O’ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O’RTA MAXSUS TA’LIM VAZIRLIGI

BUXORO MUHANDISLIK TEXNOLOGIYA INSTITUTI

"Mexanika" kafedrasi

Texnik mexanika

fanidan

ma'ruzalar matni

Buxoro-2019

Ma’ruzalar matni o’quv dasturiga muvofiq ishlab chiqilgan va BuxMTI o’quv uslubiy kengashida muhokama etilib, foydalanishga tavsiya qilingan (Bayon №__ 2019 yil____)

Tuzuvchi:

G’aybullayev Z.X. - Buxoro muhandislik-texnologiya instituti, “Mexanika” kafedrasi dotsenti

B.A.Azizov - Buxoro muhandislik-texnologiya instituti, “Mexanika” kafedrasi katta o’qituvchisi

A.J.Adizova - Buxoro muhandislik-texnologiya instituti, “Mexanika” kafedrasi assistenti

Taqrizchilar:

Shodiyev Z.O.- Toshkent irrigatsiya va qishloq xo’jaligini mexanizasiyalash muhandislari instituti Buxoro filiali, O’quv-uslubiy boshqarma boshlig’i, dotsent, t.f.n.

Bibutov N.S . - Buxoro muhandislik-texnologiya instituti, “Mexanika” kafedrasi dotsenti

Ma’ruzalar matni “Mexanika” kafedrasining 2019-yil “__” _________ dagi “__” son yig’ilishida muhokamadan o’tgan va fakultet kengashida ko’rib chiqish uchun tavsiya etilgan.

I-modul. “Nazariy mexanika” umumiy asoslari

1-ma’ruza: Kirish. Statikaning asosiy tushunchalari

Qattiq jism statikasining asosiy tushunchalari va aksiomalari. Bog’lanish va bog’lanishdagi reaksiya kuchlar.

REJA:

1.“Texnik mexanika” fani va uning boshqa fanlar bilan o’zaro bog’liqligi.

2. Statikaning asosiy tushunchalari va aksiomalari.
3. Bog’lanish va bog’lanish reaksiyalari
4. Erkin va erkinmas jismlar.
5. Bog’lanishlar aksiomasi.

Hozirgi zamon fani va texnikasining tez sur’atlar bilan o’sishi, ishlab chiqarish prosesslarining mexanizatsiyalashtirilishi va avtomatlashtirilishi hamda turli xil inshootlarni loyihalash ishlari umumtexnika fanlarining asosi bo’lgan nazariy mexanikani puxta o’rganishni talab qiladi.

«Texnik mexanika» ishlab chiqarish jarayonida qatnashadigan moslama va vosita-larni, ularni tayyorlash uchun kerak bo’lgan materiallarni ratsional tanlash yoki mashina va inshoot qismlarini uzoq vaqt ishlashining asosiy mezoni – ularning harakat qonun-lari, mustahakmligi, bikrligi, harakatni amalga oshirishda qatnashadigan uzatma va birikmalarni bilishni o’rgatadi.

Ishlab chiqarishni har tomonlama rivojlantirish, mehnat unumdorligini oshirish

mahsulot sifatini yaxshilash, mumkin qadar yengil etarli darajada mustahkam, davlat standartiga mos keladigan yangi texnika va texnologiya, ishqalanishga chidamli, ishonchli mashina, mexanizm va inshootlar fan yutuqlari asosida yaratiladi.

Mashina insonning jismoniy va aqliy mehnatini butunlay o’z zimmasiga olishi yoki engillashtirishi maqsadida energiyani, materiallarni va axborotlarni bir turdan boshqa turga o’zgartirish uchun mexanik harakatlar qiluvchi qurilmadir.

Mashina o’zining ish jaryonini qonuniy mexanik harakatlarni bajarish orqali amalga oshiradi. Bunday harakatlar tashuvchisi mexanizmdir.Binobarin, mexanizm qat-tiq jismlar majmuasi bo’lib, ular bir-biriga tegib turadi va ulardan biri nisbatan muayyan talab qilingan tarzda harakatlanadi. Juda ko’plab mexanizmlar qattiq jismlarning mexanik harakatini o’zgartirib berish kabi vazifani bajaradi .

Mashina qismlarining mexanik harakatini o’rganish mexanizmlar kinematikasi-ning predmetini tashkil etadi. Harakatni keltirib chiqaruvchi ta’sirlashuvlar maj-muasi, mexanizmlar dinamikasini ifoda etadi.

Bu muammolar qattiq jism mexanikasiga tegishli. Lekin, mashina va inshootlar tayyorlanadigan materiallar elastiklik xossasiga ega. SHuning uchun mashina va inshoot qismlari tashqi ta’sir ostida deformatsiyalanadi va bu deformatsiya juda sezilarli (katta) bo’lishi mumkin.Bunday deformatsiyaga uchragan mashina yoki inshoot qismida hosil bo’lgan ichki kuchlanish ham o’zining chegaraviy qiymatiga erishib, uning ta’sirida emiriladi. SHuning uchun, elastik jismning mexanikasi va mustahkamligi muammolari «Texnik mexanika» fanida muhim ahamiyatga ega.

Mashina va inshoot qismlarining ishga layoqatligi va puxtaligi to’liq ta’minlanishi uchun, ularning shakli va detallarning materiali to’g’ri tanlanishi; konstruksiyasi oddiy va ixcham, arzon va foydalanish kam xarajatli bo’lishi lozim. Har xil mashina va inshoot qismlarida o’zaro o’xshash va xizmat vazifasi bir xil bo’lgan standart detallar, yig’ma birliklar, mexanizmlar, birikmalar mavjud. Ishlash sharoitlari va tuzilishi bir xil bo’lgan bunday mashina va inshoot qismlarini tahlili, hisoblash va loyihalash usullari ham bir xil. «Texnik mexanika» fanida keng tarqalgan standart detal va mexanizmlarni muxandislik hisoblash va loyihalash muammolari o’rganiladi.

***«Texnik mexanika»* –** oliy o’quv yurtlarida ta’lim olayotgan bakalavrlarga umum-muxandislik fanlarining asoslari – mashina va mexanizmlarning tuzilishi, kinematikasi va ta’sirlashuvi, mustahkamligi va bikrligi, uzatmalar va ularning birikmalarini hisoblash va loyihalash usullarini o’rganishda yordam beradi.

«Texnik mexanika» fanini o’rganishdan maqsad talabalarni mutaxassislik fanlariga tayyorlash, olgan bilimlarini ishlab chiqarishda tadbiq qilishga o’rgatishdir. «Texnik mexanika»ni o’zlashtirishni asosiy maqsadi mashina va mexanizmlarni loyi-halash jarayonidagi zaruriy hisoblashlarni bajarish hamda ularning ishga layoqatliligini iqtisodiy jihatdan baholashdan iborat.

Ushbu fanda ko'pgina maxsus texnik fanlarni o'rganish uchun tayanch hisoblangan mexanika asoslari (nazariy mexanika va mexanizm va mashinalar nazariyasi), materiallar qarshiligi, mashina detallari, yuk ko'tarish – tashish mashinalari fanlarining asoslari bayon etiladi.

Nazariy mexanika - moddiy jismning harakat qonunlari va xossalari hamda muvozanat shartlarini o'rganadi.

Materiallar qarshiligi – mashina, mexanizm va inshoot qismlarini mustahkamlikka, bikrlikka va ustuvorlikka hisoblash usullarini o'rgatadi.

Mexanizm va mashinalar nazariyasi – mexanizmlarning tuzilishi, ularning kinematikasini va dinamikasini analiz va sintez qilish to'g'risidagi fandir.

Mashina detallari – asosan texnikada uchraydigan detallarning ajraluvchan va ajralmas birikmalari, uzatmalar va uzatmalarning detallari va ularni loyihalash hakidagi fandir.

Bu fanni o'zlashtirishda talabalar, umummuxandis fanlaridan, ya'ni oliy matema- tika, fizika, chizma geometriya va mashinasozlik chizmachiligi va boshqa fanlardan o'zlash tirilgan bilimlarga asoslanadilar, «Texnik mexanika» fani «Mexanika asoslari», «Materiallar qarshiligi», Mashina detallari» qismlaridan iborat bo'lib, undagi tegishli bo'limlar yagona fanning o'zaro bog'langan va bir-birining mantiqiy sharti tarzida tuzilgan.

Nazariy mexanika fani moddiy jismlarning bir-biriga ko'rsatadigan ta'siri va mexanik harakatning umumiy qonunlari haqidagi fandir. Moddiy dunyoda uchraydigan hamma hodisalar materiyaning har xil ko'rinishlaridan va uning xususiyatlaridan iboratdir. Harakat materiyaning ajralmas va asosiy xossasi bo'lib olamda ro'y beradigan barcha hodisalarni o'z ichiga oladi.

Shuning uchun, "***harakat***" so'zidan oddiy ko'chishdan tortib, molekulalar, atomlar, elektronlar, fizik-ximiyaviy, biologik o'zgarishlarda bo'ladigan murakkab prosesslar tushuniladi.

Tabiiy fanlar materiya harakatini va uning xususiyatlarini o'rgatadi. Tabiiy fanlardan biri bo'lgan nazariy mexanika fani materiya harakatlaridan eng oddiysi hisoblangan mexanik harakatni tekshiradi.

Nazariy mexanika - jismlarning mexanik harakati va muvozanati haqidagi fandir.

Jismlarning vaqt o'tishi bilan fazoda bir-biriga nisbatan siljishiga *mexanik harakat* deb ataladi. Jismlarning tinchlik holatiga *muvozanat* deyiladi. Mexanik masalani qanday nuqtai nazardan qo'yilishiga qarab, nazariy mexanika uch qismga bo'linadi.

1. Statika
2. Kinematika

3. Dinamika

Statika bo’limida jismlarning muvozanati, ularga qo’yilgan kuchlarni qo’shish, ayirish va kuchlarni ta’sir jihatidan teng bo’lgan ekvivalent kuchlar sistemasi bilan almashtirish masalalari tekshiriladi.

Kinematikada jismlarning harakatini geometrik nuqtai nazardan tekshiriladi. Kinematikada jismlarga ta’sir etuvchi kuch va jismlarning massasi hisobga olinmaydi.

Dinamikada jismlarning harakatini shu harakatni vujudga keltiruvchi kuchga bog’lab o’rganadi.

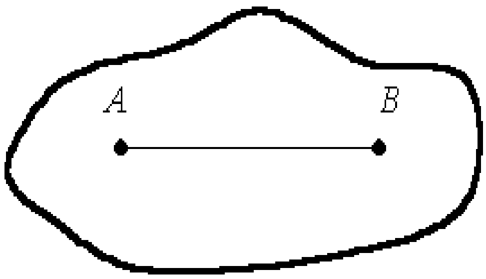
Statikaning asosiy tushunchalari.

Statikaning asosiy tushunchalari quyidagilardan iborat.

1. Absolyut qattiq jism.

2. Kuch.

Jismning ixtiyoriy ikki nuqtasi orasidagi masofa har qanday kuchlar ta’sir qilganda ham har doim o’zgarmasdan qolsa bunday jismlarga *absolyut qattiq jismlar* deyiladi (deformasiyalanmaydigan jism). Demak, nazariy mexanikada jismlarda bo’ladigan kichik deformasiya hisobga olinmaydi.



1-rasm.

AB=L=const

Jismga ta’sir etib, uning tinch holatini yoki to’g’ri chiziqli tekis harakatini o’zgartiruvchi sababga mexanikada *kuch* deyiladi.

Har qanday kuch uchta faktor bilan harakatlanadi.

1. *Kuchning miqdori*

2. *Kuchning yo’nalishi*

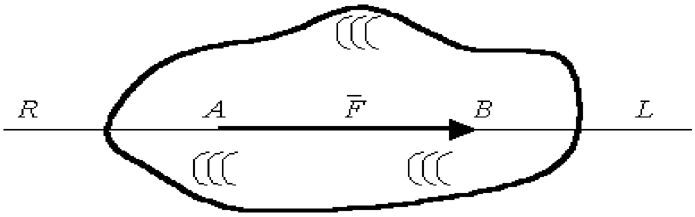
3. *Kuch qo’yilgan nuqta*

Kuch vektor kattalik. Kuch chizmada strelkali to’g’ri chiziq kes-masi shaklida tasvirlanadi.

Jismning bevosita kuch ta’sir etadigan nuqtasi *kuch qo’yilgan nuqta* deyiladi. Tinch holatda turgan jismning qo’yilgan kuch ta’sirida olgan yo’nalishi *kuchning yo’nalishi* deyiladi. Kuchning miqdorini o’lchash uchun uni kuch birligi deb qabul qilingan biror kattalik bilan solishtiriladi. Xalqaro Si sistemasida N'yuton (1N) qabul qilingan. Kuchni katta lotin harflari bilan belgilab vektor qo'yiladi.

$\overline{\mathbf{F}}, \overline{\mathbf{P}}\ \overline{\mathbf{T}}, \overline{\mathbf{Q}}, \overline{\mathbf{R}}\ \overline{\mathbf{N}}, \overline{\mathbf{S}}$ va boshqalar.

Jismning biror A nuqtasiga qo'yilgan $\overline{F}$ kuchini quyidagicha ifodalash mumkin



2-rasm.

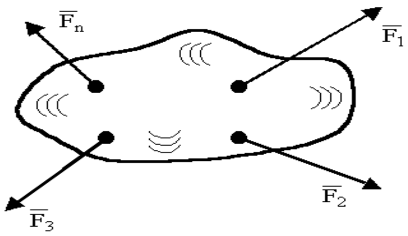
bunda, AB kesmaning uzunligi kuch miqdorini ifodalaydi. Strelka F -kuch yo'nalishni ko'rsatadi. A nuqta kuch qo'yilgan nuqta.

Kuch yo'nalgan to'g'ri chiziqqa kuchning ta'sir chizig'i deyiladi.

KL to'g'ri chiziq **F** kuchining ta'sir chizig'i bo'ladi (2-rasm)

<u>Ta'riflar:</u>

1. Agar jismga bir nechta kuchlar qo'yilgan bo'lsa bunday kuchlarga *kuchlar sistemasi* deyiladi. $(\overline{\mathbf{F}}_1, \overline{\mathbf{F}}_2, \overline{\mathbf{F}}_3, ...\overline{\mathbf{F}}_n)$-kuchlar sistemasi jismga qo'yilgan (rasm -3)



3- rasm

2. Ikkita kuchlar sistemasi jismga bir xil ta'sir ko'rsatsa bunday kuchlar sistemasi *ekvivalent kuchlar sistemasi* deyiladi.

<u>Masalan</u>. $(\overline{\mathbf{F}}_1, \overline{\mathbf{F}}_2, \overline{\mathbf{F}}_3, ...\overline{\mathbf{F}}_n)$ kuchlar sistemasining jismga ko'rsatadigan ta'sirini $(\overline{\mathbf{Q}}_1, \overline{\mathbf{Q}}_2, ...\overline{\mathbf{Q}}_n)$ kuchlar sistemasi ko'rsatsa, bunday ikki kuch sistemasi o'zaro ekvivalent bo'ladi. Ularning ekvivalentligi quyidagicha yoziladi.

$$(\overline{\mathbf{F}}_1, \overline{\mathbf{F}}_2, \overline{\mathbf{F}}_3, ...\overline{\mathbf{F}}_n) \backsim (\overline{\mathbf{Q}}_1, \overline{\mathbf{Q}}_2, ...\overline{\mathbf{Q}}_n)$$

3. Agar biror kuchlar sistemasining jismga ko'rsatadigan ta'sirini bitta kuch ko'rsata olsa, bunday kuchga *teng ta'sir etuvchi kuch* deyiladi. **(F, F,....Fn)** kuchlar sistemasining teng ta'sir etuvchisini R bilan belgilasak u holda

$$(\overline{\mathbf{F}}_1, \overline{\mathbf{F}}_2, \overline{\mathbf{F}}_3, ...\overline{\mathbf{F}}_n) \backsim \boldsymbol{R}$$

4. Tinch turgan jism unga qo'yilgan $(\overline{F}_1, \overline{F}_2, \overline{F}_3, ...\overline{F}_n)$ kuchlar sistemasi ta'sirida ham tinch holatda qolsa bunday kuchlarga *o'zaro muvozanatlashgan kuchlar sistemasi* yoki *nolga ekvivalent sistema* deyiladi.

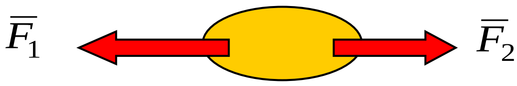
Muvozanatlashgan kuchlar sistemasi nolga ekvivalentdir.

$$(\overline{F}_1, \overline{F}_2, \overline{F}_3, ...\overline{F}_n) \propto 0$$

Statikaning aksiomalari

Statikada kundalik hayotda tasdiqlangan beshta aksioma bor.

1-aksioma: Jismga ta'sir etayotgan ikkita kuch miqdor jihatidan teng va bir to'g'ri chiziq bo'ylab qarama-qarshi tomonga yo'nalgan bo'lsa jism muvozanatda bo'ladi. (4-rasm)



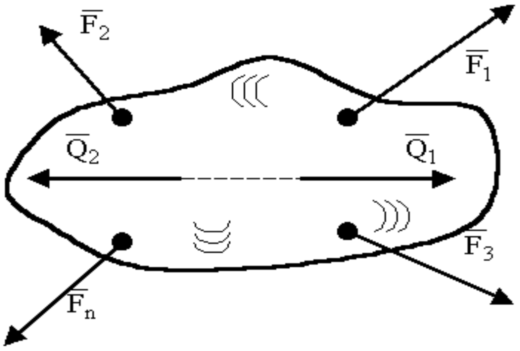
$$\boxed{\overline{F}_1 = -\overline{F}_2}$$

4-rasm

bunda, $F_1 = F_2$, $\overline{F}_1 = \overline{F}_2$, $\overline{F}_1$ ва $\overline{F}_2$, kuchlarga o'zaro muvozanatlashgan kuchlar sistemasi yoki 0 ga ekvivalent kuchlar sistemasi deyiladi.

$$(\overline{F}_1 = \overline{F}_2) \propto 0$$

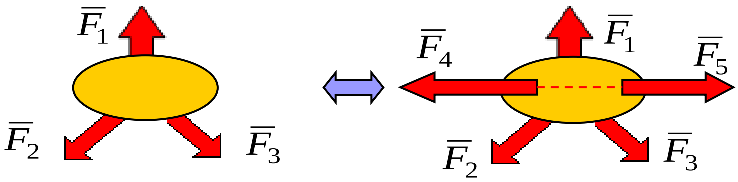
2-aksioma: Jismga ta'sir etayotgan kuchlar sistemasiga o'zaro muvozanatlashuvchi kuchlar qo'shilsa yoki olinsa kuchlar sistemasining jismga ko'rsatadigan ta'siri o'zgarmaydi. (5-rasm)



5-rasm

$\overline{F}_1, \overline{F}_2, = \quad \overline{F}_n$ kuchlar ta'sirida jism muvozanatda turgan bo'lsin.

Shu jismga nolga ekvivalent $(\overline{Q}_1, \overline{Q}_2)$ kuchlarni qo'yamiz $(\overline{Q}_1, \overline{Q}_2) \propto 0$ bu bilan jismni muvozanati o'zgarmaydi.



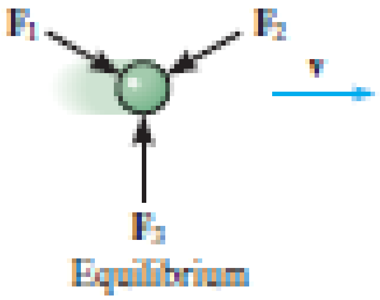
$$\overline{F}_4 = -\overline{F}_5$$

$$(\overline{F}_1, \overline{F}_2, \overline{F}_3) \equiv (\overline{F}_1, \overline{F}_2, \overline{F}_3, \overline{F}_4, \overline{F}_5)$$

6-rasm.

Bu aksiomalardan quyidagi natija kelib chiqadi.

Har qanday kuchni ta'sir chizig'i bo'ylab bir nuqtadan ikkinchi nuqtaga yo'nalishini o'zgartirmay ko'chirish mumkin. Bu bilan kuchning jismga ko'rsatadigan ta'siri o'zgarmaydi.



[1]

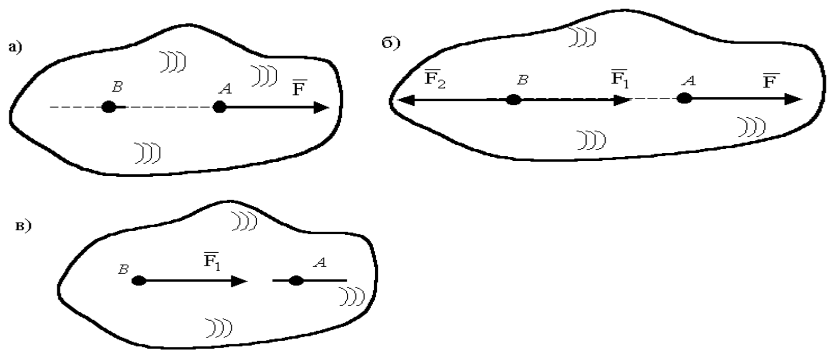
Isbot:.Jismning A nuqtasiga $\overline{F}$ kuchi qo'yilgan bo'lsin (6-rasm a.) Bu kuchni ta'sir chizig'i ustidagi B nuqtaga ko'chirish kerak.

Buning uchun B nuqtaga o'zaro muvozanatlagan $\overline{F}_1$ va $\overline{F}_2$ kuchlarning miqdori jismga qo'yilgan $\overline{F}$ kuchiga teng bo'lishi shart.

$$\overline{F}_1 = \overline{F}_2 = \overline{F}$$

6-rasmdagi $\overline{F}$ va $\overline{F}_2$ kuchlari nolga ekvivalent ($\overline{F}$ $\overline{F}_2$)$\propto$0 ikkinchi aksiomaga asoslanib bu kuchlarni jismdan olib tashlaymiz.

(6-rasm v) Natijada B nuqtaga qo'yilgan berilgan kuchga geometrik teng bo'lgan $\overline{F}_1 = \overline{F}$ kuchiga ega bo'lamiz (7-rasm, v)



[1] R.C.Hibbeler. Statics & dinamiks.

7-rasm

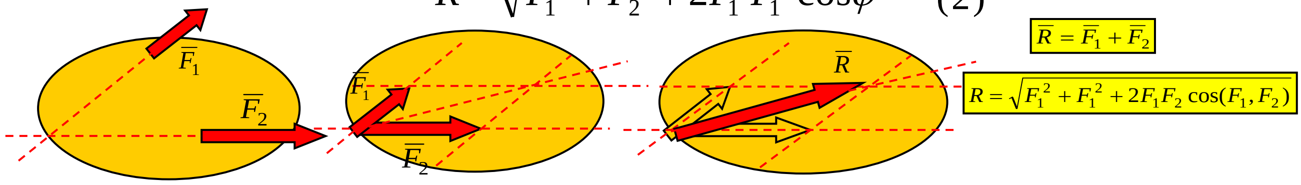
<u>3-aksioma.</u> (parallellogram aksiomasi)

Jismning biror nuqtasiga qo'yilgan turli yo'nalishdagi ikki kuchning teng ta'sir etuvchisi shu kuchlarning geometrik yig'indisiga teng bo'lib, kuchlardan tuzilgan paralelogrammning diagonali bo'ylab yo'naladi va kuchlar qo'yilgan nuqtaga qo'yilgan bo'ladi. (8-rasm)

$$\overline{R} = \overline{F}_1 + \overline{F}_2 \qquad (1)$$

Teng ta'sir etuvchi kuchning miqdori quyidagicha topiladi.

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 F_1 \cos\varphi} \qquad (2)$$



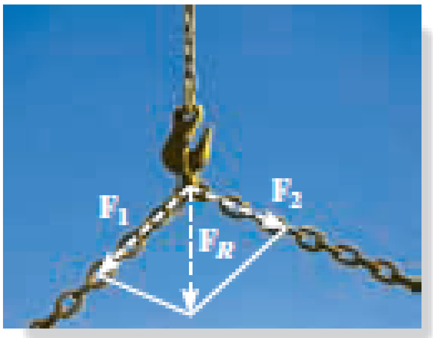
8-rasm

bunda, φ berilgan $\overline{F}_1$ va $\overline{F}_2$ kuchlari orasidagi burchak.

Agar, φ=0 bo'lsa (2) dan

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 F_1} = \sqrt{(F_1 + F_2)^2} = F_1 + F_2$$
$$\overline{R} = \overline{F}_1 + \overline{F}_2 \qquad (3)$$

(3) bilan bir to'g'ri chiziq bo'ylab bir tomonga yo'nalgan ikkita kuchning teng ta'sir etuvchisi aniqlanadi.



The parallelogram law must be used to determine the resultant of the two forces acting on the hook. (© Russell C. Hibbeler) [2]

[2] R.C.Hibbeler. Statics & dinamiks.

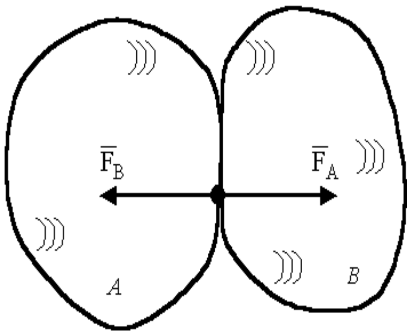
<u>4-aksioma.</u> Har qanday ta’sir miqdor jihatidan o’ziga teng va bir to’g’ri chiziq bo’ylab qarama-qarshi tomonga yo’nalgan aks ta’sirni vujudga keltiradi.

A va B jismlar berilgan bo’lsin (9-rasm). Agar A jism va B jismga $\overline{F}_A$ kuch bilan ta’sir qilsa, xuddi shu vaqtning o’zida B jism esa A jismga $\overline{F}_B$ kuch bilan ta’sir qiladi. $\overline{F}_A$ va $\overline{F}_B$ kuchlar miqdor jihatidan bir - biriga teng va qarama-qarshi tomonga yo’nalgan.

$$\overline{F}_A = -\overline{F}_B \quad \overline{F}_A = +\overline{F}_B \qquad (4)$$

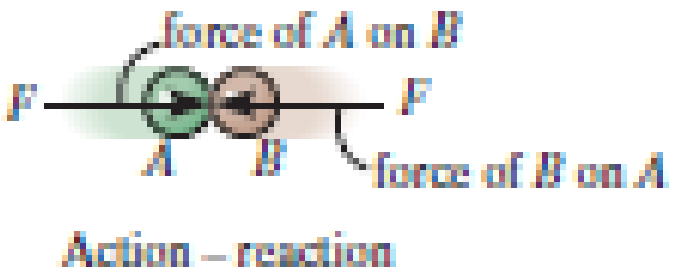
$\overline{F}_A$ va $\overline{F}_B$ kuchlar o’zaro muvozanatlashmaydi, chunki ular bir jismga qo’yilmagan.

Bu aksioma N’yutonning uchinchi qonunini ifodalaydi.



9-rasm.

demak, tabiatda bir tomonlama ta’sir yo’q har qanday ta’sirga aks ta’sir mavjud.



[3]

<u>5-aksioma.</u>

Qattiq bo’lmagan (deformasiyalanadigan) jism kuchlar ta’sirida muvozanatdan keyin ham muvozanatda qolaveradi.

BOG’LANISHLAR VA BOG’LANISH REAKSIYALARI.

[3] R.C.Hibbeler. Statics & dinamiks.

Barcha jismlar nazariy mexanikada ikki gruppaga ajraladi.

1. Erkin jismlar

2. Erkinmas jismlar

Agar jism fazoning istalgan yo'nalishda harakatlana olsa bunday jismlar erkin jismlar deb ataladi.

<u>Masalan.</u> Havoda harakat qilayotgan samolyot, shar.

Agar jismning harakati biror yo'nalishda cheklangan bo'lsa, bunday jismni *erkinmas* yoki *bog'lanishdagi jism* deyiladi.

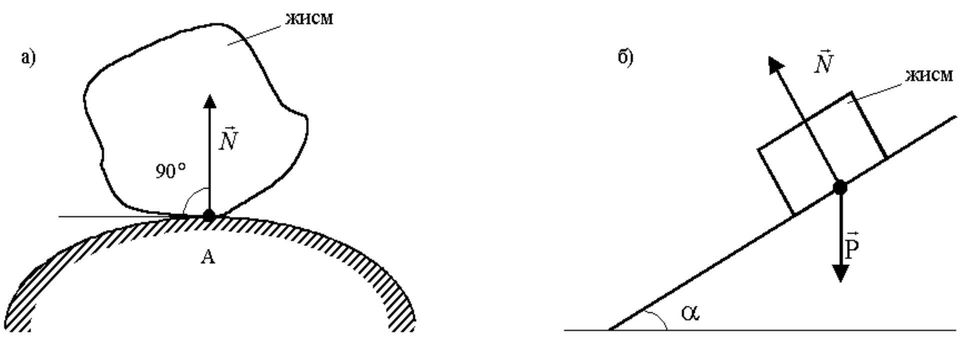
<u>Masalan</u>. Relesda turgan vagon stol ustidagi yo'q, osilgan doska va shu kabilar misol bo'ladi.

Relesda turgan vagoning vertikal yo'nalishdagi harakati cheklangan. Bunda, releslar vagon uchun bog'lanish vazifasini o'taydi, vagon esa bog'lanishdagi jismdir.

Bog'lanishning jismga ko'rsatadigan ta'sirini belgilovchi kuchga bog'lanish reaksiya kuchi yoki reaksiya kuchi deyiladi. Bog'lanish jismni qaysi tomonga ko'chishga yo'l qo'ymasa, reaksiya kuchi o'sha tomonga qarama-qarshi yo'naladi. Statikadan masala yechishda bog'lanish reaksiyasining yo'nalishini to'g'ri topish katta ahamiyatga ega. Shu sababli, bog'lanishlarning asosiy turlarida reaksiya kuchlari qanday yo'nalganligini ko'rib chiqamiz.

1.Silliq qo'zg'almas tekislik ishqalanishni e'tiborga olinmaydigan darajada silliq bo'lgan sirt odatda *silliq sirt* deb hisoblanadi. Jism silliq qo'zg'almas tekislik ustida muvozanatda tursa, yoki shu tekislikka nisbatan harakatlansa, silliq qo'zg'almas tekislik jismni tekislikka perpendikulyar bo'lgan yo'nalishda harakat qilishiga to'sqinlik ko'rsatadi.

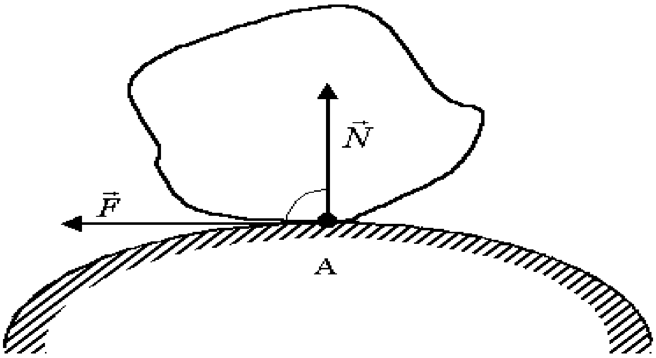
Silliq qo'zg'almas tekislikning reaksiya kuchi tekislikka perpendikulyar bo'lib, jism qaysi tomonga harakat qila olmasa, shunga teskari yo'nalgan bo'ladi. (10-rasm a, b).



10-rasm

bunda, $\bar{N}$- silliq qo'zg'almas tekislikning *reaksiya kuchi* yoki *normal reaksiya* deb ataladi.

Agar jism sirt silliq bo'lmasa, A nuqtada normal reaksiya kuchidan tashqari urinma reaksiya kuchi $\overline{F}$ ham bo'ladi (11-rasm). Bu $\overline{F}$ kuch ishqalanish kuchi deb ataladi.



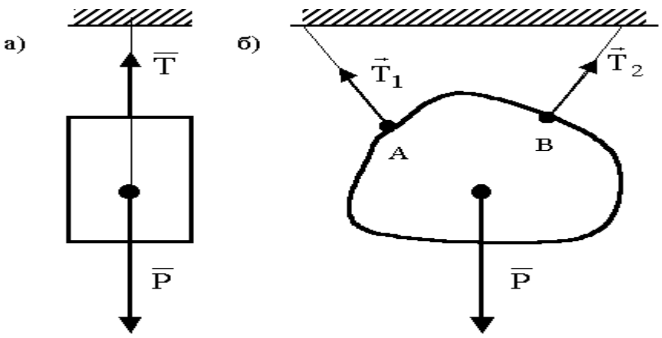
11-rasm

bunda, $\overline{N}$ -normal reaksiya kuchi

$\overline{F}$ -ishqalanish kuchi

2. Egiluvchan yoki elastik jismlar.

Jismlar cho'zilmaydigan ip, zanjir, qayish yoki sterjenli vositasida osilgan bo'lsa, ularda hosil bo'ladigan reaksiya kuchlari mos rABishda egiluvchan jismlar bo'ylab yo'nalgan bo'ladi (12-rasm a,b). Egiluvchan jismlarda hosil bo'ladigan reaksiya kuchlarini T, T_1, T_2 bilan belgilanadi va *taranglik kuchi* deb ataladi.



12-rasm

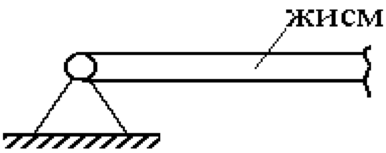
Reaksiya kuchining miqdor va yo'nalishi jismga ta'sir qiluvchi kuchga bog'liq bo'ladi.

3.Sharnirli qo'zg'almas tayanch.

Bu tayanch jismning ilgarilama harakat qilishiga to'sqinlik qiladi, jism sharnir atrofida aylanadi.

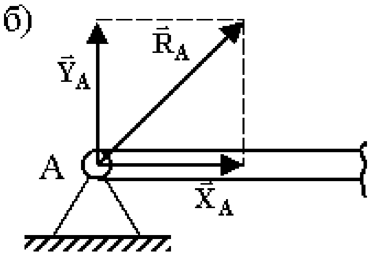
Ikkita jismning o'zaro birlashgan joyiga *sharnir* deyiladi. Sharnir atrofida jismlar biri ikkinchisiga nisbatan aylana oladi.

Sharnirni belgisi (O) Sharnirli qo'zg'almas tayanchning belgisi (13-rasm,a) а)



13-rasm(a)

Sharnirli qo’zg’almas tayanchdagi reaksiya kuchining miqdori va yo’nalishi noma’lum. Masala yechishda sharnirli qo’zg’almas tayanchning (14-rasm) reaksiya kuchini ikkita tashkil etuvchilarga ajratish kerak.



13-rasm(b)

bunda, $\overline{R}_A$ -to’la reaksiya kuchi

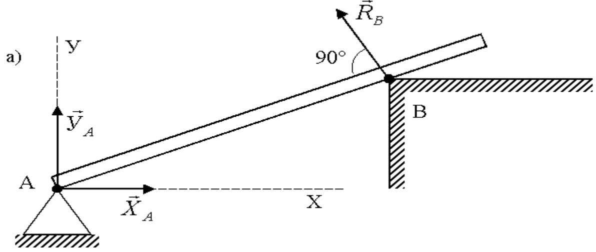
$$\overline{\boldsymbol{R}}_A = \overline{\boldsymbol{X}}_A + \overline{\boldsymbol{Y}}_A$$

$\overline{X}_A, \overline{Y}_A$ lar $\overline{R}_A$ kuchining tashkil etuvchilari.

$\overline{R}_A$ kuchining miqdori va yo’nalishi quyidagiga teng.

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} \qquad (5)$$

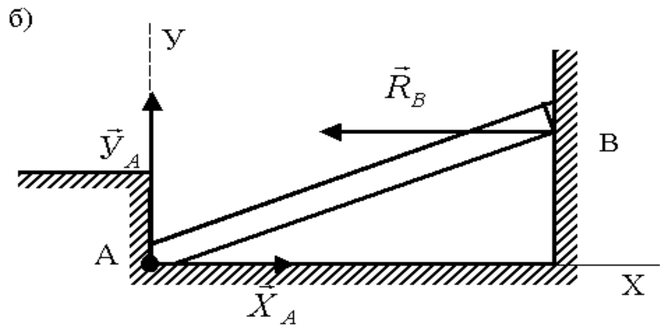
$$tg\alpha = \frac{Y_A}{X_A} \qquad (6)$$



14- rasm

bunda, $\overline{X}_A, \overline{Y}_A$, $\overline{R}_B$ – reaksiya kuchlari

Bir jism ikkinchi jismga tiralib turgan bo'lsa, (13-rasm b) bunday holda ham reaksiya kuchining yo'nalishi noma'lum bo'lib, birinchi holdagidek tashkil etuvchilarga ajratiladi.

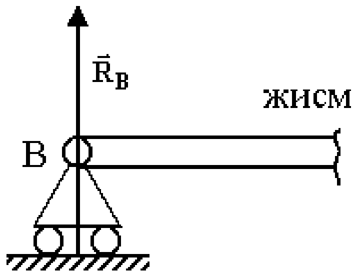


14.b -rasm

4.Sharnirli qo'zg'aluvchan tayanch.

Sharnirli qo'zg'aluvchan tayanchning ostiga dumalaydigan g'ildiraklar qo'yiladi. Sharnirli qo'zg'aluvchan tayanchning reaksiya kuchi g'ildirak harakat qilayotgan tekislikka perpendikulyar yo'nalgan bo'ladi. (15-rasm)

Sharnirli qo'zg'aluvchan tayanchning belgisi

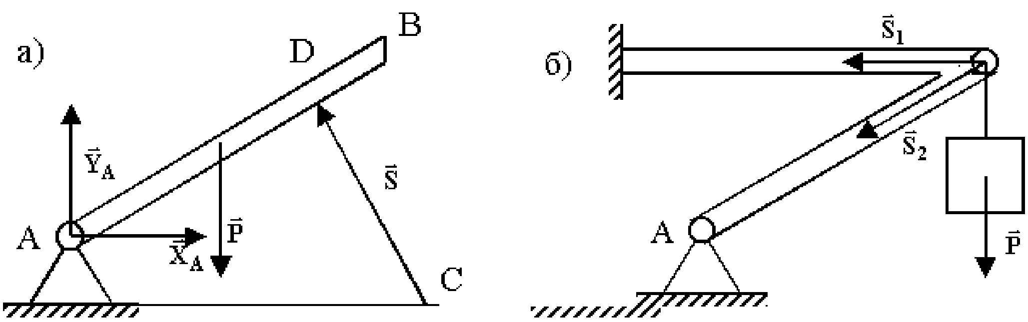


15-rasm

bunda, $\overline{R}_B$ -reaksiya kuchi.

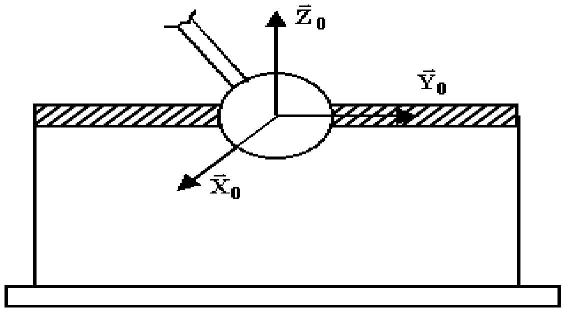
5. Muvozanati tekshirilayotgan jism og'irligini hisobga olmasa ham bo'ladigan qattiq sterjen bilan bog'langan bo'lsa sterjen bilan bog'langan bo'lsa sterjenning reaksiya kuchi sterjen bo'ylab yo'nalgan bo'ladi. (16-rasm)

bunda, CD sterjen –S, S, S_1, S_2 sterjenning reaksiya kuchi.



16-rasm

6. Jism sferik sharnir vositasida bog'langan bo'lsa (17-rasm), bu sharnir o'z markazi 0 dan o'tadigan har qanday o'q atrofida jismni aylanishiga to'sqinlik qilmaydi. Sferik sharnirning reaksiya kuchi 0 dan nuqtadan o'tadi, lekin qaysi tomonga yo'nalganligi noma'lum. Masala yechishda bunday reaksiya kuchini tanlab olingan koordinata o'qlari bo'ylab yo'nalgan tashkil etuvchilarga ajratish kerak.



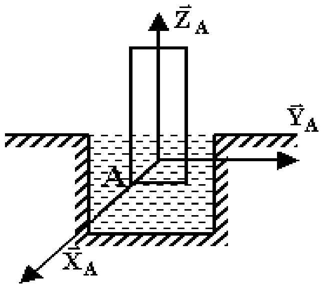
17-rasm

bunda, X_0, Y_0, Z_0 – reaksiya kuchlari

7. Jism podpyatnik bilan bog'langan.

Podpyatnik ustunlarni asosini mustahkamlash uchun xizmat qiladi va jismning faqat ustun o'qi atrofida aylanishiga yo'l qo'yadi.

Podpyatnik asosining reaksiya Z_A vertikal bo'ylab yuqoriga yo'nalgan, devorning reaksiyasi esa X va Y o'qlari bo'ylab yo'nalgan va ustunning o'qiga tik bo'lgan X_A, Y_A tashkil etuvchilarga ajratish kerak (18-rasm).

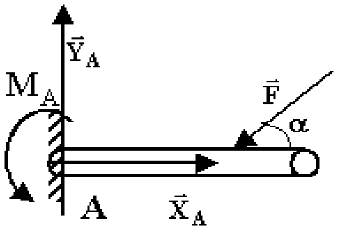


18-rasm

bunda, X_A, Y_A, Z_A - reaksiya kuchlari.

8. Bir uchi devorga qisib mahkamlangan balka.

Agar (19-rasmdagi) AB balkaning A kuchi devorga qisib mahkamlangan bo'lsa, A nuqtadagi bog'lanish reaksiyasining ikkita tashkil etuvchisidan tashqari, balkaning A nuqta atrofida aylanishiga to'sqinlik qiluvchi reaksiya momenti M_A ham mavjud bo'ladi.

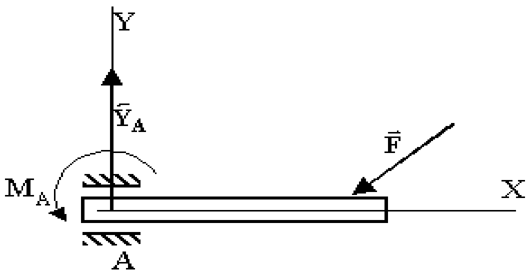


19-rasm

bunda, $\overline{X}_A, \overline{Y}_A$ reaksiya kuchlari M_A momenti.

9. Bir uchi gorizontal bo'ylab siljishga yo'l qo'yadigan qilib mahkamlangan balka.

20-rasmda ko'rsatilgan AB balkaning A uchi gorizontal bo'ylab siljishga yo'l qo'yadigan qilib, mahkamlangan bo'lsa, bunday bog'lanish reaksiyasi siljish tekisligiga perpendikulyar bo'lgan Y_A reaksiya kuchidan hamda balkaning A nuqta atrofida aylanishiga to'sqinlik qiluvchi reaksiya momenti M_A dan iborat bo'ladi.

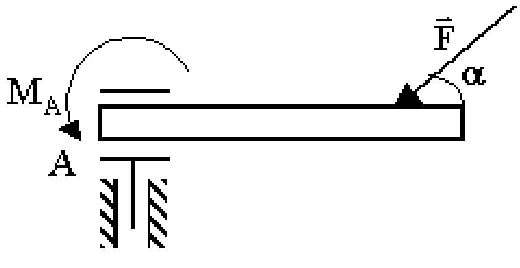


20-rasm

Y_A - reaksiya kuchi.

M_A - reaksiya momenti

10. Bir uchi gorizontal ham vertikal bo'ylab siljishga yo'l qo'yadigan qilib mahkamlangan balka 21 - rasmda ko'rsatilgan AB balkaning A uchi ham gorizontal, ham vertikal bo'ylab siljishga yo'l qo'yadigan qilib mahkamlangan. Bu holda, A nuqtada faqat balkaning A nuqta atrofida aylanishiga qarshilik qiluvchi M_A reaksiya momenti mavjud bo'ladi.

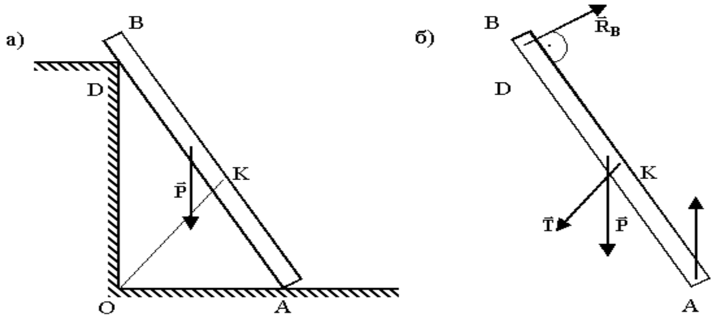


21-rasm

Bog'lanish aksiomasi bog'lanishda bo'lgan jismni erkin jism deb qarash uchun bog'lanishni reaksiya kuchi bilan almashtirish kerak.

Bu aksioma yordamida bog'lanishdagi jismlarning muvozanati tekshiriladi.

Og'irligi P bo'lgan AB balka uchun (22-rasm) OE tekislik, D tayanch va OK tros bog'lanishi bo'lib hisoblanadi



22-rasm

TAKRORLASH UCHUN SAVOLLAR.

1. Erkin jism deb qanday jismga aytiladi?
2. Erksiz jism deb qanday jismga aytiladi?
3. Reaksiya kuchi nima?
4. Bog'lanishlarning asosiy turlarini ayting?
5. Silliq qo'zg'almas tekislikning reaksiya kuchi qanday yo'nalgan?
6. Egiluvchan yoki elastik jismlarning reaksiya kuchi qanday yo'nalgan?
7. Sharnirli qo'zg'almas tayanchning reaksiya kuchi qanday yo'nalgan?
8. Sharnirli qo'zg'aluvchan tayanchning reaksiya kuchi qanday yo'nalgan?
9. Sterjenli bog'lanish va sferik sharnirning reaksiya kuchi qanday yo'nalgan?
10. Bog'lanish aksiomasini ta'riflang?

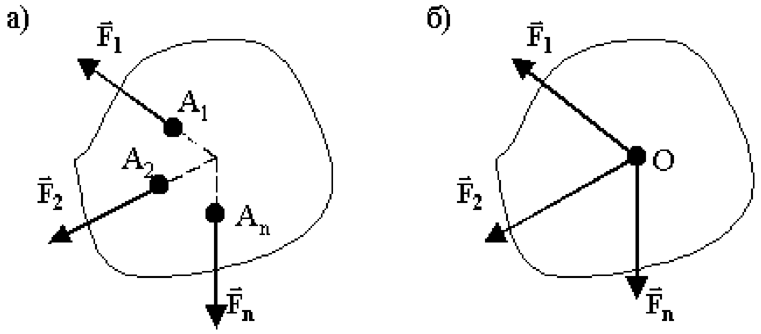
2-ma'ruza: Kesishuvchi kuchlar sistemasi. Kuchlarni qo'shishning geometrik va analitik usullari. Kesishuvchi kuchlar sistemasining analitik va geometrik muvozanat shartlari

REJA:

1. Kesishuvchi kuchlar sistemasi.
2. Geometrik usul (*Paralellogramm usuli. Kuch ko'pburchagi usuli.*)
3. Teng ta'sir etuvchi va muvozanatlovchi kuch.
4. Kesishuvchi kuchlar sistemasining geometrik muvozanat sharti.
5. Uch kuchni muvozanati haqidagi teorema.
6. Kesishuvchi kuchlar sistemasining analitik muvozanat sharti.

Ta’sir chiziqlari bir nuqtada kesishadigan kuchlar sistemasi *bir nuqtada kesishuvchi kuchlar sistemasi* deyiladi.

Masalan, jismning $A_1, A_2, ..., A_n$ nuqtalariga ta’sir chiziqlari 0 nuqtada kesishadigan $\overline{F}_1, \overline{F}_2, ..., \overline{F}_n$ kuchlari ta’sir etsa, bu kuchlar bir nuqtada kesishuvchi kuchlar sistemasini tashkil qiladi. (1-rasm a,b).



1-rasm

Berilgan kuchlarni ularning ta’sir chiziqlari bo’ylab ko’chirish mumkin bo’lganligi tufayli, bir nuqtada kesishuvchi kuchlar sistemasini doim bir nuqtaga qo’yilgan kuchlar sistemasi deyiladi. (23-rasm b).

Bu kuchlar sistemasining teng ta’sir etuvchisi quyidagi ikki usul bilan aniqlanadi.

1. *Geometrik usul*

2. *Analitik usul*

Geometrik usuli o’z navbatida ikkiga bo’linadi.

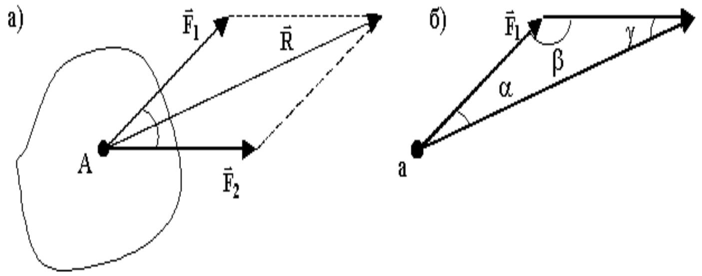
Paralellogram usuli va kuchlar ko’pburchagi qurish usuli.

a) Paralellogramm usuli

Paralellogramm aksiomasiga asosan.

$\overline{F}_1$ va $\overline{F}_2$ kuchlarning teng ta’sir etuvchisi $R = \overline{F}_1 + \overline{F}_2$ ga teng bo’lib moduli esa

$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 F_1 \cos\alpha}$ ga teng bo’ladi, bunda α $\overline{F}_1$ va $\overline{F}_2$ kuchlar orasidagi burchak (2-rasm)



2-rasm

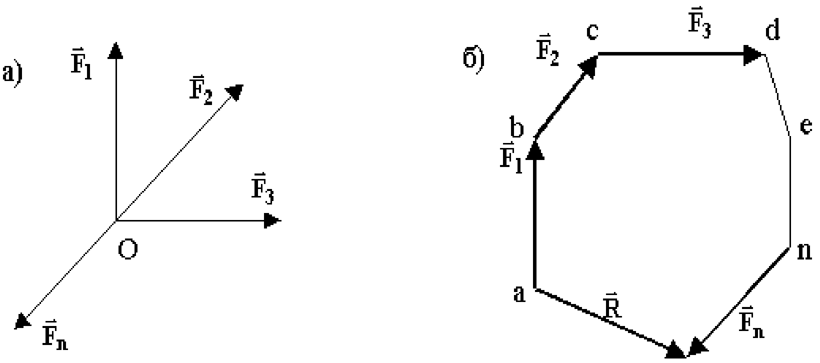
2-rasm b dan:

$$\frac{F_1}{\sin\gamma} = \frac{F_2}{\sin\beta} - \frac{R}{\sin\alpha} \qquad (1)$$

Using the parallelogram law the supporting force **F** can be resolved into components acting along the *u* and *v* axes. (© Russell C. Hibbeler)

b) Kuchlar ko'pburchagi usuli.

Bir nuqtada kesishuvchi $\overline{F_1}, \overline{F_2}, ..., \overline{F_n}$ kuchlari berilgan bo'lsin (3-rasm) Shu kuchlarning teng ta'sir etuvchisini topish kerak.



3-rasm

Teng ta'sir etuvchi kuchni topish uchun kuchlardan tuzilgan kuch ko'pburchagini yasaymiz. Buning uchun tekislikda ixtiyoriy a nuqtani olib, shu nuqtaga o'ziga parallel qilib F_1 kuchini keltirib qo'yamiz. $\overline{F_1}$ kuchni uchiga o'ziga parallel qilib $\overline{F_2}$ kuchini $\overline{F_2}$ kuchni uchiga o'ziga parallel qilib $\overline{F_3}$ kuchini keltirib qo'yamiz va h.k. (3 - rasm b)

abcdenk -kuch ko'pburchagi hosil bo'ladi.

Berilgan kuchlarning teng ta'sir etuvchisi kuch ko'p burchagining etuvchi tomoniga teng.

Kuch ko'p burchagida strelkalar doimo bir-birining ketidan yo'nalgan bo'ladi.

Birinchi $\overline{F}_1$ kuchininng boshi bilan oxirgi $\overline{F}_n$ kuchini uchini birlashtiruvchi kuch R berilgan kuchlar sistemasining teng ta'sir etuvchisi deyiladi. Bir nuqtada kesishuvchi kuchlarning teng ta'sir etuvchisi shu nuqtaga qo'yilgan bo'lib, berilgan kuchlarning geometrik yig'indisiga teng bo'ladi.

$$\overline{R} = \overline{F}_1 + \overline{F}_2 + \overline{F}_3 + ... + \overline{F}_n = \sum_{k=1}^{n} \overline{F}_k$$

$$\overline{R} = \sum \overline{F} \qquad (2)$$

Agar bir nuqtada kesishuvchi kuchlar o'zaro muvozanatlashgan bo'lsa R=0 bo'ladi va aksincha.

Demak, R=0 bo'lishi uchun kuchlardan qurilgan kuch ko'pburchagi yopiq bo'lishi kerak. Bir nuqtada kesishuvchi kuchlar muvozanatda bo'lishi uchun bu kuchlardan yasalgan kuch ko'pburchagining yopiq bo'lishi zarur va yetarli shartdir.

Bu shartga bir nuqtada kesishuvchi kuchlarning geometrik muvozanat sharti deyiladi.

Uch kuch muvozanatiga oid teorema.

Bir tekislikda joylashgan va o'zaro parallel bo'lmagan uchta kuch muvozanatlashsa, ularning ta'sir chiziqlari bir nuqtada kesishadi.

Isbot.

Jism bir tekislikda joylashgan va o'zaro parallel bo'lmagan $\overline{F}_1, \overline{F}_2, ..., \overline{F}_n$ kuchlari ta'sirida muvozanatda turgan bo'lsa ularning ta'sir chiziqlari bir nuqtada kesishadi. (4-rasm).

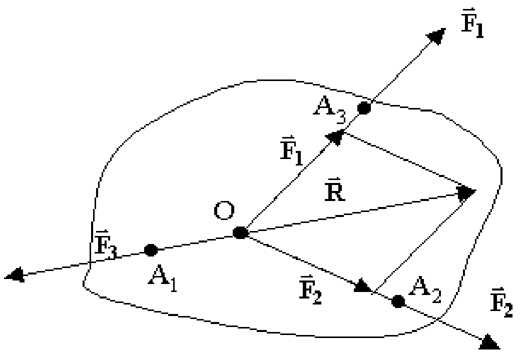
Kuchlar parallel bo'lmagani uchun ulardan ixtiyoriy ikkitasining ta'sir chizig'i biror nuqtada kesishadi. Masalan, $\overline{F}_1$ va $\overline{F}_2$ kuchlarning ta'sir chiziqlarini kesishguncha davom ettiramiz $\overline{F}_1$ va $\overline{F}_2$ kuchlarni 0 nuqtaga ko'chiramiz va paralellogram qoidasiga asosan qo'shamiz.

$$R = \overline{F}_1 + \overline{F}_2$$

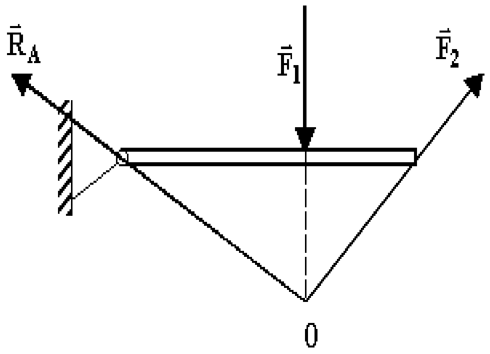
R kuchining ta’sir chizig’i $\overline{F_1}$ va $\overline{F_2}$ kuchlarining ta’sir chiziqlari kesishgan nuqtadan o’tadi. Shunday qilib, jismga $\overline{R}$ va $\overline{F_3}$ kuchlari ta’sir qiladi. Ikkita kuch qo’yilgan jism muvozanatda bo’lishi uchun bu kuchlarning miqdorlari teng bo’lib, bir to’g’ri chiziq bo’ylab qarama-qarshi tomonga yo’nalgan bo’lishi kerak. Demak, $\overline{F_3}$ kuchning ta’sir chizig’i 0 nuqtadan o’tadi yoki uchta kuchning ta’sinr chizig’i bir nuqtada kesishadi reaksiya kuchining yo’nalishi aniqlanadi.

Masalan.

Agar AB sterjen $\overline{F_1}$,$\overline{F_2}$ aktiv va $\overline{R_A}$ reaksiya kuchi ta’sirida muvozanatda bo’lsa $\overline{R_A}$ kuchining ta’sir chizig’i $\overline{F_1}$ va $\overline{F_2}$ kuchlar ta’sir chizig’i kesishgan nuqtadan o’tadi (4a-rasm).



4a-rasm



4b-rasm

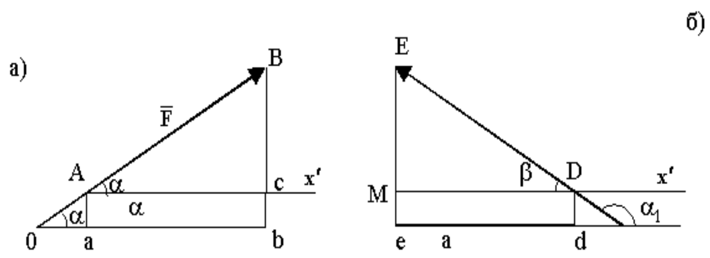
KUCHNING O’QDAGI PROYEKSIYASI.

Statika masalalarini analitik yo’l bilan yechish usuliga o’tamiz. Bu usul kuchning o’qdagi proyeksiyasi tushunchasiga asoslangan.

$\overline{F}$ kuchi va **OX** o’qi berilgan bo’lsin (5-rasm).

Kuchni shu o’qdagi proyeksiyasini topamiz. Buning uchun shu kuchning boshidan va uchidan **OX** o’qiga perpendikulyarlar tushiramiz.

ab, ed kuchning proyeksiyasidir.



5-rasm

Kuchni o’qdagi proyeksiyasini F_x yoki X bilan belgilaymiz.

ab = x ed = x_1 x va x_1 larni topish uchun A va D nuqtalardan **OX** o'qiga parallel qilib X o'qini o'tkazamiz u holda **ABC** va **DEM** hosil bo'ladi.

ABC DEM lardan foydalanamiz. X=AC=ab

$$X_1 = +DM = +de$$

$$\frac{AC}{F} = \cos\alpha \quad bundan, \quad AC = F\cos\alpha$$

$$\frac{DM}{F_1} = \cos\beta \quad DM = F_1\cos\beta = F_1\cos(180^0 - \alpha_1) = -F\cos\alpha_1$$

$$X = F\cos\alpha \quad X_1 = -F_1\cos\alpha_1 \qquad (3)$$

(9) formula kuchni o'qdagi proyeksiyasini ifodalaydi.

Kuchni biror o'qdagi proyeksiyasi kuch miqdori bilan kuchning shu o'q musbat yo'nalishi bilan tashkil qilgan burchagi kosinusiga ko'paytmasiga teng.

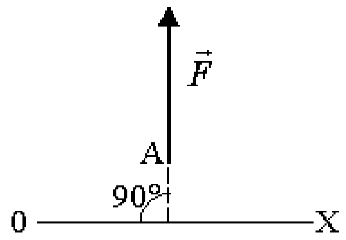
Kuchning o'qdagi proyeksiyasi musbat va manfiy ishora bilan olinadi.

Kuch o'qning musbat tomoniga qarab yo'nalsa kuchni proyeksiyasi musbat aksincha manfiy bo'ladi.

Kuchning ta'sir chizig'i bilan OX o'qining musbat yo'nalishi orasidagi burchak o'tkir bo'lsa, kuchning proyeksiyasi musbat, agar burchak o'tmas bo'lsa, manfiy belgida olinadi.

Xususiy hollar.

1. Kuch o'qqa perpendikulyar bo'lsa $\alpha = 90^0$ kuchning o'qdagi proyeksiyasi nolga teng bo'ladi. (6-rasm).

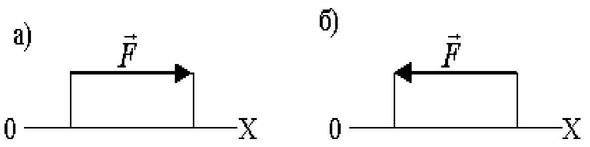


6-rasm

X=Fcos90°=0

X=0

2. Agar kuch o'qga parallel yo'nalgan bo'lsa, yoki o'qni ustida joylashgan bo'lsa **(α =0⁰, α =180⁰**) kuchni o'qdagi proyeksiyasi kuch miqdoriga teng bo'ladi (7 - rasm).



7 - rasm

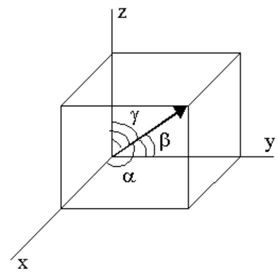
$$X = F\cos 0^0 = F \qquad X = F_1\cos 180^0 = -F_1$$

$$X = F \qquad X_1 = -F_1$$

Agar **F** kuchining **X,Y,Z** koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari berilgan bo'lsa kuch miqdori quyidagi formuladan topiladi (8-rasm).

$$F = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}\,; \qquad (4)$$

bunda, ***X=Fcosα;*** ***Y=Fcosα;*** ***Z=Fcosα;*** (5)



8-rasm

F kuchiing yo'nalishi yo'nalsatiruvchi kosinuslar yordamida aniqlanadi.

$$\cos\alpha = \frac{X}{F};\quad \cos\beta = \frac{Y}{F};\quad \cos\gamma = \frac{Z}{F};\ (6)$$

bunda, **α, β, γ**- F kuchi bilan **X,Y,Z** orasidagi burchak.

Kuchning tekislikdagi proyeksiyasi.

$\overline{F}$ kuchini berilgan tekislikdagi proyeksiyasini topamiz **OXYZ** koordinatalar sistemasida **A** nuqtaga qo'yilgan $\overline{F}$ kuchi berilgan bo'lsin.

$\overline{F}$ kuchini **OXY** tekislikdagi proyeksiyasi kuchning boshidan va uchidan tekislikka tushirilgan perpendikulyarlar orasidagi kesmaga teng. Kuchning tekislikdagi proyeksiyasi vektor kattalikdir.

$\overline{F}$ kuch proyeksiyasining miqdori quyidagiga teng

$$F_{xy} = F\cos Q \qquad (6)$$

bunda, **Q –** $\overline{F}$ kuchi bilan uning proyeksiyasi orasidagi burchak.

Fazoda joylashgan kuchni **X,Y** o'qlardagi proyeksiyasini aniqlash uchun uni avval shu o'qlardagi proyeksiyasi topiladi.

Kuchning tekislikdagi proyeksiyasini koordinata o'qlariga proyeksiyalaymiz.

Masalan.

$\overline{F}$ kuchining **X,Y** o'qlaridagi proyeksiyasini topish uchun avval uni **XOY** tekisligiga proyeksiyalaymiz. Hosil bo'lgan $\overline{F}_{xy}$ proyeksiyasini **X,Y** o'qlariga proyeksiyalaymiz.

$$F_x = F_{xy}\cos\varphi = F\cos Q\cos\varphi$$
$$F_y = F_{xy}\sin\varphi = F\cos Q\sin\varphi \qquad (7)$$

Bir nuqtada kesishuvchi kuchlarning teng ta'sir etuvchisini analitik usulda aniqlash.

Ta'sir chiziqlari bir nuqtada kesishuvchi $\overline{F}_1, \overline{F}_2, \overline{F}_3, ..., \overline{F}_n,$ kuchlari proyeksiyalari bilan berilgan bo'lsin (9-rasm a).

$X_1, Y_1, Z_1 - \overline{F}_1$ kuchining proyeksiyalari

$X_2, Y_2, Z_2 - \overline{F}_2$ kuchining proyeksiyalari

$X_n, Y_n, Z_n - \overline{F}_n$ kuchining proyeksiyalari bo'lsin.

Shu berilgan kuchlarning teng ta'sir etuvchisini miqdor va yo'nalishini aniqlash kerak.

Teng ta'sir etuvchi kuch berilgan kuchlarning geometrik yig'indisiga teng.

$$\overline{R} = \overline{F}_1 + \overline{F}_2 + \overline{F}_3 + ... + \overline{F}_n \text{ yoki}$$
$$\overline{R} = \sum \overline{F} \qquad (8)$$

Teng ta'sir etuvchisini proyeksiyalarini aniqlash uchun vektorlar algebrasidagi quyidagi teoremadan foydalanamiz.

Teorema. Vektorlar yig'indisining biror o'qdagi proyeksiyasi qo'shiluvchi vektorlarning shu o'qdagi proyeksiyalarining algebrik yig'indisiga teng.

$$R_x = X_1 + X_2 + X_3 + ... + X_n = \sum X_n$$
$$R_y = Y_1 + Y_2 + Y_3 + ... + Y_n = \sum Y_n \qquad (9)$$
$$R_Z = Z_1 + Z_2 + Z_3 + ... + Z_n = \sum Z_n$$

bunda, $R_x, R_y, R_z - \overline{R}$ kuchining koordinata o'qlaridagi proyeksiyasi. (16) bilan teng ta'sir etuvchi kuchning koordinata o'qlardagi proyeksiyasi topiladi.

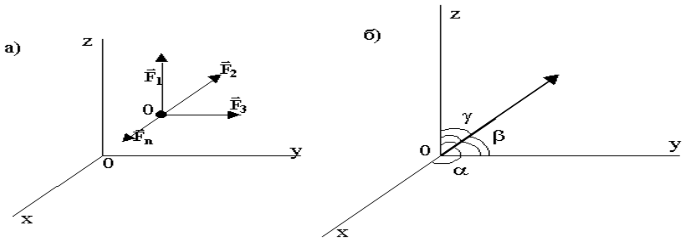
Teng ta'sir etuvchi kuchning miqdori quyidagiga teng.

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} = \sqrt{\left(\sum X\right)^2 + \left(\sum Y\right)^2 + \left(\sum Z\right)^2} \qquad (10)$$

Yo'nalishi esa quyidagicha aniqlanadi.

$$\cos\alpha = \frac{R_x}{R}; \quad \cos\beta = \frac{R_y}{R}; \quad \cos\gamma = \frac{R_z}{R};$$

bunda **α, β, γ,** lar **R** bilan **x,y,z** o'qlari orasidagi burchak (32-rasm b)



9-rasm

Agar ta'sir chiziqlari bir nuqtada kesishgan kuchlar muvozanatda bo'lsa, **R=0** bo'ladi.

$$R = \sqrt{\left(\sum X\right)^2 + \left(\sum Y\right)^2 + \left(\sum Z\right)^2} \qquad (10)$$

Teng ta'sir etuvchi **R=0** bo'lishi uchun (10) dan qavs ichidagi ifodalarning har biri **0** ga teng bo'lishi kerak.

$$\begin{aligned} &\sum X = 0 \quad X_1 + X_2 + \ldots + X_n = 0 \\ &\sum Y = 0 \quad Y_1 + Y_2 + \ldots + Y_n = 0 \\ &\sum Z = 0 \quad Z_1 + Z_2 + \ldots + Z_n = 0 \end{aligned} \qquad (11)$$

(11) -formula ta'sir chiziqlari bir nuqtada kesishuvchi kuchlarning

analitik muvozanat shartini ifodalaydi.

Ta'sir chiziqlari bir nuqtada kesishuvchi kuchlar muvozanatda bo'lishi uchun kuchlarning **x,y,z** o'qlaridagi proyeksiyalarining yig'indisi nolga teng bo'lishi zarur va yyetarlidir.

Agar, kuchlar sistemasi bir tekislikda bo'lsa (11) -formula quyidagi ko'rinishda bo'ladi.

$$\sum X = 0, \quad \sum Y = 0 \qquad (12)$$

(12) - formula bir nuqtada kesishuvchi va bir tekislikla joylashgan kuchlarning analitik muvozanat shartini ifodalaydi.

TAKRORLASH UCHUN SAVOLLAR.

1. Qanday kuchlar sistemasiga kesishuvchi kuchlar sistemasi deyiladi?
2. Bir nuqtada kesishuvchi ikkita kuchning teng ta'sir etuvchisining moduli qanday aniqlanadi?

3. Kesishuvchi kuchlarning teng ta'sir etuvchisini yo'nalishi qanday aniqlanadi?
4. Teng ta'sir etuvchi kuch deb nimaga aytiladi?
5. Muvozanatlovchi kuch deb nimaga aytiladi?

3-ma'ruza: Tekislikdagi juft kuchlar sistemasi

Kuchning nuqtaga nisbatan momenti va uning vektorligi. Kuchning o'qqa nisbatan momenti. Juft kuchlar haqida tushuncha. Juft kuchning momenti

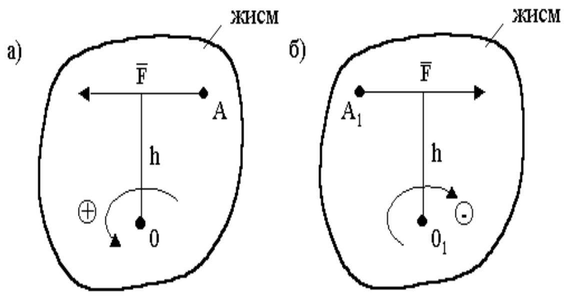
REJA:

1. Nuqtaga nisbatan kuch momenti.
2. Nuqtaga nisbatan kuch momentining nolga tengligi.
3. Moment vektori.
4. Juft kuch.
5. Tekislikdagi juft kuchlarning muvozanat shartlari

Mexanikada kuchni aylantiruvchi ta'siri kuch momenti deb ataladigan kattalik bilan o'lchanadi.

Jismning biror nuqta yoki o'q atrofidagi aylanma harakati kuch momentiga bog'liq bo'ladi.

Bizga 0 nuqta atrofida erkin aylana oladigan qattiq jism berilgan bo'lsin (1-rasm).



1-rasm

Jismni A nuqtaga qo'yilgan $\overline{F}$ kuchi aylantiradi.

Jismni 0 nuqta atrofida tez yoki sokin aylanishi quyidagilarga bog'liq bo'ladi.

1. Kuchni moduli yoki qiymatiga

2. Kuchning yelkasiga

Biror nuqtaga nisbatan kuchdan moment olinsa bu nuqtaga moment markazi deyiladi. (0,0) moment markazi. Moment markazidan kuchning ta'sir chizig'iga tushirilgan perpendikulyarga kuchning yelkasi deyiladi va –h balandlik belgilanadi F kuchning 0 nuqtaga nisbatan momentini quyidagi ko’rinishda belgilanadi.

M_o, m , $M_o(\overline{F})$ yoki $m_0(\overline{F})$ Kuch momenti N•m, kN•m bilan 1-rasmga asosan o’lchanadi.

$$m_0(\overline{F}) = \pm Fh \qquad (1)$$

(1) formula bilan kuchning nuqtaga nisbatan momenti topiladi.

Nuqtaga nisbatan kuch momenti quyidagicha ta’riflanadi.

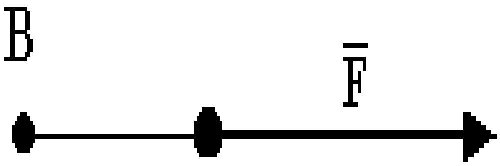
Kuch miqdori bilan shu kuch yelkasining ko’paytmasi mos ishora bilan olingan nuqtaga nisbatan kuch momenti deyiladi.

Kuch momenti musbat va manfiy ishora bilan olinadi.

Agar kuch moment markazi atrofida jismni soat stryelkasi aylanishiga qarama-qarshi tomonga aylantirsa kuch momenti musbat aksincha manfiy bo’ladi.

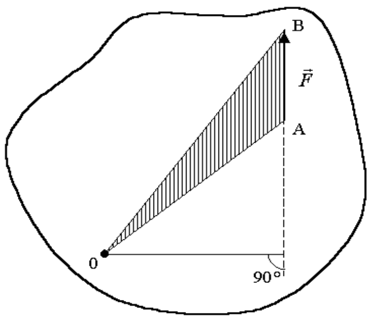
Nuqtaga nisbatan kuch momenti quyidagi xossalarga ega.

1. Agar kuchning ta’sir chizig’i momentlar markazidan o’tgan bo’lsa kuch momenti 0 ga teng bo’ladi. Chunki, bu holda kuchning yelkasi h=0 ga teng (2-rasm). $m_B = F \cdot 0 = 0$



2-rasm

2. Kuchning miqdori va yo’nalishini o’zgartirmay ta’sir chizig’i bo’ylab istalgan nuqtaga ko’chirilsa, kuch momenti o’zgarmaydi (chunki uning yelkasi o’zgarmay qoladi).



3-rasm

3. $\overline{\mathbf{F}}$ kuchining boshi va uchini moment markazi **0** bilan tutashtiramiz (3-rasm). **AOB** hosil bo’ladi. Bu uchburchakning yuzi **AOB**$_{\mathbf{yuzi}}$ =1/2Fh

$$2\Delta A0B_{yuzi} = F \cdot h = m_0(\overline{F})$$

$$m_0(\overline{F}) = 2\Delta AOB_{yuzi} \qquad (2)$$

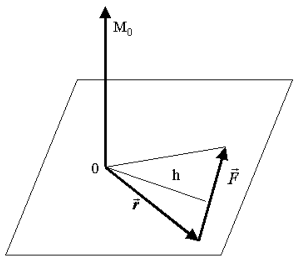
Demak, kuchning nuqtaga nisbatan momenti kuch bilan shu nuqtadan tashkil bo'lgan uchburchak yuzining ikkilanganligiga teng.

Kuchning nuqtaga nisbatan moment vektori.

Kuchning nuqtaga nisbatan momenti vektori moment markaziga qo'yilgan bo'lib, bu markaz va kuchning ta'sir chizig'i orqali o'tgan tekislikka perpendikulyar yo'nalgan bo'ladi.

Hamda kuchning uchidan qaraganda kuch jismni soat stryelkasi aylanishiga teskari yo'nalishda aylantirishga intiladi.

$\overline{F}$ kuchining ***0*** nuqtaga nisbatan moment vektorini aniqlaymiz (4-rasm) .



4-rasm

$m_0(\overline{F})$ ***0*** nuqtaga nisbatan olingan $\overline{\mathbf{F}}$ kuch momentining vektori.

$\overline{OA} = \overline{r}$ **A** nuqtaning radius vektori. **A** nuqta kuch qo'yilgan nuqtaning radius vektori bilan kuchning vektor ko'paytmasiga teng.

$$\overline{M}_0 = \left[\overline{r} \cdot \overline{F}\right] \qquad (3)$$

Moment vektori $m_0(\overline{F})$ ning uchidan qaraganda kuch jismni soat stryelkasi aylanishiga teskari yo'nalishda aylantirishga intiladi.

Moment vektorining absolyut qiymati kuch momentiga teng.

$$\left|\overline{M}_0\right| = m_0 \qquad (4)$$

(4) ni isbotlash uchun (3) dan absolyut qiymat olamiz.

$$|\overline{\boldsymbol{M}}_{\boldsymbol{o}}| = |\overline{\boldsymbol{r}} \cdot \boldsymbol{F}| = \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{r} \cdot \boldsymbol{sin\alpha} = \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{h} = \boldsymbol{m_o}$$

bunda, $h = r\sin\alpha \quad |m_0| = m_0$

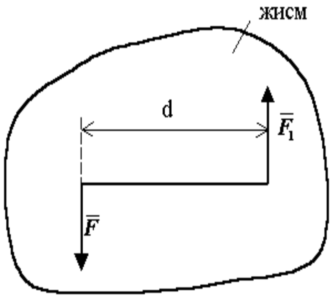
Juft kuchlar nazariyasi.

Juft kuch. Juft kuch momenti.

Miqdorlari teng ta'sir chiziqlari bir to'g'ri chiziqda yetmaydigan parallel va qarama-qarshi yo'nalgan *ikkita kuchga juft kuch yoki juft* deyiladi.

$$F = F_1; \quad \overline{F} \parallel \overline{F}_1; \quad \overline{F} = -\overline{F}_1;$$

Juft kuchni ($\overline{F}\overline{F}_1$) ko'rinishda belgilaymiz (5-rasm).



6-rasm

($\overline{F}\overline{F}_1$) kuchlarga juft kuchni tashkil etuvchi kuchlar deyiladi.

Juft kuchni tashkil etuvchi kuchlar orasidagi eng qisqa masofaga juft kuchning yelkasi deyiladi. Bunda d-yelka juft kuchning teng ta'sir etuvchisi 0 ga teng

$$R = F_E - F_1 = 0 \quad R = 0$$

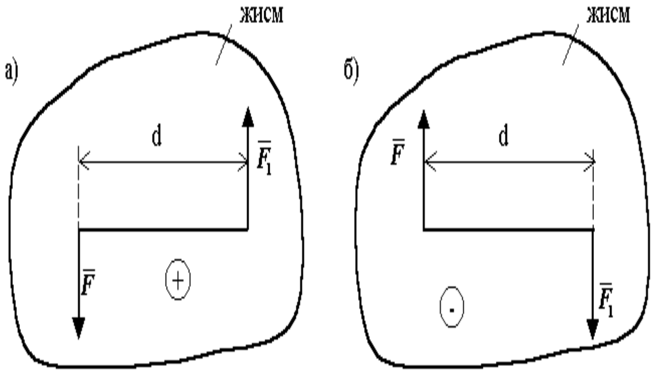
Juft kuchni bitta kuch bilan almashtirish mumkin emas. Juft kuchni tashkil etuvchi kuchlarning biri bilan juft kuch yelkasining ko'paytmasiga *juft kuchning momenti* deyiladi.

Juft kuchni momentini m, M bilan belgilanadi.

$$m = \pm F \cdot d = \pm F_1 d \qquad (6)$$

(6)-formula juft kuchni momentini ifodalaydi. Juft kuchning momenti musbat va manfiy bo'ladi.

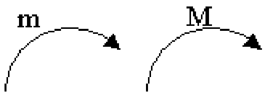
Juft jismni soat strelkasi aylanishiga teskari tomonga aylantirsa uning momenti musbat, soat strelkasi aylanishi bo'yicha aylantirsa manfiy ishora bilan olinadi (7-rasm a,b).



7-rasm

$$m = F \cdot d \qquad\qquad m = -F \cdot d$$

Juft kuch qo'yilgan jism aylanma harakatda bo'ladi. Juft kuchni jismga ko'rsatadigan ta'siri juft kuchni momentiga bog'liq bo'ladi, shu sababli har qanday juft kuch strelkali yoy shaklida berilgan bo'lishi mumkin. Strelka eniga juft kuch momenti qo'yiladi.



8-rasm

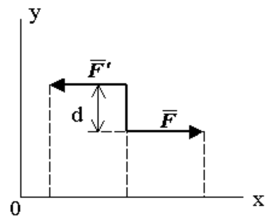
Juft kuch joylashgan tekislikka juft kuchni ta'sir tekisligi deyiladi.

Teorema 1.

Juft kuchni tashkil etuvchi kuchlarning har qanday o'qdagi proyeksiyalar yig'indisi 0 ga teng.

Isbot: Juft kuch berilgan bo'lsin (9-rasm). Shu juft kuchni x,y o'qlariga proyeksiyalaymiz.

$$\sum X = F - F^1 = 0$$
$$\sum Y = 0$$



9-rasm

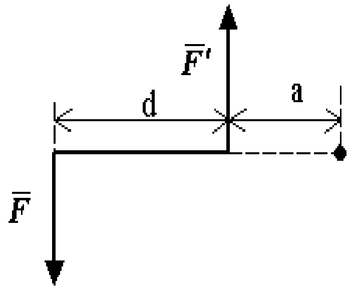
Teorema 2.

Juft kuchni momenti uni tashkil etuvchi kuchlardan ixtiyoriy nuqtaga nisbatan olingan momentlarning yig'indisiga teng.

$$m = m_0(\overline{F}) + m_0(\overline{F})$$

Isbot. Momenti $m = F \cdot d$ ga teng bo'lgan ($\overline{F}\overline{F_1}$) juft kuch berilgan bo'lsin (44-rasm). Juft kuchni tashkil etuvchi kuchlardan 0 nuqtaga nisbatan moment olamiz.

$$m_0(\overline{F}) = F(a + d)$$
$$m_0(\overline{F}^1) = -F^1 d$$



10-rasm

Bu tengliklarning ikkala qismini qo'shamiz.

$$m_0(\overline{F}) + m_0(\overline{F}^1) = F(a+d) - \overline{F}^1 a = Fa + Fd - F^1 d = Fd = m$$
$$m_0 = m_0(\overline{F}) + m_0(\overline{F}^1) \qquad (7)$$

teorema isbotlandi.

Bu teoremalar shuni ko'rsatadiki juft kuch proyeksiyalar tenglamasi

$\sum X = 0$ $\sum Y = 0$ga ishtirok qilmaydi. Juft kuchni biror nuqtaga nisbatan olingan momentlar tenglamasiga ($\sum m_0 = 0$) qo'shish kerak.

Juft kuchlarning ekvivalentligi haqidagi teorema.

<u>Teorema.</u>

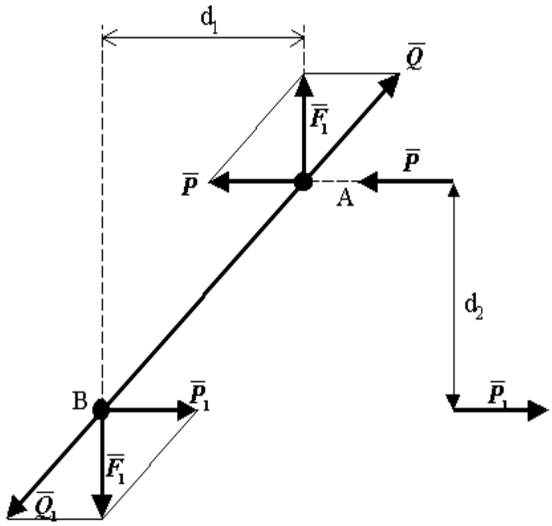
Jismga qo'yilgan har qanday juft kuchni momenti shu juft kuchni momentiga teng bo'lgan boshqa juft kuch bilan almashtirish mumkin.

<u>Isbot</u>. Jismga momenti **M=Fd** ($\overline{F}\overline{F_1}$) juft kuchi ta'sir qilayotgan bo'lsin (45-rasm).

Ixtiyoriy D va E nuqtalardan ikkita parallel to'g'ri chiziq o'tkazamiz. Bu parallel to'g'ri chiziq F va F kuchlarning ta'sir chizig'i bilan A va B nuqtalarda kesishadi AD va BE to'g'ri chiziqlar bo'ylab yo'nalgan tashkil etuvchilarini P va Q bilan belgilaymiz. F kuchini AB va BE to'g'ri chiziq bo'ylab yo'nalgan tashkil etuvchisini Q va P bilan belgilaymiz. Demak,

$$\overline{P} = -\overline{P_1}, \quad \overline{Q} = -\overline{Q_1}$$

$\overline{Q}$ va $\overline{Q_1}$ kuchlari o'zaro muvozanatlashuvchi. Shuning uchun jismdan olib tashlaymiz. Natijada, ($\overline{F}\overline{F_1}$) juft kuchini ($\overline{P}\overline{P_1}$) juft kuchi bilan almashtirdik. ($\overline{P}\overline{P_1}$) juft kuchni yelkasi d ga teng. P va P kuchlarni ta'sir chiziqlari bo'ylab D va E nuqtalarga keltiramiz.



11-rasm

($\overline{F}\overline{F}_1$) juft kuchi bilan ($\overline{P}\overline{P}_1$) juft kuchining momentlari teng ekanligini isbotlaymiz.

($\overline{F}$) kuchi P va Q kuchlarning teng ta'sir etuvchisi Varin'on teoremasiga asosan

$$m_0(\overline{F}) = m_B(\overline{P}) + m_B(\overline{Q})$$
$$m_0(\overline{F}) = F \cdot d_1 \quad m_B(\overline{P}) = Pd_2 \qquad (8)$$
$$m_B(Q) = 0$$

demak, $Fd_1 = Fd_2$ teorema isbotlandi.

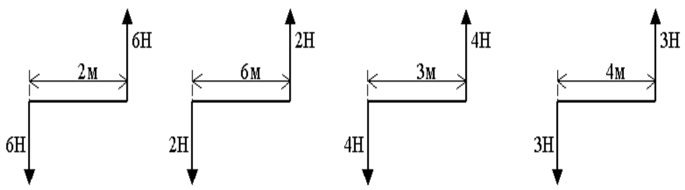
demak, momentlari teng va aylanish yo'nalishlari bir xil bo'lgan ikkita juft kuchga ekvivalent juft kuchlar deyiladi.

Bu teoremadan quyidagi natija chiqadi;

1. Juft kuchni o'zining ta'sir tekisligida har qanday vaziyatga ko'chirish mumkin, bunda juft kuchni jismga ta'siri o'zgarmaydi.

2. Juft kuchni momentini o'zgartirmay uni tashkil etuvchi kuchlarning va yelkasini istalgancha o'zgartirish mumkin bu bilan juft kuchni jismga ta'siri o'zgarmaydi.

Masalan, momenti m=12 knm juft kuch berilgan bo'lsin.



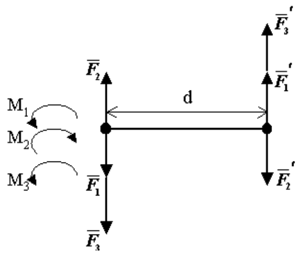
12-rasm

Tekislikdagi juft kuchlarni qo'shish. Juft kuchlarning muvozanatlik sharti.

Teorema. Bir tekislikda joylashgan bir nyechamizta juft kuchlarni qo'shib, momenti shu juft kuchlar momentlarining yig'indisiga teng bo'lgan bitta juft kuchga keltirish mumkin.

Isbot. Bir tekislikda joylashgan momentlari $\boldsymbol{m_1, m_2, m_3}$ bo'lgan juft kuchlar berilgan bo'lsin (13-rasm). SHu juft kuchlarni qo'shib bitta teng ta'sir etuvchi juft kuchga keltirish kerak. Berilgan juft kuchlarni umumiy d yelkaga ega bo'lgan ekvivalent ($\bar{F}_1\bar{F}_1'$), ($\bar{F}_2\bar{F}_2'$) va ($\boldsymbol{\bar{F}_3\bar{F}_3'}$) juft kuchlar bilan almashtiramiz. ekvivalent juft kuchlarning ta'rifiga asosan quyidagi formulani yozamiz.

$$m_1 = F_1 d, \quad m_2 = -F_2 d, \quad m_3 = F_3 d, \tag{9}$$



13-rasm

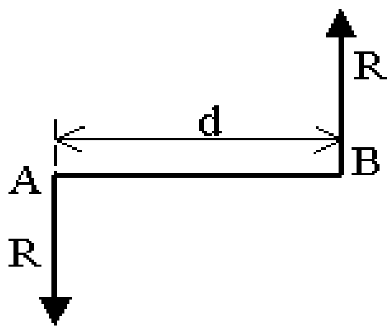
A va B nuqtalarga qo'yilgan kuchlarni qo'shib teng ta'sir etuvchisini aniqlaymiz.

$$R = F_1 - F_2 + F_3$$
$$R' = F_1' - F_2' + F_3' = F_1 - F_2 + F_3$$

Bu kuchlarning modullari teng bir biriga qarama qarshi yo'nalgan va o'zaro parallel

$$R = R', \quad \bar{R} = -\bar{R}', \quad \bar{R} \parallel \bar{R}'$$

Demak bu kuchlar bitta ($\bar{R}_1\bar{R}'$) juft kuchni tashkil yetadi. Bu juft kuchga teng ta'sir etuvchi juft kuch deyiladi. Demak berilgan uchta juft kuchlarni qo'shib bitta teng ta'sir etuvchi juft kuchga keltirdik (14-rasm).



14-rasm

Teng ta'sir etuvchi juft kuchni momenti quyidagi formula bilan topiladi.

$$M = Rd(F_1 - F_2 + F_3)d = F_1 d + (-F_2 d) + F_3 d = m_1 + m_2 + m_3 \tag{10}$$
$$M = m_1 + m_2 + m_3$$

Agar, bir tekislikda joylashgan momentlari $m_1, m_2, ..., m_n$ ga teng bo'lgan **n** ta juft kuchlar berilgan bo'lsa, bu juft kuchlarni qo'shib bitta teng ta'sir etuvchi juft kuchga keltirish mumkin.

Teng ta'sir etuvchi juft kuchni momenti yuqoridagi teoremaga asosan.

$$M = m_1 + m_2 +, ..., +m_n \qquad (11)$$
$$M = \sum m$$

Bir tekislikda joylashgan juft kuchlar muvozanatda bo'lishi uchun ularning momentlarining yig'indisi 0 ga teng bo'lishi zarur va yetarlidir.

$$m_1 + m_2 +, ..., +m_n = 0 \qquad (12)$$
$$\sum m = 0$$

Bu tekislik bir tekislikda joylashgan juft kuchlarning muvozanat juft kuchlarning muvozanat shartini ifodalaydi.

<u>4-ma'ruza:</u> Kuchning o'ziga parallel ko'chirishga oid lemma. Bosh vektor va bosh moment. Varin'on teoremasi. Fazodagi va tekislikdagi kuchlar sistemasining muvozanati shartlari.

Reja:

1. Kuchning o'ziga parallel ko'chirishga oid lemma.
2. Bosh vektor va bosh moment.
3. Varin'on teoremasi.
4. Kuchni o'qqa nisbatan momenti.
5. Fazoda ixtiyoriy yo'nalgan kuchlar sistemasini berilgan markazga keltirish. Kuchlar sistemasining bosh vektori va bosh momenti .
6. O'qqa nisbatan kuch momentini analitik ifodalash

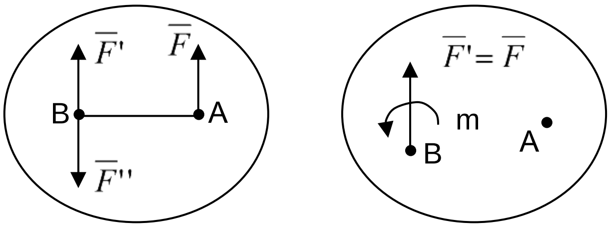
Kuchning o'ziga parallel ko'chirishga oid lemma.

Kuchning jismga ta'sirini o'zgartirmay, uni o'ziga parallel ravishda bir nuqtadan keltirish markazi deb ataladigan ikkinchi nuqtaga ko'chirish masallasi 1804 yilda fransuz olimi L.Puanso tomonidan isbiotlangan quyidagi lemma bilan ifodalanadi:

<u>Lemma:</u> Absolyut qattiq jismning biror nuqtasiga qo'yilgan kuchni jismga ta'sirini o'zgartirmay o'ziga parallel ravishda boshqa ixtiyoriy nuqtaga keltirish, momenti berilgan kuchdan keltirish nuqtasiga nisbatan olingan kuch momentiga teng bo'lgan juft qo'shishni taqozo qiladi.

Isbot:

Jismning biror A nuqtasiga F kuch qo'yilgan bo'lsin.

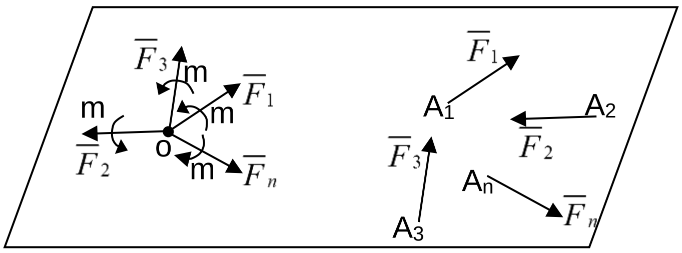


1-shakl 2-shakl

Jismning ixtiyoriy B nuqtasiga tashkil etuvchilari F' va F'' miqdor jihatidan F kuchga teng bo'lgan ya'ni $F' = F'' = F$ nolli sistemani kuchga parallel ravishda qo'yamiz (1-shakl). Hosil bo'lgan uchta kuchdan ($\overline{F}, \overline{F}', \overline{F}''$) iborat bo'lgan sistema berilgan F kuchga ekvivalentdir. Bu sistemani F kuch va ($\overline{F}, \overline{F}''$) juftdan tashkil topgan deb qarash mumkin. Binobarin A nuqtaga qo'yilgan F kuchi, B nuqtaga qo'yilgan shunday F' kuchiga va ($\overline{F}, \overline{F}''$) juftga ekvivalentdir. Juft ($\overline{F}, \overline{F}''$) ni qo'shilgan juft deb ataladi. Uning momentini aniqlaymiz $\overline{m}(\overline{F}, \overline{F}'') = F \cdot d = m_B(\overline{F})$.

Binobarin qo'yilgan juftning momenti A nuqtaga qo'yilgan F kuchdan, ko'chirish zarur bo'lgan B nuqtaga nisbatan momentga teng bo'ladi. Bu teoremaning tafsiloti 1- va 2-shakllarda tasvirlangan.

Bosh vektor va bosh moment. Qattiq jismga tekislikda ixtiyoriy joylashgan $\overline{F}_1, \overline{F}_2, ..., \overline{F}_n$ kuchlar sistemasi ta'sir qilsin.



3-shakl

Tekislikda keltirish markazi deb ataluvchi ixtiyoriy O nuqtani olib, momentlari m_1, m_2, m_n bo'lgan qo'shilgan juftlarni qo'shib, hamma kuchlarni shu markazga keltiramiz, (47-shakl). Demak ($\overline{F}_1, \overline{F}_2, ..., \overline{F}_n$). Kuchlar sistemasi O nuqtaga qo'yilgan $\overline{F}_1', \overline{F}_2', ..., \overline{F}_n'$ kuchlar sistemasiga va bir tekislikda joylashgan momentlari

$$m_1 = m_0(\overline{F}_1), \; m_2 = m_0(\overline{F}_2) ... m_n = m_0(\overline{F}_n) \quad (3.9)$$

bo'lgan juftlar sistemasiga ekvivalent bo'ladi.

O nuqtaga qo'yilgan kuchlarni qo'shib, ularni bitta kuch bilan almashtiramiz.

$$\overline{R}' = \sum_{k=1}^{n} \overline{F}_k \qquad (3.10)$$

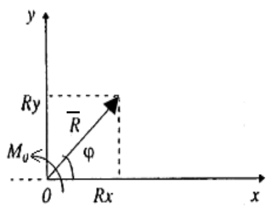
Modomiki $\overline{F}_k^{'} = \overline{F}_k$, u holda $\overline{R}^{'} = \sum_{k=1}^{n} \overline{F}_k$ kattalik berilgan kuchlar sistemasining bosh vektori deb ataladi. Binobarin tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasini bosh vektori berilgan kuchlarning geometrik yig'indisiga teng ekan. Tekislikda joylashgan qo'shilgan juftlarni jamlab, momenti $M_0=m_1+m_2+\ldots+m_n$ bo'lgan bitta juft bilan almashtiramiz. Formula (3.9)ni e'tiborga olib, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$M_0 = m_0(\overline{F}_1) + m_0(\overline{F}_2) + \ldots + m_0(\overline{F}_n)$$

yoki

$$M_0 = \sum_{k=1}^{n} m_0(\overline{F}_k) \qquad (3.11)$$

Moment M_o berilgan kuchlar sistemasining O keltirish markaziga nisbatan bosh momenti deb ataladi. Demak, tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasini biror markazga nisbatan bosh momenti berilgan sistemaning kuchlaridan keltirish markaziga nisbatan olingan momentlarning algebraik yig'indisiga teng. Olingan natijani quyidagi teorema shaklida keltirish mumkin. Tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasini umumiy holda, sistemaning bosh vektoriga teng bo'lgan va qandaydir O nuqtaga qo'yilgan bitta kuch va shu tekislikda yotuvchi momenti berilgan kuchlar sistemasining shu nuqtaga nisbatan bosh momentiga teng bo'lgan bitta juft bilan almashtirish mumkin (48-shakl).



4-shakl

Bosh vektor R' ni miqdor va yo'nalishini analitik aniqlash. Koordinata sistemasi boshini keltirish markazi O nuqtada olib (48-shakl) OX va OY o'qlarini o'tkazib, R' ning miqdorini quyidagi formula yordamida aniqlaymiz.

$$R' = \sqrt{(R_x')^2 + (R_y')^2} \qquad (3.12)$$

Bu yerda R'_x va R'_y bosh vektor R' ning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalaridir (3.10). Tenglikni koordinata o'qlariga proyeksiyalab, quyidagini olamiz:

$$R'_x = \sum_{k=1}^{n} F_{kx}, \; R'_y = \sum_{k=1}^{n} F_{ky} \tag{3.13}$$

Ya'ni kuchlar sistemasi bosh vektorining koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari, kuchlarning shu o'qlardagi proyeksiyalarining algebraik yig'indisiga tengdir. Formula (3.12)ga R'_x, R'_y larning qiymatlarini (3.13) formuladan keltirib qo'yib, quyidagini olamiz

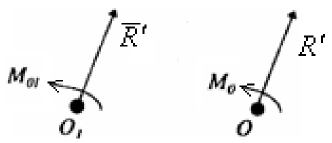
$$R' = \sqrt{(\sum_{k=1}^{n} F_{kx})^2 + (\sum_{k=1}^{n} F_{ky})^2} \tag{3.14}$$

Bosh vektor R' ning yo'nalishi, uni OX o'qi bilan tashkil qilgan φ burchagi orqali quyidagicha aniqlanadi

$$tg\varphi = \frac{R'_y}{R'_x} \tag{3.15}$$

Shuni ta'kidlaymizki, bosh vektor R' keltirish markazini o'zgartirish bilan o'zgarmaydi, chunki berilgan kuchlar sistemasining miqdor va yo'nalishlari o'zgarmas qoladi.

Keltirish markazi o'zgarishi bilan bosh momentning o'zgarishi. Berilgan (F_1, F_2,..,F_n) kuchlar sistemasini bir O markazga keltirib, O nuqtaga qo'yilgan R' kuchni va momenti M_o bo'lgan juftni olamiz (49-shak).



49-shakl

Keltirish markazi uchun boshqa O_1 nuqtani olamiz va bu nuqtaga nisbatan bosh momentni M_{o1} deb belgilaymiz, R' kuchni O nuqtadan O_1 nuqtaga ko'chirish uchun momenti O_1 nuqtaga qo'yilgan R' kuchdan O_1 nuqtaga nisbatan olingan kuch momentiga teng bo'lgan ya'ni $m_{o1}(R')$ juftni qo'shish kerak. Bu juftni kuchlar sistemasining O ga keltirish natijasida hosil bo'lgan juft bilan qo'shib, momenti quyidagiga teng bo'lgan bitta juft hosil qilamiz

$$M_{01} = M_0 + m_{01}(\overline{R}') \tag{3.16}$$

bundan

$$M_{01} - M_0 = m_{01}(\overline{R}') \qquad (3.17)$$

Demak, keltirish markazi o'zgarishi bilan bosh momentning o'zgarishi oldingi markazga qo'yilgan bosh vektordan, keyingi markazga nisbatan olingan momentga teng bo'lar ekan.

3. Keltirishning xususiy hollari. Tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasini sodda hollarga keltirish. Tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasini biror O markazga keltirishda quyidagi xususiy hollar mavjud

$$1)\overline{R}' = 0,\ M_0 \neq 0$$

$$2)\overline{R}' \neq 0,\ M_0 = 0$$

$$3)\overline{R}' \neq 0,\ M_0 \neq 0$$

$$4)\overline{R}' = 0,\ M_0 = 0$$

TENG TA'SIR ETUVCHINING MOMENTI TO'G'RISIDA VARIN'ON TEOREMASI.

TEOREMA. **Bir tekislikda joylashgan kesishuvchi kuchlar teng ta'sir etuvchisining biror markazga nisbatan olingan momenti qo'shiluvchi kuchlarning o'sha markazga nisbatan olingan momentlarining algebrik yig'indisiga teng.**

Isbot. Jismning A nuqtasiga $\overline{F}_1, \overline{F}_2, ..., \overline{F}_n$ kuchlari qo'yilgan bo'lsin. Ixtiyoriy 0 nuqta olamiz va 0 ni A bilan tutashtiramiz. 0 markazdan OA kesmaga tik qilib OX o'qini o'tkazamiz (39-rasm).

Endi $m_0(\overline{F}_1), m_0(\overline{F}_2), ..., m_0(\overline{F}_n)$, momentlarning ifodasini aniqlaymiz. (22)-formulaga asosan

$$m_0(\overline{F}_1) = 2\Delta 0AB_1 \text{ yuzi.}$$

$0AB_1$ uchburchakning yuzi asosi bilan balandligi ko'paytmasining yarmiga teng. Bunda asos OA kesma olinsa, balandligi ob_1 bo'ladi.

$$2\Delta 0AB_{1\,yuzi} = OA \cdot ob_1$$

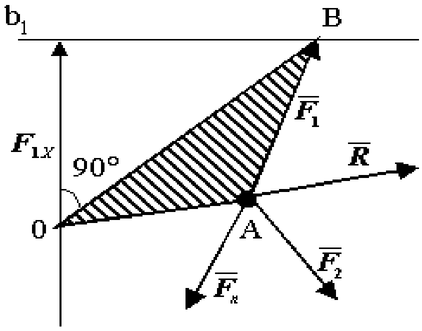
ob_1 kesma $\overline{F}$ kuchining ox o'qidagi proyeksiyasini bildiradi $ob_1 = F_1 x$. Shuning uchun

$$m_0(\overline{F}_1) = OA \cdot F_1 x \qquad (25)$$

qolgan kuchlarning momenti ham shu kabi hisoblanadi.

$\overline{F}$ kuch OA chiziqdan pastda yetganda ham (25) formula to'g'ri bo'laveradi, bunda kuchning proyeksiyasi manfiy bo'lganligi uchun momentning ishorasi ham manfiy bo'ladi.

$\overline{F}_1, \overline{F}_2, ..., \overline{F}_n$, kuchlarning teng ta'sir etuvchisi $\overline{R}$ bilan belgilanadi.



5-rasm

$$\overline{R} = \sum \overline{F} \qquad (26)$$

Teng ta'sir etuvchining biror o'qdagi (x o'qidagi proyeksiyasi qo'shiluvchi kuchlarning o'sha o'qdagi proyeksiyalarining yig'indisiga teng, ya'ni

$$R_x = \sum F_x \qquad (27)$$

bu tenglikning ikkala tomonini OA ga ko'paytirsak;

$$OA \cdot \overline{R}_x = \sum (\overline{F}_x \cdot OA) \qquad (28)$$

(25) - formulaga asosan,

$$OA \cdot \overline{R}_x = \sum (\overline{R}) \qquad (29)$$
$$\sum (OAF_x) = \sum m_0(\overline{F})$$

(29) ni (28) ga qo'yib quyidagini hosil qilamiz.

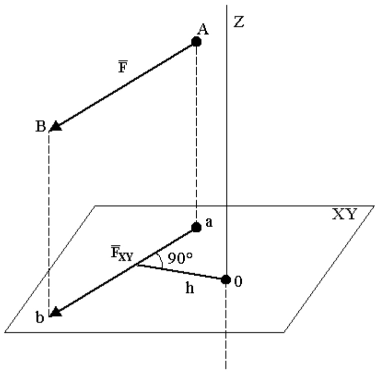
$$m_0(\overline{R}_x) = \sum m_0(\overline{F}) \qquad (30)$$

(30)-formula Varin'on teoremasining matematik ifodasidir.

Kuchni o'qqa nisbatan momenti

Fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasiga oid statika masalalarini yechishda kuchning o'qqa nisbatan momenti tushunchasidan foydalaniladi.

Jismning **A** nuqtasiga qo'yilgan $\overline{\boldsymbol{F}}$ kuchi va **Z** o'qi berilgan bo'lsin (75-rasm). Kuchning shu o'qqa nisbatan momentini aniqlaymiz. Buning uchun **Z** o'qiga perpendikulyar qilib **(xy)** tekisligini o'tkazamiz $\overline{\boldsymbol{F}}$ kuchini shu tekislikka proyeksiyalaymiz.



6-rasm

Buning uchun boshidan va uchidan tekislikka perpendikulyar tushiramiz (6-rasm).

$\overline{ab} = \overline{F}_{xy} - \overline{F}$ kuchining **xy** tekislikdagi proyeksiyasi vektor kattalik chunki **y** qiymatga va yo'nalishiga ega. Kuchning proyeksiyasidan kuch bilan **Z** o'qiga kesishgan nuqtasiga (0) nisbatan moment olamiz. $\boldsymbol{\overline{F}}$ kuchining **Z** o'qiga nisbatan momentini $\boldsymbol{m_z(\overline{F})}$ bilan belgilaymiz. Kuchning Z o'qiga nisbatan momenti quyidagi formula bilan topiladi.

$$m_z(\overline{F}) = m_0(\overline{F}_{xy}) = \pm \overline{F}xy \cdot h \qquad (60)$$

Bunda **h** Fxy kuchining **0** nuqtaga nisbatan yelkasi. (60) - formula quyidagicha ta'riflanadi.

Kuchning o'qqa nisbatan momenti kuchning shu o'qqa perpendikulyar tekislikdagi proyeksiyasidan o'q bilan tekislikning kesishgan nuqtasiga nisbatan olingan momentiga teng bo'ladi.

Agar kuch jismni o'q atrofida soat stryelkasi yo'nalishiga qarama-qarshi aylantira musbat, soat stryelkasi yo'nalishi bo'yicha aylantirsa manfiy ishora bilan olinadi.

O nuqta bilan **a,b** nuqtalarni tutashtiramiz (6-rasm) natijada oab uchburchak hosil bo'ladi.

Bu uchburchakning yuzi

$$\Delta \text{Oab yuzi} = 1/2 \text{ Fxy h} \qquad (61)$$

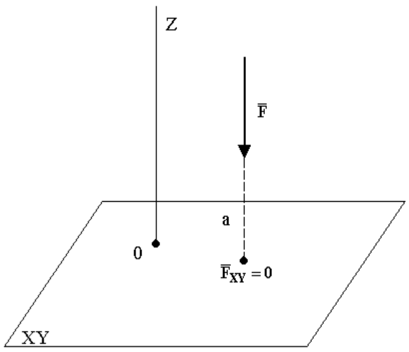
$$2 \cdot \Delta oab_{yuzi} = F_{xy} \cdot h = m_z(\overline{F});$$

$$m_z(\overline{F}) = 2 \cdot \Delta oab_{yuzi} \qquad (62)$$

Demak, o'qqa nisbatan kuch momenti **0** nuqtadan va $\boldsymbol{\overline{F}xy}$ kuchdan tuzilgan uchburchak yuzining ikkilanganiga teng.

Quyidagi hollarni o'qqa nisbatan kuch momenti **0** ga teng bo'ladi.

1) $\mathbf{\overline{F}}$ kuchi **Z** o'qiga parallel bo'lsin (7-rasm)

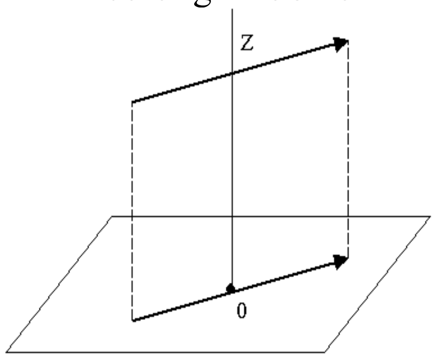


7- rasm

bu holda kuchning **Z** o’qiga perpendikulyar bo’lgan tekislikdagi proyeksiyasi 0 ga teng bo’ladi.

Fxy=0

2) $\overline{\mathbf{F}}$ kuchi **Z** o’qi bilan kesishgan bo’lsa



8- rasm

bu holda kuchning yelkasi nolga teng bo’ladi. **h=0.**

Bu ikki holni quyidagicha birlashtirish mumkin.

Kuch bilan o’q bir tekislikda yotgan bo’lsa kuchning shu o’qqa nisbatan momenti nolga teng bo’ladi. Bu ikki holda ham $\overline{F}$ kuchi jismni **Z** o’qi atrofida aylantira olmaydi. Kuch jismni faqat o’q bo’ylab sil-jitadi. O’qqa nisbatan kuch momentining mexanik ma’nosi quyidagicha ta’riflanadi:

O’qqa nisbatan kuch momenti kuchning jismni shu o’q atrofida aylantirish effektini harakterlaydi.

O’qqa nisbatan kuch momentini aniqlash uchun;

1. O’qqa perpendikulyar tekislik o’tkazish kerak.

2. Kuchni shu tekislikka proyeksiyalash kerak ya’ni proyeksiyani modulini hisoblash kerak.

3. O’q bilan tekislikning kesishgan nuqtasidan kuchning proyeksiyasiga perpendikulyar tushirib, kuchning yelkasini aniqlaymiz **h** ni topamiz.

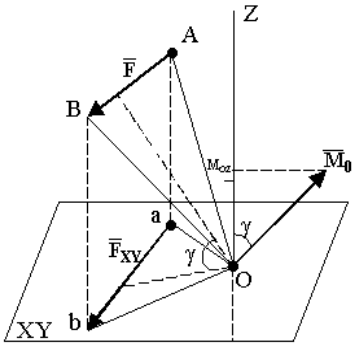
4. **Fxy·h** ni hisoblash kerak.

5. O’qqa nisbatan kuch momentini ishorasini aniqlash kerak.

Nuqtaga nisbatan kuch momenti bilan shu nuqtadan o’tgan o’qqa nisbatan kuch momenti orasidagi munosabat.

Fazodagi biror **A** nuqtaga $\overline{F}$ kuchi qo’yilgan bo’lsin (9- rasm).

Bu kuchni **0** nuqtaga nisbatan moment **Mo** shu nuqtaga qo’yilgan vektor kattalik bo’lib uning moduli quyidagi formula bilan topiladi;



10- rasm

$$\boldsymbol{M_0 = 2 \cdot \Delta OAB} \text{ yuzi} \qquad (63)$$

0 nuqtadan **Z** o’qini o’tkazib , $\overline{F}$ kuchini shu o’qqa nisbatan momentini aniqlaymiz. Buning uchun **Z** o’qiga perpendikulyar qilib xu tekisligini o’tkazamiz. Kuchni shu tekislikka proyeksiyalaymiz. Hosil bo’lgan **Fxy** proyeksiyadan **Z** o’qi bilan xy tekisligining 0 nuqtasiga nisbatan moment olamiz. Ma’lumki $\overline{F}$ kuchining **Z** o’qiga nisbatan moment (63) asosan

$$m_0(\overline{F}) = 2\Delta OAB \text{ yuzi} \quad (64)$$

Uchburchak **oab**, **OAB** uchburchakning (xy) tekisligidagi proyeksiyasi bo’ladi. Proyeksiyaning ta’rifiga asosan

ΔOAB yuzi = Δ OAB yuzi cosγ

bu formulaning ikkala qismini ikkiga ko’paytiramiz

2ΔOAB yuzi =2 Δ OAB yuzi cosγ (65)

(65)-formulani (63) va (64) ga asoslanib quyidagicha yozamiz.

$$m_z(\overline{F}) = M_0 \cos\gamma \qquad (66)$$

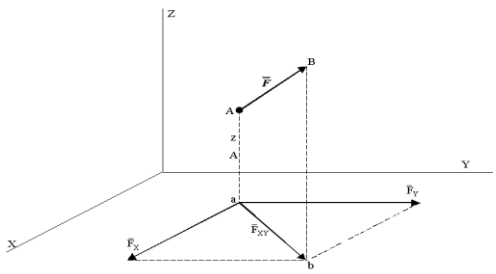
bunda $M_{oz} = M_0 \cos\gamma$ -bu $\overline{F}$ kuchning **0** nuqtaga nisbatan olingan momentining shu nuqtadan o'tgan **Z** o'qidagi proyeksiyasi. (66) ni quyidagicha yozish mumkin.

$$m_z(\overline{F}) = M_{0z} \quad (67')$$

Demak (66) yoki (67') -formulalar nuqtaga nisbatan kuch momenti bilan shu nuqtadan o'tgan o'qqa nisbatan kuch momenti haqidagi munosabatni ifodalaydi: Nuqtaga nisbatan kuch momentining shu nuqtadan o'tgan o'qdagi proyeksiyasi kuchning shu o'qqa nisbatan olingan momentiga teng.

Koordinata o'qlariga nisbatan kuch momentini hisoblash uchun formulalar

Agar $(\overline{F})$ kuchning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari **Fx, Fy** va shu kuch qo'yilgan **A** nuqtaning **x, y** koordinatalari berilgan bo'lsa (11-rasm) $\overline{F}$ kuchning **x, y** va **z** o'qlariga nisbatan momentini quyidagi formula bilan aniqlash mumkin:

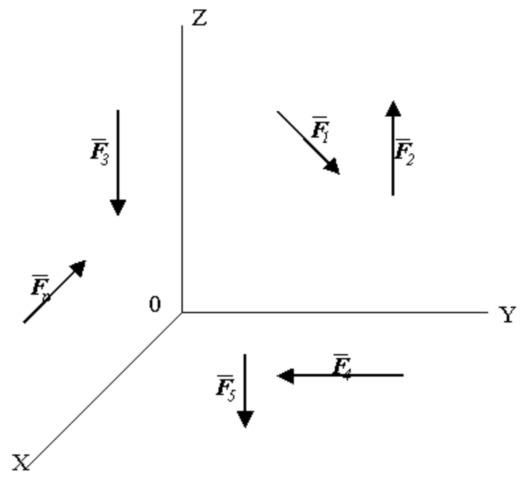


11-rasm

$$\begin{aligned} m_x(F) &= yFz - zFy \\ m_y(F) &= yFx - xFz \\ m_z(F) &= xFy - yFx \end{aligned} \qquad (68)$$

Fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasini berilgan markazga keltirish. Kuchlar sistemasining bosh vektori va bosh momenti.

Fazoda ixtiyoriy joylashgan $\overline{F_1}, \overline{F_2}, ..., \overline{F_n}$ kuchlar sistemasi berilgan bo'lsin (12-rasm). Shu kuchlarni **0** nuqtaga keltirish kerak. Fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlarni tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlarni tekislikda ixtiyoriy joylashgan kuchlarga o'xshash bosh vektor $\overline{R}$ ga teng bo'lgan bitta kuchga va momenti bosh moment Mo ga teng bo'lgan bitta juft kuchga keltirish mumkin. Bosh vektor berilgan kuchlarning geometrik yig'indisiga



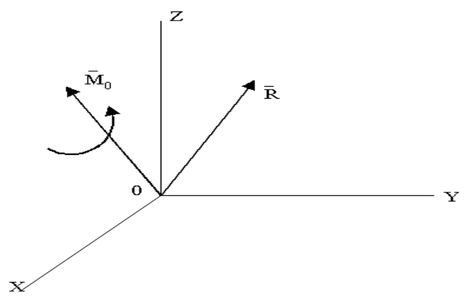
12-rasm

teng. $$\overline{R}=\overline{F}_1+\overline{F}_2+\overline{F}_3+\overline{F}_4+,...,+\overline{F}_n=\sum\overline{F}$$ $$\overline{R}=\sum\overline{F} \qquad (69)$$

Bosh moment esa keltirilishi kerak bo'lgan kuchlarning keltirish markaziga nisbatan olingan momentlarning geometrik yig'indisiga teng.

$$\overline{M}_O=\overline{m}_O(\overline{F}_1)+\overline{m}_O(\overline{F}_2)+...+\overline{m}_O(\overline{F}_n)=\sum\overline{m}_O(\overline{F})$$

$$\overline{M}_O=\sum\overline{m}_O(\overline{F}) \qquad (70)$$



13-rasm

Fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasining

bosh vektori va bosh momentini hisoblash.

1. Bosh vektorni hisoblaymiz. Buning uchun (69) -chi vektor tenglamaning ikkala qismini koordinata o'qlariga proyeksiyalaymiz.

$$R_x=x_1+x_2+...+x_n=\sum x$$
$$R_y=y_1+y_2+...+y_n=\sum y \qquad (71)$$
$$R_z=z_1+z_2+...+z_n=\sum z$$

(71) - formula bilan bosh vektorning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari topiladi.

Bosh vektorning moduli quyidagi formula bilan topiladi.

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} \qquad \text{yoki}$$

$$R = \sqrt{\left(\sum X\right)^2 + \left(\sum Y\right)^2 + \left(\sum Z\right)^2} \qquad (72)$$

Bosh vektorning yo'nalishi esa quyidagi formula bilan aniqlanadi.

$$\cos\alpha = \frac{R_x}{R}; \quad \cos\beta = \frac{R_y}{R}; \quad \cos\gamma = \frac{R_z}{R} \qquad (73)$$

bunda, α, β, γ **,** $\bar{R}$ bilan **x, y, z** o'qlari orasidagi burchak.

2. Bosh momentni hisoblash.

Buning uchun vektor tenglamaning ikki qismini koordinata o'qlariga proyeksiyalaymiz va nuqtaga nisbatan kuch momenti bilan shu nuqtadan kuch momenti orasidagi munosabatdan foydalanib bosh momentning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalarini aniqlaymiz.

$$M_{0x} = m_x(\bar{F}_1) + m_x(\bar{F}_2) + ... + m_x(\bar{F}_n) = \sum m_x(\bar{F})$$
$$M_{0y} = m_y(\bar{F}_1) + m_y(\bar{F}_2) + ... + m_y(\bar{F}_n) = \sum m_y(\bar{F})$$
$$M_{0z} = m_z(\bar{F}_1) + m_z(\bar{F}_2) + ... + m_z(\bar{F}_n) = \sum m_z(\bar{F})$$

$$M_{0x} = \sum m_x(\bar{F})$$
$$M_{0y} = \sum m_y(\bar{F}) \qquad (74)$$
$$M_{0z} = \sum m_z(\bar{F})$$

bunda **Mox, Moy, Moz** - bosh moment **Mo** ning **x,y,z** o'qlaridagi proyeksiyasi.

Bosh momentning koordinata o'qlaridagi proyeksiyasi kuchlardan shu o'qqa nisbatan olingan momentlarning yig'indisiga teng.

Bosh momentning miqdori quyidagi formula bilan topiladi.

$$M_0 = \sqrt{M_{0x}^2 + M_{0y}^2 + M_{0z}^2}; \quad \text{yoki}$$

$$M_0 = \sqrt{\left[\sum m_x(\bar{F})\right]^2 + \left[\sum m_y(\bar{F})\right]^2 + \left[\sum m_z(\bar{F})\right]^2} \quad (75)$$

Bosh momentning yo'nalishi quyidagi formula bilan topiladi.

$$\cos\alpha_1 = \frac{M_{0x}}{M_0}; \quad \cos\beta_1 = \frac{M_{0y}}{M_0}; \quad \cos\gamma_1 = \frac{M_{0z}}{M_0} \qquad (76)$$

bunda α, β, γ - bosh moment Mo ning mos ravishda **x,y,z** o'qlari bilan tashqil etgan burchagi.

Fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasining analitik muvozanat shartlari.

Fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasi muvozanatda bo'lishi uchun bosh vektor va bosh moment bir vaqtda nolga teng bo'lishi zarur va yetarli;

$$\overline{R} = \mathbf{0} \qquad \overline{M}_0 = 0 \qquad (77)$$

(77)-tenglik kuchlarning geometrik ko'rinishdagi muvozanatlik shartini ifodalaydi. (72) va (75) formulalardan foydalanib kuchlarning analitik muvozanat sharti quyidagi ko'rinishda yoziladi.

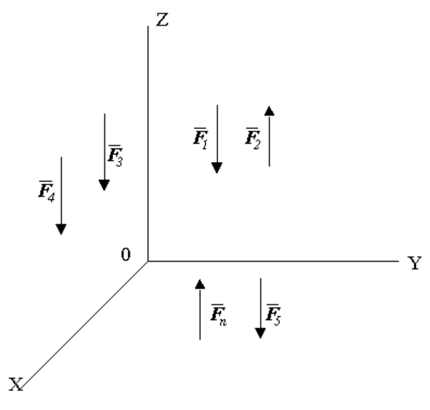
$$\begin{aligned} &\sum x = 0 \quad \sum m_x(\overline{F}) = 0 \\ &\sum y = 0 \quad \sum m_y(\overline{F}) = 0 \\ &\sum z = 0 \quad \sum m_z(\overline{F}) = 0 \end{aligned} \qquad (78)$$

(78)-formula fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasining analitik muvozanatlik shartini ifodalaydi. Bu shart quyidagicha ta'riflanadi.

Fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar sistemasi muvozanatda bo'lishi uchun bu kuchlarning ***x,y,z*** *o'qlaridagi proyeksiyalarining yig'indisi va shu o'qlarga nisbatan olingan momentlarning yig'indisi nolga teng bo'lishi zarur va yetarli shartdir.*

Xususiy hol. $\overline{F}_1, \overline{F}_2, ...\overline{F}_n$ kuchlari fazoda joylashgan va o'zaro parallel bo'lsin (82-rasm). Shu kuchlarning muvozanat shartini aniqlaymiz. Buning uchun koordinata o'qlarini birini masalan **Z** o'qini kuchlarga parallel qilib yo'naltiramiz. Parallel kuchlarga fazoda ixtiyoriy yo'nalgan kuchlarning analitik muvozanat shartini tadbiq qilamiz.

$$\begin{aligned} &\sum Z = 0 \\ &\sum m_X(\overline{F}) = 0 \\ &\sum m_Y(\overline{F}) = 0 \end{aligned} \qquad (79)$$



82-rasm

(79)-formula fazoda parallel yo'nalgan kuchlar sistemasining analitik muvozanat shartini ifodalaydi.

Fazoda parallel yo'nalgan kuchlar sistemasi muvozanatda bo'lishi uchun shu kuchlarga parallel bo'lgan o'qdagi proyeksiyalarining yig'indisi va qolgan ikkita o'qqa nisbatan momentlarining yig'indisi nolga teng bo'lishi zarur va yetarli shartdir.

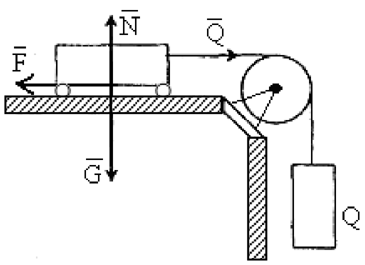
5-ma'ruza: Ishqalanish. Og'irlik markazi. Sirpanishdagi va dumalanishdagi ishqalanish. Tekislikdagi parallel kuchlar. Jismning og'irlik markazi va uni aniqlash.

REJA:

1. Sirpanib ishqalanish
2. Dumalanishdagi ishqalanish
3. Tekislikdagi parallel kuchlar
4. Jismning og'irlik markazi va uni aniqlash.

Sirpanib ishqalanish

Tajriba shuni ko'rsatadiki, bir jism ikkinchi jism sirtida sirpanganda, qarshilik namoyon bo'ladi, buni *sirpanib ishqalanish* deb ataladi. Sirpanishga qarshilik ko'rsatuvchi kuch, *ishqalanish kuchi* deb ataladi. Sirpanib ishqalanish kuchini hosil qiluvchi bosh sabab, jismlar tegib turgan sirtlarining g'adir-budirligi tufayli, qisilgan jismlarning ilashishdir. Ishqalanish kuchining namoyon bo'lishi va uning qonuniyatlarini, quyidagi tajriba orqali tushuntirish mumkin. Gorizontal tekislikda yotuvchi P og'irlikdagi g'o'lachaga (brusok), gorizontal ip vositasida Q yukni qo'yaylik. Buni blok orqali uzatilgan ip uchiga tosh qo'yilgan pallachani osish orqali bajarish mumkin (63-shakl). G'o'lachani og'irligi P bilan tekislikning N reaksiya kuchi o'zaro muvozanatlashishini osonlikcha ko'rish mumkin. Gorizontal Q kuchi muvozanatlashmagan, shuning uchun uning miqdori qanchalik kichik bo'lmasin, g'o'lacha sudralishi lozim. Biroq harakat Q kuch qandaydir miqdorga yetgandan keyingina boshlanadi. Bundan ko'rinadiki, jismlarning tegishib turgan sirtlarida N normal reaksiyadan tashqari, Q kuch bilan muvozanatlashuvchi qandaydir F kuch paydo bo'lgan. Shu kuchni ishqalanish kuchi deb ataladi.



63-shakl

Jismning qo’zg’alish oldidan hosil bo’lgan qarshilik kuchi, maksimum ishqalanish kuchidir. Ishqalanish kuchi, faqat jismga sirpantiruvchi kuch ta’sir qilgandagina hosil bo’ladi. Bu kuch jismni qo’zg’atish uchun zarur bo’lgan kuchga kattalik jihatidan teng va unga qarama-qarshi yo’nalgan ishqalanish kuchi noldan qandaydir aniq qiymatgacha F max ga o’zgaradi. Ko’p sonli tajribalarga tayanib, maksimal ishqalanish kuchi jismning normal bosimiga yoki normal reaksiyaga to’g’ri proporsional ekanligi ta’kidlangan, ya’ni:

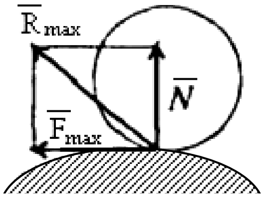
$$F_{max}=fN \qquad (5.1)$$

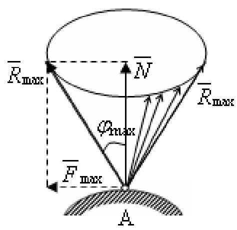
Bu yerda N-normal bosim, f-proporsionallik koeffitsienti. Bu ishqalanish koeffitsienti deyiladi. (5.1) tenglamadan ko’rinadiki, ishqalanish koeffitsienti f o’lchovga ega bo’lmagan miqdordir. U jismlarning moddiyligiga, ular sirtlarining fizik holatlariga (g’adir-budurligi, namlik, harorat va boshqalarga) bog’liq bo’ladi. Ishqalanish koeffitsienti tajribalar yordamida aniqlanadi. Odatda tavsif qilingan tajribadan foydalanish qulayroq. Ishqalanishda (5.1) tenglama o’rinlidir, faqat harakatdagi ishqalanish koeffitsienti, statik ishqalanish koeffitsientidan birmuncha kamroqdir. Shunday qilib bog’lanishning to’liq reaksiyasi $\overline{R}$ max normal reaksiya $\overline{N}$ va unga perpendikulyar bo’lgan ishqalanish kuchi $\overline{F}$ larning yig’indisidan iborat bo’lib, normal bilan qandaydir φ burchak tashkil qiladi. Ishqalanish kuchi $\overline{F}$ noldan $\overline{F}$ max gacha o’zgarganda, to’liq reaksiya $\overline{N}$ dan $\overline{R}$ max gacha, uning normaldan og’ish burchagi noldan φ_0 gacha o’zgaradi. To’liq reaksiyaning sirtning normali bilan tashkil qilgan burchakning maksimal miqdori φ_0-ishqalanish burchagi deb ataladi. (64-shakl) ishqalanish kuchi urinma tekislikda ixtiyoriy yo’nalishni oladi, chunki sirpantiruvchi kuchga bog’liq.

Bog’lanishning to’liq reaksiyasi R max yo’nalishining olishi mumkin bo’lgan geometrik o’rni, qandaydir, uchi jismlarning tegishib turgan nuqtasida bo’lgan konus sirtdan iborat bo’ladi. Bu konus sirt ishqalanish konusi deb ataladi (65-shakl).

U holda jismning muvozanat holatida to’liq reaksiya ishqalanish konusi ichida ixtiyoriy yo’nalishda bo’lishi mumkin. Binobarin, g’adir-budur sirtga tayangan jism muvozanatida unga ta’sir qiluvchi kuchlarning teng ta’sir etuvchisi, jismlarning tegishib turgan nuqtasidan o’tib, konus ichida yotadi. Faqat shunday kuchgina tayanch nuqtaning reaksiyasi bilan muvozanatlashadi. Agar teng ta’sir etuvchi ishqalanish konusining tashqarisidan o’tsa, u holda reaksiya u bilan muvozanatlashmaydi va jism sirpana boshlaydi.

ishqalanish



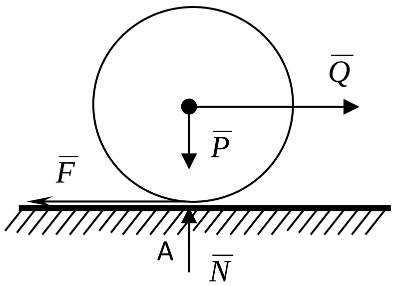


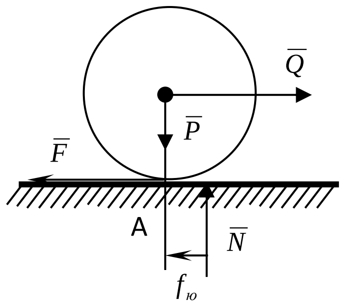
64-shakl 65-shakl

Dumalanishdagi ishqalanish

Bir jism ikkinchi jismning sirti bo’ylab dumalasa yoki dumalashga intilganda hosil bo’ladigan qarshilik dumalashdagi ishqalanish deb ataladi, misol tariqasida og’irligi P bo’lgan salmoqli g’ildirak gorizontal tekislikda turadi, g’ildirakning o’qiga gorizontal Q kuch qo’yilgan (69-shakl).

Bu holda g’ildirak bilan tekislikning tegishib turgan nuqtasida normal reaksiya kuchi N va ishqalanish kuchi g’ildirakning tekislik bo’ylab dumalashiga qarshilik ko’rsatadi. Ishqalanish kuchi miqdor jihatdan Q ga teng bo’lib, unga qarama-qarshi tomonga qarab yo’nalgan. Q kuch bilan ishqalanish kuchi F o’zaro juftni tashkil etadi. Q kuchning har qanday qiymatida bu juft kuch muvozanatlashmaydi va g’ildirak muvozanatda turolmaydi. Odatda esa dumalash Q kuchining qandaydir qiymatidan boshlanadi.





69-shakl 70-shakl

Binobarin g’ildirakning dumalashiga qarshilik ko’rsatuvchi juft hosil qiladi. Bu juft dumalashdagi ishqalanish jufti deyiladi. Bu juft tekislik va g’ildirakning, ezilishi natijasida hosil bo’ladi, g’ildirak va tekislikinng ezilishi natijasida, ularning sirtlarini A nuqta atrofidagi kichik bir yuzada o’zaro yopishib turadi. Bu reaksiya shu yuzacha bo'ylab taqsimlangan bo'ladi. Reaksiyalarni A nuqtaga keltirish natijasida A nuqtaga qo'yilgan N va F kuchlari hamda dumalashdagi ishqalanish jufti hosil bo'ladi (70-shakl). Dumalashdagi ishqalanish jufti Q, F jufti o'zaro muvozanatlashadi. Dumalab ishqalanish juftining momenti qandaydir M max qiymatgacha o'zgarishi tajribada tasdiqlangan. Ko'pincha tajribalarga suyanib quyidagi xulosaga kelgan. Dumalab ishqalanish juft momenti g'ildirak radiusiga bog'liq bo'lmagan normal reaksiya N ga to'g'ri proporsional bo'ladi ya'ni

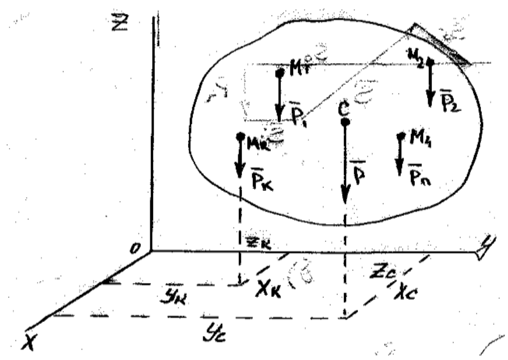
$$M_{\max} = f_{yu} \cdot N \tag{5.2}$$

F_{yu}-dumalab ishqalanish koeffitsienti deyiladi. Dumalab ishqalanish koeffitsienti f_{yu} uzunlik birligi bilan o'lchanadi. U bir-biriga tegib turgan materiallarning fizik xossalariga va ishqanishlariga bog'liq tajriba yordamida aniqlanadi. Tajriba shuni tasdiqlaganki, dumalashdagi qarshilik sirpanishdagi qarshilikdan birmuncha oz bo'ladi. Shuning uchun texnikada, ishqalanish zararli bo'lgan hollarda, sirpanishni dumalashga almashtirishga jazm qilinadi. Masalan sirpanuvchi podshipniklar o'rniga sharikli podshipniklar ishlatiladi.

Qattiq jismning og'irlik markazi koordinatalarining umumiy formulalari.

Biror qattiq jismning har bir bo'lagiga yerning markaziga qarab yo'nalgan tortish kuchi (og'irlik kuchi) ta'sir yetadi. Bu kuchlarni $\overline{P_1}, \overline{P_2}, ... \overline{P_n}$ bilan belgilaymiz. Yerning radiusiga nisbatan jismning o'lchamlari juda kichik bo'lgani uchun bu kuchlarni parallel kuchlar deb qarash mumkin. Bu parallel kuchlarning markazi – C nuqta jismning og'irlik markazi bo'ladi (52-rasm).

Agar (45) – (46) formulalardagi $\overline{F_K}$ kuchlarning o'rniga $\overline{P_K}$ kuchlarni olsak, jismning og'irlik markazi koordinatalarini topamiz:



52-rasm

$$\left.\begin{aligned} X_c &= \frac{1}{p}\cdot\sum p_k x_k; \\ Y_c &= \frac{1}{p}\cdot\sum p_k y_k\,; \\ Z_c &= \frac{1}{p}\cdot\sum p_k z_k\,. \end{aligned}\right\} \qquad (47)$$

Bu yerda, **R**$_k$ (k=1,2,….n) – jism zarrarchalarining og'irliklari, **X**$_k$**, Y**$_k$**, Z**$_k$ – zararchalar og'irliklarini qo'yilgan nuqtalarning koordinatalari, R - jismning og'irligi.

(47)- formulalar bilan har qanday qattiq jism og'irlik markazining koordinatalarini aniqlash mumkin. Shuning uchun bu formulalarga og'irlik markazining koordinatalari uchun umumiy formulalar deyladi.

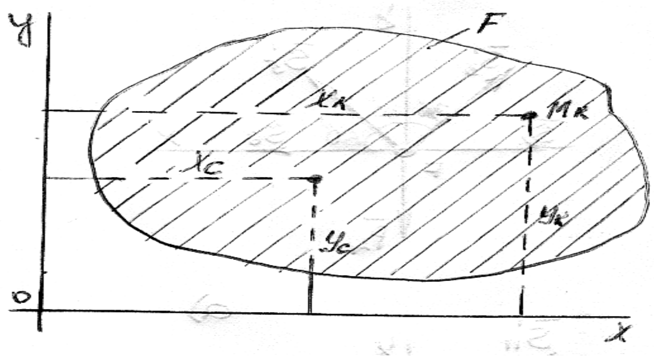
Bir jinsli jismning og'irlik markazini aniqlaymiz. Bir jinsli jismning og'irligi quyidagi formula bilan aniqlanadi $P=\gamma V$, bunda **V** - jismning hajmi, γ - bir birlik hajmning og'irligi qattiq jismning har bir bo'lagining og'irligi shu bo'lakning hajmiga proporsional bo'ladi: $P_K=\gamma\cdot\upsilon_K$, bunda, υ_k- jismning M_R bo'lagining hajmi **R** va **R**$_k$ larning bu qiymatlarini (47) formulalarga qo'yib, suratdagi γ umumiy ko'paytuvchini qavsdan chiqarib, maxrajdagi γ bilan qisqartirsak,

$$X_c=\frac{1}{V}\cdot\sum\upsilon_k X_k, Y_c=\frac{1}{V}\cdot\sum\upsilon_k Y_k, Z_c=\frac{1}{V}\cdot\sum\upsilon_k Z_k \qquad (48)$$

formulalar kelib chiqadi. Bir jinsli jismning og'irlik markazi jismning faqat geometrik shakliga bog'liq bo'lib, γ ning qiymatiga bog'liq emas. Koordinatalari (48) formulalar bilan aniqlanadigan C nuqta hajmning og'irlik markazi deb ataladi.

Tekis shaklning og'irlik markazi. O'qqa nisbatan tekis shakl yuzasining statik momenti.

Bir jinsli yupqa plastinka shaklidagi jismni tekis shakl deb qarash mumkin. Tekis shakl og'irlik markazining holati ikkita X$_c$ va Y$_c$ koordinatalari bilan aniqlanadi (53-rasm). Tekis shaklning og'irligi uning yuziga proporsional bo'ladi.



53-rasm

$P = \gamma F$, bunda **F** – tekis shaklning yuzi, γ - bir birlik yuzaning og'irligi.Tekis shaklning yuzini elementar yuzalarga ajratamiz. Har bir **M_k** elementar yuzaning og'irligi quyidagi formula bilan topiladi: $P_K = \gamma \cdot F_K$, bunda **F_k** - uning yuzi. **M_k** elementar yuza og'irlik markazining koordinatalarini **X_k ,Y_k** bilan belgilaymiz. **R** va **R_k** larning qiymatlarini (47) formulalarga qo'yamiz.

$$X_c = \frac{\sum \gamma F_k X_k}{\gamma \cdot F} = \frac{\gamma \cdot \sum F_k X_k}{\gamma F} = \frac{\sum F_k X_k}{F}$$

Demak, tekis shakl og'irlik markazining koordinatalari:

$$X_c = \frac{\sum F_k X_k}{F}, Y_c = \frac{\sum F_k Y_k}{F}, \qquad (49)$$

formulalar bilan topiladi. Koordinatalari (49) formulalar bilan aniqlanadigan C nuqta yuzaning og'irlik markazi deb ataladi. (49) formulalardagi $S_x = \sum F_k Y_k, S_y = \sum F_k X_k$ kattaliklar tekis shakl yuzasining X va Y o'qlariga nisbatan statik momenti deyladi. Statik momentning o'lchov birligi – m^3 .

Demak, (49) formulalarni quyidagi ko'rinishda yozish mumkin;

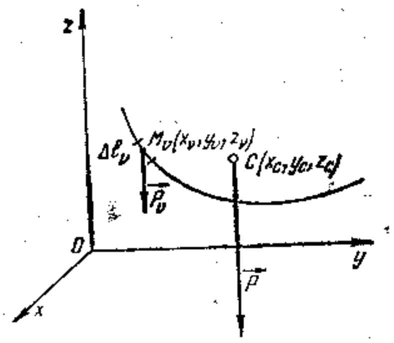
$$X_c = \frac{S_y}{F}; Y_s = \frac{S_x}{F} \qquad (50)$$

Bundan, $S_x = F \cdot Y_c, S_y = F \cdot X_c$ (50). Tekis shakl yuzasining biror o'qqa nisbatan statik momenti shaklning yuzi bilan uning og'irlik markazidan shu o'qqacha bo'lgan masofaning ko'paytmasiga teng. Agar tekis shaklning statik momenti va yuzasi ma'lum bo'lsa, u holda tekis shakl og'irlik markazining koordinatalari (50) formulalar yordamida topiladi. Tekis shakl yuzalari shakl og'irlik markazidan o'tgan o'qlariga nisbatan statik momentlari nolga teng bo'ladi, chunki bu holda $X_x = 0,\ Y_c = 0$

Chiziqning og'irlik markazi

Uzunligi **L** ga teng bo'lgan bir jinsli **AB** chiziq berilgan bo'lsin (54-rasm). Chiziqning ko'ndalang kesimning yuzi o'zgarmasdir. Chiziqning og'irligi quyidagi formula bilan topiladi: $P = \rho \cdot L$, bunda ρ - bir birlik uzunlikning og'irligi **AB** chiziqning uzunliklari **l_k** teng bo'lgan **M_k** elementlar bo'lakchalarga bo'lamiz. Har bir bo'lakchaning og'irligi quyidagi formula bilan topiladi: $P_k = pl_k$. Bo'lakchalarning og'irlik markazining koordinatalarini X_k, Y_k, Z_k bilan belgilaymiz. **R** va R_k ning qiymatlarini (47) formulalarga qo'yamiz:

$$X_c = \frac{\sum p l_k X_k}{pl} = \frac{p \cdot \sum l_k X_k}{pl} \qquad (51)$$



54-rasm

$$\left.\begin{aligned} X_c &= \frac{1}{L} \cdot \sum l_k X_k, \\ Y_c &= \frac{1}{L} \cdot \sum l_k Y_k, \\ Z_c &= \frac{1}{L} \cdot \sum l_k Z_c \end{aligned}\right\} \qquad (52)$$

Bu yerda **L** - butun chiziqning uzunligi, l_k – uning burchaklarining uzunligi koordinatalari (52) formulalar bilan aniqlanadigan C nuqtaga chiziqning og'irlik markazi deyiladi.

1) Simmetriya usuli. 1-teorema: Agar jism simmetriya o'qiga ega bo'lsa, jismning og'irlik markazi shu simmetriya o'qida yotadi. Simmetriya o'qiga ega bo'lgan jism berilgan bo'lsin (54-rasm). Koordinata o'qlarining birini misol uchun **Z** o'qini simmetriya o'qi bo'yicha yo'naltiramiz. Jism og'irlik markazining ikkita koordinatasini (53) formulalar bilan aniqlaymiz;

$$X_c = \frac{\sum \upsilon_k X_k}{V}; Y_c = \frac{\sum \upsilon_k Y_k}{V} \qquad (53)$$

Bu jismdan o'qiga nisbatan simmetrik joylashgan ikkita M_R va $M^1{}_R$ nuqtalarni olamiz. Ularning atrofidan bir-biriga teng bo'lgan V_K elementar hajm ajratib olamiz. M_R va $M^1{}_R$ nuqtalar o'qiga perpendikulyar bo'lgan bitta to'g'ri chiziqda yotibdi va bu nuqtalardan o'qigacha bo'lgan masofalar teng;

$$M_R N_R = N_R M^1{}_R.$$

Demak, bu nuqtalarning X_K va Y_K koordinatalari o'zaro tng ishoralari esa, teskari bo'ladi. U holda har bir X_K, Y_K, Z_k koordinatalar bilan aniqlanadigan V_K hajmli bo'lakchaga mos keladi.

Shu sababli, $\sum V_R X_K$ **= 0** va $\sum V_R$ **Y_k= 0** teng bo'ladi**.**

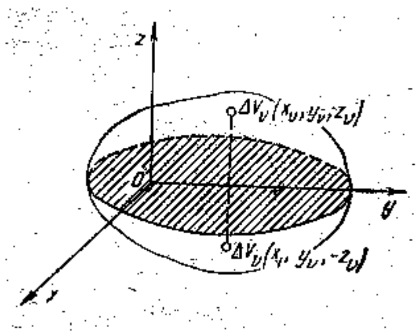
$\sum V_R X_K = V_1 X_1 + V_2 X_2 + \ldots + V_N X_N - V_1 X_1 - V_2 X_2 - \ldots - V_N X_N = 0$; shuning uchun, **$X_c$ = 0** va **Y_c = 0** jismning og'irlik markazi Z o'qida yetadi va uning bu o'qdagi holati bitta koordinata bilan aniqlanadi:

$$Z_C = \frac{1}{V} \sum V_K \qquad (53')$$

2 – teorema: Agar jism simmetriya tekisligiga ega bo'lsa, jismning og'irlik markazi shu simmetriya tekisligida yotadi (54- rasm). Buni isbot qilish uchun simmetriya tekisligi orqali Oxy tekslikni o'tkazamiz. Bu tekislikka perpendikulyar qilib Z o'qini yo'naltiramiz. Jismdan **Oxy** tekisligiga nisbatan simmetrik joylashgan ikkita **M_k** va **M_{k1}** nuqtalarni olamiz. Bu nuqtalarning atrofidan V_K elementar hajmlarni ajratib olamiz. **M_k** va **M_{k1}** nuqtalar Oxy tekisligiga perpendikulyar bo'lgan bitta to'g'ri chiziqda yotibdi. Bu nuqtalardan simmetriya tekisligigacha bo'lgan masofalar o'zaro teng, ya'ni $M_k N_k = M_k^1 N_k$ (55-rasm). Demak, bu nuqtalarning Z_k koordinatalari o'zaro teng bo'lib, ishoralari teskaridir.

$$\sum V_k Z_k = V_1 Z_1 + V_2 Z_2 + \ldots + V_n Z_n - V_1 Z_1 - V_2 Z_2 - \ldots - V_n Z_n = 0$$

$$Z_c = \frac{1}{V} \cdot \sum V_k Z_k = 0; \quad X_c = \frac{1}{V} \cdot \sum V_k X_k; \quad Y_c = \frac{1}{V} \cdot \sum V_k Y_k \quad (54)$$



55-rasm

Olingan bu natija shuni ko'rsatadiki jismning og'irlik markazi simmetrik tekisligida yotadi. Xuddi shuningdek, jism simmetrik markaziga ega bo'lsa, uning og'irlik markazi shu simmetriya markazida yopishi isbotlanadi.

2) **Bo’laklarga bo’lish usuli.** Agar jismning og’irlik markazlari oldindan ma’lum bo’lgan bir necha a bo’laklarga bo’lish mumkin bo’lsa, jism og’irlik markazining koordinatalari (54) -formulalar yordamida aniqlanadi.

3) **Manfiy yuza usuli**. Bu usul bo’laklarga bo’lish usulining xususiy hol. Bu usul teshigi bor jismlarga qo’llaniladi. Bu usulning mohiyati shundan iboratki, jismning teshiksiz butun jism va teshikdan iborat deb qaraladi; teshik yuzasi shartli ravishda manfiy ishora bilan olinadi. Bu usulda tadbiq etish uchun butun jismning va teshikning og’irlik markazlari ma’lum bo’lishi kerak.

4) **Integrallash usuli**. Agar jism bir nechta og’irlik markazlari ma’lum bo’lgan bo’lakchalarga ajratish mumkin bo’lmasa, oldin u ixtiyoriy kichik ΔV_k hajmlarga bo’linadi va jism uchun (54) formula quyidagi ko’rinishni oladi.

$$X_c = \frac{1}{V} \cdot \Sigma V_k Z_k \quad \text{va hokazo,} \qquad (55)$$

Bunda, **X_k , Y_k ,Z_k** - ΔV_k hajm ichida yotgan biror nuqtaning koordinatalari. (55) formulalarga ΔV_k nolga intiltirib limitga o’tsak, quyidagilarni olamiz:

a) Hajm og’irlik markazining koordinatalari uchun:

$$X_c = \frac{1}{V} \cdot \int_V XdF, Y_c = \frac{1}{V} \cdot \int_V Yd\upsilon, Z_c = \frac{1}{V} \cdot \int_V Zd\upsilon, \qquad (56)$$

b) Yuza og’irlik markazining koordinatalari uchun:

$$X_c = \frac{1}{F} \cdot \int_F XdF, Y_c = \frac{1}{F} \cdot \int_F YdF, Z_c = \frac{1}{F} \cdot \int_F ZdF \qquad (57)$$

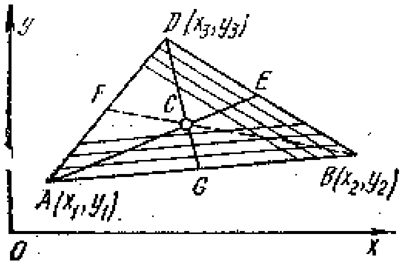
v) Chiziq og’irlik markazining koordinatalari uchun:

$$X_c = \frac{1}{L} \cdot \int_L Xdl, Y_c = \frac{1}{L} \cdot \int_L Ydl, Z_c = \frac{1}{L} \cdot \int_L Zdl \qquad (58)$$

Uchburchak yuzasining og’irlik markazi.

Ixtiyoriy **ABD** uchburchak yuzasining og’irlik markazini aniqlash uchun uchburchak yuzasini **AB** tomoniga parallel bo’lgan to’g’ri chiziq kesmasi bilan bo’lamiz (56-rasm). Har bir bunday kesmaning og’irlik markazi uning urtasida ya’ni **DE** medianada yotadi. Demak, uchburchak yuzasining og’irlik markazi bu medianaga yotadi. Xuddi shuningdek, uchburchak yuzasini **AD** tomoniga parallel bo’lgan to’g’ri chiziq kesmasi bilan ajratsak, bu to’g’ri chiziq kesmalarining og’irlik markazi BK medianada yotadi.

Demak, uchburchak yuzasining og'irlik markazi uning uchta medianalarining kesishgan nuqtada yotadi. Geometriyadan ma'lumki, medianalarning kesishga nuqtasi asosdan mediananing



56-rasm

$\frac{1}{3}$ qismida yotadi, ya'ni **CE** = $\frac{1}{3}$ **DE** Agar uchburchak uchlarining **A(X_1,Y_1), B(X_2,Y_2), D(X_3,Y_3)** koordinatalari berilgan bo'lsa, uning og'irlik markazining **C(X_c,Y_c)** koordinatalari quyidagi formulalardan topiladi:

$$X_c = \frac{X_1 + X_2 + X_3}{3}, \quad Y_c = \frac{Y_1 + Y_2 + Y_3}{3} \qquad (59)$$

(100) formulalar analitik geometriyada keltirib chikarilgan.

Aylana yoyining og'irlik markazi.

Radiusi ***R*** ga teng, burchagi 2α ga teng bo'lgan aylana yoyi ***AB*** ning og'irlik markazini aniqlaymiz. Buning uchun ***OX*** o'qini aylana yoyining simmetriya o'qi bo'ylab yo'naltiramiz (57-rasm). U holda aylana yoyining og'irlik markazi shu ***OX*** o'qda yoyadi. ($Y_c=O$).

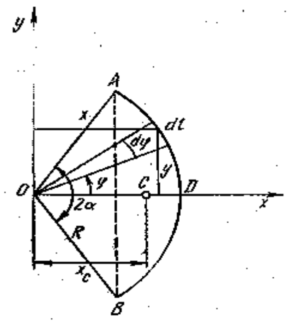
(101) formula bilan X_c koordinatani topamiz. Buning uchun ***AB*** yoyidagi ***dl=Rdy*** ga teng bo'lgan elementar bo'lakcha ajratib olamiz. Uning holati γ burchakgi bilan aniqlanadi. elementar burchakga og'irlik markazining koordinatasi $X = R\cos\gamma$ ga teng (58) formulalarning birinchisiga ***X*** va ***dl*** larning qiymatlarini qo'yib va butun yoyining uzunligi bo'yicha integrallaymiz:

$$X_C = \frac{1}{L}\cdot\int_A^B X dl = \frac{1}{L}\cdot\int_{-L}^{L} R\cos\gamma\cdot R d\gamma = \frac{R^2}{L}\cdot\int_{-L}^{L} R\cos\gamma\cdot d\gamma = \frac{R^2}{L} - \sin\gamma\Big|_{-L}^{L} = \frac{R^2}{L}\cdot[\sin L - \sin(-L)];$$

$$X_c = \frac{R^2}{L}\cdot[\sin L + \sin L] = \frac{R^2}{L}\cdot 2\sin L = \frac{2R^2}{L}\cdot\sin L$$

Bunda, **L–*AB*** yoyining uzunligi $L = R \cdot 2L$ ga teng. Demak, aylana yoyining og'irlik markazi simmetriya o'qida, yotadi va aylana markazidan

$$X_c = R \cdot \frac{\sin\alpha}{\alpha} \qquad (60)$$



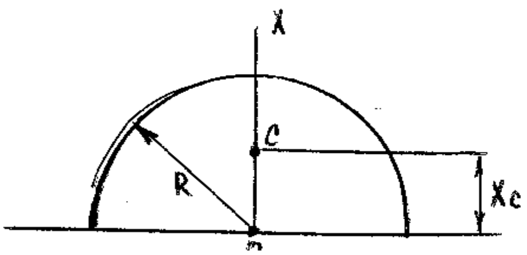
57-rasm

masofada bo'ladi. Bunda **L** burchagi radianda o'lchanadi.

Agar, **2L = π** ga teng bo'lsa, yarim Aylana hosil bo'ladi (57-rasm)

Buni (58) formulaga qo'ysak,

$$X \left\{ X_c \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)}{\frac{\pi}{2}} = \frac{2}{\pi} \cdot R = \frac{2}{3{,}14} \cdot R = 0{,}64R \right.$$



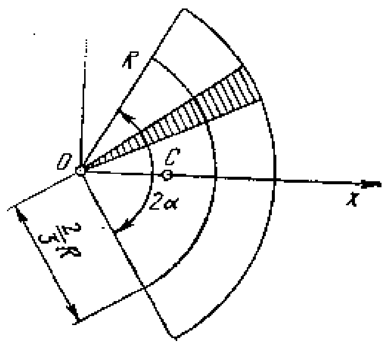
58-rasm

(60) formula bilan yarim aylana yoyining og'irlik markazinig koordinatasi topiladi.

Doira sektori yuzasining og'irlik markazi

Radiusi R, markaziy burchagi 2α ga teng doira sektori yuzasining og'irlik markazining aniqlash uchun **X** o'qni sektor yuzasining simmetriya o'qi bo'ylab yo'naltiramiz (59- rasm).

Sektor yuzasining bir qancha elementar sektorlardan tashkil topgan deb karaymiz. Har bir elementar sektorni balandligi **R** ga teng uch-burchak deb karasak, uning og'irlik markazi O nuqtadan $\frac{2}{3}R$ masofada yotadi. **OAB** Doira sektorining og'irlik markazi, radiusi $\frac{2}{3}R$ ga teng **AE** aylana yoyining og'irlik markazi bilan ustma-ust tushadi. (60) ga asosan



59-rasm

$$X_2 = \frac{2}{3} * \frac{R\sin\alpha}{\alpha} \qquad (61)$$

Agar $\alpha = \frac{\pi}{2}$ ga teng bo'lsa yarim doira hosil bo'ladi. (61) formuladan yarim doira og'irlik markazinig koordinatani aniqlaymiz.

$$X_c = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sin\frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{2}} \cdot R = \frac{4}{3\pi} \cdot R = \frac{4}{3 \cdot 3{,}14} \cdot R = 0{,}42R \qquad (62)$$

X_c=0,64R (y_c=0)

TAKRORLASH UCHUN SAVOLLAR.

1. Parallel kuchlar markazi qanday aniqlanadi?
2. Og'irlik markazini aniqlash formulalari qanday?
3. Hajmning og'irlik markazini aniqlash formulasini keltiring?
4. Yuzaning og'irlik markazi qanday aniqlanadi?
5. Chiziqning og'irlik markazi qanday aniqlanadi?
6. Og'irlik markazini aniqlashning qanday usullarini bilasiz?

<u>**6-ma'ruza:**</u> **Kinematika.** Kinematikaga kirish. Kinematikaning asosiy tushunchalari. Nuqta harakatining berilish usullari. Nuqtaning tezlik va tezlanishini aniqlash. Urinma va normal tezlanish.

REJA:

1. Kinematikaga kirish.
2. Sanoq sistemasi. Nuqta kinematikasi. Nuqta trayektoriyasi.
3. Nuqta harakatini berilish usullari.

Nazariy mexanikaning kinematika bo'limida qattiq jismlarning harakati geometrik nuqtai nazaridan tekshiriladi, ya'ni kinematikada jismlarning massasi va ularga qo'yilgan kuchlar hisobga olinmaydi. Kinematikaning teorema va formulalari texnikada turli mashina va mexanizmlar qismlarning harakati o'rganishda nazariy baza sifatida qo'llaniladi.

Kinematikada jismning harakati boshqa jism bilan bog'langan sanoq sistemasiga nisbatan tekshiriladi. Aynan bir vaqtda jism turli sanoq sistemasiga nisbatan turlicha harakat bo'lishi mumkin. Masalan, paroxod polubasidagi jism paroxod bilan bog'langan sanoq sistemasiga nisbatan harakatsiz bo'lsa, qirg'ok bilan bog'langan sanoq sistemasiga nisbatan paroxod bilan birgalikda harakatlanadi.Tabiatda absolyut harakatsiz jism bo'lmagani tufaili, absolyut qo'zg'almas sanoq sistemasi ham mavjud bo'lmaydi.

Texnika masalalarini yechishda, odatda yer bilan qo'zg'almas bog'langan sanoq sistemasi olinadi. Yerga nisbatan qo'zg'almas bo'lgan sanoq sistemasi "qo'zg'almas" sanoq sistemasi deyiladi. Qo'zg'almas sanoq sistemasiga nisbatan jism vaziyat vaqt o'tishi bilan o'zgarmasa, jism olingan sistemaga nisbatan tinch holatda deyiladi. Agar mazkur sanoq sistemasiga nisbatan vaqt o'tishi bilan jismning vaziyati o'zgarsa, jism shu sistemaga nisbatan harakatda bo'ladi.Tanlashgan sanoq sistemasiga nisbatan har onda jismning vaziyatini aniqlash mumkin bo'lsa, uning harakati kinematik berilgan deb hisoblanadi.

Kinematikada uchraydigan barcha chiziqli o'lchovlarni (harakatdagi nuqtaning koordinatalari, o'tgan yo'lining uzunligi va hokazolar) texnik va Xalqaro SI birliklar sistemasida, metrda olinadi. Mexanikada vaqt absolyut deb hisoblanadi, ya'ni uni barcha sanoq sistemalari uchun bir xilda o'tadi deb qaraladi. Vaqtni odatda **t** bilan belgilanadi va u harakatning argumenti hisoblanadi. Vaqt o'lchovi uchun MKGSS sistemasida soat yoki minut, SI sistemasida sekund (s) qabul qilingan.

Ko'chish va harakat tushunchalari mexanikaning asosiy tushunchalaridir. Biroq sanoq sistemasiga nisbatdan nuqtaning ma'lum vaqt **t** ichida fazoda bir holatdan boshqa holatga ixtiyoriy ravishda o'tishi *ko'chish* deyiladi.

Nuqtaning boshlang'ich holatdan oxirgi holatga vaqtga bog'liq holda aniq bir usulda o'tishini harakat deb aytamiz.

Fazoda harakatlanayotgan nuqtaning biror sanoq sistemasiga nisbatan holati bilan vaqt orasidagi bog'lanishni ifodalovchi tenglama nuqtaning harakat qonuni aniqlaydi.

Kinematikaning asosiy masalasi nuqtaning (yoki jismning) harakat qonunlarini o'rganishdan iborat. Ixtiyoriy vaqt ichida fazoda nuqtaning holatini biror sanoq sistemasiga nisbatan aniqlash mumkin bo'lsa, u holda nuqtaning harakat qonuni ma'lum bo'ladi. Agar nuqtaning biror sanoq sistemasiga nisbatan harakat qonuni berilgan bo'lsa, nuqta harakatning kinematik harakteristikalari: troyektoriya, tezlik va tezlanishlarni aniqlash mumkin bo'ladi.

Qattiq jism harakatini kuzatar ekanmiz, ko'pincha uning nuqtalari turlicha harakat qilishini ko'ramiz. Shuning uchun jism harakatini o'rganishda uning nuqtalari harakatini o'rganishga to'g'ri keladi. Dastlab nuqta kinematikasini o'rganib, undan qattiq jism kinematikasini o'rganishga o'tiladi. Demak, kinematika ikki qismga bo'linadi.

1. Nuqta kinematikasi.

2. Absolyut qattiq jism kinematikasini.

Nuqta kinematikasi.

Nuqta harakatining berilish usullari.

Nuqtaning fazoda qoldirgan iziga yoki chizgan chizig'iga nuqtaning trayektoriyasi deyiladi.

Agar vaqtning har bir momentidagi nuqtaning fazodagi holatini biror koordinatalar sistemasiga nisbatan aniqlash mumkin bo'lsa, nuqta harakati berilgan deyiladi. Demak, nuqtaning harakatini bilish uchun uning har bir vaqtdagi holatini aniqlash kifoya.

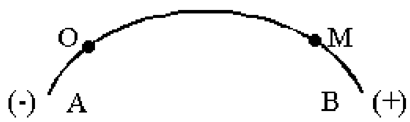
Nuqtaning harakati quyidagi uch usul bilan berilgan bo'ladi: tabiiy, koordinatalar va vektor.

Nuqta harakatini tabiiy usulda berilishi.

Nuqta harakatini bu usulda berish uchun uning trayektoriyasi oldindan berilgan bo'lishi kerak.

Nuqtaning trayektoriyasi berilgan bo'lsin (60-rasm).

M nuqtaning biror vaqtdagi holatini aniqlaymiz. Buning uchun trayektoriya ustida qo'zg'almas 0 nuqtani hisoblash boshi deb olamiz. M nuqtaning 0 nuqtaga nisbatan holati **S** yoy bilan aniqlanadi.



60-rasm

$$S = O\breve{M}$$

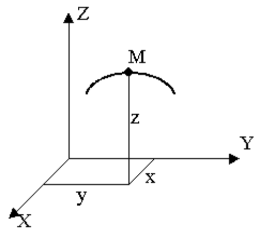
M nuqta harakatlanganda vaqt o'tishi bilan **S** koordinata o'zgaradi.

$$\mathbf{S=f(t)} \qquad \mathbf{(63)}$$

(63) tenglama M nuqtaning trayektoriya bo'ylab harakatlanish qonuni yoki harakat tenglamasi deyiladi. Agar bu yoy bilan t vaqt orasidagi (I,I) munosabat berilgan bo'lsa nuqtaning istalgan vaqtdagi vaziyatini fazoda aniqlash mumkin. Nuqtaning harakatini tabiiy usulda berishi uchun uning trayektoriyasi, kordinatalar boshi 0 nuqta (1)-tenglama va harakat yo'nalishi berilgan bo'lishi kerak.

Nuqta harakatining koordinatalar usulida berilishi.

M nuqtaning **OXYZ** sistemaga nisbatan holati uning uchta **X,Y,Z** dekart koordinatalar sistemasi bo'yicha aniqlanadi (61-rasm).



61-rasm

M nuqta harakatlanganda vaqt o’tishi bilan uning koordinatalari o’zgaradi. Demak, harakat qilayotgan nuqta koordinatalari vaqtning funktsiyasidir.

$$
\begin{aligned}
&\mathbf{X=f\ (t);} \\
&\mathbf{Y=f\ (t);} \qquad \mathbf{(64)} \\
&\mathbf{Z=f\ (t);}
\end{aligned}
$$

(64)-formula nuqta harakatining dekart koordinatalaridagi tenglamasi yoki nuqta trayektoriyasining parametrik tenglamalari deyiladi.

Nuqtaning harakat tenglamasidan **t** vaqtni chiqarib tashlasak nuqtaning trayektoriya tenglamasini hosil qilamiz.

Agar nuqta bir tekislikda misol uchun **OXY** tekisligida harakatlansa (64)-tenglamalar quyidagi ko’rinishni oladi.

$$
\begin{aligned}
&\mathbf{X=f\ (t)} \\
&\mathbf{Y=f\ (t)} \qquad \mathbf{(65)}
\end{aligned}
$$

Agar nuqta to’g’ri chiziqli harakatda bo’lsa masalan faqat **OX** o’qi bo’ylab harakatlansa (64) tenglamani quyidagicha yozamiz.

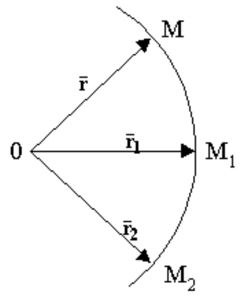
$$\mathbf{X=f\ (t)} \qquad \mathbf{(66)}$$

(66) formula nuqtaning to’g’ri chiziqli harakat tenglamasi bo’ladi.

3. Nuqta harakatini vektor usulida berilishi.

Nuqtaning fazodagi holatini **r** radius-vektori bilan aniqlash mumkin. (62-rasm.)

Nuqta fazoda harakatlanganda radius - vektorning moduli va yo’nalishi o’zgaradi:



62-rasm.

$$\bar{r} = \bar{r}(t) \qquad \textbf{(67)}$$

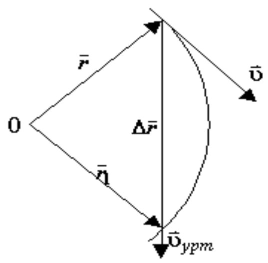
(67) - tenglamaga nuqta harakatining vektor ko'rinishdagi tenglamasi deyiladi.

Nuqta harakati vektor usulda berilganda uning tezligini aniqlash.

Bizga nuqta harakatini vektor ko'rinishdagi tenglamasi berilgan bo'lsin:

$$\bar{r} = \bar{r}(t) \qquad \textbf{(68)}$$

Nuqtaning tezligini topish kerak. Nuqtaning t vaqtdagi holati $\bar{r}$ radius vektori bilan **t** , vaqtdagi holati r radius - vektori bilan aniqlansin (63-rasm).



63-rasm

$$\Delta t = t_1 - t$$
$$\Delta r = \bar{r}_1 - \bar{r}$$
$$\bar{r}_1 = \bar{r} + \Delta \bar{r}$$
$$\bar{\vartheta}_{ypm} = \frac{\Delta \bar{r}}{\Delta t}$$

Bu nuqtaning **Δt** vaqt ichidagi o'rtacha tezligi bo'ladi.

O'rtacha tezlik $\Delta \bar{r}$ bo'ylab yo'naladi. O'rtacha tezlikning **Δt > 0** dagi limitiga nuqtaning berilgan momentdagi tezligi deyiladi.

$$\bar{\vartheta} = \lim_{\Delta t \to 0} \bar{\vartheta}_{ypm} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \bar{r}}{\Delta t} = \frac{dr}{dt}; \qquad (69)$$
$$\bar{\vartheta} = \frac{dr}{dt}$$

Bunda $\bar{\vartheta}$ - M nuqtaning **t** vaqtdagi tezligi. Nuqtaning tezligi vektor kattalik. Tezlik birligi uchun

$$\frac{sm}{sek}, \frac{m}{sek}, \frac{km}{soat}$$

Demak, nuqta harakat tenglamasi vektor usulda berilgan bo'lsa uning tezligi radius-vektoridan vaqt bo'yicha olingan birinchi tartibli hosilaga teng bo'ladi.

Tezlikning yo'nalishini aniqlaymiz. **$\Delta t \to 0$** ga intilganda MI nuqta **M** ga intiladi. Natijada **MM_1** kesuvchi **M** nuqtada trayektoriyaga o'tkazilgan urinmaga aylanadi. Nuqtaning tezligi shu nuqtadan trayektoriyaga o'tkazilgan urinma bo'yicha nuqta harakat qilayotgan tomonga qarab yo'naladi.

Nuqta harakati koordinatalar usulida berilganda uning tezligini aniqlash.

Nuqta harakatining dekart koordinatalardagi tenglamalari berilgan bo'lsin:

$$\begin{aligned} &\mathbf{X=f\ (t),} \\ &\mathbf{Y=f\ (t),} \qquad (70) \\ &\mathbf{Z=f\ (t).} \end{aligned}$$

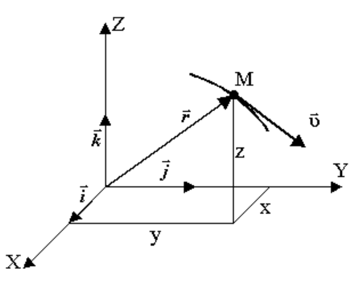
Nuqta tezligining moduli va yo'nalishini aniqlaymiz.

M nuqta to'g'ri burchakli Oxyz koordinata sistemasiga nisbatan harakat qilsin (64-rasm).

M nuqtaning $\bar{r}$ radius-vektorini koordinata o'qlari bo'yicha yo'nalgan tashkil etuvchilari orqali quyidagicha yozamiz.

$$\bar{r} = X\bar{i} + Y\bar{j} + Z\bar{k} \qquad (71)$$

bunda $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$ koordinata o'qlari bo'yicha yo'nalgan birlik vektorlar.



64-rasm

(71) formulani (69) formulaga qo'yib vaqt bo'yicha hosila olamiz.

$$\bar{\vartheta} = \frac{d}{dt}\left(X\bar{i} + Y\bar{j} + Z\bar{k}\right) = \frac{dX}{dt}\bar{i} + \frac{dY}{dt}\bar{j} + \frac{dZ}{dt}\bar{k} \qquad (72)$$

(72)- formuladagi birlik vektorlar oldidagi koeffisientlar nuqta tezligining mos ravishda *X,Y,Z* ***o'qlaridagi proyeksiyasi bo'ladi:***

$$\vartheta_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x}, \quad \vartheta_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y}, \quad \vartheta_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z} \qquad (73)$$

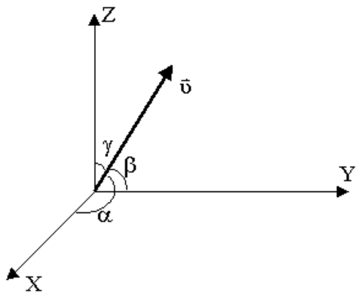
Bunda $\vartheta_x, \vartheta_y, \vartheta_z, -\vartheta$ ning **X,Y,Z** o'qlaridagi proyeksiyalari. Nuqta tezligining qo'zg'almas koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari uning tegishli koordinatalaridan vaqt bo'yicha olingan birinchi tartibli hosilaga teng.

(73) formuladan foydalanib, nuqta tezligining moduli va yo'nalishini aniqlaymiz.

$$\vartheta = \sqrt{\vartheta_x^2 + \vartheta_y^2 + \vartheta_z^2} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \qquad (74)$$

$$\cos\alpha = \frac{\vartheta_x}{\vartheta}; \quad \cos\beta = \frac{\vartheta_y}{\vartheta}; \quad \cos\gamma = \frac{\vartheta_z}{\vartheta}; \qquad (75)$$

Bunda α, β, γ-V vektori bilan **X,Y,Z** o'qlari orasidagi burchakni ifodalaydi. (65-rasm)



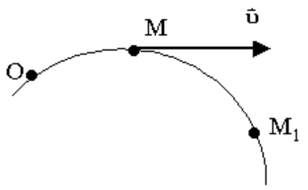
65-rasm

Nuqta harakati tabiiy usulda berilganda uning tezligini aniqlash.

Nuqta trayektoriyasi shu trayektoriya bo'ylab harakat qonuni berilgan bo'lsin.

S=f(t)

Nuqta tezligini aniqlaymiz. Nuqta **t** vaqtda **M** ga kelib uning holati **S** yoyi bilan $\mathbf{t_1}$, vaqtda esa $\mathbf{M_1}$ ga kelib uning holati $\mathbf{S_1}$ yoyi bilan aniqlansin (66-rasm).



66-rasm

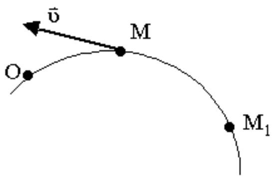
$$S = O\breve{M}$$
$$S_1 = O\breve{M}_1$$
$$\Delta t = t_1 - t$$
$$\Delta S = S_1 - S$$
$$\vartheta_{ypm} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

bunda ϑ_{ypm} - Δt vaqt ichsidagi o’rtacha tezlikning moduli. **M** nuqtaning **t** vaqtdagi tezligining modulini aniqlaymiz.

$$\vartheta = \lim_{\Delta t \to 0} \vartheta_{ypm} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{dS}{dt}; \quad \vartheta = \frac{dS}{dt} \qquad (76)$$

Nuqta harakati tabiiy usulda berilgan bo’lsa (76) formula bilan nuqta tezligining moduli topiladi.

Tezlik moduli holatini aniqlovchi **S** yoydan vaqt bo’yicha olingan birinchi tartibli hosilaga teng bo’ladi. Agar $\frac{dS}{dt} > 0$ bo’lsa V tezlik vektori **S** yoy koordinata ortib borayotgan tomonga yo’nalgan bo’ladi. Agar $\frac{dS}{dt} < 0$ bo’lsa **S** yoy kamayadigan tomonga yo’naladi (67-rasm).



67-rasm

Nuqta harakati vektor usulida berilganda uning tezlanishini aniqlash.

Nuqta tezligining moduli va yo’nalishi jihatidan o’zgarishini harakterlash uchun tezlanish degan tushuncha kiritiladi.

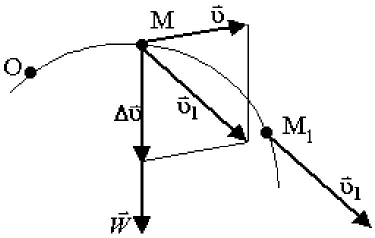
Nuqta egri chiziqli trayektoriya bo’ylab harakatlanib, t vaqtda M nuqtada t_1 , vaqtda esa M_1, nuqtada bo’lsin (68-rasm).

$\bar{\upsilon}$ va $\bar{\upsilon}_1$, M va M_1 nuqtalarning tezliklari, Δt vaqt ichida nuqta tezligi $\Delta\bar{\upsilon}$ orttirma oladi.

$$\mathbf{\Delta t = t_1 - t}$$

$$\Delta\bar{\upsilon} = \bar{\upsilon}_1 - \bar{\upsilon}$$

$$\bar{\upsilon}_1 = \bar{\upsilon} + \Delta\bar{\upsilon}$$



68-rasm

$\Delta\bar{\upsilon}$ ning **Δt** ga nisbati **Δt** vaqt ichidagi nuqtaning o'rtacha tezlanishi deyiladi.

$$\overline{W}_{ypm} = \frac{\Delta\bar{\upsilon}}{\Delta t}$$

o'rtacha tezlanishning **Δt→0** intilgandagi limitiga nuqtaning berilgan t vaqtdagi yoki haqiqiy tezlanishi deyiladi.

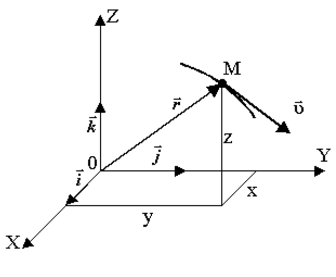
$$\overline{W} = \lim_{\Delta t\to 0}\overline{W}_{ypm} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\bar{\upsilon}}{\Delta t} = \frac{d\bar{\upsilon}}{dt} \quad \overline{W} = \frac{d\bar{\upsilon}}{dt} \qquad \overline{W} = \frac{d^2\bar{r}}{dt^2} \quad (77)$$

Demak, nuqtaning tezlanishi nuqta tezligidan vaqt bo'yicha olingan birinchi tartibli hosilaga yoki radius - vektoridan vaqt bo'yicha olingan ikkinchi tartibli hosilaga teng. O'rtacha tezlanish trayektoriyasining botiq tomoniga qarab yo'nalganligi uchun nuqta tezlanishi W ham trayektoriyaning botiq tomoniga qarab yo'nalgan bo'ladi.

Nuqta tezlanishining birligi m/sek^2 bilan o'lchanadi.

Nuqta harakati koordinatalar usulida berilganda uning tezlanishini aniqlash.

Nuqta koordinatalari vaqtni funktsiyasi shaklida berilgan bo'lsin (69-rasm).



69-rasm

X=f_1(t); Y=f_2(t); Z=f_3(t)

Nuqta tezligining moduli va yo'nalishi topilsin. Nuqta tezligini koordinata o'qlari bo'yicha yo'nalgan tashkil etuvchilari orqali quyidagicha yozamiz.

$$\bar{\upsilon} = \upsilon_X \bar{i} + \upsilon_Y \bar{j} + \upsilon_Z \bar{k} \qquad (78)$$

Bunda υ_X, υ_Y, υ_Z - $\bar{\upsilon}$ tezlikning proyeksiyalari. $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$ qo'zg'almas koordinata o'qlari bo'yicha yo'nalgan birlik vektorlar (78) formulani (77) formulaga qo'yib vaqt bo'yicha hosila olamiz.

$$\overline{W} = \frac{d\upsilon_X}{dt}\bar{i} + \frac{d\upsilon_Y}{dt}\bar{j} + \frac{d\upsilon_Z}{dt}\bar{k} \qquad (79)$$

(79)-formuladagi birlik vektorlari oldidagi koeffisiyentlar nuqta tezlanishining proyeksiyasini ifolaydi.

$$W_X = \frac{d\upsilon_X}{dt}; W_Y = \frac{d\upsilon_Y}{dt}; W_Z = \frac{d\upsilon_Z}{dt} \qquad (80)$$

yoki

$$W_X = \frac{d\upsilon_X}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$$

$$W_Y = \frac{d^2y}{dt^2} = \ddot{y} \qquad W_Z = \frac{d^2z}{dt^2} = \ddot{z} \qquad (81)$$

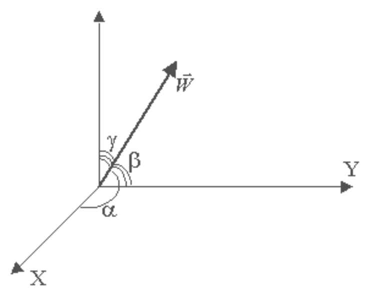
bunda, W_x, W_y, W_z - $\overline{W}$ tezlanishning proyeksiyasi (81) yoki (80) formulalar bilan nuqta tezlashining qo'zg'almas **X,Y,**Z o'qlaridagi proyeksiyasini aniqlaymiz.

Nuqta tezlashining proyeksiyasini tezlik proyeksiyalaridan vaqt bo'yicha olingan birinchi tartibli yoki nuqtaning tegishli koordinatalaridan vaqt bo'yicha olingan ikkinchi tartibli hosilaga teng.

Nuqta tezlanishining moduli va yo'nalishi quyidagi formula bilan topiladi.

$$W = \sqrt{W_X^2 + W_Y^2 + W_Z^2} \quad (82)$$

bunda α, β, γ,- $\overline{W}$ bilan X,Y,Z o'qlari orasidagi burchaklar (70-rasm).



70-rasm

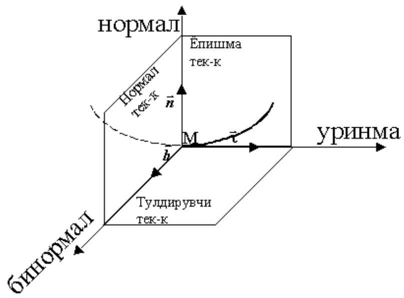
$$\cos\alpha_1 = \frac{W_X}{W};\cos\beta_1 = \frac{W_Y}{W};\cos\gamma_1 = \frac{W_Z}{W}; \qquad (83)$$

N a t i j a:

Nuqta harakati koordinatalar usulida berilgan bo'lsa (82) formula bilan nuqta tezlanishini moduli hamda (83) formula bilan tezlanishining yo'nalishi topiladi.

Nuqta trayektoriyasi berilgan bo'lsin. Shundan bitta nuqta olib unga urinma o'tkazamiz. M nuqtadan urinmaga perpendikulyar qilib o'tkazilgan tekislikka normal tekislik deb aytiladi.

Normal tekislik bilan yopishma tekislikning kesishgan chizig'i bosh normal deyiladi. M nuqtadan bosh normalga perpendikulyar qilib o'tkazilgan tekislikka to'g'rilovchi tekislik deyiladi. Normal tekislik bilan to'g'rilovchi tekislikning kesishgan chizig'iga binormal deyiladi (71-rasm).



71-rasm

Urinma, bosh normal va binormaldan tashkil topgan o'qlarga tabiiy o'qlar deyiladi. Bu o'qlar $M\bar{\tau}\bar{n}\bar{b}$ tabiiy koordinatalar sistemasini tashkil yetadi. Tabiiy o'qlarning birlik vektorlarini tashkil yetadi. Tabiiy o'qlarning birlik vektorlarini mos ravishda $\bar{\tau},\bar{n},\bar{b}$ bilan belgilaymiz. (71-rasm)

Oliy matematika kursidan ma'lumki egri chiziqning berilgan nuqtadagi egrilik radiusi ρ quyidagi formula bilan aniqlanadi.

$$\rho = \frac{1}{K}$$

bunda K egri chiziqning egriligi deyiladi.

Nuqta harakati tabiiy usulda berilganda uning tezlanishi topishi.

Nuqta tezligini quyidagi ko'rinishda yozamiz.

$$\bar{\upsilon} = \upsilon\bar{\tau} \quad (84)$$

bunda $\bar{\tau}$ urinmaning birlik vektori. (84) ni (78) ga qo'yamiz.

$$\overline{W}=\frac{d\bar{\upsilon}}{dt}=\frac{d}{dt}(\upsilon\bar{\tau})=\frac{d\upsilon}{dt}\bar{\tau}+\upsilon\frac{d\bar{\tau}}{dt} \qquad (85)$$

bunda

$$\frac{d\bar{\tau}}{dt}=\frac{\upsilon}{\rho}\bar{n} \qquad (86)$$

bu yerda $\bar{\mathbf{n}}$ bosh normalning birlik vektori. (86) ni (85) ga qo'yamiz.

$$\overline{W}=\frac{d\upsilon}{dt}\bar{\tau}+\frac{\upsilon^2}{\rho}\bar{n} \qquad (87)$$

$$\overline{W_\tau}=\frac{d\upsilon}{dt}\bar{\tau} \qquad (88)$$

bunda

$$\overline{W_n}=\frac{\upsilon^2}{\rho}\bar{n} \qquad (89)$$

(88), (89) formulalar bilan nuqta tezlanishning urinma va bosh normal bo'ylab yo'nalgan tashkil etuvchilari aniqlanadi.

Tezlanishning urinma bo'yicha yo'nalgan tashkil etuvchisi $\overline{W_\tau}$ ga nuqtaning urinma yoki tangensial tezlanishi deyiladi.

$$W_\tau=\left|\frac{d\upsilon}{dt}\right|=\left|\frac{d^2S}{dt^2}\right| \qquad (90)$$

Agar $\frac{d^2S}{dt^2}>0$ bo'lsa urinma tezlanish $\overline{W_\tau}$ nuqta tezligi bilan bir xil yo'nalgan bo'ladi. $\frac{d^2S}{dt^2}<0$ bo'lsa urinma tezlanish $\overline{W_\tau}$ nuqta tezligiga qarama-qarshi yo'nalgan bo'ladi.

Nuqta tezlanishining bosh normal bo'yicha yo'nalgan tashkil etuvchisi $\overline{W_n}$ ga nuqtaning normal yoki markazga intilma tezlanishi deyiladi.

Normal tezlanishining moduli quyidagi formula bilan topiladi.

$$W_n=\frac{\upsilon^2}{\rho} \qquad (91)$$

Nuqtaning normal tezlanishi har doim bosh normal bo'ylab trayektoriyaning botiq tomoniga qarab yo'nalgan bo'ladi. (91)-formulani quyidagicha yozamiz.

$$\overline{W} = \overline{W}_{\tau} + \overline{W}_{n} \qquad (92)$$

(92) - formula nuqta tezlanishining tabiiy o'qlar bo'yicha yo'nalgan tashkil etuvchilari orqali ifodasidir.

Nuqtaning to'la tezlanishining moduli va yo'nalishi quyidagi formulalar bilan topiladi.

$$W = \sqrt{\overline{W}^{2}_{\tau} + \overline{W}^{2}_{n}} \qquad (93)$$

$$tg\alpha = \frac{|W_{\tau}|}{W_{n}} \qquad (94)$$

Demak, nuqtaning harakati tabiiy usulda (63) formula bilan berilganda (90)-(95) formulalar orqali nuqta tezlanishining moduli va yo'nalishi aniqlanadi.

Agar nuqtaning harakati to'g'ri chiziqli bo'lsa trayektoriyaning egrilik radiusi ∞ ga teng bo'ladi.

$$W_{n} = \frac{\upsilon^{2}}{\infty} = 0 \qquad W_{n} = 0$$

Nuqtaning normal tezlanishi egri chiziqli harakatda mavjud bo'lib nuqta tezligining yo'nalish jihatdan o'zgarishini harakterlaydi.

Urinma tezlanishi esa tezlikning modul jihatidan o'zgarishini harakterlaydi.

Nuqtaning tekis o'zgaruvchan harakati.

Agar urinma tezlanish o'zgarmas bo'lsa, bunday harakatiga tekis o'zgaruvchan harakat deyiladi. Tekis o'zgaruvchan harakat teng-lamasini aniqlaymiz.

Demak nuqtaning urinma tezlanishi.

$$\mathbf{W_{\tau}=Const,}$$

$$W_{\tau} = \frac{d\upsilon}{dt}$$

$W_{\tau} = \frac{d\upsilon}{dt}$ **integrallab nuqta tezligini topamiz.**

$$\boldsymbol{\upsilon=\upsilon_{o}+W_{\tau}\cdot t} \qquad \mathbf{(95)}$$

bunda υ_{o} - boshlang'ich tezligi

υ -oxirgi tezligi.

(95) ni integrallab harakat qonunini topamiz.

$$S = \upsilon_0 t + \frac{W_\tau t^2}{2} \qquad (96)$$

S - yoy koordinatasi.

Demak (95), (96) formulalar bilan tekis o’zgaruvchan harakatdagi nuqta tezligi va trayektoriya bo’ylab harakat tenglamasini topamiz.

TAKRORLASH UCHUN SAVOLLAR.

1. Qanday o’qlar tabiiy o’qlar deb ataladi?
2. Nuqta tezlanishini tabiiy o’qlarga proyeksiyalari nimaga teng?
3. Qanday harakatda nuqtaning urinma tezlanishi 0 ga teng bo’ladi?
4. Qanday harakatda nuqtaning normal tezlanishi nolga teng bo’ladi?
5. Nuqta harakati tabiiy usulda berilganda uning tezligi qanday topiladi?

<u>7-ma’ruza:</u> Qattiq jismning eng sodda harakatlari. Qattiq jismning ilgarilanma harakati.Qattiq jismning qo’zg’almas o’q atrofida aylanma harakati. Aylanuvchi jism nuqtasining tezlik va tezlanishini aniqlash.

REJA:

1. Qattiq jismning ilgarilama harakati.
2. Qattiq jismning qo’zg’almas o’q atrofidagi aylanma harakati.
3. Qo’zg’almas o’q atrofida aylanuvchi qattiq jism tezligini aniqlash.
4. Qo’zg’almas o’q atrofida aylanuvchi qattiq jismning tezlanishini aniqlash.

Qattiq jismning eng sodda harakatlari. Qattiq jismning ilgarilanma harakati.Qattiq jismning qo’zg’almas o’q atrofida aylanma harakati. Aylanuvchi jism nuqtasining tezlik va tezlanishini aniqlash.

Kinematikaning bu qismida qattiq jismlarning quyidagi harakatlarini o’rganiladi.

Qattiq jismning ilgarilanma harakati.

Qattiq jismning qo’zg’almas o’q atrofidagi aylanma harakati.

Qattiq jismning tekis parallel harakati.

Qattiq jismning ilgarilanma va aylanma harakatlari eng oddiy harakat bo’lib hisoblanadi. Kinematikasida uchraydigan masalalar ikki qismga bo’linadi.

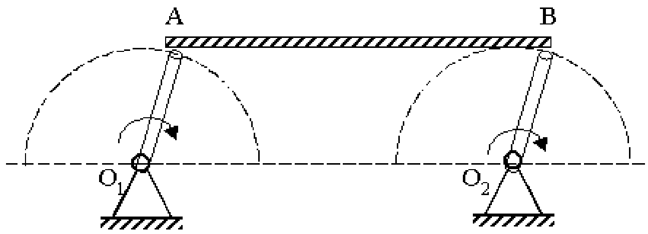
Jismni harakati va harakatning kinematik harakteristikalarini aniqlanadi.

Qattiq jism har bir nuqtasining harakati tekshiriladi.

QATTIQ JISMNING ILGARILANMA HARAKATI.

Jism harakatlanganda shu jismda olingan kesma hamma vaqt o'z-o'ziga parallel qolsa bunday harakatga qattiq jismning ilgarilanma harakati deyiladi.

Parvoz sparnigini harakati ham ilgarilanma harakatga misol bo'ladi. Ilgarilanma harakatdagi jism nuqtalarining trayektoriyalari to'g'ri chiziqli va egri chiziqli bo'lishi mumkin. **AB** sparnik hamma vaqt o'z-o'ziga parallel qoladi, ya'ni ilgarilanma harakat qiladi (72-rasm) $\mathbf{O_1A=O_2B}$



72- rasm

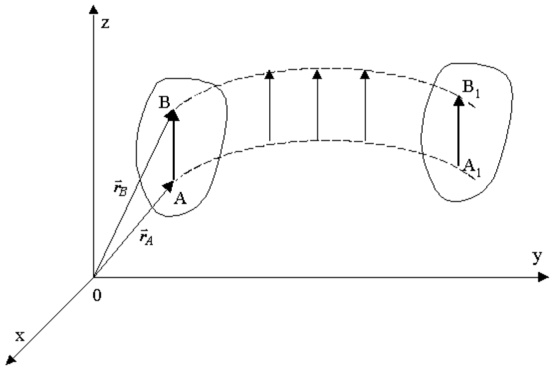
Qattiq jismning ilgarilanma harakatiga oid quyidagi teoremani isbotlaymiz.

Teorema:

Ilgarilanma harakatdagi jismning hamma nuqtalari bir xil trayektoriya chizadi va har onda miqdor va yo'nalishlari jihatdan bir xil tezlikka va bir xil tezlanishga ega bo'ladi.

Isbot:

OXYZ koordinatalar sistemasiga nisbatan ilgarilanma harakat qilayotgan qattiq jism berilgan bo'lsin. (73-rasm). Bu jismda ixtiyoriy ikkita **A** va **B** nuqtalari olamiz **t** vaqtda bu nuqtalarning holati $\bar{r}_A$ va $\bar{r}_B$ radius vektorlari bilan aniqlanadi.



73-rasm

Qattiq jismdagi **AB** va **A_1B_1** kesmalar o'zaro parallel. Jism absolyut qattiq bo'lganligi uchun AB kesma o'zgarmaydi. **AD=const**. Jism ilgarilanma harakatda bo'lganligi uchun **AB** vektorning yo'nalishi ham o'zgarmaydi. Agar A nuqtaning trayektoriyasi **AA_1**, yoyni **AB** masofaga siljitsak, bu trayektoriya B nuqtaning trayektoriyasi bilan ya'ni. **BB_1** yoy bilan ustma ust tushadi.

Shuning uchun $\bar{r}_A$ va $\bar{r}_B$ vektorlari o'zgarganda, ularning A va B nuqtalarining chizgan trayektoriyalari bir xil bo'ladi. Ya'ni **$AA_1=BB_1$ va $AA_1||BB_1$** ga.

$$\bar{r}_B = \bar{r}_A + \overline{AB} \quad (97)$$

bunda **t** vaqt bo'yicha hosila olamiz.

$$\frac{d\bar{r}_B}{dt} = \frac{d\bar{r}_A}{dt} + \frac{d(\overline{AB})}{dt}$$

$$\frac{d\bar{r}_B}{dt} = \bar{\upsilon}_B; \qquad \frac{d\bar{r}_A}{dt} = \bar{\upsilon}_A; \qquad \frac{d(\overline{AB})}{dt} = 0$$

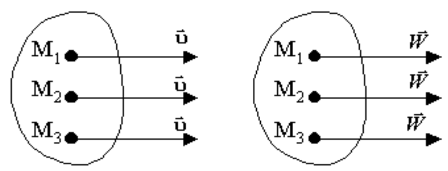
$$\bar{\upsilon}_B = \bar{\upsilon}_A \qquad (98)$$

A va **B** nuqtalar ixtiyoriy nuqtalar bo'lganligi uchun ilgarilanma harakatdagi jismning qolgan hamma nuqtalarning tezliklari bir xil bo'ladi.

(98) dan t vaqt bo'yicha hosila olamiz.

$$\frac{\bar{\upsilon}_B}{dt} = \frac{\bar{\upsilon}_A}{dt} \text{ yoki } \overline{W}_B = \overline{W}_A \qquad (99)$$

Ilgarilanma harakat qilayotgan qattiq jismning biror nuqtasining tezlik va tezlanishini topsak, jismning qolgan nuqtalarning tezlik va tezlanishiga teng bo'ladi. (74 - rasm.)



74-rasm

Qattiq jismning qo’zg’almas o’q atrofidagi aylanma harakati. burchak tezligi va burchak tezlanishi.

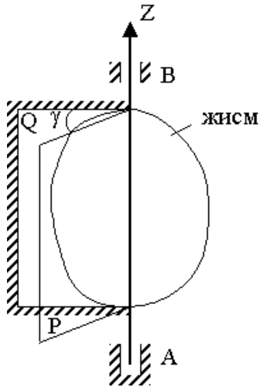
Jism harakati davomida uning ikki nuqtasi qo’zg’almasdan qolsa qattiq jismning bunday harakatiga qo’zg’almas o’q atrofidagi aylanma harakat deyiladi. Shu qo’zg’almas nuqtalardan o’tgan to’g’ri chiziqqa aylanish o’qi deyiladi.

Qo’zg’almas o’q atrofida aylanuvchi qattiq jism nuqtasining tezligi va tezlanishi.

Bizga qo’zg’almas o’q atrofida aylanuvchi qattiq jism berilgan bo’lsin (qattiq jism berilgan bo’lsin) (75-rasm). Shu jismning har bir vaqtdagi holatini aniqlaymiz. A va B nuqtalar qo’zg’almas nuqtalardir. Shu nuqtalar orqali Z o’qini o’tkazamiz Z - jismning aylanish o’qi. Jismning holatini aniqlash uchun aylanish o’qidan Q va P tekisliklarini olamiz. Bunda Q qo’zg’almas tekislik, P qo’zg’aluvchi tekislik. P - tekisligi jismga qattiq biriktirilgan va jism bilan birga aylanadi. Jismning holatini aniqlash uchun P tekislikning Q ga nisbatan holatini aniqlash kifoya. P- tekislikning holati φ burchagi bilan aniqlanadi. φ-ga aylanish burchagi deyiladi. Jism o’q atrofida aylaganda burchagi vaqt o’tishi bilan o’zgaradi.

$$\varphi = f(t) \qquad (100)$$

(100) ifodaga jismning qo’zg’almas o’q atrofidagi aylanma harakattenglamasi deyiladi.



75-rasm

Aylanma harakat qonuni, burchak tezligi bilan burchak tezlanishga aylanma harakatning kinematik xarakteristikasi deyiladi.

Aylanish burchagi φ dan vaqt bo'yicha olingan birinchi hosila jismning burchak tezligi deyiladi va ω bilan belgilanadi:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} \qquad \omega = \varphi = f'(t) \quad (101)$$

Bunda hosilaning ishorasi jismning aylanish yo'nalishini ifodalaydi. Agar $\omega = \varphi = f'(t)$ bo'lsa, shu onda f(t) funktsiya usuvchan bo'ladi, ya'ni o'qning yo'nalishdan qaraganda jism soat stryelkasi aylanishga teskari yo'nalishida aylanadi: $\varphi = f'(t) < 0$ bo'lsa,shu onda f(t) funktsiya kamayuvchan bo'ladi, ya'ni jism soat strelkasi aylanishi bo'yicha aylanadi.

Demak, jismning burchak tezligi aylanish burchagidan vaqt bo'yicha olingan birinchi tartibli hosilaga teng bo'ladi.

Burchak tezligining birligi

$$\omega = \frac{rad}{sek} = \frac{1}{sek} = sek^{-1} \qquad (102)$$

Burchak tezlanishi burchak tezligidan vaqt bo'yicha olingan ikkinchi tartibli hosilaga teng bo'ladi.

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{d^2t} \qquad (103)$$

Burchak tezlanishini birligi:

$$\varepsilon = \frac{rad}{sek^2} = \frac{1}{sek^2} = sek^{-2}$$

Burchak tezlanishi burchak tezligidan vaqt bo'yicha olingan ikkinchi tartibli hosilaga teng bo'ladi.

JISMNING TEKIS VA TEKIS O'ZGARUVCHAN AYLANMA HARAKATI.

Qattiq jism qo'zg'almas o'q atrofida bir xil vaqt oraligida bir xil burchakga burilsa jism tekis aylanma harakatda deyiladi. Tekis aylanma harakat burchak tezligi ω=const bo'ladi.

$$\boldsymbol{\varphi = \omega\, t} \qquad (104)$$

Tekis aylanma harakat tenglamasi (104) ga teng bo'ladi. Tekis aylanishdagi jismning burchak tezligini bir minutdagi aylanishlar soni bilan ifodalaydi. Jism bir marta to'la aylaganda φ=2π bo'ladi.

Jism bir minutda n marta aylanmasi, tekis aylanma harkatning burchak tezligi quyidagiga teng bo'ladi.

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{\pi n}{30}\frac{rad}{sek} \quad (105)$$

bunda n - jismning bir minutdagi aylanishlar soni. Agar jismning bir minutdagi aylanishlar soni berilgan bo'lsa (105) formula uning burchak tezligi topiladi.

Agar aylanma harakat burchak tezlanishi ε=const bo'lsa jism tekis o'zgaruvchan aylanma harakatda bo'ladi.

$$\omega = \omega_o + \varepsilon t \quad (106)$$

(106) formula bilan istalgan paytdagi jism tekis o'zgaruvchan harakat burchak tezligi topiladi.

ω_o - boshlang'ich burchak tezlik,

ω - ixtiyoriy vaqtdagi burchak tezlik.

$$\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2} \qquad (107)$$

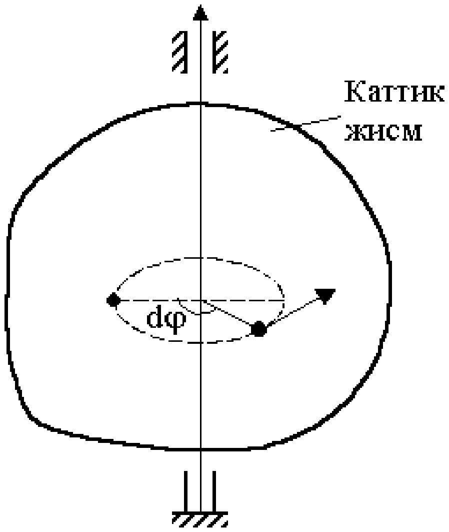
(107) bilan tekis o'zgaruvchan aylanishda burilish burchagi topiladi.

Yoki tekis o'zgaruvchan aylanma harakat qonuni aniqlanadi.

Bizga qo'zg'almas Z o'qi atrofida aylanuvchi qattiq jism berilgan bo'lsin.

Shu jismni ixtiyoriy M nuqtasining tezligi va tezlanishini aniqlaymiz.

h - M nuqtadan aylanish o'qigacha bo'lgan masofa. (76-rasm) Z qo'zg'almas aylanish o'qi. Jism absolyut qattiq bo'lganligi uchun h = const bo'ladi. Jism o'qiatrofida aylanganda M nuqta aylanish o'qiga perpendikulyar tekislikda radiusi h ga teng bo'lgan aylana chizadi.



76-rasm

Jism o'q atrofida dφ burchakka burilganda M nuqta dS yo'lni bosib o'tadi.

$$dS = \breve{M_0 M}$$

$dS = hd\varphi$

M nuqtaning tezligi:

$$\upsilon = \frac{dS}{dt} = \frac{d(\varphi h)}{dt} = h\frac{d\varphi}{dt} = h \cdot \omega \qquad (108)$$

yoki

$$\upsilon = \omega h,$$

bunda, ω - jismning burchak tezligi. (108) formula bilan qo'zg'almas o'q atrofida aylanuvchi qattiq jism nuqtasining chiziqli tezligi topiladi. Qo'zg'almas o'q atrofida aylanma harakatdagi jism ixtiyoriy nuqtasining chiziqli tezligining miqdori jism burchak tezligi bilan qo'zg'almas o'qdan nuqtagacha bo'lgan masofaning ko'paytmasiga teng. Chiziqli tezlik vektori $\bar{\upsilon}$ M nuqtada h ga perpendikulyar bo'lib, jism aylanayotgan tomonga yo'nalgan bo'ladi. Qattiq jism tezliklari shu nuqtalardan aylanish o'qigacha bo'lgan masofaga proporsionaldir.

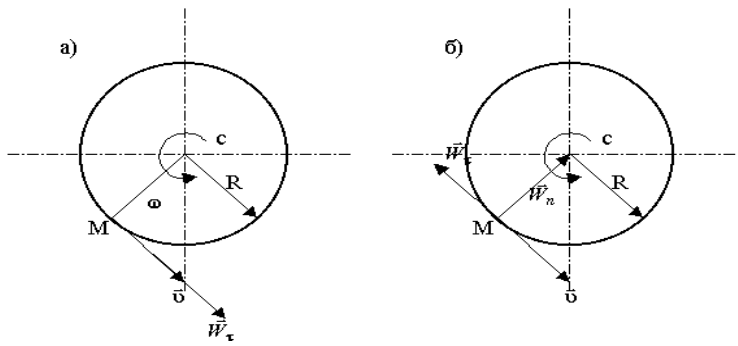
M nuqtaning urinma tezlanishini topamiz. Urinma tezlanishini topamiz. Urinma tezlanishi.

$$W_\tau = \frac{d\upsilon}{dt} = \frac{d(\omega h)}{dt} = h \cdot \varepsilon$$

$$W_\tau = \frac{d\upsilon}{dt} = \frac{d(\omega h)}{dt} = h \cdot \varepsilon \qquad (109)$$

Qo’zg’almas o’q atrofida aylanuvchi jism ixtiyoriy nuqtasining urinma tezlanishi jismning burchak tezlanishi bilan shu nuqtadan aylanish o’qigacha bo’lgan masofaning ko’paytmasiga teng.

Urinma tezlanish shu nuqtadan h ga perpendikulyar bo’lib, tezlanuvchan aylanma harakatda $\bar{\upsilon}$ tezlik yo’nalishi bo’yicha (77-a), sokinlanuvchan aylanma harakatda esa unga teskari yo’naladi (77-b) rasm.



77-rasm

M nuqtaning normal tezlanishini topamiz.

$$W_n = \frac{\upsilon^2}{\rho} = \frac{(\omega h)^2}{h} = \frac{\omega^2 h^2}{h} = \omega^2 h \qquad W_n = \frac{\upsilon^2}{\rho} = \frac{(\omega h)^2}{h} = \frac{\omega^2 h^2}{h} = \omega^2 h \qquad (110)$$

Normal tezlanishi aylanish radiusi h bo’ylab aylanish o’qi tomon yo’nalgan bo’ladi.

$\overline{W}_\tau$ - aylanma tezlanish,. $\overline{W}_\tau$ esa markazga intilma tezlanishi deb ham yuritiladi.

$\overline{W}_\tau \perp \overline{W}_\tau$ bo’lganda to’la tezlanishni moduli quyidagicha aniqlanadi.

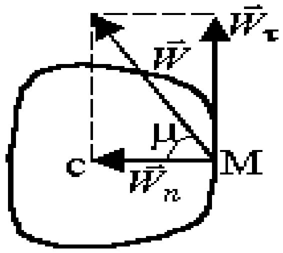
$$W = \sqrt{W_\tau^2 + W_n^2} = \sqrt{\varepsilon^2 h^2 + \omega^4 h^2} = h\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}$$

$$W = h\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4} \qquad (111)$$

Tezlanishining yo’nalishi esa quyidagi formuladan topiladi.

$$tg\mu = \frac{|\varepsilon|}{\omega^2} \qquad (112)$$

bundatezlanish bilan normal tezlanish orasidagi burchak



(78-rasm)

8-ma'ruza: Qattiq jismning tekis-parallel harakati. Tekis shakl nuqtasining tezligini qutb usulida aniqlash. Tezliklar oniy markazi. Tekis shakl nuqtasining tezlanishini qutb usulida aniqlash. Tezlanishlar oniy markazi. **Nuqtaning murakkab harakati.** Tezlik va tezlanishlarni qo'shish haqidagi teorema. Kariolis teoremasi. Kariolis tezlanishi.

Reja:

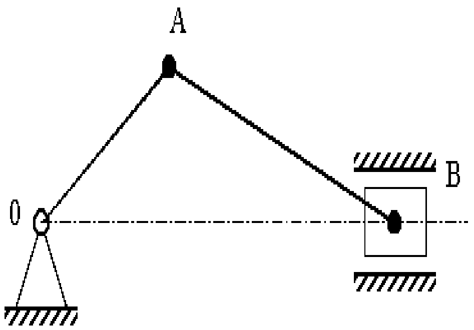
1. Tekis shakl nuqtasining tezligini qutb usulida aniqlash.

2. Tezliklar oniy markazi.
3. Tekis shakl nuqtasining tezlanishini qutb usulida aniqlash. Tezlanishlar oniy markazi.
4. **Nuqtaning murakkab harakati.**
5. Tezlik va tezlanishlarni qo’shish haqidagi teorema.
6. Kariolis teoremasi. Kariolis tezlanishi.

Tekis parallel harakat tenglamasi. Tekis parallel harakatni igarilanma va aylanma harakatga ajratish.

Qattiq jismda olingan hamma nuqtalar jism harakatida biror qo’zg’almas tekislikka parallel tekislikda harakatlansa, uning bunday harakatiga tekis parallel harakat deyiladi.

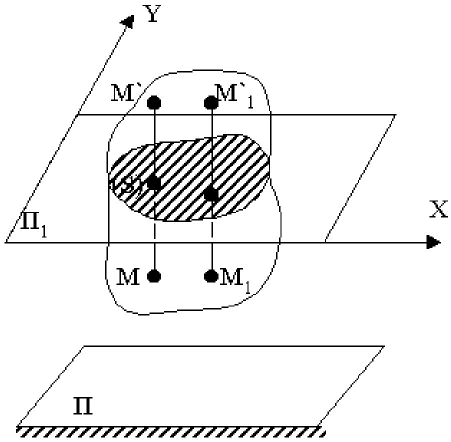
Masalan: To’g’ri chiziqli yo’ldagi mashina g’ildirakning harakati. Krivoship shatunli mexanizmdagi shatunining harakati (112 - rasm).



112-rasm

OXY koordinatalar sistemasiga nisbatan tekis parallel harakat qilayotgan jism berilgan bo’lsin. Jismning tekis paralell harakatini o’rganish uchun jismda qo’zg’almas tekislikka perpendikulyar bo’lgan **MM1** ixtiyoriy kesmani olamiz. Tekis paralell harakat ta’rifiga ko’ra **MMI** kesmaning nuqtalaridan **P** tekislikkacha bo’lgan masofalar o’zgarmasdan qoladi shu sababli **MM1** kesma har doim o’ziga paralell ravishda harakatlanadi. Binobarin **MM1** kesma igarilama harakatda bo’ladi. Ilgarilama harakat ta’rifiga ko’ra jismning barcha nuqtalari bir xil trayektoriya chizadi, tezlik va tezlanishlari teng bo’ladi. Shu sababli ilgarilama harakatdagi jismning bitta nuqtasining harakatini o’rganish kifoya.

Jismni qo'zg'almas **P** tekislikka parallel bo'lgan **P1** tekislik bilan kesib, kesimda hosil bo'lgan yuzani (S) bilan belgilaymiz (113-rasm). MM1 kesmani (S) kesimdagi nuqtasini 0 bilan belgilaymiz u holda MM1 kesmani harakatini o'rganish o'rniga 0 nuqtasini harakatini o'rganamiz.

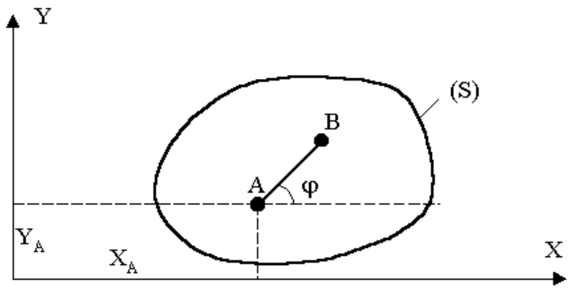


113-rasm

Xuddi shuningdek **MM1** kesmaga paralell $\mathbf{M_1M_1^1}$ kesmani olsak $M_1M_1^1$ Kesma ham ilgarilanma bo'lgani uchun uning (S) kesimdagi 0I nuqtasini harakatini o'rganish kifoya. Jismni MM1, $M_1M_1^1$ $M_2M_2^1$ kesmalar to'plamidan iborat deb qarash mumkin va bunday jismning harakatini o'rganish o'rniga uning (S) kesimini harakatini o'rganish kifoya. (S) yuzaga tekis shakl deyiladi. Tekis shakl harakatlanadigan P, tekislikka tekis shaklning harakat tekisligi deyiladi.

OXY koordinatalar sistemasiga nisbatan harakat qilayotgan (S) tekis shakl berilgan bo'lsin. Bu tekis shakldagi **AB** kesmani vaziyati A nuqtaning $\overline{X}_A,\overline{Y}_A$ koordinatalari va A nuqta atrofida φ aylanish burchagi bilan aniqlanadi.

φ - **AB** kesmani **OX** o'qi bilan tashqil qilgan burchagi (114 - rasm)



114-rasm

A nuqtani qutb deb qabul qilamiz. Jism harakatlanganda **X_A,Y_A**, koordinatasi va burchagi vaqtning funktsiyasi sifatida o'zgaradi. Shuning uchun $\overline{\overline{X_A}}, \overline{\overline{Y_A}}$, **φ** ni quyidagicha yoziladi.

$$\begin{aligned} \overline{\overline{X_A}} &= f_1(t) \\ \overline{\overline{Y_A}} &= f_2(t) \\ \varphi &= f_3(t) \end{aligned} \qquad (45)$$

(45) formulaga qattiq jismning tekis parallel harakat tenglamalari deyiladi.

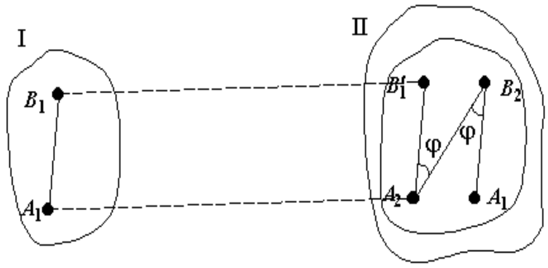
Tekis parallel harakat ilgarilanma va aylanma harakatdan iborat ekanligini tekshiramiz.

<u>Teorema:</u>

Tekis shaklning shakl tekisligida bir holdan ikkinchi holga har qanday ko'chishini bir ilgarilanma harakat va qutb deb ataluvchi biror nuqtadan shakl tekislikiga perpendikulyar o'qituvchi o'q atrofida - aylanma harakatdan tashqil topgan deb qarash mumkin.

<u>Isbot:</u>

Tekis shakl tekisligida I holatdan **P** holatga kuchgan bo'lsin (115-rasm) I holatda tekis shaklda ixtiyoriy A1B1 kesmani olamiz. II holatda **A1B1** kesma **A2B2** holatini egalasin. Tekis shaklga shunday ilgarilama ko'chish byeramizki **A1** nuqta **A2** nuqta bilan ustma-ust tushsin. **B1** nuqta esa B_1^1 holatini egallasin. Agar tekis shaklni **A2** nuqtadan shakl tekisligiga tik ravishda o'tuvchi o'q atrofida B_1^1,**A2,B2=φ** burchakka aylantirsak u holda **A2B1≡A2B2** bo'lgani tufayli **A2,B1** kesma **A2,B2** ustma - ust tushadi. Jism esa II holatini egallaydi. Xuddi shu yo'l bilan jismni II holatdan III holatga va xokazo keltirish mumkin. Demak, qattiq jismning tekis parallel harakati ilgarilanma va aylanma harakatlarning yig'indisidan iborat.



115-rasm

$Y_A = f_2(t)$ ilgarilanma harakat

$X_A = f_1(t)$
$Y_A = f_2(t)$ tenglamasi

$\varphi = f_3(t)$ aylanma harakat tenglamasi.

Teoremani boshqacha usulda quyidagichi isbotlaymiz (115 rasm) Jismga shunday ilgarilanma ko'chish beramizki natijada **BI** nuqta **B2** bilan ustma ust tushsin **A1** nuqta esa **A1** holatni egallasin **A1B1 A1B2** bo'ladi.

Agar tekis shaklni **B2** nuqtadan o'tuvchi o'q atrofida A_1^1 **,B2,A2=φ** burchakka bursak **A1B2** kesma **A1, B2=A2B2**, bo'lganligi uchun **A1 B2** bilan ustma -ust tushadi tekis shakl esa II holatini egallaydi **A2** yoki **B2** nuqtalarga qutb deb ataladi.

Teoremani isbotidan ko'ramizki tekis shaklni ilgarilanma ko'chishi qutbni tanlab olishga bog'liq bo'ladi. Haqiqatdan AI nuqtani holati I holda **A1A2** II holda **A1**A_1^1 bo'ladi. **A1A2 ≠A1**A_1^1

Aylanish burchagi **φ** esa qutbni tanlab olishga bog'liq bo'lmaydi.

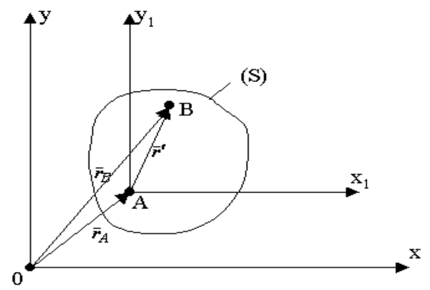
QATTIQ JISMNING ISTALGAN NUQTASINING TEZLIGINI QUTB USULIDA ANIQLASH.

Teorema:

Tekis shakl ixtiyoriy **B** nuqtasining tezligi **A** tezligi bilan (**B** nuqtasining tezligi **A** qutb tezligi bilan) **B** nuqtaning qutb atrofida aylaganda hosil qilgan tezligining geometrik yig'indisiga teng.

Isbot.

Tekis parallel harakat qilayotgan tekis shakl berilgan bo'lsin shu tekis shakldagi **B** nuqtasining tezligini aniqlashimiz kerak. B nuqtaning vaziyati bilan aniqlanadi (116- rasm).



116-rasm

$\bar{r}_B = \bar{r}_A + \bar{r}'$

$\bar{r}_A$ - A qutbning radius vektori.

$\bar{r}_B$ - B nuqtaning radius vektori

$\bar{r}'$- B nuqtaning **AX_1Y_1** koordinatalariga nisbatan aniqlaydigan radius vektori.

Sistemasigi nisbatan vaziyatini aniqlaydigan radius - vektor (46) dan **t** vaqt bo'yicha hosila olamiz va **B** nuqtaning tezligini aniqlaymiz.

$$\frac{d\bar{Z}_B}{dt} = \frac{d\bar{Z}_A}{dt} + \frac{d\bar{r}'}{dt} \qquad (46)$$

$$\frac{d\bar{Z}_B}{dt} = \bar{\upsilon}_B; \frac{d\bar{Z}_A}{dt} = \bar{\upsilon}_A; \frac{d\bar{r}'}{dt} = \bar{\upsilon}_{BA}; \qquad (47)$$

(47) ni (43) ga qo'yamiz u holda

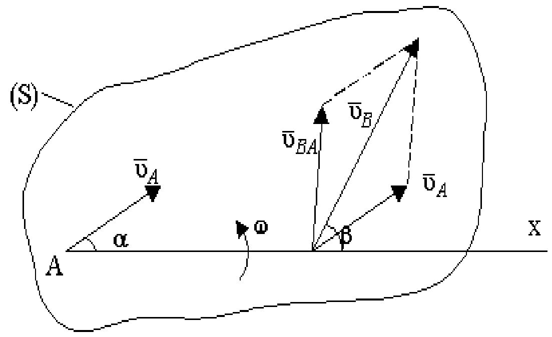
$$\bar{\upsilon}_B = \bar{\upsilon}_A + \bar{\upsilon}_{BA} \qquad (48) \text{ yoki}$$

$$\upsilon_B = \bar{\upsilon}_A + \bar{\omega}_X \overline{AB} \qquad (49)$$

(49) formuladan tekis parallel harakat qilayotgan qattiq jismning ixtiyoriy **B** nuqtasining tezligi topiladi. Bunda tezlik **B** nuqtaning **A** qutb atrofida aylaganda hosil qilgan tezligi. Bu tezlikning miqdori quyidagiga teng.

$$\boldsymbol{\upsilon_{BA} = \omega\, AB} \qquad (50)$$

bunda $\bar{\omega}$-burchak tezlik. $\bar{\upsilon}_{BA}$ tezlik vektori aylanish radiusi AV ga perpendikulyar ravishda tekis shaklning aylanish yo'nalish bo'yicha yo'naladi ya'ni $\bar{\upsilon}_{BA}\perp$**ABga** B nuqtaning tezligi $\bar{\upsilon}_{A}$ va $\bar{\upsilon}_{BA}$ vektorlardan tuzilgan paralellogramning dioganali bo'ylab yo'nalgan bo'ladi (117-rasm.)



117-rasm

Tekis shakl biror nuqtasining tezligi va aylanma harakatining burchak tezligi berilganda tekis shaklning boshqa nuqtasining tezligini (16,4) formuladan aniqlash qutb usulida deyiladi.

TEKIS SHAKL IKKI NUQTASI TEZLIKLARNING PROYEKSIYASI HAQIDAGI TEOREMA.

TEOREMA.

Tekis shakl ikki nuqtasi tezliklarning shu nuqtalardan o'tgan to'g'ri chiziqdagi proyeksiyasi o'zaro teng.

Isbot.

Tekis shaklda **A** va **B** nuqtalarni olamiz. **A** nuqtani qutb deb qabul qilamiz. Ma'lumki, **B** nuqtaning tezligini (50) shaklda yozish mumkin. **A** va **B** nuqtalar orqali **X** o'qini o'tkazamiz (118 rasm) (50) ni o'qqa proyeksiyalaymiz.

$$(\bar{\upsilon}_B)_X = (\bar{\upsilon}_A)_X + (\bar{\upsilon}_{BA})_X$$

$\bar{\upsilon}_{BA} \perp \mathbf{X}$ bo'lganligi uchun $\left(\bar{\upsilon}_{BA}\right)_X = 0$ bo'ladi. Shunday qilib

$$\left(\bar{\upsilon}_B\right)_X = \left(\bar{\upsilon}_A\right)_X \quad (51)$$ ya'ni

25- rasmga asosan

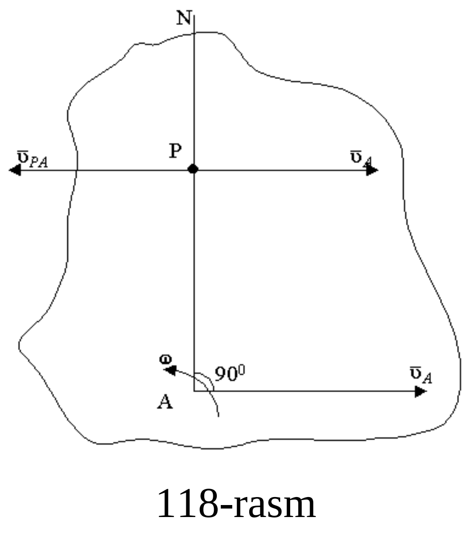
$$\upsilon_B \cos\beta = \upsilon_A \cos\alpha \qquad (52)$$

Bu teorema yordamida A nuqta tezligining miqdor va yo'nalishi B nuqta tezligining yo'nalishi berilganda **B** nuqta tezligining modulini topish mumkin.

TEZLIKLAR ONIY MARKAZI.

Agar (S) tekis shakl ilgarilanma harakatda bo'lmasa, bu shaklda har onda tezligi 0 ga teng bo'lgan bitta nuqta mavjud bo'ladi. Tezligi 0 teng bo'lgan bundan nuqtagatezliklar oniy markazi deyiladi. Tekis shaklning tezligi 0 ga teng bo'lgan bitta nuqtasi mavjudligini isbotlaymiz.Tekis shakl biror **A** nuqtasining tezligi $\bar{\upsilon}_A$ va shu A nuqta atrofidagi aylanma harakatning burchak tezligi **ω** berilgan bo'lsin (118- rasm). **A** nuqtani qutb deb olamiz.

Qutbdan aylanma harakat yo'nalishida $\bar{\upsilon}_A$ ga perpendikulyar **AN** to'g'ri chizig'ini o'tkazamiz. **A** nuqtadan boshlab **AN** to'g'ri chiziqqa **AP** kesmani qo'yamiz.



118-rasm

$$AP = \frac{\upsilon_A}{\omega}$$

P nuqtaning tezligini quyidagicha yozamiz.

$$\bar{\upsilon}_P = \bar{\upsilon}_A + \bar{\upsilon}_{PA} \quad (53)$$

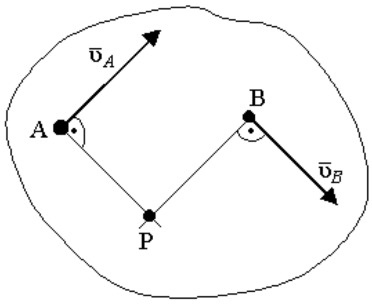
P nuqtaning (tezligini) **A** qutb atrofida aylanishdagi tezligining modulini topamiz.

$$\upsilon_{PA} = \omega \cdot AP = \omega \frac{\upsilon_A}{\omega} = \upsilon_A$$

$$\upsilon_{PA} = \upsilon_A$$

P nuqtada $\bar{\upsilon}_{PA}$ vektori $\bar{\upsilon}_A$ ga qarama-qarshi yo'nalgan bo'ladi.

U holda (53) tenglikdan $\upsilon_P = 0$ bo'lishi kelib chiqadi. Demak, P nuqta tezliklar oniy markazining holati harakati davomida o'zgartirib turadi. Tezliklarning oniy markazi shu nuqtalardan tezliklarga tushirilgan perpendikulyarning kesishgan nuqtasida yetadi. Demak, tezliklarning oniy markazini topish uchun tekis shaklda yotgan ikkita ixtiyoriy **A** va **V** nuqtalarning tezliklarning yo'nalishi berilgan bo'lishi kerak. Shu nuqtalardan ularning tezliklariga perpendikulyarning kesishgan nuqtasi tezliklarning oniy markazi bo'ladi (119 - rasm) **P** nuqta tezliklarning oniy markazi bu nuqtaning 0 ga teng $\upsilon_P = 0$.



119-rasm

TEZLIKLAR ONIY MARKAZI YORDAMIDA TEKIS SHAKL NUQTALARNING TEZLIGINI TOPISH.

Shaklda ko'rsatilgan holatda **S** tekis shaklda yotgan **P** nuqta tezliklarning oniy markazi markazi bo'lsin. Shakldagi ixtiyoriy **A** va **V** nuqtalarning tezliklarini topish kerak (120-

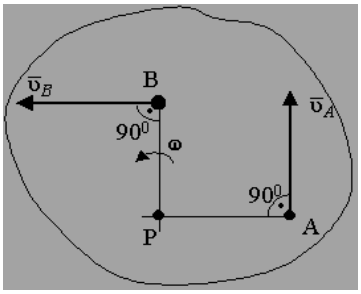
rasm). Buning uchun **P** nuqtani qutb deb qabul qilamiz. **A** va **V** nuqtalarning tezliklari uchun quyidagi formulalarni yozamiz.

$$\bar{\upsilon}_A = \bar{\upsilon}_P + \bar{\upsilon}_{PA}$$

$$\bar{\upsilon}_B = \bar{\upsilon}_P + \bar{\upsilon}_{BP}$$

Bu yerda $\boxed{\upsilon_P = 0}$ bo’lganligi uchun quyidagicha yozamiz.

$$\bar{\upsilon}_A = \bar{\upsilon}_{AP} \qquad \bar{\upsilon}_B = \bar{\upsilon}_{BP}$$



120-rasm

$\bar{\upsilon}_A = \bar{\upsilon}_{AP}, \bar{\upsilon}_B = \bar{\upsilon}_{BP}$ va $\bar{\upsilon}_{AP} = \bar{\upsilon}_{BP}$ **- A** va **B** nuqtalarni tezliklar oniy markazi atrofida aylaganda hosil tezligi.

$$\begin{matrix} \upsilon_{AP} = \omega \cdot AP \\ \upsilon_{BP} = \omega \cdot BP \end{matrix} \text{ yoki } \begin{matrix} \upsilon_A = \omega \cdot AP \\ \upsilon_B = \omega \cdot BP \end{matrix} \qquad (54)$$

$$\begin{matrix} \bar{\upsilon}_A \perp AP & \bar{\upsilon}_B \perp BP \\ \omega = \dfrac{\upsilon_A}{AP}; & \omega = \dfrac{\upsilon_B}{BP}; \end{matrix} \qquad (55)$$

(55) formula bilan tekis shaklning burchak tezligi topiladi. Demak, biror onda oniy markazi ma’lum bo’lgan tekis shakl nuqtalarning shu ondagi tezliklarini aylanma harakatdagi jism nuqtalarning tezliklari kabi topish mumkin.(54) formuladan tekis shakl nuqtalarining ayni paytdagi tezliklari orasidagi munosabatni aniqlaymiz.

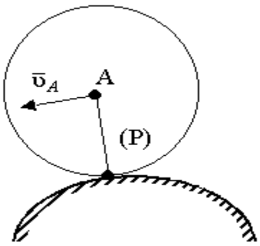
$$\frac{\upsilon_A}{PA} = \frac{\upsilon_B}{PB} \qquad (56)$$

Ya’ni har ondagi tekis shakl nuqtalari tezliklarning moduli oniy markazdan to nuqtalargacha bo’lgan masofaga proporsional bo’ladi. Demak, tezliklar oniy markazi bilan tekis shaklning har qanday nuqtasining tezligini topish uchun shu shaklda yotgan ixtiyoriy **A** nuqtasining tezligining moduli va yo'nalishi berilgan bo'lishi kifoya.

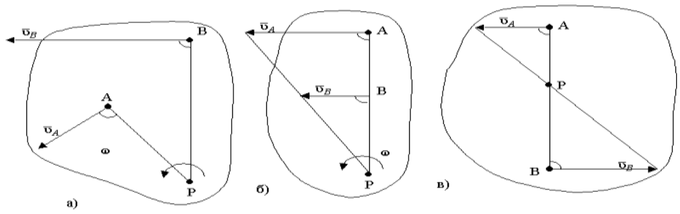
BA'ZI HOLLARDA TEZLIKLAR ONIY MARKAZINI ANIQLASH.

Agar tekis shakl biror qo'zg'almas sirt ustida sirpanmasdan yumalab harakat qilsa, u holda urinish nuqtasi tezliklarining oniy markazi bo'ladi. **P** urinish nuqtasi tezliklarning oniy markazi bo'ladi $\upsilon_P = 0$ (120 - rasm)

Agar tekis shakl biror **A** nuqtasining tezligi $\bar{\upsilon}_A$ va V nuqta tezligining yo'nalishi ma'lum bo'lsa, tezliklar oniy markazi **A** va **V** nuqtalardan tezliklarga o'tkazilgan perpendikulyarlarning kesishgan nuqtasida bo'ladi (121-rasm a).



121 – rasm



122 - rasm

1. Agar tekis shakl **A** va **V** nuqtalarining tezliklari parallel va **AV** kesmaga perpendikulyar yo'nalgan bo'lsa, u holda tezliklar oniy markazini aniqlash uchun tezliklarning moduli ham berilgan bo'lishi kerak (122-rasm b,v)

$$\frac{\upsilon_B}{\upsilon_A} = \frac{|PB|}{|PA|}$$

Demak, **A** va **V** nuqtalar tezlik vektorning uchi oniy markazdan o'tuvchi to'g'ri chiziqda yotadi. Shu to'g'ri chiziqning (AV) kesma bilan kesilgan nuqtasi tezliklar oniy markazi bo'ladi.

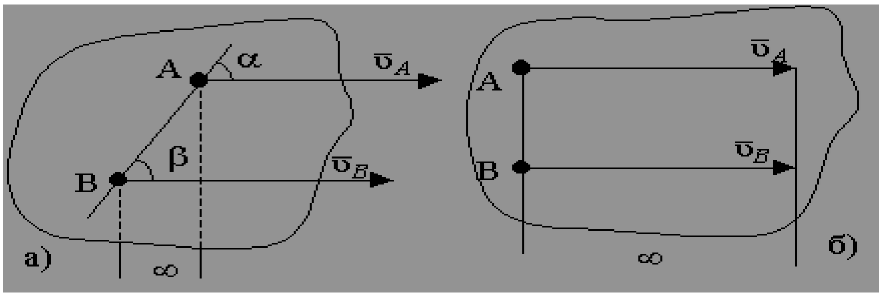
2. Agar tekis shakl **A** va **V** nuqtalarning tezliklari bir biri bilan parallel bo'lib **AV** kesma υ_A tezlikka perpendikulyar bo'lmasa bu holda **A** va **V** nuqtalardan ularni tezliklariga tushirilgan perpendikulyarlar o'zaro parallel bo'lib kesishmaydi. Demak tezliklar oniy markazi cheksizlikda bo'ladi

(31 rasm a). **A** va **V** nuqtalarning tezliklarini **AV** to’g’ri chiziqqa proyeksiyalaymiz. U holda

$$\upsilon_A \cos\alpha = \upsilon_B \cos\beta \quad \alpha=\beta$$

$$\upsilon_A=\upsilon_B$$

Agar tekis shakl **A** va **V** nuqtalarining tezliklari teng va parallel yo’nalgan bo’lsa, u holda tezliklar oniy markazi cheksizlikda bo’ladi **/AR/=∞** tekis shaklning burchak tezligi 0 ga teng bo’ladi (123-rasm b)



123– rasm

Bu holda tekis shaklning barcha nuqtalarining teziklari o’zaro teng va parallel bo’ladi, ya’ni tekis shakl oniy ilgarilanma harakatda bo’ladi.

TEKIS SHAKL NUQTASINING TEZLANISHINI ANIQLASH.

Teorema:

Tekis shakl ixtiyoriy **A** nuqtasining tezlanishi qutb tezlanishi bilan **V** nuqtaning qutb atrofida aylanishdan hosil bo’lgan tezlanishlarining geometrik yig’indisiga teng.

Isbot:

Tekis shakl ixtiyoriy V nuqtasini tezligini aniqlaydigan (46) formula berilgan bo’lsin.

$$\bar{\upsilon}_B = \bar{\upsilon}_A + \bar{\upsilon}_{BA}$$

(46) dan vaqt bo’yicha hosila olamiz.

$$\frac{d\bar{\upsilon}_B}{dt} = \frac{d\bar{\upsilon}_A}{dt} + \frac{d\bar{\upsilon}_{BA}}{dt} \qquad (57)$$

bunda

$$\frac{d\overline{\upsilon}_B}{dt}=\overline{W}_B;\quad \frac{d\overline{\upsilon}_A}{dt}=\overline{W}_A;\quad \frac{d\overline{\upsilon}_{BA}}{dt}=\overline{W}_{BA} \qquad (58)$$

(58) ni (57) ga qo’yamiz u holda

$$\overline{\mathrm{W}}_{\mathrm{B}}=\overline{\mathrm{W}}_{\mathrm{A}}+\overline{\mathrm{W}}_{\mathrm{BA}} \qquad (59)$$

(59) formula bilan tekis shaklning istalgan **V** nuqtasining tezlanishi topiladi.

Bunda $\overline{W}_A$ - A qutbning tezlanishi. $\overline{W}_{BA}$- B nuqtaning **A** qutb atrofida olganda hosil bo’lgan tezlanishi. **Wva** tezlanishini urinma va normal tezlanishlarga ajratamiz.

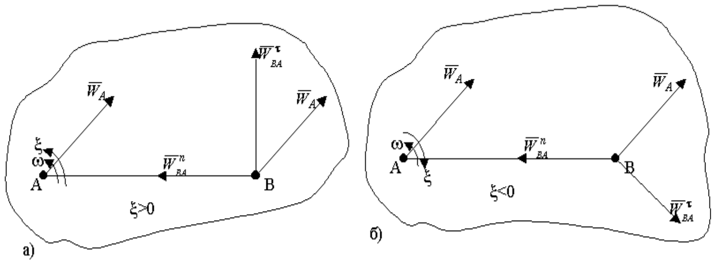
$$\overline{W}_{BA}=\overline{W}_{BA}^{\tau}+\overline{W}_{BA}^{n} \qquad (60)$$

Bunda $\overline{W}_{BA}^{\tau}$ va $\overline{W}_{BA}^{n}$ B Nuqtaning tekis shakl bilan birga

$$\begin{matrix}\overline{W}_{BA}^{\tau}=\zeta\cdot AB\\ \overline{W}_{BA}^{n}=\omega^2\cdot AB\end{matrix}\ \text{bunda}\ \begin{matrix}\overline{W}_{BA}^{\tau}\perp\overline{W}_{BA}^{\tau}\\ \overline{W}_{BA}=|AB|\sqrt{\zeta^2+\omega^4}\end{matrix} \qquad (61)$$

$\overline{W}_{BA}^{n}$ - tezlanish vektori har doim V nuqtadan A qutbga qarab yo’nalgan bo’ladi.

$\overline{W}_{BA}^{\tau}$ - tezlanish vektorining yo’nalishi tekis shaklning harakatiga bog’liq bo’ladi. Agar tekis shaklning harakati tezlanuvchan bo’lsa ya’ni **ε>0** $\overline{W}_{BA}^{\tau}$ tezlanish shakl aylanayotgan tomonga qarab yo’nalgan bo’ladi. Aks holda **ε<0** shakl aylanayotgan teskari yo’naladi (124-rasm a,b)



124-rasm

(62) ni (61) ga qo’yib V nuqtaning tezlanishi topiladi.

$$\overline{W}_B=\overline{W}_A+\overline{W}_{BA}^{\tau}+\overline{W}_{BA}^{n} \qquad (62)$$

Tekis shaklning har qanday **V** nuqtasining tezlanishi qutbning tezlanishi bilan **V** nuqtaning tekis shakl shu birga shu qutb atrofida aylanishdan hosil bo'lgan urinma (aylanma) va normal tezlanishlarning geometrik yig'indisiga teng bo'ladi.

Tekis shakl ixtiyoriy nuqtasi tezlanishining miqdor va yo'nalishini (62) dan foydalanib aniqlash murakkab bo'lishi mumkin. Bunday holda $\overline{W}_B$ tezlanishni bir biriga perpendikulyar yo'nalgan o'qlardagi proyeksiyalari topiladi. Buning uchun o'qlardan birini, masalan **X** o'qni, aylanish radiusi (**AV**) bo'ylab, ikkinchisini esa unga perpendikulyar ravishda o'tkazib (63) ni shu o'qlarga proyeksiyalaymiz:

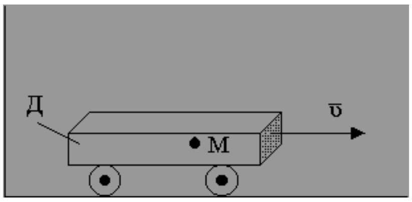
Tezlanish $\overline{W}_B$ ning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari ma'lum bo'lsa, uning moduli va yo'nalishi quyidagi formulalardan topiladi.

$$W_B = \sqrt{W_{BX}^2 + W_{BY}^2} \qquad (64)$$

$$\cos(\overline{W}, X) = \frac{W_{BX}}{W_B}; \qquad \cos(\overline{W}, Y) = \frac{W_{BY}}{W_B}; \qquad (65)$$

NUQTANING MURAKKAB HARAKATI.

Agar nuqta yoki qattiq jism bir vaqtda ikkita yoki undan ko'p harakatda ishtirok qilsa nuqtaning, qattiq jismning bunday harakatiga murakkab yoki absolyut harakat deyiladi. Masalalarni yechishda nuqta yoki jismning harakatini ikki va undan ortiq koordinata sistemalariga nisbatan tekshirishga to'g'ri keladi. Bunday holda koordinata sistemalaridan biri qo'zg'almas deb olinib, qolganlari esa unga nisbatan ma'lum qonunga muvofik harakat qiladi deb ko'riladi. Bu holda nuqta qo'zg'almas koordinatalar sistemasiga nisbatan murakkab harakatda bo'ladi. Masalan: Avtobus yoki poezd ichidagi passajirning harakati. Bu misolda yer bilan bog'langan koordinatalar sistemasi qo'zg'almas bo'lib, poezd, avtobus bilan bog'langan koordinatalar sistemasi qo'zg'aluvchi koordinatalar sistemasidan iborat bo'ladi. M nuqtaning vagonga nisbatan qilgan harakatiga nisbiy harakat deyiladi. Uning vagon bilan birga yerga nisbatan qilgan harakatiga ko'chirma harakat deyiladi. M nuqtaning bevosita yerga nisbatan qilgan harakati murakkab harakat bo’ladi (125-rasm).

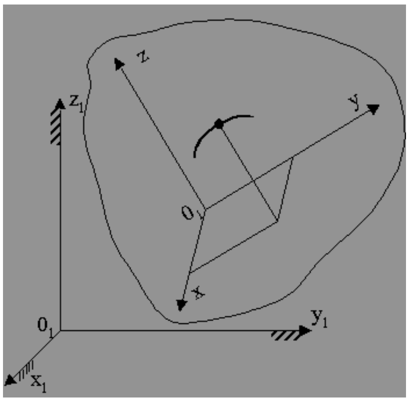


125-rasm

Ma’lum bir harakat qiluvchi D jism berilgan bo’lsin. OXO’Z - D jismga maxkam o’rnatilgan qo’zg’almas sistema. O, X, U, Z - qo’zg’almas koordinatalar sistemasi (126-rasm.) M nuqtaning qo’zg’aluvchi koordinata sistemasi koordinata sistemasiga nisbatan qilgan harakatiga nisbiy harakat deyiladi.

Nuqtaning nisbiy harakatdagi tezligi va tezlanishiga shu nuqtaning nisbiy tezligi va nisbiy tezlanishi deyiladi.

Nuqtaning nisbiy tezligini $\bar{\upsilon}_r$ bilan, nisbiy tezlanishini $\overline{W}_r$ bilan belgilaydi. M nuqtaning qo’zg’aluvchi sistema bilan yoki D jism bilan birga qo’zg’almas sistemaga nisbatan qilgan harakatiga ko’chirma harakat deyiladi. M nuqtaning ko’chirma harakatdagi tezligi va tezlanishiga shu nuqtaning ko’chirma tezligi va ko’chirma tezlanishi deyiladi. Nuqtaning ko’chirma tezlikni $\bar{\upsilon}_e$ bilan



126-rasm.

ko’chirma tezlanishini $\overline{W}_e$ bilan belgilaymiz. M nuqtaning bevosita qo’zg’almas koordinatalar sistemasiga nisbatan harakati murakkab harakat yoki absolyut harakat deyiladi. Nuqtaning absolyut yoki murakkab harakatdagi absolyut tezlik, tezlanishini absolyut tezlanish deyiladi. Absolyut tezlikni $\overline{\upsilon}_a$ bilan, absolyut tezlanishini $\overline{W}_a$ bilan belgilaymiz.

TEZLIKLARNI QO'SHISH HAQIDAGI TEOREMA.

<u>Teorema:</u>

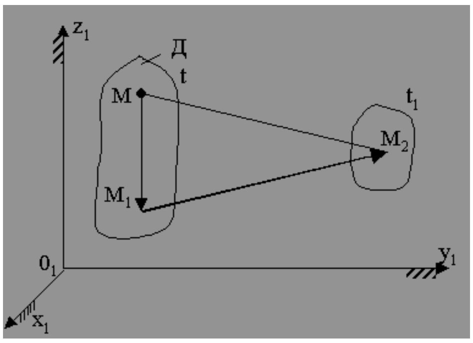
Nuqtaning absolyut tezligi uning nisbiy va ko'chirma tezliklarining geometrik yig'indisiga teng.

$$\overline{\upsilon}_a = \overline{\upsilon}_r + \overline{\upsilon}_e \qquad (139)$$

<u>Isbot:</u>

Qo'zg'almas to'g'ri burchakli O, X, U, Z koordinata sistemasiga nisbatan harakat qilayotgan D jism berilgan bo'lsin. Shu jismga nisbatan M nuqta harakat qiladi. berilgan bo'lsin D jismning t va t_1 vaqtlardagi holatlari berilgan bo'lsin (127 - rasm.)

Δt vaqt ichida M nuqta D jismga nisbatan $\overline{MM_1}$ masofaga jism bilan birga $\overline{MM_2}$ masofaga siljiydi.



127 – rasm

Bunda $\overline{MM_1}$ va $\overline{M_1M_2}$ - mos ravishda M nuqtaning nisbiy va ko'chirma siljish vektori MM2 nuqtaning absolyut siljish vektori. Rasm-dan:

$$\overline{MM_2} = \overline{MM_1} + \overline{M_1M_2} \qquad (140)$$

(140) - formulaning ikkala qismning Δt ga bo'lamiz:

$$\frac{\overline{MM_2}}{\Delta t} = \frac{\overline{MM_1}}{\Delta t} + \frac{\overline{M_1M_2}}{\Delta t} \qquad (141)$$

(141) formuladagi

$$\frac{\overline{MM_2}}{\Delta t},\ \frac{\overline{MM_1}}{\Delta t}\quad ва\quad \frac{\overline{M_1M_2}}{\Delta t}$$

- mos ravishda M nuqtaning Δt vaqt ichidagi o'rtacha absolyut, nisbiy va ko'chirma tezligi bo'ladi.

Nuqtaning biror ixtiyerii t vaxtdagi tezligini topish uchun (141) ni $\Delta t \to 0$ intiltirib limit olamiz:

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\overline{MM_2}}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\overline{MM_1}}{\Delta t}+\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\overline{M_1M_2}}{\Delta t}$$

bunda

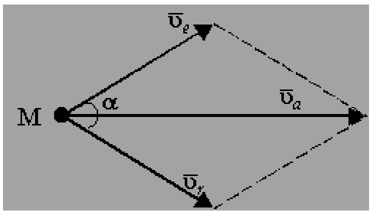
$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\overline{MM_2}}{\Delta t}=\overline{\upsilon}_a,\qquad \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\overline{MM_1}}{\Delta t}=\overline{\upsilon}_r,\qquad \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\overline{M_1M_2}}{\Delta t}=\overline{\upsilon}_e,\ (142)$$

Demak (142) formulani quyidagicha yozamiz.

$$\overline{\upsilon}_a=\overline{\upsilon}_r+\overline{\upsilon}_e$$

Teorema isbot qilindi. (142) formula nuqtaning ko'chirma harakati ilgarilanma va aylanma harakatlardan iborat bo'lgan hollarda ham urinlidir.

Absolyut tezlikning modulini va yo'nalishini aniqlash uchun nisbiy va ko'chirma tezliklardan paralellogram yasash kerak (128 - rasm).



128- rasm.

Absolyut tezlikning moduli quyidagi formula bilan aniqlanadi.

$$\upsilon=\sqrt{\upsilon_r^2+\upsilon_e^2+2\upsilon_r\upsilon_e\cos\alpha}\qquad (143)$$

bunda α, $\overline{\upsilon}_r$ va $\overline{\upsilon}_e$ tezliklar orasidagi burchak.

Agar I α=0 bo'lsa, ya'ni $\overline{\upsilon}_r$ bilan $\overline{\upsilon}_e$ tezliklar bir to'g'ri chiziq bo'ylab bir tomonga yo'nalgan bo'lsa, absolyut tezlik quyidagicha topiladi.

$$\upsilon_a=\sqrt{\upsilon_r^2+\upsilon_e^2+2\upsilon_r\upsilon_e}=\upsilon_r+\upsilon_e$$

Agar II α=90° bo'lsa, ya'ni $\bar{\upsilon}_r \perp \bar{\upsilon}_e$, absolyut tezlik I

$$\upsilon_a = \sqrt{\upsilon_r^2 + \upsilon_e^2}$$

Agar α=180° bo'lsa, ya'ni $\bar{\upsilon}_r$ bilan $\bar{\upsilon}_e$ bir to'g'ri chiziq bo'ylab qarama qarshi yo'nalgan bo'lsa absolyut tezlik quyidagicha topiladi.

$$\upsilon_a = \sqrt{\upsilon_r^2 + \upsilon_e^2 - 2\upsilon_r \upsilon_e} = |\upsilon_r - \upsilon_e|$$

Agar nisbiy, ko'chirma va absolyut tezliklaridan ixtiyoriy ikkitasi ma'lum bo'lsa, uchunchi noma'lum tezlikni tezliklarni qo'shish haqidagi teoremadan foydalanib aniqlash mumkin.

NUQTANING KO'CHIRMA HARAKATI AYLANMA HARAKATDAN IBORAT BO'LGAN HOLDA TEZLANISHLARNI QO'SHISH TEOREMASI.

<u>**Teorema:**</u> Nuqtaning ko'chirma harakati aylanma harakatdan iborat bo'lgan holda nuqtaning absolyut tezlanishi uning nisbiy, ko'chirma va Kariolis tezlanishlarning geometrik yig'indisiga teng bo'ladi.

$$\overline{W}_a = \overline{W}_r + \overline{W}_e + \overline{W}_\kappa \qquad (144)$$

bunda $\overline{W}_r, \overline{W}_e, \overline{W}_\kappa$ lar mos ravishda nuqtaning ko'chirma nisbiy va Kariolis tezlanishlari bo'ladi.

$\overline{W}_r$ âà $\overline{W}_e$ tezlanishlarni urinma va normal tezlanishlarga ajratish mumkin.

$$\overline{W}_r = \overline{W}_r^\tau + \overline{W}_r^n \qquad (145)$$

W_r^τ ning moduli quyidagiga teng

$$W_r^\tau = \frac{d\upsilon_r}{dt} = \frac{d^2 S_r}{dt^2};$$

W_r^n ning moduli:

$$W_r^n = \frac{\upsilon_r^2}{\rho}$$

Agar nuqtaning nisbiy harakati to'g'ri chiziqli bo'lsa

W_r^n =0   bo'ladi.

$$\overline{W_e} = \overline{W_e^\tau} + \overline{W_e^n} \qquad (146)$$

$\overline{W_e^\tau}$ ning moduli quyidagiga teng

$$\overline{W_e^\tau} = \zeta_e h$$

$\overline{W_e^n}$ We ning moduli

$$\overline{W_e^n} = \omega_n^2 \cdot h$$

(145) va (146) larni (144) ga qo'yamiz u holda

$$\overline{W_a} = \overline{W_r^n} + \overline{W_r^\tau} + \overline{W_e^\tau} + \overline{W_\kappa} \qquad (147)$$

ko'chirma harakat aylanma harakatdan iborat bo'lgan holda nuqtaning absolyut tezlanishi (147) formuladan topiladi.

$\overline{W_a}$ absolyut tezlanishning modulini aniqlash uchun (147) x,y,z, koordinata o'qlariga proyeksiyalab, uning shu o'qlardagi W_{ax}, W_{ay}, W_{az} proyeksiyalarini topish kerak. Absolyut tezlanishning modulini quyidagi formula bilan aniqlaymiz:

$$\overline{W_a} = \sqrt{W_{ax}^2 + W_{ay}^2 + W_{az}^2}$$

KARIOLIS TEZLANISHINING MODULINI VA YO'NALISHINI ANIQLASH.

Kariolis tezlanish murakkab harakatdagi nuqtaning ko'chirma harakat burchak tezligi bilan nisbiy harakat tezligining vektorli ko'paytmasining ikkilanganiga teng.

$$\overline{W_\kappa} = 2(\overline{\omega}_e \times \overline{\upsilon}_r) \qquad (148)$$

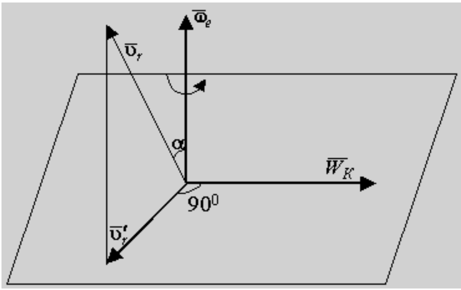
Agar $\overline{\omega}_e$ bilan $\overline{\upsilon}_r$ orasidagi burchak kattaligini α bilan belgilasak, Kariolis tezlanishining moduli quyidagicha teng bo'ladi.

$$\overline{W_\kappa} = 2\overline{\omega}_e \overline{\upsilon}_r \sin\alpha \qquad (149)$$

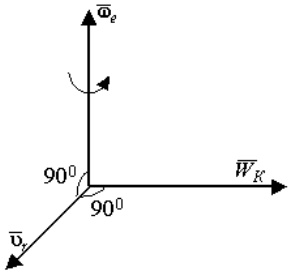
Kariolis tezlanishning yo'nalishini aniqlaymiz. M nuqtaning nisbiy tezligi $\overline{\upsilon}_r$ berilgan bo'lsin. Kariolis tezlashining yo'nalishining aniqlash uchun M nuqtadan $\overline{\omega}_e$ burchak tezlik vektoriga perpendikulyar qilib. P tekisligini o’tkazamiz. Nisbiy tezlik υ_r ni shu tekislikka proyeksiyalaymiz υ_r' proyeksiyani M nuqta atrofida aylanish yo’nalishga qarab, 90 burchakka bursak Kariolis tezlanishini yo’nalishi. (129 - rasm) Agar $\overline{\omega}_e \perp \overline{\upsilon}_r$ bo’lsa (130 - rasm) sinα=1. U holda

$$\overline{W}_\kappa = 2\overline{\omega}_e \overline{\upsilon}_r \qquad (150)$$

Nuqtaning Kariolis tezlanishi quyidagi hollarda nolga teng bo’ladi.



129-rasm



130-rasm.

1. Ko’chirma harakat ilgarilanma harakat bo’lsa bu holda we = 0 shuning uchun **W_k=0** bo’ladi.

Ko’chirma harakat ilgarilanma harakat bo’lganda nuqtaning absolyut tezlanishi shu nuqtaning nisbiy va ko’chirma tezlanishlarning geometirik yig’indisiga teng bo’ladi.

$$\overline{W}_a = \overline{W}_r + \overline{W}_e \qquad (151)$$

Shunday qilib, ko’chirma harakat ilgarilanma harakat bo’lganda, nuqtaning absolyut tezlanishi nisbiy tezlanish $\overline{W}_r$ va ko’chirma tezlanish $\overline{W}_e$ larga qurilgan paralellogramning diagonali bilan ifodalanadi. Bu holda absolyut tezlanishning moduli quyidagicha topiladi.

$$W_a = \sqrt{W_r^2 + W_e^2 + 2W_r W_e \cos\alpha} \qquad (152)$$

bunda **α**$\overline{W}_r$ vektori bilan $\overline{W}_e$ vektori orasidagi burchak.

2.Nuqtaning nisbiy tezligi υ_r 0 ga teng bo’lsa $\upsilon_r = 0$ $W_\kappa = 0$.

3. $\overline{\omega}_e$ va $\overline{\upsilon}_r$ vektorlar o’zaro paralel bo’lsa, chunki bu holda α=0°, α=180° W_k=0 bo’ladi.

TAKRORLASH UCHUN SAVOLLAR..

1. Qattiq jismning qanday harakatiga ilgarilama harakat deb ataladi?

2. Ilgarilama harakat qilayotgan qattiq jism nuqtalarining trayektoriyasi, tezligi va tezlanishi haqidagi teorema qanday ta'riflanadi?

3. Qattiq jismning egri chiziqli ilgarilama harakatiga misollar keltiring?

4. Qattiq jismning qo'zg'almas o'q atrofidagi aylanmani harakat ta'rifini ayting? Bu harakatga misollar keltiring?

5. Jismning burchak tezlik va burchak tezlanishi nima? Ularning o'lchov birligi qanday?

6. Qattiq jismning qanday aylanishiga tekis aylanish deyiladi?

9-ma'ruza: Dinamika. Dinamikaning asosiy tushunchalari va qonunlari. Erkin moddiy nuqta harakatining differensial tenglamalari va dinamikaning ikki asosiy masalasi.

REJA:

1. Dinamika asosiy tushunchalari
2. Nuqta harakatining dekart koordinatalardagi differensial tenglamalari.
3. Nuqta dinamikasining birinchi asosiy masalasi.
4. Nuqta dinamikasining ikkinchi asosiy masalasi.
5. Nuqta harakatining differensial tenglamasi.

Nazariy mexanikaning dinamika bo'limida jismlarning harakati ularning massasiga va harakatni vujudga keltiruvchi kuchlarga bog'liq ravishda tekshiriladi.

Jism harakatlanganda unga o'zgarmas kuchlardan tashqari miqdor va yo'nalish jixatidan o'zgaradigan kuchlar ham ta'sir etadi. Jismlarning o'zaro ta'sir kuchlari vaqtga, jism holatiga va uning tezligiga ma'lum munosabatda bog'liq bo'ladi.

Masalan: elektrovoz reostatini ketma-ket ulashda i1k o'zishda hosil bo'ladigan tortish kuchi jismning harakatiga bog'liq, xavoning qarshilik kuchi esa jismning tezligiga bog'liq bo'ladi. Demak, umumiy holda jismga ta’sir etuvchi kuchlar vaqtga, jismning holatiga va tezligiga bog’liq bo’ladi.

$$\overline{F} = \overline{F}(t, \bar{r}, \bar{\upsilon})$$

bunda t-vaqt, $\bar{r}$-radius vektor ,$\bar{\upsilon}$-nuqta tezligi.

Jismning qo’yilgan kuchlar ta’sirida o’z tezligini tez yoki sekin o’zgartirish xususiyati jismning inertligi deyiladi. Jismning inertligini miqdor jihatidan ifodalovchi fizik kattalik jismning massasi deyiladi. Mexanikada jismning massasi o’zgarmas, skalyar va musbat kattalik deb qaraladi. Dinamikada dastlab jismlarning o’lchamlari va massalarining taqsimlanishini e’tiborga olmagan holda ularning harakatini o’rganish uchun moddiy nuqta tushunchasi kirtiladi. Harakatini o’rganishda o’lchamlari ahamiyatga ega bo’lmagan, lekin massaga ega bo’lgan jism moddiy nuqta deyiladi.

Dinamikada jismning harakatini o’rganishni, odatda, uning nuqtasining harakatini o’rganishdan boshlanadi.

Dinamika ikki qismga bo’linadi:

1. Moddiy nuqta dinamikasi
2. Mexanik sistema va qattiq jism dinamikasi.

Dinamikada quyidagi ikkita masala yechamiz:

1. Nuqta yoki sistemaning harakati berilgan, shu nuqta yoki sistemaga ta’sir qiluvchi kuchni topish kerak.
2. Nuqta yoki sistemaga ta’sir qiluvchi kuchlar berilgan, nuqta yoki sistemaning harakatini aniqlash kerak.

DINAMIKANING ASOSIY QONUNLARI.

Mexanika qonunlari jismlarning tezliklari yorug’lik tezligidan ancha kichik bo’lgan holda o’rinli bo’ladi. Dinamika quyidagi 4 ta qonunga asoslangan:

1-qonun (inersiya qonuni)

Agar nuqtaga kuch ta’sir etmasa nuqta o’zining tinch yoki to’g’ri chiziqli tekis harakat holatini saqlaydi.

Inersiya qonuniga ko’ra $\overline{F} = 0$ bo’lsa, $\bar{\alpha} = 0$ bo’ladi, $\bar{\upsilon} = -’nst$ bo’ladi. Bu yerda $\bar{\upsilon}$ – moddiy nuqtaning tezlik vektori, $\bar{\alpha}$ - tezlanish vektori, $\overline{F}$-kuch vektori.

2-qonun (dinamikaning asosiy qonuni).

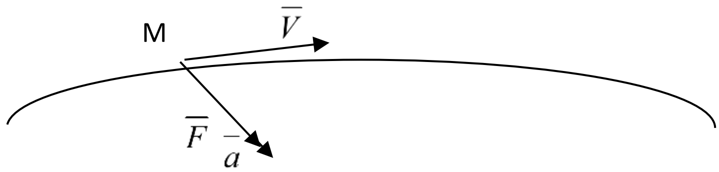
Nuqtaga ta'sir etayotgan kuchning miqdori uning massasi bilan tezlanishining ko'paytmasiga teng bo'lib, kuch bilan tezlanishning yo'nalishi bir xil bo'ladi.

$$F = m\alpha \qquad (152)$$

bunda: F - kuch miqdori

m - nuqtaning massasi

α - nuqtaning tezlanishi



131-Rasm

Nuqtaning massasi quyidagicha aniqlanadi.

$$m = \frac{F}{\alpha} \qquad (153)$$

Jismning og'irligi uning massaci bilan erkin tushish tezlanishining ko'paytmasiga teng. $P = mg$

$$\text{bundan} \quad m = \frac{P}{g} \qquad (154)$$

bunda ***g***-erkin tushishi tezlanishi ***g=9,81 m/c***^{2}

(152) ning vektor ko'rinishi quyidagicha yoziladi.

$$m\overline{\alpha} = \vec{F} \qquad (155)$$

Kinematikadan ma'lumki nuqtaning tezlanishi quyidagiga teng.

$$\overline{\alpha} = \frac{d\overline{\upsilon}}{dt}; \qquad \overline{\alpha} = \frac{d^2 r}{dt^2} \qquad \text{u holda}$$

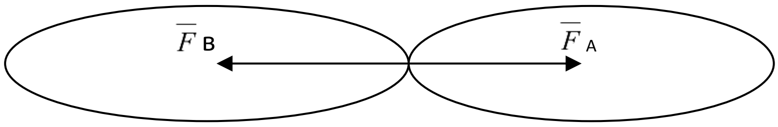
(153) tenglama quyidagicha yoziladi

$$m\frac{d^2\overline{r}}{dt^2} = F \qquad m\frac{d\overline{V}}{dt} = \overline{F} \qquad (156)$$

(153) va (154) tenglikka nuqta dinamikasining asosiy tenglamasi deyiladi.

3-qonun (ta'sir va aks ta'sir qonuni)

Har qanday ta'sir miqdor jixatidan o'ziga teng bo'lgan va bir to'g'ri chiziq bo'ylab teskari tomonga yo'nalgan aks ta'sirni vujudga keltiradi.



132-Rasm

A jism ***V*** jismga kuchi bilan ta'sir etsa, ***V*** jism ham ***A*** jismga kuch bilan ta'sir qiladi.

$$\overline{F}_A = -\overline{F}_B \qquad (157)$$
$$\left|\overline{F}_A\right| = \left|\overline{F}_B\right|$$

Bu yerda $\overline{F}_A$ ***va*** $\overline{F}_e$ ***kuchlari o'zaro muvozanatlashmaydi, chunki kuchlar har xil jismga qo'yilgan .***

4-qonun (kuchlar ta'sirining erkinlik qonuni)

Nuqtaning bir nechta kuch birdaniga ta'sir etganda olgan tezlanishi shu kuchlarning har biri alohida-alohida ta'sir etganda olgan tezlanishlarining geometrik yig'indisiga teng.

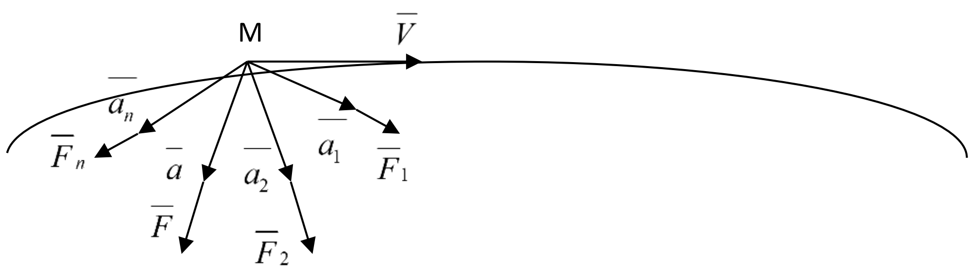
$$\overline{\alpha} = \overline{\alpha}_1 + \overline{\alpha}_2 + \overline{\alpha}_3 + ... + \overline{\alpha}_n \qquad (158)$$

bunda $\overline{\alpha}$ - nuqtaning $\overline{F}_1, \overline{F}_2, \overline{F}_3, ..., \overline{F}_n$ kuchlari birdaniga ta'sir etganda olgan tezlanishi.

$\overline{\alpha}_1, \overline{\alpha}_2, \overline{\alpha}_3 ... \overline{\alpha}_n$ - shu kuchlarning har biri alohida-alohida ta'sir etganda olgan tezlanishi (rasm-102)

(158)-tenglamani ikkala qismini nuqtaning massasiga ko'paytiramiz.

$$m\overline{\alpha} = m\overline{\alpha}_1 + m\overline{\alpha}_2 + m\overline{\alpha}_3 + ... + m\overline{\alpha}_n$$



133-Rasm

$$m\alpha = \overline{F}_1 + \overline{F}_2 + \overline{F}_3 + ... + \overline{F}_n$$

yoki $$m\alpha = \sum \overline{F}_k \qquad (159)$$

Klassik mexanika qonunlari o’rinli bo’lgan sanoq sistemasi inersial sistema deyiladi. Texnika masalalarini yechishda inersial sistema sifatida yer bilan bevosita bog’langan sistema olinadi.

Mexanik o’lchov birliklari sistemasi

Hamma mexanik kattaliklarni o’lchash uchun 3 ta asosiy o’lchov birliklarini kiritish yetarlidir. Bulardan ikkitasi uchun vaqt va uzunlik birliklari olinishi kinematika bo’limidan ma’lum. 3- o’lchov birligi sifatida massa yoki kuchning o’lchov birliklari olinadi.

Mexanikada bir-biridan farq qiluvchi ikkita turdagi birliklar sistemasi kiritiladi.

Birinchi tur birliklar sistemasi.

Halqaro SI birliklar sistemasining tarkibiy qismi bo’lgan MKS sistemasi keng qo’llaniladi. Bu sistemada asosiy o’lchov birliklari uchun quyidagi birliklar olinadi:

1. ***Uzunlik birligi – 1 metr (m)***
2. ***Massa birligi – 1 kilogramm (kg)***
3. ***Vaqt birligi – 1 sekund (sek)***

Qolgan barcha mexanik kattaliklarning birligi asosiy birliklardan hosilaviy birlik sifatida olinadi.

Masalan: kuch birligi uchun 1 n’yuton (N) qabul qilinadi. 1N=kgm/s^2, ya’ni 1kg massaga 1m/c^2 tezlanish beradigan kuch birligi 1N ga teng.

Ikkinchi tur birliklar sistemasi.

Texnik birliklar sistemasi deb ataluvchi MKGSS sistemasi ham qo’llaniladi. Bu sistemada asosiy o’lchov birliklari uchun quyidagi birliklar qabul qilinadi.

1. uzunlik birligi 1 metr (m)
2. kuch birligi – 1 kilogramm kuch (kgk)
3. vaqt birligi – 1 sekund- (sek)

Bu birliklar sistemasida massa birligi uchun bir texnik massa birligi (***t m b***) qabul qilingan

$$\mathbf{1}(\boldsymbol{t\ m\ b}) = \frac{1\hbar\langle\hbar}{``/\_^{2}}$$

1kgk=9,81n ***1n=0,102kgk***

Bundan tashqari quyidagi munosabatlar o'rinlidir:

1kgk=1tmb•1m/s²

1kgk=1kg•9,81 m/s²

Har qanday massani yechishda faqat bitta birliklar sistemasidan foydalanish kerak.

Moddiy nuqta harakatining Dekart koordinatalaridagi differensial tenglamalari.

Massasi ***t*** ga teng bo'lgan M nuqta $\overline{F}$ kuchi ta'sirida qo'zg'almas ***OXO'Z*** koordinatalar sistemasiga nisbatan harakatlanayotgan bo'lsin. $\overline{F}$ -nuqtaga qo'yilgan barcha kuchlarning teng ta'sir etuvchisi.

Nuqta dinamikasining asosiy tenglamasini yozamiz:

$$m\overline{\alpha} = \vec{F} \qquad (160)$$

$\overline{\alpha} = \dfrac{d\overline{\vartheta}}{dt} = \dfrac{d^2 r}{dt^2}$ bo'lgani uchun (160) formula quyidagicha yoziladi.

$$m\frac{d\overline{\vartheta}}{dt} = \overline{F}; \ (161) \qquad m\frac{d^2 r}{dt^2} = F \qquad (162)$$

(161) yoki (162) tenglamalar erkin moddiy nuqta harakati differensial tenglamasining vektorli ifodasi deyiladi.

(161) tenglamani koordinata o'qlariga proyeksiyalaymiz

$$m\frac{d\overline{V}_x}{dt} = \overline{F}_x; \qquad m\frac{d\overline{V}_y}{dt} = F_y, \qquad m\frac{d\overline{V}_z}{dt} = \overline{F}_z; \ (163)$$

bunda $\vartheta_x = \vartheta_y = \vartheta_z$ tezlik vektorining ***X,Y,Z*** o'qlaridagi proyeksiyasi

$$V_x = \frac{dx}{dt} = \dot{X}, \qquad V_y = \frac{dy}{dt} = \dot{Y}, \qquad V_z = \frac{dz}{dt} = \dot{Z}, (164)$$

F_x, F_y, F_z-***F*** kuchining ***X,Y,Z*** o'qlaridagi proyeksiyasi.

(163) formulaga nuqta harakatining Dekart koordinatalardagi differensial tenglamalari deyiladi.

(164) ni (163) ga qo'ysak quyidagi tenglamalar hosil bo'ladi.

$$m\frac{d^2 x}{dt^2} = \overline{F}_x; \qquad m\frac{d^2 y}{dt^2} = \overline{F}_y; \qquad m\frac{d^2 z}{dt^2} = \overline{F}_z; (165)$$

yoki $mx'' = F_x; \qquad my'' = F_y; \qquad mz'' = F_z;$ (165.1)

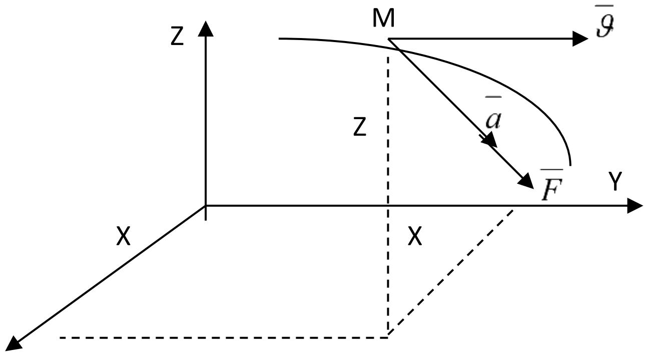
(165), (165.1) formulalar ham nuqta harakatining Dekart koordinatalardagi differensial tenglamalarini ifodalaydi. Agar nuqta bir tekislikda ***(XOU)*** tekisligida harakat qilsa, (165) tenglama quyidagicha yoziladi:

$$m\frac{d\bar{\vartheta}_x}{dt} = \bar{F}_x; \qquad m\frac{d\bar{\vartheta}_y}{dt} = \bar{F}_y; \qquad (166)$$

Agar nuqta to’g’ri chiziqli harakat qilsa (165) tenglama quyidagicha yoziladi

$$m\frac{d\bar{\vartheta}_x}{dt} = \bar{F}_x; \qquad (167)$$

(167) tenglamaga to’g’ri chiziqli harakatning differensial tenglamasi deyiladi.



134-Rasm

<u>Nuqta dinamikasining ikki asosiy masalasi.</u>

Moddiy nuqta dinamikasining birinchi asosiy masalasida nuqtaning massasi va harakat qonuni berilgan, nuqtaga ta’sir etuvchi kuchni topish o’rganiladi.

Nuqta dinamikasining ikkinchi masalasida nuqtaning massasi bilan unga ta’sir qiluvchi kuch berilgan nuqta harakatini vaqtni funktsiyasi shaklida aniqlash kerak.

Nuqtani massasi bilan harakat tenglamalari berilgan bo’lsin.

$$\mathbf{x = f_1(t), y = f_2(t), z = f_3(t)} \qquad (168)$$

Harakatni vujudga keltiruvchi kuchni proyeksiyalarini aniqlaymiz. Buning uchun berilgan tenglamalardan vaqt bo’yicha ikki matra hosila olamiz.

$$\frac{d^2x}{dt^2} = f_1''(t), \qquad \frac{d^2y}{dt^2} = f_2''(t); \qquad \frac{d^2z}{dt^2} = f_3''(t); \qquad (169)$$

Nuqta harakatining dekart koordinatalardagi differensial tenglamalariga qo'yamiz.

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = \overline{F}_x; \qquad m\frac{d^2y}{dt^2} = \overline{F}_y; \qquad m\frac{d^2z}{dt^2} = \overline{F}_z; \qquad (170)$$

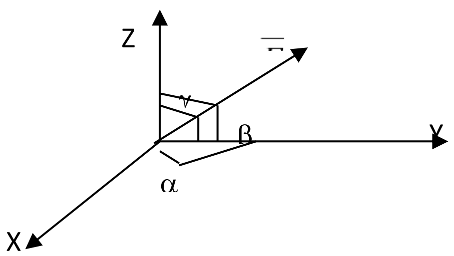
$$F_x = mf_1''(t); \qquad F_y = mf_2''(t); \qquad F_z = mf_3''(t); \quad (171)$$

Nuqtaga ta'sir etuvchi kuchning miqdori quyidagiga teng:

$$F = \sqrt{F_x^2 + \ \ F_y^2 + \ \ F_z^2} \qquad (172)$$

Nuqtaga ta'sir etuvchi kuchning yo'nalishi yo'nalsatiruvchi kosinuslar yordamida topiladi.

$$-os\alpha = \frac{F_x}{F}; \cos\beta = \frac{F_y}{F}; \cos\gamma = \frac{F_z}{F} \qquad (173)$$



135-Rasm

Bunda, α, β, γ- F kuch vektori bilan koordinata o'qlari orasidagi burchak.

Nuqta dinamikasining birinchi masalasiga doir masalalar yechish tartibi.

Nuqta dinamikasining birinchi asosiy masalasi quyidagi tartibda yechamiz.

1). Nuqta tezlanishining koordinata o'qlaridagi proyeksiyasi topiladi.

2). (163)–formula bilan nuqtaga ta'sir etuvchi kuchning koordinata o'qlaridagi proyeksiyasi topiladi.

3). (172), (173)- formulalar bilan nuqtaga ta'sir etuvchi kuchning miqdori va yo'nalishi topiladi.

Nuqta dinamikasining ikkinchi masalasini yechish.

Moddiy nuqta dinamikasining ikkinchi asosiy masalasida massasi va nuqtaga ta’sir etuvchi kuch berilganda nuqtaning harakat qonuni aniqlanadi.

Bu masalani yechishda nuqta harakatining differensial tenglamalarini har birini ikki martadan integrallaymiz. $\vartheta_y = \frac{dy}{dt} = \dot{Y},$ U holda

$$\begin{aligned} x &= f_1(t, c_1, c_2, ..., c_6), \\ y &= f_2(t, c_1, c_2, ..., c_6), \\ z &= f_3(t, c_1, c_2, ..., c_6) \end{aligned} \qquad (174)$$

(174) tenglama nuqta harakatining tenglamasini ifodalaydi.

Bunda **s_1, s_2,…, s_6** -ixtiyoriy o’zgarmas miqdorlar, bu o’zgarmas miqdorlarni topish uchun boshlang’ich shartlardan foydalanamiz.

Nuqtaning boshlang’ich paytidagi ***t=0*** holatini va tezligini ifodalovchi shartlar – boshlang’ich shartlar deyiladi.

Masalan; boshlang’ich shartlar quyidagicha yoziladi.

$$\mathbf{t=0} \qquad \begin{aligned} x &= x_0, \quad \vartheta_x = \vartheta_{0x} \\ y &= y_0, \quad \vartheta_y = \vartheta_{0y} \\ z &= z_0, \quad \vartheta_z = \vartheta_{0z} \end{aligned}$$

Nuqta harakatining differensial tenglamasini nuqtaga ta’sir etuvchi kuch bir vaqtda nuqta koordinatasiga, tezligiga va vaqtga bog’liq bo’lganda integrallash mumkin emas. Differensial tenglamani faqat quyidagi hollarning birida integrallash mumkin.

1)Nuqtaga ta’sir etuvchi kuch o’zgarmas bo’lsa, $\overline{F} = const$ (og’irlik kuchi)
2)Kuch vaqtning funktsiyasi bo’lsa, $\overline{F} = F(t)$ (tortish kuchi)
3)Kuch masofaning funktsiyasi bo’lsa, $\overline{F} = F(s)$ (elastiklik kuchi)
4)Kuch nuqta tezligining funktsiyasi bo’lsa, $\overline{F} = F(\vartheta)$ (qarshilik kuchi)

TAKRORLASH UCHUN SAVOLLAR

1. Dinamika bo’limi nimani o’rgatadi?
2. Asosiy tushuncha va ta’riflarni ayting.
3. Massa deb nimaga aytiladi?
4. Moddiy nuqta deb nimaga aytiladi?
5. Nuqta dinamikasining differensial tenglamasini yozing.
6. Dinamikaning birinchi masalasini qanday yechamiz?
7. Dinamikaning ikkinchi masalasini qanday yechamiz?
8. Boshlang’ich shartlar deb nimaga aytiladi?

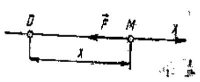
<u>10-ma’ruza:</u> Moddiy nuqtaning tebranma harakati. Moddiy nuqtaning erkin, so’nuvchi va majburiy tebranma harakati. Rezonans hodisasi.

REJA:

1. Nuqtani erkin tebranma harakati.
2. Erkin tebranma harakat differensial tenglamasi.
3. Erkin tebranma harakat tenglamasi.
4. Tebranish amplitudasi.
5. Tebranish davri.
6. Tebranish chastotasi va fazasi.
7. Nuqtani so’nuvchi tebranma harakati.

Nuqtaning erkin tebranma harakati tebranish amplitudasi fazasi, chastotasi va davri

Tabiat va texnikada tebranma harakatlar juda ko’p uchraydi. Har qanday inshoot eki mashinaning tarkibiga kiradigan barcha qismi ma’lum darajada elastik bo’lganidan tebranish qobiliyatiga egadir. M nuqtaning erkin tebranma harakatini tekshiramiz. Faraz qilaylik O nuqta M nuqtaning muvozanat holati bo’lsin. Nuqtani O nuqtadan x masofaga olib borib qo’yib yuborilganda u yana muvozanat holatiga kaytishi uchun intiladi. Nuqta hamma vaqt muvozanat holatiga qarab yo’nalgan kuch ta’sirida bo’lsin. Bunday kuchga qaytaruvchi kuch deyiladi.
M nuqta harakatining tenglamasini aniqlaymiz. Buning uchun O nuqtani koordinata boshi qilib x o’qini o’tkazamiz.



Qaytaruvchi kuch modulini topish formulasi
F=cx bunda
F - qaytaruvchi kuch

s - proportsionallik koeffitsienti s ni birligi kg/sm, g/sm
x - nuqtaning muvozanat holatidan chetga chiqish masofasi
Qaytaruvchi kuchni x o'qidagi proyeksiyasi
x=-F   x=-cx
(-) ishora qaytaruvchi kuchni tezlikka teskari yo'nalishini bildiradi.
M nuqta harakatining differensial tenglamasini tuzamiz.

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -F \qquad m\frac{d^2x}{dt^2} = -cx$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{cx}{m} = 0$$

$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{cx}{m} = 0 \qquad \frac{c}{m} = k^2$ - bilan belgilaymiz.

$\frac{d^2x}{dt^2} + k^2x = 0$ eki x+k^2x = 0 (1)

(1) - formula erkin tebranma harakatning differensial tenglamasi.
(1) - umumiy yechimini topamiz. Buning uchun harakteristik tenglama tuzamiz
$r^2 + k^2 = 0$ (2)
(2) - tenglama (1)ni harakteristik tenglamasi
$r^2 = - k^2 \qquad r_{1?2} = \pm\sqrt{-k^2} = \pm ki$
$r_1 = ki \qquad r_2 = - ki$
Differensial tenglamalarning nazariyasiga asosan (1)ni umumiy yyechish quyidagicha
x = $s_1$cos kt + $c_2$sin kt   (3)
Bu erda S_1S_2 ixtiyoriy o'zgarmas miqdorlar: S_1 va S_2 larni topish uchun boshlang'ich shartlar berilishi kerak.
t=0 x=x_0 V=V_0
(3) dan vaqt bo'yicha hosila olamiz.
V=x = -$c_1$ksinkt = $c_2$kcoskt   (4)
(4) bilan erkin tebranma harakatdagi (.)ning tezligi topiladi
t=0 va x=x_0 larni (3)ga qo'yamiz, u holda c_1=x_0
t=0 va V=V_0 larni (4) qo'yamiz.
V_0=c_2k
s_1 va s_2 larni qiymatlarini 3 ga qo'yamiz.

$x = x_0 \cos\kappa t + \frac{\upsilon_0}{\kappa}\sin\kappa t$ (5)

(5) - tenglama ham M nuqtaning harakat tenglamasi bo'ladi.
(3)ni boshqacha ko'rinishga keltiramiz.
s_1 va s_2 larni o'rniga a va α kichik o'zgarmas miqdorlarni kiritamiz. bo'lar orasida quyidagicha bog'lanish bor.
s_1 = a sinα
s_2 = a cosα   (6)
(6)ni (3)ga qo'yib quyidagini hosil qilamiz.
x = a sinα conkt + a conα sinkt
x = a sin(kt+α)

(7) ham (1)ning yechimi bo’la oladi.
(7) - formula fizikadan ma’lumki nuqtani garmonik tenglamasidir.
Demak qaytaruvchi kuch ta’sirida nuqta garmonik tebranishga egadir.
a - tebranish amplitudasi
Nuqtani muvozanat holatidan eng katta masofaga og’ishiga nuqtaning amplitudasi deyiladi
kt+α tebranish fazasi
Tebranish fazasi nuqtaning t vaqtdagi vaziyatini va qaysi tomonga qarab harakat qilishini ko’rsatadi
K - siklik chastota (doiraviy takrorlik)
K nuqtaning 2π sekundda to’la tebranishlar sonini ko’rsatadi
Nuqtani to’la bir marta tebranish uchun ketgan vaqtga tebranish davri deyiladi

$$T = \frac{2\pi}{\kappa} \quad \kappa = \sqrt{\frac{c}{m}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{c}{m}}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{c}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{c}} \qquad (8)$$

(8) tebranish davrini topish formulasi
a bilan (a) ni aniqlaymiz
Buning uchun (6) dan foydalanamiz

$$c_1^2 + c_2^2 = a^2$$

$$a = \sqrt{c_1^2 + c_2^2}$$

c_1 va c_2 larning qiymatini qo’yamiz

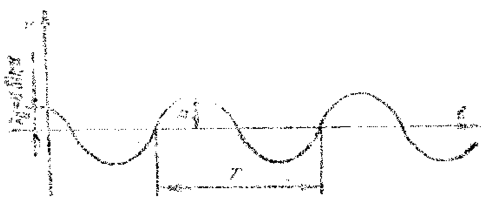
$$a = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{\vartheta_0}{\kappa}\right)^2} \qquad (9)$$

(9) - erkin tebranish amplitudasini topish formulasi
(6)ni bir biriga bo’lamiz

$$\frac{c_1}{c_2} = tg\alpha$$

$$tg\alpha = \frac{\kappa x_0}{\vartheta_0} \qquad (10)$$

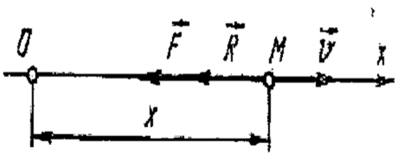
bunda α - boshlang’ich faza
(10)bilan α ni aniqlaymiz
(7)ni grafigini chizamiz



Qaytaruvchi kuch ta’siridagi nuqtani qilgan tebranma harakatiga erkin tebranma harakat deyiladi.

Nuqtaning so’nuvchi tebranma harakati. Sunish dekrementi. Aperiodik harakat.

M nuqta to’g’ri chiziqli harakat qiladi. Bu nuqtaga F qaytaruvchi kuch va R qarshilik kuchi ta’sir qiladi. M nuqta harakatining differensial tenglamasini tuzamiz. Buning uchun M nuqta muvozanat holatini koordinata boshi deb olamiz.



Qaytaruvchi kuchni moduli F = cx

s - proportsionallik koefitsienti

Qaytaruvchi kuchni moduli $R = \mu\vartheta$

μ - koefitsient

ϑ - nuqtani tezligi

Qarshilik kuchining yo’nalishi tezlikka teskari bo’ladi

$R = -\mu\vartheta$; $R = -\mu x$

M nuqtaga ta’sir etuvchi kuchlarning proyeksiyalarining yig’indisi

$x = -F - R = -cx - \mu\vartheta$

M nuqta harakatining differensial tenglamasini tuzamiz

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -cx - \mu\vartheta$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + cx + \mu\vartheta = 0$$ m ga bo’lamiz

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{c}{m}x + \frac{\mu}{m}\vartheta = 0 \qquad \frac{c}{m} = \kappa^2 \qquad \frac{\mu}{m} = 2b$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2b\vartheta + \kappa^2 x = 0 \text{ eki } \quad \ddot{x} + 2b\dot{x} + \kappa^2 x = 0 \quad (1)$$

(1) - formulasi so’nuvchi tebranma harakatning differensial tenglamasi

(1)ni umumiy yechimini topamiz

Buning uchun harakteristik tenglama tuzamiz

$\lambda^2 + 2b\lambda + \kappa^2 = 0$ (2)

(2) - formula (1)ni harakteristik tenglamasi. (2)ni yechamiz.

$$\lambda_{1,2} = -b \pm \sqrt{b\ \ -\kappa^2}$$

$$\lambda_1 = -b + \sqrt{b^2 - \kappa^2}$$

$$\lambda_2 = -b - \sqrt{b^2 - \kappa^2}$$

λ_1, λ_2 (2) - tenglamani ildizlari bo’ladi

Endi quyidagi holni ko’rib chiqamiz

1 - Hol. k>v (qarshilik kuchi kichik bo’lgan hol).

Bu holda harakteristik tenglama ildizlari quyidagicha bo'ladi

$\lambda_1 = -b + \sqrt{-\left(\kappa^2 - b^2\right)} \quad \kappa^2 - b^2 = \kappa_1^2$

$\lambda_1 = -b + \sqrt{-\kappa_1^2} = -b + \kappa_1^2$

$\lambda_1 = -b + \kappa i$

$\lambda = -b - \kappa_1 i$

Harakteristik tenglamani ildizlariga qarab (1)ni umumiy yechilishi yozamiz

$x = e^{-bt}\left(c_1 \cos\kappa_1 t + c_2 \sin\kappa_1 t\right)$ (3)

(3) - formulasi (1)ning umumiy yechimi bo'ladi

c_1 va c_2 ixtiyoriy o'zgarmas miqdorlar

Bu o'zgarmas miqdorlarni topish uchun boshlang'ich shartlar berilgan bo'lishi kerak. Boshlang'ich momentdagi nuqta koordinatasiga va uning boshlang'ich tezligiga boshlang'ich shartlar deyiladi.

$t = 0 \quad x = x_0 \quad \vartheta = \vartheta_0$

(3) - tenglamadan vaqt bo'yicha hosila olib nuqta tezligini topamiz.

$\vartheta_x = \dfrac{dx}{dt} = -be^{-bt}\left(c_1 \cos\kappa_1 t + c_2 \sin\kappa_1 t\right) + e^{-bt}\left(-c_1\kappa_1 \sin\kappa_1 t + c_2\kappa_1 \cos\kappa_1 t\right)$ (4)

(4) bilan nuqta tezligi topiladi

$t = 0 \quad x = x_0$ larni (3)ga qo'yamiz $c_1 = x_0$

$t = 0 \quad \vartheta = \vartheta_0$ larni (4)ga qo'yamiz u holda

$\vartheta_0 = -bc_1 + c_2\kappa_1$ bundan

$c_2 = \dfrac{\vartheta_0 + bc_1}{\kappa_1} = \dfrac{\vartheta_0 + bx_0}{\kappa_1}$

c_1 va c_2 larni qiymatini (3) ga qo'yamiz

$x = e^{-bt}\left(x_0 \cos\kappa_1 t + \dfrac{\vartheta \;+ bx_0}{\kappa_1} \sin\kappa_1 t\right)$ (5)

(5) formula M nuqta harakatning tenglamasini ifodalaydi

$\vartheta_0 = 0$ bo'lsa

$x = x_0 e^{-bt}\left(\cos\kappa_1 t + \dfrac{b}{\kappa_1} \sin\kappa_1 t\right)$ ko'rinishni oladi.

(3) ni boshqacha ko'rinishga keltiramiz.

c_1 va c_2 larni o'rniga a va α kichik o'zgarmas miqdorlarni kiritamiz.

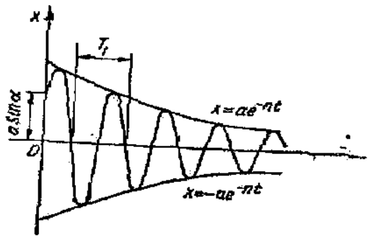
$c_1 = a\sin\alpha$

$c_2 = a\cos\alpha$ (6)

(6) ni (3) ga qo'yamiz.

$x = ae^{-bt} \sin\left(\kappa_1 t + \alpha\right)$ (7)

$t \to \infty \quad e^{-bt} \to 0$



$t \to \infty \quad x \to 0$ ya'ni harakat so'nadi.
(7) tenglama so'nuvchi tebranma harakat tenglamasi.
Matematikadan ma'lumki

$$|\sin(\kappa_1 t + \alpha)| \le 1 \qquad x = ae^{-bt}$$

$$|x| \le \left|ae^{-bt}\right| \qquad x = -ae^{-bt}$$

T so'nuvchi tebranma harakatning davri

$$T = \frac{2\pi}{\kappa_1}; \qquad T = \frac{2\pi}{\sqrt{\kappa^2 - b^2}}$$

A so'nuvchi tebranma harakat amplitudasi

$$A = ae^{-bt}$$

t_1 vaqtdagi amplituda A_1 ga teng

$$A_1 = ae^{-bt}$$

$t_1 + T$ vaqtdagi amplituda

$$A_2 = ae^{-b(t_1+T)} = ae^{-bt} \cdot e^{-bt} = A_1 e^{-bt} \cdot A_2 = A_1 e^{-bt}$$

$t_1 + 2T$ vaqtdagi amplituda

$$A_3 = A_2 e^{-bt}$$

Demak,

$$A_1 = ae^{-bt_1}$$

$$A_2 = A_1 e^{-bT_1}$$

$$A_3 = A_2 e^{-bT_1}$$

$$A_n = A_{n-1} e^{-bT_1}$$

Demak so'nuvchi tebranma harakat amplitudasi kamayib boruvchi geometrik progressiyani tashkil qiladi.
Bu progressiya maxrajiga so'nish dekrementi deyiladi.
$D = e^{-b*t}$ sunish dekrementi
v>k (qarshilik kuchi katta bo'lgan hol)
2 - Hol

$$\ln D = \ln e^{-bT_1} = -bT_1 \ln e = -bT_1 * 1 = -bT_1$$

$$\ln D = -bT_1$$

Bu holda harakteristik tenglama ildizlari haqiqiy son bo'ladi

$$b^2 - k^2 = z^2$$

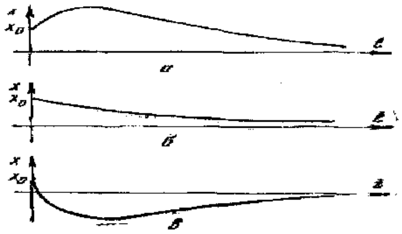
$$\lambda_1 = -b + r = -(b - r)$$

$$\lambda_2 = -b - r = -(b + r)$$

(1) - tenglamani (2)- hol uchun umumiy yechimi quyidagicha bo'ladi

$$x = c_1 e^{-(b-r)t} + c_2 e^{-(b+r)t} \quad (8)$$

$t \to \infty \quad x \to 0$ ga intiladi (8)ni grafigi quyidagicha bo'ladi



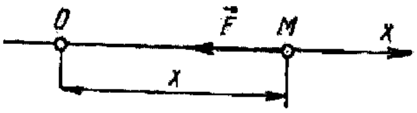
Qarshilik kuchi katta bo'lgan holda nuqta aperiodik harakat qiladi

3 - Hol v= k bo'lsa $\lambda_1 = \lambda_2 = -b$

Xarakteristik tenglamaning ildizlari bir biriga teng bo'ladi. Bu holda ham nuqta aperiodik harakat qiladi

Nuqtaning majburiy tebranma harakat. Rezonans hodisasi.

Massasi m ga teng bo'lgan M nuqta to'g'ri chiziqli harakat qiladi. Bu nuqtaga F qaytaruvchi kuch va Q kuchi ta'sir qiladi. Q kuchini x o'qidagi proyeksiyasi quyidagiga teng.



12 – rasm.

$Q_x = H \sin pt$

Q - uyg'otuvchi kuch bu kuch davriy ravishda miqdor va yo'nalishini o'zgartirib turadi.

N - uyg'otuvchi kuch amplitudasi

p - uyg'otuvchi kuch chastotasi

M nuqta harakat tenglamasini topish kerak. Qaytaruvchi kuchni moduli

F = cx

M nuqtaga ta'sir qiluvchi kuchlarning x o'qidagi proyeksiyalarining yig'indisi

$x = Q_x - F_x = H \sin pt - cx$

M nuqta harakatining differensial tenglamasini aniqlaymiz.

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = H \sin pt - cx$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{c}{m}x = \frac{H}{m}\sin pt$$

$\frac{c}{m} = \kappa^2; \ \frac{H}{m} = h$ deb belgilaymiz.

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \kappa^2 x = h\sin pt \quad (1)$$

(1)-formula majburiy tebranma harakatining differensial tenglamasini ifodalaydi. (1)ni umumiy yechimining quyidagi ko'rinishda yozamiz.

$x = x_1 + x_2$ bunda

x_1 (1)ning chap tomonining umumiy yechimi ya'ni,

$\frac{d^2x}{dt^2} + \kappa^2 x = 0$ ning yechimi

$$x_1 = c_1 \cos\kappa t + c_2 \sin\kappa t$$

x_2 (1)ning xususiy yechimi.

x_2 ni quyidagi ko'rinishda yozamiz

$x_2 = B\sin pt$ (2)

V koeffitsient V ni topish uchun (2)dan vaqt bo'yicha hosila olamiz.

$\dot{x}_2 = Bp\cos pt$

$\ddot{x}_2 = -Bp^2 \sin pt$ (3)

(2) va (3)ni (1)ga qo'yamiz

$-Bp^2 \sin pt + \kappa^2 B\sin pt = h\sin pt$

sin pt ga qisqartiramiz

$-Bp^2 + \kappa^2 B = h$

$B(\kappa^2 - p^2) = h$

$$B = \frac{h}{\kappa^2 - p^2}$$

B ni qiymatini (2)ga qo'yamiz

$$x_2 = \frac{h}{\kappa^2 - p^2} sinpt$$

$$x = c_1 \cos\kappa t + c_2 \sin\kappa t + \frac{h}{\kappa^2 - p^2}\sin pt \quad (4)$$

(4) - nuqta harakat tenglamasidir

(4)dan vaqt bo'yicha bir marta hosila olamiz va nuqtaning tezligini topamiz

$$\frac{dx}{dt} = \vartheta = -c_1\kappa \sin\kappa t + c_2 k\cos kt + \frac{hp}{k^2 - p^2}\cos pt \quad (5)$$

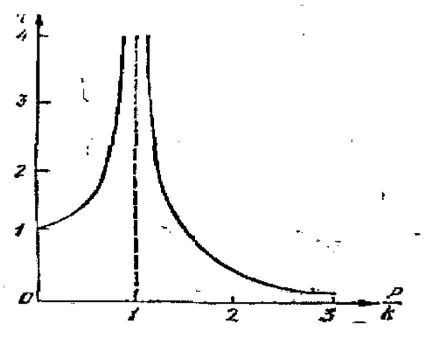
Nuqta uyg'otuvchi kuch ta'sirida murakkab tebranma harakat qiladi. Bu harakatning birinchi qismi erkin (2)-qismi esa majburiy harakatda bo'ladi.

$$x_2 = \frac{h}{k^2 - p^2}\sin pt \quad (6)$$

P=k bo'lsa

$$B = \frac{h}{o} = \infty$$

$B = \infty$ bo'lsa rezonans hodisasi ro'y beradi. erkin tebranma harakat chastotasi majburiy tebranma harakat chastotasiga teng bo'lgan hol rezonans hodisasi deyiladi. Majburiy tebranma harakat amplitudasining grafigi quyidagicha bo'ladi.



13 – rasm.

$$B=\frac{h}{k^2-p^2};\quad B\frac{\frac{h}{k^2}}{1-\frac{p^2}{k^2}};\qquad D_0=\frac{h}{k^2}$$

$$B=\frac{P_0}{1-\left(\frac{p}{k}\right)^2};\quad \frac{B}{P_0}=\frac{1}{1-\left(\frac{p}{k}\right)^2}$$

$\frac{B}{P_0}=\eta$; η - dinamik koeffitsient

$\frac{p}{k}=0$ eki $p=0$ $\eta=1$ ga teng bo'ladi.

$\frac{p}{k}=1$; $p=k$ $\eta=\infty$

Uyg'otuvchi kuchni takrorligi *R=0, R=K* gacha o'zgarsa dinamik koeffitsient 1 dan ∞ gacha ortadi.

TAKRORLASH UCHUN SAVOLLAR.

1. Nuqta qanday kuch ta'siridla erkin tebranma harakat qiladi?
2. Nuqta erkin tebranma harakatining differensial tenglamasinin yozing?
3. Erkin tebranma harakat tenglamasini yozing? Uning grafigini chizing?
4. Erkin tebranma harakatning davri qaysi formula bilan aniqlanadi?
5. Erkin tebranma harakat amplitudasi qaysi formula bilan topiladi?
6. Erkin tebranma harakatning chastotasi davri, amplitudasi va boshlang'ich fazasi qanday faktorlarga bog'liq?

11-ma'ruza: Mexanik sistema. Mexanik sistema dinamikasi. Mexanik sistema va uning nuqtalariga ta'sir qiluvchi kuchlar. Sistemaning massalar markazi. Mexanik sistema massalar markazining harakati haqidagi teorema. Inersiya momentlari.

REJA:

1. Mexanik sistema.
2. Tashqi va ichki kuchlar.
3. Ichki kuchlaring xossalari.
4. Sistemani massasi.
5. Massalar markazi va uning koordinatalari.
6. Qattiq jismning o'qqa nisbatan inertsiya momenti va inertsiya radiusi.

Bizga bir nechta nuqtalar (jismlar) to'plami berilgan bo'lsin. Agar bu to'plamdagi har bir nuqtaning (jismning) harakati boshqalarning harakatiga va vaziyatiga bog'liq bo'lsa, bunday nuqtalar (jismlar) to'plamiga mexanik sistema deyiladi.

Masalan: avtomashina, krivoship shatun mexanizmi, quyosh sistemasi va absolyut qattiq jismlar misol bo'ladi.

Demak sistemani tashkil qiluvchi jismlar doimo bir-biriga ta'sir qilishi shart.

Sistemaga ta'sir qiluvchi kuchlar

Sistemadagi jismlar fazoda ixtiyoriy tamonga qarab harakat qila olsa, bunday sistemaga erkin sistema deyiladi.

Masalan: Quyosh sistemasi.

Sistemadagi jismlar harakati cheklangan bo'lsa bunday harakatdagi sistema – erksiz sistema deyiladi.

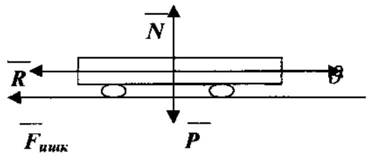
Har qanday mashina yoki mexanizm bog'lanishdagi sistemaga misol bo'la oladi. Bog'lanishning sistemadagi jismlarga ko'rsatadigan ta'siriga – reaksiya kuchi deyiladi. erkin va erksiz sistemaga ta'sir qiluvchi kuchlarni ikki guruhga ajratamiz :

1.Tashqi kuchlar

2.Ichki kuchlar

Sistema tarkibiga kirmagan jismlarning bir – biriga ko'rsatadigan ta'siriga tashqi kuchlar deyiladi.

Masalan: Avtomobilni(gorizontal yo'ldagi) biror sistema deb qarasak, avtomobilga ta'sir qiluvchi kuch – yerning tortish kuchi havoning qarshiligi, ishqalanish kuchi va yerning normal reaksiya kuchi tashqi kuchlarga misol bo'ladi .(rasm-103)



14-rasm.

Gazlarning porshenga, shatunning valga ta'siri ichki kuchlarga misol bo'ladi.

$\overline{\mathbf{F}}^{\mathbf{e}}$ – tashqi va ichki kuchlar
$\overline{\mathbf{F}}^{\mathbf{i}}$

Ichki kuchlarning asosiy xossalari bilan tanishamiz:

Ichki kuchlar bosh vektori va bosh momentining nolga tengligi.

Sistemaga ta'sir qiluvchi ichki kuchlar ikki xossaga ega:

I Xossa : Sistemaga ta'sir qiluvchi barcha ichki kuchlarning geometrik yig'indisi (bosh vektori) nolga teng.

Isbot: Bizga ***n*** ta nuqtadan iborat sistema berilgan bo'lsin. SHu sistemada ixtiyoriy M_1 va M_2 nuqtalarni olamiz. N'yutonning III-qonuniga asosan bu nuqtalar bir-biriga modullari jihatidan teng bo'lgan va teskari tomonga yo'nalgan kuch bilan (M) ta'sir qiladi . M_1 nuqta M_2 nuqtaga $\mathbf{F_1}$ kuch bilan M_2 nuqta esa M_1 ***nuqta***ga F_2 kuch bilan ta'sir qiladi (rasm-104)

$$F_1^i = F_2^i; \overline{F}_1^i = -\overline{F}_2^i; \quad \overline{F}_1^i + \overline{F}_2^i = 0; \qquad (177)$$

(177) ni sistemadagi har bir nuqta uchun yozib qo'shib chiqsak quyidagi hosil bo'ladi: $\sum \overline{F}_k^i = 0$ (178)

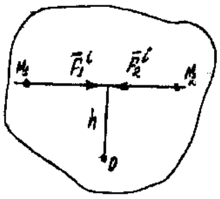
(178)ni ***OX*** o’qiga proyeksiyalasak ;

$$\sum X_k^i = 0$$

ya’ni, ichki kuchlarning ixtiyoriy ukdagi proyeksiyalarning yig’indisi nolga teng .

II –Xossa : Sistemadagi ichki kuchlardan ixtiyoriy nuqtaga nisbatan olingan momentlarning yig’indisi ham (bosh moment) nolga teng .

Moment olsak (15-rasm)



15-rasm.

$$m_0(\overline{F}_1^i) = -\overline{F}_1^i h$$
$$m_0(\overline{F}_2^i) = -\overline{F}_2^i h = \overline{F}_2^i h$$
$$m_0(\overline{F}_1^i) + m(\overline{F}_2^i) = 0$$

(179) ni har bir nuqta uchun yozib hadma- had qo’shsak quyidagi hosil bo’ladi.

$$\sum m_0(\overline{F}_k^i) = 0 \qquad (180)$$

bu xossalardan ichki kuchlar o’zaro muvozanatlashadi degan xulosaga kelish mumkin emas, chunki ichki kuchlar sistemadagi har bir jismga qo’yilgan. Demak ichki kuchlar ta’sirida sistemadagi jismlar bir-biriga nisbatan harakat qiladi. Yer bilan quyoshni bitta sistema deb qarasak bo’ladi.

Sistemaning massasi, massalar markazi va uning koordinatalari.

Sistemadagi nuqtalarning yoki jismlarning massalar yigidisiga sistemaning massasi deyiladi.

$$M = m_1 + m_2 + ... + m_n = \sum m_k \qquad (181)$$

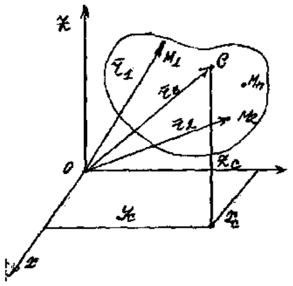
M- sistemaning massasi.

$\boldsymbol{m_1, m_2, \dots, m_n}$- sistemadagi nuqtalarning massasi.

Bizga massalari $\boldsymbol{m_1, m_2, \dots, m_n}$ ga teng bo’lgan nuqtalardan tuzilgan sistema berilgan.

Nuqtalarning radius vektori. (rasm-10). Vaziyati radius vektori bilan aniqlanadigan geometrik S nuqta sistemaning massalar markazi yoki inertsiyalar markazi deyiladi.

$$\bar{r}_c = \frac{\Sigma m_k g_k}{M} \qquad (182)$$



16-rasm.

(183) ni koordinata o’qlariga proyeksiyalaymiz;

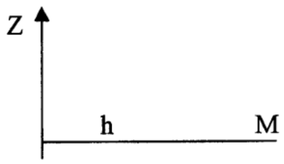
$$X_c = \frac{\Sigma m_k X_k}{M}$$
$$Y_c = \frac{\Sigma m_k Y_k}{M} \qquad (184)$$
$$Z_c = \frac{\Sigma m_k Z_k}{M}$$

bunda ***Xs, Us, Zc,***- lar massalar markazining koordinatalari bilan topiladi. Massalar markazi sistemadagi massalarning joylashishini xarakterlaydi. Agar sistema ikkita nuqtadan iborat bo’lsa, (184) quyidagiga teng;

$$X_c = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$
$$Y_c = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2}{m_1 + m_2} \qquad (185)$$
$$Z_c = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2}{m_1 + m_2}$$

Qattiq jismning o’qqa nisbatan inertsiya momenti va inertsiya radiusi.
Bizga ***Z*** o’qi va massasi ***m*** ga teng bo’lgan ***M*** nuqta berilgan bo’lsin. ***h-M*** nuqtadan ***Z*** o’qqacha bo’lgan masofa.

Nuqtaning massasi bilan shu nuqtadan o’qqacha bo’lgan masofa kvadrati ko’paytmasiga o’qqa nisbatan nuqtaning inertsiya momenti deyiladi.
mh- ***nuqtaning o’qqa nisbatan inertsiya momenti deyiladi.***



Ta'rif: jismning biroh o'qqa nisbatan inertsiya momenti jismdagi barcha nuqtalarning shu o'qqa nisbatan olingan inertsiya momentlarining yig'indisiga teng;

$$I_Z = m_1 h_1^2 + m_2 h_2^2 + ... + m_n h_n^2 = \sum mh$$

I_z= jismning inertsiya momenti jismdagi masofaning joylashishini xarakterlaydi. Inertsiya momentining musbat skalyar kattalik. Inertsiya momentining birligi ***kgm²*** Jismning o'qqa nisbatan inertsiya momentini quyidagi formula bilan hisoblash mumkin.

$$\boldsymbol{I_z = m\rho_z^2} \qquad (186)$$ bunda

m- massa

p –jismning inertsiya radiusi.

Jismning massasi tuplangan nuqtadan o'qqacha bo'lgan masofaga inertsiya radiusi deyiladi.

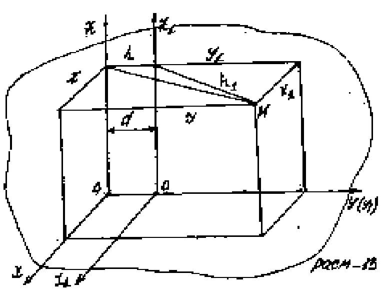
$$\rho_я = \sqrt{\frac{I_z}{m}} \qquad (187)$$

Paralel o'qlarga nisbatan inertsiya momenti haqidagi teorema.

Jismning har xil o'qlarga nisbatan inertsiya momenti har xil bo'ladi.

Z va ***Z*** o'qlarga nisbatan inertsiya momenti quyidagiga teng.

$$Y_z = \sum mh^2 \quad Y_{z_1} = \sum mh_1^2 \qquad (188)$$



Jism berilgan bo'lsin. Jismda ixtiyoriy ***M*** nuqtani olamiz (rasm–106)

Jismning massalar markazini koordinata boshi qilib olamiz. $\mathbf{Z_1}$ **//** $\mathbf{Z}$ o'qiga $\mathbf{X_1}$ **//** $\mathbf{X}$ bo'lsin. ***x,y,z*** ***M*** nuqtani ***cxyz*** sistemadagi koordinatalari. Bu koordinatalar orasidagi bog'lanishni quyidagicha yozamiz.

$x = x_1; \quad y = d + y_1$ bundan $y_1 = y - d$

h va $\boldsymbol{h_1}$ lar ***M*** nuqtadan ***z*** va $\boldsymbol{z_1}$ o'qlarigacha bo'lgan masofalar.

Rasmdan $\boldsymbol{h^2 = x^2 + y^2}$ $\boldsymbol{h^2 = x^2 + y^2}$ qiymatlarini qo'ysak

$$h_1^2 = x^2 + (y-d)^2 = x^2 + y^2 - 2dy + d^2 = h^2 - 2dy + d^2. \quad (189)$$

$$I_{z_1} = \sum m h_1^2 \quad (190)$$

(189) ni (190) ga qo'yamiz. U holda

$$I_{z_1} = \sum m(h^2 - 2dy + d^2) = \sum mh^2 - 2d\sum my + d^2\sum m$$

$\sum mh^2 = Y_z$ jismni ***Z*** o'qiga nisbatan inertsiya momenti $\sum m = M$ jismning massasi.

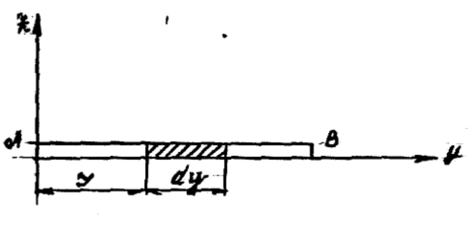
S nuqta koordinata boshi bo'lganligi uchun uning koordinatasi 0 ga teng bo'ladi.

$$Y_c = 0; Y_c = \frac{\sum my}{M}; \sum my = MY_c \quad \sum my = 0; I_{z_1} = I + Md^2 \quad (191)$$

(191) formula parallel o'qlarga nisbatan inertsiya momenti haqidagi formulani ifodalaydi.
Teorema: Massalar markazidan utuvchi o'qqa parallel bo'lgan biror o'qqa nisbatan inertsiya momenti massalar markazidan o'tgan o'qqa nisbatan hisoblangan inertsiya momenti bilan jism massasining shu o'qlar oralig'i kvadrati ko'paytmasi yig'indisiga teng.

Sterjenning inertsiya momenti.

Massasi ***m*** ga, uzunligi ***l*** ga teng bo'lgan bir jinsli ingichka sterjenning biror uchidan utib sterjennga perpendikulyar bo'lgan o'qqa nisbatan inertsiya momenti hisoblansin:



Sterjendan elementar bo'lakcha olamiz. elementar bo'lakcha massasi

$dm = \gamma dy$

$\gamma -$ bir birlik uzunlik massasi yoki zichligi

$$I_z = \int_0^\ell h^2 dm = \int_0^\ell y^2 \gamma dy = \gamma \int_0^\ell y^2 dy = \gamma \frac{y^3}{3} \Big|_0^\ell = \gamma \frac{\ell^3}{3}$$

Sterjenning massasi $m = \gamma\ell$

$$\gamma = \frac{m}{\ell}; I_z = \frac{m\ell^2}{3} \quad \text{yoki} \quad I_A = \frac{m\ell^2}{3} \qquad (192)$$

Sterjenning og'irlik markazidan o'tgan o'qqa nisbatan inertsiya momentini hisoblaymiz. Buning uchun parallel o'qlarga nisbatan inertsiya momenti haqidagi teoremadan foydalanamiz.

Buning uchun paarllel o'qlarga nisbatan inertsiya momenti haqidagi teoremadan foydalanamiz.

$$I_z = I_{z_1} + m(\frac{\ell}{2})^2; \qquad \frac{m\ell^2}{3} = I_{z_1} + \frac{m\ell^2}{4} -$$

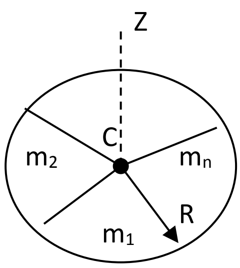
$$Y_{z_1} = \frac{ml^2}{3} - \frac{ml^2}{4} = \frac{ml^2}{12} \quad \text{Demak,} \quad Y_{z_1} = \frac{ml^2}{12} \qquad (193)$$

Halqaning inertsiya momenti

Massasi Mga radiusi R ga teng bo'lgan halqaning markazga nisbatan inertsiya momenti hisoblansin. Halqaning massalari m_1, $m_2 \ldots m_n$ ga teng bo'lgan bo'lakchalarga bo'lamiz.

$$J_{C_Z} = m_1R^2 + m_2R^2 + m_3R^2 + \ldots + m_nR^2 = R^2(m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_n)$$

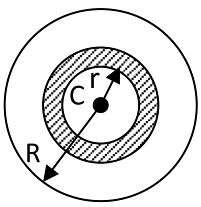
$$J_{CZ} = MR^2$$

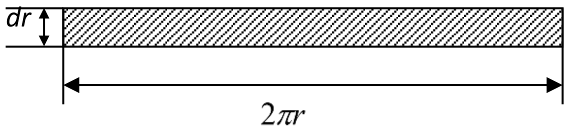


Doiraviy diskning inertsiya momenti.

Massasi M ga radiusi R ga teng bo'lgan doiraviy diskning markazga nisbatan inertsiya momenti hisoblansin.

Diskdan radiusi r va kalinligi dr bo'lgan halqa olamiz.





Halqani massasi *dm=γdF,* bunda *γ-1 kv* birlik yuza massasi, *dF*-elementar yuza.

Halqani uzib cho'zsak sterjenga uxshab qoladi.

$$dF = 2\pi r dr \quad dm = \gamma 2\pi r dr$$

$$J_{CZ} = \int_V h^2 dm = \int_0^R r^2 2\pi r \gamma dr = 2\pi\gamma \int_0^R r^3 dr = 2\pi\gamma \frac{r^4}{4} \Big|_0^R = \frac{\pi\gamma R^4}{2}$$

$$m = \gamma\pi R^2 \qquad \gamma = \frac{m}{\pi R^2} \qquad J_{CZ} = \frac{MR^2}{2}$$

TAKRORLASH UCHUN SAVOLLAR.

1. Mexanik sistema deb nimaga aytiladi?
2. Tashki kuch nima?
3. Ichki kuch nima?
4. Aktiv va reaksiya kuchi deb nimag aytiladi?
5. Sistemaning massasi nima?
6. Massalar markzaning koordinatasi kandjay aniqlanadi?
7. Qattiq jismning o'qqa nisbatan inertsiya momenti deb nimaga aytiladi?
8. Inertsiya radiusi qanday topiladi?
9. Parallel o'qlarga nisbatan inertsiya momenti haqidagi teoremani ta'riflang?
10. Sterjen, halqa va doiraviy diskning inertsiya momenti qanday aniqlanadi?

<u>12-ma'ruza:</u> Dinamikaning umumiy teoremalari.Moddiy nuqta uchun dinamikaning umumiy teoremalari. Kuchning bajargan ishi va quvvati. Nuqta va mexanik sistema kinetik energiyasining o'zgarishi haqidagi teorema. Kuch impul'si. Nuqta va sistema harakat miqdori va uning o'zgarishi   haqidagi teorema.Nuqta va sistema kinetik momentining o'zgarishi haqidagi teorema

REJA:

1. Kuchni elementar ishi
2. Kuchni to'la ishi.Quvvat.
3. Nuqta va sistema kinetik energiyasi
4. Kuch impul'si.
5. Nuqta va sistema harakat miqdori
6. Nuqta va sistema kinetik momenti

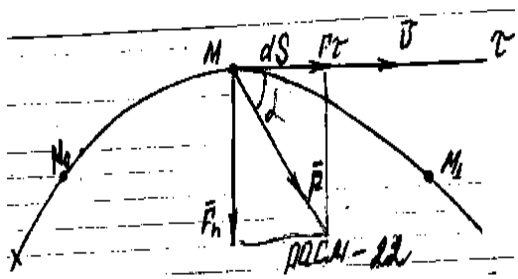
KUCHNING ELEMENTAR VA TO'LA ISHI.

Kuchni biror yo’lda jismga ko’rsatadigan ta’sirini xarakterlash uchun kuchning ishi degan tushuncha kiritiladi. M nuqta ***F*** kuchi ta’sirida egri chiziqli traektoriya bo’yicha harakatlanib $\boldsymbol{M_0}$ dan $\boldsymbol{M_1}$ gacha kelsin. (107-rasm)

$\bar{F}$ kuch o’zgaruvchan $\bar{F}$ kuchining $\boldsymbol{M_0M_1}$ yo’ldagi (rasm-107) ishini aniqlash kerak. Buning uchun $\boldsymbol{M_0M_1}$ yo’lni elementar bo’laklarga bo’lish kerak. elementar bo’laklarda kuchlarning bajargan ishlarining yig’indisi kuchning MM yo’ldagi ishi bo’ladi.

Bunda ***ds-M₁*** urinma ustida joylashgan cheksiz kichik elementar bo’lakcha.

Kuchning chekchiz kichik elementar siljishda bajargan ishiga kuchning elementar ishi deyiladi.



107-rasm

$dA = F_i \cdot ds$ (43), bunda,

$\boldsymbol{F_i}$ -$\bar{\boldsymbol{F}}$ kuchining urinmadagi proyeksiyasi.

dA-kuchning elementar ishi

$\boldsymbol{F_i = F\cos\alpha}$ $\boldsymbol{dA = Fds\cos a}$

Kuchning bajargan ishi skalyar kattalik

kuchning $\boldsymbol{M_0 M_1}$ yo’ldagi ishi uning elementar ishidan olingan integralga teng

$$A = \int_{M_0}^{M_1} F_i \cdot ds \qquad (44)$$

A-F kuchining M_0 M_1 yo’ldagi ishi. Faraz qilaylik ***F-$\overline{const}$*** bo’lsa (44)dan

$$A = F_i \int_0^{M_1} ds = F_i \cdot S$$

Bunda S- yo’lning uzunligi

$S = \int_{M_0}^{M_1} ds$, $A = FS\cos\alpha$ (45)

(45) bilan o'zgarmas kuchning ishi topiladi. Burchak α- utkir bo'lsa, $\alpha < 90°$ kuchning ishi musbat bo'ladi.

$\alpha > 90°$ utmas bo'lsa kuchning ishi manfiy bo'ladi.

Agar $\alpha = 0°$ bo'lsa $A=FS$, $\alpha = 90°$

Bo'lsa A=0 bo'ladi. Ish birliklari: Nm, kgm, dj, 1dj=1nm.

Quvvat

Kuchning vaqt birligida bajargan ishiga quvvat deyiladi.

Agar kuch bir xil vaqt oralig'ida bir xil ish bajarsa, uning quvvati quyidagicha topiladi.

$$W = \frac{A}{t} \quad (46)$$

Agar ish o'zgaruvchan bo'lsa quvvat shu ishdan vaqt bo'yicha olingan hosilaga teng.

$$W = \frac{dA}{dt} \quad (47)$$

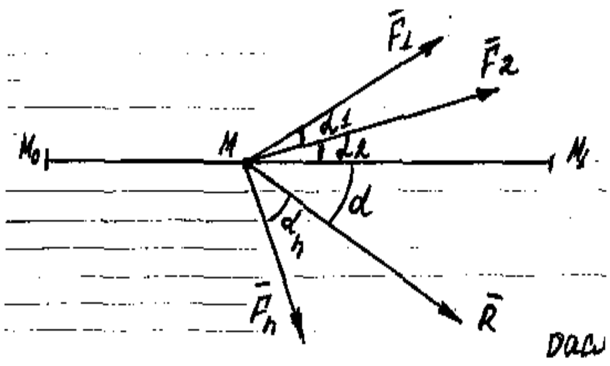
Elementar ishning qiymatini qo'ysak

$$W = \frac{Fds\cos\alpha}{dt} = FV\cos\alpha \qquad W = FV\cos\alpha \quad (48)$$

Teng ta'sir etuvchi kuchning ishi haqidagi teorema.

Teorema: teng ta'sir etuvchi kuchning biror yo'lda bajargan ishi tashkil etuvchi kuchlarning shu yo'lda bajargan ishlarining yig'indisiga teng.

Isbot: M nuqta $\bar{F}_1 \quad \bar{F}_2 \ldots \bar{F}_n$ kuchlar ta'sirida M_0 dan M_1 gacha kelsin (rasm –108)



108-rasm

Teng ta'sir etuvchi kuch vektori

$$\bar{R} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \ldots \bar{F}_n \qquad (49)$$

(49) ni ikkala qismini ***M₀M₁*** nuqtadan o'tgan to'g'ri chiziqka proyeksiyalaymiz.

$$R\cos\alpha = F_1 \cos\alpha\, d_1 + F_2 \cos\alpha_2 + \ldots + F_n \cos\alpha_n \qquad (50)$$

(50) ni ikkala qismini S yo'lga kuchaytiramiz

$$R \cdot S\cos\alpha = F_1 S\cos\alpha\, d_1 + F_2 S\cos\alpha_2 + \ldots + F_n \cos\alpha_n \cdot S$$

$$R \cdot S\cos\alpha = A \cdot F_1 S\cos\alpha\, d_1 = A_1$$

$$F_2 S\cos\alpha_2 = A_2 \qquad F_n S\cos\alpha_n = A_n$$

$$\boldsymbol{A = A_1 + A_2 + \ldots + A_n} \qquad (51)$$

Kuchning elementar ishining analitik ifodasi.

Kuchning elementar ishining analitik ifodasini aniqlaymiz. Buning uchun F kuchini tashkil etuvchilarga ajratamiz. (rasm 109)

$\boldsymbol{F_z}$, $\boldsymbol{F_y}$, $\boldsymbol{F_z}$ - $\boldsymbol{\bar{F}}$ kuchining tashkil etuvchilari.

Elementar ***MM′*** siljish ***MM′=dS*** koordinata o'qlari bo'ylab yo'nalgan ***M*** nuqtaning ***dx, dy, dz*** siljishlarining yig'indisiga teng. SHuning uchun ***F*** kuchining***dS*** siljishdagi bajargan ishi uning tashkil etuvchilari ***Fx, Fy, Fz*** larning ***dx, dy, dz*** siljishdagi bajargan ishlarining yig'indisiga teng. bo'ladi.***dx*** siljish faqat ***Fx dx*** ga teng. ***dy, dz*** siljishdagi ***Fy,Fz*** kuchlarining bajargan ishini quyidagicha yozamiz. ***Fy dy, Fz dz***

Kuchni elementar ishi quyidagi formula bilan topiladi (109-rasm).

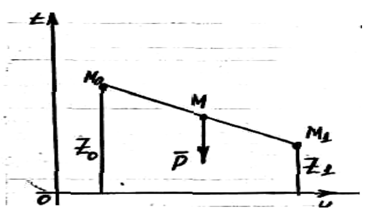
dA=Fxdx+ Fydy+Fzdz ***(51)***

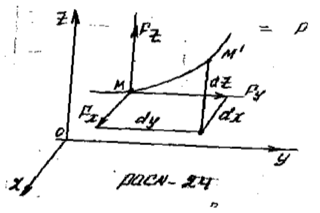
Bu formula kuchning elementar ishini analitik ifodasini beradi. Kuchning M_0M_1 yo'ldagi bajargan ishi uning elementar ishidan olingan integralga teng.

$$A=\int_{M_0}^{M_1} F_i ds \qquad A=\int_{M_0}^{M_1}(F_x dx+F_y dy+F_z dz) \qquad (52)$$

Og'irlik kuchining bajargan ishi.

Og'irligi ***R*** ga teng bo'lgan ***M*** nuqta **M₀** dan M_1 gacha kelsin. ***R*** og'irlik kuchini M_0M_1 yo'ldagi bajargan ishini hisoblaymiz (110-rasm).





109-rasm 110-rasm

R ~~kuchining koordinata o'qlaridagi proyeksiyasi~~ ***x=0, y=0, z= -P. R*** kuchining M_0M_1 yo'ldagi ishi. (52) formulaga ko'ra.

$$A=\int_{M_0}^{M_1}(-P)dt=-P\int_{Z_0}^{Z_1} dZ=-PZ\ \Big|_{Z_0}^{Z_1}=-PZ\ \Big|_{Z_0}^{Z_1}=-P(Z_1-Z_0)=$$
$$=P(Z_0-Z_1)$$

h M nuqtaning vertikal bo'yicha yurgan yo'li $Z_0>Z_1$ bo'lsa ***M*** nuqta yuqoridan pastga tushadi, ish esa musbat bo'ladi.

$Z_0<Z_1$ bo'lsa ***M*** nuqta yuqoriga ko'tariladi, ish esa manfiy bo'ladi.

$$A=\pm Ph \qquad (53)$$

(53) bilan og'irlik kuchining bajargan ishi topiladi Og'irlik kuchining bajargan ishi plyus va minus ishorasi bilan olingan kuch miqdorining vertikal bo'yicha siljishga ko'paytmasiga teng.

Nuqta va sistemaning kinetik energiyasi.

Nuqta massasi bilan tezlik kvadrati ko'paytmasining yarmiga nuqtaning kinetik energiyasi deyiladi.

$$\frac{mV^2}{2}$$

Sistemaning kinetik energiyasi shu sistemadagi barcha nuqtalarning kinetik energiyalarining algebraik yig'indisiga sistemaning kinetik energiyasi deyiladi.

$$T = \frac{m_1V_1^2}{2} + \frac{m_2V_2^2}{2} + ... + \frac{m_nV_n^2}{2} = \sum \frac{m\,V^2}{2}$$

$$T = \sum \frac{m\,V^2}{2}$$

Sistema bir nechta qattiq jismdan iborat bo'lsa sistemani kinetik energiyasi shu qattiq jismlar kinetik energiyalari yig'indisiga teng.

$$\boldsymbol{T=T_1+T_2+T_3+....+T_n} \qquad (56)$$

Kinetik energiyani birliklari kgm, tm, nm.

Kyoniga teoremasi.

Sistemaning kinetik energiyasi uning massalar markazining kinetik energiyasi bilan shu markazga nisbatan sistema qilgan harakati kinetik energiyasining yig'indisiga teng.

$$T = \frac{mVc^2}{2} + Tc \qquad (80)$$

$\left(\frac{mV_c^2}{2}\right)$-sistema massalar markazining kinetik energiyasi

Vc -massalar markazining tezligi

Ts- sistema massalar markaziga nisbatan sistema qilgan harakatining kinetik energiyasi.

SHu teoremadan foydalanib qattiq jismlar kinetik energiyasini aniqlash mumkin.

Ilgarilanma harakat qilayotgan qattiq jismning kinetik energiyasi.

Bizga ilgarilanma harakat qilayotgan qattiq jism berilgan (114-rasm). SHu qattiq jismni kinetik energiyasini hisoblash kerak. Buning uchun jismni $\boldsymbol{M_1, M_2, \ldots, M_n}$ nuqtalardan iborat bo'lgan sistema deb qaraymiz. Sistemani kinetik energiyasi haqidagi ta'rifga asosan:

$$T = m_1\frac{V^2}{2} + m_2\frac{V^2}{2} + \ldots + m_n\frac{V^2}{2} = \frac{V^2}{2}(m_1 + m_2 + \ldots + m_n);$$
$$\text{бунда} \quad (m_1 + m_2 + \ldots + m_n) = M; \qquad (57)$$
$$\text{у холда} \quad T = \frac{MV^2}{2}$$

Bunda ***M***-jismni massasi;

V-jismdagi biror nuqtaning tezligi; 114-rasm.

(57) bilan ilgarilanma harakat qilayotgan qattiq jismni kinetik energiyasi topiladi.

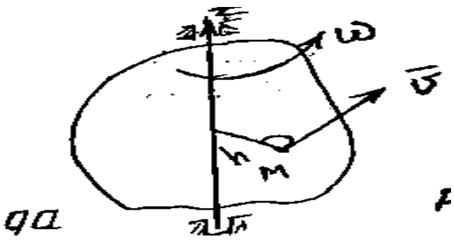
Qo'zg'almas o'q atrofida aylanuvchi qattiq jismning kinetik energiyasi.

Qo'zg'almas Z o'qi atrofida ω burchak tezligi bilan aylanaetgan qattiq jism berilgan. SHu jismni kinetik energiyasini topish kerak. Jismni n ta nuqtadan iborat bo'lgan sistema deb qaraymiz. Sistemada ixtiyoriy M nuqtani olamiz M nuqtani tezligi

$$V = \omega \cdot h$$

$$T = \frac{\sum mV^2}{2} = \frac{\sum \omega^2 h^2 m}{2} = \frac{\omega^2}{2} \sum mh^2 = \frac{\omega^2}{2} I_z =$$

$$= I_z \frac{\omega^2}{2};$$



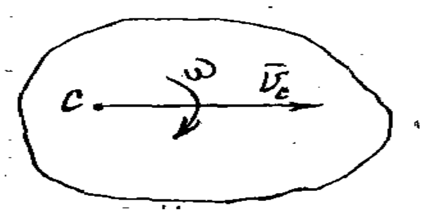
115-rasm

$$T = I_z \frac{\omega^2}{2}; \qquad (58)$$

I_z jismni aylanish o'qiga nisbatan inertsiya momenti. (58) bilan qo'zg'almas o'q atrofida aylanuvchi qattiq jismning kinetik energiyasi topiladi.

Tekis parallel harakat qilayotgan qattiq jismning kinetik energiyasi.

Qattiq jismning tekis parallel harakati kutb bilan birgalikdagi ilgarilanma va kutb atrofidagi aylanma harakatdan iborat. SHuning uchun jismni kinetik energiyasi shu ikkita harakatdagi kinetik energiyalarning yig'indisiga teng.



116-rasm

$$T = \frac{\sum mV_c^2}{2} + \frac{I_c\omega^2}{2};$$

m- jismni massasi;

V$_c$- jism og'irlik markazining tezligi;

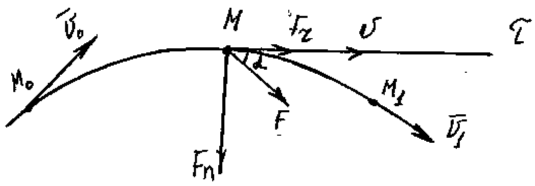
I$_c$- og'irlik markaziga nisbatan inertsiya momenti;

ω-***jismni burchak tezligi.***

Nuqta kinetik energiyasining o'zgarishi haqidagi teorema.

M nuqta $\overline{F}$ kuchi ta'sirida harakat qilib ***M$_0$*** nuqtadan ***M$_1$*** nuqtaga kelsin (117-rasm).

$\overline{F}$ nuqtani harakatga keltiruvchi kuch



117-rasm

ma = F

bu formulani ikkala qismini **M** nuqtadan o'tgan urinmaga proyeksiyalaymiz.

ma_τ=F$_\tau$;

ma_τ=Fcosα;

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dS} \cdot \frac{dS}{dt} = \frac{dv}{dt} \cdot v$$

$$v = \frac{dS}{dt} \qquad mv\frac{dv}{dS} = F\cos\alpha$$

$$mvdv = F\cos\alpha dS;$$

$$\frac{d(mv^2)}{2} = dA \qquad (58)$$

(58) formula differensial shakldagi nuqta kinetik energiyasining o'zgarishi haqidagi teoremani ifodalaydi.

Teorema .

Nuqta kinetik energiyasining differensiali nuqtaga ta'sir etuvchi kuchning elementar ishiga teng.

(58) ni integrallaymiz.

$$\int_{v_0}^{v_1} \frac{d\left(mv^2\right)}{2} = \int_{M_0}^{M_1} dA$$

$$\frac{mv^2}{2} \Big|_{v_0}^{v_1} = A \qquad A = \int_{M_0}^{M_1} dA;$$

$$\frac{mV^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = A \qquad (59)$$

(59)- integral shakldagi nuqta kinetik energiyasining o'zgarishi haqidagi teoremani ifodalaydi.

*Teorema**. Nuqta kinetik energiyasining utilgan yo'ldagi o'zgarishi nuqtaga ta'sir etuvchi kuchning shu yo'lda bajargan ishiga teng.***

Agar nuqtaga bir nechta kuchlar qo'yilgan bo'lsa (59) formuladagi ***A*** ish kuchlar teng ta'sir etuvchisining ishi bo'ladi.

Sistema kinetik inergiyasining o'zgarishi haqidagi teorema.

Sistemadagi ixtiyoriy *M* nuqtaga integral shakldagi nuqta kinetik inergiyasining o'zgarishi haqidagi teoremani tadbik qilamiz.

$$\frac{m\vartheta_1^2}{2} - \frac{m\vartheta_0^2}{2} = A^e + A^i \quad (59')$$

bunda A^e va A^i M nuqtaga qo'yilgan tashki va ichki kuchlarning bajargan ishi.

(59') Formulani sistemadagi har bir nuqta uchun yozib qo'shib chiqamiz.

$$\sum \frac{m\vartheta_1^2}{2} - \sum \frac{m\vartheta_0^2}{2} = \sum A^e + \sum A^i \; (59'')$$

$$\sum \frac{m\vartheta_0^2}{2} = T_0, \sum \frac{m\vartheta_1^2}{2} = T$$

T_0 va T sistemani boshlang’ich va oxirgi holatdagi kinetik energiyasi.

$$T - T_0 = \sum A^e + \sum A^i \quad (59''')$$

(59’’’) formula sistema kinetik energiyasining o’zgarishi haqidagi teoremani ifodalaydi.

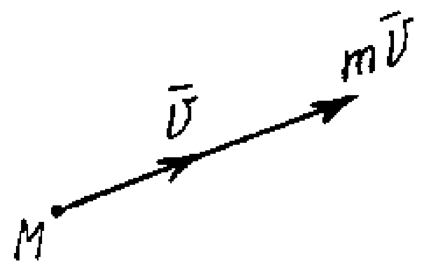
Teorema: Sistema bir vaziyatdan ikkinchi vaziyatga o’tganda uning kinetik energiyasining o’zgarishi sistemaga qo’yilgan barcha tashki va ichki kuchlarning bajargan ishlarini yig’indisiga teng.

Agar sistema absolyut qattiq jismdan tuzilgan bo’lsa, ichki kuchlarning bajargan ishlarning yig’indisi 0 ga teng bo’ladi. $\sum A^i = 0$: U holda (59’’’)formulani quyidagichi yozish mumkin.

$$T - T_0 = \sum A^e$$

NUQTA VA SISTEMANING HARAKAT MIQDORI.

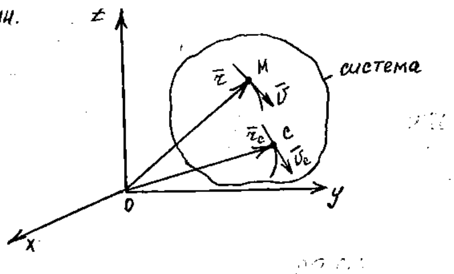
Nuqtaning harakat miqdori deb: nuqtaning massasi bilan uning tezligining ko’paytmasiga aytiladi. Nuqtaning harakat miqdori vektor kattalik bo’lib uning tezligi bilan bir xil yo’nalgan bo’ladi. (rasm 118)
mV- nuqtaning harakat miqdori.



rasm-118

Sistemadagi barcha nuqtalarning harakat miqdorlarining geometrik yig’indisiga teng. Sistemaningharakat miqdori deyiladi.

119-rasm



$$Q = m_1V_1 + m_2V_2 + \dots m_nV_n = \sum mV;$$

$$\overline{Q} = \sum m\overline{V}$$

Bunda Q- sistemaning harakat miqdori

Sistemani harakat miqdori uning massasi va massalar markazi tezligi orqali ifodalash mumkin.

$$r_c = \frac{\sum mr}{m}; \quad \sum mr = r_c m \qquad (60)$$

(60) dan vaqt bo'yicha hosila olamiz:

$$\sum m\frac{dr}{dt} = m\frac{dr_c}{dt} \quad (93)$$

$$\sum m\overline{V} = m\overline{V}_c \quad ёки \sum m\overline{V} = \overline{Q}$$

$$\overline{Q} = m\overline{V_c} \quad (94)$$

Ta'rif. Sistemaning harakat miqdori uning massasi bilan massalar markazi tezligining ko'paytmasiga teng.

Kuch impul'si va uning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari.

Kuchni elementar vaqtga ko'paytmasi kuni elementar impul'si deyiladi.

dS=Fdt (60)

bunda – $\overline{dS}$- kuchni elementar impul'si; ***F***- nuqtaga ta'sir etuvchi kuch; ***dt*** –elementar vaqt.

Kuchni biror ***t***- vaqtdagi impul'sini aniqlash uchun limitga utish kerak

$$\bar{S} = \lim_{n \to \infty} \sum d\bar{s} = \int_0^{t_1} \bar{F} dt, \qquad \bar{S} = \int_0^{t_1} \bar{F} dt \tag{63}$$

bunda S va F kuchining t_1 vaqt ichidagi impul'si.

(63) ni ikkala qismini koordinata o'qlariga proyeksiyalaymiz:

$$\boldsymbol{S_x = \int_0^{t_1} F_x dt;} \quad S_y = \int_0^{t_1} F_y dt; \quad \boldsymbol{S_z = \int_0^{t_1} F_z dt;} \tag{64}$$

(64) bilan kuch impul'sining koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari aniqlanadi.

Agar $\bar{F} = const$ $\quad$ *булса* $\quad S_x = F_x \int_0^{t_1} dt = F_x t /_0^{t_1} = F_x t_1$

$$S_x = F_x \cdot t_1$$
$$S_y = F_y \cdot t_1 \tag{65}$$
$$S_z = F_z \cdot t_1$$

Kuch impul'sining miqdori quyidagi formula bilan topiladi.

$$S = \sqrt{S_x^2 + S_y^2 + S_z^2} \tag{66}$$

Nuqta harakat miqdorining o'zgarishi haqidagi teorema.

M nuqta ***F*** kuchi ta'sirida harakatlanib, ***M₀*** dan ***M₁*** gacha kelsin (120-rasm). Nuqta dinamikasining asosiy tenglamasini yozamiz.

$$m\bar{a} = F$$

$$m\frac{dV}{dt} = F; \qquad \frac{d(m\bar{V})}{dt} = F \tag{67}$$

Bu formula differensial ko'rinishdagi nuqta harakat miqdorini o'zgarishini xarakterlaydi.

Teorema: nuqta harakat miqdoridan vaqt bo'yicha olingan hosila shu nuqtagi ta'sir etuvchi kuchga teng bo'ladi.

$$d(m\bar{V}) = Fdt;$$

$$\int_{V_0}^{V_1} d(m\bar{V}) = \int_0^{t_1} Fdt;$$

$$m\bar{V} \Big|_{V_o}^{V_1} = S \quad \text{yoki} \quad m\bar{V}_1 - m\bar{V}_0 = \bar{S} \tag{68}$$

Teorema:

Nuqta harakat miqdorining biror vaqt ichidagi o’zgarishi nuqtaga ta’sir etuvchi kuchning shu vaqtdagi to’la impul’siga teng bo’ladi.

$$mV_{1x} - mV_{0x} = S_x;$$
$$mV_{1y} - mV_{0y} = S_y; \qquad (69)$$
$$mV_{1z} - mV_{0z} = S_z;$$

Sistema harakat miqdorining o’zgarishi haqidagi teorema.

Sistemadagi ixtiyoriy ***M*** nuqta uchun differensial shakldagi nuqta harakat miqdorining o’zgarishi haqidagi teoremani yozsak

$$\frac{d}{dt}(m\overline{V}) = \overline{F}^e + \overline{F}^i \qquad (70)$$

Bunda $\overline{F}^e ва \overline{F}^i$ -M nuqta qo’yilgan tashki va ichki kuchlar

$$\frac{d}{dt}(\sum m\overline{V}) = \sum \overline{F}^e + \sum \overline{F}^i \qquad (71)$$

bunda $\sum m\overline{V} = Q$ -sistemani harakat miqdori.

$\sum \overline{F}^e = R$-tashki kuchlar bosh vektori.

$\sum \overline{F}^i = O$ - ichki kuchlar bosh vektori.

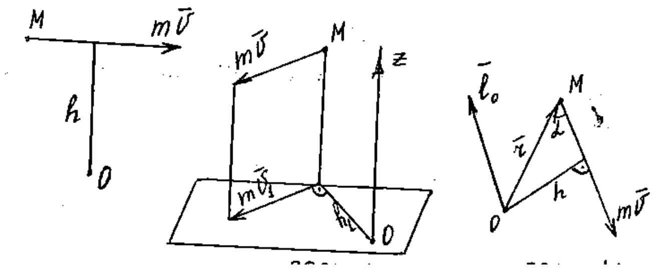
$$\frac{d\overline{Q}}{dt} = \overline{R} \qquad (72)$$

(72) formula differensial shakldagi sistema harakat miqdorining o’zgarishi haqidagi formulani ifodalaydi.

MARKAZGA VA O’QQA NISBATAN NUQTA HARAKAT MIQDORINING MOMENTI.

Nuqta harakat miqdorining O – markazga nisbatan momenti quyidagiga teng:

$$l_0 = mVh; l_0 = m_0(m\overline{V}) \qquad (77)$$



121-rasm 122-rasm 123-rasm

Z o'qqa nisbatan moment olsak

$$l_z = m_0(m\bar{V}_1) = h_1 m V_1 \qquad (82)$$
$$l_z = h_1 m V_1$$

bunda ***ℓz***-harakat miqdorining **Z** o'qqa nisbatan momenti.

Biror markazga nisbatan olingan nuqta harakat miqdorining momenti shu markazga qo'yilgan vektor bo'ladi. (123-rasm) dan

$$\frac{h}{r} = \sin\alpha; \quad h = r\sin\alpha;$$

$$l_0 = hmV = r\sin\alpha mV;$$
$$l_0 = hmV\sin\alpha \qquad (83)$$

(83) ni ung tomoni vektor ko'paytmani moduli bo'ladi.

$$\bar{l}_0 = \bar{r} x m\bar{V} \qquad (84)$$

(84)-vektor ko'paytma quyidagicha ta'riflanadi: Biror markazga nisbatan olingan harakat miqdorining momenti nuqta radius vektori bilan shu nuqta harakat miqdorini vektori ko'paytmasiga teng.

l₀-vektori ***0*** nuqta va ***mV*** vektordan utkazilgan uchburchak tekisligiga perpendikulyar yo'nalgan bo'ladi.

Markazga va o'qqa nisbatan sistema kinetik momenti.

Sistemaning biror markazga nisbatan kinetik momenti sistemadagi nuqtalar harakat miqdorining shu markazga nisbatan olingan momentlarining geometrik yigindsiiga teng.

$$L_0 = \bar{m}_0(m_1\bar{V}_1) + m_0(m_2\bar{V}_2) + \ldots + m_0(m_n\bar{V}_n);$$
$$= \bar{m}_0(m_k\bar{V}_k); \qquad (85)$$

(81)-sistemani 0 markazga nisbatan kinetik momenti.

k=1,2,…, n

Sistemani biror o’qqa nisbatan kinetik momenti shu o’qqa nisbatan sistemadagi nuqtalar harakat miqdorlar momentlarining yig’indisiga teng.

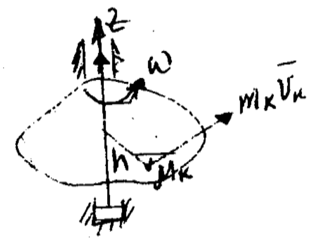
$$
\begin{aligned}
&L_x = m_x(m_1\overline{V}_1) + m_x(m_2\overline{V}_2) + \ldots + m_x(m_n\overline{V}_n); \qquad (86)\\
&L_x = \sum m_x(m_k\overline{V}_k);\\
&L_y = \sum m_y(m_k\overline{V}_k);\\
&L_z = \sum m_z(m_k\overline{V}_k);
\end{aligned}
$$

Bunda L_x, L_y, L_z sistemani ***x,y,z***, o’qlarga nisbatan kinetik momenti.

Qo’zg’almas uk atrofida aylanuvchi qattiq jismning kinetik momenti.

Qo’zg’almas Z o’qi atrofida ω burchak tezligi bilan aylanaetgan absolyut qattiq jism berilgan, SHu jismning aylanish o’qiga nisbatan kinetik momenti yoki harakat miqdorini bosh momentini hisoblash kerak. Jismni sistema deb qaraymiz. Sistemada bitta M_k nuqtani olamiz (124-rasm).

Nuqtani $\upsilon_k = \omega \cdot h_k$ tezligiga teng. $\boldsymbol{V_k = w \cdot h_k}$ ***га тенг***



124-rasm.

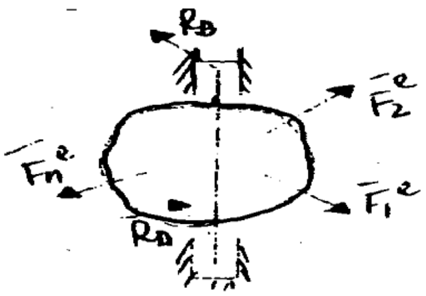
$$
\begin{aligned}
&m_z(m_k\overline{V}_k) = h_k \cdot m_k \cdot V_k = w \cdot m_k h_k^2;\\
&L_z = \sum m_z(m_k\overline{V}_k) = \sum w m_k h_k^2;\\
&w\sum m_k h_k^2 = w \cdot I_z;\\
&L_z = I_z \cdot w; \quad (87)\\
&I_z = \sum m_k h_k^2
\end{aligned}
$$

Bunda I_z-jismni aylanish o’qiga nisbatan inertsiya momenti

(87) formula bilan qo’zg’almas uk atrofida aylanuvchi jismni kinetik momenti topiladi.

Nuqta harakat miqdori momentini o’zgarishi haqidagi teorema.

M nuqta ***F*** kuchi ta’sirida qo’zg’almas ***OXYZ*** koordinatalar sistemasida harakat qilayotgan bo’lsin (125-rasm).



125-rasm

Nuqta harakat miqdorining ***0*** nuqtaga nisbatan momenti:

$$\bar{l}_0 = [\bar{r} x m\bar{V}];$$
$$\frac{d\bar{l}_0}{dt} = [\frac{d\bar{r}}{dt} x m\bar{V}] + [\bar{r} x \frac{d(m\bar{V})}{dt}]; \qquad (88)$$
$$\frac{d(m\bar{V})}{dt} = \bar{F}; \quad \frac{d\bar{r}}{dt} = \bar{V};$$
$$[\frac{d\bar{r}}{dt} x m\bar{V}] = [\bar{V} m\bar{V}] = 0$$

chunki $\overline{V}$ *ва* $m\overline{V}$ *векторлар орасидаги бурчак* 0^0 *га тенг*

(88) ni quyidagicha yozamiz.

$$\frac{d\bar{l}_0}{dt} = [\bar{r} x \bar{F}] \text{ ёки } \frac{d\bar{l}_0}{dt} = \bar{m}_0(\bar{F}); \qquad (89)$$

bunda $\bar{m}_0(\bar{F}) = [\bar{r}\bar{F}]$ - ***F*** kuchni ***O*** nuqtaga nisbatan momenti.

(89) formula nuqta harakat miqdori momentining o'zgarishi haqidagi teoremani ifodalaydi.

Teorema. ***Biror markazga nisbatan olingan nuqta harakat miqdorining momentini vaqt bo'yicha hosilasi nuqtaga ta'sir etuvchi kuchni shu markazga nisbatan olingan momentiga teng.***

(89) ni koordinata o'qlariga proyeksiyalaymiz.

$$\frac{dl_x}{dt} = m_x(F); \quad \frac{dl_y}{dt} = m_y(F); \quad \frac{dl_z}{dt} = m_z(F) \qquad (90)$$

Bunda $l_x \; l_y \; l_z$ - nuqta harakat miqdorining koordinata o'qlariga nisbatan momenti.

$m_x(\overline{F}) \quad m_y(\overline{F}) \quad m_z(\overline{F})$ - F kuchining koordinata o'qlariga nisbatan momenti.

(90) o’qqa nisbatan nuqta harakat miqdorini o’zgarishi haqidagi teoremani ifodalaydi.

Natija.

$\overline{m}_0(\overline{F})=0$ Bo’lsa (89) asosan $l_0 = const$ bo’ladi.

Agar nuqtaga ta’sir etuvchi kuchning biror ***O*** nuqtaga nisbatan olingan momenti nolga teng bo’lsa, shu markazga nisbatan olingan nuqta harakat miqdorining momenti o’zgarmaydi yoki saqlanadi.

Bu natija nuqta harakat miqdori momentini saqlanishi haqidagi qonunni ifodalaydi.

(89)ni quyidagicha yozish mumkin.

$$\frac{d}{dt}\left[\overline{m}_0(m\overline{V})=\overline{m}_0(\overline{F})\right] \quad (238)\ 87$$

Sistema kinetik momentini o’zgarishi haqidagi teorema.

Sistemadagi ixtiyoriy $\boldsymbol{M_k}$ nuqtaga nuqta harakat miqdori momentini o’zgarishi haqidagi teoremani tadbiq qilamiz.

$$\frac{d\left[\overline{m}_0(m_k\overline{V}_k)\right]}{dt}=\overline{m}_0(\overline{F_k^e})+\overline{m}_0(\overline{F_k^i}) \qquad (91)$$

Bunda $\overline{m}_0(\overline{F_k^e})$ va $\overline{m}_0(\overline{F_k^i})$ - M nuqtaga qo’yilgan tashki va ichki kuchlarni 0 nuqtaga nisbatan momenti.

(91)-formulani sistemadagi har bir nuqta uchun yozib hadma-had qo’shamiz.

$$\frac{d\left[\overline{m}_0(m_k\overline{V}_k)\right]}{dt}=\sum \overline{m}_0(\overline{F_k^e})+\sum \overline{m}_0(\overline{F_k^i}) \qquad (92)$$

$\sum \overline{m}_0(m_k\overline{V}_k)=\overline{L_0}$ sistemani O nuqtaga nisbatan kinetik momenti.

$\sum \overline{m}_0(\overline{F_k^e})=M_0$ sistemaga qo’yilgan tashqi kuchlarning momentlarining yig’indisi yoki nuqtaga nisbatan bosh momenti

$\sum \overline{m}_0(\overline{F_k^i})=0$ ichki kuchlarining xossasiga asosan 0 ga teng.

(240)ni quyidagicha yozamiz.

$$\frac{d\overline{l_0}}{dt}=\overline{M_0} \qquad (93)$$

(90)-sistema kinetik momentining o’zgarishi haqidagi teoremani ifodalaydi.

Teorema. Biror markazga nisbatan olingan sistema kinetik momentining vaqt bo’yicha hosilasi sistemaga qo’yilgan barcha tashqi kuchlarning shu markazga nisbatan olingan bosh momentiga teng.

(93) formulani koordinata o'qlariga proyeksiyalaymiz.

$$\frac{dl_x}{dt}=M_x;\quad \frac{dl_y}{dt}=M_y;\quad \frac{dl_z}{dt}=M_z; \qquad (91)$$

Bunda L_x L_y L_z -sistemani koordinata o'qlariga nisbatan kinetik momenti.

M_x M_y M_z -sistemaga qo'yilgan tashqi kuchlarning shu o'qqa nisbatan bosh momenti. Teoremadan quyidagi natija kelib chiqadi.

1) $M_0 = 0$.bo'lsa $L_0 = const$

2) $M_x = 0$ bo'lsa $L_x = const$ bo'ladi

Agar sistemaga qo'yilgan tashki kuchlarning biror markazga (o'qqa) nisbatan olingan bosh momenti nolga teng bo'lsa, shu markazga nisbatan olingan sistemani kinetik momenti o'zgarmaydi. Bu natijalar sistema kinetik momentini saqlanishi haqidagi qonunni ifodalaydi.

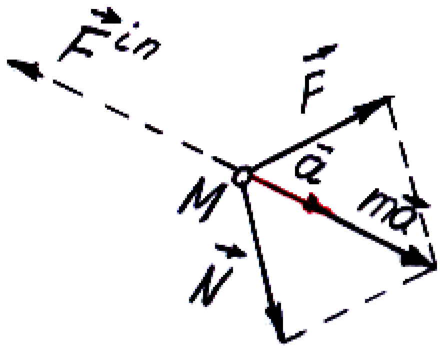
13-ma'ruza: . Nuqta va sistema uchun Dalamber prinsipi.

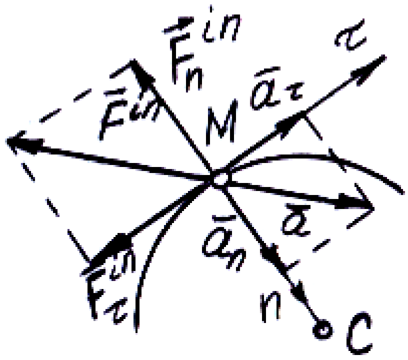
Analitik mexanika. Mumkin bo'lgan ko'chish prinsipi.Dinamikaning umumiy tenglamasi. Lagranjning II-tur tenglamasi.

Reja:

1. Nuqta va sistema uchun Dalamber prinsipi.
2. Analitik mexanika.
3. Mumkin bo'lgan ko'chish prinsipi.
4. Dinamikaning umumiy tenglamasi.
5. Lagranjning II-tur tenglamasi.

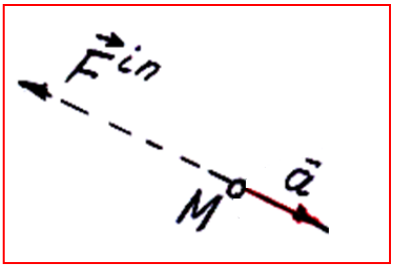
Nuqta uchun Dalamber printsipi. Nuqtani inertsiya kuchi.
Erkin bo'lmagan M nuqtaga $\overline{F}$ aktiv va $\overline{N}$ reaksiya kuchi ta'sir qiladi (127-rasm). Nuqta dinamikasining asosiy tenglamasini yozamiz.





$$m\bar{a} = \overline{F} + \overline{N}$$

$$\overline{F} + \overline{N} + (-m\bar{a}) = 0$$



$-m\bar{a} = \overline{F}^{ин}$ belgilash kiritsak

$$\overline{F} + \overline{N} + \overline{F}^{ин} = 0 \qquad (98)$$

tenglamani olamiz.
Miqdor jihatidan nuqtaning massasi bilan uning tezlanishini ko'paytmasiga teng, yo'nalish esa tezlanish vektoriga teskari bo'lgan kuchga inertsiya kuchi deyiladi.

(98) tenglik erkin bo'lmagan nuqta uchun Dalamber printsipini ifodalaydi. Aktiv kuch va bog'lanish reaksiya kuchi ta'sirida harakatlanuvchi nuqtaga har onda inertsiya kuchini qo'ysak, bu kuchlar o'zaro muvozanatlashadi.

Dalamber printsipi yordamida dinamikaning birinchi masalasini muvozanat tenglamalari yordamida yechiladi. SHu sababli bu usulga kinetostatika usuli deyiladi.
Dinamika masalalarini yechishda Dalamber printsipidan, asosan noma'lum reaksiya kuchlarini topishda foydalaniladi.

Agar nuqta egri chiziqli traektoriya bo'ylab notekis harakatda bo'lsa, inertsiya kuchi $F^{ин}$ ni traektoriyaga utkazilgan urinma va bosh normallar bo'yicha tashkil etuvchilarga ajratiladi (128-rasm).

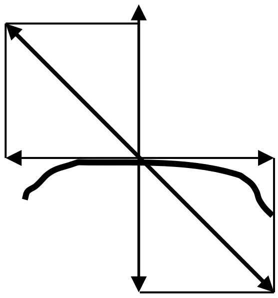
$$\overline{F}^{ин} = \overline{F}_t^{ин} + \overline{F}_n^{ин} \qquad (99)$$

bunda, $\bar{F}_t^{ин}$ *ва* $\bar{F}_n^{ин}$ larga mos ravishda nuqtani urinma va normal inertsiya kuchlari deyiladi. Bu kuchlar urinma va normal tezlanishlarga teskari yo'naladi,

$$\bar{F}_t^{ин} = -ma_i$$

$$\bar{F}_n^{ин} = m\bar{a}_n$$

munosabatlar o'rinli bo'ladi.



128-rasm

Urinma va normal tezlanishlar $a_t = \frac{dV}{dt}, \quad a_n = \frac{V^2}{p}$ formulalardan aniqlanishini e'tiborga olsak, urinma va normal inertsiya kuchlarini moduli uchun ushbu munosabatlarni olamiz

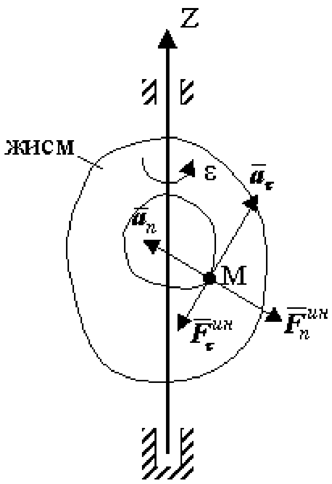
$$F_t^{ин} = m\frac{dV}{dt}, \quad F_n^{ин} = \frac{V^2}{p} \qquad (100)$$

Agar nuqta egri chiziq bo'yicha tekis harakatda bo'lsa, $\boldsymbol{a_t = 0,} \quad \boldsymbol{F_t^{ин} = 0}$ va inertsiya kuchi $\boldsymbol{F_t^{ин}}$ faqat normal tashkil etuvchidan iborat bo'ladi. Nuqta to'g'ri chiziq bo'yicha notekis harakatlanganda $a_n = 0$ va inertsiya kuchi faqat urinma tashkil etuvchidan iborat bo'ladi. Agar nuqta to'g'ri chiziqli tekis harakatlanganda *a*=0 bo'lib, inertsiya kuchi $F_t^{ин} = 0$ bo'ladi.

Qo'zg'almas o'q atrofida aylanma harakatdagi qattiq jism nuqtasining tezlanishi aylanma va markazga intilma tezlanishlardan iborat bo'lgani uchun mazkur nuqtaning urinma va normal inertsiya kuchlari mos ravishda aylanma va markazdan kochuvchi inertsiya kuchlari deyiladi hamda ular quyidagi formulalardan aniqlanadi (129-rasm).

$$F_t^{ин} = m\varepsilon R, \quad F_n^{ин} = m\omega^2 R,$$

bunda R nuqtadan aylanish o'qigacha bo'lgan masofa, ω va ε jismning burchak tezligi va burchak tezlanishidir.



129-rasm

Analitik mexanika.
Mexanik sistemaga qo'yilgan bog'lanishlar

Mexanik sistemaga qo'yilgan bog'lanishlar ham golonom va begolonom statsionar va nostatsionar bushatadigan va bushatmaydigan bo'lishi mumkin. Faqat golonom bog'lanishlar qo'yilgan sistema golonom sistema deyiladi va quyidagi ko'rinishdagi tenglamalar bilan ifodalanadi.

$$f_\gamma(tx_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2 ... x_n y_n z_n) = 0$$

$$(\gamma = 1,2,3...S)$$

S bilan golonom soni belgilangan.
Begolonom bog'lanishlar sistema nuqtalari tezliklarining proyeksiyalariga nisbatan chiziqli yoki chiziqli bo'lmagan tenglamalar bilan ifodalanishi mumkin, chiziqli bo'lgan holda bog'lanish tenglamalari quyidagi ko'rinishda yoziladi.

$$f_\mu = a_\mu + \sum \left(b_\mu i - x_i + G\mu i \cdot yi + d\mu i \cdot zi\right)$$

$$(\mu = 1,2,..., Si)$$

bunda Si bilan begolonom bog'lanishlar soni belgilangan.
Sistemaga qo'yilgan bog'lanishlarning bir qismi golonom, kolgan qismi esa begolonom bog'lanishlar ham bo'lishi mumkin. Biz asosan golonom sistema harakati yoki muvozanatini o'rganamiz.
Mexanik sistema n ta nuqtadan tashkil topgan bo'lsa, unga qo'yilgan bog'lanishlar tenglamasining soni 3n dan oshmasligi kerak.

Sistemaning mumkin bo'lgan ko'chishlari.

Ideal bog'lanishlar.

Sistemaning mumkin bo'lgan ko'chishini urganishdan avval nuqtaning mumkin bo'lgan ko'chishini ta'riflaymiz.

Berilgan paytda nuqtaning unga qo'yilgan bglanish cheklashlarini qanoatlantiruvchi har qanday cheksiz kichik ko'chishlariga mumkin bo'lgan ko'chishlar deyiladi. Nuqtaning mumkin bo'lgan ko'chishini $\boldsymbol{\delta_v}$ vektor bilan belgilay$\bar{m}$iz. $\boldsymbol{\delta_s}$ vektorning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalarini $\boldsymbol{\delta_x}$, $\boldsymbol{\delta_y}$, $\boldsymbol{\delta_z}$, bilan belgilaymiz; bu kattaliklar nuqta koordinatalarining variatsiyalari deb ham ataladi. U holda mumkin bo'lgan ko'chish vektorini nuqta koordinatalarining variatsiyalari orqali quyidagicha ifodalash mumkin.

$$\delta\bar{r} = \delta x\bar{i} + \delta y\bar{j} + \delta z\bar{k}$$

Agar bog'lanish ***f(x,y,z,t)=0*** tenglama bilan ifodalangan bo'lsa, nuqtaning koordinatalar bo'yicha haqiqiy ko'chishlari o'zaro quyidagi munosabat bilan bog'langan bo'ladi.

$$df = \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy + \frac{\partial f}{\partial z}dz + \frac{\partial f}{\partial t}dt = 0$$

Sistemani tashkil etuvchi nuqtalar mumkin bo'lgan ko'chishlari sistemaning mumkin bo'lgan ko'chishlari deyiladi. Sistema nuqtalarining mumkin bo'lgan ko'chishlari quyidagi ikki shartni qanoatlantirishi kerak.

1. Sistema nuqtalarining mumkin bo'lgan ko'chishlari cheksiz kichik bo'lishi kerak. Agar bu ko'chishlar chekli bo'lsa, sistema boshqa vaziyatga utib sistemaning muvozanat sharti o'zgaradi.

2. Sistema nuqtalarining mumkin bo'lgan ko'chishida sistemaga qo'yilgan barcha bog'lanishlar saqlanib qolishi kerak. Agar bog'lanishlar buzilsa sistemani ko'rinishi o'zgaradi.

Statsionar golonomli bog'lanishdagi sistemaning bir-biriga bog'liq bo'lmagan mumkin bo'lgan ko'chishlari soni shu sistemaning erkinlik darajasi deyiladi. S ta golonomli bog'lanish ta'siridagi n ta nuqtadan tashkil topgan sistemaning erkinlik darajasini ***k*** bilan belgilasak

k = 3n-S deb yozish mumkin.

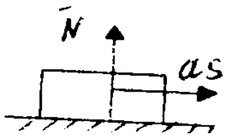
Aktiv kuch qo'yilgan nuqtaning biror ***δr*** mumkin bo'lgan ko'chishdagi shu kuchning elementar ishini qisqacha, kuchning mumkin bo'lgan ishi deb ataymiz va uni ***δA*** bilan belgilaymiz. U holda elementar ish ta'rifiga ko'ra

$$\delta A = \sum \bar{F}_i^{\,r} \delta r_i$$

formula o'rinli bo'ladi. n ta nuqtadan tashkil topgan mexanik sistemaga ta'sir etuvchi kuchlar mumkin bo'lgan ishlarning yig'indisi nolga teng bo'ladigan bog'lanishlar ideal bog'lanishlar deyiladi. Ideal bog'lanishlarni quyidagicha ifodalash mumkin.

$$\delta A^r = \sum \bar{F}_i^{\,r} \delta r_i = 0$$

$\overline{F}_i^r$ -sistemaga qo'yilgan bog'lanish reaksiya kuchi



130-rasm

$\delta A^r = N\delta\cos 90° = 0$

Silliq tekislik ideal bog'lanishga misol bo'ladi.

Mumkin bo'lgan ko'chishlar printsipi.

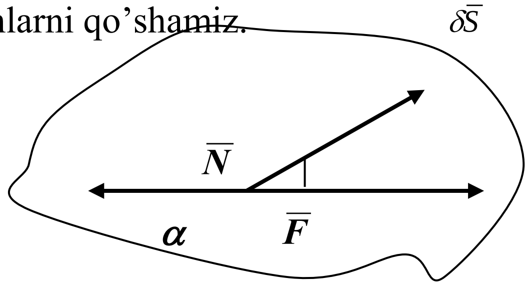
Ideal bog'lanishdagi sistema o'ziga qo'yilgan aktiv va reaksiya kuchlari ta'sirida muvozanatda bo'lsin. F kuchining dS siljishdagi bajargan elementar ishi quyidagiga teng.

$\boldsymbol{\delta A = F\delta S \cos\alpha}$

$\overline{\boldsymbol{N}}$ reaksiya kuchining bajargan elementar ishi

$\delta A^r = N\delta S\cos(180^0 - \alpha) = -N\delta S\cos\alpha = -F\delta S\cos\alpha$

ishlarni qo'shamiz.



131-rasm

$$\delta A + \delta A^r = F\delta S\cos\alpha - F\delta S\cos\alpha = 0$$
$$\delta A + \delta A^r = 0 \qquad (100)$$

(100) ni sistemadagi har bir nuqta uchun yozib qo'shib chiqsak, quyidagicha yoziladi.

$$\sum \delta A + \sum \delta A^r = 0 \qquad (101)$$
$$\sum \delta A^r = 0 \quad \textit{булса} \quad \sum \delta A = 0 \quad \textit{булади}$$

(101) sistema uchun mumkin bo’lgan ko’chish printsipini ifodalaydi. Ideal bog’lanishdagi sistema muvozanatda bo’lishi uchun uning har qanday mumkin bo’lgan ko’chishda sistemaga qo’yilgan barcha aktiv kuchlarning bajargan elementar ishlarining yig’indisi nolga teng bo’lishi zarur va yetarli shartdir.

(101) ni quyidagicha yozish mumkin.

$$\sum (X\delta x + Y\delta y + Z\delta z) = 0 \qquad (100)$$

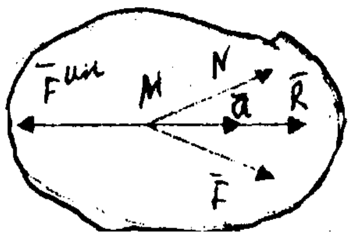
Bunda ***X, Y, Z,*** sistemaga ta’sir etuvchi kuchlarning koordinata o’qlaridagi proyeksiyasi ***δx, δy, δz*** –kuchlar qo’yilgan nuqtalarning ortirmasi ya’ni siljishi.

DINAMIKANING UMUMIY TENGLAMASI.

(DALAMBER LAGRANJ TENGLAMASI)

n ta nuqtadan iborat bo’lgan ideal bog’lanishdagi sistema berilgan bo’lsin. Sistema bilan bog’lanish urtasida ishqalanish yuk.

$\overline{F}$ va $\overline{N}$ sistemadagi ixtiyoriy M nuqtaga ta’sir qiluvchi aktiv va reaksiya kuchlari (132-rasm).



132-rasm

M ***nuqtaga inertsiya kuchlarini qo’yamiz. Inertsiya kuchi har doim tezlanishga qarama-qarshi yo’nalgan bo’ladi. Dalamber printsipiga asosan aktiv, reaksiya va inertsiya kuchlarining geometrik yig’indisi nolga teng bo’ladi.***

$$\overline{F} + \overline{N} + \overline{F}^{ин} = 0$$

Sistema nuqtalariga mumkin bo’lgan dS ***siljish beramiz. Mumkin bo’lgan ko’chishlar printsipiga asosan***

$$\delta A^r + \delta A^r + \delta A^{ин} = 0 \qquad \textbf{\textit{(103)}}$$

Sistemaga qo’yilgan bog’lanishlar ideal bo’lganligi uchun reaksiya kuchlarining bajargan elementar ishlarining yig’indisi nolga teng bo’ladi. (103) ni sistemadagi har bir nuqta uchun yozib qo’shib chiqamiz.

$$\sum \delta A + \sum \delta A^r + \sum \delta A^{ин} = 0 \qquad \textbf{\textit{(104)}}$$

$\sum \delta A^r = 0$ *булса*

$\sum \delta A + \sum \delta A^{ин} = 0$ ***bo’ladi*** ***(105)***

yoki $\sum (\overline{F}_i - m_i \overline{a}_i) \cdot \delta \overline{r}_i = 0$

Bu tenglamaga dinamikaning umumiy tenglamasi yoki Dalamber –Lagranj printsipi deyiladi: ideal bog'lanish qo'yilgan sistemaning har qanday mumkin bo'lgan ko'chishida sistemaga qo'yilgan barcha aktiv kuchlarning hamda inertsiya kuchlarining yig'indisi nolga teng bo'ladi.

2-modul. "Materiallar qarshiligi" umumiy asoslari

14-ma'ruza: Cho'zilish va siqilish. Cho'zilish va siqilish ta'sirida hosil bo'lgan kuchlanishlar .Cho'zilish va siqilishda bo'ylama va ko'ndalang deformasiya.Guk qonuni.

REJA:

1. **"Materiallar qarshiligi" fani va asosiy tushunchalar.**
2. Cho'zilish va siqilishda mustahkamlik sharti.
3. Cho'zilish va siqilishda Guk qonuni.
4. Xususiy og'irlik ta'siridagi sterjenni cho'zilish va siqilishga hisoblash.
5. Teng qarshilik ko'rsatuvchi sterjenlar.

«**Materiallar qarshiligi**» - mashina detallari va inshoot qismlarini mustahkamlikka, bikrlikka va ustuvorlikka hisoblash metodlarini o'rgatuvchi fandir.

Deformatsiya deganda, jism o'lchamlari va shaklining o'zgarishiga olib keluvchi jism zarralari o'zaro joylashish holatining o'zgarishi tushuniladi. ***Elastik deformatsiya*** – yukni olinishi bilan yuqoladigan deformatsiyaga aytiladi (uprugaya), qolgan qismi esa qoldiq deformatsiya deb aytiladi.

Materialni elastiklik xossasi hamma yo'nalishda bir bo'lsa, izotropiyaga ega deb aytiladi, turli xil bo'lsa anizatrop ega emas deb aytiladi.

Anizatropiya ega bo'lmagan material yog'och, cho'yan va boshqa materiallar kiradi, chunki uning tolalari bo'ylab qarshilik ko'rsatishi ko'ndalangiga nisbatan bir necha marotaba katta.

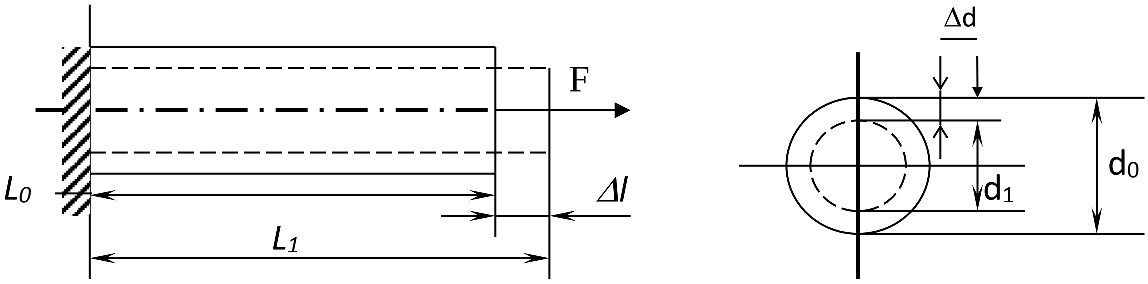
«Materiallar qarshiligi» fanida quyidagi cheklanishlar qabul qilinadi.

Konstruktsiyalar materiali bir jinsli, yaxlit, orasida bo'shliq yo'q ya'ni butun hajmi bo'yicha fizik – mexanik xossasi bir xil deb hisoblanadi. Bu cheklanish metall konsruktsiyalar uchun to'g'ri kelmaydi, chunki beton oralig'ida toshlar har xil zichlikda joylashgan, g'isht va yog'ochni oddiy hisoblar uchun bir jinsli deb qarash mumkin.

Mashina detallari va inshoot qismlari uchun ishlatiladigan materiallarni izotrop deb, materialni har bir nuqtasidagi kuchlanish va deformatsiyani hamma yo'nalishlarda bir xil bo'ladi deb qaraladi. Bu cheklanish yog'och materiali uchun to'g'ri kelmaydi.

Cho'zilish va siqilish deformatsiyasiga turli mashina detallari va inshoot qismlari ishlaydi.

Cho'zilish deformatsiyasi



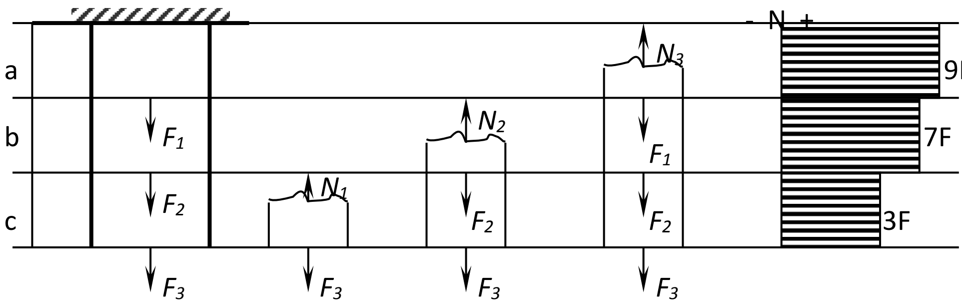
89-rasm

Cho'zilish va siqilishga sterjenlar bir xil ishlaydi Shuning uchun formulalar bir xil bo'ladi, faqat ishorasi bilan farq qiladi. Sxemadagi quyidagicha belgilash qabul qilingan.

d_0, L_0 - dastlabki diametri va uzunligi, *m*

d_1, L_1 - keyingi diametri va uzunligi, *m*

Δd, Δl - absolyut qisqarish va uzunligi, *m*

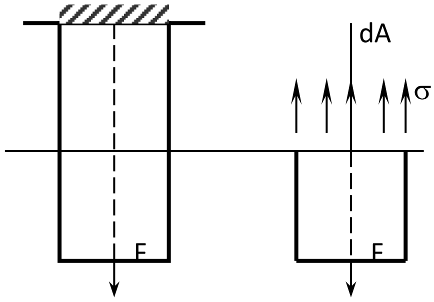


90-rasm

BO'YLAMA KUCHLAR VA ULARNING EPYURASI

Berilgan.	I – I qirqim:	II – II qirqim:	III – III qirqim:
$F_1 = 2F$	$\Sigma Y = 0$	$\Sigma Y = 0$	$\Sigma Y = 0$
$F_2 = 4F$	$N_1 - F_3 = 0$	$N_2 - F_2 - F_3 = 0$	$N_3 - F_1 - F_2 - F_3 = 0$
$F_3 = 3F$	$N_1 = F_3 = 3F$	$N_2 = F_2 + F_3 =$	$N_3 = F_1 + F_2 + F_3 =$
		$= 4F + 3F = 7F$	$= 2F + 4F + 3F = 9F$

CHO'ZILISH DEFORMATSIYASIDA KO'NDALANG KESIMDAGI KUCHLANISH



[4]

$$\Sigma \text{Упр} = 0$$
$$F = N$$
$$N = \int \sigma \cdot dA = 0$$
$$N = \int_A \sigma dA = \sigma \int_F daA = \sigma \cdot A \quad (1)$$

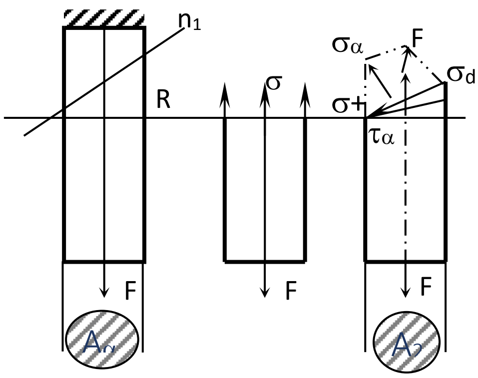
91-rasm

Bu formuladan ± ishorasi cho’zilish yoki siqilish deformatsiyasi bo’lganligidan darak beradi.

Kuchlanish masshtabi $$K_\sigma = \frac{\sigma}{m} \qquad (3)$$

bu yerda, m – kuchlanish epyurasiga qo’yiladigan vektor qiymati.[i]

STERJEN QIYA KESIMIDAGI TEKISLIKLARIDAGI KUCHLANISH.



92-rasm

Normal kuchlanish $\sigma = \dfrac{F}{A} = \dfrac{N}{A}$ (1)

Qiya tekislikdagi kuchlanish

$$F = \frac{F}{A_\alpha} = \frac{N}{A_\alpha} \qquad (2)$$

$$A_\alpha = \frac{A}{\cos\alpha}$$

(3) formulani hisobga olib qiya tekislikdagi kuchlanish quyidagicha aniqlanadi.

$$F = \frac{N}{A}\cos\alpha = \sigma \cdot \cos\alpha \qquad (4)$$

Normal kuchlanish quyidagicha anilanadi.

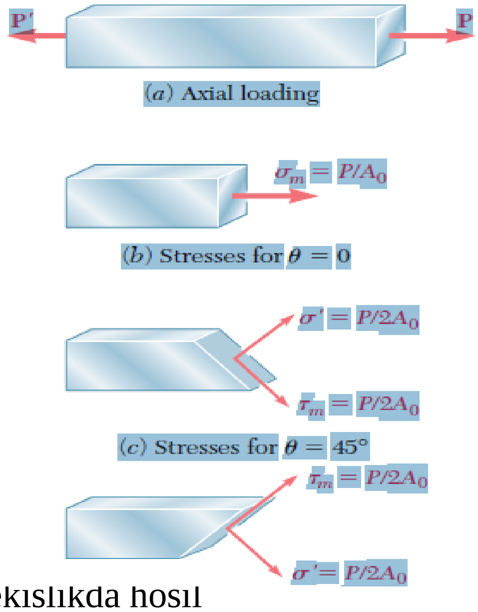
[4] Mechanics of materials.27page.Seventh Edition.

$$\sigma_x = F \cdot \cos\alpha = \sigma \cdot \cos^2 \alpha \; 5 \qquad (5)$$

Urinma kuchlanish quyidagicha aniqlanadi.

$$\tau_x = F \cdot \sin\alpha = \sigma \cdot \cos\alpha \cdot \sin\alpha = \frac{\sigma}{2}\sin 2\alpha \qquad (6)$$

(5) va (6) formulaga ko'ra quyidagicha o'zgaradi:



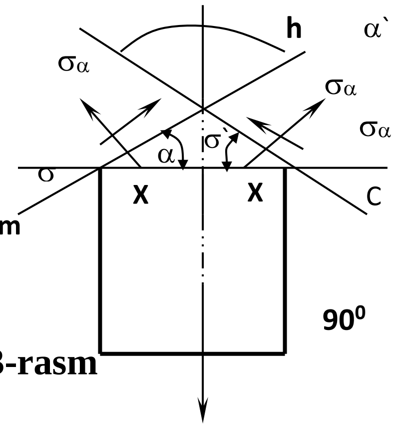
α=0 bo'lsa, $\sigma_x = \sigma$; τ_α=0 .

5.

$$\sigma_m = \frac{P}{A_0}$$

$$\tau_m = \frac{P}{A_0}\sin 45^\circ \cos 45^\circ = \frac{P}{2A_0}$$

$$\sigma' = \frac{P}{A_0}\cos^2 45^\circ = \frac{P}{2A_0}$$



93-rasm

O'zaro tik $mn \perp qc$ tekislikda hosil bo'lgan urinma kuchlanish

$$\tau\alpha^I = \frac{\sigma}{2} \cdot \sin 2\alpha = \frac{\sigma}{2}\sin 2$$

$$(90^0 \alpha) = -\frac{\sigma}{2}\sin^2 \alpha = -\tau\alpha \qquad (7)$$

Demak o'zaro tik kesikliklarda biri ikkinchisiga teng va qarama – qarshi yo'nalgan urinma kuchlanishlar hosil bo'ladi, shunga urinma kuchlanishlarning juftlik qonuni deb aytiladi.

Moor doirasi yordamida ham kuchlanishlarni aniqlash mumkin.

BO'YLAMA DEFORMATSIYA. GUK QONUNI

Bo'ylama deformatsiya o'rganilganda, cho'zilish deformatsiyasi uchun olingan bog'lanishlar manfiy ishorani hisobga olgan holda siqilish deformatsiyasi uchun ham ishlatiladi. Cho'zilish va siqilish deformatsiyasini geometrik, fizikaviy, statik tomonlari quyidagicha o'rganiladi:

---

[5]1. Mechanics of materials.27page.Seventh Edition

1) Masalani geometrik tomoni.

6-rasmdan ko'rinadiki absolyut deformatsiya quyidagicha aniqlanadi.

$$\Delta l = L_1 - L_0 \qquad (1)$$

Ko'ndalang absalyut deformatsiya quyidagicha aniqlanadi.

$$\Delta d = d_0 - d_1 \qquad (2)$$

Nisbiy deformatsiyalar quyidagicha aniqlanadi:

Bo'ylama deformatsiya $\xi = \dfrac{\Delta l}{l_0}$ (3)

Ko'ndalang deformatsiya $\xi^I = \dfrac{\Delta d}{d_0}$ (4)

Nisbiy deformatsiyalarda o'lchov birligi yo'q.

Nisbiy deformatsiyalar o'zaro Puasson koeffitsienti orkali bog'lanishda bo'ladi.

$$\mu = -\frac{\xi^1}{\xi} \qquad (5)$$

$0 \leq \mu \leq 0{,}5$ Puasson koeffitsientini o'zgarish chegarasi

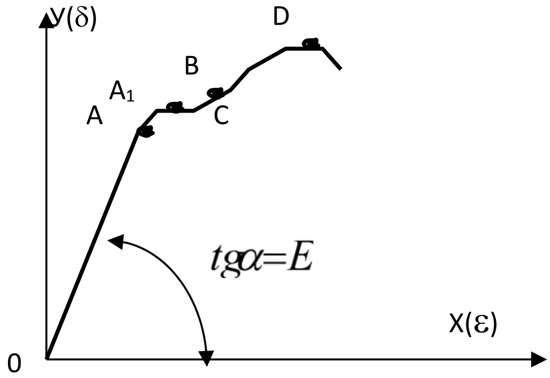
$\mu = 0$, qiymati probka materiali uchun, *$\mu = 0{,}5$* qiymati esa plastilin materiali uchun.

Eng ko'p ishlatiladigan yumshoq po'lot materiali uchun *$\mu = 0{,}33$* ga teng.

μ - qiymati turli xil materiallar uchun tablitsalarda keltiriladi.

2) Masalani fizikaviy tomoni.

Kuchlanish o'zining ma'lum bir miqdoriga etguncha elastiklik chegarasida, ya'ni kuch kaytarib olingandan keyin qoldik deformatsiya bo'lmaydi. A (.) proportsionallik chegarasi (11-rasm). A (.) elastiklik chegarasi, biri ikkinchisiga juda yaqin A (.) elastiklik chegarasigacha kuchlanish deformatsiya bilan ma'lum bir bog'lanishda bo'ladi.



94-rasm

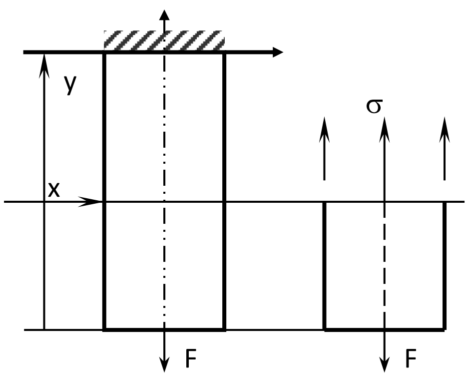
$$\sigma = E\varepsilon \quad \left[\frac{куч}{узунлик^2}\right] \cdot \left[\frac{н}{м^2}\right] \qquad (6)$$

(6) formulaga ko'ra elastiklik modulining o'lchash birligi aniqlanadi.

Elastiklik moduli E fizikaviy kattalik, turli materiallar uchun tablitsada beriladi. Tajribalar yordamida aniqlanadi.

3) Masalani statik tomoni.

Ichki va tashqi kuchlarni *u* o'qiga proektsiyalarini olamiz.



$$\Sigma Упр = F + \sigma \cdot a = o \qquad (7)$$

$$(7) - дан \quad \sigma = \frac{F}{A} \qquad (8)$$

95-rasm

(8) – formula yordamida ichki kuch (kuchlanish) aniqlanadi.

GUKNING UMUMLASHGAN QONUNI

Yuqorida olingan masalaning geometrik mohiyatidan (3) fizikaviy tomonidan (6) va statik moxiyatidan (7) bog'lanishlardan foydalanib cho'zilish yoki siqilish deformatsiyasi uchun Gukning umumlashgan qonunini olamiz.

$$\Delta l = \frac{F \cdot l}{EA} \qquad (9)$$

(9) – formulani o'lchash birligi, *m*, uning maxraji: EA – cho'zilish yoki siqilishda bikirlik deb aytiladi va material sifati va o'lchamidan bog'liq.

Formula analitik ravishda absolyut deformatsiya *(Δl)* ni hisoblashga imkon beradi.

Cho'zilish va siqilish

A= ko'ndalang kesim yuzasi

Δl = absolyut uzayishi

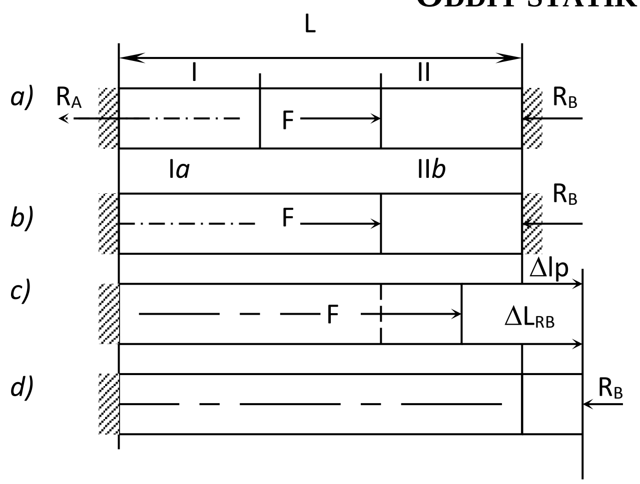
E = materiallar elastik doimiy, Elastiklik ning modulidagi doimiylik

Cho'zilish va siqilishda Guk qonuni

$$\Delta l == PL / AE$$ [6]

15-ma'ruza: Cho'zilish va siqilishda statik aniq va aniqmas sistemalar hisobi.

ODDIY STATIK ANIQMAS MASALALAR



$$\Sigma X_{\Delta P} = 0$$
$$R_A - F + R_B = 0 \qquad (1)$$

[6] 1.S. Temoshenko.2013.Strencth of Materials.3.page

25-rasm

Ikkita noma`lum bor, tenglama 1 - dan, Shuning uchun statik aniqmaslik darajasi 1 marta V (.) tayanchini ozod qilamiz va Guk qonuniga ko`ra kuchlar ta`sirini bog'liqsizlik printsipiga ko`ra absalyut deformatsiyalarni yozamiz. F kuchi ta`sirida strejenni uchastkasi

$$\Delta l_F = \frac{Fa}{EA} \tag{2}$$

Qiymatga: kuchi hisobiga sterjjenni to`la uzunligi

$$\Delta l_{RB} = \frac{R_B(a+b)}{EA} \tag{3}$$

Sterjen' A va V (.) mahkamganligi uchun bo`ladi, *L=0 const* demak

$$\Delta l_P = \Delta l_{RB} \tag{4}$$

O`z navbatida $\Delta l_P$, $\Delta l_{RB}$ o`rniga (4) formulaga qiymatlarini (2) va (3) da keltirib qo`yamiz.

$$\frac{Fa}{EA} = \frac{R_B \cdot (a+b)}{EA}; \qquad R_B = \frac{Fa}{a+b} \tag{5}$$

Qiymatini (1) formulaga keltirib qo`ysak quyidagini topamiz.

$$R_A = P - R_B = F - \frac{Fa}{a+b} = \frac{F(a+b) - Fa}{a+b} = \frac{Fb}{a+b} \tag{6}$$

Reaktsiya kuchlarini to`g'ri topilganini tekshirish maqsadida berilgan kuchni va reaktsiya kuchlarini *x* o`qiga proektsiyasini olamiz.

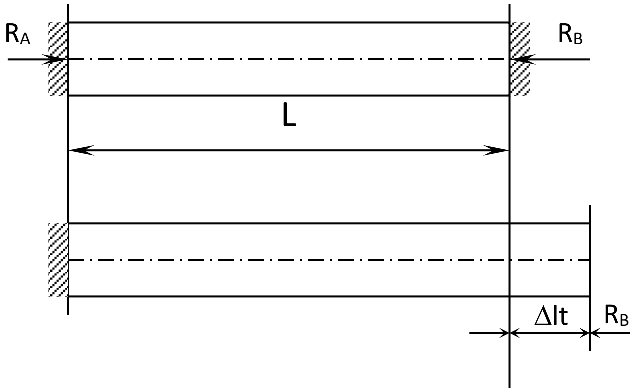
$$\Sigma X_{np} = 0; \quad -R_A + FR_B = 0$$

$$F = R_A + R_B = \frac{Fb}{a+b} + \frac{Fa}{a+b} = \frac{F(a+b)}{(a+b)} = F$$

Shuningdek I - I qirqimidagi kuchlanish $\sigma_{I-II} = \frac{R_A}{A}$ II – II qirqimidagi kuchlanish

$$\sigma_{II-II} = \frac{Rb}{A}$$

Shuningdek bir marotaba statik aniqmas masalaga temperatura ta`sirida hosil bo`lgan kuchlanish holati hisoblanadi.



$$\Sigma X_{np} = 0$$

$$R_A - R_B = 0; \quad R_A = R_B \ (1).$$

$$Qo'shimcha \ tenglama$$

$$\Delta lt = \Delta l R_b \qquad (2).$$

$$\Delta lt = d \cdot l \cdot t \qquad (3).$$

$$\Delta l_{RB} = \frac{R_B l}{EA} \qquad (4).$$

$$R_B = EA\alpha t \qquad (5).$$

26-rasm

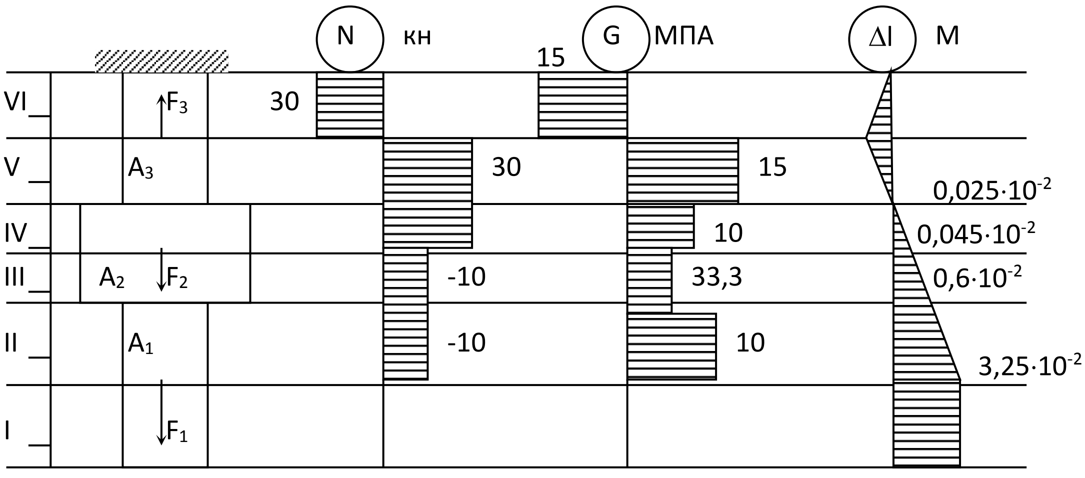
α – jismning issiqlikdan kengayish koeffitsienti.

2 - Masala

Po`lot sterjeniga $R_1$=10 kN, $R_2$=20kN va $R_3$=60kN kuchlari qo`yilgan, bo`ylama kuch *N*, normal kuchlanish epyurasi qurilsin, Shuningdek erkin uchining ko`chishi aniqlansin.

$$l_1 = 400\text{мм}, \quad l_{II} = 500\text{мм} \quad l_{III} = 300\text{мм} \quad l_{IV} = 200\text{мм}$$
$$l_V = 300\text{мм}, \quad l_{VI} = 400\text{мм} \quad A_1 = 10\text{см}^2 \quad A_2 = 30\text{см}^2$$
$$A_3 = 20\text{см}^2.$$

Sterjen massasi hisobga olinmaydi.



27-rasm

Koordinata o`qining musbat ishorasini yo`naltirib uchastkalarga bo`lib chiqamiz.

Ajratilgan uchastkalar bo`yicha muvozanat tenglamalarini yozib chiqamiz (kesim metodidan foydalanib)

Uchastka I: $-N_I = 0$

Uchastka II: $-N_{II} + F_I = 0; \quad N_{II} = F_I = 10\kappa H$

Uchastka III: $-N_{IIIi} + F_I = 0; \quad N_{III} = F_I = 10\kappa H$

Uchastka IV: $N_{IV} + F_I + F_2 = 0; \quad N_{IV} = F_1 + F_2 = 10 + 20 = 30\kappa H$

Uchastka V: $-N_v + F_1 + F_2 = 0; \quad N_v = F_1 + F_2 = 10 + 20 = 30\kappa H$

UchastkaVI: $-N_{VI} + F_1 + F_2 - F_3 = 0;\ N_{VI} = F_1 + F_2 = 10 + 20 - 50 = -30\kappa H = R_A$

R_A – maxkamlangan qismining reaktsiyasi.

Shunday qilib I dan V uchastkagacha cho`zilish reaktsiyasi hosil bo`ladi. VI uchastkada esa siqilish reaktsiyasi hosil bo`ladi.

Bo`ylama kuchlar qiymatiga ko`ra uchastkalar bo`yicha kuchlanishlar quyidagicha aniqlanadi.

$$\sigma_I = \frac{N_I}{A_I} = \frac{0}{0{,}001} = 0 \qquad \sigma_{II} = \frac{N_{II}}{A_{II}} = \frac{10000}{0{,}001} = 10M\Pi a$$

$$\sigma_{III} = \frac{N_{III}}{A_{III}} = \frac{10000}{0{,}003} = 3{,}33M\Pi a \qquad \sigma_{IV} = \frac{N_{IV}}{A_{IV}} = \frac{30000}{0{,}003} = 10M\Pi a$$

$$\sigma_V = \frac{N_V}{A_V} = \frac{30000}{0{,}002} = 15M\Pi a \qquad \sigma_{VI} = \frac{N_{VI}}{A_{VI}} = \frac{30000}{0{,}002} = -15M\Pi a$$

Shu kuchlanishlar bo`yicha epyuralar ham qurish mumkin. erkin uchining kuchishi quyidagicha aniqlanadi.

$$\Delta l = \frac{N_I l_I}{EA_1} + \frac{N_{II} l_{II}}{EA_1} + \frac{N_{III} l_{III}}{EA_2} + \frac{N_{IV} l_{IV}}{EA_2} + \frac{N_V l_V}{EA_3} + \frac{N_{VI} l_{VI}}{EA_3} =$$

$$= \frac{1}{2\cdot 10^0}\left(\frac{0{,}04}{0{,}001} + \frac{10000\cdot 0{,}5}{0{,}001} + \frac{10000\cdot 0{,}3}{0{,}003} + \frac{30000\cdot 0{,}2}{0{,}003} + \frac{30000\cdot 0{,}3}{0{,}002} - \frac{30000\cdot 0{,}4}{0{,}002}\right) \approx 3{,}25\text{мм}$$

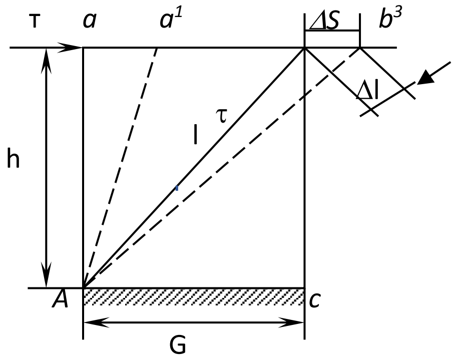
$$E = 2 \cdot 10^{11}\ \Pi a = 2 \cdot 10^{5}\ M\Pi a$$

po`lat materiali uchun.

16-ma'ruza: Siljish. Siljish deformasiyasi. Kuchlanishlar va deformasiyalar. Siljishda Guk qonuni.

REJA:

1. Sof siljishda Guk qonuni.
2. Siljish deformatsiyasida potentsial energiya.
3. Parchin mixlarning hisobi.
4. Payvand birikmalarning hisobi.



96-rasm

Sof siljish Guk qonuni quyidagicha ishlatiladi.

$\tau = JG$ (1).

- Urinma kuchlanish $M\Pi a$
- Ikkinchi darajali elastiklik moduli, uning ham

Chunki bu burchak quyidagi formula bilan ham aniqlanishi mumkin.

$$J = \frac{\Delta S}{h} \qquad (2)$$

$tgJ = J$ deb qabul qilingan juda kichkina burchak *a v c d* da dioganal $l = h\sqrt{2}$ teng, o'z navbatida nisbiy deformatsiya

$$\xi = \frac{\Delta l}{l} = \frac{\Delta S}{2h} = \frac{J}{2} \qquad (3) \text{ teng.}$$

Tekis kuchlanganlik xolatida bosh nisbiy deformatsiyani bosh kuchlanish bilan ifoda etsak

$$\xi_1 = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \mu\sigma_3) = \frac{1+\mu}{E}\tau \qquad (4)$$

(1) formuladan ξ_1 qiymatini (3) ga va (4) keltirib qo'ysak

$$\frac{\tau}{LG} = \frac{1+\mu}{E}\tau \qquad \text{еки} \qquad G = \frac{E}{2(1+\mu)} \qquad (5)$$

(5) formula bo'ylama ko'ndalang elastiklik modullari o'rtasida bog'lanishni beradi. Demak materialning uchta elastiklik xarakteristikasida 2 tasi asos kilib olinib uchinchisi funktsiya ko'rinishida aniqlanadi.

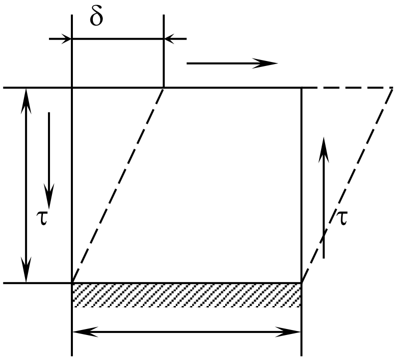
Tajribalar yordamida aytilgan materialning elastik xarakteristikalari E, G va μ biri ikkinchisidan mustaqil holda aniqlanishi mumkin, natijada (5) bog'lanishni doimo tasdiqlaydi.

SILJISH DEFORMATSIYASIDA POTENTSIAL ENERGIYA

Urinma kuch $T = \tau \cdot a$ 1 ga teng bo'lganligi uchun, bajarilgan ish yoki potentsial energiya $A = U = \frac{1}{2} T \cdot \delta$

δ ni kattaligi $\delta = J \cdot a$ (1) bo'lganligi uchun, $T = \tau \cdot a$ (2) qo'ysak

$$U = \frac{1}{2}\tau y \cdot a^2 \qquad (2).$$



97-rasm

Deformatsiyaga duch kelgan elementning hajm $V = a^2 \cdot 1$ bo'lganligi uchun, nisbiy potentsial energiya

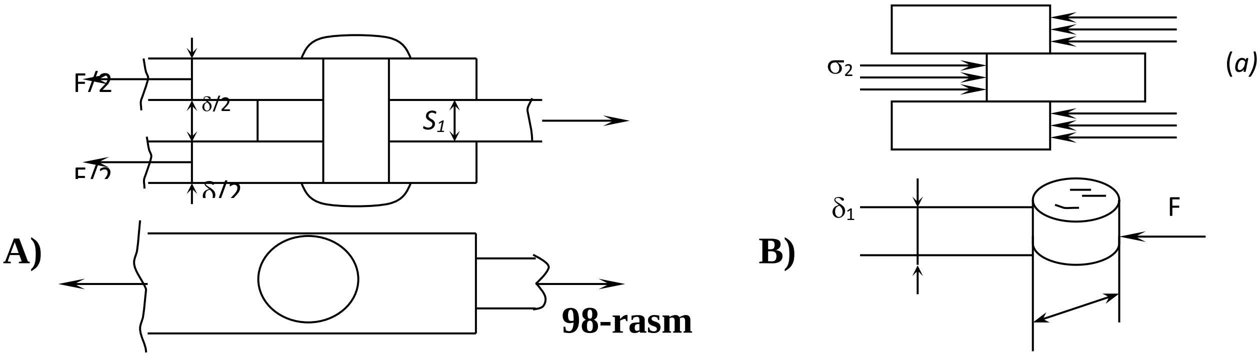
$$U = \frac{U}{V} = \frac{1\tau y a^2}{2\alpha^2} = \frac{1}{2}\tau J \qquad (3)$$

Siljishda Guk qonunini qo'llab

$$U = \frac{1}{2}\tau\frac{\tau}{b} = \frac{\tau^2}{2G} \qquad (4)$$

(4) formula oddiy cho'zilish uchun yozilgan formula $U = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma^2}{E}$ eslatadi.

PARCHIN MIXLARNING XISOBI



98-rasm

Parchin mixlarda ikki xil kuchlanish hosil buladi: 1–dan ezilish deformatsiyasiga ishlaydi; 2 – qirqilish deformatsiyasiga ishlaydi.

Parchin mixlarning ezilish deformatsiyasi bo’yicha mustaxkamlik sharti.

$$\sigma_{эз} = \frac{F}{A_{эз}} \leq [\sigma_{эз}] \qquad (1)$$

(1) formulada $[\sigma_{ez}]$ – ezuvchi kuchlanish bo’yicha ruxsat etilgan kuchlanishi F_{ez} – ezilishga ishlayotgan yuza.

$$F_{эз} = \delta \cdot d \qquad ёки \qquad F_{эз} = \delta_1 \cdot d$$

Shu yuzalardan qaysi biri kichik bo’lsa, mustaxkamlik shartiga qo’yib ishlatiladi.

Agar parchin mixlar soni ta bo’lsa mustaxkamlik sharti quyidagicha yoziladi.

$$\sigma_{эз} = \frac{F}{\Delta\delta \cdot d} \leq [\sigma_{эз}] \qquad (2)$$

(2) formulaga ko’ra zaklepkalar soni, elementning qalinligi yoki zaklepkaning diametri aniqlanishi mumkin zaklepka ishlatiladigan parchin mixning materiali va tashki kuch ma’lum bo’lsa,

(2) mustaxkamlik shartiga kura zaklepkalar soni kuyidagicha aniqlanadi.

$$n \geq \frac{F}{[\sigma_{эз}]\sigma \cdot d} \qquad (3)$$

Shuningdek zaklepkalar soni aniq bo’lsa, uning diametri quyidagicha topiladi.

$$d \geq \frac{F}{[\sigma_{эз}] \cdot n \cdot \delta} \qquad (4)$$

(2) mustaxkamlik shartiga ko'ra sistemaga qo'yilishi mumkin bulgan kuch kuyidagicha topiladi.

$$F_{доп} \leq [\sigma_{эз}] \cdot n \cdot d \cdot \delta \qquad (5)$$

Parchin mixning hisobi bo'yicha mustahkamlik sharti quyidagicha yoziladi.

$$\tau = \frac{F}{A_{кес}} \leq [\tau_{кес}] \qquad (6)$$

(6) formula mustaxkamlik shartining tekshirish metodi: $[\tau_{kes}]$ – mixning materiali uchun ruxsat etilgan kuchlanish

$$A_{кес} = \frac{\Pi d^2}{4} \cdot n \qquad (7)$$

kesiladigan yuza (7) formulani hisobga olsak diametr quyidagicha aniqlanadi.

$$d \geq \sqrt{\frac{4F}{n\Pi[\tau_{кес}]}} \qquad (8)$$

Diametr aniqlanganda zaklepkalar soni *p*, tashqi kuch R berilgan bo'lishi kerak.

Shuningdek mixning diametri berilgan uning soni *p* quyidagicha topiladi.

$$n \geq \frac{4P}{\Pi[\tau_{кес}]d^2} \qquad (9)$$

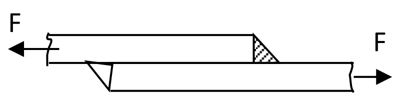
Shuningdek sistemaga kuyilishi mumkin bulgan kuch kuyidagicha topiladi.

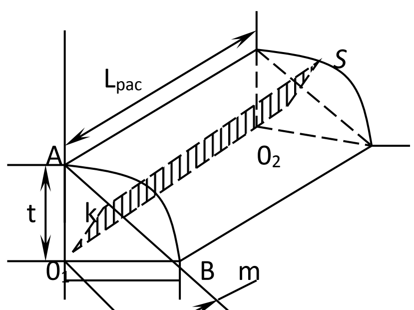
$$F_{дол} \leq [\tau_{кес}] \cdot n \frac{\tau d^2}{4} \qquad (10)$$

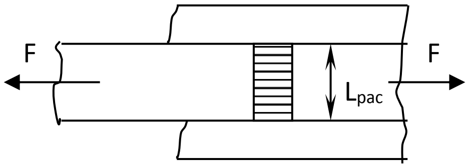
Natijada (4) formula va (8) - formuladan chiqgan natijalar taqqoslanib shulardan kattasi GOST bo'yicha yaqinlashtirilib qabul qilinadi.

Shuningdek (3) va (9) formulalar orqali topilgan parchin mixlar sonida eng kattasi olinib yaxlitlanadi. (Masalan h = 3,5; n = 4,7 bo'lsa, n = 5 ta deb qabul qilinadi).

PAYVAND BIRIKMALARNING HISOBI







99-rasm **100-rasm**

Sxemadan ko'rinadiki kesiladigan yuza $F_{кес} = L_{рас}$ $m = 0{,}7\,L_{рас}\,t$ (1)

Chunki m=0,7 t ΔOAB ning balandligi.

Payvand birikmalarda mustaxkamlik sharti,

$$\tau = \frac{F}{A_{кес}} \leq [\tau_{эл}] \tag{2}$$

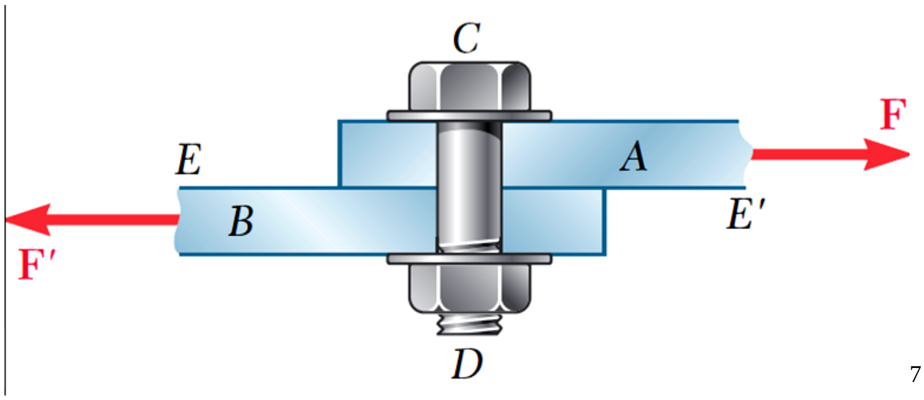
(2) formulada $[\tau_{эл}]$ - elektrod material uchun ruxsat etilgan urinma kuchlanish (1) formulani xisobga olsak payvand kilish uzunligi quyidagicha aniqlanadi.

$$L_{рас} \leq \frac{F}{0{,}7t \cdot [\tau_{эл}]} \tag{3}$$

Hisoblab topilgan L_{ras} – payvandni qulay bajarishdan bog'liq joylashtiriladi.

Boltli birikmalarning hisobi mashina detallari va maxsus fanlarda o'rgatiladi.

Siljish deformatsiyasi



[7]

[7] 1. . **Seventh Edition** Mechanics of Materials 2014.11. page

Adabiyotlar :

1. Шоҳайдарова П. ва бошқалар. "Назарий механика". Т. Ўқитувчи 1990.-407 б.
2. Рашидов Т.Р. ва бошқалар. "Назарий механика асослари". Т.Ўқитувчи 1991.-585 б.
3. Азизқориев А., С.К. Янгуразев. «Назарий механикадан масалалар ечиш». Тошкент 1980. -280 б.
4. Йўлдошев К. «Назарий механикадан курс ишларини бажаришга доир методик қўлланма» Тошкент. «Ўзбекистон» 1993. -320 б.
5. О.Е. Кепе, Я.А. Виба, О.П. Грапис. «Назарий механика фанидан қисқа масалалар тўплами». М. 2008.- 289 б.
6. Мешчерский И.В. «Назарий механикадан масалалар тўплами». Т. -1989.-448 б.
7. Муродов М.М., Иноятова Х.М., Уснатдинов К.У. "Назарий механика" Т. Истиқлол. 2004. -208 б.
8. Яблонский А.А. “Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике”М.: “Высшая школа”, 1985.
9. Бибутов Н.С. “Амалий механика”, ўқув қўлланма, Т.: “Фан ва технология”, 2007-397 бет.
10. Набиев А. “Материаллар қаршилиги курси”. “Янги аср авлоди”. Тошкент, 2008 й., 489 бет.
11. Hasanov S.M.,A.N.Nabiyev. “Materiallar qarshiligidan masalalar yechish”. T.: O’zbekiston. 2006 й., 288 бет.
12. Феодосев В.И. Сопротивление материалов: Учебник для втузов -М.:Наука. Гл.ред.Физ.-мат. лит.1986.-512 с.

12. P. TIMOSHENKO. JAMES M GERE MECHANIKS OF MATERIALS. VAN NO RAND REINHOLD COMPANY. New York – Cincinnati –Toronto –London – Melbourne -1972 Механика материалов. Москва, «Мир», 1976 год.
13. Ferdinand P. Beer E. Russell Johnston, Jr. John T. DeWolf David F. Mazurek. MECHANIKS OF MATERIALS. United States Coast Guard Academy. Published by McGraw-Hill Education, 2 Penn Plaza, New York, NY 10121. Copyright ©, 2015 by.
14. R.C.Hibbler. Statics & dinamiks.
15. prof . dr. ing. Vasile Szolga. Theoretical Mechanics part one statics of the particle, of the rigid body and of the systems of bodies kinematics of the particle. 2010.
16. prof . dr. ing. Vasile Szolga. Theoretical Mechanics lecture notes and sample problems part two. 2010
17. Aleksandras stulginskis university faculty of agricultural Engineering Department of Mechanics Egle Jotautiene Theoretical Mechanics practicums Kaunas-akademija. 2012
18. A.M.Dolgov. Theoretical mechanics dynamics. Tutorial. Dnipropetrovs’k NMU-2012.

Интернет сайтлари:

1. www.ziyonet.uz;
2. www.bilim.uz;
3. instmech.fan.uz;