

O`ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIV V O`RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI

ABDULLA QODIRIY NOMLI
JIZZAX DAVLAT PEDAGOGIKA INSTITUTI

Fizika- matematika fakulteti

Fizika va astronomiya o'qitish metodikasi
kafedrasi

NAZARIY FIZIKA
(ELEKTRODINAMIKA)

fanidan
MA'RUZA MATNI

Bilim sohasi: 100000 – Gumanitar
Ta'lim sohasi: 110000 – Pedagogika
Ta'lim yo'nalishi: 5120100 – Fizika va astronomiya o'qitish metodikasi

JIZZAX – 2018

Mavzu: Matematik tushunchalar

Reja:

1. Vektorlar algebrasi asoslari.
2. Vektor operatorlar haqida tushuncha.
3. Ostrgradskiy-Gauss va Stoks teoremlari.
4. Nabra operatorlar.

Tayanch iboralar: skalar va vektor kattaliklar, funksiya gradiyenti, vektor divergentsiyasi, vektor uyurmasi, yopiq sirt, yopiq kontr, integral, Laplas operatori

Vektorlar algebrasi

Ikki \vec{a} va \vec{b} vektorlarning skalyar ko'paytmasi quyidagicha yoziladi:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos(\vec{a} \wedge \vec{b}).$$

bu yerda $\vec{a}(a_x, a_y, a_z)$ va $\vec{b}(b_x, b_y, b_z)$ bo'lsa,

$$\vec{a} = \vec{i} a_x + \vec{j} a_y + \vec{k} a_z,$$

$$\vec{b} = \vec{i} b_x + \vec{j} b_y + \vec{k} b_z$$

va

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z, \quad \cos(\vec{a} \wedge \vec{b}) = \frac{a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \sqrt{b_x^2 + b_y^2 + b_z^2}}.$$

Ikki \vec{a} va \vec{b} vektorlarning vektorli ko'paytmasi quyidagicha yoziladi:

$$[\vec{a} \vec{b}] = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin(\vec{a} \wedge \vec{b})$$

yoki

$$[\vec{a} \vec{b}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = \vec{i}(a_y b_z - a_z b_y) + \\ + \vec{j}(a_x b_z - a_z b_x) + \vec{k}(a_x b_y - a_y b_x).$$

Uchta \vec{a} , \vec{b} va \vec{c} vektorlarning vektorli ko'paytmasi quyidagicha yoziladi:

$$[\vec{a} [\vec{b} \vec{c}]] = \vec{b}(\vec{a} \vec{c}) - \vec{c}(\vec{a} \vec{b}).$$

Uchta \vec{a} , \vec{b} va \vec{c} vektorlar uchun Yakobi ifodasi o'rinli:

$$[\vec{a} [\vec{b} \vec{c}]] + [\vec{b} [\vec{a} \vec{c}]] + [\vec{c} [\vec{a} \vec{b}]] = 0.$$

Vektor operatorlar

1. Skalyar funksiyaning gradiyenti

Faraz qilaylikki, $\varphi = \varphi(x, y, z)$ skalyar funksiya berilgan. Ushbu funksiyaning gradiyenti quyidagicha ifodalanadi:

$$\text{grad} \varphi = \vec{i} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial \varphi}{\partial z}.$$

Funksiyaning gradiyenti uning tez o'zarish yo'nalishini aniqlaydi va u skalyar kattalikdir.

2. Vektorning divergensiyasi

Faraz qilaylikki, $\vec{a} = \vec{a}(x, y, z)$ vektor berilgan bo'lsin. Ushbu vektorning divergensiyasi quyidagicha topiladi:

$$\operatorname{div} \vec{a} = \frac{\partial a_x}{\partial x} + \frac{\partial a_y}{\partial y} + \frac{\partial a_z}{\partial z}.$$

Vektorning divergensiyasi skalyar kattalik bo'lib, u manba bor yoki yo'qligini aniqlaydi. Agar $\operatorname{div} \vec{a} \neq 0$ bo'lsa, u holda manba bor deyiladi.

Agar $\operatorname{div} \vec{a} = 0$ bo'lsa, u holda manba mavjud bo'lmaydi.

Agar $\operatorname{div} \vec{a} < 0$ bo'lsa, manbaga kiradi va agar $\operatorname{div} \vec{a} > 0$ bo'lsa, manbadan chiqadi deb tushunish lozim.

3. Vektorning uyurmasi

Faraz qilaylikki, $\vec{a} = \vec{a}(x, y, z)$ vektor berilgan bo'lsin. Ushbu vektorning uyurmasi quyidagicha ifodalanadi:

$$\operatorname{rot} \vec{a} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ a_x & a_y & a_z \end{vmatrix} = \vec{i} \left(\frac{\partial a_z}{\partial y} - \frac{\partial a_y}{\partial z} \right) +$$

$$+ \vec{j} \left(\frac{\partial a_z}{\partial x} - \frac{\partial a_x}{\partial z} \right) + \vec{k} \left(\frac{\partial a_y}{\partial x} - \frac{\partial a_x}{\partial y} \right).$$

Vektorning uyurmasi vektor kattalik bo'lib, u maydon uyurmali yoki uyurmasiz ekanligini aniqlaydi. Agar $\operatorname{rot} \vec{a} \neq 0$ bo'lsa, maydon uyurmali va agar $\operatorname{rot} \vec{a} = 0$ bo'lsa, maydon uyurmasiz deyiladi.

Ostrogradskiy-Gauss teoremasi

Faraz qilaylikki, vektor maydon berilgan va bu vektor aniqlangan sohada ixtiyoriy yopiq yuzani ajratib olaylik (1-rasm). Ushbu yuzani normal yo'nalishida elementar vektor yuzani $d\vec{S}$ deb belgilaymiz.

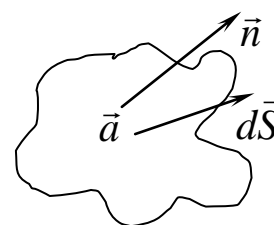
Agar shu sohada \vec{a} vektor aniqlangan bo'lsa, $\vec{a} \cdot d\vec{S}$ ushbu elementar sirtan vektorning oqimini beradi. Ushbu vektorning yopiq sirt bo'yicha vektor oqimi quyidagiga teng bo'ladi:

$$\oint \vec{a} \cdot d\vec{S} = \int \operatorname{div} \vec{a} dV.$$

Demak, yopiq sirt orqali vektor oqimi shu yopiq sirt bilan chegaralangan hajm bo'yicha olingan vektor divergensiyasining integraliga teng bo'ladi. Ushbu tasdiq Ostrogradskiy-Gauss teoremasining mazmunini tashkil etadi.

Stoks teoremasi

Faraz qilaylikki, vektor maydon berilgan bo'lib, vektor aniqlangan sohada biror ixtiyoriy yopiq kontur ajratib olamiz va uni L deb belgilaymiz (2-rasm). Agar biz konturni aylanib chiqishimizda kontur bilan chegaralangan soha hamma vaqt chap tomonimizda qolsa, konturning bunday yo'nalishi uning musbat yo'nalishi deb



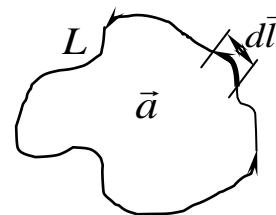
1-rasm

qabul qilingan. Kontur yo'nalishida $d\vec{l}$ elementar konturni ajratib olib, uni \vec{a} ga ko'paytirsak, ya'ni $\vec{a}d\vec{l}$ vektorning elementar yopiq kontur bo'yicha sirkulyasiyasini beradi.

Vektorning elementar yopiq kontur bo'yicha sirkulyasiyasi quyidagiga teng bo'ladi:

$$\oint \vec{a}d\vec{l} = \int \text{rot}\vec{a}d\vec{s}.$$

Demak, vektorning elementar yopiq kontur bo'yicha olingan integrali shu kontur bilan chegaralangan sirt orqali vektor uyurmasining oqimiga teng bo'ladi. Ushbu tasdiq Stoks teoremasining mazmunini ifodalaydi.



Nabla operatori

Nabla operatori deb

2- rasm

quyidagi ko'rinishdagi ifodaga aytiladi:

$$\vec{\nabla} = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z}.$$

Nabla operatori vektor kattalikdir. Nabla operatoridan foydalanib, quyidagi tengliklarni yozish mumkin:

$$\text{grad}\varphi = \nabla\varphi,$$

$$\text{div}\vec{a} = (\nabla\vec{a}),$$

$$\text{rot}\vec{a} = [\nabla\vec{a}].$$

Nablaning dekart komponentalarini quyidagicha yozish mumkin:

$$\nabla_x = \frac{\partial}{\partial x}, \nabla_y = \frac{\partial}{\partial y}, \nabla_z = \frac{\partial}{\partial z}.$$

Nablaning boshqa kattaliklar bilan bog'liqligi quyidagicha:

$$\nabla^2 = \Delta, \Delta\vec{a} = \nabla^2\vec{a}, \vec{\nabla}(\vec{a}\vec{b}) = \vec{\nabla}(\vec{a}\vec{b}_c) + \vec{\nabla}(\vec{a}_c\vec{b}) = \vec{b}\vec{\nabla}\vec{a} + \vec{a}\vec{\nabla}\vec{b} = \vec{b}\text{grad}\vec{a} + \vec{a}\text{grad}\vec{b},$$

bu yerda \vec{a}_c va \vec{b}_c lar o'zgarma vektorlar.

$$\nabla(\nabla\vec{a}) = \text{graddiv}\vec{a},$$

$$(\nabla\nabla\varphi) = \text{divgrad}\varphi,$$

$$[\nabla\nabla\varphi] = \text{rotgrad}\varphi,$$

$$(\nabla[\nabla\vec{a}]) = \text{divrot}\vec{a},$$

$$[\nabla[\nabla\vec{a}]] = \text{rotrot}\vec{a}.$$

Nazorat uchun savollar:

1. Vektorlarning scalar va vektor ko'paytmalarini ko'rsating.
2. Vektorlar uchun Yakobi ifodasini tushintiring.
3. Funksiyaning gradiyenti qanday kattalik?
4. Vektorning divergensiyasi qanday kattalik?
5. Vektorning rotori qanday kattalik?
6. Ostrogradskiy-Gauss teoremasida nima to'g'rida gap boradi?
7. Stoks teoremasi nima to'g'rida?
8. Nabla operatorining boshqa kattaliklar bilan bog'liqligini ko'rsating.

Mavzu: Nisbiylik tamoyili.

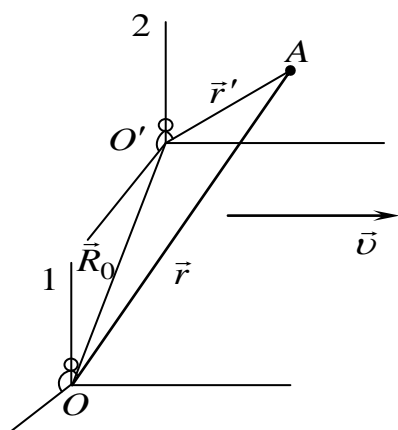
Reja:

1. Galileyning nisbiylik tamoyili.
2. Eynshteynning xususiy nisbiylik nazariyasi asoslari.
3. Voqeya. Ikki voqeya orasidagi interval.
4. Xususiy vaqt.

Tayanch iboralar: inersial tizim, Nyuton qonunlari, hodisa va qonunlari, harakatlanuvchi optik tajriba, Maksvell tenglamalari, Maykelson tajribasi, yorug'lik tezligi, dunyoviy nuqta, signal, interval, voqeya, invariant, K va K' tizimlar, harakatdagi soat.

Galileyning nisbiylik tamoyili

Tabaitdagi jarayonlarni qarab chiqish uchun sanoq tizimini o'rganish zarurdir. Sanoq tizimi deb, koordinata tizimi va u bilan bog'langan soatga aytiladi.



3- rasm

Har bir tizimga nisbatan jismning harakati to'g'ri chiziqli tekis bo'lsa, bunday tizimga inersial sanoq tizimi deyiladi.

Agar bir inersial sanoq tizim ikkinchisiga nisbatan to'g'ri chiziqli tekis harakatlanayotgan bo'lsa, unda ikkinchi sanoq tizimi ham inersial tizim bo'ladi.

Mexanikaning hamma qonunlari (ho-disalari) barcha inersial tizimlarga nisbatan bir xilda o'tishi kerak. Nyutonning birinchi va ikkinchi qonunlari tabiatda inersial tizim-larning mavjudligini ifodalaydi.

Misol sifatida Nyutonning ikkinchi qonuni barcha inersial tizimlarda bir xilda yozilishini qarab chiqaylik. Buning uchun ikkita inersial tizim olib, A jismning harakatini kuzataylik (3-rasm). Ikki kuzatuvchi ikkita sanoq tizimining boshida turib kuzatsin. Jismning birinchi tizim uchun radius-vektorini \vec{r} va ta'sir kuchini \vec{F} deb belgilasak, boshqa tizimdagi kuzatuvchi uchun harakat tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$\frac{md^2\vec{r}}{dt^2} = \vec{F} \quad (1)$$

Birinchi uchun ham xuddi shunday bo'lishi kerak. Buning uchun ikki koordinatalar tizimlarning boshlarini tutashtiruvchi chiziqni \vec{R}_0 va $\vec{V} = \text{const}$ deb olsak, quyidagini yozish o'rinli bo'ladi:

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{R}_0 \quad (2)$$

yoki

$$\begin{cases} \vec{r} = \vec{r}' + \vec{V}t, \\ t = t'. \end{cases} \quad (3)$$

Ushbu almashtirishga Galiley almashtirishi deyiladi.

(3) almashtirishdan ikki marta hosila olib, barcha inersial tizimlarda tezlanishlar bir xil bo'lishini ko'rish qiyin emas, ya'ni

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \frac{d^2\vec{r}'}{dt'^2}.$$

Ushbu tenglikni har ikkala tomonini m -ga ko'paytirib ta'sir etuvchi kuchlar ham bir xil ekanligiga kelamiz, ya'ni

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = m \frac{d^2 \vec{r}'}{dt^2}$$

yoki

$$\vec{F} = \vec{F}'.$$

Yuqoridagi tasdiqlar kabi radius-vektorlarning ham bir xil ekanligiga ishonch hosil qilish mumkin, ya'ni

$$\vec{r} = |\vec{r}_2 - \vec{r}_1| = |\vec{r}'_2 + \vec{V}t - \vec{r}'_1 - \vec{V}t| = |\vec{r}'_2 - \vec{r}'_1| = \vec{r}'.$$

Shunday qilib, xulosa qilish mumkinki, hamma mexanik hodisalar barcha inersial tizimlarda bir xilda ko'chadi.

Eynshteynning xususiy nisbiylik nazariyasi asoslari

Biz mumtoz mexanikada qarab chiqqan hamma o'zaro ta'sir tarqalish tezligi yorug'lik tezligiga nisbatan juda kichikdir.

A. Eynshteyn 1905 yilda nisbiylik tamoyili va o'zaro ta'sir tarqalish tezligining chekliligini birlashtirgan holda o'zining nisbiylik tamoyilini yaratdi. Uning fikricha o'zaro ta'sir tarqalish tezligi cheksiz emas, balki u cheklangandir. 1905 yilda A. Eynshteyn harakatlanuvchi optik tajribalarni kuzatib quyidagi xulosaga keldi:

Elektromagnitizmning asosiy tenglamalari, ya'ni Maksvell tenglamalari Galiley almashtirishiga nisbatan invariant emas.

Maykelson tajribalari ko'rsatdiki, yorug'likning tarqalish tezligi yerning harakat yo'nalishida ham, qarama-qarshi yo'nalishida ham bir xildadir. Shunday tasdiqlarga asosan Eynshteyn o'zining nisbiylik nazariyasini yaratdi:

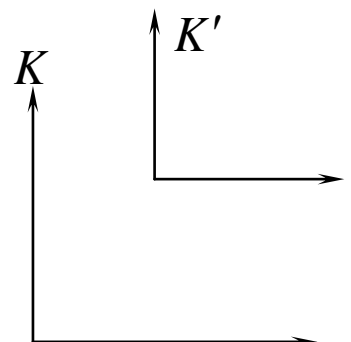
1. Hamma nisbiylik qonunlari, shu jumladan fizik qonunlar ham barcha inersial sanoq tizimlarida bir xilda bo'lishi kerak.
2. Tabiatda eng katta tezlik yorug'likning bo'shliqda tarqalish tezligi bo'lib, undan katta tezlikning bo'lishi mumkin emas.

A. Eynshteyn Galileyning nisbiylik tamoyiliga asosan inersial tizimni qoldirgan holda 1917 yilda o'zining umumiy nisbiylik nazariyasini yaratadi.

Voqea. Ikki voqea orasidagi interval

Fizikaviy hodisa fazoning qaysi nuqtasida va qaysi vaqtda vujudga kelishga voqea deb aytiladi. Voqea to'rtta kattalik orqali aniqlanadi, ya'ni koordinatalar x, y, z va st (c -yorug'lik tezligi). Shunga asosan to'rt o'lchovli fazo tushunchasini kiritamiz. Bunday fazo nuqtasini **dunyoviy nuqta** deyiladi. Agar jismning harakati to'g'ri chiziqdan iborat bo'lsa, unga **dunyoviy to'g'ri chiziq** deyiladi.

Faraz qilaylikki, ikki A va V jism berilgan va ular o'zaro ta'sirda. Ularning o'zaro ta'sirini bilish uchun A jismni holatini o'zgartirsak, V jismning holati ham o'zgaradi. Mumtoz mexanikadan ma'lumki, ikkita ta'sirda bo'lgan jismlarning birortasini holati o'zgartirilsa, o'sha vaqtning o'zida ikkinchisiga ma'lum bo'ladi. Lekin tajriba ko'rsatadiki, signal bir jismdan ikkinchi jismga cheksiz katta tezlik bilan emas, balki, u chegaralangan, yorug'likning bo'shliqdagi tezligi bilan tarqalar ekan. Signal yorug'lik tezligiga invariant tezlikdir. Ushbuni matematik nuqtai-nazardan qarab chiqaylik. Faraz qilaylikki, K va K' tizimlardan turib yorug'lik tezligini kuzataylik. Avval K tizimda turib, ikki voqeani kuzataylik (4-rasm).



4- rasm

1. **Voqea.** x_1, y_1, z_1, Ct_1 dunyoviy nuqtadan signal yubordik.

2. **Voqea.** x_2, y_2, z_2, Ct_2 dunyoviy nuqtada uni qabul qildik.

Bu holda signal bosib o'tgan masofa quyidagicha topiladi:

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} = c(t_2 - t_1) \quad (1)$$

yoki

$$c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2 = 0. \quad (2)$$

Endi ushbu voqeani K tizimdan turib kuzataylik.

1. **Voqea.** x'_1, y'_1, z'_1, Ct_1 dunyoviy nuqtada vujudga keladi.

2. **Voqea.** x'_2, y'_2, z'_2, Ct_2 dunyoviy nuqtada uni qabul qildik. Bu holda ikki dunyoviy nuqtalar orasidagi masofa (2) ifoda kabi quyidagicha topiladi:

$$c^2(t'_2 - t'_1)^2 - (x'_2 - x'_1)^2 - (y'_2 - y'_1)^2 - (z'_2 - z'_1)^2 = 0. \quad (3)$$

Agar ikki voqeaning koordinatalarini x_1, y_1, z_1, t_1 va x_2, y_2, z_2, t_2 deb olsak, unda ikki voqea orasidagi interval quyidagicha topiladi:

$$S = \sqrt{c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2}. \quad (4)$$

Shunday qilib, aytish mumkinki, ikki voqea orasidagi interval bir sanoq tizimida nolga teng bo'lsa, u boshqasida ham nolga teng bo'ladi. Ushbu yorug'lik tezligining invariantligidan kelib chiqadi.

Endi ixtiyoriy fazoviy voqeani qarab chiqaylik. Bunda ikkita voqea orasidagi farq juda kichik bo'lsa, uni differensial shaklida quyidagicha yozish mumkin:

$$dS^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2. \quad (5)$$

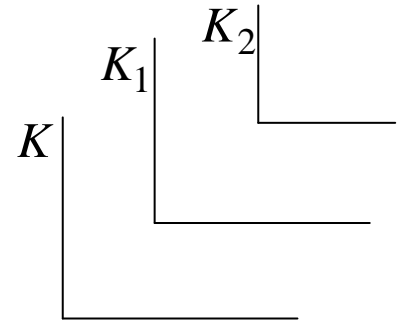
Ushbu voqea K tizimdan ham kuzatilayotganligi sababli quyidagini ham yozish mumkin:

$$dS'^2 = c^2 dt'^2 - dx'^2 - dy'^2 - dz'^2. \quad (6)$$

Bu (5) va (6) kattaliklar cheksiz kichik kattaliklar bo'lganligi sababli va ular bir xil tartibli ekanliklari uchun matematik nuqtai-nazardan ular bir-biriga proporsional bo'ladi, ya'ni

$$dS^2 = a dS'^2, \quad (7)$$

bu yerda a proporsionallik koeffitsiyenti bo'lib, u koordinataga bog'liq bo'lmaydi. Agar bog'liq bo'lganda edi, fazoning har bir nuqtasida har xil bo'lar edi. Boshqacha qilib aytganda, fazoning bir jinslilik xossasi buzilgan bo'lar edi. K va K' tizimlar bir-biriga nisbatan harakatda ekanligidan, a koeffitsiyenti tizimlarning nisbiy tezligiga bog'liq. a koeffitsiyentining yo'nalishiga bog'liq emasligi fazoning izotropligidan kelib chiqadi. a koeffitsiyentning tezligiga bog'liqligini tushunish uchun uchta tizimdan foydalanamiz (5-rasm).



5- rasm

Faraz qilaylikki, K_1 tizim K tizimga nisbatan \vec{V}_1

tezlik bilan, K_2 tizim esa, K_1 tizimga nisbatan \vec{V}_2 tezlik

bilan harakatlansin. Bu holda K_2 tizimning K tizimga nisbatan tezligi quyidagicha aniqlanadi:

$$\vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2. \quad (8)$$

Ikkita cheksiz yaqin voqeani shu uchta tizimga nisbatan kuzatsak, ikkita yaqin intervallar quyidagicha bo'ladi: K_1 uchun dS_1^2 va K_2 uchun dS_2^2 . Bu uchala intervallar bir xil tartibli cheksiz kichik kattaliklar bo'lganligi sababli quyidagi tengliklar o'rinli bo'ladi:

$$dS^2 = a(|\vec{V}_1|)dS_1^2, \quad (9)$$

$$dS_1^2 = a(|\vec{V}_2|)dS_2^2, \quad (10)$$

$$dS^2 = a(|\vec{V}|)dS_2^2. \quad (11)$$

(9), (10) va (11) ifodalarni birgalikda yechib, quyidagini olamiz:

$$a(|\vec{V}|)dS_2^2 = a(|\vec{V}_1|)dS_1^2 = a(|\vec{V}_1|) \cdot a(|\vec{V}_2|)dS_2^2. \quad (12)$$

\vec{V} tezlik \vec{V}_1 va \vec{V}_2 tezliklarning ham absolyut qiymatlariga ham yo'nalishlariga bog'liq. Shuning uchun

$$|\vec{V}| = \sqrt{\vec{V}^2} = \sqrt{(\vec{V}_1 + \vec{V}_2)^2} = \sqrt{\vec{V}_1^2 + \vec{V}_2^2 + 2V_1V_2 \cos(\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2)}.$$

Agar a koeffitsiyent tezlikka bog'liq bo'lsa, (12) tenglikdan quyidagiga ega bo'lamiz:

$$a = a^2 \text{ yoki } a = 1. \quad (13)$$

SHUNDAY QILIB, (7) VA (13) TENGLAMALARDAN QUYIDAGINI OLAMIZ:

$$dS^2 = dS'^2. \quad (14)$$

Demak, cheksiz kichik voqea orasidagi interval invariant kattalik ekan, ya'ni

$$S = S' \text{ bundan } S = inV$$

yoki

$$\sqrt{c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2} = inV.$$

Xususiy vaqt. Ekizaklar paradoksi

Biror sanoq tizimidan turib, soatning tekis harakatini kuzataylik. K' tizimga bog'langan soat shu tizimga nisbatan tinch holda bo'lib, K tizimga nisbatan harakatda bo'ladi (6-rasm). K' tizimga nisbatan tinch holatda turgan soatning ko'rsatadigan vaqti xususiy vaqt deyiladi. K' tizimda soatning koordinatalari

$$dx' = dy' = dz' = 0$$

bo'ladi. Interval invariant kattalik bo'lganligi sababli quyidagini yozish o'rinli:

$$dS = \sqrt{c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2} = dS' = \sqrt{c^2dt'^2} = cdt',$$

yoki

$$cdt' = \sqrt{c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2}.$$

Ushbu tenglikning har ikkala tomonini s ga bo'lib, quyidagini hosil qilamiz:

$$dt' = dt \sqrt{1 - \frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{c^2dt^2}} = dt \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}, \quad (1)$$

bu yerda $\vec{v}^2 = \frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{dt^2}$, dt' - xususiy vaqt.

Shunday qilib, (1) ifodadan xulosa qilish mumkinki, harakatlanayotgan soatning yurishi suslanar ekan.

Ekiziklar paradoksi

Insonlarning taraqqiyoti vaqtga bog'liq. Shunga ko'ra, ekizaklar dunyoga kelgan bo'lsa-yu, ularning birini raketaga solib uchirsak (s ga yaqin tezlik bilan) (1) ifodadan ko'rinadiki,

raketadagi ekizak yoshroq qoladi. Agar K' tizimga nisbatan kuzatsak qarama-qarshilikka (paradoks) duch kelamiz. Bularni solishtirish uchun raketadagi ekizakni qaytarib keltirishimiz lozim. Lekin u yopiq kontr bo'yicha harakatlanadi. U holda uning harakati notekis bo'ladi. Ma'lumki, tabiat qonunlari faqat inersial sanoq tizimlari uchun to'g'ridir. Bizning holimiz uchun K sanoq tizimidagi soat qo'zg'almas (inersial), K' sanoq tizimidagi soat harakatlanuvchi (noinersial) hisoblanib, ular har xil xossalarga ega bo'ladilar. Shu sababdan harakatdagi tizim bilan bog'langan tinch soatning yurishi suslanadi degan xulosa noto'g'ri bo'ladi.

Nazorat savollari:

1. Galileyning nisbiylik tamoyili qanday tamoyil?
2. Eynshteynning xususiy tamoyili va Galileyning nisbiylik tamoyillarini bog'liqligi bormi?
3. Xususiy vaqt qanday vaqt?
4. Xususiy vaqt ifodasini chiqorishda intervalning roli to'g'risida nimalarni bilasiz?
5. Interval nima?
6. Ikki voqeya orasidagi masofa qanday hisoblanadi?
7. Cheksiz kichik voqeya orasidagi interval qanday kattalik?

Mavzu: Lorens almashtirishi. Relyativistik mexanikada tezliklarni qo'shish qonuni.

Reja:

1. Lorens almashtirishlari.
2. Uzunlikni qisqarishi.
3. Relyativistik mexanikada tezliklarni qo'shish qonuni.

Tayanch iboralar: interval, radius-vektor, K va K' tizimlar, to'g'ri va teskari Lorens almashtirishlari, uzunlik, yorug'lik tezligi, hajm, hajm o'zgarishi, tezlik, vektor, tekislik, fazo.

Faraz qilaylikki, birinchi voqeamiz sanoq tizimining markazida vujudga kelsin. Bu holda to'rt o'lchovli fazoda hamma koordinatalar nolga teng bo'ladi. Ikkinchi voqeamiz esa, fazoning ixtiyoriy dunyoviy Ct , x , y , z nuqtasida vujudga kelsin. Bu holda ikki voqea orasidagi interval quyidagicha topiladi:

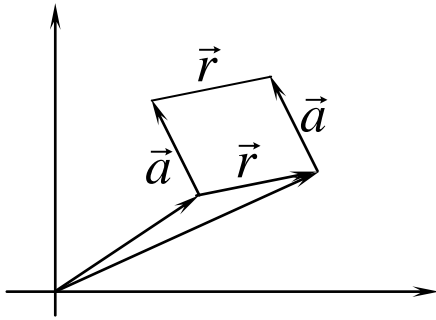
$$S = \sqrt{c^2 t^2 - x^2 - y^2 - z^2}. \quad (1)$$

Bu yerda quyidagi belgilashlar kiritamiz:

$$x_0 = ct, \quad x_1 = ix, \quad x_2 = iy, \quad x_3 = iz. \quad (2)$$

(2) ifodani hisobga olganda (1) tengligimiz quyidagicha bo'ladi:

$$S = \sqrt{x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}. \quad (3)$$



7- rasm

Interval – bu to'rt o'lchovli fazoda sanoq tizimining markazidan ixtiyoriy dunyoviy nuqttagacha bo'lgan masofa. Bizning almashtirishimiz uchun masofa o'zgarmas qolishi kerak.

1. Radius-vektorni biror doimiy vektorga siljitsak masofa o'zgarmaydi(7-rasm).

$$\vec{r}' = \vec{r} + \vec{a}$$

2. Koordinata o'qlarini qaysi burchakka burmasak ikki nuqta orasidagi masofa o'zgarmaydi.

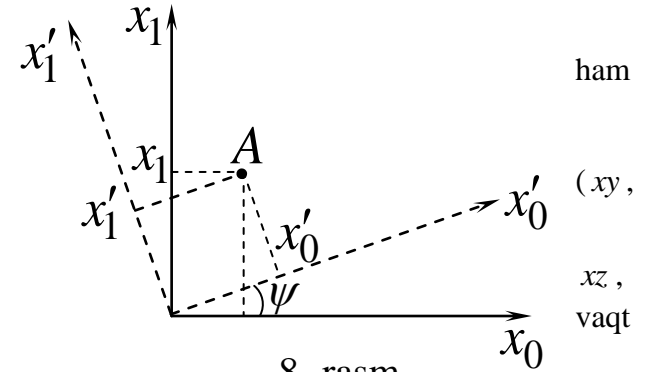
Birinchimiz fizikaviy nuqtai-nazardan ahamiyatsiz, chunki fizik kattaliklar

nisbat xossaga ega emas. Vektorning o'rniga sanoq tizimi markazini biror vektorga siljitsak bo'ladi. Bunday siljitish sanosi sistemasi markazini fizikaviy yangilikka olib kelmaydi.

To'rt o'lchovli fazoda oltita tekisliklar xz, yz, tx, ty, tz mavjud. Agar biz almashtirishni birinchi uchta tekislikda (xy, yz) olsak, fazoviy koordinatalar o'zgarib, o'zgarmay qoladi. O'tgan mavzudan ma'lumki, almashtirishni vaqt bilan bog'liq bo'lgan tekislikda olish kerak. Demak, uchta

tekislik (tx, ty, tz) qoladi. Bunda bitta koordinata ma'lum bo'lsa, ikkita koordinatani aniqlash mumkin. Shuning uchun almashtirishni tx tekisligida olamiz, ya'ni vaqt bilan bog'liq x_0x_1 tekisligida olib, ψ burchakka burib, dunyoviy nuqtani qarab chiqamiz (8-rasm).

Bunda



8- rasm

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= x'_1 \cos \psi + x'_0 \sin \psi, \\ x_0 &= x'_0 \cos \psi + x'_1 \sin \psi. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Endi eski sanoq tizimidan turib yangi burish natijasida hosil bo'lgan tizim markazining harakatini tekshiraylik. Bu holda $x'_1 = 0, x'_0 = ct' \neq 0$ bo'ladi va (4) ifodadan quyidagini hosil qilamiz:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= x'_0 \sin \psi, \\ x_0 &= x'_0 \cos \psi. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

yoki

$$\frac{x_1}{x_0} = \operatorname{tg} \psi \quad (6)$$

(6) ifodaga (2) tengliklarni qo'llasak quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{V}{c} i, \quad (7)$$

bu yerda $V = \frac{x}{t} - K'$ tizimning K tizimga nisbatan X o'qi bo'yicha tezligi.

Demak, nisbiy tezlik ma'lum bo'lsa, almashtirish burchagi topiladi. Endi quyidagi trigonometrik formuladan

$$\sin \psi = \frac{tg \psi}{\sqrt{1+tg^2 \psi}}, \quad \cos \psi = \frac{1}{\sqrt{1+tg^2 \psi}}$$

foydalanib, hamda (7) ni hisobga olib, quyidagini hosil qilamiz:

$$\sin \psi = \frac{i \frac{V}{c}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \quad \cos \psi = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}. \quad (8)$$

(4) va (8) tenglamalarni birgalikda yechib quyidagiga ega bo'lamiz:

$$x_1 = \frac{x'_1 + x'_0 i \frac{V}{c}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \quad x_0 = \frac{x'_0 - x'_1 i \frac{V}{c}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}. \quad (9)$$

tX tekisligi qaraliyotganligi sababli y va z lar doimiy qoladi, ya'ni $x_2 = x'_2$ va $x_3 = x'_3$.

Endi oddiy koordinatalarga o'tish (9) ifodani birinchisini \dot{t} ga ikkinchisini C ga bo'lish yo'li bilan bajariladi. Natijada oddiy koordinatalar uchun quyidagini olamiz:

$$x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}; \quad y = y', \quad z = z', \quad t = \frac{t' + x' \frac{v}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}. \quad (11)$$

Ushbu almashtirishni Lorens almashtirishlari deyiladi. Quyidagi teskari almashtirish o'tkazib $V = -V$, $x \leftrightarrow x'$, $y \leftrightarrow y'$, $z \leftrightarrow z'$, $t \leftrightarrow t'$ teskari Lorens almashtirishiga kelimiz, ya'ni

$$x' = \frac{x + Vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}; \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t + x' \frac{v}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

(10) almashtirishlarni Galiley almashtirishlari bilan solishtirsak, Galiley almashtirishlari yorug'likning bo'shliqdagi tezligidan juda kichik tezliklar uchun to'g'riligiga ishonch hosil qilamiz. Haqiqatdan, (10) ifodadan ko'rinib turibdiki, $C \rightarrow \infty$ da Galiley almashtirishlariga kelinadi.

Eynshteynning nisbiylik nazariyasiga aoslangan mexanika **relyativistik mexanika** deyiladi.

Ushbu mavzuning tasdiqi uchun quyidagi misollarni qarab chiqaylik:

1-misol. Vaqtning suslanish ifodasiga kelish uchun K tizimdan turib K' tizim markazida joylashgan soat harakatini kuzataylik. Soat tizim markazida joylashganligi sababli $x' = 0$. Shunga ko'ra, ikki voqea orasida o'tgan Δt vaqtning K sanoq tizimidagi qiymati quyidagicha bo'ladi:

$$t_1 = \frac{t'_1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \quad t_2 = \frac{t'_2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},$$

bundan

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (12)$$

yoki

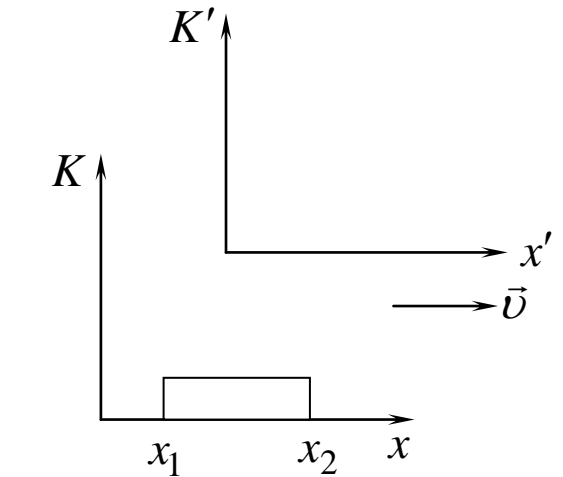
$$\Delta t' = \Delta t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

bu yerda $\Delta t'$ - xususiy vaqt.

Oxirgi ifodadan xulosa qilish mumkinki, agar soat harakatda bo'lsa, uni yurishi suslanar ekan.

Demak, eski xulosaga kelamiz.

2-misol. Jismning bo'ylama uzunligi-ning qisqarishi. Jismning bo'ylama uzunligi deb, uning harakat yo'nalishidagi uzunligiga aytiladi. Jismning bo'ylama uzunligining qisqarishini qarab chiqish uchun biror jadval olaylik. Jadvalning K tizimdagi uzunligi (9-rasm)



9- rasm

$$l_0 = x_2 - x_1. \quad (14)$$

Lorens almashtirishiga asosan quyidagini yozish mumkin:

$$l_0 = x_2 - x_1 = \frac{x'_2 - vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - \frac{x'_1 - vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} =$$

$$= \frac{x'_2 - x'_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{l}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (15)$$

bu yerda $l = x'_2 - x'_1$.

Demak, (15) ifodadan ko'rinadiki, jadval harakatda bo'lsa, uning uzunligi qisqarar ekan, ya'ni

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \quad (16)$$

Bundan tashqari, xulosa qilish mumkinki jism eng uzun bo'ladi, agar u tinch tursa. Katta tezliklarda (s ga yaqin tezliklarda) esa uzunlik qisqarib borar ekan.

Yuqorida ko'rib chiqqan misolimizni jismning hajmini o'zgarishi bo'yicha ham isbotlash mumkinki, ushbu o'zgarish quyidagicha ko'rinishga ega bo'ladi:

$$V = V_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \quad (17)$$

Mavzu: Relyativistik mexanika. Zaryadli zarra energiyasi uchun eng kichik ta'sir tamoyili.

Reja:

1. Eng kichik ta'sir tamoyili.
2. Relyativistik energiya va impuls.
3. Energiya va impulsning to'rt o'lchovli vektori.

Tayanch iboralar: variatsiya hosila, invariant, ekstremum, minimum, Lagranj funksiyasi, impuls, energiya, ichki energiya, massaning o'zgarishi, to'rt o'lchovli vektor, ta'sir integrali, to'rt o'lchovli impuls, energiya va impuls uchun Lorens almashtirishi.

Eng kichik ta'sir tamoyili (zaryadli zarra energiyasi uchun)

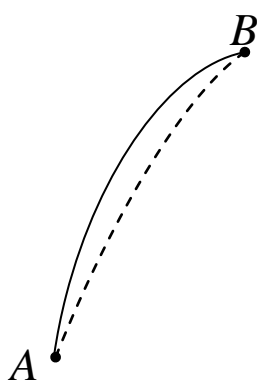
Ushbu mavzuda zaryadli zarrani erkin harakatini qarab chiqamiz. Umuman olganda har bir fizikaviy tizim holatini bitta invariant kattalik bilan xarakterlash mumkin. Bunday kattalikka ta'sir intervali deyiladi.

Eng kichik ta'sir tamoyiliga asosan, har bir tizimning haqiqiy holati uchun ta'sir integrali eng kichik qiymatga ega bo'lishi kerak. Agar ta'sir intervalini S deb olsak, u birinchidan invariant, ikkinchidan eng kichik bo'lishi kerak. Eng kichik qiymat olishi uchun uning hosilasini olib nola tenglashtirish kerak. Shunga ko'ra,

$$\Delta S = 0, \quad (1)$$

bu yerdagi hosila variatsiya hosila deyiladi.

Faraz qilaylikki, jism A nuqtadan B nuqtaga harakat qilsin (13-rasm). Buni fikriy cheksiz kichiklik deb qabul qilsak $\Delta S = 0$ bo'ladi. Shularni bilan holda jismning erkin harakati uchun S ni topish mumkin.



13- rasm

1-shart. Erkin harakat uchun ta'sir integrali $S = f(v)$ invariant bo'lishi kerak.

$$dS = c dt \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \quad (2)$$

bu yerda dS -ikki voqea orasidagi interval.

(2) ifoda ikkala shartni ham qanoatlantiradi, ya'ni

$$S \sim f(dS).$$

Harakat tenglamasiga kelish uchun d'Alamber-Lagranj funksiyasidan hosila olish kerak,

$$S \sim \int_a^b dS,$$

bu yerda a va b dunyoviy nuqtalar, dS -ikki voqea orasidagi masofa.

2-shart. Ta'sir integrali ekstrimumga ega bo'lishi kerak, ya'ni minimum bo'lishi zarur. Shuning uchun

$$S \sim -\int dS.$$

Demak,

$$S = -\alpha \int_a^b dS = -\alpha c \int_{t_1}^{t_2} dt \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \quad (3)$$

α -proporsionallik koeffitsiyenti. Uni topish uchun kichik tezliklarda relyativistik va mumtoz mexanika qonunlari o'xshashligidan foydalanamiz. Shunga ko'ra

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L dt, \quad (4)$$

bu yerda L -Lagranj funksiyasi.

Jismning erkin harakati uchun potensial energiya $U = 0$ bo'lganligi uchun

$$L = T - U = T = \frac{m_0 v^2}{2}. \quad (5)$$

(3) va (4) ifodalarni solishtirib, quyidagi ifodani hosil qilamiz:

$$L = -\alpha c \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (6)$$

(6) tenglikni $\frac{v^2}{c^2}$ ning darajalari bo'yicha qatorga yoyib, qatorning birinchi hadi bilan qanoatlansa bo'ladi. Chunki, qolgan hadlari juda kichik kattaliklar hisoblanadi, ya'ni

$$L = -\alpha c \left(1 - \frac{v^2}{2c^2} \right) - \dots = -\alpha c + \frac{\alpha v^2}{2c}. \quad (7)$$

(5) va (7) ifodalarni birgalikda qarasaq, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\frac{\alpha v^2}{2c} = \frac{m_0 v^2}{2} \text{ yoki } \alpha = m_0 c. \quad (8)$$

Demak, relyativistik mexanikada jismning erkin harakati uchun Lagranj funksiyasi quyidagicha bo'lar ekan:

$$L = -m_0 c^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \quad (9)$$

Shunday qilib, agar Lagranj funksiyasi ma'lum bo'lsa, nazariy mexanikada holat tenglamasini topish mumkin.

Relyativistik energiya va impuls

Impuls deb, Lagranj funksiyasidan tezlik vektori bo'yicha olingan birinchi tartibli xususiy hosilaga aytiladi, ya'ni

$$\vec{P} = \frac{\partial L}{\partial \vec{v}}$$

yoki

$$\vec{P} = \frac{\partial L}{\partial \vec{v}} \equiv \text{grad}_{\vec{v}} L = -m_0 c^2 \frac{1}{2\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \left(-2 \frac{\vec{v}}{c^2} \right) = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (1)$$

(1) ifodadan quyidagi xulosalar chiqarish mumkin:

1. Ma'lumki, mumtoz mexanikada $\vec{P} = m_0 \vec{v}$. Agar (1) ifodada $v \ll c$ bo'lsa, v^2 ikkinchi tartibli cheksiz kichiklik hisoblanadi. Shuning uchun $\frac{v^2}{c^2}$ ni nazarga olmasak ham bo'ladi.

Demak, $P \approx m_0 v$ hosil bo'lib, mumtoz mexanikaga kelamiz.

2. Agar $v > c$ bo'lsa, (1) ifodaning maxrajida mavhumlik hosil bo'ladi. Bu esa fizikada ma'noga ega emas. Demak, aytish mumkinki, har qanday zarraning tezligi yorug'likning bo'shliqdagi tezligidan katta bo'lolmaydi.

Energiya deb,

$$\varepsilon = \vec{P}\vec{v} - L$$

ga aytiladi.

(1) va Lagranj funksiyasi ifodalaridan foydalanib, energiya uchun quyidagi tenglikni hosil qilamiz:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{m_0 v^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + m_0 c^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{m_0 v^2 + m_0 c^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \\ &= \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \end{aligned} \quad (2)$$

(2) ifodadan quyidagi xulosalarni chiqarish mumkin:

1. $v > c$ bo'lmaydi, chunki energiya mavhum bo'lmaydi.
2. $v = 0$ bo'lsa, $\varepsilon_0 = m_0 c^2$ bo'lib, jismning tinch holatdagi energiyasini ifodalaydi. Tinch holatdagi energiyani to'liq energiya deb atash mumkin. Chunki u uning ichki energiyasini xarakterlaydi deb atash mumkin, ya'ni

$$\varepsilon = mc^2 \quad (3)$$

(2) va (3) ni solishtirib, quyidagini olamiz:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (4)$$

Agar $v = 0$ bo'lsa, (4) dan $m = m_0$ ni olamiz. Shuning uchun m jismning harakatdagi massasi hisoblanadi.

Nazorat savollari:

1. Eng kichik ta'sir tamoyili asosida Lagranj funksiyasini keltirib chiqaring.
2. Ta'sir integralidagi proporsionallik koeffitsiyentini nimaga tengligini keltirib chiqaring?
3. Relyativistik impuls deb nimaga aytiladi?
4. Relyativistik energiya deb nimaga aytiladi?
5. Energiya va impulsdan qanday qilib bita to'rt o'lchovli vektor tuzish mumkin?
6. Energiya va impuls uchun Lorens almashtirishi ifodasini yozib ko'rsating va tushuntirib bering.

Mavzu: Elektromagnit maydondagi zaryad. Elektromagnit maydonining to'rt o'lchovli potentsiali.

Reja:

1. Nuqtaviy zaryadli zarralarning tashqi maydondagi Lagranj funksiyasi.
2. Lagranj funksiyasi asosida energiya va impulsni hisoblash.

Tayanch iboralar: maydonning skalyar va vektor potentsiali, ta'sir integrali, Lagranj funksiyasi, zaryadli zarra, impuls, energiya.

Faraz qilaylikki, elektromagnit maydoni berilgan. Shuning uchun bunday maydonni tashqi maydon deyiladi. Shunday maydonda zaryadli zarrani joylashtiraylik. Agar zarra tinch bo'lsa, uning atrofida elektr maydoni hosil bo'ladi. Agar zaryadli zarralar harakatda bo'lsa, unda tok hosil bo'lib, magnit maydonini ham hosil qiladi. Ushbu xususiy elektromagnit maydoni tashqi maydonga qo'shib uni o'zgartiradi.

Masalani soddalashtirish uchun faraz qilamizki, maydonga joylashgan zaryadlar miqdori shu darajada kichikki, tashqi maydonga nisbatan uni hisobga olmasak ham bo'ladi. Shunga ko'ra aytish mumkinki, u tashqi maydonni o'gartira olmaydi. Ushbu bobdagi mavzularni yuqorida aytilgan shartlarga ko'ra qarab chiqamiz.

Mavzu: Zaryadli zarraning elektromagnit maydonda harakat tenglamasi

Reja:

1. Elektr va magnit maydon kuchlanganliklari.
2. Lorens kuchi.

Tayanch iboralar: Lagranj funksiyasi, gradiyent, uyurma, nabla operatori, elektr va magnit maydon kuchlanganliklari, Lorens kuchi, tezlik ish, yorug'lik tezligi, perpendikulyar, parallel, bir jinsli maydon, potentsial, psevido va haqiqiy vektorlar.

Nazariy mexanikadan ma'lumki, agar tizimning Lagranj funksiyasi ma'lum bo'lsa, Lagranj-d'Alamber tenglamasidan foydalanib, jismning harakat tenglamasini topish mumkin. Shunga ko'ra, zaryadli zarrani maydonga joylashtirsak uning Lagranj funksiyasi quyidagicha bo'ladi:

$$L = -m_0c^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} - e\varphi + \frac{e}{c} \vec{A} \vec{v}, \quad (1)$$

bu yerda $L = L(\vec{v}, \vec{r}, t)$, \vec{A} potentsial koordinata funksiyasi, ya'ni

$$\vec{A} = \vec{A}(\vec{r})$$

Lagranj-d'Alamber tenglamasining ko'rinishi quyidagicha bo'ladi:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \vec{v}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \vec{r}} = 0. \quad (2)$$

(1) va (2) larni birgalikda yechib quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\frac{\partial L}{\partial \vec{v}} = \vec{P} + \frac{e}{c} \vec{A}, \quad \frac{\partial L}{\partial \vec{r}} = \text{grad}L = -e \text{grad}\varphi + \frac{e}{c} \text{grad}(\vec{A} \vec{v}). \quad (3)$$

$\text{grad}(\vec{A} \vec{v})$ uchun quyidagi formuladan foydalanamiz, ya'ni

$$\text{grad}(\vec{a} \vec{b}) = [\vec{a} \text{rot} \vec{b}] + [\vec{b} \text{rot} \vec{a}] + (\vec{a} \vec{\nabla}) \vec{b} + (\vec{b} \vec{\nabla}) \vec{a},$$

$$\vec{\nabla} = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z}, \quad (\vec{a}\vec{\nabla})\vec{b} = a_x \frac{\partial \vec{b}}{\partial x} + a_y \frac{\partial \vec{b}}{\partial y} + a_z \frac{\partial \vec{b}}{\partial z}.$$

Demak,

$$\text{grad}(\vec{A}\vec{v}) = [\vec{A}\text{rot}\vec{v}] + [\vec{v}\text{rot}\vec{A}] + (\vec{A}\vec{\nabla})\vec{v} + (\vec{v}\vec{\nabla})\vec{A}.$$

Ushbu ifodani birinchi va uchinchi hadlarining nolga tengligini hisobga olgan holda quyidagicha yozish mumkin:

$$\text{grad}(\vec{A}\vec{v}) = [\vec{v}\text{rot}\vec{A}] + (\vec{v}\vec{\nabla})\vec{A}. \quad (4)$$

(2), (3) va (4) larni birgalikda yechib quyidagini hosil qilamiz:

$$\frac{d}{dt} \left(\vec{P} + \frac{e}{c} \vec{A} \right) + e \text{grad}\varphi - \frac{e}{c} [\vec{v}\text{rot}\vec{A}] - \frac{e}{c} (\vec{v}\vec{\nabla})\vec{A} = 0. \quad (5)$$

(5) ifodaga to'la hosila ishtirok etganligi sababli, \vec{A} ning to'la hosilasini yozamiz, ya'ni

$$\begin{aligned} d\vec{A} &= \frac{\partial \vec{A}}{\partial \vec{r}} d\vec{r} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} dt = \frac{d\vec{r}}{dt} \frac{\partial \vec{A}}{\partial \vec{r}} dt + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} dt = \vec{v} \frac{\partial \vec{A}}{\partial \vec{r}} dt + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} dt = \\ &= (\vec{v}\vec{\nabla})\vec{A} dt + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} dt \end{aligned}$$

yoki

$$\frac{d\vec{A}}{dt} = (\vec{v}\vec{\nabla})\vec{A} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

(5) va (6) tenglamalarni birgalikda yechib quyidagini olamiz:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = -\frac{e}{c} (\vec{v}\vec{\nabla})\vec{A} - \frac{e}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - e \text{grad}\varphi + \frac{e}{c} [\vec{v}\text{rot}\vec{A}] + \frac{e}{c} (\vec{v}\vec{\nabla})\vec{A}$$

yoki

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = e \left(-\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad}\varphi \right) + \frac{e}{c} [\vec{v}\text{rot}\vec{A}]. \quad (7)$$

Ushbu ifodaga quyidagi belgilashlar kiritamiz:

$$\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad}\varphi, \quad (8)$$

$$\vec{H} = \text{rot}\vec{A}, \quad (9)$$

bu yerda \vec{E} - elektr maydon kuchlanganlik vektori,

\vec{H} - magnit maydon kuchlanganlik vektori.

Xulosa qilib aytish mumkinki, elektr maydon kuchlanganligi maydonning skalyar va vektor potentsiallari orqali aniqlanadi. Magnit maydon kuchlanganligi esa, faqat vektor potentsiali orqali aniqlanadi. (7), (8) va (9) larni birgalikda yechib quyidagini hosil qilamiz:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = e\vec{E} + \frac{e}{c} [\vec{v}\vec{H}], \quad (10)$$

bu yerda \vec{P} - zaryadli zarra impulsi, $\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}$ - zaryadli zarraga ta'sir etuvchi kuch. Bu kuchga

Lorens kuchi deb aytiladi.

Shunday qilib, Lorens kuchi ikki qismdan iborat ekan: birinchi qismi zarra tezligidan bog'liq emas, ikkinchi qismi esa, bog'liq ekan.

Agar $\vec{H} = \mathbf{0}$ bo'lsa,

$$\vec{F} = e\vec{E}, \quad \vec{E} = \frac{\vec{F}}{e}.$$

Demak, \vec{E} - bu elektr maydoni tomonidan birlik zaryadga ta'sir etuvchi kuch ekan.

\vec{H} ning fizik ma'nosini chiqarish qiyin, chunki magnit zaryadi mavjud emas. Shuning uchun \vec{H} to'g'risida quyidagilarni aytish mumkin:

Agar $\vec{E} = 0$ bo'lsa, $\vec{F} = \frac{e}{c}[\vec{v}\vec{H}]$ yoki $\vec{F} = \frac{e}{c}[\vec{v}\vec{H}] = \frac{e}{c}\vec{v}\vec{H} \sin(\vec{v} \wedge \vec{H})$

Bu yerdan

$$\vec{F} \sim \frac{e}{c}\vec{v}\vec{H} \text{ yoki } \vec{H} = \frac{\vec{F}c}{e\vec{v}}.$$

(10) ifodaning birinchi hadidan \vec{F} va \vec{E} larning yo'nalishi bir xil ekanini ko'rish mumkin.

Ikkinchi hadidan esa, ko'rish mumkinki, magnit maydoni tomonidan ta'sir etuvchi kuch \vec{U} ga ham \vec{H} ga ham perpendikulyardir.

Endi elementar ishni hisoblaylik, ya'ni

$$dA = \vec{F}d\vec{r} = e\vec{E}d\vec{r} + \frac{e}{c}\left[\frac{d\vec{r}}{dt}\vec{H}\right]d\vec{r}, \quad (11)$$

bu yerda $\left[\frac{d\vec{r}}{dt}\vec{H}\right]$ va $d\vec{r}$ o'zaro perpendikulyar ekanligidan ularning ko'paytmasi nolga teng.

Shuning uchun (11) ifodadan quyidagini olamiz:

$$dA = e\vec{E}d\vec{r}. \quad (12)$$

Demak, xulosa qilish mumkinki, faqat elektr maydoni ish bajarar ekan. Elektr maydoni zaryadli zarrani tezlashtiradi. Magnit maydoni zaryadli zarrani faqat yo'nalishini o'zgartiradi xolos.

(10) ifodadan quyidagi xususiy hollarni ko'rib chiqaylik:

1. Agar yorug'lik tezligi C zarra tezligi U dan juda kata bo'lsa, ya'ni $v \ll c$ unda

$$\vec{P} = \frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \approx m_0\vec{v} \quad (13)$$

bo'lib, (10) teglamadan quyidagini olamiz:

$$m_0 \frac{d\vec{v}}{dt} = e\vec{E} + \frac{e}{c}[\vec{v}\vec{H}]. \quad (14)$$

Demak, Nyuton qonuniga (mumtoz mexanikaga) kelamiz.

2. Agar ta'sir etuvchi kuch zarra yo'nalishiga perpendikulyar bo'lsa, ya'ni $\vec{P} \perp \vec{F}$ unda quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (15)$$

$$\frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \frac{d\vec{v}}{dt} = F_{\perp}$$

(15) ifoda Nyuton qonunidan farq qiladi. Chunki tenglikni chap tomonida zarraning harakatdagi massasi qatnashayapti.

3. Agar ta'sir etuvchi kuch zarra yo'nalishi bo'yicha bo'lsa, ya'ni $\vec{P} // \vec{F}$, unda quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) = \frac{m_0}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}} \frac{d\vec{v}}{dt} = F_{//} \quad (16)$$

(16) ifodada $\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}$ paydo bo'ldi. Bu esa ta'sir etuvchi kuchga bog'liq. Agar kichik tezliklar uchun qarasaq, $\frac{v^2}{c^2}$ cheksiz kichik kattalik hisoblanib yana Nyuton qonuniga kelamiz.

Ma'lumki, elektr va magnit maydon kuchlanganliklari (8) va (9) ifodalar orqali ifodlanadi. Doimiy (statik) elektromagnit maydon deb, vaqt bo'yicha o'zgarmas bo'lgan maydonga aytiladi.

Maydon doimiy bo'lishi uchun \vec{A} va φ lar doimiy bo'lishi kerak, ya'ni $\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = 0$. Shularni hisobga olgan holda (8) va (9) lardan quyidagilarni olamiz:

Agar maydon kuchlanganligi fazoda bir xil bo'lsa, bunday maydonga **bir jinsli maydon** deyiladi.

Faraz qilaylikki, bizga elektrostatik maydon berilgan bo'lsin, ya'ni

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi = -\frac{\partial \varphi}{\partial \vec{r}} \text{ yoki } d\varphi = \vec{E} d\vec{r}.$$

Ushbu ifodadan P_0 dan P gacha integrallab quyidagini olamiz:

$$\int_{P_0}^P d\varphi = -\int_{P_0}^P \vec{E} d\vec{r} \text{ yoki } \varphi_P - \varphi_{P_0} = -\int_{P_0}^P \vec{E} d\vec{r}. \quad (19)$$

Odatda potensial cheksizlikdan boshlab o'lchanadi va cheksizlikdagi potensial nolga teng deb olinadi. Shuning uchun

$$\varphi_P = -\int_{P_0}^P \vec{E} d\vec{r}. \quad (20)$$

(20) ifoda P nuqtadagi potensial hisoblanadi.

\vec{E} va $d\vec{r}$ ma'lum bo'lsa, maydon potentsiali φ_P topiladi.

Ilova. Quyidagicha almashtirish o'tkazaylik, ya'ni $\vec{r}' = \vec{r}$.

Agar ushbu almashtirishga nisbatan vektor o'z alomatini o'zgartirmasa, bunday vektorga **psevdo** vektor deyiladi. Aks holda **haqiqiy** vektor deyiladi.

Ushbu almashtirishlarga nisbatan maydon kuchlanganliklarini qarab chiqaylik, ya'ni

$$\vec{A} = -\vec{A}$$

bo'lsa, $\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \frac{\partial \varphi}{\partial \vec{r}}$ ligidan $\vec{r}' = \vec{r}$ da $\vec{E} \rightarrow -\vec{E}$ o'tadi.

Demak, bu vektor haqiqiy vektor ekan.

$$\vec{H} = \text{rot}\vec{A},$$

bu yerda *rot* koordinata proyeksiyalari bo'yicha hosila bo'lganligi sababli u alomatini o'zgartiradi. Shu bilan birga \vec{A} ham o'z alomatini o'zgartiradi. Umumiy holda $\vec{H} \rightarrow \vec{H}$ bo'lib, u o'z alomatini o'zgartirmaydi. Shuning uchun \vec{H} vektor psevdo vektor hisoblanadi.

Nazorat savollari:

1. Zaryadli zarraning harakat tenglamasini chiqorish uchun nimalardan foydalaniladi?
2. Elektr va magnit maydon kuchlanganliklari qanday kattaliklarga bog'liq?
3. Lorens kuchi to'g'risida ma'lumot bering.

4. Maydonlarning ish bajarishi yoki bajarmasligi to'g'risida gapirib bering.
5. Potensial ifodasini keltirib chiqaring.

Mavzu: Maksvell tenglamalarining birinchi jufti.

Reja:

1. Elektromagnit maydon tenglamalarining birinchi jufti.
2. Elektromagnit maydon tenglamalarining birinchi juftining fizik ma'nosi.

Tayanch iboralar: Elektr va magnit maydon kuchlanganliklari, uyurma, divergeniya, hajm, sirt, yopiq integral, Ostrogradskiy-Gauss va Stoks teoremlari.

Ma'lumki, elektr va magnit maydon kuchlanganliklari maydonning skalyar va vektor potentsiallari orqali quyidagicha aniqlanadi:

$$\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad}\varphi, \quad (1)$$

$$\vec{H} = \text{rot}\vec{A}. \quad (2)$$

(2) ifodadan divergeniya olamiz, ya'ni

$$\text{div}\vec{H} = \text{div}\text{rot}\vec{A}.$$

$\text{div}\text{rot}\vec{A} = 0$ ekanligini hisobga olib, quyidagi tenglamaga ega bo'lamiz:

$$\text{div}\vec{H} = 0. \quad (3)$$

Endi (1) ifodadan rotor olamiz, ya'ni

$$\text{rot}\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \text{rot}\vec{A} - \text{rot}\text{grad}\varphi.$$

Ushbu ifodada (2) ni va $\text{rot}\text{grad}\varphi = 0$ ekanligini hisobga olib, quyidagi tenglamani hosil qilamiz:

$$\text{rot}\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}. \quad (4)$$

(3) va (4) tenglamalarga Maksvell tenglamalarining birinchi jufti deyiladi. Bu tenglamalar elektromagnit maydonni to'la xarakterlay olmaydi. Chunki $\frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$, \vec{E} ni aniqlangani bilan (3) tenglamadan uning o'ng tomoni nolga teng. (3) va (4) tenglamalar chiziqli va birinchi tartibli differensial tenglamalar hisoblanadi.

Ushbu tenglmalarning fizik ma'nosini aniqlash uchun ularni integral ko'rinishda yozib chiqamiz.

(3) tenglamaning fizik ma'nosi

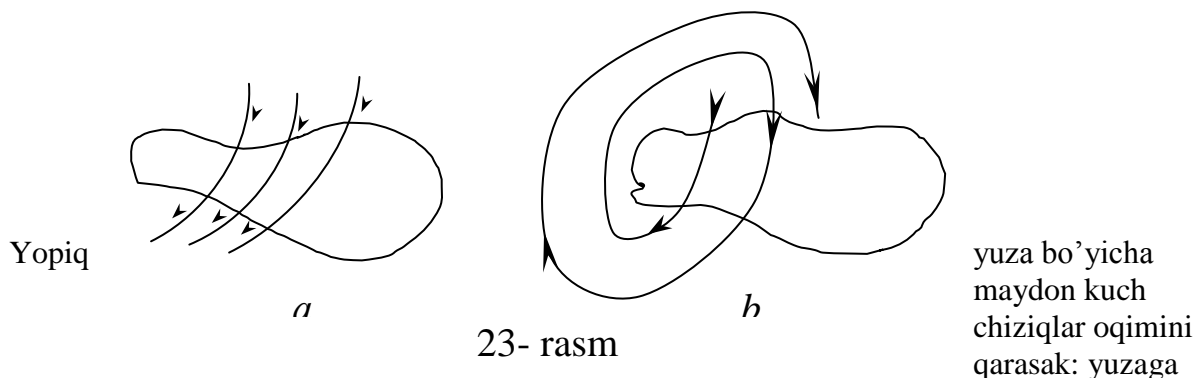
(3) ning fizik ma'nosini chiqarish uchun uni dV elementar hajm bo'yicha integrallaymiz, ya'ni

$$\operatorname{div} \vec{H} dV = \oint \vec{H} d\vec{S}.$$

Ostrogradskiy-Gauss teoremasiga ko'ra quyidagini yozish mumkin:

$$\oint \vec{H} d\vec{S} = 0. \quad (3')$$

Ushbuni maydon kuch chiziqlari orqali tasvirlaylik (23-rasm).



qancha kuch chiziqlar kirsam, shuncha kuch chiziqlar chiqadi.

1. Magnit maydon kuch chiziqlari uzluksiz bo'ladi (23 a,b-rasm);
2. Oqim nolga teng bo'lishi uchun u cheksizlikdan kelib, cheksizlikka ketishi kerak, ya'ni yopiq chiziqlar bo'lishi kerak (23 b-rasm).

Demak (3') dan ko'rinadiki, magnit maydon kuch chiziqlarining manbai yo'q (magnit maydonning tasviridir). Shunday qilib aytish mumkinki, magnit zaryadlari tabiatda yo'q. Buni (3) ifoda tasdiqlaydi.

(4) tenglamaning fizik ma'nosi

(4) tenglamaning fizik ma'nosini chiqarish uchun (4) ifodadan S yuza bo'yicha integral olamiz, ya'ni

$$\int \operatorname{rot} \vec{E} d\vec{S} = -\frac{1}{c} \int \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} d\vec{S}.$$

Ushbu ifodaga Stoks teoremasini qo'llab, quyidagini hosil qilamiz:

$$\oint \vec{E} d\vec{l} = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \int \vec{H} d\vec{S}. \quad (4')$$

Vektorning kontr bo'yicha integrali serkulyasiya yoki elektr yurituvchi kuch (E.Yu.K) deyiladi, ya'ni

$$\mathcal{E}.Yu.K = -\frac{1}{c} \frac{\partial \Phi_H}{\partial t},$$

bu yerda $\int \vec{H} d\vec{S} = \Phi_H$ -magnit maydon oqimi. Bunda "−" ishora asosiy maydonga qarshilik ko'rsatadigan ma'noni bildiradi.

Nazorat savollari:

1. Maksvell tenglamalarining birinchi jufti ifodasini keltirib chiqoring.
2. Ushbu tenglamalarning integral ko'rinishlarini yozing.
3. Maksvell tenglamalarining birinchi juftini fizik ma'nolarini izohlab bering.

Mavzu: Elektromagnit maydon ta'sir integrali.

Reja:

1. Ixtiyoriy qiymatga ega bo'lgan zaryadli zarra.
2. Ta'sir integralining to'la ifodasi.

Tayanch iboralar: ta'sir integrali, zaryadli zarra, zarra va maydon ta'siri, superpozitsiya tamoyili, invariant, xalqaro va Gauss tizimlari, elektr va magnit o'zgarmlari, yorug'lik tezligi, elementar hajm.

Biz hozirgacha quyidagi farazlarga amal qilgan holda mavzularni qarab chiqdik:

1. Fazo va vaqt ma'lum, zaryadli zarra tashqi elektir maydonida joylashgan.
2. Zaryadli zarraning zaryad miqdori shunchalik kichikki u maydonni o'zgartira olmaydi. Endi ushbu farazlarni olib tashlab, ixtiyoriy qiymatga ega bo'lgan zaryadli zarra deymiz. Demak, zaryadli zarra tashqi maydonga ta'sir qilib, uni o'zgartirishini ko'rib chiqamiz. Maydon va zaryadli zarraning o'zaro ta'sir integrali quyidagiga teng:

$$S = S_z + S_{z,m}, \quad (1)$$

bu yerda S_z -zaryadli zarraning erkin harakatiga ta'luqli bo'lib, quyidagiga teng

$$S_z = -\sum m_0 c \int dS, \quad (2)$$

bu yerda dS -ikki voqea orasidagi interval.

$S_{z,m}$ -zaryadli zarra va maydon ta'sirini xarakterlaydi va u quyidagiga teng bo'ladi:

$$S_{z,m} = -\sum \frac{e}{c} \int A_i dx_i, \quad (3)$$

bu yerda A_i -zarraning maydonga ta'siri.

(1) ifodaga S_m -maydonning xususiy o'zgarishi yetishmaydi. Shuning uchun, umumiy holda ta'sir integrali quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$S = S_z + S_{z,m} + S_m. \quad (4)$$

(4) ifodadagi S_m ni aniqlaylik. Buning uchun quyidagi shartlar bajarilishi kerak:

1. S_m kattalik invariant kattalik bo'lishi kerak, ya'ni Lorens almashtirishi o'tkazsak qiymati o'zgarmligi kerak.
2. S_m uchun eng kichik ta'sir tamoyilidan foydalanish kerak. Haqiqiy holat uchun S_m ekstrimumga ega bo'lishi kerak, ya'ni variatsiyasi $\delta S_m = 0$ bo'lishi kerak.
3. Birinchi va ikkinchi shartlar yetarli emas. Shuning uchun uchinchi shartni tajribadan olamiz. Tajriba ko'rsatadiki, elektromagnit maydon superpozitsiya tamoyilini qanoatlantiradi. Bu tamoyil quyidagi masalani yechish bilan bog'liq.

Tizim juda ko'p zaryadli zarralardan tuzilgan bo'lib, uning elektr maydoni mavjud. Agar har bir zaryadli zarradan paydo bo'lgan maydon aniq bo'lsa, hammasi tufayli paydo bo'lgan maydonni topish mumkinmi? Tajriba ko'rsatadiki, bir qancha zaryadli zarralardan paydo bo'lgan maydon kuchlanganligi, har birining maydoni tomonidan hosil bo'lgan kuchlanganliklar vektorlarining yig'indisiga teng, ya'ni

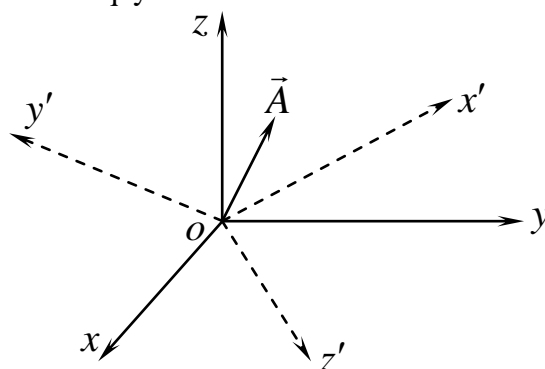
$$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i.$$

Demak, ularning yechimlarining yig'indisi tenglamaning yechimini beradi. Bunday chiziqli differensial tenglamalar superpozitsiya tamoyilini qanoatlantiradi.

Endi yuqorida zikr etilgan shartlarni birma-bir qarab chiqaylik.

Ta'sir integralimiz kuchlanganliklarning funksiyasi bo'lishi kerak, ya'ni Lorens almashtirishiga nisbatan invariant bo'lishi kerak.

Ma'lumki, ikkita invariant kattalik $\vec{H}^2 - \vec{E}^2$ va $(\vec{E} \cdot \vec{H})$ mavjud. Ko'pincha sanoq tizimi bilan ish ko'riladi. Shuning uchun normal bo'yicha yo'nalgan Z o'qi yo'nalishini o'ng qo'l tizim deb qabul



24- rasm

qilamiz. Demak chap qo'l tizimi esa quyidagicha bo'ladi:

$$\begin{aligned} z' &\rightarrow -z, \\ y' &\rightarrow -y, \\ x' &\rightarrow -x. \end{aligned} \quad (5)$$

24-rasmda ko'rsatilgan tizim uchun yuqorida aytilgan invariant kattaliklarni tekshiraylik. Buning uchun maydon kuchlanganliklarini quyidagi ko'rinishda olamiz:

$$\begin{aligned} \vec{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad}\varphi \\ \vec{H} &= \text{rot}\vec{A} \end{aligned}$$

\vec{A} vektorning yo'nalishi o'zgarmaydi, chunki u tizimga bog'liq emas. Chap qo'l tizimda esa $\text{Vek.} \rightarrow -\text{Vek.}$ bo'ladi. Bunday vektorlarga haqiqiy vektorlar deyiladi.

\vec{H} va \vec{E} vektorlarning qanday vektorlar ekanligini ko'rib chiqaylik:

$\vec{H} = \text{rot}\vec{A}$ da \vec{z} ning alomati ham vektorning alomati ham o'zgaradi. Shuning uchun quyidagini yozish mumkin:

$$\begin{aligned} \vec{H} = \text{rot}\vec{A} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix} = (-)(-) \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix} = \\ &= \text{rot}\vec{A} = \vec{H}. \end{aligned}$$

Demak, \vec{H} vektor o'z alomatini o'zgartirmaydi. Bunday vektorlarga psevido (yolg'on) vektorlar deyiladi. Endi \vec{E} vektorni ko'rib chiqaylik:

$$\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \frac{\partial \varphi}{\partial \vec{r}} \rightarrow -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \frac{\partial \varphi}{\partial \vec{r}} = -\vec{E}$$

Ushbu ifodaning birinchi hadidagi \vec{A} va t ham o'z ishorasini o'zgartirgani uchun uning oldidagi ishora o'zgarmaydi. Ikkinchi hadda faqat \vec{r} ning ishorasi o'zgarishiga sababli "+" ishora paydo bo'lib, $\vec{E} \rightarrow -\vec{E}$ ga almashadi. Demak, \vec{E} vektor haqiqiy (chin) vektor ekan. Endi quyidagi invariant kattaliklarni ko'rib chiqaylik:

$$1. \vec{H}^2 - \vec{E}^2 \rightarrow \vec{H}^2 - \vec{E}^2. \quad (6)$$

Demak, ushbu ifoda o'z alomatini o'zgartirmas ekan.

$$2. (\vec{E}\vec{H}) \rightarrow -(\vec{E}\vec{H}).$$

Demak, $\vec{r} \rightarrow -\vec{r}$ bo'lganligi sababli ushbu ifoda alomatini o'zgartirar ekan. Bu ifoda invariant kattalik emas ekan.

$x' \rightarrow -x, y' \rightarrow -y, z' \rightarrow -z$ larga inversiya almashinishi deyiladi.

Faqat (6) ifoda invariant bo'lganligi uchun elektromagnit tenzori orqali quyidagicha yozish mumkin:

$$\vec{H}^2 - \vec{E}^2 \sim F_{ik} F_{ik}.$$

Bu yerda integralni hamma fazo va vaqt bo'yicha olish kerak. Chunki, maydonning o'zgarishi ham, vaqt ham fazo bo'yicha bo'ladi. Demak,

$$S_M = a \int F_{ik} F_{ik} dx dy dz dt,$$

Bu yerda $dx dy dz = dV$ - hajm o'zgarishi, a - proporsionallik koeffitsiyenti. Bu yerda birliklar tizimini tanlab olamiz. Hozirgi vaqtda elektromagnit tizimda ikkita tizim qabul qilingan:

$$1. \text{Gauss birliklar tizimini ishlatsak, } a = -\frac{1}{16\pi} \text{ olinadi.}$$

2. SI (Xalqaro) tizimda esa, $a = -\frac{1}{2}$ olinadi. Ushbu tizimlarda Kulon qonuni quyidagicha yoziladi:

SI da $F = \frac{e_1 e_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$, Gauss tizimida esa, $F = \frac{e_1 e_2}{r^2}$

bu yerda $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/М}$ -elektr doimiysi.

Elektromagnitizimda, Maksvell tenglamalarini ishlatishda Gauss tizimida 4π ning o'rniga ϵ_0 ,

μ_0 lar kiradi. Masalan Gauss tizimida $\text{rot}\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$.

SI tizimida esa $\text{rot}\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mu_0 \vec{H}}{\partial t}$,

bu yerda $\mu_0 \vec{H} = \vec{B}$ -magnit maydon induksiya vektori. Biz kelajakda faqat Gauss tizimidan foydalanamiz. Chunki, masalalarni hal qilish jarayoni qulaydir. Demak,

$$S_m = \frac{1}{16\pi} \int F_{ik} F_{ik} dx dy dz dt = \frac{1}{16\pi c} \int F_{ik} F_{ik} dx dy dz dt \cdot c,$$

bu yerda $d\Omega = dV dt \cdot c$ -to'rt o'lchovli fazoda elementar hajm.

Shunday qilib, elektromagnit maydoni va unda joylashgan zarralar tizimi berilgan bo'lsa, ta'sir integrali quyidagicha ifodalanadi:

$$S = -m_0 c \sum dS - \sum \frac{e}{c} \int A_i dx_i - \frac{1}{16\pi c} \int F_{ik} F_{ik} d\Omega.$$

Nazorat savollari:

1. Umumiy (to'la) ta'sir integrali qanday hadlarni o'z ichiga oladi?
2. Nechta invariant kattaliklar mavjud va ular qaysilar?
3. SI va Gauss birliklar tizimi to'g'risida ma'lumot bering.
4. To'la ta'sir integrali qanday kattaliklarni o'z ichiga oladi va qanday ifodalanadi.

Mavzu: Tokning to'rt o'lchovli vektor iva uzluksizlik tenglamasi.

Reja:

1. Tokning to'rt o'lchovli vektori.
2. Zaryadlarning saqlanish qonuni.

Tayanch iboralar: tok, to'rt o'lchovli vektor, zaryad va tok zichligi, komponentalar, ta'sir integrali, uzluksizlik, kovariyent, saqlanish qonuni.

Misol tariqasida $\sum \frac{e}{c} \int A_i dx_i$ ni qaraylik. U zaryad joylashgan nuqtada noldan farqli

bo'lib, zaryad yo'q joyda nolga teng bo'ladi. Demak uzlukli funksiyadan iborat bo'lar ekan. Endi faraz qilaylikki, nuqtaviy zarra harakatda bo'lsin. Bunda Eynshteyn nazariyasiga ko'ra, uzunlik qisqaradi. Natijada jismning hajmi o'zgaradi. Demak, qandaydir kuch ta'sir etmoqda (deformasiya bo'lishi mumkin). Ma'lumki, har bir zarra hajmga ega. Endi faraz qilaylikki, zarralar taqsimoti uzlukli bo'lsin. Zaryad zichligi koordinatalar funksiyasi bo'ladi, ya'ni

$$\rho = \rho(x, y, z).$$

Endi tubandagi to'rt o'lchovli vektorni ko'rib chiqaylik:

$$j_i = \rho \frac{dx_i}{dt}, \quad (i = 0, 1, 2, 3). \quad (1)$$

Bu yerda \mathcal{X}_i -to'rt o'lchovli vektorning komponentalari, ya'ni

$$x_i = (ct, ix, iy, iz). \quad (2)$$

(1) ifodani (2) ni hisobga olgan holda yozaylik:

$$\left. \begin{aligned} j_0 &= \rho \frac{dx_0}{dt} = \rho c, \\ j_1 &= \rho \frac{dx_1}{dt} = i\rho \frac{dx}{dt} = i\rho v_x, \\ j_2 &= \rho \frac{dx_2}{dt} = i\rho \frac{dy}{dt} = i\rho v_y, \\ j_3 &= \rho \frac{dx_3}{dt} = i\rho \frac{dz}{dt} = i\rho v_z. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Demak, to'rt o'lchovli tok zichligi vektorining komponentalarini quyidagi ko'rinishda yozish mumkin:

$$j_i = (\rho c, i\rho v_x, i\rho v_y, i\rho v_z) = (\rho c, i\rho \vec{v})$$

yoki

$$j_i = (\rho c, i\vec{j}).$$

Tok zichligini Lorens almashtirishidan foydalanib, quyidagi ko'rinishda yozamiz:

$$j_i = \alpha_{ik} j_k, \quad (4)$$

bu yerda α_{ik} -Lorens almashtirishi matrisasi bo'lib, 12-§ dagi (10) formula asosida aniqlanadi.

Demak, α_{ik} ma'lum, Lorens almashtirishini o'tkazsak quyidagini hosil qilamiz:

$$\begin{aligned} j'_0 &= \rho' c = \alpha_{ik} j_k = \alpha_{00} j_0 + \alpha_{01} j_1 + \alpha_{02} j_2 + \alpha_{03} j_3 = \\ &= \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \rho c + \frac{i\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} ij_x = \frac{\rho c}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{(v/c) j_x}{\sqrt{1-\beta^2}}, \end{aligned}$$

bu yerda $\alpha_{02} = 0$ va $\alpha_{03} = 0$.

$$\rho' = \frac{\rho - v/c^2 j_x}{\sqrt{1-\beta^2}}. \quad (5)$$

(5) ifoda kabi quyidagilarni hosil qilish mumkin:

$$j'_x = \frac{j_x - v/c^2 \rho}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad j'_y = j_y, \quad j'_z = j_z. \quad (6)$$

Endi to'rt o'lchovli vektor orqali ta'sir intergilani quyidagicha yozish mumkin:

$$\begin{aligned} S &= -\sum m_0 c \int dS - \sum \frac{e}{c} \int A_i dx_i - \frac{1}{16\pi c} \int F_{ik} F_{ik} d\Omega = \\ &= -\sum m_0 c \int dS - \frac{1}{c^2} \int A_i j_i d\Omega - \frac{1}{16\pi c^2} \int F_{ik} F_{ik} d\Omega, \end{aligned}$$

bu yerda

$$\begin{aligned} \sum \frac{e}{c} \int A_i dx_i &= \frac{1}{c} \int \rho A_i dx_i dV = \frac{1}{c^2} \int \rho \frac{dx_i}{dt} A_i dV d(ct) = \\ &= \frac{1}{c^2} \int j_i A_i d\Omega. \end{aligned}$$

Uzluksizlik tenglamasi (Zaryadlarning saqlanish qonuni)

Faraz qilaylikki, ixtiyoriy harakatlanuvchi zaryadlar tizimi berilgan bo'sin. Bunda, V hajm olib, zaryadlar miqdorini hisoblaylik. Ushbu hajmdagi zaryadlar zichligini ρ deb olsak, zaryad miqdori quyidagicha topiladi:

$$e_v = \int \rho dV. \quad (1)$$

Zaryadlar harakatda bo'lganligi sababli tok hosil bo'ladi. Tok ma'lum bo'lsa, \vec{j} tok zichligi aniq bo'lib, tok oqimini topish mumkin, ya'ni

$$\oint \vec{j} d\vec{S} = \Phi_j = \frac{\partial e_v}{\partial t}, \quad (2)$$

bu yerda Φ_j -tok oqimi. Ushbu hajmdan tok oqib chiqayotgan bo'lsa, $\Phi_j > 0$ bo'lib, $e_v \downarrow$ deb, agar tok oqib kirayotgan bo'lsa, $\Phi_j < 0$ bo'lib, $e_v \uparrow$ deb belgilanadi. Xuddi shunday ushbu hajmga zaryadlar kirsak, $\frac{de_v}{dt} > 0$ bo'lib, $e_v \uparrow$ deb, agar zaryadlar chiqsa, $\frac{\partial e_v}{\partial t} < 0$ bo'lib, $e_v \downarrow$ deb belgilanadi.

Shunday qilib, ajratib olingan hajm ichidagi zaryadlar o'zgarishi tok oqimi va zaryadlarning vaqt bo'yicha o'zgarishi bilan aniqlanadi. Faqat ularning yo'nalishi teskari alomat bilan tenglashtiriladi. Yuza integralini hajm integrali bilan almashtirishsak quyidagini yozish mumkin.

$$\frac{\partial e_v}{\partial t} = \oint \vec{j} d\vec{S} = \int \text{div} \vec{j} dV. \quad (3)$$

(3) tenglikni (1) ifodani hisobga olgan holda quyidagicha yozish mumkin:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \rho dV = - \int \text{div} \vec{j} dV$$

yoki

$$\int \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \vec{j} \right) dV = 0. \quad (4)$$

(4) ifodadan quyidagi tenglamani hosil qilamiz:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \vec{j} = 0. \quad (5)$$

(5) tenglamaga uzluksizlik tenglamasi yoki zaryadlarning saqlanish qonuni deyiladi.

Uzluksizlik tenglamasini kovariant ko'rinishini olish uchun $\text{div} \vec{j}$ ni ochib yozamiz, ya'ni

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial j_x}{\partial x} + \frac{\partial j_y}{\partial y} + \frac{\partial j_z}{\partial z} &= 0, \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial j_x}{\partial x} + \frac{\partial j_y}{\partial y} + \frac{\partial j_z}{\partial z} &= 0, \\ \frac{\partial j_0}{\partial x_0} + \frac{\partial j_1}{\partial x_1} + \frac{\partial j_2}{\partial x_2} + \frac{\partial j_3}{\partial x_3} &= 0 \end{aligned}$$

yoki

$$\frac{\partial j_i}{\partial x_i} = 0, \quad (6)$$

bu yerda $j_0 = c\rho$, $ct = x_0$, $j_1 = ij_x$, $x_1 = ix$, $j_2 = ij_y$, $x_2 = iy$ va $j_3 = iz$, $x_3 = iz$.

(6) ifodaga uzluksizlik tenglamasining kovariant ko'rinishi deyiladi.

Bu yerda quyidagini qarab chiqaylik, ya'ni

$$\begin{aligned} j'_i &= \alpha_{ik} \rho_k, \quad x'_i = \alpha_{ik} x_k. \\ \frac{\partial j'_i}{\partial x'_i} &= \frac{\alpha_{ik} \partial \rho_k}{\alpha_{ik} \partial x_k} \quad \text{yoki} \quad \frac{\partial j'_i}{\partial x'_i} = \frac{\partial \rho_k}{\partial x_k}. \end{aligned}$$

Demak, zaryadlarning saqlanish qonuni hamma kuzatuvchilar uchun bir xil bo'lar ekan.

Nazorat savollari:

1. Tok zichligi vektorining komponentalar bo'yicha ifodalab ko'rsating.
2. Ta'sir integralini to'rt o'lchovli vektor orqali ifodalab bering.
3. Uzluksizlik tenglamasi nimani bildiradi (ifodalaydi). Uzluksizlik tenglamasining kovariant ko'rinishini ifodalab bering.

Mavzu: Maksvell tenglamalarining ikkinchi jufti.

Reja:

1. Maksvell tenglamalarini ikkinchi jufti.
2. Elektromagnit maydon energiya zichligi va oqimi.

Tayanch iboralar: ta'sir integrali, variatsiya, to'rt o'lchovli vektor, giper yuza, kovariant, tenzor, simmetriya, antisimmetrik, uyurma, divergensiya, yopiq integral, tok zichligi, energiya zichligi, oqim, Lorens kuchi, Ostrogradskiy-Gausst va Stoks teoremlari.

Elektromagnit maydoni va unga joylashgan zaryadlarning ta'sir integralini bilish uchun $\delta S = 0$ ni bilish kerak. Ma'lumki, maydon to'rt o'lchovli vektor $A_i(\varphi, \vec{A})$ orqali aniqlanadi. Maydonda zarralar xolati ma'lum xolda ularning xarakati maydonning o'zgartirishini qarab chiqaylik.

$$S = f(A_i), \quad \delta S_A = 0$$

bo'lishi kerak. Boshqa tomondan

$$\delta S_A = - \left[\frac{1}{c^2} \int j_i \delta A_i d\Omega + \frac{1}{16\pi c} \int \delta(F_{ik} F_{ik}) d\Omega \right] \equiv 0. \quad (1)$$

Bu yerda quyidagi o'zgartirishlarni kiritaylik:

$$\delta(F_{ik} F_{ik}) = F_{ik} \delta F_{ik} + F_{ik} \delta F_{ik} = 2F_{ik} \delta F_{ik},$$

$$F_{ik} = \frac{\partial A_k}{\partial x_i} - \frac{\partial A_i}{\partial x_k}, \quad \delta F_{ik} = \frac{\partial \delta A_k}{\partial x_i} - \frac{\partial \delta A_i}{\partial x_k}.$$

Shularni hisobga olgan holda (1) ifodani quyidagicha yozish mumkin:

$$\frac{1}{c} \int j_i \delta A_i d\Omega + \frac{1}{8\pi} \left(\frac{\partial \delta A_k}{\partial x_i} - \frac{\partial \delta A_i}{\partial x_k} \right) F_{ik} d\Omega \equiv 0. \quad (2)$$

(2) ifodaga quyidagi tenglikni kiritamiz:

$$\int \frac{\partial \delta A_k}{\partial x_i} F_{ik} d\Omega = \int \frac{\partial B_k}{\partial x_i} F_{ik} d\Omega, \quad (3)$$

bu yerda $\delta A_k = B_k$, \mathcal{X}_i -to'rt o'lchovli radius-vektor. Ma'lumki, oddiy elementar hajm

$$dV = dS_x dx,$$

to'rt o'lchovli vektor uchun esa,

$$d\Omega = d \sum_i dx_i,$$

bu yerda $d \sum_i$ -giper yuza.

Demak, (3) ifodamizni quyidagicha yozish mumkin:

$$\int \frac{\partial B_k}{\partial x_i} F_{ik} d\Omega = \int \frac{\partial B_k}{\partial x_i} dx_i F_{ik} d \sum_i. \quad (4)$$

Ushbu ifodani bo'laklab integrallasak quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\int \frac{\partial \delta A_k}{\partial x_i} F_{ik} d\Omega = \int F_{ik} \delta A_k d \sum_i - \int \delta A_k \frac{\partial F_{ik}}{\partial x_i} d\Omega \quad (5)$$

(5) ifodaning o'ng tomonidagi birinchi had nolga teng bo'ladi. Chunki cheksizlikda maydon nolga teng.

(2), (3) va (5) ifodalardan quyidagini hosil qilamiz:

$$\frac{1}{c} \int j_i \delta A_i d\Omega - \frac{1}{8\pi} \int \left(\frac{\partial F_{ik}}{\partial x_i} \delta A_k - \frac{\partial F_{ik}}{\partial x_k} \delta A_i \right) d\Omega \equiv 0. \quad (6)$$

i va k lar yig'indi indeksleri bo'lganligi sababli $i \rightarrow k$, $k \rightarrow i$ ga almashtirib quyidagini olamiz:

$$\int \left[\frac{1}{c} j_i - \frac{1}{8\pi} \left(\frac{\partial F_{ki}}{\partial x_k} - \frac{\partial F_{ik}}{\partial x_i} \right) \right] \delta A_i d\Omega \equiv 0. \quad (7)$$

Tenzor xossasidan, ya'ni $F_{ik} = -F_{ki}$ foydalanib (7) ifodani quyidagicha yozamiz:

$$\int \left(\frac{1}{c} j_i - \frac{1}{4\pi} \frac{\partial F_{ki}}{\partial x_k} \right) \delta A_i d\Omega = 0,$$

$$\frac{1}{c} j_i = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial F_{ki}}{\partial x_k} = 0$$

yoki

$$\frac{\partial F_{ki}}{\partial x_k} = \frac{4\pi}{c} j_i. \quad (8)$$

(8) tenglama Maksvell tenglamalarining ikkinchi juftini biri hisoblanib, kovariant ko'rinishda berilishidir. Ushbu tenglamani oddiy ko'rinishda yozib chiqaylik:

$$\mathbf{i} = \mathbf{0}.$$

$$\frac{\partial F_{k0}}{\partial x_k} = \frac{4\pi}{c} j_0$$

$$\frac{\partial F_{00}}{\partial x_0} + \frac{\partial F_{10}}{\partial x_1} + \frac{\partial F_{20}}{\partial x_2} + \frac{\partial F_{30}}{\partial x_3} = \frac{4\pi}{c} j_0$$

yoki

$$\frac{\partial iE_x}{\partial ix} + \frac{\partial iE_y}{\partial iy} + \frac{\partial iE_z}{\partial iz} = \frac{4\pi}{c} \rho c,$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 4\pi \rho,$$

$$\operatorname{div} \vec{E} = 4\pi\rho. \quad (9)$$

$i = 1.$

$$\frac{\partial F_{01}}{\partial x_0} + \frac{\partial F_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial F_{21}}{\partial x_2} + \frac{\partial F_{31}}{\partial x_3} = \frac{4\pi}{c} j_1,$$

bu yerda $\frac{\partial F_{11}}{\partial x_1} = 0.$

$$-\frac{\partial iE_x}{\partial ct} - \frac{\partial H_z}{\partial iy} + \frac{\partial H_y}{\partial iz} = \frac{4\pi}{c} i\rho v_x,$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \frac{1}{c} \frac{\partial E_x}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} j_x$$

yoki

$$\left(\operatorname{rot} \vec{H}\right)_x = \frac{1}{c} \frac{\partial E_x}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} j_x \quad (10)$$

Xuddi shunday

$$i = 2. \quad \left(\operatorname{rot} \vec{H}\right)_y = \frac{1}{c} \frac{\partial E_y}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} j_y, \quad (11)$$

$$i = 3. \quad \left(\operatorname{rot} \vec{H}\right)_z = \frac{1}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} j_z \quad (12)$$

hosil qilamiz. (10)-(12) tenglamalarni bitta vektor tenglama orqali yozsak quyidagi tenglamani olamiz:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{j}. \quad (13)$$

(9) va (13) tenglamalarga Maksvell tenglamalarining ikkinchi jufti deyiladi.

(9) tenglamaning fizik ma'nosi

div zaryadli zarralar manbai hisoblanadi. (9) ifodani ixtiyoriy hajm bo'yicha integrallab uning fizik ma'nosini chiqarish mumkin, ya'ni

$$\int \operatorname{div} \vec{E} dV = 4\pi \int \rho dV.$$

Ushbu tenglamaga Otrogradskiy – Gauss teoremasini qo'llab quyidagini hosil qilamiz:

$$\oint \vec{E} d\vec{S} = 4\pi e_v \quad (9')$$

Shunday qilib, elektr maydon kuchlanganligi yopiq yuza bo'yicha oqimi 4π va shu yuza bo'yicha chegaralangan hajm zarralarining zaryad miqdoriga ko'paytmasiga teng.

(13) tenglamaning fizik ma'nosi

(13) tenglamada magnit maydon kuch chiziqlari uyurmadan iborat. Birinchidan agar vaqt bo'yicha o'zgaruvchi elektr maydoni mavjud bo'lsa, magnit maydoni hosil bo'ladi. Ikkinchidan, agarda tok mavjud bo'lsa, (13) tenglamaning ham fizik ma'nosini chiqarish uchun uni integral ko'rinishda yozamiz, ya'ni ixtiyoriy yuza bo'yicha integrallaymiz

$$\int \operatorname{rot} \vec{H} d\vec{S} = \frac{4\pi}{c} \int \left(\vec{j} + \frac{1}{4\pi} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) d\vec{S}.$$

Ushbu ifodaga Stoks teoremasini qo'llab quyidagini hosil qilamiz:

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \frac{4\pi}{c} \int j_T d\vec{S}, \quad (13')$$

bu yerda $j_T = \vec{j} + \frac{1}{4\pi} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ -to'la tok zichligi.

Shunday qilib, magnit maydon kuchlanganligining yopiq kontur bo'yicha sirkulyasiyasi shu kontur bilan chegaralangan yuza orqali oqayotgan to'la tok oqimining $\frac{4\pi}{c}$ ga ko'paytmasiga teng.

25- va 29-§ larda Maksvell tenglamalarining birinchi va ikkinchi juftlarini keltirib chiqardik. Demak ularning differensial va integral ko'rinishlari quyidagicha ekan:

$$\begin{aligned}
 1. \operatorname{div} \vec{H} &= 0, & \oint \vec{H} d\vec{S} &= 0. \\
 2. \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, & \oint \vec{E} d\vec{l} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \int \vec{H} d\vec{S}. \\
 3. \operatorname{div} \vec{E} &= 4\pi\rho, & \oint \vec{E} d\vec{S} &= 4\pi e_v. \\
 4. \operatorname{rot} \vec{H} &= \frac{4\pi}{c} \vec{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, & \oint \vec{H} d\vec{l} &= \frac{4\pi}{c} \int \left(\vec{j} + \frac{1}{4\pi} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) d\vec{S}.
 \end{aligned}$$

Tenglamalarning:

Birinchisi tabiatda magnit zaryadlarining yo'qligini ifodalaydi.

Ikkinchisi elektromagnit induksiya qonuning umumiy ko'rinishini beradi.

Uchinchisi Kulon qonunini umumiy ko'rinishini ko'rsatadi.

To'rtinchisi esa Bio-Savar-Laplas qonunini umumiy ko'rinishini ifodalaydi.

Ushbu tenglamalarni yechish ikki yo'l bilan olib boriladi:

1. Tok va zaryad zichliklari ma'lum bo'lsa, tenglamalar tizimi to'la tenglamalar tizimi bo'lib, elektromagnit maydon kuchlanganliklarini topish mumkin. Bu masala elektrodinamikaning to'g'ri masalasi deyiladi. ($\vec{j} = \rho\vec{V}$ ma'lum bo'lsa, \vec{E} va \vec{H} larni topish mumkin).
2. Elektromagnit maydoni ma'lum bo'lsa, tok va zaryad zichliklarini Maksvell tenglamalariga asosan topish mumkin. Ushbu masala elektrodinamikaning teskari masalasi deyiladi.

Yuqorida ko'rsatilgan elektrodinamikaning to'rtta asosiy tenglamasi elektrodinamikaning mikroskopik tenglamalari hisoblanadi.

Foydalanadigan asosiy darsliklar va o'quv qo'llanmalar ro'yxati

1. V.V. Multanovskiy Kurs teoreticheskoy fiziki. Klassicheskaya fizika. M. Prosveshcheniye. 1988
2. I.V. Savelyev Osnovy teoreticheskoy fiziki. Tom 1. M. Nauka. 1991
3. M.S. Yaxyoyev, K. Muminov Nazariy mexanika. T. O'qituvchi. 1990
4. L.D. Landau i Ye.M. Lifshis Teoriya polya. Izd. Nauka. M., 1999
5. V. V. Multanovskiy, A. S. Vasilyevskiy, Elektrodinamika. M., Prosveshcheniye. 1998
6. A. Boydedayev Maxsus nisbiylik nazariyasi. T, TDPU. 2001.
7. A. N. Matveyev. Atomnaya fizika. Moskva. Vysshaya shkola. 1996.
8. E. V. Shpolskiy. Atomnaya fizika. V dvux tomax. Moskva. Nauka. 1992.
9. K. N. Muxin. Eksperimentalnaya yadernaya fizika. V dvux tomax. Moskva. Energoatomizdat. 1998.
10. A. I. Naumov. Fizika atomnogo yadra i elementarnyx chastis. Moskva. Prosveshcheniye. 2000.
11. I. Ye. Irodov. Sbornik zadach po kvantovoy fizike. Moskva. Energoatomizdat. 1997.
12. R. Bobojonov, A. M. Xudayberganov, G. A. Kochetkov. Atom fizikasidan masalalar yechish uchun qo'llanma. Toshkent. Universitet. 1993.
13. E.N. Rasulov, U.Sh.Begimqulov, K.R.Nasriddinov, Sh.X.Axmadjanova Kvant fizikadan masalalar to'plami. TDPU. 2004 y.
14. M.S. Vasilevskiy, V.V. Multanovskiy Kurs statistikoy fiziki i termodinamiki. M. Prosveshcheniye 1995.

15. F.Reyf. Statisticheskaya fizika. M. Nauka, 1987.
16. A.Boydedayev Klassik statistik fizika. T. O'z.2003 .
17. A.Boydedayev Nomuvazanatli statistik fizika asoslari. T.O'qituvchi 1992 y.
18. R.Mamatqulov va boshqalar Statistik fizika va termodinamikadan masalalar to'plami, O'qituvchi, 2000
19. Zadachi po termodinamika i statistik fizika, pod. red. P.Landeberga. Mir. 1984
20. Yu.B.Rumer, M.Sh. Rывkin Termodinamika, statisticheskaya fizika i kinetika, M.Nauka, 1987g.

