O’ZBEKISTON RESPU BLIKASI OLIY VA

O’RTA MAXSUS TA’LIM VAZIRLIGI

BUXORO MUHANDISLIK TEXNOLOGIYA INSTITUTI

«OLIY MATEMATIKA» KAFEDRASI

«Oliy matematika» fanidan

REFERAT

Mavzu: **E HT I M O LLIK . EHTIMOLLIKLARNI QO’SHISH VA KO’PAYTIRISH TEOREMALARI.**

Bajardi : 10-15 TJBAKT

Safarova D.

Qabul qildi: Mamatov T.Yu

BUXORO – 2016

E HT I M O LLIK . EHTIMOLLIKLARNI QO'SHISH VA KO'PAYTIRISH TEOREMALARI.

<u>Tayanch iboralar:</u> ehtimollik, hodisalar algebrasi, birgalikda va birgalikda bo'lmagan hodisalar, hodisalar to'liq gruppasi, elementar natijalar, ehtimollikning klassik ta'rifi, ehtimollikning asosiy xossalari, ehtimollikning geometrik va statistik ta'rifi, ehtimolliklarni qo'shish teoremalari, shartli ehtimollik, bog'liq va bog'liqmas hodisalar, ehtimolliklarni ko'paytirish teoremalari.

РЕФЕРАТ REJASI:

1. Ehtimollik tushunchasi.
2. Hodisalar algebrasi.
3. Birgalikda va birgalikda bo'lmagan hodisalar.
4. Ehtimollikning aksiomatik kiritilishi.
5. Ehtimollikning klassik ta'rifi.
6. Ehtimollikning asosiy xossalari.
7. Ehtimollikning geometrik ta'rifi.
8. Ehtimollikning statistik ta'rifi.
9. Hodisalar yig'indisi va ko'paytmasi.
10. Birgalikda bo'lmagan hodisalar uchun qo'shish teoremasi.
11. Qarama-qarshi hodisalarning ehtimolliklari.
12. Birgalikda bo'lmagan hodisalar uchun qo'shish teoremasi.
13. Shartli ehtimollik.
14. Bog'liq va bog'liqmas hodisalar.
15. Bog'liq hodisalar uchun ko'paytirish teoremasi.
16. Bog'liqmas hodisalar uchun ko'paytirish teoremasi.
17. Qo'shish va ko'paytirish teoremalarni umumlashtirish.

Ehtimollar nazariyasini boshlangich tushunchalaridan yana biri exti-mollik tushunchasidir. Bu tushunchani kiritishga sabab shuki hodisalar ro'y berish yoki ro'y bermaslik darajasi nuktai nazaridan turlicha bo'ladi.

Masalan, «Sportloto» bileti olinib,undagi 36 ta sondan 6 tasi tasodifiy ravishda tanlangan bo'lsin.U holda quyidagi

A={tanlangan sonlardan birortasi ham tirajda chikmaydi},

B={tanlangan sonlardan ikkitasi tirajda chiqdi},

C={tanlangan sonlarning hammasi tirajda chiqdi}

hodisalarning hammasi tasodifiy hodisadir.«Sportloto» tiraji natijalaridan ko'rish mumkinki, A tasodifiy hodisa tez-tez ro'y berib turadi,chunki juda ko'p biletlarga yutuq chiqmaydi.B tasodifiy hodisa A hodisaga nisbatan kamroq ro'y berib turadi. C tasodifiy hodisa esa juda kam,onda-sonda ro'y berib turadi.

Bu misollardan kurinadiki,ba'zi hodisalar «juda ham tasodifiy» ya'ni onda-sonda ro'y berib turadi, ba'zi hodisalar esa «unchalik tasodifiy emas», ya'ni ancha-muncha ro'y berib turadi, ba'zi hodisalar esa «deyarli tasodifiy emas», ya'ni ular tez-tez ro'y berib turadi. Shu sababli ehtimollar nazariyasida har bir A hodisaga uning « tasodifiylik darajasini» ifodalovchi biror sonli kattalik shu A hodisaning ehtimolligi deb tushuniladi va P(A) kabi belgilanadi.Shunday qilib P(A) ehtimollik A hodisadan olingan qandaydir funktsiya deb karalishi mumkin.Ehtimollar nazariyasida P(A) funktsiyaga 3 ta shart qo'yiladi. Bu shartlarni ifodalash uchun quyidagi ta'riflarni kiritamiz.

T A ' R I F 1: Biror hodisalar sistemasi (to'plami) $\Im$ hodisalar algebrasi deb ataladi,agar unda quyidagi shartlar bajarilsa:

1. $A\in\Im,\ B\in\Im \Rightarrow A\cap B\in\Im,\ A\cup B\in\Im,\ A-B\in\Im.$

2. $\Omega\in\Im,\ \varnothing\in\Im$

Masalan, $\Im=\{\Omega, \varnothing\}$, $\Im=\{A, \overline{A}, \Omega, \varnothing\}$ hodisalar algebrasi bo'ladi.

T A ' R I F 2: $A\in\mathfrak{I}$, $B\in\mathfrak{I}$ hodisalar birgalikda emas deyiladi,agar ulardan biri ro’y berganda ikkinchisi ro’y bermasa, ya'ni $A\cap B=\varnothing$ shart bajarilsa. Aks holda ular birgalikda deb aytiladi.

Masalan,korxona xodimlarining uzluksiz ish staji miqdori I ko’rilayotgan bo’lsa,

A={tasodifiy tanlangan xodim uchun I<10},

B={tasodifiy tanlangan xodim uchun I>15},

C={tasodifiy tanlangan xodim uchun I<20}

hodisalaridan A va B birgalikda emas, A va C yoki B va C hodisalar esa birgalikda bo’ladi.

Endi P(A) ehtimollik funktsiyasiga qo’yiladigan shartlarni keltiramiz :

1. P(A) berilgan $\mathfrak{I}$ hodisalar algebrasida aniqlangan va ixtiyoriy $A\in\mathfrak{I}$ uchun

$$0 \le P(A) \le 1 \qquad \text{(I)}$$

2. Muqarrar Ω va mumkin bo’lmagan $\varnothing$ hodisalar uchun

$$P(\Omega)=1, \; P(\varnothing)=0 \qquad \text{(II)}$$

3. $A\in\mathfrak{I}$, $B\in\mathfrak{I}$ hodisalar birgalikda bo’lmasa, u holda

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B) \qquad \text{(III)}$$

Endi ba'zi bir xususiy xollarda P(A) ehtimollikni xisoblash usullariga o’tamiz.

Ma'lum bir shartlar majmuasi (kompleksi) **Sh** bajarilganda kuzatuvlarda har safar chekli sondagi

$$E_1, E_2, \ldots E_n \qquad (1)$$

hodisalardan birortasi ro’y bersin. Bu hodisalar quyidagi shartlarni kanoatlantirsin:

1) Kuzatuv natijasida (1) hodisalardan kamida bittasi albatta ro'y beradi,ya'ni

$$E_1 \cup E_2 \cup \ldots \cup E_n = \Omega \qquad (2)$$

Bu shartda (1) hodisalarning to'liq gruppasi deyiladi.

2) (1) hodisalar birgalikda emas,ya'ni kuzatuvda biror E_j hodisa ro'y bergan bo'lsa, kolgan E_i, $i \neq j$, hodisalar ro'y bera olmaydi. Bu shartni

$E_i \cap E_j = \varnothing$, $i \neq j$, kabi ham yozish mumkin.

<u>T A ' R I F 3:</u> 1) va 2) shartlarni kanoatlantiruvchi hodisalar gruppasi elementar hodisalar yoki elementar natijalar deb ataladi.

Masalan, tanga tashlashda

E_1={tanga gerbli tomoni bilan tushdi}={gerb}

E_2={tanga raqamli tomoni bilan tushdi}={raqam}

elementar hodisalar bo'ladi. Yoki tasodifan olingan talabaning «Ehtimolliklar nazariyasi» fani bo'yicha imtixonda qanday baxo olishini ko'rsak, unda

E_1={talaba «a'lo» baxo oldi}={a'lo },

E_2={yaxshi}, E_3={konikarli}, E_4={konikarsiz}

elementar natijalar bo'ladi.

1) elementar natijalar ichidan ma'lum bir

$$E_{i_1}, E_{i_2}, \ldots E_{i_m}, \ m \leq n \qquad (3)$$

elementar natijalarning birortasini ro'y berishini ifodalovchi

$$A = E_{i_1} \cup E_{i_2} \cup \ldots \cup E_{i_m} \qquad (4)$$

tasodifiy hodisani ko'ramoz. (3) elementar natijalar A tasodifiy hodisa uchun qulaylik tug'diruvchi yoki tashkil etuvchi natijalar deb ataladi. Kelgusida (4) ko'rinishdagi A tasodifiy hodisani qisqacha

$A=\{E_{i_1}, E_{i_2},\ldots E_{i_m}\}$ ko'rinishda yozamiz va (1) elementar natijalar to'plamini tuplam osti deb karaymiz.

Endi (1) elementar natijalarga yana bir shart kuyamiz:

3) $E_1, E_2,\ldots, E_n$ elementar natijalar teng imkoniyatli.

Natijalarning teng imkoniyatliligi ham ehtimollik va hodisa kabi ehtimolliklar nazariyasining boshlangich tushunchalaridan biri bo'lib xisoblanadi va shuning uchun uni ta'riflab bo'lmaydi.

Odatda natijalarning teng imkoniyatliligi to'g'risidagi xulosa ko'rilayotgan masalaning moxiyati va simmetriklik shartlari asosida chiqariladi.

Masalan, yuqorida ko'rib utilgan tanga tashlash misolida tangani simmetrik deb olsak, E_1={gerb}, E_2={raqam} elementar natijalar teng imkoniyatli bo'ladi. Ammo tanga nosimmetrik bo'lsa, bu natijalar teng imkoniyatli bo'lmaydi. Xuddi shunday uyin sokkasi tashlanganda,

E_1={kubik 1 raqamli tomoni bilan tushadi}={1},

E_2={2}, E_3={3}, E_4={4}, E_5={5}, E_6={6} elementar natijalar teng imkoniyatli bo'ladi. Ammo talabani imtixon topshirishi misolidagi

E_1={a'lo}, E_2={yaxshi}, E_3={konikarli}, E_4={konikarsiz}

elementar natijalar teng imkoniyatli emas,chunki "a'lo" baxo bilan o'quvchi talabalar boshka baxolar bilan o'quvchi talabalarga nisbatan kamrok uchraydi. Shu sababli E_1 natija ro'y berishi kolgan E_2,E_3,E_4 natijalarga nisbatan kamrok imkoniyatga ega bo'ladi.

I. Ehtimollikning klassik ta'rifi: Agarda n ta teng imkoniyatli elementar natijalardan m(A) tasi A hodisa uchun qulaylik tug'diruvchi bo'lsa, A hodisa ehtimolligi deb

$$P\ (A) = \frac{m(A)}{n} \qquad (5)$$

formula bilan aniqlanadigan songa aytiladi.

1-m i s o l . Simmetrik uyin sokkasi tashlanganda $n=6$ ta teng imkoniyatli elementar natijalardan

A = {3 yoki 5 raqami chiqadi }={E_3,E_5}={3,5}

tasodifiy hodisa uchun E_3 va E_5 , ya'ni $m(A)=2$ tasi qulaylik tug'diruvchi va shu sababli

$$P\ (A) = \frac{m(A)}{n} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

2-m i s o l . $n=180$ ta maxsulot ichida $m=9$ ta sifatsiz maxsulot bor. Shu maxsulotlardan tasodifiy ravishda bittasi tanlab olingan.

A = {tanlangan maxsulot sifatsiz}

tasodifiy hodisasi ehtimolligini topamiz.

Tanlovga ixtiyoriy maxsulot tushishi mumkin va shuning uchun bu erda $n=180$ ta elementar natijalar bo'ladi. Tanlov tasodifiy bo'lgani uchun har bir maxsulot teng imkoniyat bilan tanlanishi mumkin,ya'ni ko'rilayotgan elementar natijalar teng imkoniyatli. A hodisa ro'y berishi uchun tanlangan maxsulot sifatsiz bo'lishi kerak va shuning uchun qulaylik tug'diruvchi natijalar soni $m(A)=9$ bo'ladi. Demak, klassik ta'rifga asosan,

$$P(A)=\frac{m(A)}{n} = \frac{9}{180} = 0{,}05\ .$$

Ehtimollikning klassik ta'rifidan uning quyidagi asosiy xossalari kelib chiqadi.

I xossa . Ixtiyoriy A hodisa uchun uning ehtimolligi

$$0 \le P(A) \le 1 \qquad (6)$$

shartni kanoatlantiradi.

I s b o t. A hodisaga qulaylik tug'diruvchi natijalar soni barcha natijalar sonidan katta bula olmaydi, ya'ni m(A)≤ n . Ma'nosiga kura n>0, m(A)≥0.

Shuning uchun

$$0 \le m(A) \le n \Rightarrow \frac{0}{n} \le \frac{m(A)}{n} \le \frac{n}{n} \Rightarrow 0 \le P(A) \le 1.$$

II xossa. Muqarrar hodisa ? ehtimolligi birga teng,ya'ni

$$P(\Omega)=1 \qquad (7)$$

I s b o t . Muqarrar hodisa Ω ta'rifiga asosan u ixtiyoriy E_i , i = $\overline{i,n}$ natijada ro'y beradi ((2) tenglikka ham karang), ya'ni barcha n ta natijalar Ω uchun qulaylik tug'diruvchi bo'ladi. Shu sababli *m*(Ω)=n va klassik ta'rifga asosan

$$P(\Omega)=\frac{m(\Omega)}{n}=\frac{n}{n}=1$$

III xossa. Mumkin bo'lmagan hodisa ∅ ehtimolligi nolga teng, ya'ni

$$P(\varnothing)=0 \qquad (8)$$

I s b o t . Mumkin bo'lmagan hodisa ∅ ta'rifiga asosan u ixtiyoriy E_i natijada ham ro'y bermaydi, ya'ni uning uchun qulaylik tug'diruvchi natijalar yuk. Demak m(∅)=0 va n>0 bo'lgani uchun

$$P(\varnothing)=\frac{m(\varnothing)}{n}=\frac{0}{n}=0$$

II. Endi $\{E_i\}$, i =$\overline{1,n}$, elementar hodisalar (natijalar) albatta teng imkoniyatli bo'lmasdan, ular $p_i=P\{E_i\}$, i =$\overline{1,n}$ ehtimolliklar bilan aniqlanadigan imkoniyatlarga ega bo'lsin. Bu ehtimolliklar

$$p_1+p_2+\ldots+p_n=1 \qquad (9)$$

shartni kanoatlantirishi kerak.

Bu shart har bir kuzatuv natijasida $\{E_i\}$ elementar hodisalardan qaysidir biri albatta ro’y berishini ifodalaydi. Bu holda

A=$\{E_{i_1}, E_{i_2},\ldots E_{i_m}\}$ tasodifiy hodisa ehtimoligi P(A) sifatida

$$P(A)=P(E_{ii})+P(E_{ii})+\ldots+P(E_{i\,m})=\sum_{\kappa=1}^{m} p_{i\kappa} \qquad (10)$$

formula bilan aniqlanadigan songa aytiladi.

Bu usulda aniqlangan R(A) ehtimollik ham (6) –(8) xossalarga ega bo’lishini ko’rsatish talabaga mustaqil ish sifatida xavola qilinadi.

Misol: Agarda $\{E_i\}$ elementar natijalar teng imkoniyatli bo’lsa, u holda $p_1=p_2=\ldots=p_n=p$ bo’ladi va (9) shartga asosan

$$p_1+p_2+\ldots p_n=p+p+p+\ldots+p=1, \qquad p=\frac{1}{n}$$

ya'ni $p_1=p_2=\ldots.=p_n=\frac{1}{n}$ bo’ladi. Bu holda (10) formuladan

$$P(A)=p_{i_1}+p_{i_2}+\ldots+p_{i_m}=\frac{1}{n}+\frac{1}{n}+\ldots+\frac{1}{n}=\frac{m}{n}$$

natijaga, ya'ni ehtimollikning klassik ta'rifiga kelamiz.

III. Yuqorida ko’rib utilgan chekli sxemani $\{E_i,\ i=1,2,3,\ldots,\infty\}$ canokli sxema umumlashtiradi.

Bu erda elementar natijalar ehtimolliklari $P\{E_i\}=p_i$, $\sum_{i=1}^{\infty} p_i=1$ bo’lsa,

A= $\{E_\alpha, \alpha\in I\}$ tasodifiy hodisa ehtimolligi

$$P(A)=\sum_{\alpha\in I} P_\alpha$$

formula bilan aniqlanadi. Bunda I – chekli yoki sanokli natural sonlar to’plami.

IV. <u>Ehtimolning geometrik ta'rifi.</u> Yuqorida biz elementar natijalar to’plami $\Omega = \{E_\alpha, \alpha \in I\}$ chekli yoki sanokli bo’lgan holda tasodifiy hodisalarning ehtimolligini topish masalasi bilan shugullangan edik. Amaliyotda bu xollar bilan bir katorda ko’pincha Ω sanokli bo’lmagan (sanoksiz) cheksiz tuplam bo’lgan holda turli tasodifiy hodisalar ehtimolligini topish masalasiga duch kelamiz. Bu masalani quyidagi xususiy holda ko’rib chikamiz.

To’g’ri chizik , tekislik yoki fazoda biror Ω soxa berilgan bo’lsin va u $\mu(\Omega)$ o’lchamga ega bo’lsin. Bu erda μ o’lcham deganda uzunlik (to’g’ri chizikda), yuza (tekislikda) yoki xajm (fazoda) ko’zda tutiladi. Ω soxaga tasodifiy ravishda tashlangan nuqtani o’lchamli $A \subset \Omega$ soxaga tushish hodisasini ham A deb belgilaymiz. Bu hodisani P(A) ehtimolligini topish uchun quyidagi shartlarni kuyamiz:

1. Tasodifiy tashlangan nukta Ω soxaning ixtiyoriy nuqtasiga tushishi mumkin, ya'ni Ω soxaning barcha nuktalari teng imkoniyatli.
2. P(A) ehtimollik A soxani fakat $\mu(A)$ o’lchamiga proportsional ravishda bog’liq bo’lib, bu soxaning ko’rinishiga (shakliga) va Ω soxani kaerida joylashganiga bog’liq emas.

Bu shartlarda A hodisa ehtimolligi deb

$$P(A)=\frac{\mu(A)}{\mu(\Omega)} \qquad (11)$$

formula bilan aniqlanadigan songa aytiladi. Bu ehtimollikning geometrik ta'rifi deb aytiladi. (11) formula bilan aniqlangan ehtimollik ham (6)-(8) xossalarni kanoatlantirishini ko’rsatish talabalarga mustaqil ish sifatida xavola qilinadi.

<u>M i s o l :</u> Ω doira ichiga tasodifiy tashlangan nuqtani unga ichki chizilgan A kvadrat ichiga tushish ehtimolligini topamiz.

E ch i sh : Doira diametrini d deb olsak, u holda barcha elementar natijalar to'plami o'lchami

$$\mu(\Omega) = S\ (\text{доира}) = \frac{\pi d^2}{4}\ ,$$

qulaylik tug'diruvchi elementar natijalar to'plami o'lchami kvadrat yuzasi bo'lib ,

$$\mu(A) = S\ (\text{kvadrat}) = \frac{d^2}{2}$$

Ehtimolning geometrik ta'rifiga asosan

$$P(A) = \mu(A)/\ \mu(\Omega) = \frac{d^2}{2} / \frac{\pi d^2}{4} = \frac{2}{\pi}\ .$$

V. <u>Ehtimollikning statistik ta'rifi.</u> A tasodifiy hodisa statistik turgunlikka ega bo'lsa, uning $\nu_N(A) = N(A)/N$ chastotasi turli N qiymatlarida bir-biridan keskin fark kilmaydigan sonlardan iborat bo'lishi aytilgan edi. Shu sababli $N\to\infty$ bo'lganda $\nu_N(A)$ limiti to'g'risida suz yuritish mumkin. Agarda bu limit mavjud bo'lsa, uning qiymati A hodisaning P(A) ehtimolligi sifatida qabul qilinadi. Shunday qilib ehtimollikning statistik ta'rifi

$$P(A) = \lim_{N\to\infty} \nu_N(A) = \lim_{N\to\infty} N(A)/N \qquad (12)$$

ko'rinishda ifodalanadi. Bu holda ham ehtimollikning barcha asosiy xossalari saqlainb qolishini ko'rsatish qiyin emas.

Ehtimolliklar nazariyasining asosiy masalalaridan biri «soddaroq» tasodifiy hodisalar ehtimolliklari asosida ulardan tashkil topgan «murakkabroq» hodisalarni ehtimolliklari haqida xulosa chiqarish bo'lib xisoblanadi. Misol sifatida A va B hodisalarining ehtimolliklari yordamida ularning yig'indisi A+B va ko'paytmasi AB hodisalari ehtimolliklarini topish masalasini ko'ramoz.

T E O R E M A № 1. Agarda A va B hodisalari birgalikda bo'lmasa, u holda

$$P(A+B)=P(A)+P(B) \qquad (1)$$

I s b o t : A,B, A+B hodisalar ko'rilayotgan kuzatuvlarda n ta elementar natijalar bo'lib, A va B hodisalarga qulaylik tug'diruvchi elementar natijalar soni m(A) va m(B) bo'lsin. Ehtimollikning klassik ta'rifiga asosan

$$P(A) = \frac{m(A)}{n}, \qquad P(B) = \frac{m(B)}{n} \qquad (a)$$

A va B birgalikda bo'lmagani uchun ularga qulaylik tug'diruvchi natijalarning birortasi ham ustma-ust tushmaydi. Bu holda A+B yigindi ta'rifiga asosan unga qulaylik tug'diruvchi elementar natijalar soni m(A+B) uchun

$$m(A+B) = m(A)+m(B) \qquad (v)$$

tenglik o'rinli bo'ladi. A+B hodisa uchun ehtimollikning klassik ta'rifini qo'llab va (a),(v) munosabatlardan foydalanib isbotlash kerak bo'lgan (1) formulani olamiz:

$$P(A+B) = \frac{m(A+B)}{n} = \frac{m(A)+m(B)}{n} = \frac{m(A)}{n} + \frac{m(B)}{n} = P(A)+P(B)$$

Natija № 1 . Agarda A_1, A_2,…,A_n birgalikda bo'lmagan hodisalar bo'lsa

$$P(A_1+ A_2,\ldots+A_n) =P(A_1) +P(A_2)+\ldots+ P(A_n) =\sum_{\kappa=1}^{n} P(A_\kappa) \qquad (1')$$

I s b o t : Bu xulosa (1) formulani ketma-ket qo'llash orqali va matematik induktsiya yordamida keltirib chiqariladi.

Natija № 2 . A_1, $A_2,\ldots,A_n$ birgalikda bo'lmagan hodisalar to'liq gruppani tashkil etsa, u holda

$$P(A_1)+P(A_2)+\ldots+P(A_n)=\sum_{\kappa=1}^{n} P(A_\kappa)=1 \qquad (1'')$$

I s b o t : A_1, $A_2,\ldots,A_n$ to'liq gruppa bo'lgani uchun

$$A_1+A_2+\ldots+A_n=\Omega \qquad (s)$$

Ular birgalikda bo'lmagani uchun (1′) tenglik va (s) munosabatga asosan

$$P(A_1)+P(A_2)+\ldots+P(A_n)=P(A_1+A_2+\ldots+A_n)=P(\Omega)=1.$$

Bu erda muqarrar hodisa Ω uchun $P\{\Omega\}=1$ ekanligidan foydalanildi.

Natija № 3. Qarama-qarshi hodisalar ehtimolliklari yig'indisi birga teng, ya'ni

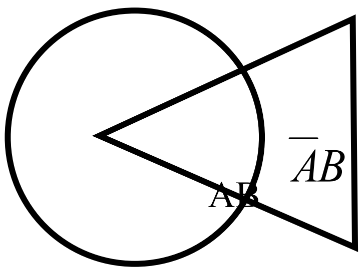
$$P(A)+P(\overline{A})=1 \qquad (1''')$$

Bu natija isboti talabalarga mustaqil ish sifatida koldiriladi.

T E O R E M A № 2. Agarda A va B hodisalar birgalikda bo'lsa, u holda

$$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB) \qquad (2)$$

I s b o t : Muloxazalarimizga yakkollik (ravshanlik) kiritish maqsadida A va B hodisalarni tekislikdagi kesishuvchi (chunki ular birgalikda) doira va uchburchak ko'rinishda tasvirlaymiz (chizmaga karang)



Bu chizmaga asosan

$$A+B=A\overline{B}+AB+\overline{A}B \quad ,$$

$$A=A\overline{B}+AB, B=\overline{A}B+AB$$

tengliklarni (ayniyatlarni) yozish mumkin. Bu erda $A\overline{B}, AB, \overline{A}B$ hodisalar birgalikda emas (chunki ularning tasvirlari kesishmaydi) va shuning uchun (1′),(1) formulalarga asosan

$$P(A+B)=P(A\overline{B}+AB+\overline{A}B)=P(A\overline{B})+P(AB)+P(\overline{A}B),$$

$$P(A)=P(A\overline{B}+AB)=P(A\overline{B})+P(AB)$$

$$P(B)=P(\overline{A}B+AB)=P(\overline{A}B+AB)$$

Oxirgi ikki tenglikdan P($A\overline{B}$), P($\overline{A}B$) ehtimolliklarni topib va ularni birinchi tenglikka qo'yib, (2) formulani xosil qilamiz.

Shuni ta'kidlab o'tish kerakki, (2) formulani A va B hodisalar birgalikda bo'lmagan holda qo'llash mumkin, chunki bu holda

$AB = \varnothing \Rightarrow P(AB) = P(\varnothing) = 0$ tenglik o'rinli bo'ladi va shu sababli (2) formuladan (1) formula kelib chiqadi.

T A ' R I F 1: Teorema №1 va№2 ehtimollarni qo'shish teoremalari deb ataladi.

Endi A va B hodisalar ko'paytmasi AB ehtimolligini xisoblash formulasiga o'tamiz. Buning uchun ehtimollar nazariyasining muxim tushunchalaridan biri bo'lgan shartli ehtimollik tushunchasini kiritamiz.

T A ' R I F 2: A hodisaning B hodisa ro'y berdi shartda xisoblangan ehtimolligi uning shartli ehtimolligi deyiladi va P(A/B) ko'rinishda belgilanadi.

Bu nuktai nazardan P(A) shartsiz ehtimol deb tushuniladi.

M i s o l : Kutida 2 ta sifatli va bitta sifatsiz maxsulot bor. Bu kutidan tasodifiy ravishda ikkita maxsulot olindi.Bu erda

A={I tanlangan maxsulot sifatli }

B={II tanlangan maxsulot sifatli} hodisalarni ko'ramoz. B hodisa ro'y berganligi yoki ro'y bermaganligi ma'lum bo'lmasa, ya'ni II tanlangan maxsulot sifati to'g'risida ma'lumot bo'lmasa, shartsiz ehtimollik P(A)=2/3 bo'ladi. Agarda B hodisa ro'y bergan bo'lsa, ya'ni II maxsulot sifatli bo'lsa, shartli ehtimollik P(A/B)=1/2 bo'ladi. Talabaga mustaqil ish sifatida $P(A/\overline{B})$, P(B/A), $P(B/\overline{A})$ ehtimolliklarni xisoblash va ixtiyoriy A, B hodisalar uchun

$$P(A/B) + P(\overline{A}/B) = 1$$

ayniyatni isbotlash tavsiya qilinadi.

T E O R E M A № 3 : Ixtiyoriy A va B hodisalar uchun

$$P(AB) = P(A)P(B/A) = P(B)P(A/B) \qquad (3)$$

formula o'rinli bo'ladi.

<u>I s b o t :</u> A,B,AB hodisalar ko'rilayotgan kuzatuvlarda n ta elementar natija bo'lib, ulardan m(A) tasi A uchun, m(AB) tasi AB uchun qulaylik tug'diruvchi bo'lsin. Ehtimollikni klassik ta'rifiga asosan

$$P(AB) = \frac{m(AB)}{n}, \quad P(A) = \frac{m(A)}{n} \qquad (d)$$

Endi P(B/A) shartli ehtimollikni topamiz. A hodisa ro'y berganligi ma'lum bo'lgani uchun, endi n ta emas, balkim faqatgina m(A) ta elementar natijalar ro'y berishi mumkin. Shartga asosan ulardan m(AB) tasida B ro'y berishi mumkin va shu sababli klassik ta'rif bo'yicha

$$P(B/A) = \frac{m(AB)}{m(A)} \qquad (e)$$

(d) va (e) munosabatlardan (3) formula quyidagicha kelib chiqadi .

$$P(AB) = \frac{m(AB)}{n} = \frac{m(AB)}{n} \cdot \frac{m(A)}{m(A)} = \frac{m(A)}{n} \cdot \frac{m(AB)}{m(A)} = P(A)P(B/A)$$

Ko'paytma ta'rifiga asosan AB=BA bo'lgani uchun bu tenglikdan

$$P(AB)=P(BA)=P(B)P(A/B)$$

tenglik ham kelib chiqadi.

M i s o l : Oldingi kurilgan misolda

$$C = \{\text{ikkala tanlangan maxsulot sifatli}\}$$

hodisa ehtimolligini topamiz. C=AB, P(A)=2/3, P(B/A)=1/2 bo'lgani uchun

$$P(C)=P(AB)=P(A)\,P(B/A)=\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{3}$$

T A ' R I F 3 : Agarda P(A/B)=P(A) shart bajarilsa, A va B hodisalar bog'liq emas deyiladi. Aks holda ular bog'liq hodisalar deb ataladi.

Shunday qilib A hodisaning ehtimolligi B hodisani ro'y bergan yoki ro'y bermasligiga bog'liq bo'lmasa, u holda A va B hodisalar bog'liqmas bo'ladi. Bu tushuncha ham ehtimolliklar nazariyasining muxim tushunchalaridan biri bo'lib xisoblanadi.

M i s o l : Oldingi misolda tasodifiy tanlangan I va II maxsulot sifatini ifodalovchi A va B hodisalar bog'liq , chunki

$$P(A)=\frac{2}{3}\neq\frac{1}{2}=P(A/B)$$

Endi ko'rilayotgan misolda I tanlangan maxsulot sifati aniqlangach, u yana kutiga kaytib solindi va sungra II maxsulot tasodifiy ravishda tanlab olindi deb faraz qilamiz. Bu holda endi A va B hodisalar bog'liqmas, chunki

$$P(B/A)=P(B/\overline{A})=\frac{2}{3}=P(B)$$

Amaliyotda ko'pincha A va B hodisalarni bog'liq yoki bog'liqmasligi ularni mazmuniga asosan aniqlanadi. Masalan, tanga yoki uyin sokkasi ikki marta tashlanganda, har gal ularni ma'lum bir tomoni bilan tushishini ifodalovchi A va B hodisalar bog'liqmas bo'ladi.

Talabaga mustaqil ish sifatida bog'liqmas A,B hodisalar uchun

$$P(A/B)=P(A)\Leftrightarrow P(B/A)=P(B)$$

munosabatlarni o'rinli bo'lishini tekshirish tavsiya qilinadi.

K u r s a t m a : (3) formuladan foydalaning.

T E O R E M A № 4 : Agarda A va V hodisalar bog'liq emas bo'lsa, u holda

$$P(AB) = P(A)P(B) \qquad (4)$$

formula o'rinli bo'ladi.

I s b o t : $P(B/A)=P(B)$ bo'lgani uchun (3) formulaga asosan

$$P(AB)=P(A)P(B/A)=P(A)P(B)$$

M i s o l : Ishlab chikarilayotgan maxsulot sifati ketma-ket ikki nazoratchi tomonidan tekshirilmokda. Bunda I nazoratchi maxsulot sifatini 0,85 ehtimollik bilan,II nazoratchi esa 0,7 ehtimollik bilan to'g'ri baxolaydi.

A={ikkala nazoratchi maxsulot sifatini to'g'ri baxoladi}

tasodifiy hodisa ehtimolligini topamiz. Buning uchun

$A_к$ ={k – nazoratchi maxsulot sifatini to'g'ri baxoladi}, k=1,2

tasodifiy hodisalarni kiritamiz. Shartga $P(A_1)=0,85$, $P(A_2)=0,7$.

Mazmuniga kura $A=A_1\cdot A_2$ ва A_1,A_2- bog'liqmas hodisalar. Shuning uchun

$$P(A)=P(A_1A_2)= P(A_1)\cdot P(A_2)=0,85\cdot 0,7=0,595$$

T A ' R I F 4: Teorema №3 va №4 ehtimolliklarni ko'paytirish teoremalari deyiladi.

Bu teoremalarni $A_1, A_2, \ldots, A_n$ hodisalar uchun ham umumlashtirish mumkin. Masalan n=3 bo'lganda

$$P(A_1 A_2 A_3) = P(A_1)P(A_2 \mid A_1)\, P(A_3 \mid A_1 A_2) \qquad (3')$$

va $A_1\ A_2\ A_3$ bog'liqmas bo'lsa

$$P(A_1 A_2 A_3) = P(A_1)\, P(A_2)\, P(A_3) \qquad (4')$$

formulalar o'rinli bo'ladi.

S a v o l l a r :

1. Birgalikda bo'lmagan hodisalar uchun qo'shish teoremasini keltiring.
2. Qarama-qarshi hodisalarning ehtimolliklari qanday shartni kanoatlantiradi ?
3. Birgalikda bo'lgan hodisalar uchun qo'shish teoremasini ifodalang.
4. Shartli ehtimollik qanday aniqlanadi ?
5. Qachon hodisalar bog'liqmas (bog'liq) deyiladi ?
6. Bog'liqmas hodisalar uchun ko'paytirish teoremasi qanday ifodalanadi ?
7. Bog'liq hodisalar ko'paytmasi ehtimolligi qanday formula bilan topiladi ?

I топширик.

Масала №1. Дискрет тасодифий микдор X узининг ушбу куринишдаги таксимот конуни билан берилган:

X	-2	1	4	6
P	0,4	*p*	0,2	0,1

а) Таксимот конунидаги номаълум p=P{X=1} эхтимоллик кийматини топинг;

б) X тасодифий микдорни (-1,5) ораликка тушиш эхтимолигини хисобланг;

в) M(X)- математик кутилиши, D(X)- дисперсия ва σ(X) урта квадратик четланишини аникланг.

г) X тасодифий микдорнинг F(x) таксимот функциясини топинг ва унинг графигини чизинг.

Ечиш. *а*) Таксимот конунида барча эхтимолликлар йигиндиси бирга тенг булиши шартидан номаълум p эхтимолликни топамиз :

$$0,4 + p + 0,2 + 0,1=1 \Rightarrow 0,7+p=1 \Rightarrow p = 0,3 = P\{X=1\}$$

б) Эхтимолликларни кушиш теоремасига асосан

$$P\{X\in(-1,5)\}= P\{X=1\}+P\{X=4\}=0,3+0,2=0,5\ ,$$

чунки (-1,5) ораликда X факатгина 1 ёки 4 кийматларни кабул кила олади.

в) Математик кутилиш формуласига асосан

$$M(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + x_3p_3 + x_4p_4 = -2\cdot 0,4+1\cdot 0,3+4\cdot 0,2+6\cdot 0,1=$$
$$= -0,8+0,3+0,8+0,6 = 0,9$$

Дисперсия формуласига асосан

$$D(X) = x_1^2p_1 + x_2^2p_2 + x_3^2p_3 + x_4^2p_4 - (M(X))^2 = (-2)^2\cdot 0,4 + 1^2\cdot 0,3 +$$
$$+ 4^2\cdot 0,2 + 6^2\cdot 0,1 - 0,9^2 = 4\cdot 0,4 + 1\cdot 0,3 + 16\cdot 0,2 + 36\cdot 0,1 - 0,81 =$$
$$= 8,7 - 0,81 = 7,89$$

Урта квадратик четланиш таърифига асосан

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{7{,}89} \approx 2{,}81$$

г) Таксимот функциясини F(x) = P{X<x} таърифи буйича топамиз.

x≤-2 булганда A = {X<-2} мумкин булмаган ходиса булади ва шу сабабли бу сохада

F(x) = P(∅) = 0

-2<x≤1 сохада

F(x) = P{X= -2} = 0,4

1<x≤4 сохада эхтимолликларни кушиш теоремасига асосан

F(x) = P{X= -2} + P{X=1} = 0,4+0,3=0,7

4<x≤6 сохада

F(x) = P{X= -2} + P{X=1} + P{X=4}= 0,4+0,3+0,2=0,9

x>6 сохада {X<x} мукаррар ходиса ва шу сабабли бу сохада F(x) = P(Ω) = 1.

II топширик.

Масала № 2. X узлуксиз тасодифий микдор N (a,σ^2) нормал таксимотга эга.

а) a, σ ва σ^2 параметрларни эхтимолий маъносини курсатинг;

б) X тасодифий микдорнинг f (x) зичлик функциясини ёзинг ва уни схематик графигини чизинг;

в) X тасодифий микдорни берилган (α,β) ораликка тушиши эхтимоллигини хисобланг;

г)У=АХ+В тасодифий микдорнинг математик кутилиши ва дисперсиясини топинг.

a = - 2 , σ = 3 , α = - 3 , β = 5 , A = 1 , B = 4

Ечиш. *а*) Нормал таксимотнинг a = -2 параметри унинг математик кутилишини , σ = 3 эса урта квадратик четланишини , $\sigma^2 = 3^2 = 9$ эса унинг дисперсиясини ифодалайди. Демак

M(X) = a = - 2 , σ(X) = σ = 3 , D(X) = σ^2 = 9 .

б) N (a,σ) нормал таксимот зичлик функцияси

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}\right\} \quad , \quad x \in (-\infty, \infty)$$

куринишда булади. Бу ерга a=-2 , σ=3 , σ^2 =9 кийматларни куйиб, изланган

$$f(x)=\frac{1}{3\sqrt{2\pi}}\exp\left\{-\frac{(x+2)^2}{18}\right\} \quad , \quad x\in(-\infty,\infty)$$

зичлик функцияни оламиз.

в) $P\{X\in(\alpha,\beta)\}$ эхтимолликни Лаплас функцияси

$$\Phi_0(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x e^{-t^2/2}dt$$

жадвали ёрдамида , $X\in N(a,\sigma)$ булганда ,

$$P\{X\in(\alpha,\beta)\}=\Phi_0\left(\frac{\beta-a}{\sigma}\right)-\Phi_0\left(\frac{\alpha-a}{\sigma}\right)$$

формула оркали хисоблаймиз :

$$P\{X\in(-3{,}5)\}=\Phi_0\left(\frac{5-(-2)}{3}\right)-\Phi_0\left(\frac{3-(-2)}{3}\right)=\Phi_0\left(\frac{7}{3}\right)-\Phi_0\left(-\frac{1}{3}\right)=$$
$$=\Phi_0(2{,}33)+\Phi_0(0{,}33)=0{,}4900+0{,}1293=0{,}6193$$

г) M(X) = –2 эканлиги ва математик кутилиш хоссаларига асосан

M(AX+B)=M(X+4) = M(X) + M(4) = – 2 + 4 = 2

D(X) = 9 ва дисперсия хоссаларига асосан

D(AX+B)=D(AX)+D(B)=A^2D(X)+0=D(X)= 9

III топширик.

Масала № 3. Вилоятдаги корхоналарнинг асосий ишлаб чикариш фондлари хажми X буйича статистик кузатув натижалари (танланма) ушбу эмпирик таксимот конуни куринишида берилган:

x_i	2,8	3,5	4,7	6,0	7,2
n_i	2	6	10	4	1

Бу ерда x_i - кузатилган ишлаб чикариш фондлари хажми , млн.сум.

n_i - шундай фондларга эга корхоналар сони.

Бу маълумотлар асосида куйидагиларни бажаринг :

а) танланма хажмини топинг ;

б) эмпирик таксимот функциясини аникланг ва графигини чизинг ;

в) кузатув натижалари таксимотини полигон ва гистограмма оркали ифодаланг ;

г) танланманинг M_0 модаси ва M_e медианасини топинг ;

д) танланманинг $\overline{X}$ урта кийматини, S^2 дисперсиясини ва S_T^2 тузатилган дисперсиясини хисобланг ;

е) бош туплам маълум $D(X) = [S^2]$ ($[\cdot]$ – соннинг бутун кисмини ифодалайди) дисперсияли нормал таксимотга эга деб, унинг номаълум урта киймати $M(X) = a$ учун $\gamma = 0{,}95$ ишончли эхтимолли интервал бахо ясанг.

<u>Ечиш.</u> а) Танланма хажми n кузатилган n_i частоталар йигиндисига тенг булади.

$$n = n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 = 2 + 6 + 10 + 4 + 1 = 23$$

Демак вилоятдаги 23 та корхона кузатилган.

б) Эмпирик таксимот функцияси $F_n^*(x)$ киймати $n_x/\ n$ каср каби аникланади. Бу ерда n_x киймати берилган x сонидан кичик булган x_i кузатув натижалари сонини, n эса танланма хажмини ифодалайди. Бизда $X_{min} = 2.8$, $X_{max} = 7{,}2$ булгани учун $x \le 2.8$ булганда $F_{23}^*(x) = 0$, $x > 7{,}2$ булганда $F_{23}^*(x) = 1$ булади.

$2.8 < x \le 3{,}5$ сохада $F_{23}^*(x) = \dfrac{n_1}{n} = \dfrac{2}{23} \approx 0{,}09$

$3{,}5 < x \le 4{,}7$ сохада $F_{23}^*(x) = \dfrac{n_1 + n_2}{n} = \dfrac{2+6}{23} = \dfrac{8}{23} \approx 0{,}35$

$4{,}7 < x \le 6{,}0$ сохада $F_{23}^*(x) = \dfrac{n_1 + n_2 + n_3}{n} = \dfrac{2+6+10}{23} = \dfrac{18}{23} = 0{,}78$

$6 < x \le 7{,}2$ сохада $F_{23}^*(x) = \dfrac{n_1 + n_2 + n_3 + n_4}{n} = \dfrac{2+6+10+4}{23} = \dfrac{22}{23} = 0{,}96$

в) Танланма моддаси M_0 энг катта частотали кузатув натижасига тенг булади. Бизда $\max n_i = n_3 = 10$. Демак $M_0 = x_3 = 4.7$.

Танланма медианаси кузатув натижаларининг уртасида турган вариантага тенг булади. Барча кузатувлар сони n = 23 булиб, уртада 12- кузатув натижаси , яъни $x_3 = 4{,}7$ жойлашган. Демак медиана $M_e = 4.7$.

г) Танланма урта кийматни формула буйича хисоблаймиз :

$$\overline{X} = \frac{x_1 n_1 + x_2 n_2 + x_3 n_3 + x_4 n_4 + x_5 n_5}{n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5} = \frac{2 \cdot 8 \cdot 2 + 3{,}5 \cdot 6 + 4{,}7 \cdot 10 + 6{,}0 \cdot 4 + 7{,}2 \cdot 1}{2 + 6 + 10 + 4 + 1} =$$

$$= \frac{1}{23}(5{,}6 + 21 + 47 + 24 + 7{,}2) = \frac{104{,}8}{23} \approx 4{,}6$$

Танланма дисперсияни формула буйича хисоблаймиз :

$$S^2 = \frac{x_1^2 n_1 + x_2^2 n_2 + x_3^2 n_3 + x_4^2 n_4 + x_5^2 n_5}{n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5} - (\overline{X}) =$$

$$= \frac{1}{23}\left(2{,}8^2 \cdot 2 + 3{,}5^2 \cdot 6 + 4{,}7^2 \cdot 10 + 6^2 \cdot 4 + 7{,}2^2 \cdot 1\right) - (4{,}6)^2 =$$

$$= \frac{1}{23}(15{,}68 + 73{,}5 + 220{,}9 + 144 + 51{,}84) - 21{,}16 = \frac{505{,}92}{23} - 21{,}16 = 0{,}84.$$

Тузатилган танланма дисперсияни топамиз :

$$S_{\text{т}}^2 = \frac{n}{n-1} S^2 = \frac{23}{22} 0{,}84 \approx 0{,}88$$

д) Бош туплам дисперсияси $D(x)=0{,}84=\sigma^2$ деб $M(X) = a$ учун интервал бахо чегараларини

$$\alpha = \overline{X} - \Delta \ , \ \ \beta = \overline{X} + \Delta \ , \ \ \Delta = \frac{\sigma t}{\sqrt{n}}$$

формуладан топамиз. Дастлаб t параметр кийматини берилган $\gamma=0{,}95$ ишончли эхтимоллик буйича $\Phi(t)=\gamma/2=0{,}475$ тенгламадан Лаплас функцияси жадвали ёрдамида топамиз : $t = 1{,}96$.

Бу холда

$$\Delta = \frac{\sigma t}{\sqrt{n}} = \frac{0{,}84 \cdot 1{,}96}{\sqrt{23}} = \frac{1{,}6464}{4{,}79} = 0{,}34.$$

Демак $\alpha = \overline{X} - \Delta = 4{,}6 - 0{,}34 = 4{,}26$, $\beta = \overline{X} + \Delta = 4{,}6 + 0{,}34 = 4{,}94.$

Демак $\gamma=0{,}95$ эхтимол билан номаълум $a = M(X)$ урта киймат (4.26 , 4.94) интервалда ётади деб айта оламиз.

Тестлар

1. Оилада 4 та бола бор. Бу болаларнинг ичида иккитадан куп булмаган угил болаларни булиш эхтимоли топилсин. Угил болаларнинг тугилиш эхтимоли 0,5 га тенг деб олинсин.

а) 5/8 б) ¼ в) ¾ г) 11/16 д) 7/8

2. А ходисанинг иккита эркли тажрибадан юз бериш эхтимоллари узаро тенг булса, Х дискрет тасодифий микдорнинг дисперсияси топилсин. MX=0,8

а) 0,6 б) 0,7 в) 0,32 г) 0,48 д) 0,84

3. Иккита мерган бир вактда ук узди. Биринчи мерганни нишонга теккизиш эхтимоли 0,7 га, иккинчисиники 0,6 га тенг. Камида битта мерганнинг нишонга теккизиш эхтимоли топилсин.

а) 0,42 б) 0,58 в) 0,12 г) 0,88 д) тугри жавоб йук.

4. R радиусли айланага мунтазам олтибурчак ички топилсин. Айлана ичига 4 та нукта ташланган. Нуктани фигурага тушиши юзага пропорционал ва унинг жойлашишига боглик эмас деб ташланган барча 4 та нуктани олтибурчак ичига тушиши эхтимоли топилсин.

а) $\left(\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}\right)^4$ б) $\left(\frac{3}{2\pi}\right)^4$ в) $\left(\frac{3\sqrt{3}}{4\pi}\right)^4$ г) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2\pi}\right)^4$ д) $\left(\frac{2\sqrt{3}}{2\pi}\right)^4$

5. Биномал таксимот конунига эга булган тасодифий микдорнинг математик кутилиши топилсин.

а) npq б) pq в) np г) nq д) p

6. 6 та эркли тажриба утказилиб, уларнинг хар бирида А ходисанинг юз бериш эхтимоли 0,2 га тенг. А ходисанинг энг катта эхтимолли юз беришлар сони топилсин.

а) 1 б) 2 в) 3 г) 4 д) тугри жавоб йук.

21.

X	1	3	5
P	0,4	0,1	0,5

булса, M(2x-5) топилсин.

а) 3,2 б) 1,4 в) 12,8 г) 6,4 д) 2,6

7. [а:в] кесмада текис таксимланган тасодифий микдорнинг математик кутилиши топилсин.

а) $\frac{a+в}{2}$ б) $\frac{(в-a)^2}{12}$ в) $\frac{a^2+aв+в^2}{12}$ г) $\frac{(в-a)^3}{12}$ д) $\frac{в^2-a^2}{4}$

8. Корреляция коэффициенти 0 га тенг булган икки тасодифий микдор:

а) богликмас б) боглик в) чизикли боглик г) тугри пропорционал

д) боглик ёки богликмаслик хакида хеч нарса деб булмайди.

9. Икки спортчининг биринчиси учун спорт устаси шартларни бажариши эхтимоли 0,8, иккинчи спортчи учун эса 0,6 га тенг. Икки спортчидан факат биттасининг спорт устаси шартларини бажариши эхтимоли топилсин.

а) 0,54 б) 0,44 в) 0,34 г) 0,24 д) 0,14

10. Технологик жараёнга кура ишлаб чикарилаётган махсулотларнинг 75% олий навлидир. 150 та махсулотдан олий навлиларининг энг катта эхтимолли сони топилсин.

а) 112 б) 113 в) 114 г) 115 д) 116

11. Куйидаги кайси муносабат икки ходисанинг узаро боглик эмаслигини билдиради?

а) $P(AB) = P(A) \cdot P(B)$ б) $P(AB) = P(A) \cdot P_A(B)$ в) $P(AB) = 0$

г) $P(AB) = P(A) + P(B)$ д) $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$

Станок иш куни давомида бузилиши эхтимоли 0,3 га тенг. Иш куни давомида станокдан бузилаган станоклар сонининг 2 тадан ортмаслик эхтимолини топинг.

а) 0,692432 б) 0,72624 в) 0,83692 г) 0,88628

д) 0,89624

12. Параметри 2λ булган Пуассон таксимотига эга тасодифий микдорнинг математик кутилиши топилсин.

а) λ+2 б) 2λ в) $(\lambda+2)^2$ г) $(2\lambda)^2$ д) тугриси йук.

13. «Дон махсулотлар» жамияти муомалага нархи 1400 сум булган кимматли когоз чикарди. Йил охирига келиб акция бахоларининг таксимоти куйидагича булди.

X	1500	1900	2300	2700
P	0,1	0,4	0,25	0,25

Битта акциядан йил охирида олинган уртача даромадни топинг.

а) 850 б) 720 в) 760 г) 900 д) 920

14. Агар Р(А)=0,5 ва Р(В) =0,8 булса, Р(АВ) куйидагилардан кайси бирига тенг.

а) 1,3 б) 0,3 в) 1 г) 1,26 д) тугри жавоб йук.

ADABIYOTLAR RO'YXATI.

1. SIROJIDDINOV S.X., MAMATOV M. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika. Toshkent, O'qituvchi, 1978 y.

2. GMURMAN V.E.Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika. Toshkent, O'qituvchi, 1977 y.

3. GMURMAN V.E. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistikadan masalalar echish bo'yicha qo'llanma. Toshkent, Ukituvchi, 1980 y.