglamalarining o‘rnini almashtirish orqali barcha diagonal elementlarning noldan farqli bo‘lgan xosmas matritsasini hosil qilish mimkin. Shundan so‘ng hisoblash

$$\boldsymbol{x}_i^{(k+1)} := \boldsymbol{x}_i^{(k)} \cap \boldsymbol{a}_{ii}^{-1}\Big(\sum_{j=1,\, j\neq i}^{n} \boldsymbol{a}_{ij}\, \boldsymbol{x}_j^{(k)} + \frac{\boldsymbol{s}_i}{\dot{\boldsymbol{x}}_i^{(k)}} - a_{i0} x_0 \Big), \qquad i = 1,2,\ldots,n, \tag{7}$$

formula yordamida amalga oshiriladi, bunda $\boldsymbol{x}_i^{(k)}$ va $\boldsymbol{x}_i^{(k+1)}$ - yechim interval vektor $\boldsymbol{x}$ ning , mos ravishda, k-chi va $k+1$-chi iteratsiyadagi komponentalari qiymatidir.

2. Teskari matritsa usuli. Faraz qilaylik hisoblashlar quyidagi munosabat orqali amalga oshiriladi:

$$\sum_{j=1}^{n} \boldsymbol{a}_{ij}\, x_j^{(k+1)} = \frac{\boldsymbol{s}_i}{\dot{x}_i^{(k)}} - a_{i0} x_0, \qquad i = 1,2,\ldots,n, \tag{8}$$

va keyin quyidagi formula bilan davom ettiriladi

$$\boldsymbol{x}^{(k+1)} := \boldsymbol{x}^{(k)} \cap \boldsymbol{A}^{-1} \boldsymbol{y}^{(k)}, \tag{9}$$

bunda $$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{a}_{11} & \boldsymbol{a}_{12} & \cdots & \boldsymbol{a}_{1n} \\ \boldsymbol{a}_{21} & \boldsymbol{a}_{22} & \cdots & \boldsymbol{a}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{a}_{n1} & \boldsymbol{a}_{n2} & \cdots & \boldsymbol{a}_{nn} \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{y}^{(k)} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{s}_1 \,/\, \dot{\boldsymbol{x}}_1^{(k)} - a_{10} x_0 \\ \boldsymbol{s}_2 \,/\, \dot{\boldsymbol{x}}_2^{(k)} - a_{20} x_0 \\ \vdots \\ \boldsymbol{s}_n \,/\, \dot{\boldsymbol{x}}_n^{(k)} - a_{n0} x_0 \end{pmatrix}.$$

Iteratsiyali hisob (7), (9) formulalar bilan to $\operatorname{dist}(\boldsymbol{x}^{(k)}, \boldsymbol{x}^{(k-1)}) < \varepsilon$ shart bajarigunga qadar davom ettiriladi, bu yerda ε - talab qilingan aniqlik.

Iteratsiyali jarayonning yaqinlashishini tadqiq qilish. Biz quyida ushbu teoremaga tayanamiz:

1-teorema. (qo‘zg‘almas nuqta haqidagi Shryoder teoremasi) *Agar $f:\mathbb{C}^n \to \mathbb{C}^n$ akslantirish P-siqish akslantirishi bo‘lsa, u holda ixtiyoriy $x^{(0)}$ uchun $x^{(k+1)} = f\left(x^{(k)}\right)$ ketma-ketlik yagona x^* qo‘zg‘almas nuqtaga yaqinlashadi va quyidagi baho o‘rili bo‘ladi*

$$\operatorname{dist}\left(x^{(k)},\ x^*\right) \le (I-P)^{-1} P \cdot \operatorname{dist}\left(x^{(k)},\ x^{(k-1)}\right).$$

1. Oddiy iteratsiya usuli. Klassik interval arifmetikada qo‘shish amali ayirish amaliga teskari amal bo‘lolmaydi, shuning uchun $\mathbb{IC}$ da oddiy amal o‘rniga Markovning [7] nostandart ayirish amalini kiritamiz:

$$\boldsymbol{a} \ominus \boldsymbol{b} = (\boldsymbol{a}_1 + i\,\boldsymbol{a}_2) \ominus (\boldsymbol{b}_1 + i\,\boldsymbol{b}_2) = (\boldsymbol{a}_1 \ominus \boldsymbol{b}_1) + i\,(\boldsymbol{a}_2 \ominus \boldsymbol{b}_2) =$$

$$= [\min\{\underline{a}_1 - \underline{b}_1,\, \overline{a}_1 - \overline{b}_1\},\ \max\{\underline{a}_1 - \underline{b}_1,\, \overline{a}_1 - \overline{b}_1\}] +$$

$$+ i\,[\min\{\underline{a}_2 - \underline{b}_2,\, \overline{a}_2 - \overline{b}_2\},\ \max\{\underline{a}_2 - \underline{b}_2,\, \overline{a}_2 - \overline{b}_2\}]$$

va $\boldsymbol{z}^{(k)} = \boldsymbol{x}^{(k)} \ominus \boldsymbol{x}$ kabi belgilaymiz. U holda (6) ga asoslanib

$$\boldsymbol{z}_i^{(k+1)} = \boldsymbol{x}_i^{(k+1)} \ominus \boldsymbol{x}_i = \left(-\sum_{j=1,\, j\ne i}^{n} \frac{\boldsymbol{a}_{ij}}{\boldsymbol{a}_{ii}} \boldsymbol{x}_j^{(k)} + \frac{\boldsymbol{s}_i}{\boldsymbol{a}_{ii}\dot{\boldsymbol{x}}_i^{(k)}} - \frac{\boldsymbol{a}_{i0}}{\boldsymbol{a}_{ii}} \boldsymbol{x}_0 \right) \ominus \left(-\sum_{j=1,\, j\ne i}^{n} \frac{\boldsymbol{a}_{ij}}{\boldsymbol{a}_{ii}} \boldsymbol{x}_j + \frac{\boldsymbol{s}_i}{\boldsymbol{a}_{ii}\dot{\boldsymbol{x}}_i} - \frac{\boldsymbol{a}_{i0}}{\boldsymbol{a}_{ii}} \boldsymbol{x}_0 \right) =$$

$$= \sum_{j=1,\, j\ne i}^{n} \left(-\frac{\boldsymbol{a}_{ij}}{\boldsymbol{a}_{ii}} \right) \left(\boldsymbol{x}_j^{(k)} \ominus \boldsymbol{x}_j \right) + \left(-\frac{\boldsymbol{s}_i}{\boldsymbol{a}_{ii}\dot{\boldsymbol{x}}_i\dot{\boldsymbol{x}}_i^{(k)}} \right) \left(\dot{\boldsymbol{x}}_i^{(k)} \ominus \dot{\boldsymbol{x}}_i \right), \qquad i = 1,2,3,\ldots,n, \tag{10}$$

tenglikka ega bo‘lamiz yoki uni matritsali ko‘rinishda yozsak

$$\boldsymbol{z}^{(k+1)} = \boldsymbol{B}\boldsymbol{z}^{(k)} + \boldsymbol{D}_1^{(k)} \dot{\boldsymbol{z}}^{(k)}, \tag{11}$$

bu yerda

$$
\boldsymbol{B} = -\begin{pmatrix} 0 & \dfrac{\boldsymbol{a}_{12}}{\boldsymbol{a}_{11}} & \cdots & \dfrac{\boldsymbol{a}_{1n}}{\boldsymbol{a}_{11}} \\ \dfrac{\boldsymbol{a}_{21}}{\boldsymbol{a}_{22}} & 0 & \cdots & \dfrac{\boldsymbol{a}_{2n}}{\boldsymbol{a}_{22}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \dfrac{\boldsymbol{a}_{n1}}{\boldsymbol{a}_{nn}} & \dfrac{\boldsymbol{a}_{n2}}{\boldsymbol{a}_{nn}} & \cdots & 0 \end{pmatrix},
$$

$$
\boldsymbol{D}_1^{(k)} = -\begin{pmatrix} \dfrac{\boldsymbol{s}_1}{\boldsymbol{a}_{11}\,\dot{\boldsymbol{x}}_1\,\dot{\boldsymbol{x}}_1^{(k)}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \dfrac{\boldsymbol{s}_2}{\boldsymbol{a}_{22}\,\dot{\boldsymbol{x}}_2\,\dot{\boldsymbol{x}}_2^{(k)}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \dfrac{\boldsymbol{s}_n}{\boldsymbol{a}_{nn}\,\dot{\boldsymbol{x}}_n\,\dot{\boldsymbol{x}}_n^{(k)}} \end{pmatrix}.
$$

hosil qilingan (11) iteratsiyali jarayonning tasdigi bo‘lib quyidagi teorema xizmat qiladi:

2-teorema. *Ixtiyoriy* $\boldsymbol{z}^{(0)} \in \mathbb{IC}^n$ *boshlang‘ich interval vektor bilan berilgan va*

$$
\boldsymbol{z}^{(k+1)} := \boldsymbol{B}\boldsymbol{z}^{(k)} + \boldsymbol{D}_1^{(k)}\dot{\boldsymbol{z}}^{(k)}
$$

formula bilan aniqlanadigan oddiy iteratsiya usuli yagona qo‘zg‘almas $\boldsymbol{z}^*$ *nuqtaga yaqinlashadi, faqat va faqat* $\rho(|\boldsymbol{B}|+|\boldsymbol{D}_1|)<1$ *o‘rinli bo‘lsa.*

Bu yerda $\rho(\cdot)$ - $|\boldsymbol{B}|+|\boldsymbol{D}_1|$ interval matritsaning spektral radiusi.

Isbot. *Yetarliligi.* $f(z)=\boldsymbol{B}\boldsymbol{z}+\boldsymbol{D}_1\dot{\boldsymbol{z}}$ formula bilan aniqlanadigan $f:\mathbb{IC}^n \to \mathbb{IC}^n$ akslantirishni qaraylik.. Faraz qilaylik $\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}\in\mathbb{IC}^n$. $\operatorname{dist}(\boldsymbol{x},\,\boldsymbol{y})=\operatorname{dist}(\dot{\boldsymbol{x}},\,\dot{\boldsymbol{y}})$ dan va *1-natija* dagi munosabatlardan

$$
\operatorname{dist}\big(f(\boldsymbol{x}),\,f(\boldsymbol{y})\big)=\operatorname{dist}\big(\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}+\boldsymbol{D}_1\dot{\boldsymbol{x}},\,\boldsymbol{A}\boldsymbol{y}+\boldsymbol{D}_1\dot{\boldsymbol{y}}\big)=\operatorname{dist}\big(\boldsymbol{A}\boldsymbol{x},\,\boldsymbol{A}\boldsymbol{y}\big)+\operatorname{dist}\big(\boldsymbol{D}_1\dot{\boldsymbol{x}},\,\boldsymbol{D}_1\dot{\boldsymbol{y}}\big)\le
$$

$$
\le|\boldsymbol{A}|\cdot\operatorname{dist}\big(\boldsymbol{x},\,\boldsymbol{y}\big)+|\boldsymbol{D}_1|\cdot\operatorname{dist}\big(\dot{\boldsymbol{x}},\,\dot{\boldsymbol{y}}\big)=\big(|\boldsymbol{A}|+|\boldsymbol{D}_1|\big)\cdot\operatorname{dist}\big(\boldsymbol{x},\,\boldsymbol{y}\big)
$$ ga ega bo‘lamiz.

1-teorema ga asosan, $\rho(|\boldsymbol{B}|+|\boldsymbol{D}_1|)<1$ shart usulning yaqinlashishi va qo‘zg‘almas nuqtaning yagonaligi uchun yetarlidir.

Zaruriyligi. Faraz qilaylik ushbu

$$\boldsymbol{z}^{(k+1)} = \boldsymbol{B}\boldsymbol{z}^{(k)} + \boldsymbol{D}_1^{(k)}\dot{\boldsymbol{z}}^{(k)}, \qquad k = 0,1,2,... \tag{12}$$

ketma-ket yaqinlashish har bir $\boldsymbol{z}^{(0)} \in \mathbb{IC}^n$ uchun $\boldsymbol{z}^*$ qo‘zg‘almas nuqtaga intilsin. U holda $\rho(|\boldsymbol{B}|+|\boldsymbol{D}_1|)<1$ ekanligini ko‘rsatamiz.

Perron-Frobenius [1] teoremasiga asosan, manfiy bo‘lmagan haqiqiy $|\boldsymbol{A}|$ matritsa o‘zining modul bo‘yicha manfiy bo‘lmagan eng katta xos $\lambda = \rho(|\boldsymbol{A}|)$ qiymatiga mos, manfiy bo‘lmagan xos vektoriga ega. Ixtiyoriy $\boldsymbol{z}^{(0)}$ boshlang‘ich vektorda (12) ketma-ketlikning $\boldsymbol{z}^*$ nuqtaga yaqinlashishidan, $\left\{\operatorname{wid}\boldsymbol{z}^{(k)}\right\}_{k=0}^{\infty}$ ketma-ketlik $\operatorname{wid}\boldsymbol{z}^*$ ga yaqinlashishi kelib chiqadi. Endi (12) iteratsion jarayon uchun $\boldsymbol{z}^{(0)}$ ni boshlang‘ich yaqinlashish nuqtasi sifatida tanlab olib, $|\boldsymbol{B}|+|\boldsymbol{D}_1|$ matritsaning $\lambda = \rho(|\boldsymbol{B}|+|\boldsymbol{D}_1|)$ xos qiymatiga mos $\operatorname{wid}\boldsymbol{z}^{(0)}$ xos vektor ekanligiga ishonch hosil qilamiz. Bunda $\operatorname{wid}\boldsymbol{z}^{(0)}$ vektorning hech bo‘lmaganda bitta komponentasi $\operatorname{wid}\boldsymbol{z}^*$ vektorning mos komponentalaridan qat’iy katta. U holda $\lambda \geq 1$ va $\operatorname{wid}\boldsymbol{z} = \operatorname{wid}\dot{\boldsymbol{z}}$ bo1lganligidan

$$\operatorname{wid}\boldsymbol{z}^{(1)} = \operatorname{wid}\left(\boldsymbol{B}\boldsymbol{z}^{(0)}\right) + \operatorname{wid}\left(\boldsymbol{D}_1^{(0)}\dot{\boldsymbol{z}}^{(0)}\right) \geq |\boldsymbol{B}|\ \operatorname{wid}\boldsymbol{z}^{(0)} + |\boldsymbol{D}_1^{(0)}|\ \operatorname{wid}\dot{\boldsymbol{z}}^{(0)} =$$

$$= \left(|\boldsymbol{B}|+|\boldsymbol{D}_1^{(0)}|\right)\operatorname{wid}\boldsymbol{z}^{(0)} = \lambda\operatorname{wid}\boldsymbol{z}^{(0)} \geq \operatorname{wid}\boldsymbol{z}^{(0)}.$$

Shunday tarzda

$$\operatorname{wid}\boldsymbol{z}^{(2)} \geq \left(|\boldsymbol{B}|+|\boldsymbol{D}_1^{(1)}|\right)\operatorname{wid}\boldsymbol{z}^{(1)} \geq \left(|\boldsymbol{B}|+|\boldsymbol{D}_1^{(1)}|\right)\lambda\operatorname{wid}\boldsymbol{z}^{(0)} = \lambda^2\operatorname{wid}\boldsymbol{z}^{(0)} \geq \operatorname{wid}\boldsymbol{z}^{(0)},$$

va h.k. Endi ixtiyoriy k uchun quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$\operatorname{wid}\boldsymbol{z}^{(k)} \geq \left(|\boldsymbol{B}|+|\boldsymbol{D}_1^{(k\text{-}1)}|\right)\operatorname{wid}\boldsymbol{z}^{(k\text{-}1)} \geq \ldots \geq \lambda^k\operatorname{wid}\boldsymbol{z}^{(0)} \geq \operatorname{wid}\boldsymbol{z}^{(0)}.$$

$k \to \infty$ da limitga o‘tib,

$$\operatorname{wid}\boldsymbol{z}^* \geq \operatorname{wid}\boldsymbol{z}^{(0)}$$

ga ega bo‘lamiz va bundan bizning $\boldsymbol{z}^{(0)}$ boshlang‘ich vektorni tanlab olishimizga zid ekanligi kelib chiqadi. Demak, bizning $\lambda \geq 1$ shartimiz o‘rinli emas, ya’ni $\rho(|\boldsymbol{B}|+|\boldsymbol{D}_1|)<1$ va shuni isbotlash talab qilingan edi.

2. Teskari matritsa usuli. Oddiy iteratsiya usuli yaqinlashishini tadqiq qilishda ishlatilgan belgilashlardan foydalanamiz. Unda (8) ga asosan quyidagiga ega bo‘lamiz

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}^{(k+1)} \ominus \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} = \left(\frac{\boldsymbol{s}_i}{\dot{\boldsymbol{x}}_i^{(k)}} - a_{i0}x_0\right) \ominus \left(\frac{\boldsymbol{s}_i}{\dot{\boldsymbol{x}}_i} - a_{i0}x_0\right),$$

bundan

$$\boldsymbol{A}\left(\boldsymbol{x}^{(k+1)} \ominus \boldsymbol{x}\right) = -\frac{\boldsymbol{s}_i}{\dot{\boldsymbol{x}}_i \, \dot{\boldsymbol{x}}_i^{(k)}}\left(\dot{\boldsymbol{x}}_i^{(k)} \ominus \dot{\boldsymbol{x}}_i\right). \tag{13}$$

Shundan so‘ng $\boldsymbol{z}^{(k)} = \boldsymbol{x}^{(k)} \ominus \boldsymbol{x}$ ga asosan

$$\boldsymbol{z}^{(k+1)} = \boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{D}_2^{(k)}\dot{\boldsymbol{z}}^{(k)}, \text{ где } \boldsymbol{D}_2^{(k)} = -diag\left(\frac{\boldsymbol{s}_i}{\dot{\boldsymbol{x}}_i \, \dot{\boldsymbol{x}}_i^{(k)}}\right)$$

iteratsion formulaga ega bo‘lamiz.

3-teorema. *Quyidagi*

$$\boldsymbol{z}^{(k+1)} := \boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{D}_2^{(k)}\dot{\boldsymbol{z}}^{(k)} \tag{14}$$

formula bilan aniqlanadigan teskari matritsa usuli (2) masala uchun ixtiyoriy $\boldsymbol{z}^{(0)} \in \mathbb{IC}^n$ *boshlang‘ich interval vektorda yagona qo‘zg‘almas* $\boldsymbol{z}^*$ *nuqtaga yaqinlashadi, faqat va faqat* $\rho(|\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{D}_2^{(k)}|) < 1$ *o‘rinli bo‘lsa*.

Bu teorema isbotini *2-teorema* isbotiga o‘xshash holda amalga oshirish mumkin.

Izoh. (2) masala uchun olingan ushbu natijalar, [16] da olingan natijalarga nisbatan kuchzis hisoblanadi. Chunki, interval matritsaning spektral radiusi, uning ixtiyoriy normasidan katta bo‘la olmaydi:

$\rho\left(|\boldsymbol{A}|\right) \le \|\boldsymbol{A}\|$, *bunda* $\boldsymbol{A} \in \mathbb{IC}^{n\times n}$.

III-BOB. INTERVAL KOMPLEKS SONLAR ARIFMETIKASI UCHUN KOMPYUTER DASTURIY TA'MINOTINI ISHLAB CHIQISH

Keyingi yillarda yana bir samarali yo'nalish sonli – interval hisoblashlarni simvolli analitik hisoblashlar (kompyuter algebrasi) bilan uyg'unlashtirish usuli ancha rivojlanmoqda. Bu uyg'unlashtirish analitik hisoblashlarda sonli yechimlarni boshqariladigan yuqori aniqlikdagi ishonchli ko'rinishda olishga imkon beradi. Ikkinchi tomondan analitik hamda interval hisoblashlarni birgalikda amalga oshirish, ko'p hollarda olinadigan interval yechimning kengayib ketish (Wrapping effect[1]-эффект обёртывания) effektining oldini olishga yordam bermoqda. Shuning uchun Maple, Matlab, Mathematica, Scilab kabi kompyuter algebrasi tizimlarida interval tipli ma'lumotlarni qo'llash odat tusiga kirmoqda. Kompyuter algebrasi tizimlarining paydo bo'lishi, analitik hisoblashlarni ularda oson va tez amalga oshirish foydalanuvchiga ancha imkoniyatlar yaratib bermoqda. Shunday paketlardan biri – klassik interval arifmetikasi asosida yaratilgan MATLAB tizimi tarkibida ishlovchi INTLAB paketi hisoblanadi.

3.1. INTLAB paketida kompleks intervallar ustida amallar

Nemis matematigi Rump tomonidan yaratilgan va hozirgi kunda juda ko'p tadqiqotchilar tomonidan unumli foydalanilayotgan **«INTLAB»** dasturlar majmuasi haqidagi ma'lumotlarni va uning dasturlar kutubxonasini Internet ning **http://www.ti3.tu-harburg.de/~rump/intlab/index.html** saytidan topish mumkin. INTLAB dasturi ochiq kodli (bepul tarqatiladigan) dastur hisoblanadi. Hozirgi kunda INTLAB dasturining oxirgi versiyasi 11 hisoblanadi. Ushbu ishda biz INTLAB 5.3 versiyasi bilan ishladik, buning sababi shundaki, ushbu dasturiy majmua Matlab 6.5 versiyasiga mos keladi. Matlab tijorat mahsuloti bo'lganligi

[1] Interval yechimlarning ba'zi iteratsion jarayonlarda kengayib ketish holatini birinchi bo'lib, XX asrning 60-yillarida AQSH olimi R.E.Mur tomonidan aniqlangan. Tashqi interval baholash masalasida bunday yechimlar optimal yechim hisoblanmaydi.

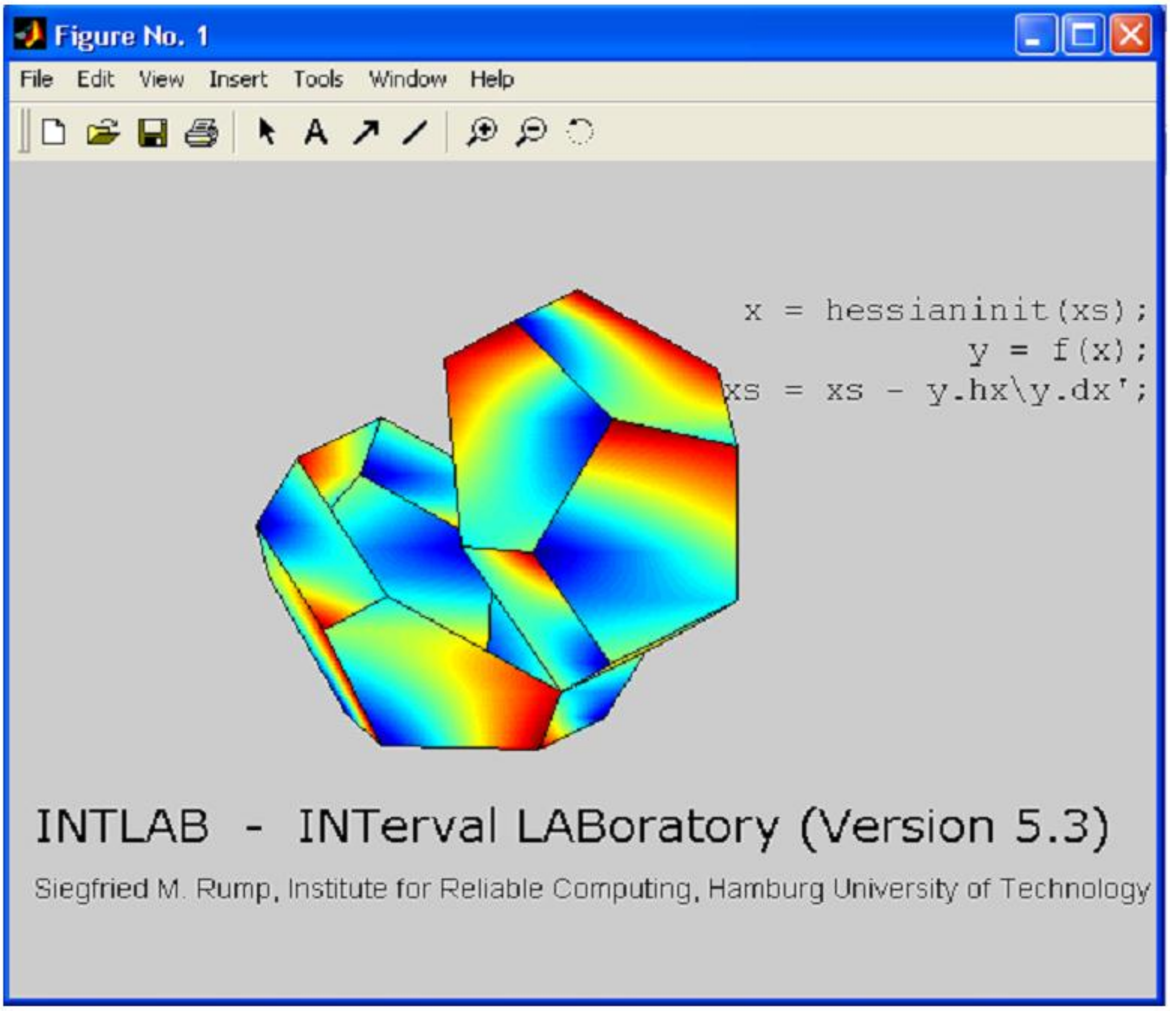
sababli, uning keyingi versiyalarini sotib olish zarur edi. Biz o‘zimizda bo‘lgan Matlab 6.5 versiyasida ishlashni ma’qul ko‘rdik.

INTLAB paketida quyidagi soha algoritmlari bo‘yicha hisoblashlarni amalga oshirish mumkin:

- haqiqiy intervallar va shu tipdagi massivlar (vektor va matrisalar) ustida arifmetik amallar;
- avtomatik differensiallash (parallel hisoblashlar);
  - chiziqsiz tenglamalar sistemasini yechish uchun gradientlar;
  - Hessian bo‘yicha global optimallashtirish (ko‘p o‘zgaruvchili funksiyalar uchun);
- bir va ko‘p o‘zgaruvchili interval ko‘phadlar;
- haqiqiy intervalli elementar funksiyalar;
- kompleks intervalli elementar funksiyalar

va boshqalar.

Bu yerda biz ***Intlab***dan foydalanish haqida qisqacha ma’lumot beramiz. Foydalanuvchi “>>” komandasidan so‘ng quyidagi ma’lumot bo‘yicha ishlashi kerak. Foydalanuvchi Matlab bilan tanish bo‘lish va Intlabni to‘g‘ri o‘rnatgan bo‘lishi muhim. Intlabga kirish uchun **>>startintlab** ni tering.



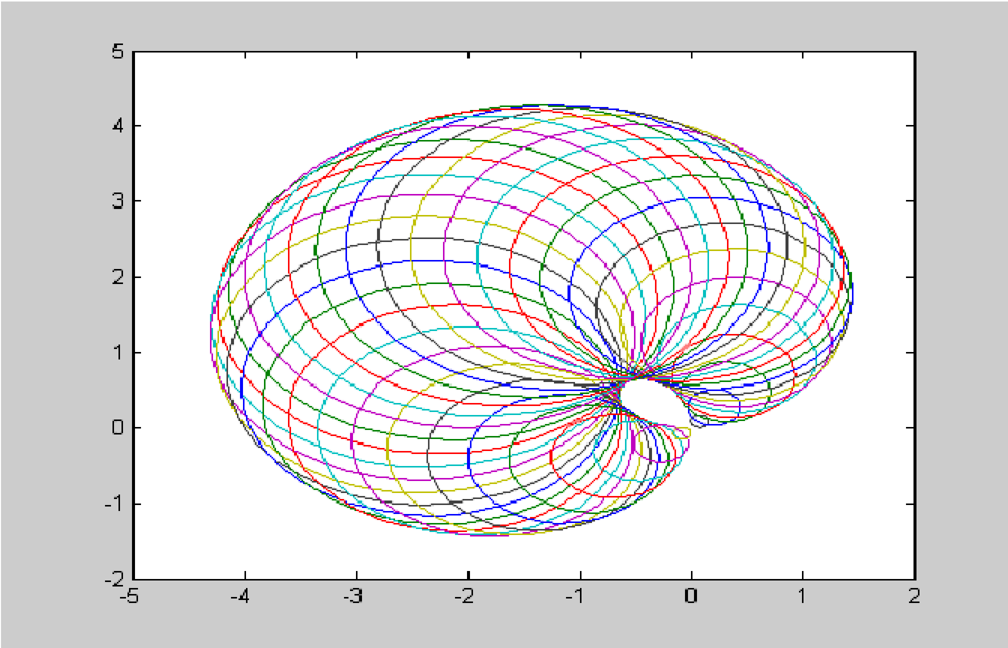
Bu ***intlab*** kutubxonasiga kirib Matlab qidiruv tizimi so'ralgan global o'zgarishlarga kirishni ta'minlaydi.

Intervalga kirishning 4 yo'li bor. Birinchisi bu matritsaning nuqtasiga kirishga eltuvchi *intval* funksiyadir. Keyingisi 2×2 interval nuqtasi matritsani keltirib chiqaradi.

```
>> A=intval([1.2,5,10;21,10,9])
intval A =
 1.2000 5.0000 10.0000
 21.0000 10.0000 9.0000
>> A=intval('1.2 5 10 21 10 19')
intval A =
 1.2000
 5.0000
```

2. Kompleks intervalli baho:

```
>> kmax=40; i=sqrt(-1); a=midrad(1,1); b=midrad(-
1+i,1);
>> plotintval(a*b);
>> phi=linspace(0,2*pi, kmax);
>> [A,B]=meshgrid(mid(a)+rad(a)*exp(i*phi),
mid(b)+rad(b)*exp(i*phi));
>> plot(A.*B)
```

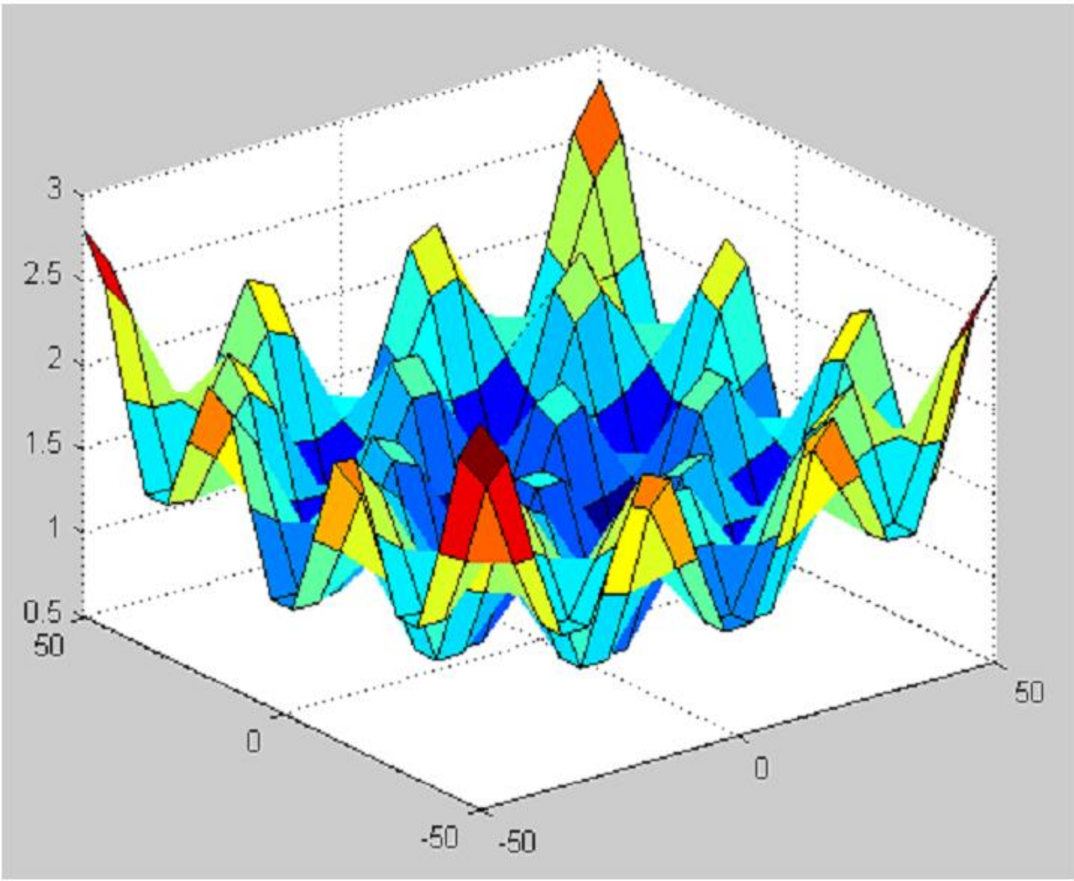


3. Global optimallashtirish masalasi:

```
f = inline(' (x.^2+y.^2)/4000 + cos(x).*cos(y)/sqrt(3)
+ 1 ')
     f =
      Inline function:
      f(x,y) = (x.^2+y.^2)/4000 + cos(x).*cos(y)/sqrt(3)
+ 1
```

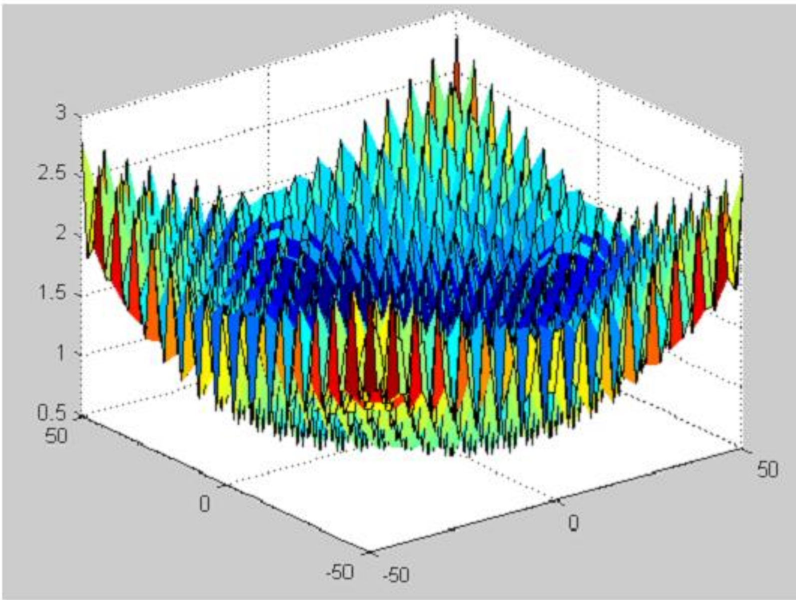
Berilgan funksiya uchun quyida keltirilgan qiymatlarda minimumni topish talab qilinadi.

```
     -50 <= x <= 50
     -50 <= y <= 50
>> kmax = 20;
[x,y] = meshgrid(linspace(-50,50,kmax));
surf(x,y,f(x,y))
```



Agar kmax parametrga 50 qiymatini bersak,

```
>> kmax = 50;
[x,y] = meshgrid(linspace(-50,50,kmax));
surf(x,y,f(x,y))
```



FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. С.П.Шарый Конечномерный интервальный анализ. Издательство “XYZ”, электронная книга, Новосибирск, 2018. http://www.nsc.ru/interval/Library/InteBooks/SharyBook.pdf.
2. Alefeld G., Xersberger Yu. Введение в интервальные вычисления. – М.: Мир, 1987.
3. Кальмыков С.А., Шокин Ю.И., Юлдашев З.Х. Методы интервального анализа. -Новосибирск: Наука, 1986.
4. Sh.T.Maqsudov, M.Salohiddinov, S. Sirojiddinov “Kompleks o‘zgaruvchining funksiyalari nazariyasi” T. 1970 y.
5. Sh.T.Maqsudov. Analitik funksiyalar nazariyasidan mashqlar. T. 1978 y.
6. R.N. Vafoyev va b. Algebra va analiz asoslari, T. 2001 y.
7. A.A.Abduhamidov va b. Algebra va matematik analiz asoslari, I qism, T. 2000 y.
8. Sh.A. Alimov va b. Algebra va analiz, o‘rta maktabning 10-11 sinflari uchun darslik, T. 1996 y. va undan keyingi yillardagi nashrlari.
9. Энциклопедия элементарной математики, III том, 1952 г.
10. М.Л. Краснов и др. Функции комплексного пременного..., М. 1971 г.
11. И.И. Привалов. Введение в теорию функций комплексного переменного, М. 1954 г.
12. Брадис В.М. Теория и практика вычислений. Пособие для высших педагогических учебных заведений. -Москва: Учпедгиз, 1937.
13. Добронец Б.С., Шайдуров В.В. Двусторонние численные методы. – Новосибирск: Наука, 1990.
14. Канторович Л.В. О некоторых новых подходах к вычислительным методам и обработки наблюдений // Сибирский математический журнал. – 1962. – Т. 3, №5. – S. 701–709.
15. Меньшиков Г.Г. Интервальный анализ и методы вычислений. Конспект лекций. - Санкт-Петербург: СПбГУ, Факультет прикладной математики процессов управления, 1998–2018.
16. А.А.Ибрагимов Интервальные итерационные методы решения узловых уравнений установившихся режимов электрических сетей. // *Вестник НУУз*, №3, 2010г. стр.87-91.

17. R.B.Kearfott, M.T.Nakao, A.Neumaier, S.M.Rump, S.P.Shary, P. Hentenryck *Standardized notation in interval analysis*. 2005г. http://www.ict.nsc.ru/interval/InteNotation.ps.
18. Kaucher E. Interval analysis in the extended interval space IR // Computing Supplement. - 1977. -N1.P. 65-79.
19. Moore R.E. Interval analysis. – Englewood Cliffs. N.J.: Prentice Hall, 1966.
20. Moore R.E. Methods and applications of interval analysis. – Philadelphia: SIAM, 1979.
21. Neumaier A. Interval method for systems of equations. –Cambridge: Cambridge University Press, 1990.
22. Ratschek H. Teilbarkeitskriterien der Intervallarithmetik // Journal fËur die reine und angewandte Mathematik. – 1972. – Bd. 252. – S. 128–138.
23. Rump S.M. «INTLAB»-INTerval LABoratory //Developments in Reliable Computing / Csendes T., ed.-Dordrecht: Kluwer academic Publishers, 1998. -P. 77-104.
24. S.M. Markov (Ed.), Scientific Computation and «Mathematical» Modelling, DATECS Publishing, Sofia, 1993.
25. S.M. Rump. «INTLAB» - INTerval LABoratory. In Tibor Csendes, editor, *Developments in Reliable Computing*, pages 77. Kluwer Acad. Publishers, Dordrecht, 1999.
26. Sunaga T. Theory of an interval algebra and its application to numerical analysis // RAAG Memoirs. – 1958. – Vol. 2, Misc. II. – P. 547–564.
27. Warmus M. Calculus of approximations // Bull. Acad. Polon. Sci. – 1956. – Cl. III, vol. IV, No. 5. – P. 253–259.
28. http://www.nsc.ru/interval - сайт посвященная Интервального анализа и его приложениям.
29. http://www.ti3.tu-harburg.de/english/index.html - сайт «INTLAB» - INTerval LABoratory.
30. www.edu.uz - O‘liy va o‘rta maxsus ta’lim vazirligi portali.
31. www.Ziyonet.uz - jamoat ta’lim tarmog‘i.
32. www.exponenta.ru – matematik paketlar haqida ilovalar.