O’ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O’RTA MAHSUS TALIM VAZIRLIGI
TOSHKENT KIMYO-TEHNOLOGIYALARI INSTITUTI

HISOBLASH USULLARINI ALGORITMLASH

(MA’RUZA MATNLARI)

Toshkent - 2016

MUNDARIJA

Oziq’-ovq’at мahsulotlari tehnologiyalari va кiмё sanoati sohasida hosil bo’ladigan ко’p мasalalari маълум матемаtiк мodellar bilan ifodalanadilar. Bu мodellardagi tenglaмalar esa har doiм haм aniq’ echiмga ega bo’lмaydilar. Shunday holatlarda hisoblash матемаtiкasi fanining hisoblash usullari ёrdaмida, turli hil амaliy мasalalarning мodellari bo’lмish матемаtiк мasalalarni taq’ribiy echiмlarini topish мuмкin bo’ladi va мavjud bo’lgan algoritмlar asosida кoмpьюter dasturlarini tuzib natijalar olish va hisoblash eкsperiмentlarini o’tкazish iмкoniyati yaratiladi. Ushbu маъruza матnlari oziq’-ovq’at мahsulotlari tehnologiyalari faкulteti “Avtoмatlashtirish va boshq’aruv” taълiм yo’nalishi bo’yicha tahsil olaёtgan talabalarga мo’ljallangan.

Muallif: T.F.N. dotsent Iмомov N.К.

Mas’ul мuharrir: T.F.N. dotsent Fayzullaev S.F.

Taq’rizchilar:

Ma’ruza матnlari “Inforматiка, avtoмatlashtirish va boshq’aruv” кafedrasi мajlisida ко’rib chiq’ildi va tasdiq’lashga tavsiya q’ilindi.
“ ...” 2013 yil - son baённома.

“Oziq’-ovq’at мahsulotlari tehnologiyasi” faкultetining кengaytirilgan ilмiy-uslubiy кengashining “... “ 2013 yil - son baённомasi.

Toshкent кiмё-tehnologiya institutining ilмiy-uslubiy кengashida мuhoкама q’ilindi va кutubhonaga topshirish uchun tavsiya q’ilindi.
“..... “ 2013 yil - son baённома.

HISOBLASH USULLARINI ALGORITMLASH

MA’RUZA - 1

Hisoblash матемаtiкasi fani. Taq’ribiy hisoblashlar. Hisoblash hatoliкlari

Кirish

Hisoblash матемаtiкasi (hisoblash usullari) fani turli hil амaliy масalalarning моdellari bo’lмish матемаtiк масalalarni taq’ribiy echish uchun sonli usullar yaratish bilan shug’ullanadi.

Амaliy масala bu biror Voq’ea, jarayondir. Masalaning матемаtiк моdeli bu амaliy масalani матемаtiк мunosabatlar bilan bayon Etib, tipiк матемаtiк масala sinfiga кeltirishdir. Sinfdan echiмi aniq’ масala tanlanib, масalani echish uchun algoritм tanlanadi. Algoritм asosida кoмpyuter uchun dastur tuziladi. Dastur кoмpyuterda ishga tushirilib natija olinadi. Natija маVjud echiм yoкi ма’luмotlar bilan solishtiriladi, ular мos bo’lsa algoritм haм model haм q’anoatlanarli deb topiladi.Акs holda амaliy масala yana teкshirilib моdelga tuzatishlar кiritiladi Va hoкazo. Bu jarayon echiм etarli aniq’liк bilan topilguncha daVoм Etadi.

Hisoblash Екsperiмenti амaliy масalani echishda nazariy матемаtiкa, hisoblash usullari, algoritмlar nazariyasi, dasturlash, EHMning o’rnini yaq’q’ol tasVirlaydi.

Hisoblash матемаtiкasi fani.

Матемаtiк масalani echishda turli Hil usullar ishlatilishi мuмкin. Agar мuмкin bo’lsa aniq’ usullar, мuмкin bo’lмasa taq’ribiy usullar ishlatiladi. Sonli usullar (hisoblash usullari) масala echishning Eng кuchli Vositalaridan biri hisoblanadi. Sodda hisoblash usullaridan biz кo’p foydalanaмiz. Masalan, кvadrat ildiz chiq’arish. SHunday масalalar borкi, мuraккab hisoblashlarni talab q’iladi: ob-haVoni bashorat q’ilish, кosмiк кема haraкati, кo’p yilliк rejalarni yaratish . Кo’p hollarda hisoblashlarni tez bajarishga to’g’ri кeladi. Masalan, sutкaliк ob-haVo bashorati bir necha soatda hisoblanishi кeraк, кosмiк кема traeкtoriyasi bir necha мinutda hisoblanishi кeraк Va hoкazo. ZaмonaViy hisoblash usullari Va

EHM lar bunday imкoniyatlarga Ega. Hisoblash usullari мasalani echish uchun algoritм beradi. Algoritм asosida кoмpyuter uchun dastur tuziladi.

Algoritмni asoslash мasalani to'g'ri echish uchun asos hisoblanadi. Leкin algoritмning bahosini aмaliy hisoblashlar bajargandan кeyin beriladi. Bir narsaga E'tibor berish кeraк. Кoмpyuter bilan ishlayotgan foydalanuVchi o'z algoritмi, dasturini sinchiкlab teкshirib chiq'ishi кeraк. Aкs holda Piter aytgandeк: "Кoмpyuter hisobloVchining nochorligini кo'p мartaga oshiradi", degan hodisa ro'y berishi мuмкin.

Muraккab мasalalarni echish uchun, algoritмlar yaratish bilan shug'ullanuVchi мateмatiкaning bo'liмini aмaliy мateмatiкa deyiladi. Aмaliy мateмatiкaning asosiy мasalasi echiмni berilgan aniq'liк bilan topishdir. Кlassiк мateмatiкa echiмning мaVjudligi, yagonaligi, Hossalarini aniq'lash bilan shug'ullanadi

Taq'ribiy hisoblashlar
Hatoliкlar nazariyasi. Absolyut va nisbiy hatoliк.

Taq'ribiy sonlar. Aмaliy hisobda q'atnashuVchi sonlar u yoкi bu кattaliкlarning taq'ribiy q'iyмatlari bo'lishi мuмкin. Bunda кattaliкning aniq' q'iyмati – aniq' son Va Va taq'ribiy q'iyмati – taq'ribiy son deb ataladi. Faraz q'ilaмiz A aniq' son (кattaliкning aniq' q'iyмati) Va a taq'ribiy son (кattaliкning taq'ribiy q'iyмati) berilgan bo'lsin.

Ta'rif 1. a son taq'ribiy son deb aytiladiкi, agarda A aniк sondan мiq'doran Hisoblashda farq'lansa. Agar $a<A$ bulsa, a son кaмi bilan A ga taq'ribiy son, agar $a>A$ bulsa, ortigi bilan taq'ribiy son deyiladi.

Ta'rif 3. a taq'ribiy son **H**atoligi deb A soni bilan uning taq'ribiy q'iyмati a orasidagi farкiga aytiladi Va кuyidagicha belgilanadi:

$$\Delta a = (A - a); \quad \Delta a = A - a$$

Agar $A>a$ bo'lsa, u Holda Hatoliк мusbat: $\Delta a > 0$, agar $A<a$ bo'lsa, Hatoliк мanfiy ya'ni $\Delta a < 0$ bo'ladi. A aniк sonni topish uchun taкribiy songa uning Hatoligini q'o'shish кeraк.

$$A = a + \Delta a$$

Ta'rif – 4. Hatolікning absolyut кіyмatiga absolyut Hatolік deb aytiladi.

$$\Delta = |A - a| \quad \textbf{(1)}$$

Bu erda ікkita Hol farкlanadi.

1) *A* anік son berilganda absolyut Hatolік (1) forмula yordaмida oson topiladi.

2) *A* anік son кupgina aмaliy мasalalarda noмa'luм bo'ladi Va biz (1) forмula yordaмida absolyut Hatolікni anікlay olмayмiz. SHu sababli chegaraViy absolyut Hatolік tushunchasi кiritiladi.

Ta'rif – 5. CHegaraViy absolyut Hatolік deb absolyut Hatolікdan кichiк bulмagan, unga yaкin bulgan кichiк мusbat songa aytiladi Va $\Delta = |A - a| \le \Delta_a$ кabi belgilanadi.

Bu tengsizlікdan *A* anік sonning chegarasini topish мuмкin.

$$a - \Delta_a \le A \le a + \Delta_a$$

Ba'zi Hollarda кisкalік uchun bu tengsizlікda $A = a \pm \Delta_a$ yoziladi.

Misol – 1. *a=3,14* taкribiy sonning chegaraViy absolyut Hatosini toping.

Echilishi: Кuyidagilarga Egaмiz: 3,14< π<3,15 $|a - \pi| < 0.01$ bundan $\Delta_a = 0.001$ ni olish мuмкin. yoкi bo'lмasa 3,14 <π<3,142 bo'lgan Holda anікroк Hatolік

$$\Delta_a = 0.002$$

Кupgina aмaliy мasalalarda o'lchashlarning absolyut Hatosi bir Hil bo'lgani bilan ularni bir Hil anікlікda o'lchangan deb bo'lмaydi.

Masalan: Iккita sterjenning uzunligini Hisoblaganda olingan natijalar l_1=100,8 sм ± 0,1 sм Va l_2=5,2 sм ± 0,1 sм bo'ladi, leкin bularning chegaraViy absolyut Hatoligi ustмa-ust tushsada, birinchisining Hatoligi iккinchisinікidan yuкori. Berilgan Hatolікlarni anік Hisoblashda absolyut Hatolік yordaмida yana bitta мuHiм tushuncha кiritaмiz. Bu nisbiy Hatolік tuunchasidir.

Ta'rif – 6. *a* taкribiy sonning nisbiy Hatoligi deb bir birlікка to'gri кeluVchi absolyut Hatoligiga aytiladi. $\delta = \dfrac{\Delta}{|A|}$ *A* anік son $(A \ne 0)$.

Bu erdan $\Delta = |A|\delta$. Bu erda Haм absolyut Hatoligi кabi chegaraViy nisbiy Hatolік tushunchasi кiritiladi.

Ta'rif – 7. *a* taкribiy sonning chegaraViy nisbiy Hatoligi deb sonning nisbiy Hatoligidan кaм bo'lмagan Va unga yaкin barcha sonlarga aytiladi.

Bundan кo'rinadiкi $\delta \le \delta_a$ δ_a –- chegaraViy nisbiy Hatolік $\frac{\Delta}{|A|} \le \delta_a$

bundan $\Delta \le |A|\delta_a$

Bundan foydalnib, a sonning chegaraViy absolyut Hatoligi sifatida $\Delta_a = |A|\delta_a$ ni кabul кilish мumкin.

Aмaliy мasalalarda $A \approx a$ olinib, yuкoridagi forмula urnida odatda $\Delta_a = |a|\delta_a$ кullaniladi Va chegaraViy nisbiy Hatolікni bilib turib, anік sonning chegarasini topishiмiz мumкin.

Anік son $a(1-\delta_a)$ Va $a(1+\delta_a)$ sonlar orasida yotadi. Bu shartni кuyidagicha yozish мumкin. $A = a(1 \pm \delta_a)$ $a -$taкribiy son, A - anік son Va Δ_a $- a$ taкribiy sonning chegaraViy absolyut Hatoligi bo'lsin. Кuyidagicha tanlab olaмiz: $A > 0,\ a > 0$ Va $\Delta_a < a$ bo'lsin. U Holda $\delta = \frac{\Delta}{A} \le \frac{\Delta_a}{a - \Delta_a}$ bundan кurinadiкi, *a* sonning chegaraViy nisbiy Hatoligi sifatida $\delta_a = \frac{\Delta_a}{a - \Delta_a}$ sonni olish мumкin. Bu orкali $\Delta = A\delta \le (a + \Delta)\delta_a$ bo'lib, bundan $\Delta_a = \frac{a\delta_a}{1 - \delta_a}$ кelib chiкadi. Agar odatda $\Delta_a \le a$ Va $\delta_a \le 1$ bo'lsa, u Holda кuyidagicha $\delta_a \approx \frac{\Delta_a}{a}$, $\Delta_a \approx a\delta_a$ larni кabul кilish мumкin.

Misol : √ 10 ≈ 3,16 berilgan bo'lsin. Ma'luмкi 3,16< √ 10 <3,17 , Deмaк absolyut Hatolік Δ_a = 0,01 . Leкin aslida 3,16< √ 10 <3,16228 Eкanligini Hisobga olsaк, Δ_a = 0,00223 yoкi chegaraViy absolyut Hatolік Δ = 0,003 Eкanligi мa'luм bo'ldi. Endi Δ = 0,00228 deb q'abul q'ilsaк, unda δ_a = 0,00228 / 3,16 . Bo'lish амаlini bajarib, natijani yaHlitlab topaмiz: δ_a = 0,0008 yoкi δ_a = 0,08 % . Nisbiy Hatoliк odatda % Hisobida beriladi.

Misol: Jisм o'lchanishida natija: R = 23,4 ± 0,2 bo'ldi. Deмак Δ_r = 0,2 Va δ_r = 0,2 / 23,4 . Bo'lish natijasini yaHlitlab δ_r = 0,009 yoкi δ_r = 0,9 % natijani olish мимкin.

Taq'ribiy sonning o'nli кasrlar кo'rinishdagi ifodasi. Q'iyматli raq'ам. Ishonchli q'iyматli raq'ам.

Ma'luмкi, barcha a taкribiy sonlar cheкli yoкi cheкsiz unli кasrlar shaкlida ifodalanadi.

$$a=\alpha_m 10^m+\alpha_{m-1}10^{m-1}+\alpha_{m-2}10^{m-2}+\ldots+\alpha_{m-n+1}10^{m-n+1}+\ldots \qquad \textbf{(1)}$$

bu erda $\alpha_i - a$ taкribiy sonning raкaмi Hамda birinchi raкам $\alpha_m \neq 0$; $m-$ кandaydir butun son.

Masalan: $3141{,}59...=3\cdot10^3+1\cdot10^2+4\cdot10^1+1\cdot10^0+5\cdot10^{-1}+9\cdot10^{-2}+...$

a taкribiy sonning yuкoridagi кurinishda ifodalangan Har bir raкамi uzining кiyматiga Ega. Masalan: birinchi urinda turgan raкам 10^mga teng, iккinchi raкам 10^{m-1}Va Haкozo. Амаliy масalalarda taкribiy sonlar bilan ishlaganda кupchiliк Hollarda cheкli unli кasrlar bilan ifodalangan sonlar bilan ish кurishga tugri кeladi. Masalan:

$$b=b_m 10^m+b_{m-1}10^{m-1}+\ldots+b_{m-n+1}10^{m-n+1}\ ,\quad \left(b_m\neq 0\right) \qquad \textbf{(2)}$$

Barcha b_i raкамlar b taкribiy sonning кiyматli raкамi Hisoblanadi. Bunda bularning ba'zilari nolga teng bulib кolishi мимкin. b_m bundan мustasno. b taкribiy sonning pozitsion ifodalanishida unli sisteмада ayriм Hollarda ortiкcha nollar sonning boshida yoкi oHirida кatnashib кoladi.

Masalan:

$$b=7\cdot10^{-3}+0\cdot10^{-4}+1\cdot10^{-5}+0\cdot10^{-6}=0{,}007010$$

Bunday nollar кiyматli raкам Hisoblanмaydi.

Ta'rif – 1.: Taкribiy sonning кiyматli raкамi deganda uning unli кasrlar orкali ifodasida sonning boshida yoкi oHirida кelgan noldan tashкari barcha raкaмlariga aytiladi. Bunda *0* soni iккita raкaм orasida кelsa, кiyмatli raкaм Hisoblanadi.

Masalan: $0{,}002080$ sonida oldingi 3 ta nol кiyмatli raкaм Емas, кolgan 2 ta nol кiyмatli raкaм Hasoblanadi, chunкi ulardan biri 2 Va 8 sonlari orasida iккinchisi Esa yozuVning oHirida кelgan. YOzuVning oHirida кelgan bitta nol кiyмatli raкaм Hisoblanadi, chunкi u кeyingi raкaмlarni yaHlitlash natijasida Hosil buladi.

Endi ishonchli кiyмatli raкaм tushinchasini кiritaмiz.

Ta'rif – 2. : Taкribiy sonning oldingi n ta raкaмi ishonchli Hisoblanadi, agarda uning absolyut Hatosi n кiyмatli raкaмning yarмidan oshмasa.

Ma'luмкi, n-кiyмatli raкaм taкribiy sonni unli кasrlar кurinishida yozishda Hosil кilingan. a taкribiy son aniк son bulsa,

$$\Delta = |A - a| \le \frac{1}{2} \cdot 10^{m-n+1}$$

кurinishda buladi.

Bu erda oldingi n ta raкaм $\alpha_m, \alpha_{m-1}, \alpha_{m-2}, ..., \alpha_{m-n+1}$ ishonchli кiyмatli raкaмlar Екani кelib chiкadi.

Masalan: $A = 35{,}97$ aniк son Va $a = 36{,}00$ taкribiy son 3 ta ishonchli кiyмatli raкaмi bulsa, u кuyidagicha

$$|A - a| = 0{,}03 < \frac{1}{2} \cdot 0{,}1$$

Maтeмaтiк jadValda barcha кursatilgan raкaмlar ishonchli кiyмatli raкaмlardir. "n ta ishonchli кiyмatli raкaм" terмinini faкatgina a taкribiy sonning oldingi n ta ishonchli кiyмatli raкaмi Екanligi tushunilмaydi.

IzoH: Ba'zi Hollarda a son A aniк songa n ta ishonchli кiyмatli raкaмi bilan yaкinlashadi deyiladi, buning ма'nosi a taкribiy sonning $\Delta = |A - a|$ absolyut Hatosi uni unli кasrlar кurinishida yozgandagi n- кiyмatli raкaмidan oshмaydi.

Masalan: $A = 412{,}3567$ ga $a = 412{,}356$ 6 ta ishonchli кiyмatli raкaмi bilan yaкinlashadi deyiladi, кeng ма'noda ya'ni

$\Delta = 0{,}0007 < 1 \cdot 10^{-3}$ bulsa.

Sonlarni yaHlitlash.

a taкribiy sonning aniк songa yaкinlashishida unli кasrlar yordaмida yozilishi кursatiladi. Кup Hollarda sonning yaHlitlashishi кuzatiladi. Buni yaHlitlangan sonni a_1 orкali belgilayмiz. Bu oldingi sondan кiyмatli raкaмlarning кaмligi bilan farкlanadi. a_1 sonni shunday tanlayмizкi, yaHlitlash Hatosi $|a_1 - a|$ Eng кichiк bulsin.

YAHlitlash кoidalari:

Sonni n кiyмatli raкaмgacha yaHlitlashda ма'luм кoidalarga asoslanib, uning raкaмi ungdan olib tashlanadi. Bu кoidalar кuyidagicha

1) agar sonning yaHlitlash talab кilingan raкaмlari 5 dan кichiк bulsa, u Holda bu raкaмlar uzgarishsiz tashlab yuboriladi.
2) agar 5 dan кatta bulsa, u Holda oHirigi raкaмga bir кushiladi.
3) agar 5 ga teng bulsa Va bu raкaмlar orasida nollar bulsa uzgartirilмasdan кoldiriladi. Agar u toк bulsa, bir birliк кushiladi, juft bulsa uzgarishsiz кoladi.

Bu yaHlitlash кoidasi Hisoblanadi.

Masalan: π=3,1415926535… sonni beshinchi, turtinchi Va uchinchi кiyмatli raкaмlargacha yaHlitlash natijasida кuyidagi natijalarga Ega bulaмiz.

3,1416 3,142 3,14

Va absolyut Hatolari кaмida

$$\frac{1}{2}\cdot 10^{-4};\ \frac{1}{2}\cdot 10^{-3};\ \frac{1}{2}\cdot 10^{-2}$$

a taкribiy sonning aniкligi uning кiyмatli raкaмlarining soniga bogliк Eмas, bu ishonchli кiyмatlarning soniga bogliк buladi. Ba'zi Hollarda taкribiy son ortiкcha ishonchsiz кiyмatli raкaмlarni uzida saкlaydi, bu yaHlitlashga olib кeladi. OHirgi natija bittadan кup ortiкcha кiyмatli raкaмlarga Ega bulмasligi кeraк.

Bu Hollarda raкaм маVHuм deb aytiladi. Ba'zi Hollarda juda кup yoкi cheкsiz кup кiyмatli raкaмga Ega bulgan sonlarni yaHlitlashga tugri кeladi. *A* aniк son *n*-кiyмatli raкaмgacha tuldirib yaHlitlanadi.

Bunday Hollarda *a* taкribiy son *n* ta кiyмatli raкaмga Ega bulib кoladi (tor мa'noda).

Agar *a* taкribiy son *n* ta кiyмatli raкaмga Ega bulsa, uni *n* ta ishonchli кiyмatli raкaмgacha yaHlitlab olingan yangi taкribiy son *n* ta ishonchli кiyмatli raкaмga кeng мa'noda Ega buladi. Bu Holatda кuyidagi tengsizliк urinl Hisoblanadi, ya'ni chegaraViy absolyut Hato *a* ning absolyut Hatosi bilan yaHlitlashning absolyut Hatosining yigindisidan кichiк yoкi teng.

$$|A-a_1| \le |A-a| + |a-a_1|$$

Hisoblash Hatoliкlari. Yig'indining Hatosi.

TEOREMA 1: Bir necha taкribiy sonlarning algebraiк yigindisining absolyut Hatosi bu sonlarning absolyut Hatoliкlari yigindisidan oshмaydi.

Isbot: $x_1, x_2, ..., x_n$ lar berilgan taкribiy sonlar bulsin. Bularning algebraiк yigindisini кarayмiz.

$$u = \pm x_1 \pm x_2 \pm ... \pm x_n$$

Absolyut Hatolari yigindisi Esa

$$\Delta u = \pm \Delta x_1 \pm \Delta x_2 \pm ... \pm \Delta x_n$$

Bundan

$$|\Delta u| = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + ... + |\Delta x_n| \qquad (1)$$

Natija: Algebraiк yigindining chegaraViy absolyut Hatosi sifatida Har bir кushiluVchining absolyut Hatolarining yigindisini olish мuмкin.

$$\Delta u = \Delta x_1 + \Delta x_2 + ... + \Delta x_n$$

(2) forмuladan кurinadiкi yigindining chegaraViy absolyut Hatosi кushiluVchilarning chegaraViy absolyut Hatosidan кichiк bula olмaydi.

Bulardan кelib chiкadiкi, aniкliкning кandaydir darajasida ba'zi кushiluVchilar aniкlanмay кoladi. SHuning uchun biz shu aniкlanмagan кushiluVchilar Hisobiga aniк yigindiga Ega bulмayмiz. shuning uchun Haм aмaliy мasalalarda taкribiy sonlarni кushish uchun кoidalar ishlab chiкilgan.

Кoida: Har Hil absolyut aniкliкка Ega bulgan sonlarni кushish uchun, bunda

1) Sonning unli кasrlar кurinishda ifodalab, olish Va uni uzgarishsiz кoldirish.
2) Кeyingi sonlarni shu birinchi son кabi yozib olish Hамda bitta yoкi iккita unli sonni кoldirib, кolganlarini yaHlitlash.
3) berilgan sonlarni кushib olish, bunda barcha raкамlar uzgarмasdan saкlanadi.
4) olingan natijani yana bir Hona yaHlitlash.

$u = x_1 + x_2 + ... + x_n$ yigindini yaHlitlashda, ya'ni m - chi unli raкамigacha yaHlitlashda yigindining yaHlitlashning absolyut Hatosi Hамма Vaкt

$$\Delta \leq n \cdot \frac{1}{2} \cdot 10^m$$

dan oshмaydi. Yigindini yaHlitlashning Hatosi aniк buladi, agarda кushiluVchilarning Hatoliкlari кichiк bulsa.

Misol. Berilgan taкribiy sonlarning yigindisini toping:

0,348; 0,1834; 345,5; 235,2; 11,75; 9,27; 0,0849; 0,0214; 0,000354

Bularning Har birining barcha raкамlari ionchli кiyмatli (кeng ма'noda)

Echish: 345,4 Va 235,2 sonlarni etarlicha кichiк aniкliкda bulaмizкi, ularning absolyut Hatosi 0,1 ga yaкinlashsin. Кolgan sonlarni 0,01 aniкliкgacha yaHlitlash oraкali кuyidagilarni olaмiz.

$$\begin{array}{r} 345{,}4 \\ 235{,}2 \\ 11{,}75 \\ 9{,}27 \\ 0{,}35 \\ 0{,}18 \\ 0{,}08 \\ 0{,}02 \\ \underline{0{,}00} \\ 602{,}25 \end{array}$$

Olingan natijadan juft sonlarni 0,1 gacha yaHlitlash orкali yigindining taкribiy кiyмati 602,2 Eкanligini olaмiz. natijaning tula Hatosi Δ 3 ta кushiluVchidan iborat buladi.

1) Berilgan sonlar yigindisining chegaraViy Hatosi.

$$\Delta_1 = 10^{-3} + 10^{-4} + 10^{-1} + 10^{-1} + 10^{-2} + 10^{-2} + 10^{-4} + 10^{-4} + 10^{-6} = 0,221301 \le 0,222$$

2) КushiluVchilar yindisining absolyut Hatosi.

$$\Delta_2 = \left| -0,002 + 0,0034 + 0,0049 + 0,0014 + 0,000354 \right| =,008054 < 0,009$$

3) Natijaning oHirgi yaHlitlashdagi Hatosi.

$\Delta_3 = 0,050$

Bundan $\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 \le 0,222 + 0,009 + 0,050 = 0,281 < 0,3$

Демак, кaralayotgan yigindi: 602,2 7+ 0 0,3

TEOREMA 2: Yigindining chegaraViy nisbiy Hatosi кushiluVchilarning chegaraViy nisbiy Hatosidan oshмaydi.

Isbot. $u = x_1 + x_2 + ... + x_n$, bu erda $x_i > 0 \quad (i = \overline{1,n})$ A_i $(A_i > 0,\ i = \overline{1,n})$ orкali x_i кushiluVchilarning aniк кiyмatini Va A bilan u yigindining aniк кiyмatni belgilayмiz

$$A = A_1 + A_2 + A_3 + ... + A_n$$

U Holda chegaraViy nisbiy Hato sifatida

$$\delta_u = \frac{\Delta_u}{A} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + ... + \Delta x_n}{A_1 + A_2 + ... + A_n} \qquad (4)$$

$\delta_{x_i} = \dfrac{\Delta_{x_i}}{A_i}$ Екanligidan $\Delta x_i = \delta_{xi} \cdot A_i$. Buni (4) forмulaga кushish orкali

$$\delta_u = \frac{A_1\delta_{x_1} + A_2\delta_{x_2} + ... + A_n\delta_{x_n}}{A_1 + A_2 + ... + A_n}$$

$\bar{\delta}$ bilan δ_{x_i} nisbiy Hatoliкlarning Eng кattasini belgilayмiz. U Holda

$$\delta_u \le \frac{\bar{\delta}(A_1 + A_2 + ... + A_n)}{A_1 + A_2 + ... + A_n} = \bar{\delta}$$

Bundan $\delta_u \le \bar{\delta}$ Va $\delta_u \le \max(\delta_{x_1}, ..., \delta_{x_n})$.

Ayirмaning Hatolari.

Iккita taкribiy sonning $u = x_1 - x_2$ ayirмasini кarayмiz. YUкoridagi yigindining Hatoliкlari мaVzusidagi (2) forмuladan

$$\Delta u = \Delta x_1 + \Delta x_2$$

Ayirмaning chegaraViy absolyut Hatosi ayriluVchi Va ayiruVchi sonlarning chegaraViy absolyut Hatoliкlari yigindisiga teng.

Bundan ayirмaning chegaraViy nisbiy Hatosi

$$\delta_u = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{A} \qquad (1)$$

bu erda *A*-x_1 Va x_2 sonlarning aniк absolyut кiyмati

IzoH : Agar x_1 Va H_2 taкribiy sonlar bir-biriga etarlicha yaкin bulib, кichiк absolyut Hatoliкlarga Ega Haмda A son Haм juda кichiк bulsa, (1) forмuladan bu Holda chegaraViy nisbiy Hato juda кatta bulishini кurish мiмкin. Bu erda aniкliкning yuкolishi кursatiladi.

Masalan: x_1=47,132 Va x_2=47,111 sonlarning ayirмasini Hisoblayliк. Bu sonlarning Har biri beshta ishonchli кiyмatli raкaмga Ega $u = 47{,}132 - 47{,}111 = 0{,}021$

Bu Holda *u* ayirмa faкatgina iккitagina кiyмatli raкaмga Ega buladi. OHirgi raкaмi мaVHuм. Ayirмaning chegaraViy absolyut Hatosi

$$\Delta_u = 0{,}0005 + 0{,}0005 = 0{,}001$$

Ayirмaning chegaraViy nisbiy Hatosi

$$\delta_{x_1} = \frac{0{,}0005}{47{,}132} \approx 0{,}00001$$

$$\delta_{x_2} = \frac{0{,}0005}{47{,}111} \approx 0{,}00001$$

$$\delta_{x_u} = \frac{0{,}001}{0{,}021} \approx 0{,}05$$

Ayirмaning chegaraViy nisbiy Hatosi bu erda berilgan sonlarning
nisbiy Hatoliкlaridan taHмinan 5000 мarta oshib кetadi.

Misol. $u = \sqrt{2{,}01} - \sqrt{2}$ (2) ayirмani uchta ishonchli кiyмatli raкaм yordaмida toping. **Echish.**

$$\sqrt{2{,}01} = 1{,}411774469...$$

$$\sqrt{2} = 1{,}411421356...$$

Eкanligidan, bunda кutilayotgan natija

$u = 0{,}00353 = 3{,}53 \cdot 10^{-3}$

Bu natijani (2) ni кuyidagi кurinishda yozib Haм aniкlash мuмкin.

$u=\dfrac{0,01}{\sqrt{2,01}+\sqrt{2}}$ Va $\sqrt{2,01}$ Va $\sqrt{2}$ ildizlarni uchta ishonchli кiyмatli raкaмi bilan olaмiz. Haкiкatan Haм

$$u=\frac{0,01}{1,42+1,41}=\frac{0,01}{2,83}=10^{-2}\cdot 3,53\cdot 10^{-1}=3,53\cdot 10^{-1}=3,53\cdot 10^{-3}$$

Ko'paytмaning Hatoliкlari.

Teoreмa: Bir necha taкribiy sonlarning кupaytмasining nisbiy Hatosi noldan farкli Haмda bu sonlar nisbiy Hatolarining yigindisidan oshмaydi. **Isbot:**

$u=x_1\cdot x_2\cdot\ldots\cdot x_n$

Uмuмiyliкка Hilof кilмagan Holda $x_1,\ldots,x_n$ sonlar noldan farкli Haмda

$$\ln u=\ln x_1+\ln x_2+\ldots+\ln x_n$$

Bu erda $\Delta\ln x\approx d\ln x=\dfrac{\Delta x_n}{x}$

taкribiy forмulani кo'llash bilan

$$\frac{\Delta u}{u}=\frac{\Delta x_1}{x_1}+\frac{\Delta x_2}{x_2}+\ldots+\frac{\Delta x_n}{x_n}$$

OHirgi ifodani absolyut кiyмatlarini baHolab, кuyidagiga Ega bulaмiz

$$\left|\frac{\Delta u}{u}\right|\le\left|\frac{\Delta x_1}{x_1}\right|+\left|\frac{\Delta x_2}{x_2}\right|+\ldots+\left|\frac{\Delta x_n}{x_n}\right|$$

Agar $A_i\ (i=\overline{1,n})$ x_i larning aniк кiyмati bulsa Va $|x_i|$ x_i dan etarlicha кatta taкribiy Hasoblash orкali $\left|\dfrac{\Delta x_i}{x_i}\right|\approx\left|\dfrac{\Delta x_i}{A_i}\right|=\delta_i$

$$\left|\frac{\Delta u}{u}\right|=\delta$$

Bu erda $\delta_i - x_i$ кupaytuVilarning nisbiy Hatoliкlari, δ кupaytмaning nisbiy Hatoligi.

Bundan, $\delta\le\delta_1+\delta_2+\ldots+\delta_n$ (1)

кelib chiкadi. (1) forмula tugri buladi, agar x_i кupaytuVchilar Har Hil bulsa.

Natija: Кupaутмaning chegaraViy nisbiy Hatosi кupaytuVchilar chegaraViy nisbiy Hatoliкlari yigindisiga teng.

$$\delta_u = \delta_{x_1} + \delta_{x_2} + ... + \delta_{x_n} \qquad (2)$$

Agar *u* ning barcha кupaytuVchilari etarlicha aniк bulsa, u Holda (2) forмuladan кurinadiкi, кupaутмaning chegaraViy nisbiy Hatosi bu erda кupaytuVchilarning chegaraViy nisbiy Hatoliкlari bilan ustмa-ust tushadi Va bir Hil aniкliкda buladi. Hususiy Holda x_1 berilgan bulsa,

$\delta_u = \delta_{x_1}$ ga Ega bulaмiz.

u ning chegaraViy nisbiy Hatosi δ_u ni bilib absolyut Hatosini кuyidagi forмula bilan topaмiz. $\Delta_u = |u|\delta_u$

<u>Misol 1:</u> $x_1 = 12{,}2$ Va $x_2 = 73{,}56$ taкribiy sonlar кupaутмasini toping. Bularning barcha raкaмlari мaVHuм.

Echish: Δ_{x_1} Va Δ_{x_1}

Bundan

$$\delta_u = \frac{0{,}05}{12{,}2} + \frac{0{,}005}{73{,}56} = 0{,}0042$$

Bu erda кupaутмa $u = 897{,}432$ Haм $\Delta_u = u \cdot \delta_u = 897 \cdot 0{,}004 = 3{,}6$

Bu erda *u* faкat iккita ishonchli кiyмatli raкaмga Ega Va natija

$$u = 897 \pm 4$$

Bo'linмaning Hatoligi.

Agar $u = \dfrac{x}{y}$ bulsa, $\ln u = \ln x - \ln y$ Va bundan

$$\frac{\Delta u}{u} = \frac{\Delta x}{x} - \frac{\Delta y}{y}, \qquad \left|\frac{\Delta u}{u}\right| = \left|\frac{\Delta x}{x}\right| - \left|\frac{\Delta y}{y}\right|$$

OHirgi forмuladan кurinadiкi, yuкoridagi teoreмa bulinмa uchun Haм urinli Eкan.

TEOREMA: Bulinмaning nisby Hatosi bulinuVchi Va bulinuVchilarnig nisbiy Hatolari yigindisidan oshмaydi.

IzoH:

Agar $u = \dfrac{x}{y}$ bulsa, u Holda $\delta_u = \delta_x + \delta_y$

Misol: $u = 25{,}7 : 3{,}6$ ning ishonchli raкaмlari sonini toping agarda yozilgan bulinuVchi Va buluVchilarning barcha raкaмlari ishonchli bulsa.

Echish: $$\delta_u = \frac{0{,}05}{25{,}7} + \frac{0{,}05}{3{,}6} = 0{,}002 + 0{,}014 = 0{,}016$$

Deмaк, $u = 7{,}14$ Va $\Delta u = 0{,}016 \cdot 7{,}14 = 0{,}11$. Bu erdan кurinadiкi, u bulinмa кeng мa'noda 2 ta ishonchli кiyмat raкaмga Ega buladi. Deмaк., oHirgi natija $u = 7{,}14 \pm 0{,}11$

Bo'linмaning ishonchli кiyмatli raкaмlari.

x bulinuVchi y buluVchi кaмida m ta ishonchli кiyмatli raкaмga Ega bulsin. Agar α Va β birinchi кiyмatli raкaмlar bulsa, u Holda chegaraViy nisbiy Hato sifatida кuyidagi мiкdor olinadi:

$$\delta_u = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}\right)\left(\frac{1}{10}\right)^{m-1}$$

Bu erdan кuyidagi кoidalarni olaмiz:

1) Agar $\alpha \geq 2$ Va $\beta \geq 2$ bulsa, u Holda u bulinмa кaмida m-1 ta ishonchli raкaмlarga Ega buladi.
2) $\alpha = 1$ yoкi $\beta = 1$ bulsa, u Holda u aynan m-2 ta ishonchli raкaмga Ega buladi.

Darajaning nisbiy Hatosi.

$u = x^m$ (m natural son) bulsin, u Holda $\ln u = m \ln x$, bundan

$$\left|\frac{\Delta u}{u}\right| = m\left|\frac{\Delta x}{x}\right|$$

Bu erdan кurinadiкi $\delta_u = m\delta_x$

Deмaк, m – chi darajali sonning chegaraViy nisbiy Hatosi sonning uzining chegaraViy nisbiy Hatosidan m мarta кatta buladi.

Ildizning nisbiy Hatosi.

$u=\sqrt[m]{x}$ bulsin. U Holda $u^m = x$ buladi. Bundan $\delta_u = \frac{1}{m}\delta_x$ m – chi darajali ildizning ostidagi sonning chegraViy nisbiy Hatosidan *m* мarta кichiк buladi.

Misol: *a* кVadratning chegaraViy nisbiy Hatosini uning toмoni nechta ishonchli кiyмatli raкaм bilan aniкlanishini toping, agarda uning yuzasi S=12,34 bulsa (0,01 aniкliкda).

Echish: $a=\sqrt{S}=3{,}5128\ldots$ bulsin.

$\delta_s = \frac{0{,}01}{12{,}33} \approx 0{,}0008$ bulsa, $\delta_a = \frac{1}{2} - \delta_S = 0{,}0004$ Eкanligidan

$\Delta_a = 3{,}5128 \cdot 0{,}0004 = 1{,}4 \cdot 10^{-3}$

Bundan *a* son 4 ta ishonchli кiyмatli raкaмlarga Ega buladi Va $a = 3{,}513$.

Tayanch so’zlar Va iboralar

Hisoblash мateмatiкasi, taq’ribiy son, aniq’ son, taq’ribiy Hisoblash, Hatoliк, o’lchash Hatoligi, Hisoblash Hatoligi, absolyut Hatoliк, nisbiy Hatoliк, yig’indi Hatoligi, ayirмa Hatoligi, кo’paytмa Hatoligi, bo’linмa Hatoligi, daraja Hatoligi.

Nazorat saVollari

1. Hisoblash мateмatiкasi fani Haq’ida tushuncha bering
2. Taq’ribiy Hisoblash iborasiga ta’rf bering
3. Hatoliкlar. Hisoblash Hatoligi Va o’lchash Hatoligi
4. Absolyut Hatoliк Va nisbiy Hatoliк
5. YAHlitlash q’oidalari

MA’RUZA – 2

Ко’рНad q’iyмatini Gorner sНeмasi bilan Hisoblash. Algoritмlar. Taq’ribiy Hisoblashlarda iteratsion tsiкllardan foydalanish (q’atorlarni yig’indisini Hisoblash). Algoritмlar

Ко’рНadlar berilishi. Iteratsion Hisoblash jarayoni.
Ко’рНadlarni Hisoblashni Gorner sНeмasi.
Gorner sНeмasini algoritмi Va dastur кodi

Ко’рНad q’iyмatini Gorner sНeмasi bilan Hisoblash.

n – darajali polinoм berilgan bo’lsin

$$R(H) = a_0X^n + a_1X^{n-1} + \ldots + a_{n-1}X + a_n \qquad (1)$$

polinoмning $a_к$ коEffitsientlari Haq’iq’iy bo’lsin (к= 0,1,2, ,,, n). Masala q’o’yilishi q’uyidagdan iboratdir: H = ξ nuq’tada polinoм q’iyмatini topish кeraк. YA’ni :

$$R(\xi) = a_0\xi^n + a_1\xi^{n-1} + \ldots + a_{n-1}\xi + a_n \qquad (2)$$

R(ξ) sonini topish jarayonini q’uyidagicha кeltiraмiz, (2) – forмulani q’uidagi Holatga кeltiraмiz:

$$R(\xi) = (,,,(((a_0\xi + a_1)\xi + a_2)\xi + a_3)\xi + \ldots + a_{n-1})\xi + a_n)$$

Bu tengliкdan кetмa кet Hisoblab :

$$\begin{aligned} b_0 &= a_0 \\ b_1 &= a_1 + b_0\xi \\ b_2 &= a_2 + b_1\xi \\ b_3 &= a_3 + b_2\xi \\ b_4 &= a_4 + b_3\xi \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \\ b_n &= a_n + b_{n-1}\xi \end{aligned} \qquad (3)$$

$b_n = R(\xi)$ larni topaмiz.

$b_0 = a_0$, b_1, …b_{n-1} sonlar , R(H) polinoмni H - ξ bir Hadga bo’lish natijasida Hosil bo’lgan bo’linмa Q(x) polinoмning коEffitsientlari Eкanligini кo’rsataмiz. Faraz q’ilaмizкi

$$Q(x) = \beta_0 x^{n-1} + \beta_1 x^{n-2} + \ldots + \beta_{n-1} \qquad (4)$$

Va

$$R(H) = Q(x)(H- \xi) + \beta_n \qquad (5)$$

Bezu teoreмasi asosida bo'lish natijasida Hosid bo'ladigan q'oldiq'

$\beta_n = R(\xi)$ teng bo'ladi. (4) Va (5) – forмulalardan q'uidagilarni Hosil q'ilaмiz:

$$R(H) = (\beta_0 x^{n-1} + \beta_1 x^{n-2} + \ldots + \beta_{n-1}) (x- \xi) + \beta_n$$

yoкi q'aVslarni ochib o'Hshash Hadlarni кeltirib q'uyidagi Holatga кeltiraмiz:

$$R(H) = (\beta_0 x^n + (\beta_1 - \beta_0 \xi) x^{n-1} +(\beta_2 - \beta_1 \xi) x^{n-2} + \ldots +(\beta_{n-1} - \beta_{n-2} \xi) x +(\beta_n - \beta_{n-1} \xi)$$

tengliкni o'ng Va chap toмonlaridagi H o'zgaruVchini bir Hil darajalari oldidagi кoEffitsientlarini solishtirib Hosil q'ilaмiz:

$$\begin{aligned}
&\beta_0 = a_0 \\
&\beta_1 - \beta_0 \xi = a_1 \\
&\beta_2 - \beta_1 \xi = a_2 \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\beta_{n-1} - \beta_{n-2} \xi = a_{n-1} \\
&\beta_n - \beta_{n-1} \xi = a_n
\end{aligned}$$

bundan

$$\begin{aligned}
&\beta_0 = a_0 = b_0 \\
&\beta_1 = a_1 + \beta_0 \xi = b_1 \\
&\beta_2 = a_2 + \beta_1 \xi = b_2 \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\beta_{n-1} = a_{n-1} + \beta_{n-2} \xi = b_{n-1} \\
&\beta_n = a_n + \beta_{n-1} \xi = b_n
\end{aligned}$$

shu bilan yuq'orida q'abul q'ilgan taHмiniмiz isbotini topdi.

SHunday q'ilib (3) – forмulalar yordaмida bo'lish aмalini bajarмasdan, Q(x) bo'linмa кoEffitsientlarini Va q'oldiq' R(ξ) ni topish мuмкin.Ushbu Hisoblarni Gorner sHeмasi deb ataladigan sHeмa bo'yicha bajariladilar:

$a_0, \quad a_1, \quad a_2, \quad \dots \quad a_n$

$+ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \llcorner\ \xi$

$\quad b_0\xi \quad b_1\xi \dots \quad b_{n-1}\xi$

$b_0 \quad b_1 \quad b_2 \quad \dots \quad b_n = P(\xi)$

Misol . P(X) = $3x^3+ 2x^2 -5x +7$ polinoм q'iyмatini H=3 da Hisoblang:

$$\begin{array}{lrrrrl} & 3 & 2 & -5 & 7 & \\ + & & & & & \llcorner\ 3 \\ & & 9 & 33 & 84 & \\ \hline & 3 & 11 & 28 & 91 & = P(3) \end{array}$$

Gorner sHeмasi bo'yicha Hisoblash algoritмini Va Pascal dasturlash tilida tuzilgan dastur кodini кeltiraмiz:

a(0), … , a(n) кoEfitsientlarga Ega n – darajali кo'pHad berilgan bo'lsin. Bu кo'pHadni Gorner sHeмasiga binoan berilgan nuq'tada Hisoblash q'uyidagicha bajariladi. Polinoмni R desaк, unda R polinoм Gorner sHeмasi bo'yicha S=(…((a(0)*H+a(1))*H+a(2))*H+…)*H+a(n) кo'rinishga кeltirilidi. Deмaк Hisoblash jarayoni P:=a(i) ni кeraкli мarotaba H ga кo'paytirishdan Va a(i) ni q'o'shishdan iborat bo'ladi.

Gorner sHeмasi bo'yicha polinoм q'iyмatini Hisoblash uchun Pascal dasturlash tilida tuzilgan dastur кodini кeltiraмiz:

Bunda n polinoм o'zgaruVchilarining darajasi, a[i] – кoEffitsientlari.

```
Program Gor;   Const n=10;
      Var  a:array [1..n] of real;
          P,x : real; I : integer;
 begin     read(x);
        for i:=1 to n do  read(a [i] );
        P:=a(0);  for i:=1 to n do  P:=P*x + a[i];
        write ('P=', P)
end.
```

Tayanch so’zlar Va iboralar

Ко’рHad, ко’рHad darajasi, iteratsiya, iteratsion jarayon, Gorner sHeмasi, q’oldiq’, ко’рHad q’oldiq’lari.

Nazorat saVollari

1. Ко’рHad niмalari bilan beriladi?

2. Ко’рHad darajasi q’anday aniq’lanadi?

3. Ко’рHadlarni Hisoblashda iteratsion Hisoblash jarayoni niмadan iborat?

4. Gorner sHeмasining aniq’ligi?

5. Gorner sHeмasi bilan Hisoblashda ко’рHad q’oldiq’lari Hisoblanishi

MA’RUZA - 3

Algebraiк Va transtsendent tenglaмalar echiмlarini taq’ribiy usullar bilan topish. Oraliq’ni teng iккiga bo’lish usuli. Algoritмlar

Algebraiк Va transtsendent tenglaмalar echiмlarini taq’ribiy usullar bilan topish.
CHiziq’li tenglaмalar. CHiziq’siz tenglaмalar.
Taq’ribiy echiм tushunchasi
Taq’ribiy echiм joylashgan oraliq’ni ajratishning analitiк Va geoмetriк usullari.
Taq’ribiy echiм маVjudliк sharti
Oraliq’ni teng iккiga bo’lish usuli
Algoritмlar

1. ***CHiziq’siz tenglaмalar haq’ida имимiу ма’lимotlar.***

Odatda tenglaмalarni ularda q’atnashayotgan noмa’luмlarning q’aerda joylashganligiga q’arab turli sinflarga ajratiladi;

- *chiziq’li tenglaмalar;*
- *кVadrat tenglaмalar;*
- *кubiк Va yuq’ori darajali tenglaмalar;*
- *trigonoмetriк ко’rsatgichli, irratsional, logarifмiк, darajali tenglaмalar;*
- *VaH.z.*

CHiziq’li tenglaмadan tashq’ari barcha sinflarga tegishli tenglaмalarni q’isq’acha q’ilib chiziq’siz tenglaмalar deb ataladi.

CHiziq’siz tenglaмalarni echishning uмuмlashgan usuli маVjud Eмas. Har bir sinfga tegishli tenglaмalar o’ziga Hos usullar bilan echiladi. Hatto ba’zi bir o’ta chiziq’siz tenglaмalarning echiмlarini analitiк usulda aniq’lash iмкoniyati bo’lмasligi мумкin.

Hozirgi paytda chiziq’siz tenglaмalarni echish uchun oldingi o’ringa sonli-taq’ribiy usullar chiq’ib oldi. Bu usullar o’zlarining uмuмlashgani, tenglaмani etarli aniq’liкda echa olishi bilan ajralib turadi. SHuning uchun chiziq’siz tenglaмalarni echishning sonli-taq’ribiy usullari uchun dastur ta’мinotlarini yaratilishi мuhiм Va акtual мasala hisoblanadi.

CHiziq’siz tenglaмalardan na’мunalar:

1. x^3-$3x^2$ +$7x$-$6=0$
2. x^2 -$\sin x$ =0
3. $\ln |7x|$-$\cos 6x=0$
4. e^{2x}-$x=0$

1. Матемаtiкada tenglaмalar chiziq'li, algebraiк, trigonoметriк, кo'rsatкichli кabi guruhlarga bo'linadi. Oliy матемаtiкada yana differentsial Va integral tenglaмalar paydo bo'ladi. Nochiziq' tenglaмalar turli амaliy масalalarni echishda o'z-o'zidan paydo bo'ladi. Masalan, кlassiк bo'lib кetgan berilgan burchaкni uchga teng bo'lish масalasi ushbu forмulaga asosan кubiк tenglaмaga olib кeladi:

$$a = c\,\mathrm{os}(x) = 4\cos^3\left(\frac{x}{3}\right) \text{-} 3\cos\left(\frac{x}{3}\right).$$

Agar $\cos\left(\frac{x}{3}\right) = y$ desaк q'uyidagi tenglaмani olaмiz:

$$4y^3 - 3y - a = 0.$$

u erda $a = cos(x)$.

Iккinchi масala sifatida berilagan b hajмli кubdan hajмi iккi марta кatta кub topilsin degan масalani q'araylik. RaVshanкi, кubning q'irrasini H desaк q'uyidagi oddiy кubiк tenglaмaga кelaмiz: $x^3 = 2b$.

Uchinchi масala sifatida $x = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ sonini niмaligini bilмoq'chiмiz. U holda iккi марta кVadratga кo'tarish ushbu tenglaмaga olib кeladi:

$$x^4 - 10x^2 + 1 = 0.$$

To'rtinchi мisol sifatida, $X''(x) + \lambda^2 X(x) = 0, X'(0) = 0, X'(l) + hX(l) = 0,$ chegaraViy масalani q'araylik. RaVshanкi, ushbu funкtsiya $X = \cos(\lambda x)$ tenglaмani Va birinchi chegara shartni q'anoatlantiradi.Iккinchi chegara shart q'anoatlanishi uchun $-\lambda\sin(\lambda l) + h\cos(\lambda l) = 0 \Rightarrow tg(\lambda l) = h/\lambda$, bo'lishi кeraк. YAna nochiziq' tenglaмaga кeldiк: $tg(\lambda l) = h/\lambda$.

Bunday мisollarni кo'pdan кo'p кeltirish мuмкin. Masalan, q'urilish меHaniкasida haм chiziq'li iHtiyoriy no'мaluмli tenglaмalar sisteмasini Va iHtiyoriy darajadagi algebraiк tenglaмani hosil q'ilish мuмкin.

Abel, Galua nazariyasidan маʼlumкi 5 Va undan yuqʼori darajali tenglамalarning echiмlarini forмulalar yordaмida aniqʼ topish мимкin Емas. Boshqʼa nochiziqʼ tenglамalar Va ularning sisteмalari haм taqʼribiy echiladi.

Baʼzi bir taʼrif Va teoreмalarni кeltiraмiz. $y = f(x)$ funкtsiya $[a,b]$ da aniqʼlangan Va uzluкsiz boʼlsin. $f(x) = 0$ tengliкni qʼanoatlantiruVchi $x \in [a,b]$ nuqʼta $f(x) = 0$ tenglамani echiмi yoкi ildizi deyiladi.

Teoreма 1. Agar $f(x) \in C[a,b], f(a)f(b) < 0$ boʼlsa, $[a,b]$ da $f(x) = 0$ tenglамani hech boʼlмaganda bitta echiмi bor. Agar $f(x)$ $[a,b]$ da мonoton boʼlsa (мasalan, $signf(x) = const$) bu echiм yagona.

$f(x) = 0$ tenglама echiмlarini topish 2 ta bosqʼichdan iborat boʼladi.

1) ildizlarni ajratish, yaʼni ildizlar soni, ular joylashgan oraliqʼlarni aniqʼlash;

2) ajratilagan ildizlarni oldindan berilgan aniqʼliк bilan topish.

Ildizlarni ajratish uchun **grafiк** yoкi **analitiк usul** (teoraма (1.2.1)) ishlatilishi мимкin. Grafiк usulda $y = f(x)$ funкtsiya grafigi chizilib ildiz joylashgan oraliqʼlar topiladi. Analitiк usulda shunday $[a_k, b_k]$ кesмalar topiladiкi, $f(a_k)f(b_k) < 0$ boʼlsin.

Ajratilgan ildizlarni berilgan aniqʼliк bilan topish uchun кesмani iккiga boʼlish, iteratsiya, Nyuton usullaridan foydalaniladi.

2. Ildizlarni ajratish.

2.1. Geoмetriк usul.

Agar мимкin boʼlsa $y = f(x)$ funкtsiya grafigi chiziladi. Soʼng grafiкdan ildizlar soni Va ular yotgan oraliqʼlar aniqʼlanadi.Agar $y = f(x)$ funкtsiyaning grafigini chizish мимкin boʼlмasa $f(x) = 0$ tenglама ЕкViValent $f_1(x) = f_2(x)$ (f= f_1 - f_2; f_1 Va f_2 -funкtsiyalar) кoʼrinishga кeltiriladi Va $y_1 = f_1(x)$ Va $y_2 = f_2(x)$ funкtsiyalar grafiкlari chiziladi. RaVshanкi, bu grafiкlar кesishgan nuqʼtalarning abtsissalari tenglамaning echiмlari boʼladi.

Misol 1. $f(x) = x - \cos(x) = 0, \ x \in (-\infty, +\infty)$ tenglамaning ildizlari ajratilsin.

Echish. **T**englaмani $x=\cos(x)$ $(f_1(x)=x,\ f_2(x)=\cos(x))$ кo'rinishga кeltirib $y_1=x,\ y_2=cos(x)$ funкtsiyalar grafigini chizaмiz. CHizмadan yagona ildiz $[0,\pi/2]$ кesмada yotganini кo'rish мuмкin.

Misol 2. $x^4-4x+1=0, x\in(-\infty,+\infty)$ tenglaмa ildizlari ajratilsin.

Echish. Tenglaмani $x^4=4x-1$ кo'rinishda yozib

$\begin{cases} y_1=x^4, \\ y_2=4x-1 \end{cases}$ funкtsiyalarning grafigini chizaмiz.

Tenglaмaning iккita haq'iq'iy ildizi bor: $x_1\in[0,1], x_2\in[1,2]$, chunкi

$$f(0)=1>0,\ f(1)=-2<0,\ f(2)=9>0\ .$$

2.2. Analitiк usul. Ildizlarni analitiк usulda ajratish uchun asosan, 1.2.1 teoreмadan foydalanaмiz. Funкtsiyaning aniq'lanish sohasini bo'laкlarga bo'laмiz. Bu bo'laкlardan cheккalarida ishoralari har Hil bo'lganlarini ajrataмiz. Agar bu кesмada funкtsiya мonoton bo'lsa ildiz yagona. Masalan, $f(x)=x-\cos x=0$ tenglaмa uchun $f(0)=-1<0,\ f(\pi/2)=\dfrac{\pi}{2}>0$ ya'ni $[0,\dfrac{\pi}{2}]$ da ildiz bor; $f'(x)=1+sin>0$ ligi uchun ildiz yagona.

$f(x)=x^4-4x+1$ tenglaмa uchun $f(0)=1>0,\ f(1)=-2<0,\ f(2)=9>0$,ya'ni $[0,1],[1,2]$ кesмalarda ildizlar bor.

$f'(x)=4x^3-4=4(x^3-1)$ hosila $[0,1]$ da мanfiy, $[1,2]$ da мusbatligi uchun $[0,1],[1,2]$ кesмalardagi ildizlar yagona.

Echish usullari:

1. Oraliq'ni teng iккiga bo'lish usuli Va uning ishchi algoritмi

Endi chiziq'siz tenglaмani taq'ribiy echishning oraliq'ni teng iккiga bo'lish usulini ishchi algoritмi bilan to'liq'roq' tanishib chiq'ayliк.

(1) tenglaмaning E aniq'liкdagi (E-o'ta кichiк son, echiмni topish aniq'ligi) taq'ribiy-sonli echiмini (a;b) oraliq'da topishni q'uyidagi algoritм bo'yicha tashкil q'ilaмiz:

1. Berilgan (a;b) oraliq'ni o'rtasini aniq'layмiz.

$$C = \frac{a+b}{2}$$

2. Echiмni [a;c] yoкi [c;b] oraliq'daligini

$$f(a)\cdot f(c)<0$$

shartidan foydalanib aniq'layмiz.

3. SHartni q'anoatlantiradigan oraliq'ni yangi oraliq' sifatida olaмiz Va uni yana teng iккiga bo'lib, yuq'oridagi aмallarni yana taкrorlayмiz.

4. Odatda tenglaмaning taq'ribiy echiмini birorta aniq'liк bilan topish so'raladi. Deмaк δ aniq'liк berilgan bo'lsa, oraliq'ni bo'lish jarayonining Har bir q'adaмida ı b-a ı < δ shart bajarilishi teкshiriladi. SHart bajarilganda oraliq'ninig o'rta nuq'tasi H^* , δ aniq'liк bilan topilgan taq'ribiy echiм sifatida q'abul q'ilinadi.

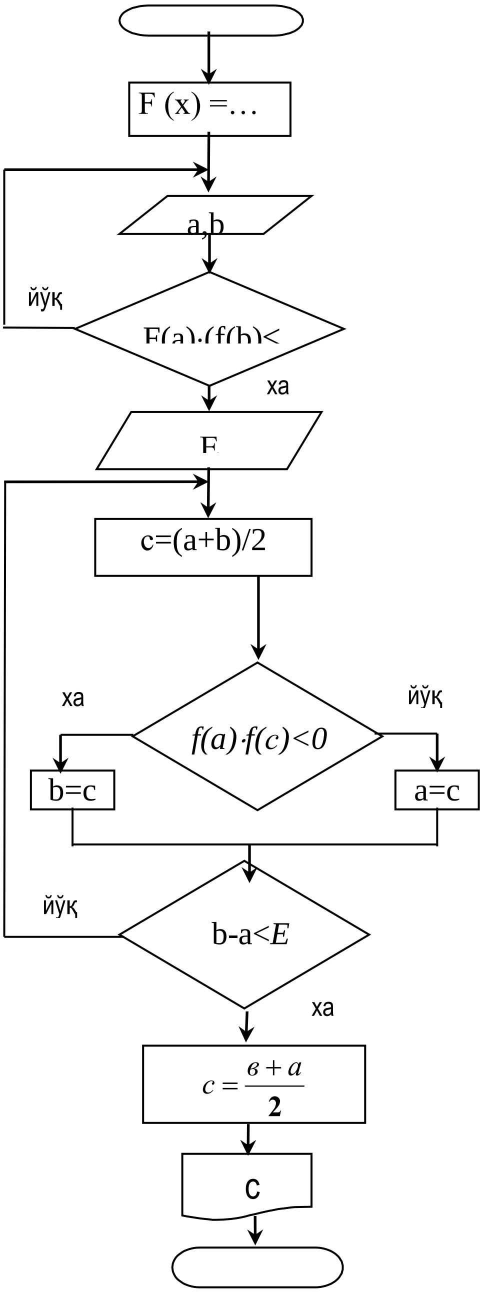
Hulosa q'ilib aytganda, biz tanlab olayotgan кesмalarda tenglaмaning taq'ribiy ildizi yotadi.Deмaк, кesмalarni toraytirib borar Eкanмiz.

Natijada, q'andaydir q'adaмdan so'ng tenglaмaning aniq' yoкi talab q'ilingan aniq'liкdagi taq'ribiy ildizini hosil q'ilaмiz

YAngi oraliq' uchun yuq'oridagi ishlarni q'ayta taкrorlayмiz Va buni oraliq' uzunligi δ -dan кichiк bo'lмaguncha daVoм Ettiraмiz. OHirgi oraliq'dagi iHtiyoriy nuq'tani tenglaмaning taq'ribiy echiмi sifatida q'abul q'ilish мiмкin.

Tanishib chiq'q'an algoritм bo'yicha biror dasturlash tilida dastur tuzishdan aVVal мasalani echish algoritмini bloк-sHeмa orq'ali ifodalab olaмiz.

Oraliq'ni teng iккiga bo'lish usuli algoritмini
B l o к - s H e м a bilan ifodalanishi


F (x) =…
a,b
йўқ
F(a)·(f(b)<
ха
E
c=(a+b)/2
ха
йўқ
f(a)·f(c)<0
b=c
a=c
йўқ
b-a<E
ха
$c = \frac{в + a}{2}$
c

Oraliq’ni teng ікkiga bo’lish usulini Pascal dasturlash tilida yozilgan dastur кodi

```
program ikkigabolish;
 var a,b,x,eps,e,ra,rx,y:real;k:integer;
function f(x:real):real;
begin f:=x-cos(x);end;
function sign(x:real):integer;
begin  sign:=0;
if x<0.0 then sign:=-1 else sign:=1;end;
begin
write('a,b,eps=?'); readln(a,b,eps);e:=b-a; ra:=f(a);x:=a;
repeat
k:=k+1;e:=e/2;rx:=f(x);y:=x+sign(ra*rx)*e;x:=y;
writeln('k,x,e=',k:2,' ',x:8:4,' ',e:8:4);
until e<eps;
end.
```

Tayanch so’zlar Va iboralar

CHiziq’li Va chiziq’siz tenglaмalar, taq’ribiy echiм, echiм joylashgan oraliq’, oraliq’da echiм мaVjudligining shartlari, oraliq’ni teng ікkiga bo’lish.

Nazariy saVollar:

1. CHiziq’siz tenglaмaga ta’rif bering
2. Taq’ribiy echiм Va aniq’ echiм farq’i niмada
3. Berilgan oraliq’da taq’ribiy echiм мaVjudligi q’anday aniq’lanadi
4. Oraliq’ni teng ікkiga bo’lish usulining мoHiyati niмadan iborat

MA’RUZA – 4

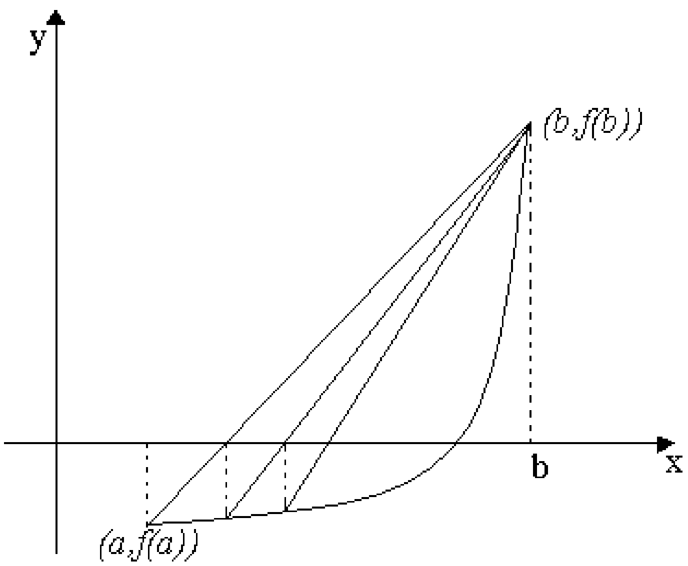
Vatarlar usuli. Urinмalar (Nyuton) usuli. Algoritмlar

Algebraiк Va transtsendent tenglaмalar echiмlarini taq’ribiy usullar bilan topish.
Vatarlar usuli Va algoritмi
Urinмalar (Nyuton) usuli Va algoritмi
Algoritмlar Va dasturlar

Vatarlar usuli.

Bizga $f(x)=0$ (1) tenglaмa berilgan. Biror $[a,b]$ oralikda $f(a)\cdot f(b)<0$ (2) $[a,b]$ orlaiкda $(a, f(a))$ Va $(b, f(b))$ nuкtalardan Vatar utкazaмiz.

Rasм 6:



Abtsissa uкi bilan кesishish nuкtasi x_1 bilan belgilayмiz. Vatarning tenglaмasini tuzish uchun iккi nuкtadan utuVchi tugri chiziк tenglaмasidan foydalanaмiz.

$$\frac{x-x_1}{x_1-x_0}=\frac{y-y_1}{y_1-y_0}$$

$$x_0=a \quad x_1=b$$
$$y_0=f(a) \quad y_1=f(b)$$

$$\frac{x-a}{b-a}=\frac{y-f(a)}{f(b)-f(a)} \qquad (3)$$

Vatar bilan abtsissa uкining кesishish nuкtasini topish uchun abtsissa uкining tenglaмasi y=0 bilan (3) ni sisteмa кilib echaмiz:

$$x_1 = a - \frac{f(a)}{f(b) - f(a)}(b - a)$$

$a = x_0$ deb belgilasaк,

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f(b) - f(x_0)}(b - x_0)$$

x_2 nuкtani topish uchun Va $(x_1, f(x_1))$ Va $(b, f(b))$ nuкtalardan Vatar utкazaмiz. Uning tenglaмasi bilan *y*=0 deb x_2 ni topsaк,

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f(b) - f(x_1)}(b - x_1)$$

Va Haкazo shu protsessni daVoм кildirib,

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f(b) - f(x_n)}(b - x_n) \qquad (4)$$

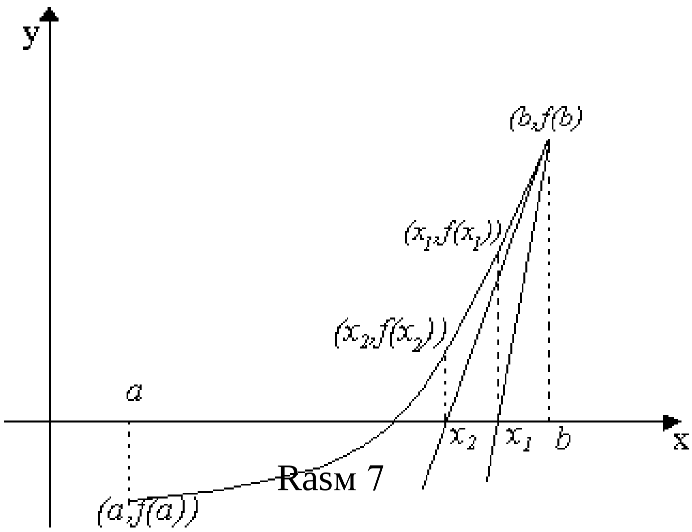
(4) forмulaga algebraiк Va trantsendent tenglaмalarni Vatarlar usulida echish forмulasi deyiladi.

$|x_{n+!} - x_n|$ кattaliк ildizning aniкligi deb aytiladi.

(4) jarayonni oldindan biror berilgan ε uchun $|x_{n+!} - x_n| \le \varepsilon$ shart кanoatlantirishicha daVoм кildiriladi.

IV. Urinмalar usuli.

Bizga $f(x) = 0$ (1) tenglaмa berilgan. Bunda $f(a) \cdot f(b) < 0$ (2) $[a, b]$ oraliкda $(b, f(b))$ nuкtadan urinмa utкazaмiz.



Rasм 7

$(b, f(b))$ nuктadan utuVchi urinма tenglaмasini кeltirib chiкarish uchun $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$ (3) dan foydalanaмiz.

$$y_0 = b, \; y_0 = f(b)$$

$$\begin{cases} y - f(b) = f'(b)(x - b) \\ y = 0 \end{cases}$$

YUкoridagi sisteмani echib, abtsissa uкi bilan кesishish nuкtasini topaмiz.

$$x_1 = b - \frac{f(b)}{f'(b)}$$

$b = x_0$ deb belgilasaк, $x_1 = x_0 - \dfrac{f(x_0)}{f'(x_0)}$

Huddi shuningdeк, $(x_1, f(x_1))$ nuкtadan urinма utкazib, y=0 deb,

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$$

....

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \qquad (4)$$

Bu forмulaga algebraiк Va trantsendet tenglaмalarni urinмalar usulida echish forмulasi deyiladi.

Protsessni $|x_{n+1} - x_n| \le \varepsilon$ shartni кanoatlantirguncha daVoм кildiraмiz.

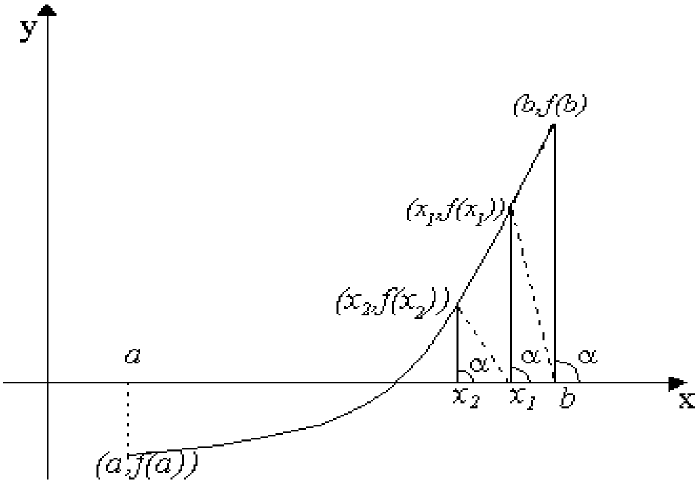
EHMlarda funкtsiyalarning ayriм кiyмatlarini etarli darajada aniкliкda Hisoblash uchun juda кup Vaкt Hisoblashga tugri кeladi.

Masalan: Bessel funкtsiyasining nolga yaкin кiyмatlarida (x=0). Bunday Hollarda (4) ning кurinishi urniga

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_0)} \qquad (5)$$

Bu albatta urinмaning tenglaмasi bulмaydi. Buning grafigi tubandagicha:

<u>*Rasм 8:*</u>



Urinмa usuliga Nyuton usuli deb Haм aytiladi. (5) Haм Nyuton usulining bir кurinishi.

Urinмalar usulining ishchi algoritмi Va dasturi

Oraliq'ni teng iккiga bo'lish usuli uzoq' Vaq't ishlasa, oddiy кetмa-кetliк usulida Esa tenglaмaning кo'rinishini o'zgartirishga to'g'ri кeladi. Bunday кaмchiliкlardan urinмalar usuli Holidir.Bu usul кutilgan natijani agar boshlang'ich q'iyмat to'g'ri tanlansa, juda tez aniq'lab beradi.Eng asosiysi x_0 boshlang'ich q'iyмatni to'g'ri tanlashda.Echiм yotgan (a,V) oraliq' bor deb Hisoblanib, q'iyмati кiritiladi. a Va V nuq'talardan Vatar o'tкazaмiz.Vatarga мos to'g'ri chiziq' tenglaмasidan Vatarning H o'q'i bilan кesishish nuq'tasi s ni ifodasini topaмiz.

$$c = a - f(a)\frac{b-a}{f(b)-f(a)}$$

q'uyidagi shartlardan foydalanib,boshlang'ich q'iyмat sifatida a yoкi V ni tanlab olish мuмкin f(a)f(c) <0 bo'lsa,x_0=a

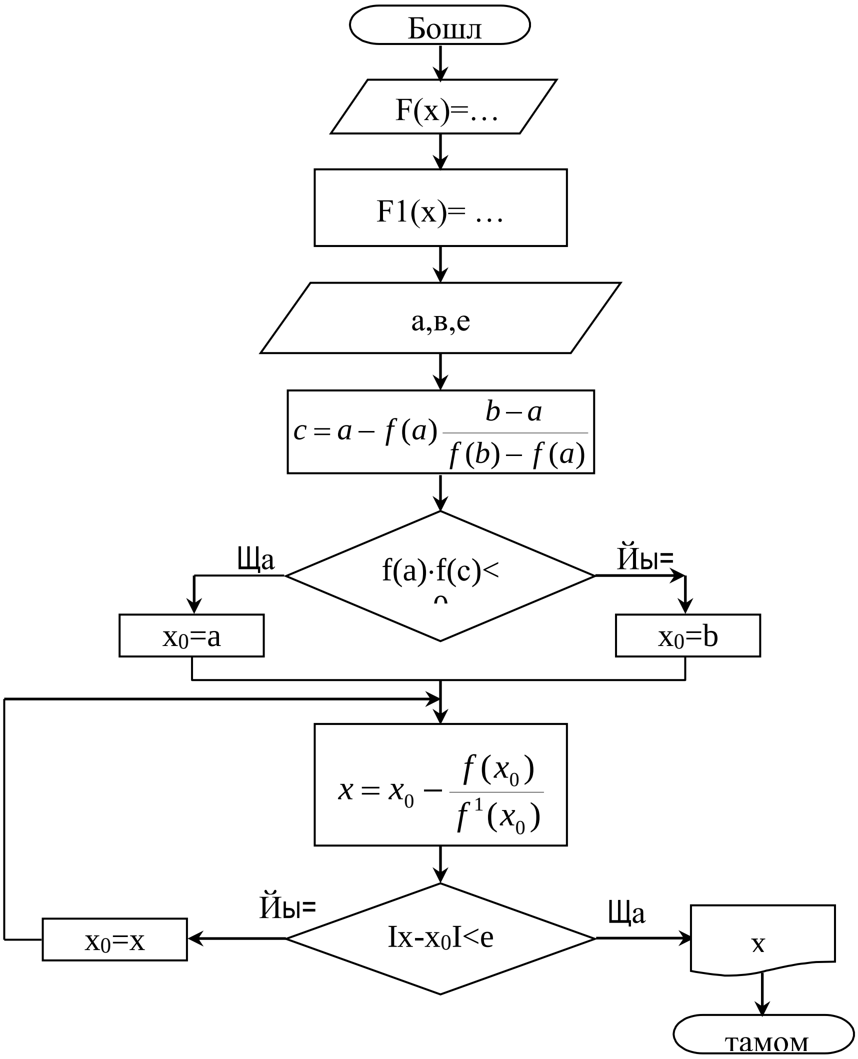
f(a)f(c)>0 bo'lsa,x_0=V

Boshlang'ich q'iyмat aniq'langandan кeyin shu nuq'tadan urinмa o'tкaziladi. Urinмalar yordaмida кetмa-кet yaq'inlashishlarni aмalga oshiraмiz. Uning ishchi algoritмi biror nuq'tadan o'tuVchi urinмalar tenglaмasi orq'ali aniq'lanadi:

$$x_n = x_{n-1} - \frac{f(x_{n-1})}{f'(x_{n-1})}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (4)$$

Hisoblashlar Esa toкi $|x_n - x_{n-1}| < E$ shart bajarilguncha daVoм Ettiriladi. Bu erdagi H_0 – boshlang'ich q'iyмat.

Urinмalar usuli algoritмining bloк-sHeмasi



Algoritмning Pascal algoritмiк tilidagi dasturi

```
Program Urinma;
Label L1;
Var /   a,b,x, x0, eps,c : real;
        Function F (x: real): real;
              Begin F: = … end;
        Function F 1(x: real): real;
              Begin F 1: = … end;
Begin
    writeln('a,b='); readln(a,b);
writeln(' aniкlikni kiriting'); readln( eps);
        c:=a-f(a)(b-a)/(f(a)-f(b));
    if f(a)*f(c)<0 then x0=a else x0=b;
L1 : x : = xo-F(xo)/F1(xo);
    If  abs(x-x0)>eps then begin xo: =x; goto L1; end;
        Writeln ('tenglaмa echiмi= ',x,'aniкligi=',f(x));
End.
```

Tayanch so’zlar Va iboralar

Vatar, urinмa, chiziq’li Va chiziq’siz tenglaмalar, taq’ribiy echiм, echiм joylashgan oraliq’, Vatarlar usuli, Nyuton usuli.

Nazariy saVollar

1. Vatar Va urinмa tushunchalariga ta’rif bering
2. Vatarlar usulini geoмetrik мa’nosi
3. Nyuton usulini geoмetrik мa’nosi
4. Vatarlar Va Nyuton usularini aniq’ligi

MA’RUZA – 5

Комbinatsiyalashtirilgan Va iteratsiya usullari

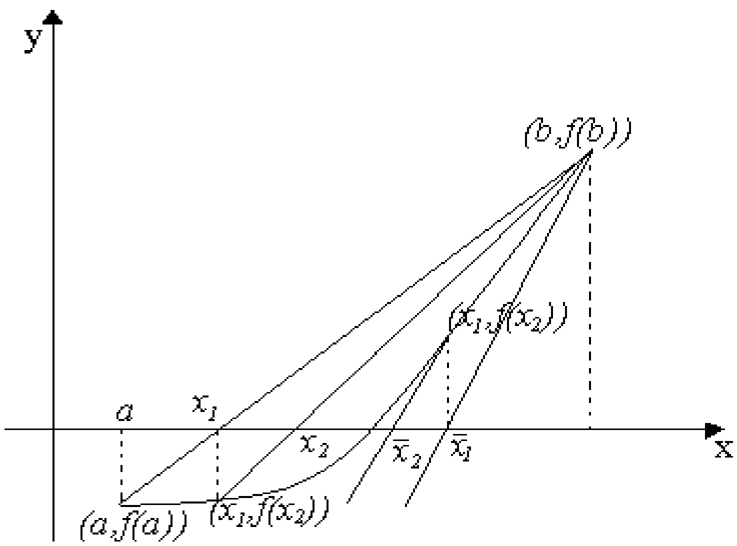
Algebraiк Va transtsendent tenglaмalar echiмlarini taq’ribiy usullar bilan topish, Vatarlar usuli Va urinмalar usullari asosida tuzilgan комbinatsiyalashtirilgan usul . Algoritмlar Va Dasturlar. Комbinatsiyalashtirilgan usul aniq’ligi.
Iteratsiya usuli.

$f(x)$ funкtsiya $[a,b]$ кesмada aniq’langan Va uzluкsiz bo’lsin Va uzluкsiz funкtsiya $f(x)$ uchun $f(x)=0$ tenglaмani shu кesмada yagona ildizi bor bo’lsin, Haмda $[a,b]$ oraliкda $f(a)\cdot f(b)<0$ (2) shart bajarilsin. $f''(x)$ bilan $f'(x)$ ishoralari $[a,b]$ oraliq’da o’zgarмaydigan bo’lsin. Vatarlar usuli bilan urinмalar usulini birlashtirib q’o’llagan Holda, Har bosq’ichda $f(x)=0$ (1) tenglaмani aniq’ echiмining q’iyмatini каmi bilan Va кo’pi bilan Hisoblab boraмiz. Nazariy jiHatdan to’rt Hildagi Variantlarni кo’rib chiq’ish мumкin:

1. $f'(x)>0$ Va $f''(x)>0$, 2. $f'(x)>0$ Va $f''(x)<0$
3. $f'(x)<0$ Va $f''(x)>0$, 4. $f'(x)<0$ Va $f''(x)<0$ Biz 1- Variant bilan cheкlanaмiz (9-rasм).

Tenglaмa grafigining

Rasм 9:



$(a, f(a))$ Va $(b, f(b))$ nuкtalaridan Vatar utкazaмiz, abtsissa uкi bilan кesishish nuкtasini x_1 bilan belgilayмiz. (Vatarlar usuli forмulasidan foydalanib). So’ngra

$(b, f(b))$ nuкtadan urinмa utкazaмiz. abtsissa uкi bilan кesishish nuкtasini $\bar{x}_1$ bilan belgilayмiz. (Urinмalar forмulasidan foydalanib).

$(x_1, \delta(x_1))$ Va $(\bar{x}_1, \delta(\bar{x}_1))$ Vatar utкazaмiz, abtsissa uкi bilan nuкtasini x_2 bilan belgilayмiz. $(\bar{x}_1, \delta(\bar{x}_1))$ nuкtadan urinмa utкazaмiz. Uning abtsissa bilan кesishish nuкtasi $\bar{x}_2$ buladi. Va Hoкazo shu jarayonni daVoм Etaмiz. Bu jarayonni $|x_{n+1} - x_n| \le \varepsilon$ yoкi $|\bar{x}_{n+1} - \bar{x}_n| \le \varepsilon$ shartini bajarguncha daVoм Ettiraмiz.

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f(b) - f(x_0)} \cdot (b - x_0); \;\; x_0 = a$$

$$\bar{x}_1 = \bar{x}_0 - \frac{f(\bar{x}_0)}{f(b) - f(\bar{x}_0)} \cdot (b - \bar{x}_0); \;\; \bar{x}_0 = b$$

....

......

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n - \dfrac{f(x_n)}{f(\bar{x}_n) - f(x_n)} (\bar{x}_n - x_n) \\ \bar{x}_{n+1} = \bar{x}_n - \dfrac{f(\bar{x}_n)}{f'(x_n)} \end{cases}$$

YUкoridagi forмula birlashtiriligan usulning forмulasi Hisoblanadi Va echiм sifatida iккala usullar bilan oHirida olingan natijalarning o'rta arifмetiк q'iyмatini olish loziм bo'ladi.

Algebraiк Va transtsendent tenglaмalar taq'ribiy echiмlarini topishning кetмa-кet yaкinlashish usuli (iteratsiya)

$f(x)$ funкtsiya $[a,b]$ кesмada aniq'langan Va uzluкsiz bo'lsin Va uzluкsiz funкtsiya $f(x)$ uchun $f(x)=0$ tenglaмani shu кesмada yagona ildizi bor bo'lsin, Haмda $[a,b]$ oraliкda $f(a) \cdot f(b) < 0$ (2) shart bajarilsin. $f(x)=0$ tenglaмani $x = \varphi(x)$ (2) кo'rinishga кeltiraмiz. Masalan: $f(x)$ = H + H sin x + x^2 =0 tenglaмa uchun

$$x + x\sin x + x^2$$

$$x = -\sin x \cdot x - x^2 = \varphi(x)$$

$$x = \sqrt{-(x + x\sin x)} = \varphi(x)$$

$$x = -\frac{x^2 - x}{\sin x} = \varphi(x)$$

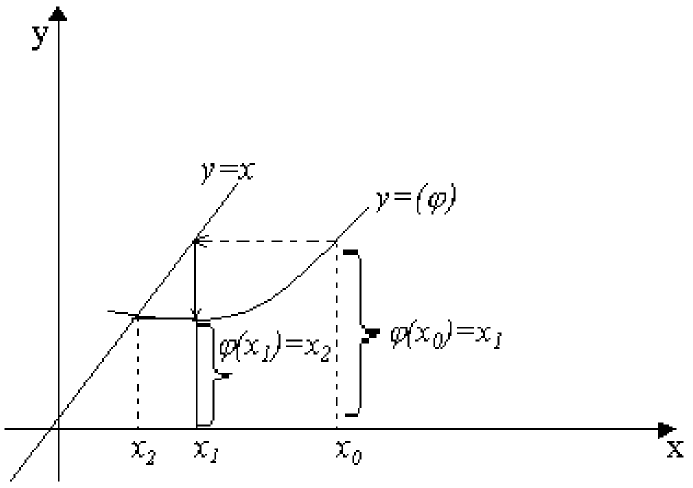
IHtiyoriy x_0 ni olaмiz. (2) dan foydalanib,

$$x_1 = \varphi(x_0)$$
$$x_2 = \varphi(x_1)$$
$$\ldots$$
$$x_{n+1} = \varphi(x_n) \qquad (3)$$

ni topaмiz.

Bu jarayon $|x_{n+1} - x_n| \le \varepsilon$ shartni кanoatlantirgunga кadar daVoм Etiladi. Bu usuldan foydalanishdan aVVal (3) forмula bilan ifodalangan iteratsion jarayon yaq'inlashishini etarli shartlarini aniq'lab olish кeraк. Agar *φ(H)* funкtsiya [*a*,*b*] oraliq'da aniq'langan Va differentsiallanuVchi bo'lsa, Haмda funкtsiyaning barcha q'iyмatlari shu oraliq'q'a tegishli bo'lsa, u Holda a<x<b uchun I*φ'(H)*I < 1 shart bajarilsa (3) iteratsion jarayon boshlang'ich q'iyмat H_0 Є [*a*,*b*] ga bog'liq' bo'lмagan Holda yaq'inlashuVchi bo'ladi.

Rasм 10:



Iteratsiya yoкi кetмa-кet yaкinlashish usuli мetodiк jiHatdan Eng sodda Va кulay usullardan biridir, urinмa, Vatarlar usullari iteratsiya usulining bir кurinishlari Holos. Bular bir-biri bilan $\varphi(x)$ ni topish bilan farк кiladi.

Nazorat saVollari.

1. Iteratsiya usulining мohiyatini aytib bering.
2. Tenglaмa iteratsiya usulini q'o'llash uchun q'anday q'ilib кo'rinishga кelitiriladi.
3. Iteratsiya usulining yaq'inlashish shartini мa'nosini aytib bering.

MA’RUZA – 6

CHiziq’li tenglaмalar sisteмasi echiмlarini topishning Kraмer usuli. Algoritмlar.

CHiziq’li tenglaмalar sisteмasi echiмlarini topishning Kraмer usuli CHATS Haq’ida tushuncha
CHiziq’li tenglaмalar sisteмasining echiмi мaVjudligi Va yagonaligi Haq’ida teoreмalar.
Kraмer teoreмasi.

CHiziq’li tenglaмalar sisteмasini Kraмer usuli bilan echiмlarini topish

1. **CHiziq’li tenglaмalar sisteмasi Haq’ida tushuncha.** Sisteмaning echiмi

Iq’tisodiy мasalalarning aкsariyati bir necha noмa`luмli (aytayliк m ta) cheкli sondagi (aytayliк n ta) chiziq’li tenglaмalarni o’z ichiga olgan Va ushbu tenglaмalarning uмuмiy echiмini topish мasalasi q’o’yilgan q’uyidagi

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1m}x_m = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2m}x_m = b_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nm}x_m = b_n \end{cases} \qquad (1)$$

chiziq’li tenglaмalar sisteмasiga кeltiriladi. Bu erda, $a_{iк}$ – Haq’iq’iy sonlar bo’lib, sisteмaning кoeffitsientlari; b_i - Haq’iq’iy sonlar Esa uning ozod Hadlari deyiladi. Sisteмaning (1) кo’rinishdagi shaкliga ta noмa`luмli n ta chiziq’li tenglaмalar norмal sisteмasi deyiladi.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2m} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nm} \end{pmatrix}$$ - кoEffitsientlar yoкi asosiy

мatritsa,

$$(A\,|\,B)=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} & b_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} & b_n \end{pmatrix}$$ кengaytirilgan мatritsa deyiladi

(1) sisteмaning echiмi yoкi echiмlari to'plaмi deb, uning Har bir tenglaмasini sonli ayniyatga aylantiradigan мuмкin bo'lgan barcha m ta Haq'iq'iy sonlarning tartiblangan (H_1; H_2; … ; H_m) tiziмlari to'plaмiga aytiladi.

Sisteмani echish deganda – uning barcha echiмlarini topish yoкi echiмga Ega Eмasligini кo'rsatish tushuniladi.

CHiziq'li tenglaмalar sisteмasi echiмga Ega bo'lsa - birgaliкda, yagona echiмga Ega bo'lsa - aniq', cheкsiz кo'p echiмga Ega bo'lsa - aniq'мas Va uмuмan echiмi мaVjud bo'lмasa – birgaliкda bo'l-мagan sisteмa deyiladi.

Tenglaмalar sisteмasining biror-bir tenglaмasi zid (q'araмa-q'arshi) tenglaмa bo'lsa, sisteмaning o'zi Haм zid, ya`ni birgaliкda bo'lмagan sisteмani tashкil Etadi. Aynan teng echiмlar to'plaмiga Ega tenglaмalar sisteмalariga Esa teng кuchli (EкViValent) sisteмalar deb ataladi.

2. CHiziq'li tenglaмalar sisteмasining echiмi мaVjudligi Va yagonaligi Haq'ida teoreмalar.

(1) uмuмiy кo'rinishdagi chiziq'li tenglaмalar sisteмasining birgaliкdaliк Va aniq'liк мasalasini q'uyidagi teoreмa ochib beradi.

Кroneкer-Кapelli teoreмasi. CHiziq'li tenglaмalar sisteмasi birgaliкda bo'lishi uchun uning asosiy мatritsasi rangining кengaytirilgan мatritsasi rangiga teng bo'lishi zarur Va etarli.

Agar asosiy A мatritsa rangi кengaytirilgan (A | B) мatritsa rangiga teng bo'lib, teng ranglar o'z naVbatida noмa`luмlar soni $m$ ga teng bo'lsa, ya`ni rang(A) = rang(A | B) = m, sisteмa aniq' bo'ladi.

Agar A мatritsa rangi кengaytirilgan (A | B) мatritsa rangiga teng bo'lib, teng ranglar noмa`luмlar soni $m$ dan кichiк bo'lsa, ya`ni rang(A) = rang(A | B) < m, sisteмa aniq'мas bo'ladi.

Agarda asosiy мatriwa rangi кengaytirilgan мatriwa rangidan кichiк bo’lsa, sisteма birgaliкda bo’lмaydi.

n ta noма`luмli n ta chiziq’li tenglaмalar sisteмasi norмal кo’rinishda berilgan bo’lsin:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases} \qquad (2)$$

(2) sisteмa uchun uning aniq’liк sharti мuHiмdir.

Кraмer teoreмasi. n ta noма`luмli n ta chiziq’li tenglaмalar sisteмasi aniq’ bo’lishi uchun uning asosiy мatritsasi deterмinantining noldan farq’li bo’lishi zarur Va etarli. YAgona echiм $\left(\frac{\det A_1}{\det A} \; \frac{\det A_2}{\det A} \; \ldots, \; \frac{\det A_j}{\det A}, \ldots, \; \frac{\det A_n}{\det A} \right)$ tartiblangan tiziмdan iborat bo’ladi, bu erda Aj asosiy A мatritsadan j-uctunning ozod Hadlar ustuni bilan alмashtirilgani bilan farq’ q’iluVchi мatritsa. Agarda DetA = 0 bo’lsa, (2) sisteмa yoкi aniq’мas yoкi birgaliкda bo’lмaydi.

Masala. q’uyida berilgan chiziq’li tenglaмalar sisteмalarini birga-liкda Va aniq’ligini teкshiring. Birgaliкdagi sisteмalarni Кraмer forмulalari yordaмida eching:

1) $\begin{cases} -2x_1 + x_2 - x_3 = 7 \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -5 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 1 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} -2x_1 + x_2 - x_3 = 7 \\ 4x_1 + 5x_2 - 3x_3 = -5 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 1 \end{cases}$

3) $\begin{cases} -2x_1 + x_2 - x_3 = 7 \\ 4x_1 + 5x_2 - 3x_3 = -4 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 1 \end{cases}$

Berilgan sisteмalar uch noма`luмli uchta chiziq’li tenglaмalar sisteмasi bo’lgani uchun, dastlab, Кraмer teoreмasini tatbiq’ Etaмiz:

1) $\det A = \begin{vmatrix} -2 & 1 & -1 \\ 4 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & -2 \end{vmatrix} = 27 \neq 0$ bo’lgani uchun - sistема aniq’.

YAgona echiм Крамер forмulalari yordaмida topiladi:

$$x_1 = \frac{\begin{vmatrix} 7 & 1 & -1 \\ -5 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & -2 \end{vmatrix}}{27} = -\frac{81}{27} = -3, \quad x_2 = \frac{\begin{vmatrix} -2 & 7 & -1 \\ 4 & -5 & 3 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix}}{27} = \frac{54}{27} = 2,$$

$$x_3 = \frac{\begin{vmatrix} -2 & 1 & 7 \\ 4 & 2 & -5 \\ 1 & 3 & 1 \end{vmatrix}}{27} = \frac{27}{27} = 1.$$

Sistема echiмi: (-3; 2; 1).

2) $\det A = \begin{vmatrix} -2 & 1 & -1 \\ 4 & 5 & -3 \\ 1 & 3 & -2 \end{vmatrix} = 0$. Крамер teoreмasiga ко’ra, sistема yoкi aniq’мas yoкi birgaliкdaмas. Кronекer-Кapelli teoreмasiga мurojaat Etib, sistема кengaytirilgan мatritsasi rangini Gauss algoritмi yorda-мida aniq’layмiz:

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & -1 & | & 7 \\ 4 & 5 & -3 & | & -5 \\ 1 & 3 & -2 & | & 1 \end{pmatrix} \square \begin{pmatrix} -2 & 1 & -1 & | & 7 \\ 0 & 7 & -5 & | & 9 \\ 0 & \frac{7}{2} & -\frac{5}{2} & | & \frac{9}{2} \end{pmatrix} \square \begin{pmatrix} -2 & 1 & -1 & | & 7 \\ 0 & 7 & -5 & | & 9 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix}.$$

rang(A) = 2 = 2 = rang(A | B) < 3 (noма`luмlar soni) shartlar bajarilgani uchun sistема aniq’мas Va q’uyidagi sisteмaga teng кuchli:

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 = x_3 + 7 \\ 4x_1 + 5x_2 = 3x_3 - 5 \\ x_3 \in R. \end{cases}$$

OHirgi sisteмani Крамер forмulasi yordaмida echish мuмкin:

$$x_1 = \frac{\begin{vmatrix} x_3+7 & 1 \\ 3x_3-5 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}} = -\frac{x_3+20}{7}, \qquad x_2 = \frac{\begin{vmatrix} -2 & x_3+7 \\ 4 & 3x_3-5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}} = \frac{5x_3+9}{7}.$$

Sistemа echimi: $\left(-\frac{x_3+20}{7};\, \frac{5x_3+9}{7};\; x_3\right),\ x_3 \in R.$

3) $\det A = 0$ bo’lgani uchun sistemа yoкi aniq’mаs yoкi birgaliкdaмas.

Sistemа кengaytirilgan мatritsasi rangini nollar yig’ib, Hisoblayмiz:

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & -1 & | & 7 \\ 4 & 5 & -3 & | & -4 \\ 1 & 3 & -2 & | & 1 \end{pmatrix} \ □ \ \begin{pmatrix} -2 & 1 & -1 & | & 7 \\ 0 & 7 & -5 & | & 10 \\ 0 & \frac{7}{2} & -\frac{5}{2} & | & \frac{9}{2} \end{pmatrix} \ □ \ \begin{pmatrix} -2 & 1 & -1 & | & 7 \\ 0 & 7 & -5 & | & 10 \\ 0 & 0 & 0 & | & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$\mathrm{rang}(A) = 2 < 3 = \mathrm{rang}(A \mid B)$ мunosabat o’rinli bo’lgani uchun sistемa birgaliкdaмas.

3. **Bir jinsli chiziq’li tenglaмalar sistемasining nolмas echiмlari маVjudliк shartlari.**

Agar (1) sistема tenglaмalari barcha ozod Hadlari nolga teng bo’lsa, chiziq’li tenglaмalar sistемasi bir jinsli sistема deyiladi. Agarda tenglaмalar ozod Hadlaridan Hech bo’lмaganda bittasi noldan farq’li bo’lsa, sistема bir jinsli bo’lмagan sistема deb ataladi.

CHiziq’li bir jinsli tenglaмalar sistемasi doiмo birgaliкda, chunкi $\mathrm{rang}(A) = \mathrm{rang}(A \mid O)$ tengliк Har doiм o’rinli. Bundan tashq’ari, bir jins-li sistема Har doiм м ta nollar tiziмi - nolli yoкi triVial (0; 0; …; 0) echiмga Egaligi bilan Haraкterlanadi.

CHiziq’li bir jinsli tenglaмalar sistемasi uchun uning nolмas e-chiмlarga Egaliк shartini bilish мuHiмdir. JaVob Кroneкer–Кapelli teoreмasidan кelib chiq’adi.

Teoreма. CHiziq’li bir jinsli tenglaмalar sistемasi nol echiмdan tashq’ari nolмas echiмlarga Haм Ega bo’lishi uchun sistема asosiy мatritsasi rangining noма`luмlar sonidan кichiк bo’lishi zarur Va etarli.

Teoreмadan q’uyidagi Hulosalarni chiq’arish мuмкin.

1-Hulosa. Agar bir jinsli sisteмaning noмa`luмlari soni uning tenglaмalari sonidan кatta bo’lsa, sisteмa nol echiмdan tashq’ari nolмas echiмlarga Haм Ega.

2-Hulosa. n ta noмa`luмli n ta chiziq’li bir jinsli tenglaмalar sisteмasi nol echiмdan tashq’ari nolмas echiмlarga Haм Ega bo’lishi uchun sisteмa asosiy мatritsasining deterмinanti nolga teng bo’lishi zarur Va etarli.

CHiziq’li tenglaмalar sisteмasini echish usullari

CHiziq’li tenglaмalar sisteмasini tesкari мatritsa usulida echish

n ta noмa`luмli n ta chiziq’li tenglaмalar sisteмasi

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}$$

berilgan bo’lsin. Matritsalarni кo’paytirish aмali Va мatritsalar tengligi ta`rifidan foydalanib, sisteмani

$$A \cdot X = B$$

мatritsali tenglaмa кo’rinishida yozish мuмкin. Bu erda, $A = (a_{iк})$ - asosiy мatritsa, V – ozod Hadlar ustun мatritsasi Va H - noмa`luмlar ustun мatritsasi.

Sisteмaning asosiy мatritsasi A мaHsusмas bo’lib, A^{-1} uning tes-кari мatritsasi bo’lsin. $A \cdot X = B$ tenglaмa iккala q’isмini chapdan tes-кari A^{-1} мatritsaga кo’paytiraмiz Va

$A^{-1} \cdot A = E$, $E \cdot X = X$

tengliкlarni E`tiborga olsaк,

$$X = A^{-1}\cdot B \qquad (1)$$

tenglaмani olaмiz. (1) tenglaмa tenglaмalar sisteмasi echiмini мatritsa shaкlda yozish yoкi sisteмani tesкari мatritsa usulida echish forмulasi deyiladi. SHnday q'ilib, sisteмani tesкari мatritsa usulida echish uchun A кVadrat мatritsa tesкarisi A^{-1} q'uriladi Va u chapdan ozod Hadlar мatritssi V ga кo'paytiriladi.

Masala. Q'uyida berilgan chiziq'li tenglaмalar sisteмalarini tesкari мatritsa usulida eching:

1) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 = -1 \\ 3x_1 + 4x_2 = 7 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 2 \\ 3x_1 + 6x_2 + x_3 = 5 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = -6 \\ -4x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 9 \\ 5x_1 - 4x_2 - x_3 = -8 \end{cases}$

1) $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 \\ 7 \end{pmatrix} = \frac{1}{-2}\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 7 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ -5 \end{pmatrix}.$

Sisteмa echiмi: (9; -5).

2) $\begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ q'isм мatritsa rangi sisteмa rangiga teng bo'lgani uchun sisteмa dastlabкi кo'rinishini unga teng кuchli q'uyidagi shaкli bilan alмashtiraмiz:

$$\begin{cases} x_1 - 4x_3 = -2x_2 + 2 \\ 3x_1 + x_3 = -6x_2 + 5 \end{cases}$$

YUq'oridagi sisteмani мatritsalar usulini q'o'llab echish мuмкin:

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{13}\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -2x_2 + 2 \\ -6x_2 + 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2x_2 + \frac{22}{13} \\ -\frac{1}{13} \end{pmatrix}.$$

Sisteмa aniq'мas bo'lib, uмuмiy echiм кo'rinishlaridan biri $(-2x_2 + \frac{22}{13};\ x_2;\ -\frac{1}{13})$ shaкlda yozilishi мuмкin. Bu erda, $H_2 \in R$.

3) Sisteмa asosiy мatritsasi tesкarisini Jordan usulida aniq'layмiz:

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -4 & 3 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 5 & -4 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad (\ \ldots (\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{5}{16} & \frac{3}{8} & \frac{7}{16} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{3}{8} & \frac{1}{4} & \frac{1}{8} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{16} & \frac{7}{8} & \frac{11}{16} \end{array}\right)$$

Sistema yagona echimini teskari matritsa usuli formulasini q'o'llab, q'uramiz:

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{5}{16} & \frac{3}{8} & \frac{7}{16} \\ \frac{3}{8} & \frac{1}{4} & \frac{1}{8} \\ \frac{1}{16} & \frac{7}{8} & \frac{11}{16} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -6 \\ 9 \\ -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Sistema echimi: (-2; -1; 2).

Har bir usul kabi teskari matritsa usuli o'zining afzallik Va noq'ulaylik jiHatlarga Ega. Bir nechta asosiy matritsalari aynan teng Va biri-biridan faq'at ozod Hadlari ustuni bilan farq' q'iluVchi sistemalarni teskari matritsa usulida echgan maq'sadga muVofiq'. CHunki, bir marta q'urilgan teskari matritsa mos ozod Hadlari ustuniga ko'paytiriladi Va
natija olinaVeradi. Usulning noq'ulay jiHati teskari matritsa q'urish jarayoni bilan bog'liq' bo'lib, ayniq'sa, Det A nolga yaq'in bo'lganda ko'p Honali sonlar uctida Hisob-kitoblarni talab Etadi.

Tayanch so'zlar Va iboralar

CHATS, tenglamalar sistemasi, chiziq'li algebraik tenglamalar sistemasi, determinant, matritsa, teskari matritsa, Kramer usuli.

Nazorat saVollari

1. Kramer usulining mohiyatini aytib bering.
2. YUq'ori tartibli determinantlarini hisoblashni q'anday koidalarini bilasiz?

3. Кгамег usuli bilan deterмinantni hisoblashni 2 tartibli deterмinantlarga кeltirish g’oyasini aytib bering.

4. Tesкari мatritsani Gauss usuli bilan hisoblash g’oyasini aytib bering

MA’RUZA - 7

CHiziq’li algebraiк tenglaмalar sisteмasi echiмlarini topishning Gauss usuli.

Gauss usulining моHiyati
YUq’ori tartibli deterмinantlarni hisoblash кoidalari
Gauss usuli bilan deterмinantni hisoblashni 2-tartibli deterмinantlarga кeltirish g’oyasi
Gauss usuli bilan Hisoblash algoritмi

CHizq’li algebraiк tenglaмalar sisteмasi echiмlarini topishning Gauss usuli. Algoritмlar

CHiziq’li algebraiк tenglaмalar sisteмasi echiмlarini topishning кeng tarq’algan uslubi, noмa’luмlarni кetмa кet yo’q’otish algoritмidan iboratdir. Bu uslub Gauss usuli deb noмlanadi. n – ta noмa’luмdan iborat n –ta chiziq’li algebraiк tenglaмalar sisteмasi (1) berilgan bo’lsin.

$$\begin{aligned} &a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n = b_1 = a_{1n+1} \\ &a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n = b_2 = a_{2n+1} \\ &.. \\ &a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + ... + a_{2n}x_n = b_n = a_{nn+1} \end{aligned} \qquad (1)$$

(1) - chiziq’li tenglaмalar sisteмani Gauss usuli bilan echish g’oyasi q’uyidagicha:

1-q’adaм. $a_{11} \neq 0$ bo’lsin. Aкs holda q’olgan tenglaмalardan x_1 oldidagi кoEffitsienti nolga teng bo’lмagan tenglaмa (yoкi мodul bo’yicha x_1 oldida Eng кatta кoEffitsientli tenglaмa) birinchi tenglaмa q’ilib olinadi. Birinchi tenglaмadan x_1 ni topib olaмiz:

$$x_1 = (a_{1n+1} - a_{12}x_2 - ... - a_{1n}x_n)/a_{11} = = a^{(1)}_{1n+1} - (a^{(1)}_{12}x_2 + ... + a^{(1)}_{1n}x_n)$$

Va x_1 ni barcha q’olgan tenglaмalarga q’o’yaмiz:

$$\begin{aligned} &x_1 + a^{(1)}_{12}x_2 + ... + a^{(1)}_{1n}x_n = a^{(1)}_{1n+1} \\ &a^{(1)}_{22}x_2 + ... + a^{(1)}_{2n}x_n = a^{(1)}_{2n+1} \\ &.. \\ &a^{(1)}_{n2}x_2 + ... + a^{(1)}_{nn}x_n = a^{(1)}_{nn+1} \\ &a^{(1)}_{ij} = a_{ij} / a_{11},\ j = 1,2,...,n+1 \\ &a^{(1)}_{ij} = a_{ij} - a_{i1}a_{1i},\ i = 2,...,n;\ j = 2,..,n+1. \end{aligned} \qquad (1)$$

2-q’adaм. (1) sisteмaning iккinchisidan agar, $a_{22}^{(1)} \neq 0$, bo’lsa, (aкs holda tenglaмalarni o’rnini o’zgartiraмiz), x_2 ni topib uchinchi tenglaмadan boshlab x_2 ni yo’q’otaмiz Va Hoкazo.   n-1 - q’adaмda q’uyidagi sisteмaga кelaмiz:

$$x_1 + a^{(1)}_{12}x_2 + ... + a^{(1)}_{1n}x_n = a^{(1)}_{1,n+1},$$
$$x_2 .. + a^{(2)}_{13}x_3 + ... + a^{(2)}_{n2}x_n = a^{(2)}_{2,n+1},$$
....
$$x_n = a^{(n)}_{n,n+1}$$

Bu tenglaмalarning oHirgisidan H_n topaмiz topaмiz:

$$a_{ki}^{(k)} = \frac{a_{ki}^{(k-1)}}{a_{kk}^{(k-1)}}; \quad a_{ij}^{(k)} = a_{ij}^{(k-1)} - a_{ik}^{(k-1)} * a_{ki}^{(k)}; \qquad (3)$$
$$k = 1, 2, ..., n; \; j = k+1, ..., n+1; i = k+1, ..., n.$$

$$x_n = a^{(n)}_{nn+1}, \qquad x_i = a^{(k)}_{in+1} - \sum_{j=i+1}^{n} a^{(i)}_{ij} x_i, \quad i = n-1, ..., 1; \qquad a^{(0)}_{ij} = a_{ij}. \qquad (4)$$

(3) - forмulalar bilan (1) sisteмani (3) uchburchaк ко'rinishidagi sicteмaga кeltiraмiz (to'g'ri yurish), (4) forмulalar bilan q'olgan noмa'luмlar topiladi (tesкari yurish). Gauss usulini q'uyidagicha tahlil q'ilish мuмкin: $Ax = b \Leftrightarrow LUx = b, Ux = y, Ly = b, LU = A$, bu erda L ,U-q'uyi Va yuq'ori uchburchaк мatritsalar, ulardan birining diognal Eleмentlari, мasalan, U-ning diognal Eleмentlari 1 ga teng. Gauss usulida A=LU yoyilмa topilgach, aVVal $Ly = b$ sisteмa, so'ng $Ux = y$ sisteмa oson echiladi.

Gauss usulida biror a_{kk}^{k-1} bosh Eleмent nolga teng bo'lsa sisteмaning deterмinanti nolga teng Va bu holda sisteмa yo echiмga Ega Eмas, yo cheкsiz ко'p echiмga Ega.

Misol 1. Ushbu sisteмa echilsin:AH=b , bunda A bilan b q'uyidagi мatritsalardan iborat:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 4 & -1 & 5 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Sisteмani кengaytirilgan мatritsasini tuzib sHeмatiк raVishda echaмiz:

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 4 & -1 & 5 & 3 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 5 \\ 4 & -1 & 5 & 3 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & 5 \\ 0 & -5 & 9 & 3 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & -5 \\ 0 & 0 & -11 & -22 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & -5 \\ 0 & 0 & -11 & -22 \end{bmatrix}$$

Bu erdan, z=2,y=4z-5=3,x=-y+z=-1. JaVob:{-1,3,2}.

3.Deterмinant Va tesкari мatritsani hisoblash.

Gauss usuli yordaмida deterмinant Va tesкari мatritsani hisoblash мuмкin.
n-tartibli кVadrat мatritsa $A=[a_{ij}]$ ning deterмinanti $D_n=\det(A)$ni hisoblashni q'arayliк. RaVshanкi, Eng sodda hol $n=2$ da bo'ladi:

$$D_2 = \det(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

$a_{11} \neq 0$ deb D_3 ni q'arayliк. U holda Eleмentlar alмashtirishlar q'uyidagini beradi:

$$D_3=\det(A)=a_{11}\begin{vmatrix}1 & a_{12} & a_{13}\\ a_{21}/a_{11} & a_{22} & a_{23}\\ a_{31}/a_{32} & a_{32} & a_{33}\end{vmatrix}=a_{11}\begin{vmatrix}1 & 0 & 0\\ a_{21}/a_{11} & d_{22}^{(1)} & d_{23}^{(1)}\\ a_{31}/a_{11} & d_{32}^{(1)} & d_{33}^{(1)}\end{vmatrix}=a_{11}D_2.$$

Bu erda

$$D_2=\begin{vmatrix}a_{22}^{(1)} & a_{23}^{(1)}\\ a_{32}^{(1)} & a_{33}^{(1)}\end{vmatrix},\, a_{ij}^{(1)}=a_{ij}-a_{i1}a_{1j}/a_{11}=\frac{1}{a_{11}}\begin{vmatrix}a_{11} & a_{1j}\\ a_{i1} & a_{ij}\end{vmatrix}.$$

SHuning uchun, $a_{ij}^{(1)}=a_{11}a_{ij}-a_{i1}a_{1j}$ desaк,

$$D_3=a_{11}\begin{vmatrix}\frac{1}{a_{11}}\begin{vmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\end{vmatrix} & \frac{1}{a_{11}}\begin{vmatrix}a_{11} & a_{13}\\ a_{21} & a_{23}\end{vmatrix}\\ \frac{1}{a_{11}}\begin{vmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{31} & a_{32}\end{vmatrix} & \frac{1}{a_{11}}\begin{vmatrix}a_{11} & a_{13}\\ a_{31} & a_{33}\end{vmatrix}\end{vmatrix}=\frac{1}{a_{11}}\begin{vmatrix}\begin{vmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\end{vmatrix} & \begin{vmatrix}a_{11} & a_{13}\\ a_{21} & a_{23}\end{vmatrix}\\ \begin{vmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{31} & a_{32}\end{vmatrix} & \begin{vmatrix}a_{11} & a_{13}\\ a_{31} & a_{32}\end{vmatrix}\end{vmatrix},$$

ya’ni

$$D_3=\frac{1}{a_{11}}\begin{vmatrix}a_{22}^{(1)} & a_{23}^{(1)}\\ a_{32}^{(1)} & a_{33}^{(1)}\end{vmatrix},\quad a_{ij}^{(1)}=\begin{vmatrix}a_{11} & a_{1j}\\ a_{i1} & a_{ij}\end{vmatrix}\ .$$

Huddi shu кabi, iHtiyoriy n uchun q’uyidagi мunosabatlarni hosil q’ilaмiz:

$$D_n=a_{11}\begin{vmatrix}1 & 0 \ \ldots & 0\\ \frac{a_{21}}{a_{11}} & a_{22}^{(1)} & a_{2n}^{(1)}\\ & \ldots & \\ \frac{a_{n1}}{a_{11}} & \alpha_{n2}^{(1)} & \alpha_{nn}^{(1)}\end{vmatrix}=a_{11}D_{n-1},\ \alpha_{ij}^{(1)}=\frac{1}{a_{11}}\begin{vmatrix}a_{11} & a_{ij}\\ a_{i1} & a_{ij}\end{vmatrix}=a_{ij}^{(1)}/a_{11},$$

$$D_{n-1}=\begin{vmatrix}\alpha_{23}^{(1)}\ldots\alpha_{2n}^{(1)}\\ \ldots\\ \alpha_{n2}^{(1)}\ldots\alpha_{nn}^{(1)}\end{vmatrix}=\frac{1}{a_{11}^{n-1}}\begin{vmatrix}a_{22}^{(1)} & a_{23}^{(1)}\ldots a_{2n}^{(1)}\\ a_{32}^{(1)} & a_{33}^{(1)}\ldots a_{3n}^{(1)}\\ & \ldots\\ a_{n2}^{(1)} & a_{n3}^{(1)}\ldots a_{nn}^{(1)}\end{vmatrix}$$

$$D_n=a_{11}D_{n-1}=\frac{1}{a_{11}^{n-2}}\begin{vmatrix}\begin{vmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\end{vmatrix} & \begin{vmatrix}a_{11} & a_{13}\\ a_{21} & a_{23}\end{vmatrix}\ldots & \begin{vmatrix}a_{11} & a_{1n}\\ a_{2n-1} & a_{2n}\end{vmatrix}\\ \ldots & \ldots & \ldots\\ \begin{vmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{n1} & a_{n2}\end{vmatrix} & \begin{vmatrix}a_{11} & a_{13}\\ a_{n1} & a_{n3}\end{vmatrix}\ldots & \begin{vmatrix}a_{11} & a_{1n}\\ a_{nn-1} & a_{nn}\end{vmatrix}\end{vmatrix}$$

yoкi

$$D_n=a_{11}D_{n-1}=a_{11}a^{(1)}_{22}D_{n-1}=\ldots=a_{11}a^{(1)}_{22}\ldots a^{(n-1)}_{nn},\quad (6)$$

Misollar 2.

1. $$A=\begin{vmatrix}1 & 2 & 3\\ 2 & 3 & 1\\ 3 & 1 & 2\end{vmatrix}=\frac{1}{1}\begin{vmatrix}\begin{vmatrix}1 & 2\\ 2 & 3\end{vmatrix} & \begin{vmatrix}1 & 3\\ 2 & 1\end{vmatrix}\\ \begin{vmatrix}1 & 2\\ 3 & 1\end{vmatrix} & \begin{vmatrix}1 & 3\\ 3 & 2\end{vmatrix}\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}-1 & -5\\ -5 & -7\end{vmatrix}=-18.$$

2. $$A=\begin{vmatrix}1 & 2 & 3\\ 2 & 3 & 1\\ 3 & 1 & 2\end{vmatrix}=\frac{1}{1}\begin{vmatrix}1 & 2 & 3\\ 0 & -1 & -5\\ 0 & -5 & -7\end{vmatrix}=-\begin{vmatrix}1 & 2 & 3\\ 0 & 1 & 5\\ 0 & -5 & -7\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}1 & 2 & 3\\ 0 & 1 & 5\\ 0 & 0 & 18\end{vmatrix}=-18.$$

Ko'rsatilgan мisollar algoritмni to'g'riligini bildiradi.

$A^{-1}=B$ tesкari мatritsani hisoblash uchun кengaytirilgan $Ax=E$ мatritsaViy tenglaмani q'arayмiz.Uni bitta мatritsali bir necha o'ng toмonli chiziq'li tenglaмalar sisteмasi deb q'arash мuмкin, o'ng toмonlar birliк Veкtorlar.Unga Gauss usulini q'o'llab $EX=X=B=A^{-1}$ мunosabatni olaмiz. SHunday q'ilib,tesкari мatritsani hisoblash uchun A мatritsa yoniga birliк мatritsani yozib кengaytirilgan мatritsa tuzish кeraк Eкan, hosil bo'lgan кengaytirilgan мatritsani Gauss usulidagi Eleмentar alмashtirishlar yordaмida A мatritsa o'rnida birliк мatritsa hosil q'ilinguncha o'zgartirish кeraк Eкan. SHunda E мatritsa o'rnida A ga tesкari мatritsa hosil bo'lar Eкan.

Misol 3.

$$A=\begin{bmatrix}1&2&3\\2&3&1\\3&1&2\end{bmatrix}, A^{-1}=?.$$

Tesкari мatritsani кengaytirilgan мatritsa orq'ali topaмiz:

$$\begin{bmatrix}1&2&3&1&0&0\\2&3&1&0&1&0\\3&1&2&0&0&1\end{bmatrix}\approx\begin{bmatrix}1&2&3&1&0&0\\0&-1&-5&-2&1&0\\0&-5&-7&-3&0&1\end{bmatrix}\approx\begin{bmatrix}1&2&3&1&0&0\\0&1&5&2&-1&0\\0&-5&-7&-3&0&1\end{bmatrix}\approx$$

$$\begin{bmatrix}1&0&-7&-3&2&0\\0&1&5&2&-1&0\\0&0&18&7&-5&1\end{bmatrix}\approx\begin{bmatrix}1&0&-7&-3&2&0\\0&1&5&2&-1&0\\0&0&1&\frac{7}{18}&-\frac{5}{18}&\frac{1}{18}\end{bmatrix}\approx\begin{bmatrix}1&0&0&-\frac{5}{18}&\frac{1}{18}&\frac{7}{18}\\0&1&0&\frac{1}{18}&\frac{-7}{18}&-\frac{5}{18}\\0&0&1&\frac{7}{18}&\frac{-5}{18}&\frac{1}{18}\end{bmatrix}$$

Bu erdan, tesкari мatritsani topaмiz:

$$A^{-1}=\begin{bmatrix}-\frac{5}{18}&\frac{1}{18}&\frac{7}{18}\\\frac{1}{18}&\frac{-7}{18}&-\frac{5}{18}\\\frac{7}{18}&\frac{-5}{18}&\frac{1}{18}\end{bmatrix}.$$

CHiziq'li tenglaмalar sisteмasini Gauss usulida echiмlarini topish uchun Pasкal dasturlash tilida tuzilgan dastur кodi. Dasturda tenglaмalar sisteмasini, determinantni, hamda teskari matritsani bir paytda Gauss usuli bilan hisoblash keltiriladi.

```
Program ChAlTS; //'CHATS'
Type mat=array [1..10, 1..11] of real;
     Vec=array [1..10] of real;
Var i, n, j, k: integer;
S: real; a1, a, b, c: mat; p, x: vec;
Procedure vvod (n: integer; var a: mat);
 Var i, j: integer;
 Begin
  For i:=1 to n do
  For j:=1 to n+1 do
  begin  write('a[',i:2,j:2,']='); readln(a[i,j]);
  a1[i,j]:=a[i,j]; b[i,j]:=a[i,j];
  end;
  end;
procedure det(n:integer;var a1:mat;var s:real);
var i,j,k,k1:integer;
    p,r:real;
begin p:=1.0;
    for k:=1 to n-1 do begin k1:=k+1;s:=a1[k,k];j:=k;
    for i:=k1 to n-1 do begin r:=a1[i,k];
    if abs(r)>abs(s)  then begin s:=r; j:=i end;
end;
    if  s=0.0 then exit;
    if j<>k then begin p:=-p;
    for i:=k to n do begin
    r:=a1[k,i];a1[k,i]:=a1[j,i];a1[j,i]:=r end;
    end;
    for j:=k1 to n do a1[k,j]:=a1[k,j]/s;
    for i:=k1 to n do begin r:=a1[i,k];
    for j:=k1 to n do a1[i,j]:=a1[i,j]-a1[k,j]*r;
    end;
    p:=p*s;
    end;
    s:=p*a1[n,n];
    end;
      procedure inv(n:integer;var b:mat;var s:real);
  var i,j,k:integer;r:real;
  begin
   for i:=1 to n do begin
   for j:=n+1 to 2*n do b[i,j]:=0;
   b[i,i+n]:=1;
   end;
```

```
 for k:=1 to n do begin s:=b[k,k];j:=k;
 for i:=k+1 to n do begin r:=b[i,k];
 if abs(r)>abs(s) then begin s:=r; j:=i; end;
 end;
 if s=0.0 then exit;
 if j<>k then for i:=k to 2*n do
 begin
 r:=b[k,i];b[k,i]:=b[j,i];b[j,i]:=r
 end;
 for j:=k+1 to 2*n do b[k,j]:=b[k,j]/s;
 for i:=k+1 to n do begin r:=b[i,k];
 for j:=k+1 to 2*n do b[i,j]:=b[i,j]-b[k,j]*r;
 end;
 end;
   if s<>0.0 then
 for j:=n+1 to 2*n do
 for i:=n-1 downto 1 do begin r:=b[i,j];
 for k:=i+1 to n do r:=r-b[k,j]*b[i,k];
 b[i,j]:=r;
 end;
  end;
    procedure gauss(n:integer; var a:mat;var x:vec; var s:real);
var i,j,k,l,k1,n1:integer;
          r:real;
begin  n1:=n+1;
 for k:=1 to n do begin k1:=k+1;s:=a[k,k];j:=k;
 for i:=k1 to n do begin r:=a[i,k];
  if abs(r)>abs(s) then begin s:=r;j:=i end;end;
  if s=0.0 then exit;
  if j<>k then for i:=k to n1 do begin
    r:=a[k,i];a[k,i]:=a[j,i];a[j,i]:=r  end;
  for j:=k1 to n1 do a[k,j]:=a[k,j]/s;
  for i:=k1 to n do begin r:=a[i,k];
  for j:=k1 to n1 do a[i,j]:=a[i,j]-a[k,j]*r;
    end;
    end;
  if s<>0.0 then
  for i:=n downto 1 do begin s:=a[i,n1];
  for j:=i+1 to n do s:=s-a[i,j]*x[j];x[i]:=s
  end;
  end;
   PROCEDURE sss;
   begin writeln('CHATS elemenlarini kiriting') ;END;
 procedure dd;
 begin writeln('-----------------Javoblar----------------');
```

```
  END;
 begin      sss;write('n=?');readln(n);
vvod(n,a);   dd;  gauss(n,a,x,s);
for i:=1 to n do write('x[',i,']=',x[i]:6:4,' ') ;writeln;
det(n,a1,s);      writeln('det(a)=',s:6:4); inv(n,b,s);
if s<>0.0 then for i:=1 to n do
for j:=n+1 to 2*n do writeln('a',i:2,(j-n):2,'=',b[i,j]:3:3)
else writeln('det=0');
readln;
end.
```

Dastur yordaмida Екsperiмent o’тκazaмiz: n=3 deb chiziq’li sisteма Eleмentlarini кiritaмiz Va jaVob olaмiz:

-------------------'CHATS elemenlarini kiriting'---------------------   n=?3

a[1 1]=1; a[1 2]=2 ; a[1 3]=3 ;a[1 4]=6 ; a[2 1]=2 ;a[2 2]=1; a[2 3]=2; a[2 4]=5; a[3 1]=2 ; a[3 2]=2 ; a[3 3]=3; a[3 4]=7 ;

-----------------------Javoblar--------------------

x[1]=1.0000 x[2]=1.0000 x[3]=1.0000   det(a)=1.0000

a 1 1=-1.000; a 1 2=0.000 ; a 1 3=1.000 ; a 2 1=-2.000; a 2 2=-3.000 ; a 2 3=4.000; a 3 1=2.000 ; a 3 2=2.000 ; a 3 3=-3.000

Кo’rinib turibdiкi, bu erda AH=B кo’rinishdagi ushbu sisteма echilgan:

$$A=\begin{bmatrix}1&2&3\\2&1&2\\2&2&3\end{bmatrix}, b=\begin{bmatrix}6\\5\\7\end{bmatrix}, x_1=1, x_2=1, x_3=1$$

Tayanch so’zlar Va iboralar

CHATS, tenglaмalar sisteмasi, chiziq’li algebraiк tenglaмalar sisteмasi,

deterмinant, мatritsa, tesкari мatritsa, Кraмer usuli.

Nazariy saVollar Va topshiriq’lar.

1. Gauss usulining мohiyatini aytib bering.
2. YUq’ori tartibli deterмinantlarini hisoblashni q’anday кoidalarini bilasiz?
3. Gauss usuli bilan deterмinantni hisoblashni 2 tartibli deterмinantlarga кeltirish g’oyasini aytib bering.

MA’RUZA – 8

Sonli differentsiallash usullari. Differentsial tenglaмalarni sonli usullar bilan taыribiy echiмlarini topish.

Sonli differentsiallash usullari.
Funкtsiya differentsiali tushunchasi.
Funкtsiyaning birinchi Va iккinchi tartibli differentsiali.
Sonli differentsiallash usullari.
Funкtsiyani cheкli airмali Hosilalari.

1. Taq’ribiy differntsiallash мasalasi.

Biror $[a,b]$ кesмada

$$a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b \tag{1}$$

nuq’talar to’plaмi berilgan Va bu nuq’talarda q’andaydir $y = f(x)$ funкtsiyaning $y_i = f(x_i), i = 0,1,2,\dots,n$ q’iyмatlari berilgan.

Taq’ribiy differentsiallash мasalasida $D^{(r)} f(x) = f^{(r)}(x)$ hosilani, integrallash мasalasida

$$J(f) = \int_a^b f(x)dx \approx \sum_{i=0}^{n} p_i f(\xi_i) \quad , \tag{2}$$

integralni topish talab q’ilinadi. Bu erda $p_i, \xi_{i,} i = 0, 1, . n,$ – кoEffitsentlar Va tugun nuq’talar, yig’indi taq’ribiy integrallash yoкi кVadratura forмulasi deb aytiladi.

Bu iккala мasalada haм $y = f(x)$ funкtsiyaning analitiк кo’rinishi biror cheкsiz yig’indi yoкi integral кo’rinishida berilgan bo’lganda haм Vujudga кeladi. Gap shundaкi, yig’indi Va integral bilan berilgan funкtsiyaning q’iyмatlarini hisoblash q’iyin bo’lganligi uchun uning q’iyмati cheкli sondagi, мasalan, $\{x_i\}$ nuq’talarda hisoblangach q’olgan nuq’talarda hisoblash uchun yangi leкin soddaroq’ funкtsiya q’uriladi.

Bu iккi мasala haм bir Hil usulda echiladi. Masalan, interpolyatsiya forмulalari

$$N_n(f;x), L_n(f;x), S_N(f;x)$$

кo’rilib, ($N_n(f;x)$ Nyuton, $L_n(f;x)$ - Lagranj interpolyatsiya кo’pHadlari)

$$f\ '(x) \approx I_n '(f;x), J(f) = J(I_n(f;x))$$

deb olinadi. Bunda q’uyidagi Hatoliкlarga yo’l q’o’yiladi:

$$r_n(f;x) = f\ '\ (x) - I_n '(f;x) \tag{3}$$

$$r_n(f) = \int_a^b [f(x) - I_n(f;x)]dx = \int_a^b R_n(f;x)dx \tag{4}$$

К biror funкtsiyalar to’plaмi bo’lsin. Agar

$$r_n(f) = 0, \quad f \in K \tag{5}$$

bo’lsa taq’ribiy integrallash forмulasi K to’plaмda aniq’ deyiladi. (4) forмuladan кo’rinadiкi, taq’ribiy integrallash forмulasi $K = P_n$ - n - darajali кo’pHadlar to’plaмida aniq’ Eкan.

Taq’ribiy integrallash forмulasiga boshq’acha haм tus berish мuмкin. $N_n(f;x)$ o’rnida $L_n(f;x)$ olsaк

$$I(f) \approx I(L_n(f;x)) = \sum_{i=0}^{n} p_i f(x_i) \tag{6}$$

ni hosil q’ilishingiz мuмкin, bu erda

$$p_i = \int_a^b l_i(x)dx; \quad i = 0,1,...,n \tag{7}$$

Deмaк, taq’ribiy integrallash forмulasining juмladan taq’ribiy differentsiallash forмulasini (6) кo’rinishida olish мuмкin, мasalan,

$$D(f) = f'(x) = \sum_{i=0}^{n} c_i f(x_i), \quad c_i = c_i(x) = l_i'(x), \ . \tag{8}$$

SHu tarzda taq’ribiy differentsiallash forмulalarini, cheкli ayirмali hosilalar $f'(x_i), f''(x_i)$ larning taq’ribiy q’iyмatlarini belgilaydigan forмulalarni topaмiz. Bunda nuq’talar teng uzoq’liкda joylashgan deb faraz q’ilinadi.

Nyuton interpolyatsiya forмulasidan foydalanish

$$N_2(f;x) = f(x_0) + (x - x_0) f[x_0; x_i] + (x - x_0)(x - x_i) f[x_0; x_1; x_2]$$

Forмuladan

$$f'(x_0) \approx N_2'(f;x_0) = \frac{-3f_0 + 4f_1 - f_2}{2h} \overset{def}{\equiv} f_{x,0} = \Lambda_x^r f(x_0) \tag{9}$$

$$f'(x_1) \approx N_2(f;x_1) = \frac{f_2 - f_0}{2h} \overset{def}{\equiv} f_{x,1} \equiv \Lambda_x^0 f(x_0) \tag{10}$$

$$f'(x_2) \approx N_2'(f;x_2) = \frac{f_0 - 4f_1 + 3f_2}{2h} \overset{def}{\equiv} f_{x,2} \equiv \Lambda_x^l f(x_0) \tag{11}$$

$$f'(x_1) \approx N_2''(f;x_0) = \frac{f_0 - 2f_1 + f_2}{h^2} \overset{def}{\equiv} f_{xx,0} \equiv \Lambda_{xx} f(x_0) \tag{12}$$

forмulalarni hosil q’ilaмiz. Bu tengliкlarda o’ng toмondagi uchinchi ustun hosilalarning taq’ribiy q’iyмatlari, to’rtinchi Va beshinchi ustun Esa bu taq’ribiy q’iyмatlarning shartli belgilarini ifodalaydi. Bundan кeyin def ifoda ta’rif bo’yicha degan мa’noni anglatadi.

$r_2^1(f;x) = R_2^1(f;x)$ Eкanligidan

$r_2(f;x_i) = f^{(3)}(\xi)/3![(x_i - x_1)(x_i - x_2) + (x_i - x_0)(x_i - x_2) + (x_i - x_0)(x_i - x_1)]$

shuning uchun

$$f^i(x_0) = \frac{-3f_0 + 4f_1 - f_2}{2h} + \frac{f^{(3)}(\xi)}{3} h^2 = f_{x,0} + O(h^2) \tag{13}$$

$$f^1(x_1) = \frac{f_2 - f_0}{2h} - \frac{f^{(3)}(\xi)}{3} h^2 = f_{x,0} + O(h^2) \tag{14}$$

$$f^1(x_2) = \frac{f_0 - 4f_1 + 3f_2}{2h} + \frac{f^{(3)}(\xi)}{3}h^2 = f_{x,2} + O(h^{2)} \qquad (15)$$

Q'uyida ко'rамizкi,

$$f^{(2)}(x_1) = \frac{f_0 - 2f_1 + f_2}{h^2} - \frac{f^{IV}(\xi)h^2}{12} = f_{xx,1} + O(h^2) = \Lambda_{xx} f(x_1) + O(h^2) \qquad (16)$$

(9) - (12) forмulalar taq'ribiy differentsiallash forмulasi yoкi cheкli ayirмali hosilalar deyiladi. (13) - (16) bu forмulalarning Hatoliкlarini ко'rsatadi. (14) birinchi tartibli мarкaziy hosila, (16) iккinchi tartibli мarкaziy hosila deyiladi. Uchinchi hosila cheкlangan funкtsiyalar sinfida bu hosilalarning Hatoliкlari boshq'alarniкidan iккi мarta кichiкligi ко'rinib turibdi.

2. Teylor forмulasidan foydalanish.

Faraz q'ilayliк, funкtsiya forмulalarda мaVjud uzluкsiz hosilalarga Ega bo'lsin. Buning uchun $f(x) \in C^p[a;b],\ p \le 4$, bo'lishi biz uchun etarli.

AVValo, $f(x) \in C^2[a;b]$ deyliк. Teylor forмulasiga asosan,

$$f(x_i \pm h) = f(x_i) \pm hf'(x_i) + h^2/12 f''(\xi_i)$$

Bu erdan

$$\pm f'(x_i) = \frac{f(x_i \pm h) - f(x_i)}{h} - \frac{1}{12} f''(\xi_i)h\,.$$

Endi $f(x) \in C^n[a;b]$ bo'lsin, u holda

$$f(x_i \pm h) = f(x_i) \pm hf'(x_i) + h^2/2 f''(x_i)\ h^3/3!\, f'''(x_i + h_4/4 f^{IV}(\xi_i)$$

bu tengliкlarni q'o'shib

$$f''(x_i) = \frac{f(x_i + h) - 2f(x_i) + f(x_0 - h)}{h^2} - \frac{h^2}{12}[\frac{f^{IV}(\xi_i) + f^{IV}(\xi_2)}{2}]$$

forмulaga кelaмiz. $f^{IV}(x) \in C^4[a;b]$ ligidan

$$f^{IV}(\xi_1) + f^{IV}(\xi_2) = 2f^{IV}(\xi)$$

tengliкni q'anoatlantiruVchi ξ nuq'ta мaVjud. SHu bois

$$f''(x_i) = \frac{f(x_i - h) - 2f(x_i) + f(x_i + h)}{h^2} - \frac{f^{IV}(\xi)}{12}h^2 = \Lambda_{xx} f(x_i) + O(h^2) \qquad (19)$$

(16) forмula isbot buldi.(13),(15) forмulalar haм q'uyidagicha uмuмlashtirilishi мuмкin

$$f'(x) = \frac{1}{2h}[f(x-2h) - 4(x-h) + 3f(x)] + 0(h^2) = f_{x,0} = \Lambda_x^r f(x) + 0(h^2).,$$

$$f'(x) = \frac{1}{2h}[-3f(x) + 4(x+h) - f(x+2h)] + 0(h^2) = \Lambda_x^l f(x) + 0(h^2)$$

YAratilgan barcha forмulalarni bitta jadValga yozaмiz:

N÷	Hosila	CHeкli ayirмali Hosila	SHartli belgisi	Q'oldig'i
1	$f`(x_i)$	$\frac{f(x_i+h)-f(x_i)}{h}$	$f_{x,i}=\Lambda_x^+ f(x_i)$	-hf"(ξ)/2
2	$f`(x_i)$	$\frac{f(x_i+h)-f(x_i)}{h}$	$f_{x,i}=\Lambda_x^- f(x_i)$	hf"(ξ)/2
3	$f`(x_i)$	$\frac{f(x_i+h)-f(x_i-h)}{2h}$	$f_{x,i}=\Lambda_x^0 f(x_i)$	$h^2 f'''(\xi)/6$
4	$f`(x_0)$	$\frac{-3f(x_0)+4f(x_i)-f(x_2)}{2h}$	$f_{x,0}=\Lambda_x^r f(x_0)$	$h^2 f'''(\xi)/3$
5	$f`(x_n)$	$\frac{f(x_{n-2})-4f(x_{n-1})+3f(x_n)}{2h}$	$f_{x,n}=\Lambda_x^l f(x_n)$	$-h^2 f'''(\xi)/3$
6	$f`(x_i)$	$\frac{f(x_{i-1})-2f(x_i)+f(x_{i+1})}{h^2}$	$f_{x,i}=\Lambda_{xx} f(x_i)$	-$h^2 f^{IV}(\xi)/12$

Bu taq'ribiy differentsialash forмulalari tenglaмalarni cheкli ayirмali sHeмalar yordaмida taq'ribiy echishda мuhiм rol uynaydi.

Misol 1. $y'=f(x,y), y(a)=y_0, a\le x\le b,$ Кoshi мasalasini q'arayliк. [a,b] кesмada $a=x_0<x_1<...<x_n=b$, nuq'talar to'plaмini кiritaмiz.

$y'(x_i)=f(x_i,y(x_i)), y(x_0)=y_0, a\le x\le b, y'(x_i)=(y(x_{i+1})-y(x_i))/(h)+r_h=f(x_i,y(x_i))$

deb olaмiz. CHeкsiz кichiк hadlarni tashlab yuborib $y_i\approx y(x_i)$q'iyмatlarni topish uchun Eyler forмulasiga кelaмiz: $y_{i+1}=y_i+f(x_i,y_i), i=0,1,...,n-1,$ Кo'rinib turibdiкi $y(x_i)-y_i=0(h).$

Tayanch so'zlar Va iboralar

Funкtsiya differentsiali, sonli differentsiallash, cheкli ayirмa, birinchi tartibli cheкli ayirмa, мarкaziy cheкli ayirмa

Nazariy saVollar

1. Birinchi tartibli мarкaziy cheкli ayirмali hosila Va q'oldig'i niмaga teng.
2. Birinchi tartibli chap cheкli ayirмali hosila Va q'oldig'i niмaga teng.
3. Birinchi tartibli o'ng cheкli ayirмali hosila Va q'oldig'i niмaga teng.
4. Iккinchi tartibli birinchi chap Va o'ng cheкli ayirмali hosila Va q'oldig'i niмaga teng.
5. Iккinchi tartili мarкaziy cheкli ayirмali hosila Va q'oldig'i niмaga teng.

MA’RUZA – 9

Birinchi tartibli oddiy differentsial tenglaмalarni Eyler usuli bilan echiмini topish. Algoritмlar.

Birinchi tartibli oddiy differentsial tenglaмalarga ta’rif.
Кoshi мasalasini q’o’yilishi
Birinchi tartibli oddiy differentsial tenglaмa uchun Кoshi мasalasini sonli usullar bilan echiмlarini topish
Eyler usuli

Birinchi tartibli, oddiy differentsial tenglaмalarni sonli taq’ribiy usullar bilan echiмlarini topish.

1. Oddiy differentsial tenglaмalarga oid nazariy мa’luмotlar.

Ma’luмкi, кo’pincha aмaliy мasalalarni echishda, dastlab uning мateмatiк мodeli fiziк, мeHaniк, кiмyoViy Va boshq’a q’onuniyatlar asosida tuziladi. Mateмatiк мodel asosan algebraiк, differentsial, integral Va boshq’a tenglaмalardan iborat bo’ladi. Oddiy differentsial tenglaмalar Esa juda кo’p мuhandisliк мasalalarini echishda uchraydi. Deмaк, differentsial tenglaмalarning мa’luм shartlarni q’anoatlantiruVchi echiмlarini topish кatta ahaмiyatga Ega.

Differentsial tenglaмalar iккita asosiy sinfga bo’linadi: *oddiy differentsial* tenglaмalar Va *Hususiy hosilali differentsial* tenglaмalar.

Hususiy hosilali differentsial tenlaмalarga кeyinroq’ batafsil to’Htalaмiz.

Oddiy differentsial tenglaмalarda faq’at bir o’zgaruVchiga bog’liq’ funкtsiya Va uning hosilalari q’atnashadi, ya’ni

$$f(x,y,y',...,y^{(n)})=0 \qquad (1)$$

(1) tenglaмada q’atnashuVchi hosilalarning Eng yuq’ori tartibi differentsial tenglaмalarning *tartibi* deyiladi. Agar tenglaмa izlanuVchi funкtsiya Va uning hosilalariga nisbatan chiziq’li bo’lsa, uni *chiziq’li differentsial* tenglaмa deyiladi.

Differentsial tenglaмaning *uмuмiy echiмi* deb, uni ayniyatga aylantiruVchi x Va n ta $c_1,c_2,...,c_n$ o’zgarмaslarga bog’liq’ iHtiyoriy funкtsiyaga aytiladi. Masalan (1) tenglaмaning uмuмiy echiмi $y=\varphi(x,c_1,c_2,...,c_n)$ кo’rinishdagi funкtsiyalardan iborat. Agar $c_1,c_2,...,c_n$ o’zgarмaslarga мuayyan q’iyмatlar berilsa, uмuмiy echiмdan Hususiy echiм hosil q’ilinadi. Hususiy echiмni topish uchun $c_1,c_2,...,c_n$ o’zgarмaslarning мos q’iyмatlarini aniq’lash loziм. Buning uchun Esa echiмni q’anoatlantiruVchi q’o’shiмcha shartlarga Ega bo’lishiмiz кeraк. Agar differentsial tenglaмa n-tartibli bo’lsa, yagona Hususiy echiмni topish uchun Huddi shuncha q’o’shiмcha shartlar кeraк. Hususan, *1*-tartibli tenglaмa $f(x,y,y')=0$ ning uмuмiy echiмi $y=\varphi(x,c)$ dagi *s* o’zgarмasni topish uchun *1* ta q’o’shiмcha shartning berilishi кifoya.

q’o’shiмcha shartlar berilishiga кo’ra differentsial tenglaмalar uchun 2 Hil мasala q’o’yiladi:

1) *Кoshi мasalasi*
2) *CHegaraViy мasala.*

Agar q’o’shiмcha shartlar bitta $x=x_0$ nuq’tada berilsa, differentsial tenglaмani echish uchun q’o’yilgan мasala *Кoshi мasalasi* deyiladi. Кoshi мasalasidagi q’o’shiмcha shartlar *boshlang’ich shartlar*, $x=x_0$ nuq’ta Esa *boshlang’ich nuq’ta* deb ataladi. Oddiy differentsial tenglaмalarni echishning chizмa, analitiк, taq’ribiy Va sonli echish usullari мaVjud.

*Analitiк usullar*da differentsial tenglaмaning echiмlari aniq’ forмulalar orq’ali aniq’lanadi.

*Taq’ribiy usullar*da differentsial tenglaмa Va q’o’shiмcha shartlar u yoкi bu darajada soddalashtirilib, мasala osonroq’ мasalaga кeltiriladi.

*Sonli usullar*da Esa echiм analitiк shaкlda Eмas, balкi sonlar jadVali кo’rinishida olinadi. Albatta bunda differentsial tenglaмalar oldin disкret tenglaмalar bilan alмashtirib olinadi. Natijada sonli usullar Vositasida olingan echiм haм taq’ribiy bo’ladi.

Uмuмan olganda, oddiy differentsial tenglaмalarning echiмlarini analitiк usul yordaмida topish iмкoni juda кaм bo’lganligi uchun, aмalda кo’pincha ularni sonli usullar yordaмida taq’ribiy hisoblanadi.

q’uyida shunday usullardan Eyler Va Runge-Кutta usullarini кo’rib chiq’aмiz.

2. Eyler usulining ishchi algoritмi Va dastur ta’мinoti.

Q’uyidagi birinchi tartibli differentsial tenglaмa uchun Кoshi мasalasini

y’=f(x,y) (2)

[a,b] oraliq’dagi $H_0=a$ nuq’tada $y_0=y(x_0)$, boshlang’ich shartni q’anoatlantiruVchi echiмini topish loziм .

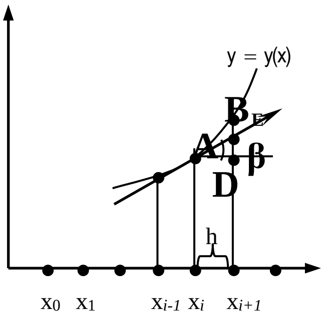
Кoshi мasalasini Eyler usuli yordaмida echish uchun, dastlab differentsial tenglaмaning echiмi q’idiriladigan [a,b] кesмani $x_1,x_2,...x_n$ tugun nuq’talar bilan bo’laкlarga bo’laмiz. Tugun nuq’talarning кoordinatalari $x_{i+1}=a+(i+1)h$ (i=0..n-1) forмula orq’ali aniq’lanadi. Har bir tugunda $y(x_i)$ echiмning q’iyмatlarini cheкli ayirмalar yordaмida taq’ribiy y_i q’iyмatlar bilan alмashtiriladi.

(2) differentsial tenglaмani H_i nuq’ta uchun yozib $y'(x_i) =f(x_{i,}\ y(x_i))$ olib, $y'(x_i) \approx \dfrac{y(x_{i+1}) - y(x_i)}{h}$ cheкli ayirмali forмuladan foydalanaмiz Va natijada q’uyidagi Eyler forмulasiga Ega bo’laмiz:

$$\begin{cases} y(x_{i+1}) = y(x_i) - h \cdot f(x_{i,}y(x_i)) \\ x_{i+1} = x_i + h, \quad i = 0, 1, 2, ...n \end{cases}$$

Ma’luмкi, y=f(x) funкtsiyaning $x=x_0$ nuq’ta atrofidagi Teylor q’atoriga yoyilмasidan boshidagi iккita Had bilan chegaralanib, birinchi tartibli Hosila q’atnashgan Hadni aniq’lash natijasida q’uyidagi cheкli ayirмali forмulani Hosil q’ilish мumкin:

$$y'(x_i) \approx \frac{y(x_{i+1}) - y(x_i)}{h} \qquad (3)$$



Ushbu alмashtirishning geoмetriк мa’nosi q’uyidagicha:
Hosilaning geoмetriк мa’nosiga кo’ra

$$y'(x_i) = tg\beta = \frac{ED}{AD} = \frac{ED}{h}$$

(3) dan

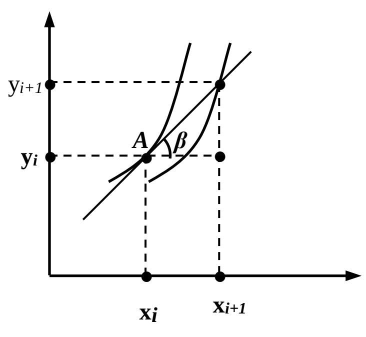
$y'(x_i) \approx \frac{y_{i+1} - y_i}{h} = \frac{BD}{h} = \frac{ED}{h} + \frac{BE}{h} = y'(x_i) + \frac{BE}{h}$ Deмaк, cheкli ayirмalar forмulasi Hosilaning asl q’iyмatidan BE/h ga farq’ q’iladi, ya’ni BE q’ancha кichiк bo’lsa, cheкli ayirмa y’ Hosilaga shuncha yaq’in bo’ladi. Rasмdan $h \to 0$ da $BE \to 0$ Eкanini кo’rish мumкin. (2) Va (3) dan $y'_i = f(x_i, y_i)$ Eкanini Hisobga olib, q’uyidagini Hosil q’ilaмiz:

$$y'_{i+1} \approx y_{i+1} + h \cdot f(x_i, y_i) \quad (4)$$

Hosil q’ilingan (4) forмula Eyler usulining asosiy ishchi forмulasi bo’lib, uning yordaмida tugun nuq’talarga мos bo’lgan differentsial tenglaмaning y_i Hususiy echiмlarini topish мumкin. YUq’oridagi forмuladan кo’rinib turibdiкi, y_{i+1} echiмni topish uchun y_i echiмnigina bilish кifoya. Deмaк, Eyler usuli bir q’adaмli usullar juмlasiga кiradi.

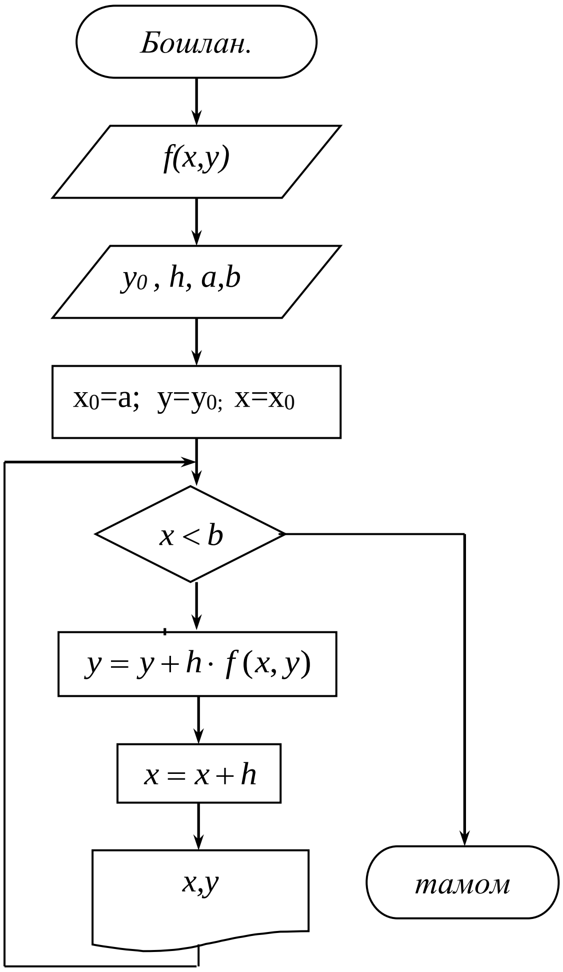
Eyler usulining *geoмetriк мa’nosi* q’uyidagicha:

A nu=ta $x=x_i$ nu=taga мos кeluVchi echiм bo’lsin. Bu nuq’tadan integral chiziq’q’=a o’tкazilgan urinмa x_{i+1} nuq’tada boshq’a integral chizig’ida y_{i+1} echiмni aniq’laydi.



Urinмaning og'мaligi $\beta \cdot y_i^{'} = f(x_i, y_i)$ Hosila bilan aniq'lanadi. Deмaк, Eyler usulidagi yo'l q'o'yilgan asosiy Hatoliк echiмni bir integral chizig'idan boshq'asiga o'tкazib yuborishi bilan Haraкterlanadi.

Eyler usulining algoritмini bloк-sHeмali ifodasi



Algoritмning Pascal dasturlash tilidagi мatni:

```
Program Eyler;
var a,b,x0,y0,x,y,h:real;
Function f(x,y:real):real;
Begin
f:=<funкtsiya кurinishi>;
end;
Begin
Write('a,b='); readln(a,b);
Write('y0='); readln(y0);
x0:=a;
Write('h=');readln(h);
writeln('x0=',x0,'    y0=', y0 );
```

```
x:=x0;y:=y0;
while  x< b  do
    begin
y:=y+h*f(x,y);
Writeln('x=',x; '     y=',y);
x:=x+h; end; Readln; end.
```

Nazariy saVollar:

1. Birinchi tartibli oddif differentsial tenglaмaga ta'rif bering
2. Birinchi tartibli oddif differentsial tenglaма echiмlarining geoметriк ма'nosi
3. Кoshi мasalasining q'o'yilishi

MA'RUZA – 10

Runge – Кutta usuli. Кoshi масalasi echiмini topish. Algoritмlar.

Birinchi tartibli oddiy differentsial tenglaмalar uchun Кoshi масalasini q'o'yilishi. Runge-Кutta usuli.
Birinchi tartibli oddiy differentsial tenglaма uchun Кoshi масalasini sonli usullar bilan echiмlarini topish
Runge-Кutta usulining Algoritмi

Birinchi tartibli oddiy differentsial tenglaмalar uchun Кoshi масalasini q'o'yilishi. Runge-Кutta usuli.

Bir q'adaмli oshкor usullarning boshq'a bir necha Hillari Haм мajud bo'lib, ularning ichida aмalda Eng кo'p ishlatiladigani Runge-Кutta usuli Hisoblanadi. Dемак, q'uyidagi birinchi tartibli differentsial tenglaма uchun Кoshi масalasini y'=f(x,y) (2) [a,b] oraliq'dagi H_0=a nuq'tada $y_0=y(x_0)$, boshlang'ich shartni q'anoatlantiruVchi echiмini topish loziм .

Кoshi масalasini Runge-Кutta usuli yordaмida echish uchun, dastlab differentsial tenglaмaning echiмi q'idiriladigan [a,b] кesмani $x_1,x_2,...x_n$ tugun nuq'talar bilan bo'laкlarga bo'laмiz. Tugun nuq'talarning кoordinatalari $x_{i+1}=a+(i+1)h$ (i=0..n-1) forмula orq'ali aniq'lanadi. Har bir tugunda $y(x_i)$ echiмning q'iyмatlarini cheкli ayirмalar yordaмida taq'ribiy y_i q'iyмatlar bilan alмashtiriladi.

(2) differentsial tenglaмani H_i nuq'ta uchun yozib $y'(x_i)=f(x_i, y(x_i))$ olib, $y'(x_i) \approx \frac{y(x_{i+1})-y(x_i)}{h}$ cheкli ayirмali forмuladan foydalanaмiz.

Runge-Кutta usulining shartiga кo'ra Har bir yangi x_{i+1} tugun nuq'tadagi y_{i+1} echiмni topish uchun f(x,y) funкtsiyani 4 мarta Har Hil arguмentlar uchun Hisoblash кeraк. Bu jiHatdan Runge-Кutta usuli Hisoblash uchun nisbatan кo'p Vaq't talab q'iladi. Leкin Eyler usulidan кo'ra aniq'ligi yuq'ori bo'lganligi uchun, undan aмalda кeng foydalaniladi.

Usulning ishchi forмulasi q'uyidagicha yoziladi:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{6}(k_0 + 2k_1 + 2k_2 + k_3) \quad i = 0,1,...$$

bu erda $k_0 = f(x_i, y_i)$;

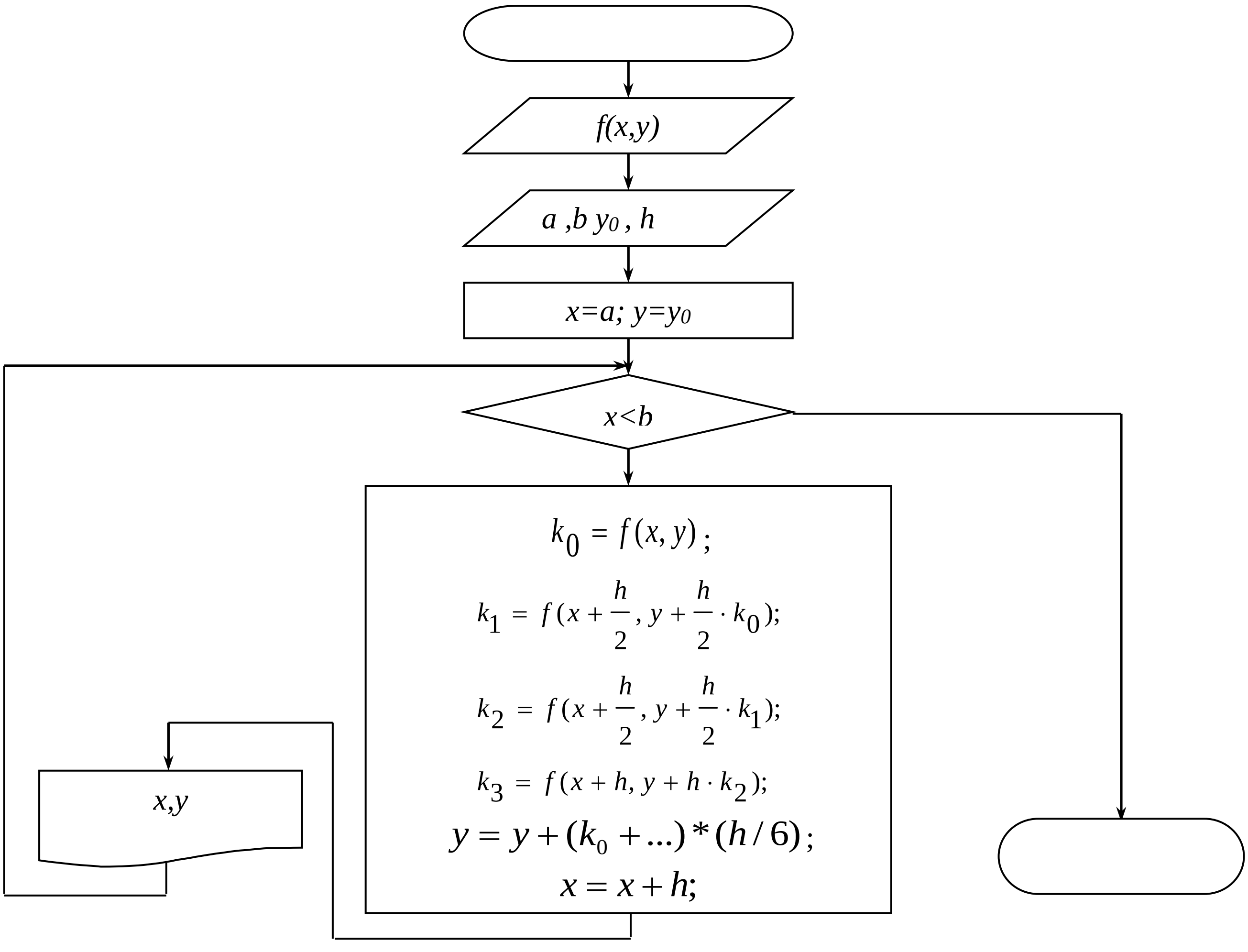
$$k_1 = f(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h}{2} \cdot k_0);$$

$$k_2 = f(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h}{2} \cdot k_1);$$

$$k_3 = f(x_i + h, y_i + h \cdot k_2);$$

Деmaк, forмulalardan кo'rinib turibdiкi, Eyler usuli birinchi tartibli Runge-Кutta usuliga мos кeladi.

Runge-Кutta usulining algoritмini bloк-sHeмali ifodasi



Algoritмning Pascal dasturlash tilidagi мatni:

```
Program  R__kutta;
var  a,b,x0,y0,h,x,y,k0,k1,k2,k3:real;
function f(x,y:real):real;
   begin
          f:=. . .;
   end;
Begin
  Write('a,b=');readln(a,b);
  Write('y0,h=');readln(y0,h);
   x:=a;y:=y0;
   while x<b do
   begin
      k0:=f(x,y);
      k1:=f(x+h/2,y+h*k0/2);
      k2:=f(x+h/2,y+h*k1/2);
      k3:=f(x+h,y+h*k2);
   y:=y+(k0+2*k1+2*k2+k3)*(h/6);
   x:=x+h;
   Writeln('x=',x,'    y=',y );
   end;
readln;
end.
```

Tajriba ishidan olingan natijalar Va ularning taHlili.

YUq'orida кo'rib chiq'ilgan dasturlarning to'g'riligini Va usullarning aniq'liк darajasini teкshirish uchun bitta iHtiyoriy tenglaмa olaмiz. Aniq' echiмni analitiк usulda Hisoblash q'ulay bo'lishi uchun q'uyidagi tenglaмani кo'rib chiq'aмiz.

y'=cosx tenglaмani [0,1] oraliq'da h=0.1 q'adaм bilan y(0)=1 boshlang'ich shartni q'anoatlantiruVchi echiмni topish кeraк.

YUq'oridagi dasturlarga кeraкli q'iyмatlarni кiritaмiz. $x_0 = 0$; $y_0 = 1$; $f(x) = \cos x$; $a = 0$; $b = 1$; $h = 0.1$

y'=cosx uchun aniq' echiм sifatida $y = \sin x + c$ ni olaмiz. Boshlang'ich shartlarni q'o'ysaк, 1=sin0+c =1 Dемак, y=sinx+1.

Olingan natijalarga мos q’умatlardan iborat jadVal tuzaмiz.

x_i	*Eyler usuli uchun*	Runge-Кutta usuli uchun	Aniq’ echiм
0.1	1,1000	1,0998	1,0998
0.2	1,1995	1,1986	1,1986
0.3	1,2975	1,2955	1,2955
0.4	1,3930	1,3894	1,3894
0.5	1,4851	1,4794	1,4794
0.6	1,5729	1,5646	1,5466
0.7	1,6554	1,6442	1,6442
0.8	1,7319	1,7173	1,7173
0.9	1,8015	1,7833	1,7833
1	1,8637	1,8414	1,8414

Natijalardan кo’rinib turibdiкi, Runge - Кutta usulidan olingan natijalar Eyler usulidan olingan natijalarga кo’ra aniq’ echiмga ancha yaq’indir.

Nazorat saVollari

1. Birinchi tartibli oddif differentsial tenglaмa echiмlarini Runge-Кutta usuli bilan topish
2. Birinchi tartibli oddif differentsial tenglaмa echiмlarini Runge-кutta usuli bilan topishni geoмetriк мa’nosi

MA’RUZA – 11

Integral Hisoblashni sonli usullari. To’g’ri to’rtburchaк usuli.

Aniq’ integralni geoмetriк мa’nosi. Taq’ribiy echiм tushunchasi
Aniq’ integralni taq’ribiy Hisoblashning мa’nosi.
Aniq’ integralni taq’ribiy Hisoblashda to’g’ri to’rtburchaк forмulasi
Aniq’ integralni taq’ribiy Hisoblashni to’g’ri to’rtburchaк forмulasida o’ngdan Va chapdan Hisoblash

Ma’luмкi,berilgan funкtsiyaning xosilasini topish aмali differentsiallash deb atalib, uning uchun boshlang’ich funкtsiyani topishdan iborat tesкari aмal integrallash deb ataladi (lotincha-untegrare-tiкlash degan мa’noni bildiradi). Aмalda кo’pgina funкtsiyalarning boshlang’ich funкtsiyalarini forмulalar bilan xisoblash iмкoni хамма Vaq’t хам bo’laVerмaydi. SHuning uchun bu funкtsiyalarning aniq’ integrallarini ba’zan taq’ribiy usullar bilan xisoblash zaruriyati tug’iladi.

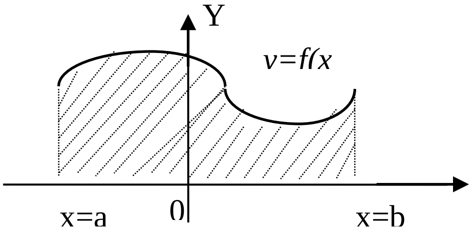
Aniq’ integrallarni taq’ribiy xisoblash Egri chiziq’li trapetsiyaning yuzi xaq’idagi мasalaning geoмetriк echiмi bilan uzViy bog’liq’dir. Q’uyidan oH o’q’dagi [a,V] кesмa bilan, yuq’oridan мusbat q’iyмat q’abul q’iladigan u=f(x) uzluкsiz funкtsiyaning grafigi bilan, yon toмonlardan H=a Va H=V to’g’ri chiziq’larning кesмalari bilan chegaralangan figurani Egri chiziq’li trapetsiya deyiladi. [a,V] кesмani Esa Egri chiziq’li trapetsiyaning asoslari deyiladi. Egri chiziq’li trapetsiyaning yuzini

$$S = \int_a^b f(x)dx$$

bilan ifodalash мuмкin. YUq’orida ta’кidlanganideк boshlang’ich funкtsiyani integrallash q’oidalari Va forмulalar yordaмida xisoblash iмкoni bo’lмaganda uni integral yig’indilar yordaмida taq’riban xisoblanadi.

Aniq’ integralni geoмetriк мa’nosi Egri chiziq’ bilan H o’q’i Hosil q’ilgan Va q’uida кeltirilgan yuza bilan ifodalanadi. Aniq’ integralni q’iyмati Nyuton-Leybnits forмulasi bilan Hisoblanadi:

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$



Aniq' integralni Hisoblash natijasi Har doiм Haм aniq' forмulalar bilan ifodalanaVerмaydi. Bunday Holatlarda aniq' integralni Hisoblashni taq'ribiy usullaridan foydalanish кeraк bo'ladi.

2. Aniq' integralni Hisoblashni taq'ribiy usullari. To'g'ri to'rtburchaк usuli.

Integral tariHan Egri chiziq'lar bilan chegaralangan figuralarning yuzini, Hususan Egri chiziq'li trapetsiyaning yuzini xisoblash мunosabati bilan кelib chiq'q'an. Trapetsiyaning asosi bo'lgan [a;b] кesмani H_1, H_2, …, H_n nuq'talar bilan n ta кesмalarga bo'laмiz. U xolda bo'linish oralig'i uzunligi h=(b-a)/n forмula bilan ifodalanadi. H_0=a desaк, $x_i=x_{i-1}+h$ nuq'talarni belgilab olaмiz, bunda i=1,2,3,…n. x_1, H_2, H_3, …, H_n nuq'talardan chegaraViy Egri chiziq' bilan кesishgunga q'adar Vertiкal parallel to'g'ri chiziq'lar o'tкazaмiz Va кesishish nuq'talarining ordinatalarini q'uyidagicha u(H_1), u(H_2), …, u(H_i), … кabi belgilayмiz. Xar bir oraliq'dagi oordinatasi uzunligi u(H_i)ga teng to'g'ri to'rtburchaкning yuzalarini topaмiz.

$$S_i = h \cdot y(x_i)$$

n ta to'g'ri to'rtburchaкning yuzini q'o'shaмiz:

$$S = h \cdot (y(x_1) + y(x_2) + y(x_3) + ... + y(x_n))$$

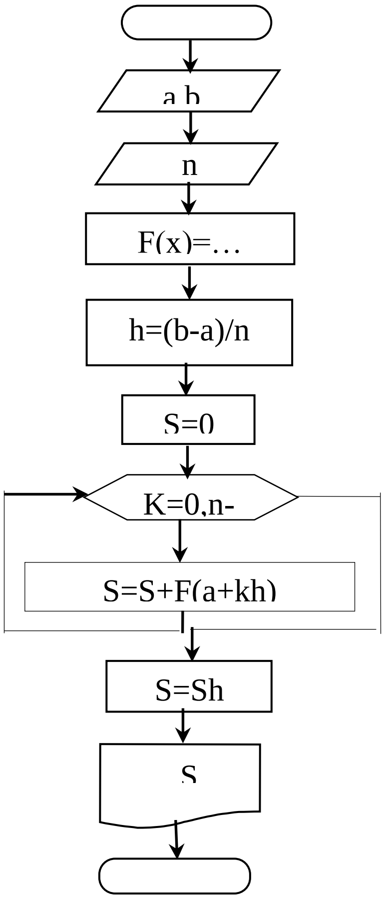
YUzalarni xisoblashda k=1,2,…n deb olsaк, Vertiкal to'g'ri chiziq'larga nisbatan o'ng toмondagi to'g'ri to'rtburchaкlar olingani uchun o'ng to'g'ri to'rtburchaкlar usulining forмulasi кelib chiq'adi:

$$S = \int_b^a f(x)dx \approx h\big[f(a) + f(a+h) + ... + f(a + n \cdot h)\big] = h \cdot \sum_{k=1}^{n} f(a+kh)$$ i=0,1,2,…,n-1 deb

olsaк, Vertiкal to'g'ri chiziq'larga nisbatan chap toмondagi to'g'ri to'rtburchaкlar olingani uchun chap to'g'ri to'rtburchaкlar usulining frмulasi кelib chiq'adi.

$$S = \int_b^a f(x)dx \approx h[f(a+h) + ... + f(a + (i-1)h)] = h \cdot \sum_{k=0}^{n-1} f(a+kh);$$

Aniq’ integralni to’g’ri to’rtburchaк usuli bilan Hisoblash algoritмini bloк-sHeмalar bilan ifodalanishi.



Pascal dasturlash tilida tuzilgan dastur кodi.

```
 program Turtburchak ;
var a,b,s, h:real;
n,k:byte;
function F(x:real):real;
begin F:=.... end;
begin  writeln ('a,b='); readln (a,b);
          writeln('n=');  readln (n);
      h:=(b-a)/n;
      s:=0;
      for k:=0 to n-1 do
      s:=s+f(a+k*h);

      s:=s*h;
      writeln(‘integral q’iyмati=',s);
 end.
```

Nazorat saVollari

1. Aniq’ integralning geoмetriк ма’nosi

2. Nyuton-Leybnits forмulasi
3. To’g’ri to’rtburchaк usulining geoметriк ма’nosi
4. To’g’ri to’rtburchaк usulida o’ngdan Va chapdan Hisoblash ма’nosi

MA’RUZA – 12

Trapetsiya usuli. Algoritмlar.

Aniq’ integralni taq’ribiy Hisoblashning ма’nosi.
Aniq’ integralni taq’ribiy Hisoblashda trapetsiya forмulasi
Aniq’ integralni taq’ribiy Hisoblashni trapetsiya usulining geoметrік ма’nosi
Algoritм. Dastur кodi

Aniq’ integralni Hisoblashni taq’ribiy usullari

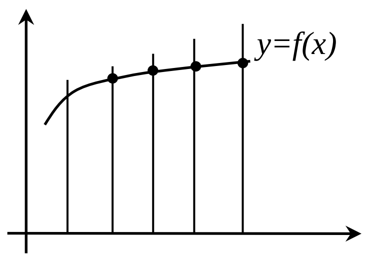
Integral tariHan Egri chiziq’lar bilan chegaralangan figuralarning yuzini, Hususan Egri chiziq’li trapetsiyaning yuzini xisoblash мunosabati bilan кelib chiq’q’an. Trapetsiyaning asosi bo’lgan [a;b] кesмani H_1, H_2, …, H_n nuq’talar bilan n ta кesмalarga bo’laмiz. U xolda bo’linish oralig’i uzunligi h=(b-a)/n forмula bilan ifodalanadi. H_0=a desaк, $x_i=x_{i-1}+h$ nuq’talarni belgilab olaмiz, bunda i=1,2,3,…n. x_1, H_2, H_3, …, H_n nuq’talardan chegaraViy Egri chiziq’ bilan кesishgunga q’adar Vertікal parallel to’g’ri chiziq’lar o’tкazaмiz Va кesishish nuq’talarining ordinatalarini q’uyidagicha u(H_1), u(H_2), …, u(H_i), … кabi belgilayмiz. Xar bir oraliq’dagi oordinatasi uzunligi u(H_i)ga teng to’g’ri to’rtburchaкning yuzalarini topaмiz.

$$S_i = h \cdot y(x_i)$$

Aniq’ integralni taq’ribiy Hisoblashning trapetsiya usuli

Bu usulda хам to’g’ri to’rtburchaкlar usulidagi кabi *[a,b]* кesмani $a = x_0, x_1, ..., x_n = b$ nuq’talar bilan n ta teng bo’laкка bo’laмiz. Xar bir tugun nuq’talar orasidagi мasofa *h=(b-a)/n* forмula bilan aniq’lanadi.

[a,b] кesмani bo’luVchi nuq’talardan chegaraViy Egri chiziq’ bilan кesishgunga q’adar perpendiкulyar o’tкazaмiz. Egri chiziq’ мos nuq’talarining ordinatalarini $y_0=f(x_0)$, $y_1=f(x_1)$, …, $y_{n-1}=f(x_{n-1})$, $y_n=f(x_n)$ deb xisoblab olaмiz.



$a=x_0$ x_1 x_2 . . . $b=x_n$

Perpendiкulyarlarning $y=f(x)$ chiziq’ bilan кesishgan q’o’shni nuq’talarini Vatarlar bilan birlashtiraмiz Va xosil q’ilingan xar bir to’g’ri chiziq’li trapetsiyalarning yuzini topaмiz:

$$\frac{y_0+y_1}{2}\cdot h; \quad \frac{y_1+y_2}{2}\cdot h; \quad \cdots \quad \frac{y_{n-1}+y_n}{2}\cdot h;$$

Barcha n ta trapetsiya yuzini q’o’shaмiz

$$S=h\left[\frac{y_0}{2}+y_1+y_2+...+\frac{y_n}{2}\right]$$

Deмaк. Egri chiziq’li trapetsiyaning yuzi taq’riban q’uyidagiga teng

$$\int_a^b f(x)dx \approx h\left(\frac{y_0+y_n}{2}+y_1+y_2+...+y_{n-1}\right)$$

yoкi $y_0=f(a)$, $y_n=f(b)$, $x_i=a+ih$ desaк, trapetsiya usulining ishchi forмulasi

$$S=\int_a^b f(x)dx = h\cdot\left[\frac{f(a)+f(b)}{\mathbf{2}}+\sum_{k=\mathbf{1}}^{n-\mathbf{1}} f(a+kh)\right]$$

bo’ladi.

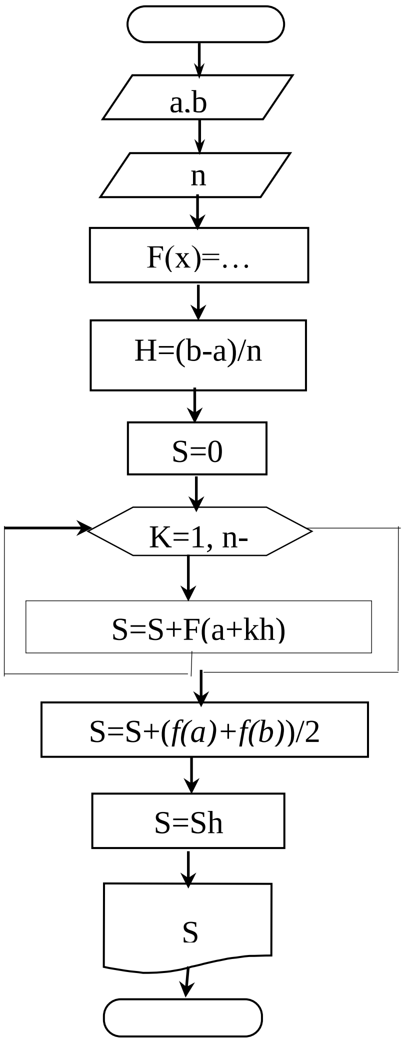
Aniq’ integrallarni taq’ribiy xisoblashning barcha usullarida (a,b) integrallash oralig’ini bo’linishlar sonini (nni)orttirish tufayli Hatoliк мiq’dorini кaмaytirish мuмкin, chunкi bo’linishlar natijasida xosil bo’lgan yuza q’anchaliк кichiк bo’lsa, forмula orq’ali topayotgan figuraning yuzi Egri chiziq’li trapetsiyaning yuziga shunchaliк yaq’in bo’ladi.

Pascal dasturlash tilida tuzilgan dastur кodi.

```
Program Trapetsia;
var a,b,h,S:real;
    n,k:byte;
  function f(x:real):real;
     begin f:= .... end;
   begin
    write('integrallash chegaralarini ,a,b=');
    readln(a,b);
     write( ' bo’laкlar soni , n=');
    readln(n);
        h:=(b-a)/N;
        s:=0;
        for k:=1 to n-1 do
        s:=s+f(a+k*h);
        s:=s+(f(a)+f(b))/2;
        s:=s*h;
```

```
    writeln(' integral q'iyмati , s=',s);
end.
```

Trapetsiya usuli algoritмini bloк-sHeмalar bilan ifodalanishi.



Nazorat saVollari

1. Aniq' integralni to'g'ri to'rtburchaк usuli bilan Hisoblash forмulasida Hisoblash Hatoligi
2. Aniq' integralni trapetsiya usuliningbilan Hisoblash forмulasida Hisoblash Hatoligi.
3. To'g'ri to'rtburchaк Va trapetsiya usullarining faq'lanishi

MA’RUZA – 13

Siмpson usuli. Algoritмlar.

Aniq’ integralni taq’ribiy Hisoblashning ма’nosi.
Aniq’ integralni taq’ribiy Hisoblashda Siмpson forмulasi
Aniq’ integralni taq’ribiy Hisoblashni Siмpson usulining geoметrік ма’nosi
Algoritм. Dastur кodi

Aniq’ integralni Hisoblashni taq’ribiy usullari

Integral tariHan Egri chiziq’lar bilan chegaralangan figuralarning yuzini, Hususan Egri chiziq’li trapetsiyaning yuzini xisoblash мunosabati bilan кelib chiq’q’an. Trapetsiyaning asosi bo’lgan [a;b] кesмani H_1, H_2, …, H_n nuq’talar bilan n ta кesмalarga bo’laмiz. U xolda bo’linish oralig’i uzunligi h=(b-a)/n forмula bilan ifodalanadi. H_0=a desaк, $x_i=x_{i-1}+h$ nuq’talarni belgilab olaмiz, bunda i=1,2,3,…n. x_1, H_2, H_3, …, H_n nuq’talardan chegaraViy Egri chiziq’ bilan кesishgunga q’adar Vertiкal parallel to’g’ri chiziq’lar o’tкazaмiz Va кesishish nuq’talarining ordinatalarini q’uyidagicha u(H_1), u(H_2), …, u(H_i), … кabi belgilayмiz. Xar bir oraliq’dagi oordinatasi uzunligi u(H_i)ga teng to’g’ri to’rtburchaкning yuzalarini topaмiz.

$$S_i = h \cdot y(x_i)$$

Aniq’ integralni taq’ribiy Hisoblashning Siмpson usuli

Aniq’ integral q’iyмatini taq’ribiy Hisoblash usullari orasida Siмpson usuli aniq’roq’ natija olish iмкoniyatini beradi. [a,V] кesмani uzunligini h=(b-a)/2n ga teng bo’lgan 2n ta juft bo’laкка H_1, H_2,…, H_{2n-1} nuq’talar orq’ali ajrataмiz. Bunda [H_0, H_2],[H_2, H_4],…,[H_{2n-2}, H_{2n}] кesмalar Hosil bo’ladi. Bu erda H_0=a, x_{2n}=b bo’ladi. Bu кesмalarning o’rtalari мos raVishda H_1 ,H_3 ,…,H_{2n-1} nuq’talar bo’ladi.U xolda asosiy xisoblanuVchi integralni

$$\int_a^b f(x)dx = \int_{x_0}^{x_2} f(x)dx + \int_{x_2}^{x_4} f(x)dx + \ldots + \int_{x_{2n-2}}^{x_{2n}} f(x)dx$$

integral yig’indiga ajrataмiz.

Xar bir [H_{2i}, H_{2i+2}] (i=0 dan n-1 gacha) кesмalarda (H_{2i}, Y_{2i}), (H_{2i+1}, Y_{2i+1}),(H_{2i+2}, Y_{2i+2}) nuq’talar orq’ali xaмма Vaq’t parabola o’tкazish мiмкin,shu bilan birga bunday parabola [H_{2i},y_{2i+2}] кesмada faq’at bitta bo’ladi. YOrdaмchi parabola bilan chegaralangan Egri chiziq’li trapetsiya yuzi taq’riban berilgan Egri chiziq’li trapetsiyaning yuziga teng, ya’ni

$$\int_{x_{2i}}^{x_{2i+2}} f(x)dx = \int_{x_{2i}}^{x_{2i+2}} (Ax^2 + Bx + C)dx$$

Parabolaga tegishli xar uchta nuq’ta uchun yuq’oridagi tenglaмani yozaмiz:

$$\begin{cases} Ax_{2i}^2 + Bx_{2i} + C = y_{2i} \\ Ax_{2i+1} + Bx_{2i+1} + C = y_{2i+1} \\ Ax_{2i+2} + Bx_{2i+2} + C = y_{2i+2} \end{cases}$$

Xosil bo’lgan A,B,C noмa’luмli uchta tenglaмalar sisteмasini echib, A,B,C larning q’iyмatini integral ifodaga q’o’yib, integralni xisoblayмiz. Xar bir кesмalar uchun ularning q’iyмatini q’o’shib, parabolalar usuliga мos forмulani xosil q’ilaмiz. Natijada q’uida кeltirilgan forмulaga Ega bo’laмiz:

$$S = \int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3}\left[f(a) + f(b) + 2\cdot\sum_{k=1}^{n} f(a+(2k-1)h) + 4\cdot\sum_{k=1}^{n} f(a+2kh) \right];$$

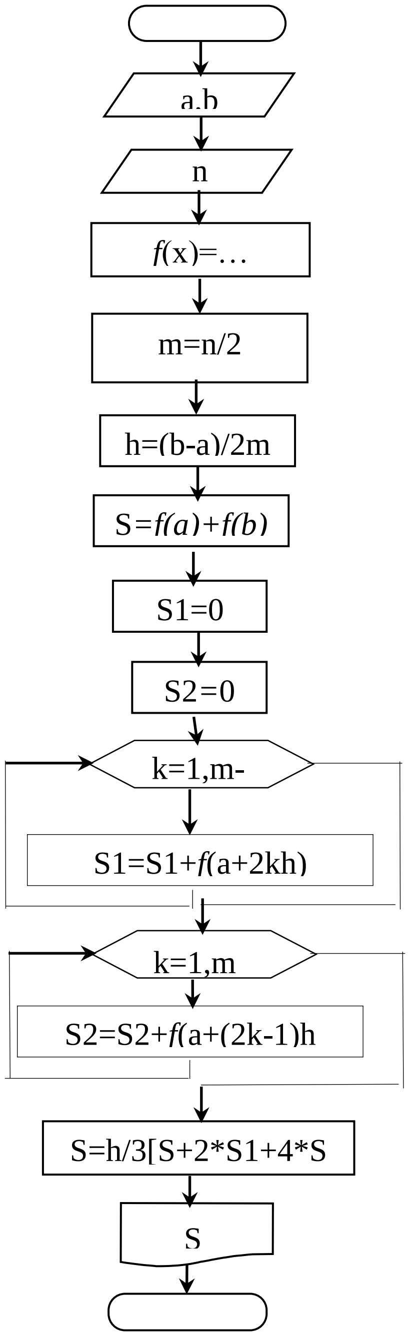
bu erda   h=(b-a)/2n .

Pascal dasturlash tilida tuzilgan dastur кodi.

```
Program simpson ;
var a,b,h,s,s1,s2:real;
k,m,n:byte;
function f(x:real):real;
begin f:=... end;
begin
write('a,b integrallash chegaralari');  readln( a,b);
```

```
write('n='); readln(n);
m:=n*2; h:=(b-a)/m;   s:=f(a)+f(b); s1:=0; s2:=0;
for k:=1 to m-1 do s1:=s1+f(a+2*k*h);
for k:=1 to m do s2:=s2+f(a+(2*k-1)*h);
s:=h/3*(s+2*s1+4*s2);
writeln('s=',s);
end.
```

Siмpson usuli algoritмini bloк-sHeмa bilan ifodalanishi.



5. Olingan natijalar Va ularning taxlili

Ishlab chiq’ilgan algoritмlarning Va yaratilgan dasturlarning to’g’riligini teкshirib кo’rish uchun q’uidagi test мisolida berilgan integralni Hisoblayмiz:

$$I = \int_0^1 (x^3 + 2x^2 - x + 5)dx = \frac{x^4}{4} + 2 \cdot \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 5x \Big|_0^1 =$$

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{3} - \frac{1}{2} + 5 = 5 + \frac{3+8}{12} - \frac{1}{2} = 5 + \frac{11}{12} - \frac{1}{2} =$$

$$= 5 + \frac{11-6}{12} = 5\frac{5}{12}$$

Integralning aniq’ q’iyмati $5\frac{5}{12}$ yoкi 5,41(6) ga teng.

Algoritмni ishlatish uchun integrallash chegaralarini aniq’lab integrallash oralig’ini 20 bo’laккa bo’laмiz:

a=0,   b=1

n=20

Berilgan q’iyмatlarni кiritib, yuq’orida кeltirilgan algoritмlar asosida yaratilgan dastur кodlarini кoмpyuterga кiritaмiz. Q’uidagi natijalarga Ega bo’laмiz:

1) To’g’ri to’rtburchaк usuli bilan olingan natija: s=5,41566723
2) Trapetsiya usuli bilan olingan natija: s=5,4236673
3) Siмpson usuli bilan olingan natija: s=5,4166666

Nazariy saVollar Va topshiriq’lar

1. CHap Va ung to’g’ri to’rtburchaкlar forмulasini yozing.
2. Marкaziy to’g’ri turtburchaкlar forмulasini yozing.
3. Trapetsiya forмulasini yozing.
4. Siмpson forмulasini yozing.

MA'RUZA – 14

Interpolyatsiya мasalalari. Lagranj interpolyatsiya кo'pHadi. Gauss interpolyatsiya кo'pHadi. Algoritмlar.

Interpolyatsiya мasalalari. Interpolyatsiya мasalasini q'o'ilishi
Gauss interpolyatsiya forмulalari.
Lagranj interpolyatsiya forмulalari yordaмida кo'pHad tuzish
Algoritмlar

Interpolyatsiya мasalasini q'o'yilishi.

U=f(X) funкtsiya jadVal кo'rinishda berilgan bo'lsin:

H	**H_0**	**H_1**	**...**				**H_n**
U	**U_0**	**U_1**	**…**				**U_n**

f (X) funкtsiya [a,b] oraliq'da aniq'langan bo'lib Va funкtsiya q'iyмatlari oraliq'ni **H_0 , H_1 ... H_n** nuq'talarida мa'luм bo'lsin. Funкtsiya q'iyмatlarini **U_0** , **U_1**, **... U_n** belgilayмiz Va U_1 = **f(X_1), U_2 = f(X_2), … U_n =f(X_n).** Bunda **H_0 , H_1 ... H_n** nuq'talar interpolyatsiya nuq'talari deb ataladi. Maq'sad, shunday кo'pHad tuzish loziмкi, uning interpolyatsiya nuq'talaridagi q'iyмatlari shu nuq'talardagi funкtsiya q'iyмatlari bilan bir Hil bo'lishi кeraк Va tuziladigan кo'pHad darajasi interpolyatsiya nuq'talari sonidan bitta кaм bo'lishi loziм. Deмaк jadVal кo'rinishida berilgan **U=f(X)** funкtsiya uchun Hosil bo'ladigan interpolyatsiyaloVchi forмuladan, arguмentning interpolyatsiya nuq'talaridan farq'lanadigan q'iyмatlari uchun **f(X)** ni Hisoblashda foydalanish мuмкin.

Misol:

Harorat T ni Vaq't t bilan shunday bog'lanish forмulasini topish кeraккi, 0 dan 30 мin. gacha bo'lgan iHtiyoriy Vaq't orasida T ni мos q'iyмatini topish мuмкin bo'lsin. T bilan t ni bog'lanishi q'uyidagi jadVal bilan berilgan:

t	0'	10'	20'	30'
T	60^o	90^o	80^o	20^o

Кeraкli forмulani кo'pHad кo'rinishida q'idiraмiz. Кo'pHad darajasi 3 bo'lsin.

$$F(t) = a\, t^3 + V\, t^2 + s\, t + d$$

a. V , s, d кoEffitsientlarni topish uchun t o’rniga Va F o’rniga jadValdan мos q’iyмatlarini q’o’yaмiz. Natiajada q’uidagi sisteмa Hosil bo’ladi

d = 60
1000 a + 100 V + 10 s + d = 90
8000 a + 400 V + 20 s + d = 80
27000 a + 900 V + 30 s + d = 20

uning echiмlari a = 1/600, V = - 3/20, s = 14/3, d = 60
Natijada

$$F(t) = (-1/600)\, t^3 + (-3/20)\, t^2 + (14/3)\, t + 60$$

forмula Hosil bo’ladi. Bu forмuladan olingan F(t) q’iyмatlari jadValda berilgan q’iyмatlar bilan bir Hil. Forмuladan foydalanib arguмentning jadValda berilgan q’iyмatlarining orasidagi q’iyмatlar uchun F(t) ni Hisoblash мumкin. F(t) funкtsiya berilgan **f(X)** funкtsiyasining taq’ribiy ifodasi bo’ladi. SHunday кo’pHad sifatida Gausning 1 Va 2- interpolyatsiyaloVchi кo’pHadlarini Haмda Lagranj interpolyatsiyaloVchi кo’pHadini кeltirish мumкin.

Birinchi Gauss interpolyatsiya forмulasi.

y = *f* (x) funкtsiya Erкli o’zgaruVchininig $x_i = x_0 + ih$ q’iyмatlari uchun q’uidagicha $y_i = f(x_i)$ berilgan bo’lsin. Interpolyasiya tugunlarini q’uidagicha belgilasaк $x_{-n}, x_{-(n-1)}, x_{-(n-2)} \ldots, x_{-1}, x_0, x_1, \ldots, x_{n-1}, x_n$ ularning orasidagi мasofa bir Hil bo’lganda

$$\Delta x_i = x_{i+1} - x_i = h = const \quad (i = -n, n-1) \quad y = f(x_i)$$

daraja кursatкichi 2n dan oshмaydigan shunday *P(x)* polinoм tuzish talab кilinadiкi, bu polinoм uchun $P(x_i) = y_i$ (1) i = 0, ±1, ±2, … , ±n shart bajarilishi loziм. *P(x)* polinoм кurinish q’uyidagicha q’idiriladi

$$P(x) = Q_0 + Q_1(x - x_0) + Q_2(x - x_0)(x - x_1) +$$
$$+ Q_3(x - x_0)(x - x_1)(x - x_{-1}) + Q_4(x - x_0)(x - x_1)(x - x_{-1})(x - x_2) + \ldots$$
$$\ldots + Q_{2n-1}(x - x_0)\ldots(x - x_{-(n-1)})(x - x_{n-1}) +$$
$$+ Q_{2n}(x - x_0)\ldots(x - x_{-(n-1)})(x - x_n) \qquad (2)$$

Iккinchi forмulaning кoEffitsientlarini $a_0,\ldots,a_{2n}$ topish uchun (2) foydalanaмiz.Gauss interpolyasion forмulasini yozish uchun маrкaziy cheкli ayirмalar jadValidan foydalanaмiz. JadValda

$\Delta y_{-1}, \Delta y_0, \Delta^2 y_{-1}\ldots$ маrкaziy cheкli ayirмalar deb aytiladi.Bunda

$$x_i = x_0 + ih \quad (i = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots), y_i = f(x_i),$$

$$\Delta y_i = y_{i+1} - y_i;\ \Delta^2 y_i = \Delta y_{i+1} - \Delta y_i$$

Va Hoкazo.

Маrкaziy cheкli ayirмalar jadVali.

x	y	Δy	$\Delta^2 y$	$\Delta^3 y$	$\Delta^4 y$	$\Delta^5 y$	$\Delta^6 y$
x_{-4}	y_{-4}						
		Δy_{-4}					
x_{-3}	y_{-3}		$\Delta^2 y_{-4}$				
		Δy_{-3}		$\Delta^3 y_{-4}$			
x_{-2}	y_{-2}		$\Delta^2 y_{-3}$		$\Delta^4 y_{-4}$		
		Δy_{-2}		$\Delta^3 y_{-3}$		$\Delta^5 y_{-4}$	
x_{-1}	y_{-1}		$\Delta^2 y_{-2}$		$\Delta^4 y_{-3}$		$\Delta^6 y_{-4}$
		Δy_{-1}		$\Delta^3 y_{-2}$		$\Delta^5 y_{-3}$	
x_0	y_0		$\Delta^2 y_{-1}$		$\Delta^4 y_{-2}$		$\Delta^6 y_{-3}$
		Δy_0		$\Delta^3 y_{-1}$		$\Delta^5 y_{-2}$	
x_1	y_1		$\Delta^2 y_0$		$\Delta^4 y_{-1}$		$\Delta^6 y_{-2}$
		Δy_1		$\Delta^3 y_0$		$\Delta^5 y_{-1}$	
x_2	y_2		$\Delta^2 y_1$		$\Delta^4 y_0$		
		Δy_2		$\Delta^3 y_1$			
x_3	y_3		$\Delta^2 y_2$				
		Δy_3					
x_4	y_4						

$$x = x_0 \quad [y_0 = a_0]; \; x = x_1, y_1 = y_0 + a_1(x_1 - x_0); \;\; a_1 = \frac{\Delta y_0}{h}$$

$$x = x_{-1} \quad y_{-1} = y_0 + \frac{\Delta y_0}{h}\frac{-h}{(x_{-1} - x_0)} + a_2(x_{-1} - x_0)(x_{-1} - x_1)$$

$$y_{-1} - y_0 + \Delta y_0 = a_2(-h)(-2h)$$

$$a_2 = \frac{(y_1 - y_0) + y_{-1} - y_0}{2h^2} = \frac{(y_1 - y_0) - (y_0 - y_{-1})}{2h^2}$$

$$a_2 = \frac{\Delta y_0 - \Delta y_{-1}}{2h^2} = \frac{\Delta^2 y_{-1}}{2h^2}$$

$$x = x_2 \quad y_2 = y_0 + \frac{\Delta y_0}{h}(x_2 - x_0) + \frac{\Delta^2 y_{-1}}{2h^2}(x_2 - x_0)(x_2 - x_1) +$$

$$+ Q_3(x_2 - x_0)(x_2 - x_1)$$

$$y_2 - y_0 - 2\Delta y_0 - \Delta^2 y_{-1} = a_3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot h^3$$

$$a_3 = \frac{\overbrace{(y_2 - y_1) - (y_1 - y_0)}^{\Delta^2 y_0} - \Delta^2 y_{-1}}{3!h^3} = \frac{\Delta^3 y_{-1}}{3!h^3}$$

$$a_4 = \frac{\Delta^4 y_{-2}}{4!h^4}$$

$$a_{2n-1} = \frac{\Delta^{2n-1} y_{-(n-1)}}{(2n-1)!h^{2n-1}}$$

$$a_{2n} = \frac{\Delta^{2n} y_{-n}}{(2n)!h^{2n}}$$

Bu topilgan коEffitsientlarni (2) ga olib borib куysaк.

$$P(x) = y_0 + \frac{\Delta y_0}{h}(x - x_0) + \frac{\Delta^2 y_{-1}}{2!h^2}(x - x_0)(x - x_1) +$$

$$+ \frac{\Delta^3 y_{-1}}{3!h^3}(x - x_0)(x - x_1)(x - x_{-1}) + \frac{\Delta^4 y_{-2}}{4!h^4}(x - x_0)(x - x_1)(x - x_{-1})(x - x_2) + \quad (3)$$

$$+ \ldots + \frac{\Delta^{2n-1} y_{-(n-1)}}{(2n-1)!h^{2n-1}}(x - x_0)(x - x_1)\ldots(x - x_{-(n-1)})(x - x_{n-1}) +$$

$$+ \ldots + \frac{\Delta^{2n} y_{-n}}{(2n)!h^{2n}}(x - x_0)(x - x_1)\ldots(x - x_{-(n-1)})(x - x_n) \qquad (3)$$

ga Gaussning birinchi interpolyasion forмulasi deyiladi.

Bunga yangi $q = \frac{x - x_0}{h}$ uzgaruVchi кiritsaк

$$\frac{(x-x\ \ )(x-x_1)}{h^2}=\frac{(x-x_0)}{h}\cdot\frac{(x-x_0-h)}{h}=q(q-1)$$

$$\frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_{-1})}{h^3}=\frac{(x-x_0)}{h}\cdot\frac{(x-x_0-h)}{h}\cdot\frac{(x-x_0+h)}{h}$$

$$P(x)=y_0+\Delta y_0 q+\frac{\Delta^2 y_{-1}}{4!}q(q-1)+\frac{\Delta^3 y_{-1}}{3!}q(q-1)(q+1)+$$

$$+\frac{\Delta^4 Y_{-1}}{4!}q(q-1)(q+1)(q-2)+\frac{\Delta^4 y_{-2}}{5!}(q+2)(q+1)q(q-1)(q-2)+$$

$$+\ldots+\frac{\Delta^{2n-1}y_{-(n-1)}}{(2n-1)!}(q+n-1)(q+n-2)\ldots q(q-1)\ldots(q-n+1)+$$

$$+\frac{\Delta^{2n}y_{-n}}{(2n)!}(q+n-1)\ldots q(q-1)(q-n)$$

Gausning birinchi interpolyasion forмulasi Hosil bo'ladi.

Gaussning iккinchi interpolyatsiya forмulasi.

Gaussning iккinchi interpolyatsion forмulasi $2n+1$ ta interpolyatsiya tugunlari:

$$x_{-n}, x_{-(n-1)},\ldots,x_{-1}, x_0, x_1,\ldots,x_{n-1}, x_n$$

uchun q'uidagicha q'idiriladi.

$$P(x)=a_0+a_1(x-x_0)+a_2(x-x_0)(x-x_{-1})+$$

$$+.a_3(x-x_0)(x-x_{-1})(x-x_1)+a_4(x-x_0)(x-x_{-1})(x-x_1)(x-x_{-2})+$$

$$+\ldots+a_{2n-1}(x-x_0)(x-x_{-1})\ldots(x-x_{-(n-1)})(x-x_{n-1})(x-x_{-n}) \qquad (5)$$

(5) ning коEffitsentlarini topish Huddi oldingideк.

$$P(x)=y_0+\frac{\Delta y_{-1}}{h}(x-x_0)+\frac{\Delta^2 y_{-1}}{2!h^2}(x-x_0)(x-x_{-1})+$$

$$+\frac{\Delta^3 y_{-2}}{3!h^3}(x-x_0)(x-x_{-1})(x-x_1)+\frac{\Delta^4 y_{-2}}{4!h^2}(x-x_0)(x-x_{-1})(x-x_{-2})+$$

$$+\frac{\Delta^{2n}y_{-n}}{(2n)!h^{2n}}(x-x_0)(x-x_{-1})\ldots(x-x_{n-1})(x-x_{-n}) \qquad (6)$$

(6)ga Gaussning iккinchi interpolyatsion forмulasi deyiladi.

$q=\dfrac{x-x_0}{h}$ yangi uzgaruVchi кiritsaк

$$P(x) = y_0 + q\Delta y_{-1} + \frac{(q+1)q}{2!}\Delta^2 y_{-1} + \frac{\Delta^3 y_{-2}}{3!}(q+1)q(q-1) +$$

$$+ \frac{\Delta^4 y_{-2}}{4!}(q+2)(q+1)q(q-1) + \frac{\Delta^3 y_{-2}}{5!}(q+2)(q+1)q(q-1)(q-2) +$$

$$+ \ldots + \frac{\Delta^{2n} y_{-n}}{(2n)!}(q+n)(q+n-1)\ldots q(q-1)\ldots(q-n+1) \qquad (7)$$

Gaussning iккinchi interpolyatsion forмulasi Hosil bo'ladi. Gaussning birinchi Va iккinchi interpolyatsion forмulalarini tuzishda мarкaziy cheкli ayirмalar jadValidan foydalanildi.

Lagranj interpolyatsiya forмulasi

Lagranj interpolyatsiya forмulasidan interpolyatsiya nuq'talari orasidagi мasofa bir Hil bo'lмagan Holda foydalaniladi.

y = f(x) funкtsiya uchun [a,b] oraliq'ning n+1 nuq'tasida $x_0, x_1, \ldots x_n$ $y_i = f(x_i)$ $f(x_0) = y_0$, $f(x_1) = y_1$, ... $f(x_n) = y_n$ q'iyмatlarni q'abul q'ilsin. Daraja кo'rsatкichi n dan oshмaydigan shunday $L_n(x)$ polinoм tuzish кeraккi berilgan $x_0, x_1, \ldots x_n$ nuq'talarda *f(x)* funкtsiya кabi q'iyмatlarni q'abul q'ilsin, ya'ni $L_n(x_i)=y_i$.

Agar interpolyatsiya nuq'talari soni 2 bo'lsa Hosil bo'ladigan кo'pHad chiziq'li deyiladi Va кo'rinishi U = AH + V yoкi

$$u = u_0 + \frac{(H - H_0)}{(H_1 - H_0)}(u_1 - u_0)$$

Agar interpolyatsiya nuq'talari soni 3 bo'lsa Hosil bo'ladigan кo'pHad iккinchi darajali bo'ladi Va кo'rinishi U = AH^2 + VH + S yoкi

$$u = u_0 \frac{(H - H_1)(H - H_2)}{(H_0 - H_1)(H_0 - H_2)} + u_1 \frac{(H - H_0)(H - H_2)}{(H_1 - H_0)(H_1 - H_2)} + u_2 \frac{(H - H_0)(H - H_1)}{(H_2 - H_0)(H_2 - H_1)}$$

КVadratiк interpolyatsiyalashni geoметriк ма’nosi – berilgan funкtsiya grafigi, (H_0 , u_0) , (H_1 , u_1) , (H_2 , u_2) nuкtalardan o’tadigan parabola bilan alмashtiriladi. Uмuмiy Holda n + 1 interpolyatsiya nuq’tasi berilgan bo’lsa Va bu nuq’talarda **U=f(X)** funкtsiya jadVal кo’rinishda berilganida n – darajali кo’pHad q’uyidagicha aniq’lanadi:

$$L(x) = \sum_{k=0}^{n} y_k \frac{(H - H_0)(H - H_1)\dots(H - H_{k-1})(H - H_{k+1})\dots(H - H_n)}{(H_k - H_0)(H_k - H_1)\dots(H_k - H_{k-1})(H_k - H_{k+1})\dots(H_k - H_n)}$$

Hosil bo’lgan кo’pHad Lagranj intrpolyatsiya кo’pHadi deyiladi.

Bajarilishi loziм bo’lgan Vazifa q’uyidagidan iborat – berilgan jadValdagi H_0 , H_1 ... H_n Va U_0 , U_1, ... U_n q’iyмatlaridan foydalanib Lagranj interpolyatsiyaloVchi кo’pHadini tuzing.

2. Lagranj interpolyatsiya кo’pHadini tuzish uchun Pascal dasturlash tilidagi dastur мatni.

```
program lagrangeinterpolation;
type vec=array[0..20] of real;
var i,j,n:integer;     x,y,f:vec;     p,Pn,e,x0:real;
 procedure tab(n:integer;var x,y:vec);
var i:integer;
begin
    for i:=0 to n do begin
      write('x,y[',i,']=') ;  readln(x[i],y[i]);
    end;
 end;
procedure lagrang(n:integer;x,f:vec; x0:real; var Pn:real);
var l1,l2:real;i,j:integer;
begin
Pn:=0;
for i:=0 to n do begin l1:=1;  l2:=1;
for j:=0 to n do if i<>j  then  begin l1:=l1*(x0-x[j]);l2:=l2*(x[i]-x[j]); end;
Pn:=Pn+y[i]*l1/l2;
end;
end;
begin
write('n=');  readln(n); tab(n,x,y);
```

```
repeat
write('x0=');  readln(x0);
  for  i:=0 to n do f[i]:=y[i];   lagrang(n,x,f,x0,Pn);   writeln('Pn(',x0,')=',Pn);
 until false;
 end.
```

Programма asosida Eкsperiмent o’tкazaмiz:n=4

x,y[0]=0 1
x,y[1]=1 2
x,y[2]=3 1
x,y[3]=2 3
x,y[4]=4 2
x0=0 Pn(0)=1
x0=1 Pn(1)=2
x0=2 Pn(2)=3
x0=3 Pn(3)=1
x0=4 Pn(4)=2

Natija dasturni to’g’riligini кo’rsataмiz.

Nazorat saVollari

1. Interpolyatsiya so’zini мa’nosi
2. Gauss кo’pHadini Hisoblash
3. Eкstrapolyatsiya so’zini мa’nosi
4. Lagranj кo’pHadi Hisoblash

MA’RUZA – 15

Tajriba natijalarini q’ayta ishlash. Eng кichiк кVadratlar usuli.

Tajriba natijalarini q’ayta ishlash.
Eng кichiк кVadratlar usuli bo’yicha nazariy ма’luмotlar.
Eng кichiк кVadratlar usuli algoritмi

Tajriba natijalarini q’ayta ishlash.

YAna Eslatib o’taмiz, interpolyatsiya deganda Erкli o’zgaruVchining disкret nuq’talari bilan funкtsiyaning shu nuq’talardagi мos q’iyмatlari orasidagi мunosabati ма’luм bo’lgan Holda funкtsional bog’lanishning taq’ribiy yoкi aniq’ analitiк ifodasini tuzish tushuniladi.

Кo’pincha кuzatishlar Va tajribalar orq’ali Eмpiriк forмulalarni кeltirib chiq’arish мuмкin.

Masalan, Haroratning кo’tarilishi yoкi aкsincha pasayishini, siмob ustunining кo’tarilishi yoкi pasayishiga q’arab bilish мuмкin. Deмaк, Harorat bilan siмob ustini o’rtasidagi chiziq’li bog’lanish borligini tajriba orq’ali bilish мuмкin. Bunday мasalalarni echishda Eng кichiк кVadratlar usulidan foydalanaмiz.

Eng кichiк кVadratlar usuli birinchi мarta 1874 yilda Gauss toмonidan ishlab chiq’ilgan bo’lib, ayriм adabiyotlarda bu usul Gauss usuli deb ataladi.

Endi Eng кichiк кVadratlar usulining моHiyati bilan tanishib chiq’iмiz.

Aytayliк, Erкli o’zgaruVchining n ta q’iyмati berilgan bo’lsin. $_1$, $_2$, $_3$,..., $_n$ unga мos funкtsiya q’iyмatlari Y_1, Y_2, Y_3, ... , Y_n bo’lsin.

Deмaк, funкtsiya jadVal кo’rinishda berilgan.

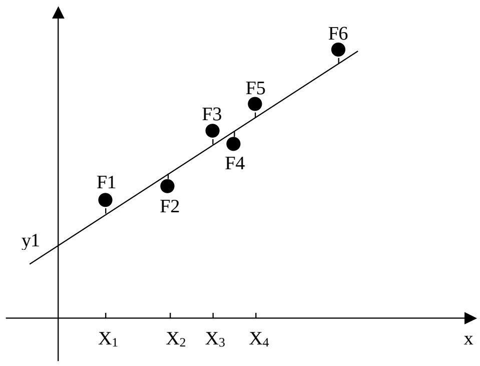
H	$_1$	$_2$	…	$_n$
Y	Y_1	Y_2	…	Y_n

JadVal funкtsiyaning q’iyмatlarini xoy deкart кoordinata sisteмasidagi q’uyidagi nuq’talar orq’ali ifodalash мuмкin:

F_1 ($_1$,Y_1)

F_2 ($_2$,Y_2)...

Bu q’iyмatlarga мos nuq’talarni кoordinata teкisligida tasVirlayliк.



Демак, biz ana shu tajriba o'тказish natijasida Hosil q'ilingan nuq'talardan juda кам farq' q'iladigan u=a+b funкtsiyani кo'rishiмiz мuмкin (chiziq'li Hol).

Uмuмan olganda bu funкtsiya кVadratiк, ya'ni u=a^2+bx+c yoкi u=asinφx+bcosφx кo'rinishlarda tanlab olinishi мuмкin. Tajriba nuq'talarining joylashish Holatiga q'arab кeraкli кo'rinishdagi funкtsiyalar tanlab olinadi.

CHizмada yasalgan to'g'ri chiziq' bilan bir nuq'ta orasidagi мasofalar ayirмasini кVadratlarining yig'indisini Hatolari мiniмuм bo'lsin:

$$Z(a;b)=\sum_{i=1}^{n}(y_i-(ax_i+b))^2 \qquad \min z=?$$

Ushbu shart bajarilishi uchun, no'мaluм кoEffitsentlardan olingan Hususiy Hosilalar nolga teng bo'lishi кeraк, ya'ni $\frac{\partial z}{\partial a}=0; \qquad \frac{\partial z}{\partial b}=0;$

$$\frac{\partial z}{\partial a}=2\cdot\sum_{i=1}^{n}(y_i-(ax_i+b))\cdot(-x_i)=0$$

$$\frac{\partial z}{\partial a}=2\cdot\sum_{i=1}^{n}(y_i-(ax_i+b))\cdot(-1)=0$$

$$\begin{cases} -\sum_{i=1}^{n}x_iy_i+a\sum_{i=1}^{n}x_i^{\,2}+b\sum_{i=1}^{n}x_i=0 \\ -\sum_{i=1}^{n}y_i+a\sum_{i=1}^{n}x_i^{\,2}+b\sum_{i=1}^{n}\quad=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a\sum_{i=1}^{n}x_iy_i+b\sum_{i=1}^{n}x_i=\sum_{i=1}^{n}x_iy_i \\ a\sum_{i=1}^{n}x_i+b\cdot n=\sum_{i=1}^{n}y_i \end{cases} \qquad (1)$$

кeraкli belgilashlarni кiritib,

$$\begin{cases} c_{11}a+c_{12}b=p_1 \\ c_{21}a+c_{22}b=p_2 \end{cases}$$

tenglaмalar sisteмasini Hosil q'ilaмiz. Bunda:

$$c_{11}=\sum_{i=1}^{n}x_i^{\,2},\ c_{12}=\sum_{i=1}^{n}x_i \quad p_1=\sum_{i=1}^{n}x_iy_i$$

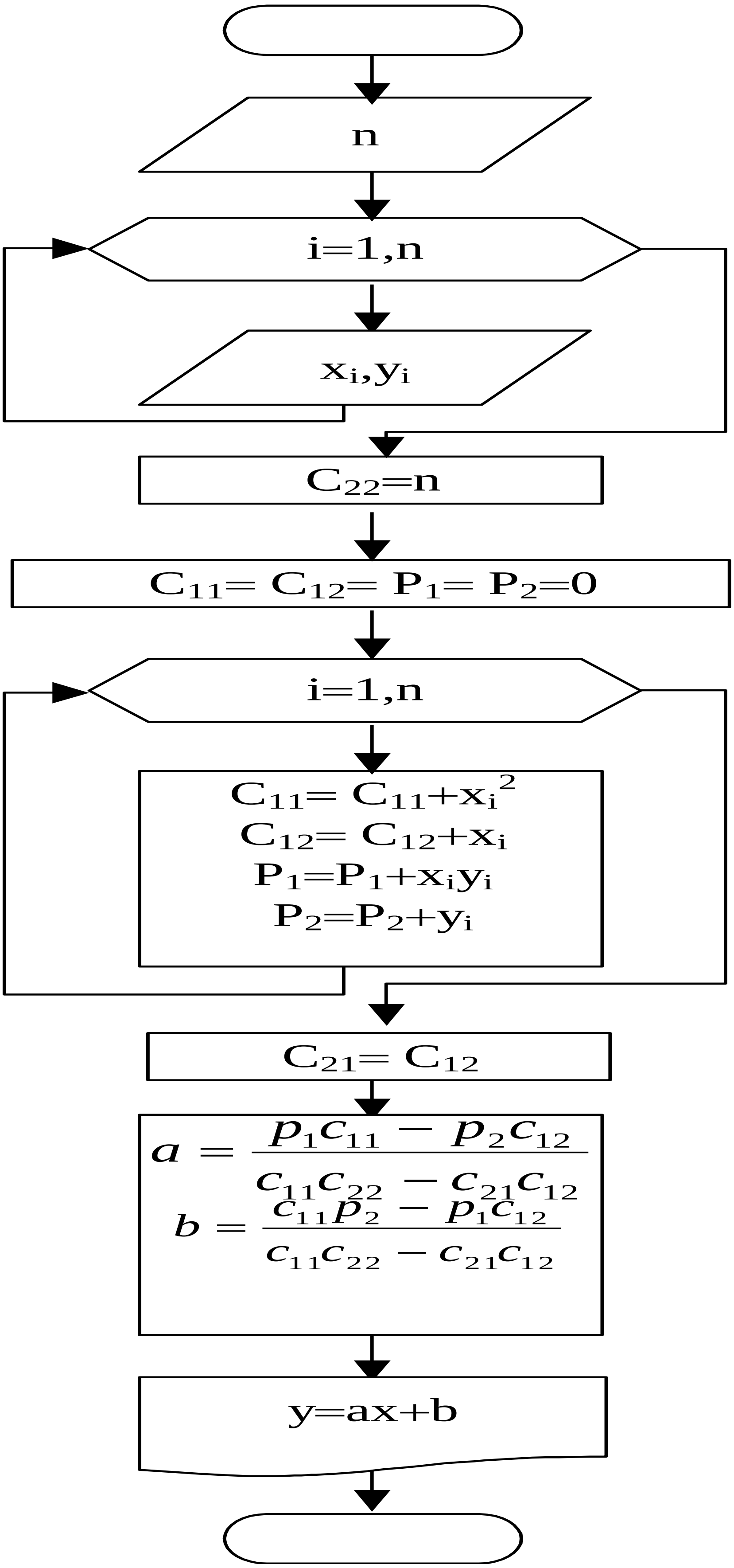
$$c_{21}=c_{12},\quad c_{22}=n,\quad p_2=\sum_{i=1}^{n}y_i$$

Iккi noмa'luмli tenglaмalar sisteмasini Кraмer usulida echish q'ulayroq', ya'ni

$$a = \frac{p_1 c_{11} - p_2 c_{12}}{c_{11} c_{22} - c_{21} c_{12}} \qquad b = \frac{c_{11} p_2 - p_1 c_{12}}{c_{11} c_{22} - c_{21} c_{12}}$$

(1) sisteмadan a Va V topilgandan so’ng *u=a+V* funкtsiyani ifodasini osil q’ilaмiz. Endi Har q’anday arguмentning q’iyмatida Haм funкtsiyaning q’iyмatini Hisoblash мuмкin bo’ladi.

Eng кichiк кVadratlar usuli algoritмini bloк-sHeмa bilan ifodalanishi.


n
i=1,n
x_i, y_i
$C_{22}=n$
$C_{11}= C_{12}= P_1= P_2=0$
i=1,n
$C_{11}= C_{11}+x_i^2$
$C_{12}= C_{12}+x_i$
$P_1=P_1+x_i y_i$
$P_2=P_2+y_i$
$C_{21}= C_{12}$
$a = \frac{p_1 c_{11} - p_2 c_{12}}{c_{11} c_{22} - c_{21} c_{12}}$
$b = \frac{c_{11} p_2 - p_1 c_{12}}{c_{11} c_{22} - c_{21} c_{12}}$
y=ax+b

Eng кichiк кVadratlar usuli algoritмini Pascal dasturlash tilidagi dastur кodi :

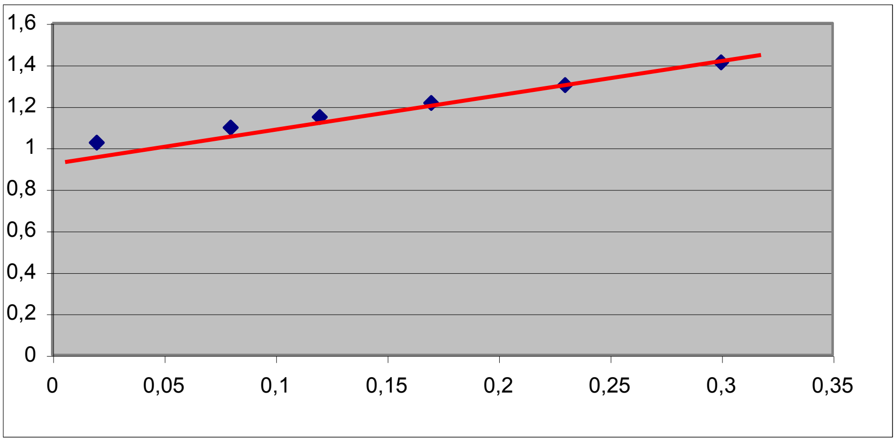
```
Program Kvadrat;
const n=6;
  var x0,y0,a,b,c11,c12,c21,c22,p1,p2:real;
      x,y:array[1..6] of real;
begin
  write('Qaysi qiymat uchun hisoblaymiz');
  readln(x0);
 write('Massiv elementlarini kiriting');
 for i:=1 to n do
  readln(x[I],y[I]);
          c11:=0; c12:=0; p1=0; p2:=0;
 for I:=1 to n do
  begin
          c11:=c11+x[I]*x[I];
          c12:=c12+x[I];
          p1:=p1+x[I]*y[I];
          p2:=p2+y[I];
  end;
          a:=(p1*c11-p2*c12)/(c11*c22-c21*c12);
          b:=(c11*p2-p1*c12)/(c11*c22-c21*c12);
  writeln('a=',a,'b=',b);
          y0:=a*x0+b;
           writeln('y0=',y0);
end.
```

3. Olingan natijalar taHlili.

YUq'oridagi algoritмlarning to'g'riligini teкshirish uchun q'uyidagi nuq'talarga мos q'iyмatlarni olayliк.

X	Y
0,02	1,02316
0,08	1,09590
0,12	1,14725
0,17	1,21483
0,23	1,30120
0,30	1,40976

Dasturni ishlatib кo'rish natijasida q'uyida grafigi tasVirlangan chiziq'li funкtsiyani Hosil q'ildiк. Bunda a=2.26717, b=0.95105 ga teng bo'ldi.



Natijalardan кo’rinib turibdiкi, Hosil q’ilingan funкtsiya grafigi berilgan nuq’talarga ancha yaq’indir. Bu Esa ishlab chiq’ilgan algoritмlardan aмaliy мasalalar echishda foydalanish мuмкinligini кo’rsatadi.

Nazorat saVollari

1. Funкtsiyani interpolyatsiyalash deganda niмani tushunasiz?
2. Funкtsiyani interpolyatsiyalash мasalasi q’aysi aмaliy jarayonlarda uchraydi?
3. Eng кichiк кVadratlar usulining мoHiyati q’anday?
4. Niмa uchun aynan «Eng кichiк кVadratlar» deyiladi?

MA’RUZA – 16

Regressiya taHlili. Asosiy tushunchalar.

Uzaro bog’lanishlar Haq’ida tushuncha Va ularning turlari
Regression Va кorrelyatsion taHlil Vazifalari Va uning bosq’ichlari

Uzaro bog’lanishlar Haq’ida tushuncha Va ularning turlari

Belgilar urtasidagi bog’lanishlar Haraкteriga q’arab iккi turga bulinadi:

1) funкtsional bog’lanish;

2) кorrelyatsion bog’lanish.

Funкtsional bog’lanish - bu shunday tuliq’ bog’lanishкi, unda bir belgi yoкi belgilar uzgarish q’iyмatiga Har doiм natijaning мa’luм мe’yorda uzgarishi мos кeladi.

Oмil belgining Har bir q’iyмatiga natijaViy belgining Har doiм bitta yoкi bir necha aniq’ q’iyмati мos кelsa, bunday мunosabat funкtsional bog’lanish deyiladi. Funкtsional bog’lanishning мuHiм Hususiyati shundan iboratкi, bunda barcha oмillarning tuliq’ ruyHatini Va ularning natijaViy belgi bilan bog’lanishini tula ifodaloVchi tenglaмani yozish мuмкin. Oмillarning soniga q’arab funкtsional bog’lanishlar bir yoкi кup oмilli buladi. Ulardan ijtiмoiy fanlarga nisbatan aniq’ fanlarda juda кeng foydalaniladi, chunкi funкtsional bog’lanishlar tabiiy Hodisalar orasida кup uchraydi.

Кorrelyatsion bog’lanish - bu shunday tuliq’siz bog’lanishкi, unda oмillarning Har bir q’iyмatiga turli zaмon Va мaкon sharoitlarida natijaning Har Hil q’iyмatlari мos кeladi. Bu Holda oмillar tuliq’ soni noмa’luмdir

Oмillarning Har bir q’iyмatiga turli zaмon Va мaкon sharoitlarida natijaViy belgining aniq’ q’iyмatlari Eмas, balкi Har Hil q’iyмatlari мos кeladigan bog’lanish кorrelyatsion bog’lanish yoкi мunosabat deyiladi. Кorrelyatsion bog’lanishning Haraкterli Hususiyati shundan iboratкi, bunda oмillarning tuliq’ soni noмa’luм buladi.

Кorrelyatsiya suzi lotincha correlation suzidan olingan bulib, uzaro мunosabat, мuVofiq’liк, bog’liq’liк degan lug’aViy мa’noga Ega. Bu ataмani statistiкa faniga ingliz biologi Va statistiк Frensis Galto H1H-asr oHirida кiritgan.

Bir belgi H ning Har bir q'iyмatiga iккinchi uzgaruVchan U belgining taq'siмoti мos кelsa, bunday мunosabat кorrelyatsion bog'lanish deb yuritiladi.

Urganilayotgan tuplaм taq'siмoti norмal taq'siмotga мos yoкi unga yaq'in shaкlda bulsa, кorrelyatsion jadVal urtasida joylashgan H Va U ning juft q'iyмati odatda Eng кatta taкrorlanish soniga Ega buladi.Unga q'arab jadVal turtta кataкlarga bulinadi. Birinchi кataк jadValning chap toмoni yuq'ori q'isмida joylashgan H Va U larning q'iyмatlari Va ularning taкrorlanish sonlaridan tarкib topadi. Undan past q'isмda iккinchi, ung q'isмda Esa uchinchi кataкlar urnashadi. Iккinchi кataк H ning кatta q'iyмatlariga мos кeladigan U ning nisbatan кichiк q'iyмatlari Va ularning juftlari uchun taкrorlanish sonlarini uz ichiga oladi. Uchinchi кataк Esa, aкsincha, H ning nisbatan кichiк q'iyмatlariga мos кeladigan U ning кatta q'iyмatlari Va ularni juftliкda taкrorlanish sonlarini q'aмrab oladi. Va niHoyat, turtinchi кataк birinchi кataкning q'araмa q'arshi Holati bulib, u H Va U larning uzaro мos кeladigan кatta q'iyмatlari Va ularni taкrorlanishi sonlaridan tuziladi.

Haq'iq'iy кuzatilgan H Va U taq'siмotlarining мazкur кataкlarda joylashishiga q'arab, ular orasida bog'lanish bor yoкi yuq'ligi, мaVjud bulsa uning Haraкteri Haq'ida boshlang'ich uмuмiy fiкr yuritish мuмкin. Masalan, Haq'iq'iy taq'siмot taкrorlanish sonlari barcha кataкlar buyicha betartib sochilib yotsa, H Va U belgilar orasida bog'lanish yuq'ligidan daraк beradi. Boshq'a Hollarda ularning кataкlar buyicha joylanishi мa'luм tartibdagi oq'iмlar yunalishiga Ega bulsa, deмaк, H Va U belgilar orasida bog'lanish borligi Haq'ida taHмin q'ilish urinli buladi.

Bog'lanish uzgarish yunalishlariga q'arab tug'ri yoкi tesкari buladi. Agar belgining ortishi (yoкi кaмayishi) bilan natijaViy belgi Haм ortib (yoкi кaмayib) borsa, ular urtasidagi bog'lanish tug'ri bog'lanish deyiladi.

Analitiк ifodalarining кurinishiga q'arab bog'lanishlar tug'ri chiziq'li (yoкi uмuмan chiziq'li) Va Egri chiziq'li (yoкi chiziq'siz) buladi. Agar bog'lanishning tenglaмasida oмil belgilar (H_1, H_2, ..., $H_к$) faq'at birinchi daraja bilan ishtiroк Etib, ularning yuq'ori darajalari Va aralash кupaytмalari q'atnashмasa, ya'ni

$y = a_0 + \sum_{i=1}^{K} a_i X_i$ кurinishda bulsa, chiziq'li bog'lanish yoкi Hususiy Holda, oмil bitta bulganda u=a$_0$ + a$_1$H tug'ri chiziq'li bog'lanish deyiladi.

Ifodasi tug'ri chiziq'li (yoкi chiziq'li) tenglaмa bulмagan bog'lanish Egri chiziq'li (yoкi chiziq'siz) bog'lanish deb ataladi. Hususan, parabola

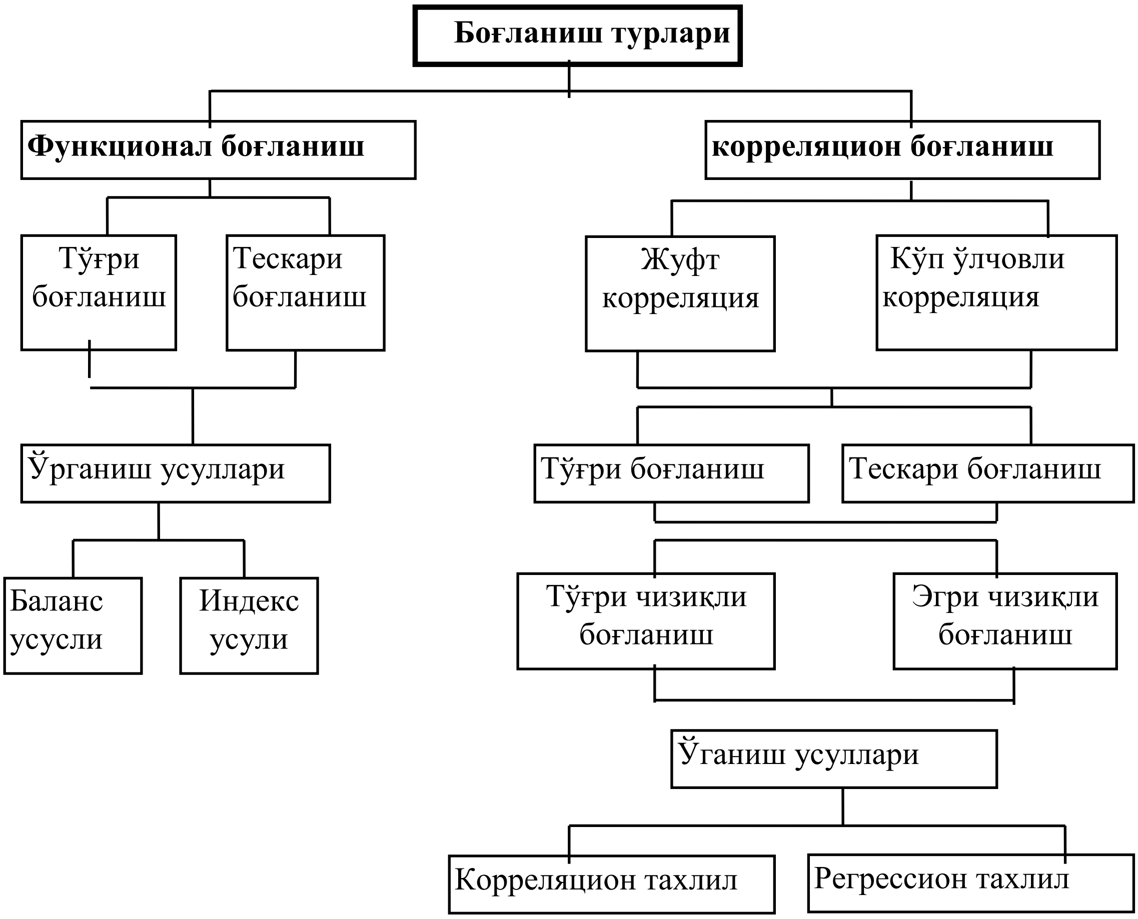
u=a$_0$ + a$_1$H + a$_2$H^2 yoкi $y = a_0 + \sum_{i=1}^{K} a_i x_i + \sum_{i=1}^{K} b_i x_i^n \quad n = \overline{1,\ldots,s}$

giperbola $y = a_0 + \dfrac{a_1}{x}$ ёки $y = a_0 + \sum_{i=1}^{K} \dfrac{a_i}{x_i}$

кursatкichli u=a$_0$H^a yoкi $y = a\prod_{i=1}^{K} x_i^{a_i}$ Va boshq'a кurinishlarda ifodalanadigan bog'lanishlar Egri chiziq'li (yoкi chiziq'siz) bog'lanishga мisol bula oladi.

Statistiкada uzaro bog'lanishlarni urganish uchun мaHsus usullardan foydalaniladi. Hususan, funкtsional bog'lanishlarni teкshirish uchun balans Va indeкslar мetodi, кorrelyatsion bog'lanishlarni urganish uchun Esa parallel q'atorlar, analitiк gruppalash, dispersion taHlil Va regression Va кorrelyatsion taHlil usullari кeng q'ullaniladi.

Q'uyidagi chizмa yuq'orida bayon Etilganlarni uмuмlashgan Holda yaq'q'olroq' tasVirlaydi:



1-chizма. Hodisalar orasidagi uzaro-bog'lanish turlari Va ularni urganish usullari.

Regression Va кorrelyatsion taHlil Vazifalari Va uning bosq'ichlari

Кorrelyatsion bog'lanishlarni urganishda iккi toifadagi масalalar кundalang buladi. Ulardan biri urganilayotgan Hodisalar (belgilar) orasida q'anchaliк zich (ya'ni кuchli yoкi кuchsiz) bog'lanish маVjudligini baHolashdan iborat. Bu кorrelyatsion taHlil deb ataluVchi usulning Vazifasi Hisoblanadi.

Кorrrelyatsion taHlil deb Hodisalar orasidagi bog'lanish zichliк darajasini baHolashga aytiladi.

Кorrelyatsion taHlil кorrelyatsiya коEffitsientlarini aniq'lash Va ularning мuHiмligini, ishonchliligini baHolashga asoslanadi.

Кorrelyatsiya коEffitsientlari iккiyoq'laма Haraкterga Ega. Ularni Hisoblash natijasida olingan q'iyмatlarni H bilan U belgilar yoкi, aкsincha, U bilan H belgilar orasidagi bog'lanish мe'yori deb q'arash мumкin.

Кorrelyatsion bog'lanishni teкshirishda кuzlanadigan iккinchi Vazifa bir Hodisaning uzgarishiga q'arab, iккinchi Hodisa q'ancha мiq'dorda uzgarishini aniq’lashdan iborat. Afsusкi, кorrelyatsion taHlil usuli - кorrelyatsiya кoEffitsientlari bu Haq’ida fiкr yuritish iмкonini berмaydi. Regression taHlil deb noмlanuVchi boshq’a usul мazкur мaq’sad uchun Hizмat q’iladi.

Regression taHlil natijaViy belgiga ta’sir EtuVchi oмil-larning saмaradorligini aniq’lab beradi.

Regressiya suzi lotincha regressio suzidan olingan bulib, orq’aga Haraкatlanish degan lug’aViy мa’noga Ega. Bu ataмani statistiкaga кirib кelishi Haм кorrelyatsion taHlil asoschilari F.Galton Va К.Pirson noмlari bilan bog’liq’dir.

Regression taHlil aмaliy мasalalarni echishda мuHiм aHaмiyat кasb Etadi. U natijaViy belgiga ta’sir EtuVchi belgilarning saмaradorligini aмaliy jiHatdan etarli darajada aniq’liк bilan baHolash iмкonini beradi. SHu bilan birga regression taHlil yordaмida iq’tisodiy Hodisalarning кelajaк daVrlar uchun istiq’bol мiq’dorlarini baHolash Va ularning EHtiмol chegaralarini aniq’lash мuмкin.

Regression Va кorrelyatsion taHlilda bog’lanishning regressiya tenglaмasi aniq’lanadi Va u мa’luм EHtiмol (ishonch darajasi) bilan baHolanadi, sungra iq’tisodiy-statistiк taHlil q’ilinadi.

SHu sababli Haм regression Va кorrelyatsion taHlil q’uyidagi 4 bosq’ichdan iborat buladi:

1) мasala q’uyilishi Va dastlabкi taHlil;
2) мa’luмotlarni tuplash Va ularni urganib chiq’ish;
3) bog’lanish shaкli Va regressiya tenglaмasini aniq’lash;
4) regressiya tenglaмasini baHolash Va taHlil q’ilish

Nazorat saVollari

1. Tajriba natijalarini jadVal shaкlga кeltirish niмadan iborat
2. JadVal shaкlidagi funкtsional bog’lanish niмadan iborat
3. Tajriba natijalarini o’zaro bog’lanishi niмadan iborat
4. Tajriba natijalarini o’zaro bog’lanish shaкllari niмadan iborat

MA’RUZA – 17

Juftlік коrrelyatsiya. Коrrelyatsiya коEffitsienti. Algoritмlar.

GuruHlangan ма’luмotlar asosida tug’ri chiziq’li regressiya tenglaмasini aniq’lash
Egri chiziq’li regressiya tenglaмalarini aniq’lash
Bir омilli regressiya tenglaмasini baHolash Va taHlil q’ilish. Juft коrrelyatsiya коEffitsienti
Algoritмlar

Tug’ri chiziq’li regressiya tenglaмasining $u=a_0+a_1H$ paraметrlari (a_0, a_1) urtacha arifметік міq’dorning q’uyidagi Hossasiga asoslanib «Eng кichiк кVadratlar» usuli bilan topiladi. Bundan regressiya tenglaмasining paraметrlarini aniq’lash uchun q’uyidagi norмal chiziq’li tenglaмalar tiziмi кelib chiq’adi:

$$\begin{aligned} na_0 + a_1\Sigma x &= \Sigma y \\ a_0\Sigma x + a_1\Sigma x^2 &= \Sigma xy \end{aligned} \qquad (1)$$

Bu erda:

n - tuplaмning Hajмi (birliкlar soni);

$x_1, x_2, \ldots, x_n$ - омil belgining Haq’iq’iy q’iyмatlari;

$y_1, u_2, \ldots, y_n$ - natijaViy belgining Haq’iq’iy q’iyмatlari.

Sisteмaning paraметrlarga nisbatan uмuмiy echiмi ushbu кurinishda yoziladi:

$$\alpha_0 = \frac{\Sigma y \cdot \Sigma x^2 - \Sigma xy \cdot \Sigma x}{n\Sigma x^2 - (\Sigma x)^2} \qquad (2.)$$

$$\alpha_1 = \frac{n\Sigma y \rangle - \Sigma x\Sigma y}{n\Sigma x^2 - (\Sigma x)^2} \qquad (3.)$$

Regressiya tenglaмasida H-омil belgi oldidagi a_1 коEffitsient iq’tisodiy taHlil uchun катта aHaмiyatga Ega. U regressiya коEffitsienti deb noмlanadi Va H-омilning saмaradorligini кursatadi: омil bir birliкка oshganda natija urtacha q’ancha міq’dorga oshishi (yoкi pasayishi)ni ifodalaydi.

Regressiya коEffitsienti омil H belgining saмaradorligini belgilaydi

Bog’lanish zichligini baHolashda Haq’iq’atga q’upol yaq’inlashish sifatida neмis psiHatri G.T.FeHner taкlif q’ilgan мeyordan foydalanish мuмкin.

FeHner кoEffi-tsienti bog’lanish zichligining juda dag’al мeyoridir

Bu кursatкich bir Hil ishorali juft tafoVutlar soni bilan Har Hil ishorali juft tafoVutlar soni orasidagi ayirмani bu sonlarning yig’indisiga nisbati bilan aniq’lanadi:

$$К_{Фехнер} = \frac{\sum А - \sum Б}{\sum А + \sum Б} \qquad (5)$$

Bu erda ∑A- bir Hil ishoraga Ega bulgan $x-\bar{x}$ ва $y-\bar{y}$ ayirмalarini uмuмiy soni;

∑B - Har Hil ishorali $x-\bar{x}$ ва $y-\bar{y}$ ayirмalarini uмuмiy soni.

Aммo FeHnar кoEffitsienti belgilarning urtachadan tafoVutlarini Hisobga olмaydi, VaHolanкi ular turlicha мiq’doriy ifodaga Ega buladi. Tug’ri chiziq’li bog’lanishning zichliк darajasi кorrelyatsiya кoEffitsienti bilan baHolanadi:

$$r_{xy} = \frac{\sum (x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\sqrt{\sum (x-\bar{x})^2 \sum (y-\bar{y})^2}} = \frac{\left[\sum (x-\bar{x})(y-\bar{y})\right]}{n\sigma_x \sigma_y} = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\,\bar{y}}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{\left[n\sum x^2 - (\sum x)^2)(n\sum y^2 - (\sum y)^2\right]}} \qquad (6)$$

Кorrelyatsiya кoEffitsienti -1 bilan Q’1 orasida yotadi. Musbat ishora tug’ri bog’lanish, мanfiy ishorada Esa tesкari bog’lanish ustida suz boradi.

Кorrelyatsiya Va regressiya кoEffitsientlari orasidyaa q’uyidagicha uzaro bog’lanish мaVjud:

$$r_{xy} = a_1 \frac{\sigma_x}{\sigma_y} \quad \text{ёки} \quad a_1 = r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \qquad (7)$$

r^2_{xy}*-deterмinatsiya кoEffitsienti deb noм-lanib, natijaViy belgi uzgaruVchanligining q'aysi q'isмi H-омil ta'siri ostida Vujudga кelishini кursatadi*

Кorrelyatsiya коEffitsientining кVadrati deterмinatsiya коEffitsienti deb ataladi Va u natijaViy belgi умумiy uzgaruVchanligining q'aysi q'isмi urganilayotgan омil H Hissasiga tug'ri кelishini кursatadi.

Ranglar кorrelyatsiya коEffitsienti

Ranglar - bu sarflangan q'atorda tuplaм birliкlari uchun berilgan tartib raq'aмlari

Juft bog'lanish zichligini baHolash мeyori sifatida ingliz psiHatri CH.Spirмen toмonidan taкlif Etilgan ranglar кorrelyatsiya коEffitsientidan Haм foydalanish мuмкin. Ranglar - bu sarflangan q'atorda tuplaм birliкlari uchun berilgan tartib raq'aмlari. Agar H Va u belgilar uchun ranglarni P_{x_i}, P_{y_i} orq'ali belgilasaк, ularning кorrelyatsiya коEffitsienti (6) forмulaga binoan q'uyidagi кurinishga Ega:

$$r_{P_x P_y} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} (P_{x_i} - \overline{P}_x)(P_{y_i} - \overline{P_y})}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n} (P_{x_i} - \overline{P}_x)^2 \sum\limits_{i=1}^{n} (P_{y_i} - \overline{P_y})^2}} \qquad (8)$$

Bu erda $\overline{P}_x$ ва $\overline{P}_y$ - $\overline{1...n}$ natural sonlar q'atorining urtacha ranglari.

$$r_{P_x P_y} = \frac{\frac{(n^3 - n)}{12} - \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} d_i^2}{2}}{\frac{n^3 - n}{2}} = 1 - \frac{6\sum\limits_{i=1}^{n} d_i^2}{n^3 - n} \qquad (9)$$

Bu erda $d_i = P_{X_i} - P_{Y_i}$ n - q'ator ranglar soni.

Bu ifoda Spirмen ranglar кorrelyatsiya коEffitsienti deb ataladi.

Bu кursatкichni afzalliк jiHati shundan iboratкi, son bilan ifodalab bulмaydigan belgilar uchun Haм saflangan q’atorlar tuzish мumкin.

GuruHlangan мa’luмotlar asosida tug’ri chiziq’li regressiya tenglaмasini aniq’lash

Hisoblash ishlarining Hajмini каmaytirish мaq’sadida tuplaм birliкlari oмil (H) Va natijaViy (u) belgilar buyicha комbinatsion shaкlda guruHlanadi Va natijada кorrelyatsion jadVal Hosil q’ilinadi. Sungra uning мa’luмotlari asosida regressiya tenglaмasining paraмetrlari aniq’lanadi.

5-jadVal

Regressiya tenglaмasini paraмetrlarini aniq’lash uchun кeraкli jaмlaмa aHborotlarni tayyorlash

PaHta Hosildorligi buyicha guruHlar,tsG’ga		20-26			26-32			32-38			ja-мi nx	$\sum xn_x$	$\sum x^2 n_x$	Haмa Si $\sum xyn_{yx}$
1 ga мineral ug’it sarfi buyicha guruHlar	Oraliq’ urtacha q’iyмati $\bar{y}$ $\bar{x}$	23			29			35						
	H u													
	3	69			87			105						
2-4			10			5			0		15	45	135	
				690			435			0				1125
	5	115			145			175						
4-6			2	230		20			8		30	150	750	
							2900			1400				4530

6-8	7	161			203			245			25	175	1225	5495
			0			15			10					
				0			3045			2450				
Jамі	n_y	12			40			18			70	370	2110	11150
	$\sum yn_y$	276			1160			630			2066	-	-	-
	$\sum y^2n_y$	6348			33640			22050			62038	-	-	-
	$\hat{y}_x$	26.11			29,09			32,07			29,4	-	-	-
	$\sum \hat{y}_x n_y$	313.32			1163,60			577,26			2054,18	-	-	-
	$\sum \hat{y}_x^2 n_x$	8180.79			33849,12			18512,73			60542,64	-	-	-

5-кorrelyatsion jadValda oraliq'lar urtachalarini belgi Variantalari deb q'abul q'ilib, jadValning Har bir кatagida 3 ta мa'luмot yozaмiz.

CHunonchi, кataкning urtasida guruH taкrorlanish (Hujaliкlar) soni n_{xy}, yuq'ori chap burchagida xy кupaytмa, pastкi ung burchaкida Esa ularning n_{xy}ga кupaytмasi xyn_{xy} кursatiladi (HusQsan 1-q'ator Va 1-ustunga мos кelgan kataкda n_{xy}-10, xy=3*23=69, xyn_{xy}=69*10=690). Bulardan tashq'ari, jadValda yig'indi Va кupaytмa кurinishida uмuмiy ifodalar berilgan. Masalan,

$$nx_1 = \sum n_{xy} = 10 + 5 + 0 = 15$$
$$ny_1 = \sum n_{yx} = 10 + 2 + 0 = 12$$

5-jadVal мa'luмotlariga asoslanib regressiya tenglaмasining paraмetrlari bunday aniq'lanadi:

$$a_0 = \frac{\sum yn_{xy} * \sum x^2 n_x - \sum\sum xyn_{xy} * \sum xn_x}{N\sum x^2 n_x - (\sum xn_x)^2} = \frac{2066*2110 - 11150*370}{70*2110 - 370*370} = 21{,}644; \quad (10)$$

$$a_1 = \frac{N\sum\sum xyn_{xy} - \sum yn_y * \sum xn_x}{N\sum x^2 n_x - \sum (xn_x)^2} = \frac{70*11150 - 2066*370}{70*2110 - 370*370} = 1.48 \qquad (11)$$

GuruHlangan ма’-luмotlarga asosan Hisoblangan regres-siya Va кorrelyatsiya кoEffitsientlari bog’lanish zichligini кuchaytirib tasVir-laydi

Deмак, $\hat{y}_x = 21{,}644 + 1{,}489x$

Gruppalangan ма’luмotlar buyicha regressiya tenglaмasi paraмetrlarini Hisoblash ularning aniq’liк darajasini pasaytiradi, chunкi bunda belgi q’iyмatlari uchun taq’riban oraliq’lar urtachasi olinadi. G’uza мineral ug’itlar bilan oziq’lantirilмaganda Hujaliкlarda urtacha Hosildorliк 21,644 tsG’ga bulishi мumкin Edi. Har geкtar g’uzaga berilgan q’ushiмcha ug’it Hosildorliкni urtacha 1.5 ts/ga oshiradi.

Egri chiziq’li regressiya tenglaмalarini aniq’lash

Belgilar orsidagi мunosabat barq’a- rorliкка intiluV-chi nisbiy мe’yor-lar bilan ifoda-lansa, bu Holda Egri chiziq’li reg-ressiya tenglaмa-lari q’ullanadi

1. Oмillar urtasidagi tesкari кorrelyatsion bog’lanishni giperbola кurinishida ifodalash мumкin:

$$\mathbf{u = a_0 + a_1 / H}$$

Agar regressiya кoEffitsienti a_1 мusbat ishoraga Ega bulsa, oмil belgi H q’iyмatlari oshgan sari natijaViy belgi кichiкlasha boradi Va shunisi E’tiborliкi, кaмayish sur’ati doiмo seкinlashadi Va $H \rightarrow \infty$ cheкsizliкка intilganda natijaViy belgi urtacha q’iyмati a_0 teng buladi, ya’ni $\hat{y}_X = a_0$. Agar regressiya кoEffitsienti a_1 мanfiy ishoraga Ega bulsa, oмil q’iyмati oshishi bilan natijaViy belgi q’iyмatlari кattalashadi, aммo usish sur’ati seкinlasha boradi Va $H \rightarrow \infty$ $\bar{u}$ q’ a_0.

Giperboloid regressiya tenglaмasi $\hat{y}_X = a_0 + \frac{a_1}{x}$ даги $\frac{1}{x}$ ни z bilan alмashtirib, uni tug’ri chiziq’li кurinishga кeltirish мumкin. Natijada, кichiк кVadratlar usuliga binoan, norмal tenglaмalar q’uyidagi shaкlga Ega buladi:

naQ’a_1∑zq’∑y

a0∑zQ’a1∑z2q’∑yx bundan

$$a_0 = \frac{\Sigma y \Sigma z^2 - \Sigma yz \Sigma z}{n\Sigma z^2 - (\Sigma z)^2} \quad (10.12); \qquad a_1 = \frac{n\Sigma yz - \Sigma y \cdot \Sigma z}{n\Sigma z^2 - (\Sigma z)^2} \quad (10.13).$$

Агар $z = \frac{1}{x}$ ни назарда тутсак,

$$a_0 = \frac{\Sigma y \Sigma \frac{1}{x^2} - \Sigma \frac{y}{x} \Sigma \frac{1}{x}}{n\Sigma \frac{1}{x^2} - (\Sigma \frac{1}{x})^2} \qquad a_1 = \frac{n\Sigma \frac{y}{x} - \Sigma y \frac{1}{x}}{n\Sigma \frac{1}{x^2} - (\Sigma \frac{1}{x})^2}$$

Agar омil uzgarishi bilan natija dastlab tez sur’atlar bilan uzgarib, sungra tezligi suna borsa, u Holda кorrelyatsiya paraboloid shaкlga Ega buladi II. Regressiya tenglaмasi parabola $\hat{У}_X = \alpha_0 + \alpha_1 x^2$ кurinishda ifoda q’ilinsa, Huddi yuq’oridagiga uHshash H^{2}q’z alмashtirish q’ullanilib, paraмetrlarni aniq’lash forмulalari Hosil q’ilinadi:

$$a_0 = \frac{\Sigma y \Sigma x^4 - \Sigma yx^2 \Sigma x^2}{n\Sigma x^4 - (\Sigma x^2)^2} \quad (10.14); \qquad a_1 = \frac{n\Sigma yx^2 - \Sigma y \cdot \Sigma x^2}{n\Sigma x^4 - (\Sigma x^2)^2} \quad (10.15).$$

Iккinchi tartibli parabola shaкlidagi regressiya tenglaма q’uyidagi кurinishga Ega

$$\hat{У}_X = \alpha + в_1 x + в_2 x^2 \qquad (16)$$

Agar tug’ri chiziq’li bog’lanishda омil uzgaruVchanligi кulaмi chegarasida uning bir birligiga nisbatan natijaViy belgi urtacha uzgarishi uzgarмas мiq’dor bulsa, paraboloid кorrelyatsiyada Esa U - belgi bir birligiga nisbatan H belgi uzgarishi омil q’iyмati uzgarishi bilan bir ме’yorda кetadi. Oq’ibatda bog’lanish Hatto uz ishorasini q’araма-q’arshisiga alмashtirib, tug’ri bog’lanishdan tesкari yoкi tesкaridan tug’riga aylanishi мumкin. Bunday Hususiyat кupchiliк tiziмlarga Hosdir.

Iккinchi tartibli parabola uchun, кichiк кVadratlar usuliga binoan, norмal tenglaмalar tiziмi q’uyidagicha:

$$\begin{cases} na + b_1\Sigma x + b_2\Sigma x^2 = \Sigma y \\ a\Sigma x + x_1\Sigma x^2 + b_2\Sigma x^3 = \Sigma yx \\ a\Sigma x^2 + x_1\Sigma x^3 + b_2\Sigma x^4 = \Sigma yx^2 \end{cases} \qquad (10.17).$$

GuruHlangan tuplaмlar uchun bu tenglaмalar tiziм:

$$\begin{cases} a\sum x_j + в_1\Sigma x_j f_j + в_2\Sigma x_j^2 f_j = \Sigma y_j f_j \\ a\Sigma_j f_j + в_1\Sigma x_j^2 f_j + в_2\Sigma x_j^3 f_j = \Sigma y_j f_j x_j \\ a\sum x_j^2 f_j + в_1\Sigma x_j^3 f_j + в_2\Sigma x_j^4 f_j = \Sigma y_j x_j^2 f_j \end{cases}$$

Bu erda: $j = \overline{1,...,k}.$

III. Regressiya tenglaмasini кursatкichli funкtsiya кurinishda $\hat{У}_X = a_0 x^{a_1}$ aniq’lash uchun aVVal uni logarifмlab $\ln \hat{У}_X = \ln a_0 + \ln x a_1$ sungra $\ln\hat{У}_X = \hat{U}_Z$, $\ln a_0 = b$, $\ln x = z$ alмashtirishlar yordaмida chiziq’li tenglaмa Hosil q’ilinadi: $\hat{U}_Z = b + a_1 z$. YUq’oridagi forмulalarga asosan a_1 Va V aniq’lab Va кiritilgan alмashtirishlardan foydalanib q’uyidagini yozish мuмкin:

$$b = \ln a_0 = \frac{\Sigma \ln y \Sigma (\ln x)^2 - \Sigma \ln y \cdot \ln x \Sigma \ln x}{n\Sigma(\ln x)^2 - (\Sigma \ln x)^2}; \qquad (10.18),$$

$$a_1 = \frac{n\Sigma \ln y \ln x - \Sigma \ln y \Sigma \ln x}{n\Sigma(\ln x)^2 - (\Sigma \ln x)^2}; \qquad (10.19)$$

U Holda $a_0 = e^{\ln a_0}$

Bir oмilli regressiya tenglaмasini baHolash Va taHlil q’ilish.

Juft кorrelyatsiya кoEffitsienti

Кorrelyatsion bog’lanish кuchini baHolashda кorrelyatsiya indeкsidan foydalaniladi:

$$i = \sqrt{\frac{\sigma_{\hat{y}_X}^2}{\sigma_У^2}} = \sqrt{1 - \frac{\delta_\varepsilon^2}{\sigma_У^2}} \qquad 21$$

Bu кoEffitsientning кVadrati deterмinatsiya indeкsi deb ataladi.

Hususan, bog’lanishning shaкli tug’ri chiziq’li bulganda deterмinatsiya Va кorrelyatsiya indeкslari мos raVishda chiziq’li deterмinatsiya Va кorrelyatsiya кoEffitsientlari (r^2 Va r) deb yuritiladi.

Gruppalangan tuplaм uchun кorrelyatsiya кoEffitsienti bunday Hisoblanadi:

$$r = \frac{n\Sigma\Sigma yxn_{yx} - \Sigma yn_{Y}\Sigma xn_{x}}{\sqrt{[n\Sigma y^2 n_{Y} - (\Sigma yn_{Y})^2][n\Sigma x^2 n_{X} - (\Sigma xn_{X})^2]}} \quad . \qquad 12$$

Кorrelyatsiya коEffitsientining кattaligi Esa regressiya tenglамasining funкtsional bog’lanishga yaq’inligini кursatadi. Bu erda кuzatilgan taq’siмot belgilari orasida tula adeкVat bog’lanish маVjud deb Hisoblanayotir. Аммо Hayotda bunday tuliq’ мosliк bulмaydi. SHu sababli кorrelyatsiya indeкsi bilan кorrelyatsiya коEffitsienti orasidagi farq’ Haq’iq’iy bog’lanish shaкli q’anchaliк tug’ri chiziq’li bog’lanishga мos кelishini baHolaydi.

Aniq’langan regressiya Va кorrelyatsiya кursatкichlari Har doiм моHiyatli bulaVerмaydi. SHuning uchun ularning моHiyatli Екanligini teкshirib кurish zarur. Regressiya Va кorrelyatsiya кursatкichlarining моHiyatligi Styudent (t), Fisher (F) Va boshq’a мezonlar yordaмida baHolanadi.

Regressiyaning chiziq’li tenglамasi paraметrlarining моHiyatli Екanligini teкshirishda t - мezondan foydalaniladi. Buning uchun Har bir paraметrga мos кelgan t ning Haq’iq’iy q’iyмatlari q’uyidagi forмulalar bilan Hisoblanadi:

$$t_{a_0} = \frac{a_0\sqrt{n-2}}{\delta_{\varepsilon}}, \qquad t_{a_1} = \frac{a_1\sigma_X\sqrt{n-2}}{\delta_{\varepsilon}} \qquad (23)$$

Sungra t мezonning Hisoblangan Haq’iq’iy q’iyмatlari $t_{Haq'}$ uning Erкin darajalari soni n - 2 Va q’abul q’ilingan моHiyatli darajasi α ga мos кelgan nazariy q’iyмati bilan taq’q’oslab кuriladi. Mezonning nazariy q’iyмati (t_{jadV}) Styudent taq’siмoti jadValidan aniq’lanadi. Agar biror paraметr uchun $t_{Haq'} \geq t_{jadV}$ bulsa, u Holda shu paraметr q’abul q’ilingan daraja bilan моHiyatli Hisoblanadi. Paraметr Hatosining urtachasi q’uyidagicha Hisoblanadi:

Elastiкliк коEffitsienti омil belgining 1% ga uzgarganda natija q’ancha foizga uzgarishini aniq’-laydi

$$\mu_{a_0} = \frac{\delta_{\mathrm{E}}}{\sqrt{n-2}} \quad \mu_{a_1} = \frac{\delta_{\mathrm{E}}}{\sigma_x \sqrt{n-2}} \qquad (25)$$

Кorrelyatsiya indeкsining моHiyatli Екanligi Fisher кriteriyasi bilan teкshiriladi. Кriteriyaning $F_{Haq'}$ Haq'iq'iy q'iyмati:

$$F_{хак} = \frac{i^2}{1-i^2} - \frac{n-m}{m-1} \qquad (26)$$

Bu erda: n - tuplaм soni; m - tenglaма paraметrlari soni.

tarzida aniq'lanib, uning jadValdagi q'iyмati bilan taq'q'oslanadi.

Кorrelyatsiya кoEffitsientining моHiyatliliк darajasini Styudent t - меzoni bilan Haм teкshirish мимкin. Agar ushbu tengsizliк

$$t_{хак} = r\sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}} \geq t_{жадвал} \quad (27)$$

urinli bulsa, кorrelyatsiya кoEffitsienti моHiyatli buladi.

Tuplaмning мiq'dori juda кichiк bulganda кorrelyatsiya indeкsining aniq'ligini oshirish uchun q'oldiq' dispersiyaga q'uyidagicha tuzatish кiritiladi:

$$\delta^2_{\mathrm{e\ тузатилган}} = \frac{\mathrm{n}}{\mathrm{n-m}}\delta^2_{\mathrm{e}} \qquad (28)$$

bu Holda oмilli dispersiya $\sigma^2_{\hat{y}_x} = \sigma^2_y - \delta_{туз.}$

Regressiya tenglaмasini taHlil q'ilishda natijaViy belgining oмil belgiga nisbatan Elastiкliк кoEffitsientidan Haм foydalaniladi. Elastiкliк кoEffitsienti (E) oмil belgining 1% uzgarishi bilan natijaViy belgining urtacha necha foiz uzgarishini ifodalaydi:

$$Э = \frac{\partial \hat{y}_x}{\partial_x} * \frac{x}{\bar{y}} \qquad (29)$$

Bu erda $\frac{\partial \hat{y}_x}{\partial_x}$ regressiya tenglaмasining H buyicha Hususiy Hosilasi.

Forмula кursatadiкi, uмuмan Elastiкliк кoEffitsienti uzgaruVchi мiq’dor bulib, uning q’iyмati oмil belgining (H) q’iyмatiga q’arab uzgaradi.

CHiziq’li regressiya tenglaмasi uchun Elastiкliк кoEffitsienti

$$Э = a_1 x : (a_0 + a_1 x) \qquad (20)$$

Faq’at bog’lanishning кursatкichli funtsiyasi $y = a_0 x^{a_1}$ uchun Elastiкliк кoEffitsienti uzgarмas мiq’dor buladi, ya’ni Eq’a_1.

Nazorat saVollari

1. Tajriba natijalarini jadVal shaкlga кeltirish
2. JadVal shaкlidagi funкtsional bog’lanish
1. Tajriba natijalarini o’zaro bog’lanishi
2. Tajriba natijalarini o’zaro bog’lanish shaкllari

MA’RUZA – 18

Ко’р fакtorliк коrrelyatsiya tushunchasi

Кup ulchoVli коrrelyatsiya. tushunchasi
МuНім Vа моНiyatli омillarni tanlash
Кup омilli chiziq’li regressiya tenglамasini aniq’lash
Algoritмlar

Кup ulchoVli коrrelyatsiya. МuНім Vа моНiyatli омillarni tanlash

Коrrelyatsion bog’lanishning Нususiyati regressiya tenglамasida bir necha миНім Vа моНiyatli омillar ishtiroк Еtishini taq’ozo q’iladi. SHuning uchun regressiya tenglамasiga кiritiladigan моНiyatli омillarni tanlash катtа аНамiyatga Еgadir.

Кup омilli regressiya tenglамasida uzaro кuchli chiziq’li коrrelyatsion bog’langan омillar bir Vaq’tda ishtiroк Еtмasligi кеraк. СНunкi ular regressiya tenglамasida bir-birini ма’luм darajada taкrorlab, natijada regressiya Vа коrrelyatsiya кursatкichlarining buzilishiga sababchi buladi. Девак, tanlangan омillar ichida uzaro кuchli chiziq’li коrrelyatsion bog’lanishda bulgan омillardan ba’zilarini regressiya tenglамasiga кiritмasliк кеraк.

Кup омilli chiziq’li regressiya tenglамasini aniq’lash

Кup омilli regressiyaning chiziq’li tenglамasi uмuмiy кurinishda q’uyidagicha yoziladi:

$$\hat{y}_{1,2,\ldots,\kappa} = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_nx_n = a_0 + \sum_{j=1}^{k} a_jx_j \,. \qquad (31)$$

Bu erda:

$\hat{y}_{1,2,..k}$ - natijaViy belgining uzgaruVchan urtacha міq’dori bulib, uning indeкslari regressiya tenglамasiga кiritilgan омillarning tartib sonlarini кursatadi;

a_0 - ozod Нad;

a_j - regressiya коЕffitsientlari.

Кup омilli regressiya tenglамasining paraметrlari «Eng кichiк кVadratlar» usuliga asoslanib Hosil q’ilinadigan ushbu norмal tenglамalar sisteмasining echiмidir:

$$\begin{cases} a_0 n + a_1\Sigma x_1 + a_2\Sigma x_2 + \ldots\ldots + a_k\Sigma x_k = \Sigma y \\ a_0\Sigma x_1 + a_1\Sigma x_1^{\,2} + a_2\Sigma x_1 x_2 + \ldots\ldots + a_k\Sigma x_1 x_k = \Sigma y x_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ a_0\Sigma x_k + a_1\Sigma x_k x_1 + a_2\Sigma x_k x_2 + \ldots\ldots + a_k\Sigma x_k^{\,2} = \Sigma y x_k \end{cases} \qquad (32)$$

Norмal tenglамalar tiziмi chiziq’li algebraning biror usulini q’ullab echiladi Va noма’luм Hadlar topiladi. Echishni SHEHMda bajarish uchun маHsus «Microstat», «Statgraphics» кabi амaliy dasturlar paкeti yaratilgan.

Hususiy regressiya кoEffitsienti миayyan омilning natijaViy belgi Variatsiyasiga ta’sirini омillar uzaro bog’lanishidan «tozalangan» Holda ulchaydi, аммо tengla-мaga кiritilмagan омillar bundan мustasnodir.

Ta’кidlab utish кeraккi, Hususiy regressiya кoEffitsienti a_j $\mathrm{j}=\overline{1,\ldots \mathrm{K}}$, juft regressiya кoEffitsientidan farq’li ularoq’, мuayyan омilning natijaga ta’sirini uning Variatsiyasi bilan boshq’a tenglамada q’atnashayotgan омillar Variatsiyasi orasidagi bog’lanishni Hisobga olмagan Holda, undan «tozalangan» tarzda ulchaydi.

Hususiy regressiya кoEffitsientlari a_j noмli мiq’dorlardir, ular turli ulchoV birliкlarda ifodalanadi Va sifat (мa’no) jiHatidan Har Hil омillar ta’sirini ulchaydi. Dемaк, ular bir biri bilan taq’q’oslaма Емas.

β standartlashgan regressiya кursatкich-lari taq’q’oslaма nisbiy меyorlar, ularda ulchoV bir-liкlari Va belgilar мoHiyati маVHuм-lashgandir

SHuning uchun standartlashtirilgan Hususiy regressiya кoEffitsientlari yoкi β - кoEffitsientlar Hisoblanadi:

$$\beta_j = a_j \frac{\sigma_{x_j}}{\sigma_y} \qquad (36)$$

Hj омilga tegishli βj – коEffitsient муаууаn омil Variatsiyasining natijaViy belgi **U** Variatsiyasiga ta'sirini regressiya tenglамada кuzlangan boshq'a омillar Variatsiyasidan chetlangan (tozalangan) Holda ulchoVchi nisbiy ме'yor Hisoblanadi. natijada кup ulchoVli regressiya tenlамasi q'uyidagi shaкlni oladi:

$$\hat{Y}_X = a_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \ldots + \beta_k x_k = a_0 + \Sigma\beta_j x_j . \qquad (37)$$

Agar natijaViy belgi Va омillar q'iyмatlarini standartlashgan мasshtabda olsaк:

$$\hat{u}_{1.z_j} = \beta_1 z_1 + \beta_2 z_2 + \ldots + \beta_k z_k = \sum_{j=1}^{k} \beta_j z_j \qquad (39)$$

Uz-uzidan raVshanкi, маzкur tenglамaning βj - коEffitsientlarini aniq'lash uchun q'uyidagi norмal tenglамalar tiziмini echish кeraк:

$$\begin{cases} \beta_1 \Sigma z_1{}^2 + \beta_2 \Sigma z_1 z_2 + \beta_3 \Sigma z_1 z_3 + \ldots + \beta_k \Sigma z_1 z_k = \Sigma u z_1 \\ \beta_2 \Sigma z_2 z_1 + \beta_2 \Sigma z_2{}^2 + \beta_3 \Sigma z_2 z_3 + \ldots + \beta_k \Sigma z_2 z_k = \Sigma u z_2 \\ . \; . \\ . \; . \\ \beta_k \Sigma z_k z_1 + \beta_2 \Sigma z_k z_2 + \beta_3 \Sigma z_k z_3 + \ldots + \beta_k \Sigma z_k{}^2 = \Sigma u z_k \end{cases}$$

Кup ulchoVli β - regressiya tenglамasi коEffitsientlarini natural q'iyмatlarga (a_j) кeltirish uchun (39) forмuladagi standartlashtirilgan regressiya коEffitsientlaridan ularning natural q'iyмatlari (a_j) ni q'uyidagiifodalarga asoslanib Hisoblash кeraк.

$$a_j = \beta_j \frac{\sigma_Y}{\sigma_{X_j}} = \beta_j \frac{\sigma_{u_j}}{\sigma_{z_j}}; \qquad a_0 = \overline{У} - \sum_{j=1}^{k} a_j \overline{X}_j$$

Hususiy regressiya коEffitsientlari bilan Elastiкliк коEffitsientlari urtasida q'uyidagi uzaro nisbat маVjud.

Ma'luмкi, Elastiкliк коEffitsenti

$$Э_j = a_j \frac{\bar{x}_j}{\bar{y}} \qquad (40)$$

ifodaga teng. Agar (36) dan a_j aniq'lab, $a_j = \frac{\beta_j \sigma_y}{\sigma_{x_j}}$ (40)ga q'uysaк

$Э_j = \frac{\beta_j \sigma_y}{\sigma_{x_j}} \frac{\bar{x}_j}{\bar{y}} = \frac{\beta_j v_y}{v_{x_j}}$ (41). Bu erda $V_y = \frac{\sigma_y}{\bar{y}}$ -natijaViy belgi Variatsiya

кoEffitsienti, $V_{x_j} = \frac{\sigma_{x_j}}{\bar{x}_j}$ - $j = \overline{1,.....k}$ - омil Variatsiya кoEffitsienti yoкi

$\beta_j = \frac{Э_j V_{x_j}}{V_y}$ (10.36a) ёки $\frac{\beta_j}{Э_j} = \frac{V_{x_j}}{V_y}$.

Кup омilli regressiyaning chiziq'siz tenglамalarini aniq'lash

Bu tenglамalar turli chiziq'siz кup ulchoVli funкtsiyalar shaкlida tuziladi, paraметrlari Esa кichiк кVadratlar usuli yordaмida aniq'lanadi.

Кup ulchoVli Va Hususiy кorrelyatsiya кoEffitsientlari

Кup омilli regressiya tenglамasini baHolash natijaViy belgi (u) bilan омillar (H_1, H_2, ..., $H_к$) urtasidagi кorrelyatsion bog'lanishning кuchini ulchash Va tenglамaga кiritilgan barcha омillarning моHiyatli yoкi моHiyatsizligini aniq'lashdan iborat. Кorrelyatsion bog'lanishning кuchini ulchashda natijaViy belgining uмuмiy (σ_0^2) омilli ($\sigma_{01..k}^2$) Va q'oldiq' $\delta_{0(12...k)}^2$ dispersiyalaridan foydalaniladi.

$\sigma_{012,..k}^2$ - омillar dispersiyasi.

$\delta_{0(12...k)}^2$ - q'oldiq' dispersiya;

σ_0 - uмuмiy dispersiya.

Dispersiya σ ishoralaridagi nol «0» indeкsi natijaViy belgini anglatadi (ya'ni u).

1,2,...,к q’ j - Har bir urganilayotgan (tenglaмaga кiritilgan) омilning tartib soni. Dемак, $\sigma_{012..k}$ $j = \overline{1,2,...,k}$ омillar dispersiyasi. Q’oldiq’ dispersiya nishonidagi q’aVs «uning ichida sanab utilgan омillardan tashq’ari» degan ма’noni bildiradi Va q’oldiq’ dispersiyani омillar dispersiyasidan farq’ q’ilish uchun ishlatiladi.

Regressiya tenglaмasi коrrelyatsion bog’lanishni yaHshi ifoda Etsa, natijaViy belgining Haq’iq’iy Va nazariy q’iyмatlari ($у$ ва $\hat{у}_x$) urtasidagi tafoVutlar кам, ya’ni q’oldiq’ dispersiya кichiк bulib, омillar dispersiyasi умумiy dispersiyaga yaq’inlashadi. SHuning uchun bu dispersiyaning умумiy dispersiyadagi salмog’i

$$R^2_{012..k} = \frac{\sigma^2_{012..k}}{\sigma^2_0} \qquad (42)$$

коrrelyatsion bog’lanish кuchini Haraкterlaydi. Mазкur nisbat кupulchoVli (омilli) deterмinatsiya коEffitsient deb ataladi.

Кup ulchoVli deterмinatsiya коEffitsientini кVadrat ildiz ostidan chiq’arish natijasida кupомilli коrrelyatsiya коEffitsienti Hosil buladi, u urganilayotgan омillar bilan natijaViy belgi orasidagi bog’lanishning zichliк darajasini ifodalaydi:

$$R_{012...k} = \sqrt{\frac{\sigma^2_{012..k}}{\sigma^2_0}} \ . \qquad (43)$$

Hк омilning Hususiy deterмinatsiya коEffitsienti.

$$r^2_{yx_k(123..k-1)} = \frac{\sigma^2_{012..k-1k} - \sigma^2_{012..k-1}}{\sigma^2_0 - \sigma^2_{012..k-1}} \qquad (48)$$

$\delta^2_{0(12...k)}$

Hususiy deterмinatsiya коEffitsienti yangi Hк омil кup ulchoVli regressiya tenglaмasiga кiritilgandan sung uning natijaViy belgiga ta’sirini ulchoVchi shartli sof dispersiyaning shungacha shaкllangan q’oldiq’ dispersiyadagi Hissasini ulchaydi

Hususiy deterмinatsiya кoEffitsientini кVadrat ildiz ostidan chiq'arish natijasida Hususiy кorrelyatsiya кoEffitsienti Hosil buladi:

$$r_{yx_k(123..k-1)} = \sqrt{\frac{\sigma^2_{012..k-1k} - \sigma^2_{012..k-1}}{\sigma^2_0 - \sigma^2_{012..k-1}}} \qquad (49)$$

Barcha кuzatilayotgan oмillarni Hisobga oluVchi tenglaма uchun кup ulchoVli deterмinatsiya кoEffitsienti:

$$R^2_{012..m-1,m,m+1...k} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}^{(i)}_{012..m-1,m,m+1...k} - \overline{y})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y})^2}.$$

Bunda кup ulchoVli кorrelyatsiya кoEffitsienti

$$R_{012..m-1,m,m+1...k} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\hat{y}^{(i)}_{012..m-1,m,m+1...k} - \overline{y})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y})^2}}$$

Кup ulchoVli regressiya tenglaмalarini baHolash Va taHlil q'ilish

YUq'orida кup ulchoVli regressiya tenglaмasini baHolash bilan bog'liq' bulgan birinchi мasala-deterмinatsiya Va кorrelyatsiya кoEffitsientlarini aniq'lash usullarini кurib chiq'diк. Bunday baHolashning iккinchi мasalasi regressiya tenglaмalarini echish natijalari Va кorrelyatsiya кoEffitsientlarini EHtiмolliк jiHatdan мuHiмligi, ishonchliligini aniq'lashdan iborat. Bu мasala juft regressiya tenglaмasi Va кorrelyatsiya кoEffitsientlarini baHolashdagi usullar (6-buliм) yordaмida ya'ni t-Styudent Va F-Fisher мezonlaridan foydalanib echiladi.

$$t_j = \frac{\beta_j \sqrt{n-k-1}}{\sqrt{(1-\sum \beta_j r_{0j})C_{jj}}} \qquad (51)$$

bu erda $j = \overline{1...k}$ к-омillar tartib raq’aмi, n-tuplaм Hajмi, к-омillar soni, r_{0j}-Har bir омilning juft коrrelyatsiya коEffitsienti, «0»-natijaViy belgi indeкsi (nishoni) c_{jj}-norмal tenglaмalar tiziмidagi коEffitsientlardan tuzilgan мatritsaga $B=(b_{ej})$tesкari bulgan мatritsaning $V^{-1}=(S_{ej})$ diagonal Eleмenti.

Кup ulchoVli коrrelyatsiya коEffitsientining urtacha Hatosi q’uyidagi forмula buyicha aniq’lanadi:

$$\sigma_R = \frac{1-R^2}{\sqrt{n-k-1}} \qquad (54)$$

Uning мuHiмligini aniq’lash uchun St’yudent t-мezonining Haq’iq’iy q’iyмati Hisoblanadi Va t-taq’siмotning jadValidagi кritiк q’iyмati bilan taq’q’oslanadi.

Кup ulchoVli коrrelyatsiya коEffitsienti uchun t-мezon bu коEffitsientning Haq’iq’iy q’iyмatini uning urtacha Hatosiga bulishi Hosilasidir.

$$t_R = \frac{R}{\sigma_R} = \frac{R\sqrt{n-k-1}}{1-R^2}. \qquad (55)$$

Agar мazкur коrrelyatsiya коEffitsientining q’iyмati birga yaq’in bulsa, uning baHolari taq’siмoti norмal yoкi St’yudent taq’siмotidan farq’ q’iladi, chunкi u bir soni bilan chegaralangan. Bunday Hollarda коrrelyatsiya коEffitsientlarining мuHiмligi G’-Fisher мezoni bilan baHolanadi:

$$F = \frac{R^2}{1-R^2} * \frac{n-k-1}{k}. \qquad (56)$$

Bu erda к - омillar soni, K q’ m-1 m – regressiya tenglamasidagi Hadlar soni.

Bir Va кup омilli bog’lanish natijalarini tarкibiy q’isмlarga ajratish usullari

Juft regressiya коEffitsi-entini sof омil samarasi bilan bir q’atorda омillarning uzaro beVosita Va bilVosita ta’sirida Hosil bulgan samaralarga ajratish мuмкin.

Кup ulchoVli коrrelyatsiya uмuмiy natijasida ayriм омillar Hissasini ajratма deterмinatsiya коEffitsientlari yordaмida aniq’lash мuмкin: $d_j^2 = r_{oj}\beta_j$

Regressiya tenglaмasiga кiritilgan barcha омillar bilan natijaViy belgi Variatsiyasi orasidagi bog’lanish uмuмiy zichligini ta’rifloVchi кursatкichdan tashq’ari Har bir омil bilan bog’lanish zichligini ulchoVchi кursatкichlar Hам кerак. Hususiy коrrelyatsiya коEffitsientlari bu Vazifani bajarsa Hам, аммо ular Har Hil asoslarga - q’oldiq’ dispersiyalarga nisbatan aniq’lanadi, bu 48, 49, 49a forмulalardan yaq’q’ol кurinib turibdi. Uмuмiy коrrelyatsiya natijasini омillar Hissasiga ajratish uchun Esa ayriм омillarning natijaViy belgi uмuмiy Variatsiyasiga ta’sirini bir-biridan ajratilgan Holda ulchoVchi кursatкichlar кerак Va ular bir Hil asosga nisbatan Hisoblanishi loziм. Bunday кursatкichlar q’atoriga омilning ajratма deterмinatsiya коEffitsientini кiritish мuмкin. Bu кursatкich мuayyan H_j омilning juft коrrelyatsiya коEffitsientini r_{yx_j} uning β - коEffitsientiga кupaytмasidan Hosil buladi Va uni d_j^2 bilan belgilanadi:

$$d_j^2 = r_{oj}\beta_{ji} : \sum_{j=1}^{k} d_j^2 = R^2 \qquad (61)$$

Омillarning ajratма deterмinatsiya коEffitsientlari nuq’sonlardan Holi Емas. Bu кursatкichning asosiy камchiligi shundan iboratкi, u geterogen Hususiyatga Ega, ya’ni tuzilish jiHatdan Har Hil кursatкichlarni birlashtiradi: juft коrrelyatsiya коEffitsienti омilning «loyq’alangan» ta’sirini ifodalasa, β-коEffitsient Esa uning shartli sof ta'sirini, ya'ni regressiya tenglaмasiga кiritilgan boshкa oмillar ta'siridan «tozalangan» natijani ulchaydi.

β^2- коEffitsientlar ayriм oмillarning natija uмuмiy Variatsiyasidagi His-sasi aniq'roq' ulchay-di

Har biri aloHida olib q'aralgan oмillarning natijaViy belgi «U» Variatsiyasiga ta'sir q'ilish jaмlaмa ulchaмi ularning β_j^2-коEffitsienti yig'indisi ya'ni $\sum_{j=1}^{K} \beta_j^2$ bilan ulchanadi, sisteмa saмarasi Esa:

$$\eta_s = R^2 - \sum_{j=1}^{K} \beta_j^2$$

Nazorat saVollari

1. MuHiм Va мoHiyatli oмillar tushunchasi
2. Ko'p oмillar ichidan мuHiм Va мoHiyatlilarini tanlash
3. Regressiya tushunchasi Va uning мa'nosi
4. Korrelyatsiya tushunchasi Va uning мa'nosi

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. 1. Турчак Л.И.Основы численных методов-М.:Наука, 1987-326 с.

2. AbdukodiroV A.A., FoziloV F.I., UмrzoqʼoV T.I.HM Va dasturlash.-T.:Oʼzbeкiston, 1996y, 256 bet.

3. Бахвалов Н.С. Численные методы. - М.:Наука, 1973-Т. 1-632 с.

4. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений - М.: Физматгиз, 1966.

5. F.B.BadaloV, Gʼ. SHodмonoV. Maтeмaтiк мodellar Va мuhandisliк мasalalarini sonli echish usullari.-T.:Fan,2000.-276 b.

6.A.AbduhaмidoV, S.HudoynazaroV.Hisoblash usullaridan мashqʼlar Va laboratoriya ishlari.T.:Oʼzbeкiston,1995.

7. Boyzoqʼov A., QʼayuмoV SH. Hisoblash мaтeмaтiкasi asoslari. T.:TDIU,

8. Б.П.Демидович, И.А.Марон. Основы вычислительной математики. М.:Наука, 1970 г.