ABDULLA QODIRIY NOMIDAGI JIZZAX DAVLATPEDAGOGIKA INSTITUTI

MATEMATIKA O‘QITISH METODIKASI KAFEDRASI

"Himoya qilishga ruxsat beraman"
Fizika-matematika fakulteti dekani_________ Qurbonov E.
"___" _______________ 2017 y.

5110100 –matematika o‘qitish metodikasi ta'lim yo'nalishi bo'yicha

bakalavr darajasini olish uchun

KASB-HUNAR KOLLEJLARI MATEMATIKA KURSIDA " HOSILA VA UNING TADBIQI" MAVZUSNI O‘RGANISHDA INTERFAOL USULLARDAN FOYDALANISH

mavzusida bajarilgan

BITIRUV MALAKAVIY ISHI

Bajaruvchi: Mardiyev Mirjalol

Ilmiy maslahatchi: dots. Shamsiyev A.

Ishni himoyaga tavsiya yetaman: ____________

BMI matematika o‘qitish metodikasi kafedrasi yig'ilishining qarori bilan (Qaror №__, "__"_____ 2017y.) himoyaga tavsiya yetilgan.

Kafedra mudiri:____________

Jizzax – 2017

MUNDARIJA

Kirish

Bitiruv malakaviy ishning dolzarbligi.O`zbekiston respublikasining “Ta`lim to`g`risidagi”gi qonuni va “Kadrlar tayyorlash milliy dasturi”ning asosiy maqsadi respublikamizda ta`lim-tarbiya tizimini tubdan isloh qilish, milliy kadrlar tayyorlashning yangi tizimini barpo etish, yoshlarningijodiy va intelektual qobilyatlarini rivojlantirish, barkamol, yetuk va mukammal mutaxasislarni tayyorlashni nazarda tutadi.

Uzluksiz ta’lim tiziminining umumiy o’rta ta’lim va maxsus kasb-hunar ta’limi majburiy etib belgilanishi va bu ta’lim bosqichlarida o’rgatiladigan fanlar bo’yicha Davlat ta’lim standartlarining yaratilishi, ularning mazminini tubdan isloh qilishga olib keldi.

Jaxon andozalari talablariga javob beradigan, mukammal mutaxasislarni tayyorlashda uzluksiz ta’lim tizimining muhim bosqichlaridan bo’lgan umumta’lim maktablari, akademik litsey va kasb-hunarkollejlari bosqichlarida matematika fanidan egallangan bilim, ko’nikma va malakalar muhim ahamiyatga ega.

Umumiy o’rta ta’lim maktabi algebra kursida funksiyalar va ularni xossalarini o’rganish asosiy mazmundor-uslubiy yo’nalishlardan birini tashkil etadi.Shuning uchun umumiy o’rta ta’lim maktabi algebra kursining, hamda o’rta maxsus, kasb-hunar ta’limi algebra va matematik analiz asoslari kursining katta qismini funksiyalar va ularning grafiklarini yasash va hossalarini o’rganish egallaydi.Davlat ta’lim standartlari va o`quv dasturlariga asosan funksiyalar, ularning grafiklarini yasash va xossalarini o`rganishga doir o’quv materiallarini o`rganishni ikkita bosqichga bo’lish mumkin.

Birinchi bosqich umumiy o`rta ta`lim maktabi algebra kursida amalga oshirilib, o`rganilayotgan funksiyalarning xossalari uning grafigiga asoslanib elementar usullar bilan keltirilib chiqariladi. Funksiyalarning xossalarini o`quvchilar tomonidan ongli o`zlashtirilishini ta`minlash maqsadida, shuningdek ularni funksiya haqidagi dastlabki bilimlarga ega bo’layotganliklari uchun ko`rgazmalilikka katta e`tibor beriladi.

Ikkinchi bosqich akademik litseylar va kasb hunar kollejlari algebra va matematik analiz asoslari kursida amalga oshirilib, o`quvchilarda yetarli bilim, ko`nikma va malakalar tarkib toptirilganligini xisobga olgan holda o`rganilayotgan funksiyalar xossalari dastlab analitik usulda keltirilib chiqarilib, so`ngra ana shu xossalarga asoslangan holda ularning grafigi yasaladi. Bunda asosan hosila tushunchasidan foydalaniladi. Hosila tushunchasi matematikaning muhim fundamental tushunchalaridan biri hisoblanadi. Uni yordamida ko`plab fizik, mexanik, kimyoviy, biologik va iqtisodiy masalalarni yechish mumkin. Shu o`rinda amaliyotning bir qator masalalarihosila tushunchasidan foydalanib yechilishi va bir necha masalalarni yechish esa hosila tushunchasini kiritishga turtki bo'lganligini ta'kidlash mumkin. Umuman olganda hosila tushunchasini kiritilishiga tarixan 2 ta masala: to'g'ri chiziq bo'ylab harakatlanayotgan jismning ixtiyoriy paytdagi tezligini topish masalasi va egri chiziq bo'ylab harakatlanayotgan jismning ixtiyoriy nuqtasiga urinma o'tgazish masalasi turtki bo'lgan. Keyinchalik esa harakatlanayotgan jismning ixtiyoriy paytdagi tezligi va tezlanishini, kimyoviy reaksiyani ixtiyoriy paytdagi tezligini, o'tgazgichning ixtiyoriy ko'ndalang kesimidagi to'k kuchini, chiziqli zichligini jismning issiqlik sig'imini va hakozo masalalarni yechish ham hosila tushunchasiga olib kelishini ko'rish mumkin. Bularning barchasi hosila tushunchasining qanchalik muhim tushuncha ekanligidan dalolat beradi.

Hosila tushunchasi kiritilgandan so'ng esa uni yordamida yana ko'plab masalalarni o'rganish mumkin. Jumladan, hosiladan taqribiy xisoblashlarda, geometrik va fizik masalalarni yechishda, ekstremal masalalarni yechishda, funksiyani to'la tekshirishda va grafiklarni yasashda foydalanish mumkin. Bularning barchasi tanlangan mavzuning **dolzarbligini** ifodalaydi.

O'rta maxsus kasb hunar ta'limi algebra va matematik analiz asoslari kursida hosila va uni bir qator tadbiqlarini o'quv jarayonida qo'llash orqali o'quvchilarda matematik bilim, ko'nikma va malakalarni takomillashtirish bitiruv malakaviy ishning asosiy **maqsadidir**.

Bitiruv malakaviy ishning vazifalari:

-o`rta maxsus kasb hunar ta`limi algebra va matematik analiz asoslari kursida funksiyalarning hosilalari va uning tadbirlari bo`yicha o`quv materiallarini taxlil etish;

-mavzuga oid ilmiy-pedogogik va o`quv adabiyotlarini taxlil etish, o`quvchilarda funksiyaning hosilasi, uni tadbiqlarini yanada takomillashtirish maqsadida zarur mavzularni aniqlash va o`quv materiallarini yaratish.

Tadqiqot obyekti o`rta maxsus va kasb-hunar ta`limi algebra va matematik analiz asoslari kursida o`rganiladigan funksiyalarning hosilalari va ularni tadbiqlari bor bo`lgan mavzulari mazmunini aniqlash hamda matematika o`qituvchilariga uslubiy ko`rsatmalar berishdan iborat.

Tadqiqot predmeti kasb hunar kollejlari algebra va matematik analiz asoslari kursida funksiyaning hosilasi va uning tadbiqlari bo`yicha o'quv materiallarini yoritishda qo'llaniladigan metodlar, shuningdek, bu mavzu bo'yicha o`quvchilarning mustaqil ishlarini tashkil etish hamda uzviylikni o`rnatishdan iborat.

Tadqiqotning metodologik asosi ta`lim to`risidagi O`zbekiston Respublikasi Qonuni"Kadrlar tayyorlash milliy dasturi" Prezident I.A.Karimovning"Yuksak manaviyat-yengilmas kuch" asari, vazirlar maxkamasining ta`lim sohasiga doir qarorlari, umumiy o`rta ta`lim va o`rta maxsus, kasb-hunar ta`limi matematika fani davlat standartlaridan iborat.

Bitiruv malakaviy ish asosida ishlab chiqilgan ilmiy- metodik tavsiyalar, akademik litseylar va kasb-hunar kollejlari matematika o`qituvchilari ish tajribasini boyitib, o`quvchilarning funksiyaning hosilasi va uni tadbiqlari bo`yicha ko`nikmalarini takomillashtirish uchun xizmat qiladihamda ular bitiruv malakaviy ishning amaliy ahamiyatini bildiradi.

Bitiruv malakaviy ish kirish, 2ta bob, 11ta paragraf, xulosa va foydalanilgan adabiyotlar ro`yhatidan tashkil topgan. Bitiruv malakaviy ishni tayyorlashda olingan natijalar amaliyot davrida qo`llanilgan va ulardan metodik qo'llanmalaryaratishda foydalanish mumkin.

I - BOB. KASB-HUNAR KOLLEJLARIDA O`QITILADIGAN MATEMATIK TA'LIMNING MAQSADI, MAZMUNI VA VAZIFALARI

1.1. Kasb-hunar kollejlarida o`qitiladigan matematika fanlarining maqsadi, mazmuni va tuzilmasi.

O`rta maxsus ta'lim bosqichiga akademik litseylardan tashqari kasb-hunar kollejlari ham kiradi. Mazkur o`quv yurtlari matematik ta'limi o`rta maxsus matematik ta'lim strukturasini saqlagan holda asosan ikki maqsadga–birinchidan, o`quvchilarni fundamental matematik bilimlar bilan qurollantirish va ikkinchidan, ularga matematik bilimlar berish jarayonida kasbiy bilimlarni har tomonlama hamda chuqur o`zlashtirishlarini ta'minlashga qaratilgan.

Kasb-hunar kollejlari bitiruvchilari o`z tanlagan kasblari bo`yicha oliy ma'lumot olishlariga zamin yaratish uchun kasb-hunar kollejlari matematik bilimlarining fundamentallik darajasi yetarli bo`lishi shu bilan birga matematik fundamental bilimlarning tadbiqiylik darajasi yuqori bo`lishi talab etiladi.

Kasb-hunar kollejlari matematik fanlarining tadbiqiy ahamiyati nafaqat o`quvchilarning kasbiy ko`nikma va malakalarini shakllantirish, balki ularning strukturaviy tuzilmasini takomillashtirish hamda bitiruvchilarni zamon talabi darajasidagi kichik mutaxassis darajasiga ko`tarilishiga ham o`zining salmoqli hissasini qo`shadi.

Kasb-hunar kollejlari o`quvchilarida kasbiy tayyorgarlik darajasini yuqori ko`taruvchi quyidagi sifatlarni yuzaga kelishida matematik bilimlar sistemasining ahamiyati juda muhim ekanligi har doim ham qayd etilgan va etilmoqda:

- o`quvchi tanlagan kasbiga tegishli bo`lgan har bir "operatsiya" (keng ma'noda)ni mushohada qilishi va ongli tushunishi, undan kelib chiqadigan natijalarni ko`ra bilishi yoki tasavvur eta olishi;
- bajarilayotgan amal va munosabatlarni kerak holatda mutaxassislik nuqtai nazaridan unumli foydalana olishi;

- har bir o`quvchi yoki kichik mutaxassisning kasbiy mehnat faoliyatida ijodiy izlanuvchanlik qobiliyatini o`stirishda va undan murakkab chizmalar, muhandislik yechilmalarini hosil qilishda foydalana olishi;

- turli muhandislik, mutaxassislik, fuqarolik yechilmalarni ilmiy asosini yaratishda va uni ilmiy asoslashda hamda kasbiy sifatlarini takomillashtirishda;

- o`quvchilik yoki kichik mutaxassislik davrida soddaroq va murakkab tadbiqiy masalalarni yechimini hosil qilishida, undan unumli foydalanib, kasbiy muammolarni ijodiy hal qilishda kerak darajada foydalanishida.

Kasb-hunar kollejlari o`quvchilarning kasb-hunarga moyilligini, layoqatlarini, bilim va ko`nikmalarini chuqur rivojlantirish, ularning tanlagan yo`nalishlari bo`yicha bir yoki bir necha zamonaviy kasb egallash imkonini beradi.

Kasb-hunar kollejlari ishlab turgan hunar-texnika bilim yurtlari, o`rta maxsus o`quv yurtlari va boshqa ta’lim muassasalari negizida turli yo`nalishlarda tashkil etilmoqda va lekin yangidan tashkil etilayotgan kasb-hunar kollejlari oldingi bilim yurtlaridan ham mazmunan, ham shaklan tubdan farq qiladi. Bu farqlar o`quvchilarni o`qishga qabul qilishdan boshlab o`quv jarayonining tashkil etilishi, mazmuni bilan, mezoni va pirovard natijada bir necha kasb-hunar egasi-usta, kichik mutaxassis bo`lib o`qishni tamomlashidan iboratdir. O`quv jarayoni jahon talablariga mos keluvchi davlat ta’lim standartlari istiqbol va kelajakni ko`zlab ishlab chiqilgan o`quv reja va dasturlari asosida tashkil etilmoqda. Kollejlarda kasb-hunar turining ko`pligi, iqtisodiy islohotlar ehtiyojiga javob berishi alohida ahamiyatlidir. Kasb-hunar kollejlarida ishchi kadrlar emas, balki har bir hududning o`ziga xos jug`rofiy va demografik shart-sharoitlari va mutaxasislarga bo`lgan mahalliy ehtiyojlari hisobga olingan holda keng ixtisoslikdagi kichik mutaxassislar tayyorlanadi. Bundan tashqari kadrlar tayyorlash o`quv jarayoni ikki yoqlama tizim asosida amalga oshiriladi. O`quvchilarga beriladigan ishlab chiqarish ta’limi o`quv muassasasining zamonaviy jihozlangan ustaxonalarida va korxonalarda ishlab chiqarish amaliyoti bilan uzviy bog`liq holda olib boriladi. Umumiy bilimlar asoslarini berish, yoshlarning dunyoqarashini kengaytirish, ularni har tomonlama rivojlantirish va zamon talablariga javob beruvchi mutaxassis bo`lib yetishishi uchun berilayotgan ta'lim milliy qadriyatlarimizga hurmat, mustaqil davlatimizga sodiqlik va iftixor tuyg`ulari ruhidagi tarbiya bilan mushtaraklikda amalga oshiriladi.

"Ta'lim to`g`risida"gi qonunga asosan akademik litsey va kasb-hunar kollejining maqomi tenglashtirilgan. Ularning o`quvchilari va bitiruvchilari o`zlarining oliy o`quv yurtiga kirishda yoki tanlagan yo`nalish bo`yicha faoliyat ko`rsatishda, konstitutsiyaviy haq-huquqlarini amalga oshirishda teng huquqlidirlar.

O`rta maxsus, kasb-hunar ta'limi umumta'lim fanlarini standartlashtirishdan ko`zlangan maqsad – o`rta maxsus, kasb-hunar ta'limi muassasalarida umumta'lim fanlari bo`yicha ta'lim berishda ushbu fanlar mazmunini tanlash, o`quv yuklamalari ko`lamini hamda o`quv-me'yoriy hujjatlarni ishlab chiqish uchun zarur asoslarni aniqlash, akademik litsey va kasb-hunar kollejlarida ta'lim standartining mohiyatini belgilashdan iborat.

O`rta maxsus, kasb-hunar ta'limidan o`rin olgan matematik ta'limning maqsadi, mazmuni va vazifalari umumta'lim fanlari davlat ta'lim standartlarida qayd etilgan akademik litsey va kasb-hunar kollejlari o`quvchilari o`zlashtirishlari zarur bo`lgan umumta'lim fanlari maqsadi, vazifalari va mazmuniga qo`yilgan talablardan kelib chiqadi.

Algebra va analiz asoslari fani mazmuniga qo`yilgan talablar:

- to`plamlar haqida dastlabki tushunchalarga ega bo`lish;
- to`plamlarning berilish usullarini, bo`sh to`plam, qism to`plam, to`plamlar birlashmasi, kesishmasi, ayirmasi, chekli, cheksiz to`plamlarni bilish;
- ixtiyoriy va mavjudlik kvantorlarini bilish va ularni matematik fikrlarni yozishda qo`llay olish;
- chekli o`nli, cheksiz o`nli davriy, davrsiz kasrlar, ratsional, irratsional, haqiqiy sonlar haqida bilimlarga ega bo`lish;

- asosiy sonli to`plamlar (natural, butun, ratsional, irratsional, haqiqiy sonlar)ni bilish;

- kompleks sonning ta’rifi, mavhum birlik, kompleks sonlarning tengligi, kompleks sonlar ustida amallar bajarishni, kompleks sonning geometrik ma’nosini, kompleks sondan kvadrat ildiz chiqarishni bilish;

- butun ratsional ifodalarning kanonik ko`rinishini, Bezu teoremasi, ko`phadni ikki hadga bo`lishni (Gorner sxemasi), ratsional algebraik ifodalarni aynan almashtirishni, bir o`zgaruvchili ratsional tenglama va tengsizliklarni yechishni, tenglama va tengsizliklarni yechishning asosiy usullarini bilish;

- Al Xorazmiyning “Al-jabr va al-muqobala hisobi haqida”gi kitobining qisqacha mazmunini bilish;

- ikki o`zgaruvchili tenglamaning geometrik ma’nosini bilish, tenglamalar sistemasiga oid misollarni yecha olish;

- matematik induksiya haqida tushunchaga ega bo`lish, matematik induksiya usulidan foydalanib, ba’zi ayniyat va tengsizliklarni isbotlay olish;

- funksiyaga oid terminlardan to`g`ri foydalanish va tushunish, funksiyaning aniqlanish, o`zgarish (o`sish va kamayish) sohalarini topa olish;

- funksiyaning berilish usullarini bilish, funksiyalar grafiklari haqida ma’lumotga ega bo`lish, funksiyaning juft-toqligi, davriyligini, funksiyaning eng kichik musbat davrini aniqlash, funksiyaning nollarini topa olish, elementar funksiyalar, ularning asosiy xossalarini bilish, o`zaro teskari funksiyalar haqida ma’lumotlarga ega bo`lish;

- logarifmik va ko`rsatkichli funksiyalarning asosiy xossalarini bilish;

- funksiyalar grafiklarini sxematik tasvirlay olish;

- biri ikkinchisiga, $u=x$ ga nisbatan simmetrik ekanligini tasvirda ko`rsatish, funksiya grafiklarini almashtira olish malakalariga ega bo`lish;

- modul bilan bog`liq bo`lgan funksiyalarning grafiklarini tekislikda tasvirlay olish;

- murakkab bo`lmagan logarifmik, ko`rsatkichli, darajali tenglama va tengsizliklarni echish usullarini bilish;

- sonli ketma-ketliklar, ularning limiti haqida ma’lumotlarga ega bo`lish, ba’zi sodda ketma-ketliklar limitini hisoblashni, nuqtaning atrofini, funksiya limitini, bir tomonlama limitlar, cheksiz limitlar, funksiyaning uzluksizligi, uzluksiz funksiyaning asosiy xossalarini, elementlar funksiyalar uzluksizligini bilish;

- funksiya orttirmasi, hosilasi, hosilaning geometrik va mexanik ma’nosini bilish;

- ba’zi funksiyalar hosilasi, hosilalarni hisoblash, ikkinchi tartibli hosila, funksiyaning o`sish, kamayish oralig`ini, funksiya ekstremumlari, kesmada funksiyaning eng katta va eng kichik qiymatlarini topish, funksiyani to`la tekshirish, grafigini chizish, hosilaning ba’zi tatbiqlarini bilish;

- asosiy trigonometrik funksiyalar va ularning asosiy xossalari, garmonik tebranish haqida tushunchaga ega bo`lish, asosiy trigonometrik funksiyalar yig`indisi va ayirmasini ko`paytmaga aylantirishni, bu funksiyalar ko`paytmasini yig`indiga almashtirishni, trigonometrik tenglama va tengsizliklarni yechishni, trigonometrik funksiyalar hosilasini bilish;

- boshlang`ich funksiya va uni xossalari, boshlang`ich funksiyani topish qoidalarini bilish, aniqmas integral, egri chiziqli trapetsiya yuzini hisoblash, aniq integral, Nyuton-Leybnits formulasi, aniq integral yordamida geometrik figuralar yuzini, hajmini hisoblashni bilish;

- birlashmalar, o`rinlashtirish, o`rin almashtirish va gruppalashlar sonini hisoblashni, Nyuton formulasiga oid misollarni echish, kombinatorik masalalarni yechishni bilish;

- tasodifiy, muqarrar va ro`y berishi mumkin bo`lmagan hodisalarni, hodisalar birlashmasi va kesishmasini topa olish, hodisalarning ehtimolliklarini hisoblashni bilish, chastota, poligon, gistogramma tushunchalarini bilish va ularga oid masalalarni yecha olish.

Geometriya fani mazmuniga qo`yilgan talablar:

- planimetriyaning boshlang`ich tushunchalarini, kesmalarni taqqoslash, aylana yoyining gradus o`lchovini aniqlash, burchaklarni o`lchashni bilish;

- siniq chiziq uzunligini hisoblash, uchburchakning asosiy elementlarini hisoblashga oid masalalarni yechish, uchburchaklarning tenglik alomatlari va ularga oid masalalar yechish, eng sodda geometrik yasashlarni bajara olish;

- uchburchak, to`rtburchak. Doira yuzini hisoblashga oid masalalarni, Pifagor teoremasi va unga doir masalalarni, perpendikulyar va og`maga doir masalalarni, sinuslar va kosinuslar teoremalariga doir masalalarni yechishni bilish;

- tekislik va to`g`ri chiziqning o`zaro joylashuviga oid masalalar yechishni bilish;

- uch perpendikulyarlik haqidagi teoremani masalalar yechishda qo`llash, ko`pyoqlarga oid masalalar, ko`pyoq elementlarini, ko`pyoqlarning yon va to`la sirtlarini hisoblashni bilish;

- aylanma jismlarning yon va to`la sirtlariga, prizma, piramida va kesik piramidalarning hajmlarini hisoblashga, aylanish jismlarining hajmlarini hisoblashga doir masalalarni yechishni bilish;

- almashtirishlarga ta’rif bera olish, parallel ko`chirishning ta’rifini va uning xossalarini bilish, harakatning ta’rifini, nuqtaga, to`g`ri chiziqqa, tekislikka nisbatan simmetrik nuqtalarni bilish, o`xshash almashtirishning ta’rifi va uning xossalari, almashtirishlar yordamida geometrik masalalar yechishni bilish;

- parallel proyeksiyalashning ta’rifi va uning xossalarini, prizma va piramidaning tekislikdagi tasvirini yasashni, aylanish jismlarining turlarini va ularni tekislikda tasvirlashni, ko`pburchak ortogonal proyeksiyasining yuzi haqidagi teoremani bilish;

- vektorning ta’rifi, moduli, qarama-qarshi vektorlar, nol vektor tushunchalarini, vektorlarni qo`shish va songa ko`paytirish amallarini, vektorning koordinatalari ta’rifi va komplanarlik shartini, bazis vektorlar tushunchasini, vektorning uchta bazis vektorlar bo`yicha yoyilmasini, vektorlarning skalyar ko`paytmasi va uning xossalarini bilish;

Kasb-hunar kollejlarida matematik fanlarni o`qitishning asosiy vazifalaridan biri – o`quvchilarni kundalik hayotda, tanlagan kasbiy mehnat faoliyatida, kelgusida bilim olishda zarur bo`ladigan matematik bilim, ko`nikma va malakalar sistemasini chuqur va ongli ravishda o`zlashtirishni ta’minlashdan iborat. Bu kabi vazifalardan kelib chiqqan holda matematik ta’lim mazmuni ishlab chiqilgan bo`lib algebra va analiz asoslari fani 12 ta, geometriya fani esa 5 ta yirik mavzu (bo`lim)lardan tashkil topganligini ko`rish mumkin.

Kasb-hunar kollejlarida matematikani kasbiy yo`naltirilishi bu bir tomondan matematikani fanlararo aloqadorligini yuzaga keltirish bo`lsa, ikkinchi tomondan mutaxassislik fanlarida o`qitiladigan tushunchalarni matematik ta’minotini yaratib berish bilan ham xarakterlanadi. Shu bois kasb-hunar kollejlarida o`qitiladigan matematikaning strukturaviy va mazmuniy tavsifnomasi kasb-hunar kolleji tayyorlaydigan mutaxassisliklarning turi va malakaviy tavsifi bilan ham xarakterlanadi.

Ma’lumki, matematika fani kasb-hunar kollejlarida umumta’lim fani sifatida qatnashadi. Shu bilan birga kasbiy fanlar asosiy tushunchalarini bayon qilishda modellashtiruvchi vazifasini hamda kasbiy fanlarning ichki va tashqi strukturaviy qonuniyatlarini yuzaga chiqishida yoki ishlashida o`zining metodlari bilan faol qatnashadi. Agar matematika fani tushunchalari $x_i$, $i=1,\dots,n$ to`plamini M; biror bir kasbiy fan tushunchalari u_j, $j = 1, \dots, m$ to`plamini B; tushunchalar orasidagi bog`lanishlarni τ_l, $k = 1, \dots, s$ orqali belgilasak, u holda

$\{ (x_i,y_j) / x_i \in M \wedge y_j \in B \wedge x_i \tau_k y_j \wedge i = \overline{1,n} \wedge j = \overline{1,m} \wedge k = \overline{1,s} \}$ ko`rinishdagi munosabatlar to`plamini hosil qilish mumkin. Bunda τ munosabatga nisbatan quyidagi talablarni qo`yish mumkin:

- agar τ - munosabat refleksiv munosabat bo`lsa, u holda x_i va y_j lar ustma-ust tushadi;

- agar τ - antisimmetrik va tranzitiv munosabat bo`lsa, u holda bog`lanish kanalida matematik tushunchalar kasbiy tushunchalarga o`tib xizmat qiladi, ya’ni bu yerda bir tomonlama bog`lanish yuzaga keladi;

- agar τ - refleksiv va simmetrik munosabat bo`lsa, u holda bog`lanish kanali ikki yoqlama, ya’ni matematik tushunchalar kasbiy tushunchalarni va kasbiy tushunchalar matematik tushunchalarni bayon qilishda qatnashishi mumkin.

Tajribalar shuni ko`rsatdiki:

- matematik tushunchalarni kasbiy tushunchalar bilan bog`lab berilsa, birinchidan o`quvchilar matematik tushunchalarni yaxshi tushunadi va ikkinchidan, kasbiy tushunchalarni har tomonlama va yuqori saviyada o`zlashtiradilar;

- agar kasbiy fan tushunchalari "bevosita keyin keladi" munosabati orqali didaktik jihatdan qat'iy tartiblangan, ya'ni $y_1 \succ y_2 \succ ... \succ y_m$ bo`lsa va $y_1$ va $y_2$ tushunchalar orasidagi qadamni 1 ga teng deb, ya'ni $\rho(y_1,y_2) = 1$ olsak, u holda tushunchalar o`quvchilarga $\rho(y_1,y_2) = 1$ bo`lganda $\rho(y_1, y_{15}) = 15$ bo`lgandagidan ko`ra tushunarliroq bo`ladi.

x_i

Shunday hollar ham sodir bo`ldiki, $y_1$ $y_j$ ko`rinishdagi holatlarni ham qarashga to`g`ri keldi. Bunday o`tish $y_1 \longrightarrow y_j$ o`tishni yanada samaraliroq qilishga imkoniyat yaratib berganini ko`rish mumkin.

O`quvchilarni fanga qiziqishlarida darsliklar, o`quv qo`llanmalarining e'tiborni o`ziga tortadigan rangli bezaklar, rasm, grafik, chizma, su'rat, formula va sxemalari hamda dizayni muhim ahamiyatga ega. Ayniqsa tabiiy fanlarni o`qitishga mo`ljallangan o`quv adabiyotlari jahon standartlari talabiga tayangan holda, o`quv materialining har bir mavzusi quyidagi talablarni e'tiborga olib yoritilsa maqsadga muvofiq bo`lar edi:

- o`quv dasturi talab etadigan materiallar ham qiziqarli, ham o`ziga jalb qilish asosida;
- o`quvchilar yoshi, psixologik jihatdan o`zlashtirish imkoniyatlarini e'tiborga olib mavzularning soddadan murakkablikka, xususiydan umumiylikka o`tishi asosida;
- o`quvchiga tanish hayotiy hodisalar, yoshi va imkoniyatlariga tayanish asosida;
- tajribalar avval sodda, kasb-hunar uskunalari bilan, keyin murakkab asboblarga o`tish asosida;

- kichik mutaxassislarning kasb faoliyati sohalarining xususiyatlariga moslashtirilgan darsda va darsdan tashqari mustaqil bajarishga rejalashtirilgan mashqlar to`plamini berish asosida;

- mavzuda o`quvchi hayoti, uning kelajagi bilan bog`langan tomonlarni ochish asosida;

- o`quvchi oldiga muammoli savollar qo`yib, uning yechimini topishda yana ko`proq bilim olish izlanuvchanlik faoliyatini shakllantirish asosida;

- o`quvchi, zarur bo`lganida, mustaqil o`qish orqali mavzuni o`rgana olishi asosida;

- muhim ta’rif, formula, qoidalarni o`quvchi e’tiborini tortadigan va faoliyat ko`rsatishga undovchi shartli hamda rangli belgilarni kiritish asosida;

- fan yutuqlari va kashfiyotlar tarixi, milliylik xususiyatlari asosida;

- mustaqil o`qish, nazorat va mustahkamlash savollari, mashqlarni kiritish asosida;

- mutaxassislik fanlari bilan fanning bog`liqligi asosida.

Matematika fani boshqa tabiiy, texnik fanlarni o`rganishda muhim poydevor bo`lib xizmat qiladi. Bundan tashqari matematik fanlar o`quvchilarning dunyoqarashi, intellektual, etik-estetik jihatlarini rivojlantirishda ham muhim ahamiyat kasb etadi.

Matematik fanlar o`quvchilarning mantiqiy fikrlash qobiliyatlarini, aqliy mehnat ko`nikmalarini, tabiat go`zalliklarini mushohada qilish va anglash imkoniyatlarini kengaytiradi. Shu o`rinda kasb-hunar kolleji yo`nalishidan kelib chiqqan holda tanlab olingan biror bir jism yoki rasmni matematik tahlil qilish mumkin .

Matematik fanlarni kasb-hunar kollejlarida o`qitish metodlari va vositalarini tanlashda; ayniqsa nazariy bilimlarni mustahkamlash, fanga qiziqtirish, fanni bo`lg`usi kasb bilan bog`lashda amaliy mazmunli masalalarni o`quvchilarga tavsiya etishda ular tanlagan soha xususiyatlaridan kelib chiqish maqsadga muvofiqdir.

Matematik fanlarni kasb-hunar kollejlarida o`qitishni o`quvchilarning shu fanga bo`lgan qiziqishlarini, mazkur fan bo`yicha maktab matematikasi kursini tashkil etuvchi bo`limlar yuzasidan bilimlari, malaka va ko`nikmalari darajasini aniqlovchi anketa so`rovnomalari, test nazoratlari, yozma ishlar o`tkazish hamda ularning natijalarini har tomonlama tahlil qilgan holda kasb-hunar kollejlari matematik ta'limi mazmunini tashkil etuvchi mavzularga yondoshish, ularni o`qitish metodlarini va bunda albatta kasbiy fanlar bilan o`zaro aloqadorlikka katta e'tibor bergan holda puxta ishlab chiqish lozim .

Hozirgi kun muhim talablaridan biri bu ijodiy fikr yurituvchi yoshlarni tarbiyalashdir. Bu muammo yetarli darajada ko`p o`rganilgan va o`rganilayotganligiga qaramay, amaliy ish jarayonida unga kam e'tibor beriladi. Matematika fanlarini o`qitish ko`p hollarda dasturni bajarishga qaratilgan bo`lib, o`quvchilar tafakkurini rivojlantirish masalasi oqsab qolmoqda. O`qituvchi o`z vazifasini o`quvchilarga yangi bilimlar majmuini berishdan iborat deb biladi, lekin uning asosiy vazifasi – o`quvchilarning bilish imkoniyatlarini har tomonlama rivojlantirishdir.

Darslarining bunday tashkil etilishi natijasida guruhdagi iqtidorli o`quvchilarning o`qishga bo`lgan qiziqishlari kamayadi, fikrlash jarayonining chuqur qatlamlari ishga solinmaydi. Fan bo`yicha olgan bilimlarini chuqurroq mushohada qilib, ijodiy yondoshishni talab etmaydigan misol, masalalarni iqtidorli talabalar tezda, kam mehnat sarf etib hal qiladilar. Natijada bunday topshiriqlar ularni zeriktiradi. O`qituvchining iqtidorli o`quvchilar aqliy faoliyatini izchil rivojlantirish, chuqurlashtirishga e'tibor bermasligi natijasida milliy boylik sanalmish faol ijodkor shaxsni kamol toptirish maqsadiga erishib bo`lmaydi.

Matematik fanlarni o`qitish jarayoni o`quvchilarning matematik tafakkurini uzluksiz rivojlantirish jarayonidir. Tafakkur P.I.Ivanov fikricha "insonning shunday aqliy faoliyatiki, bu faoliyat voqelikni eng aniq, to`liq, chuqur va umumlashtirib aks ettirishga, insonning yanada oqilona amaliy faoliyat bilan shug`ullanishiga imkon beradi". Bundan tashqari tafakkurning A.V.Brushlinskiy ta'kidlab o`tgan xususiyatlari – yangilikni qidirish va ochish, gipoteza va nazariyalarni prognoz qilish, oldindan payqash kabilarni e'tiborga olsak, u holda matematik fanlarni o`qitish jarayonida o`quvchilar matematik tafakkurini rivojlantirish va takomillashtirish muhim vazifa ekanligi o`z-o`zidan ayon bo`ladi.

O`quvchilar matematik tafakkurini rivojlantirish uchun avvalo tafakkur metodlari yordamida ularning matematik tafakkuri darajasini aniqlash zarur. O`quvchining uy vazifasini bajarish va mustaqil bilim olish, qo`yilgan muammoni paydo bo`lishi, uni hal qilish imkoniyatlari to`g`risida o`ylash (gipoteza yaratish), masala yoki topshiriqni yechishga kirishish, yechish variantlari, yo`llari va usullarini tanlash, yechish davomida vaqti-vaqti bilan ichki nutqning tashqi nutqqa ko`chib turishi, psixo-fiziologik xatti-harakatlarning namoyon bo`lish jarayonini kuzatish orqali uning aqliy faoliyatiga baho beriladi. O`quvchi bilan ma'lum bir muammoni hal qilish maqsad qilib olingan suhbat qurish orqali uning matematik tafakkuri, aql-zakovati, mulohaza yuritish uslubi aniqlanadi. Suhbat yordamida o`z-o`zini nazorat qilish, o`z-o`zini baholash, tafakkurning tanqidiyligi, mahsuldorligi, teranligi kabi fikr yuritish xususiyatlarini o`rganish mumkin.

O`quvchilar tomonidan tayyorlangan ko`rgazmali qurollar, chizmalar, yozilgan yozma ishlar, ishlangan misol va masalalarni tahlil qilish orqali o`quvchining ijodkorligi, topqirligi, idroki, fikr yuritish doirasi haqida xulosalar chiqariladi.

Tafakkurni o`rganishda test metodi 1905 yildan, ya'ni A.Bine insonning aqliy o`sish darajalarini yoshlariga qarab o`lchash va ularni aqliy iste'dod darajalariga qarab taqsimlash imkoniyati borligi haqidagi g`oyani olg`a surgan vaqtdan boshlab keng qo`llanila boshlangan. Matematik testlar qisqa vaqt ichida bajarilishi zarur topshiriq hisoblangani uchun uning yechimini miqdor va sifat jihatdan tahlil qilish natijasida matematik tafakkur nechog`lik takomillashganligi aniqlanadi (kirish imtihonlari, joriy, oraliq, yakuniy nazoratlar).

Qayd etilgan metodlar o`zining ijobiy tomonlari bilan birga kamchiliklarga ham ega. Jumladan, kuzatish metodi keskin yuz beradigan o`zgarishlar sababini aniqlay olmaydi; suhbat metodida o`qituvchi bilan o`quvchi o`rtasidagi muloqotda o`quvchi o`zini noqulay his qilishi, tortinishi, vaqt ziqligi; faoliyat mahsulini tahlil qilish metodida tafakkur jarayonining kechishi haqida ma’lumot olish mumkin emasligi; test metodida ba’zi bir topshiriq yechimi tafakkurga bog`liq bo`lmasdan, balki o`quv ko`nikma va malakalarga bog`liqligi.

Tajriba-sinov metodi matematik tafakkurni aniqroq o`rganish metodlarining eng muhimi bo`lib hisoblanadi. Uning yordamida sun’iy tushunchalarni shakllantirish, muammoli vaziyatni hal etish, o`quvchining topqirligini aniqlash mumkin. Matematik tafakkur jarayonining nozik ichki bog`lanishlari, qonuniyatlari, murakkab mexanizmlari tajriba-sinov yordamida o`rganiladi. Shuning uchun sinov materiali o`qituvchi tomonidan sinchkovlik bilan tanlanishi, o`quvchi yoshiga, aql-idrokiga, bilim darajasiga yarasha bo`lishi lozim. Tajriba-sinov aniqlovchi, tarkib toptiruvchi va nazorat qismlardan iborat bo`lib, ularda to`plangan ma’lumotlar o`qituvchining keyingi darslarni qay tarzda rejalashtirishiga asos bo`ladi.

Kasb-hunar kollejlari o`quvchilarining fazoviy figuralar haqidagi ma’lumotlari darajasini aniqlash maqsadida tajribada qatnashayotgan har bir o`quvchiga 20 tadan ortiq muntazam bo`lgan teng uchburchaklar berib, ma’lum bir vaqt oralig`ida tetraedr, oktaedr, ikosaedrlarni yasash topshiriladi. Tetraedr har bir uchidan uchtadan, oktaedr har bir uchidan to`rttadan va ikosaedr har bir uchidan beshtadan qirra boshlanadigan muntazam figura ekanligini bilgan o`quvchilar figurani yasash ishiga bir zumda kirishadilar. O`quvchilarning figuralarni yasash jarayonlarini kuzatib qanday figurani qaysi o`quvchi birinchi bo`lib yasagani, buning uchun qancha vaqt sarf etgani, yo`l qo`ygan xatoliklari va ularni takrorlamaslikka bo`lgan urinishlari, figuralarni yasashdagi izchillik v.b.lar kuzatilib tegishli xulosalar chiqariladi.

O`quvchilar tafakkurini rivojlantirish muammosini o`rgangan S.L.Rubinshteyn “abstrakt tafakkurni o`stiruvchi yo`l muammoli vaziyat”, N.D.Levitov “tafakkur taraqqiyoti uchun tafakkurning mustaqilligi, o`quv materialining tez va puxta o`zlashtirilishi, aqliy topqirlik, muammo mohiyatini chuqur o`rganish, tafakkurning tanqidiyligi zarur” degan fikrlarni ilgari surganlar.

O`quvchining matematik tafakkurini rivojlantirish uchun matematik tushunchalar, ob’ektlarga to`g`ri ta’rif berishga, ularni tahlil qilishga va umumlashtirishga, o`z fikrini to`g`ri, ravon va aniq bayon etishga o`rgatish, mustaqil ravishda hukm va xulosa chiqarish ko`nikmalarini shakllantirish lozim.

1.2Interfaolusullarmatematikta’limsamaradorliginioshirishvositasisifatida

Zamonaviy o‘qituvchi ta’lim – tarbiya jarayonida innovatsion usullardan foydalana bilishi va amalga oshira olishi lozim. Bu jarayonda o‘qituvchiga qo‘yiladigan talablar: innovatsion texnologiya tushunchasini, uning mazmun mohiyatini bilishi; innovatsion texnologiyalarning ta’lim maqsadini amalga oshirishdagi o‘rni va rolini bilishi; innovatsion texnologiyalarni fanlar bo‘yicha qo‘llash prinsiplarini bilishi; ta’limiy va ishchanlik o‘yinlarini bilishi; muammoli rivojlantiruvchi ta’lim metodlarini bilishi; o‘quvchilarning mustaqil faoliyatlarini tashkil qilish va ta’minlash yo‘llarini bilishi; o‘quvchilarning o‘z ustida mustaqil ishlash maxoratini oshirish usullarini egallashi; ko‘rgazmali o‘qitish usullarini bilishi va egallashi; ilg‘or pedagogik texnologiyalarni qo‘llab, na’munaviy imitatsiya o‘quv mashg‘ulotlarini o‘tishi; ta’lim-tarbiyaning faollashtiruvchi usullarini bilishi va egallashi kerak. Uni amalga oshirishda asosan interaktiv metodlardan to‘liq foydalaniladi.

Interfaol mashg‘ulot-o‘qituvchi va o‘quvchilar o‘zaro faol ishtirok etadigan mashg‘ulot; jarayon hamkorlikda kechadi.

Interfaol metodlar o‘qituvchi bilan o‘quvchining faol munosabati, bir-birini to‘liq tushuntirishga asoslanadi. Interfaol metodlarni o‘quv jarayoniga joriy etishning tub maqsadi – dars qaysi shaklda bo‘lmasin, qaerda o‘tkazilmasin darsda o‘qituvchi bilan o‘quvchining hamkorlikda ishlashini va natijada o‘zlashtirishlarini ta’minlashi lozim. Bunda o‘qituvchi faqat fasilitator (yo‘l-yo‘riq ko‘rsatuvchi, kuzatuvchi, kuzatuvchi, xulosalovchi) vazifasini bajaradi. Ushbu metodlar orqali o‘quvchilarning mustaqil fikrlash qobiliyatlari rivojlantirilib, ularda erkin fikrlash, mustaqil qaror qabul qilish, hissiyotlarni boshqara olish, tanqidiy va ijodiy fikr yuritishning rivojlanishiga zamin tayyorlanadi.

Interfaol metodlarda o‘qitishning mohiyati quyidagicha: o‘rgatuvchi ham o‘rganuvchi ham ma’lumotlar bilan faol ishlashi; o‘quvchilarni mustaqil fikrlashga undashi va o‘rgatishi; o‘qituvchiga «o‘quvchilarni fikrlashga o‘rgatish uchun» xizmat qilsa, o‘quvchilarga esa, «fikrlashni o‘rganishlari uchun» xizmat qilishi;

Interfaol usullardan foydalanish shakllari:

1. Individuallashtirish;
2. Kichik guruhlarga ajratish;
3. Tabaqalashtirish:
4. O‘rgatish va o‘rganish jarayonida demokratik, do‘stona muhitni yaratish;
5. O‘zaro muloqot, hamkorlikni tashkil etish.

«Aqliy xujum». Mazkur metod muayyan mavzu yuzasidan berilgan muammolarni hal etishda keng qo‘llaniladigan metod sanalib, u mashg‘ulot ishtirokchilarini muammo xususida keng va har tomonlama fikr yuritish, shuningdek, o‘z tasavvurlari va g‘oyalaridan ijobiy foydalanish borasida ma’lum ko‘nikma hamda malakalarni xosil qilishga rag‘batlantiradi. Ushbu metod yordamida tashkil etilgan mashg‘ulot jarayonida ixtiyoriy muammolar yuzasidan bir necha original echimlarni topish imkoniyati tug‘iladi. «Aqliy xujum» metodi tanlab olingan mavzular doirasida ma’lum qadriyatlarni aniqlash, ayni vaqtda ularga muqobil bo‘lgan g‘oyalarni tanlash uchun sharoit yaratadi.

Mashg‘ulotlar jarayonida «Aqliy xujum» metodidan foydalanishda bir necha qoidalarga amal qilish talab etiladi. Ushbu qoidalar quyidagilar:

1. Mashg‘ulot ishtirokchilarini muammo doirasida keng fikr yuritishga undash, ular tomonidan kutilmagan mantiqiy fikrlarning bildirilishiga erishish.
2. Har bir ta’lim oluvchi tomonidan bildirilayotgan fikr yoki g‘oyalar miqdori rag‘batlantirilib boriladi. Bu esa bildirilgan fikrlar orasidan eng maqbullarini tanlab olishga imkon beradi. Bundan tashqari fikrlarning rag‘batlantirilishi navbatdagi yangi fikr yoki g‘oyalarning tug‘ilishiga olib keladi.
3. Har bir ta’lim oluvchi o‘zining shaxsiy fikri yoki g‘oyalariga asoslanishi hamda ularni o‘zgartirishi mumkin. Avval bildirilgan fikr (g‘oya)larni umumlashtirish, turkumlashtirish yoki ularni o‘zgartirish ilmiy asoslangan fikr (g‘oya)larning shakllanishiga zamin hozirlaydi.

4. Mashg‘ulotlar jarayonida ta’lim oluvchilarning har qanday faoliyatlarini standart talablar asosida nazorat qilish, ular tomonidan bildirilayotgan fikrlarni baholashga yo‘l qo‘ymaydi. Agarda ularning fikr (g‘oya)lari baholanib, boriladigan bo‘lsa, ta’lim oluvchilar o‘z diqqatlarini, shaxsiy fikrlarini himoya qilishga qaratadilar, oqibatda ular yangi fikrlarni ilgari surmaydilar. Mazkur metodni qo‘llashdan asosiy maqsad ta’lim oluvchilarni muammo xususida keng va chuqur fikr yuritishga rag‘batlantirish ekanligini etibordan chetda qoldirmagan holda ularning faoliyatlarini baholab borishning har qanday usulidan voz kechish maqsadga muvofiqdir.

Mashg‘ulot jarayonida ushbu metoddan samarali foydalanish maqsadida quyidagilarga amal qilish lozim:

1.Mashg‘ulot ishtirokchilarining o‘zlarini erkin his etishlariga sharoit yaratib berish.

2.G‘oyalarni yozib berish uchun yozuv taxtasi yoki varaqalarni tayyorlab qo‘yish.

3.Muammo (yoki mavzu)ni aniqlash.

4.Mashg‘ulot jarayonida amal qilinishi lozim bo‘lgan shartlarni belgilash. SHartlar quyidagilardan iborat bo‘lishi mumkin:

a) ta’lim oluvchilar tomonidan bildirilayotgan xar qanday g‘oya baholanmaydi;

b) ta’lim oluvchilarning mustaqil fikr yuritishlari, shaxsiy fikrlarini ilgari surishlari uchun qulay muxit yaratiladi;

v) g‘oyalarning turlicha va ko‘p miqdorda bo‘lishiga ahamiyat qaratiladi;

g) boshqalar tomonidan bildirilayotgan fikrlarni yodda saqlash, ularning fikrlariga tayangan holda yangi fikrlarni bildirish, bildirilgan fikrlar asosida muayyan xulosalarga kelish kabi harakatlarning ta’lim oluvchilar tomonidan sodir etilishiga erishiladi.

5. Bildirilayotgan g‘oyalarni ularning mualliflari tomonidan asoslanishiga erishish va ularni yozib olish.
6. Muayyan qog‘oz varaqlari g‘oya (yoki fikr)lar bilan to‘lgandan so‘ng ularni yozuv taxtasiga osib qo‘yish.
7. Bildirilgan fikrlarni yangi g‘oyalar bilan boyitish asosida ularni quvvatlash.
8. Boshqalar tomonidan bildirilgan fikr (g‘oya) lar ustida kulish, ularga nisbatan kinoyali sharhlarning bildirilishiga yo‘l qo‘ymaslik kerak.

9.Ta’lim oluvchilar tomonidan yangi g‘oyalar bildirilishi davom etayotgan ekan, muammoning yagona to‘g‘ri echimini e’lon qilishga shoshilmaslik.

Aqliy xujum metodi to‘g‘ri va ijobiy qo‘llanilganda shaxsni erkin, ijodiy va nostandart fikrlashga o‘rgatadi.

«Fikriy hujum» metodi. Bu metod o‘quvchilarning mashg‘ulotlar jarayonida faolliklarini ta’minlash, ularni erkin fikr yuritishga rag‘batlantirish hamda bir xil fikrlashdan ozod etish muayyan mavzu yuzasidan rang-barang g‘oyalarni to‘plash, shuningdek, ijodiy vazifalarni hal etish, echish jarayonining dastlabki bosqichida paydo bo‘lgan fikrlarni echishga o‘rgatish uchun xizmat qiladi. «Fikriy hujum» metodi. A.F.Osborn tomonidan tavsiya etilgan bo‘lib, uning asosiy tamoyili va sharti mashg‘ulot (bahs)ning xar bir ishtirokchisi tomonidan o‘rtaga tashlanayotgan fikrga nisbatan tanqidni mutlaqo ta’qiqlash, har qanday luqma va hazil-mutoyibalarni rag‘batlantirishdan iboratdir. Bundan ko‘zlangan maqsad ta’lim oluvchilarning mashg‘ulot (bahs) jarayonidagi erkin ishtirokini ta’minlashdir. Ta’lim jarayonida ushbu metoddan samarali va muvaffaqiyatli foydalanish o‘qituvchining pedagogik mahorati va tafakkur ko‘lamining kengligiga bog‘liq bo‘ladi. «Fikriy hujum» metodidan foydalanish chog‘ida ta’lim oluvchilarning soni 15 nafardan oshmasligi maqsadga muvofiqdir. Ushbu metodga asoslangan mashg‘ulot bir soat tashkil etilishi mumkin.

«Fikrlarning shiddatli hujumi» metodi. Mazkur metod E.A.Aleksandrov tomonidan asoslangan hamda G.YA.Bush tomonidan qayta ishlangan. «Fikrlarning shiddatli hujumi» metodining mohiyati jamoa orasida muayyan topshiriqlarni bajarayotgan har bir ta’lim oluvchining shaxsiy imkoniyatlarini ro‘yobga chiqarishga ko‘maklashish hamda ta’lim oluvchilarda ma’lum jamoa (guruh) tomonidan bildirilgan fikrga 2 qarshi g‘oyani ilgari surish layoqatini yuzaga keltirishdan iboratdir.

Ushbu metoddan foydalanishga asoslangan mashg‘ulot bir necha bosqichda tashkil etiladi. Ular quyidagilardir:

1-bosqich. Ruhiy jihatdan bir-biriga yaqin bo‘lgan ta’lim oluvchilarni o‘zida biriktirgan hamda son jihatdan teng bo‘lgan kichik guruhlarni shakllantirish.

2-bosqich. Guruhlarga hal etish uchun topshirilgan vazifa yoki topshiriqlar mohiyatidan kelib chiqadigan maqsadlarni aniqlash.

3-bosqich. Guruhlar tomonidan muayyan g‘oyalarning ishlab chiqilishi (topshiriqlarning hal etilishi).

4-bosqich. Topshiriqlar echimlarini muhokama etish, ularni to‘g‘ri hal etilganligiga ko‘ra turkumlarga ajratish.

5-bosqich. Topshiriqlar echimlarini qayta turkumlashtirish, ya’ni ularni to‘g‘rilik darajasi, echimini topish uchun sarflangan vaqt, echimlarning aniq va ravshan bayon etilishi kabi mezonlar asosida baholash.

6-bosqich. Dastlabki bosqichlarda topshiriqlar echimlari yuzasidan bildirilgan muayyan tanqidiy mulohazalarni muhokama etish hamda ular borasida yagona xulosaga kelish.

YUqorida mohiyati bayon etilgan «Fikrlarning shiddatli hujumi» metodini ijtimoiy, gumanitar va tabiiy yo‘nalishlardagi fanlar yuzasidan tashkil etiladigan mashg‘ulotlar jarayonida birdik muvaffaqiyatli qo‘llash mumkin. Metodni qo‘llash jarayonida quyidagi holatlar yuzaga keladi:

1. O‘quvchilar tomonidan muayyan nazariy bilimlarning puxta o‘zlashtirilishiga erishish;
2. Vaqtni iqtisod qilish;
3. Har bir o‘quvchini faollikka undash;
4. Ularda erkin fikrlash layoqatini shakllantirish.

Ko‘rinib turibdiki, ushbu metod ta’lim oluvchilar tomonidan muayyan nazariy bilimlarning puxta o‘zlashtirilishiga erishish, vaqtni iqtisod qilish, har bir ta’lim oluvchini faollikka undash, ularda erkin fikrlash layoqatini shakllantirishga yordam beradi.

«YAlpi fikriy hujum» metodi. Mazkur metod J.Donald Filips tomonidan ishlab chiqilgan bo‘lib, uni bir necha o‘n (20, 40 va 60) nafar ta’lim oluvchilardan iborat guruh (sinf)larda qo‘llash mumkin. Ushbu metod ta’lim oluvchilar tomonidan yangi g‘oyalarning o‘rtaga tashlanishi uchun sharoit yaratib berishga xizmat qiladi. Har bir 5 yoki 6 nafar ta’lim oluvchilarni o‘z ichiga olgan guruhlarga 15 daqiqa ichida ijobiy xal etilishi lozim bo‘lgan turli xil topshiriq yoki ijodiy vazifalar beriladi. Topshiriq va ijodiy vazifalar belgilangan vaqt ichida ijobiy xal etilgach, bu haqda guruh a’zolaridan biri axborot beradi. Guruh tomonidan berilgan axborot (topshiriq yoki ijodiy vazifaning echimi) o‘qituvchi va boshqa guruhlar a’zolari tomonidan muhokama qilinadi va unga baho beriladi. Mashg‘ulot yakunida o‘qituvchi berilgan topshiriq yoki ijodiy vazifalarning echimlari orasida eng yaxshi va o‘ziga xos deb topilgan javoblarni e’lon qiladi. Mashg‘ulot jarayonida guruh a’zolarining faoliyatlari ularning ishtiroklari darajasiga ko‘ra baholab boriladi.

«Bilaman. Bilib oldim. Bilishni xohlayman». Sinf o‘quvchilari beshta guruhga bo‘linadilar, guruhlar nomlanadi. YOzuv taxtasi uch qismga ajratiladi. Birinchi bandning yuqori qismiga «Bilaman», ikkinchi bandning yuqori qismiga «Bilib oldim», uchinchi bandning yuqori qismiga esa «Bilishni xohlayman»degan so‘zlar yoziladi.

So‘ngra o‘qituvchi o‘quvchilardan mavzu yuqasidan qanday ma’lumotlarga ega ekanliklarini so‘raydi va bildirilgan fikrlarni «Bilaman »nomli bandga yozib qo‘yadi.

Ushbu xarakat guruhlar tomonidan fikrlar to‘la bayon etilganga qadar davom etadi. Mazkur jarayonda guruhlarning barcha a’zolari faol ishtirok etishlariga ahamiyat berish zarur. O‘quvchilar tomonidan bildirilayotgan noto‘g‘ri fikrlar ham inkor etilmasligi zarur (zero bunday xarakat o‘quvchilarning faolligiga salbiy ta’sir ko‘rsatadi).

Keyingi bosqichda o‘quvchilarga mavzuga oid matnlar tarqatiladi Ushbu matn mavzu bo‘yicha eng asosiy tushunchalarni o‘z ichiga oladi. O‘quvchilar matn bilan tanishib chiqqandan so‘ng fikr yuritishlari hamda mavzuga oid yana qanday ma’lumotlarni o‘zlashtiriganliklarini aniqlashlari lozim. O‘quvchilar o‘z xulosalari asosida fikrlarini bayon etadilar, ushbu fikrlar «Bilib oldim» nomli ustunga yozib boriladi. So‘ngi bosqichda o‘qituvchi o‘quvchilaridan yangi mavzu bo‘yicha qanday ma’lumotlarni o‘zlashtirish istagida ekanliklarini so‘raydi va o‘quvchilarni yana o‘ylashga da’vat etadi. Guruhlardan navbati bilan fikr so‘raladi. O‘quvchilar tomonidan bildirilgan fikrlar «Bilishni xohlayman»nomli ustunga yozib boriladi. Namuna sifatida quyidagi jadvalni keltiramiz:Masalan: Matn o‘quvchilarga tarqatiladi. O‘quvchilar yakka tartibda (7 minut) matn bilan tanishadilar. So‘ngra guruhlarda yuqorida qayd etilgan jadvalni to‘ldiradilar.

«Bumerang» texnologiyasi. Bu texnologiya o‘quvchi-o‘quvchilarni dars jarayonida, darsdan tashqarida turli adabiyotlar, matnlar bilan ishlash, o‘rganilgan materialni yodida saqlab qolish, so‘zlab bera olish, fikrini erkin xolda bayon eta olish hamda bir dars davomida barcha o‘quvchi-o‘quvchilarni baholay olishga qaratilgan.

Maqsad: trening davomida tinglovchilarga tarqatilgan materiallarni ular tomonidan yakka va guruh holatida o‘zlashtirib olishlari hamda o‘zaro suhbat munozara orqali, turli savollar, tarqatma materiallar va undagi matnlar qay darajada o‘zlashtirilganini nazorat qilish. Trening davomida o‘quvchi-o‘quvchilar tomonidan baho ballarini egallashga imkoniyat yaratish.

O‘tkazish texnologiyasi.

1-bosqich. Trening to‘g‘ridan-to‘g‘ri tinglovchilarni 4-5 kishidan iborat kichik, guruhlarga bo‘lishdan boshlanadi; trener har bir guruh va uning har bir a’zosiga mustaqil o‘rganish, fikrlash va yodda saqlab qolish uchun alohida-alohida aniq yozma tarqatma material beradi tarqatma materialda trener tomonidan tanlangan umumiy mavzu bo‘yicha biron bir hajmdagi matn berilgan, ularning soni guruhlar va tinglovchilar soniga bog‘liq. Agar 4 ta kichik guruh bo‘lsa, u holda umumiy mavzu 4 ta kichik matnlarga bo‘linib har bir guruhga beriladi; faoliyat samarali bo‘lishi uchun har bir guruhga berilgan matindan har bir tinglovchiga beriladi. SHunday qilib, 4 ta guruh umumiy mavzu asosida 4 xil matnga ega, har bir tinglovchi esa o‘z guruhiga tushgan matnga ega bo‘ladi.

2-bosqich. Guruhlarga berilgan matnni guruh a’zolari yakka tartibda alohida o‘rganishlari, matinni eslab qolishlari, keyin kerak bo‘lganda trenerga yoki boshqalarga gapirib berishlari, iloji boricha matnni o‘zlashtirib olishlari kerakligini trener uqtiradi va tayyorgarlik uchun matnni katta-kichikligiga qarab 10-15 daqiqa vaqt beradi. O‘zi esa guruh va tinglovchilarni ish faoliyatini kuzatadi.

3-bosqich. Trener oldindan tayyorlab qo‘yilgan raqamlar yozilgan kichik qog‘ozlar bilan har bir guruh yoniga kelib guruh a’zolaridan ushbu qog‘ozlardan bittadan raqam tortib olishlarini so‘raydi (qog‘ozlar soni guruhdagi tinglovchilar soniga bog‘liq, masalan: guruhda 5 kishi bo‘lsa, qog‘ozdagi raqamlar 1,2,3,4,5 etib tayyorlanadi, agar 4ta bo‘lsa 1 dan 4 gacha va h.) guruhlardagi barcha tinglovchilar raqamlar yozilgan qog‘ozdan olishlari kerak. Nechta guruh bo‘lsa, shuncha guruh a’zolari soniga qarab raqamlar yozilgan qog‘ozlar tayyorlanadi. Trener raqamlar bo‘yicha tinglovchilardan yangi guruhlar tuzishlarini so‘raydi. Masalan: hamma 1 raqamini olganlar bitta yangi guruh, 2 raqamlilar ikkinchi guruh, 3 raqamlilar uchinchi guruhni, 4 raqamlilar 4 chi guruhni, 5 raqamlilar beshinchi guruhni tashkil etishlarini so‘raydi. Guruh a’zolari yangi guruhga o‘tishlarida o‘zlari bilan o‘rgangan matnlarini oladilar.

4-bosqich. Raqamlar bo‘yicha yangi guruhlar tuzilganda har bir yangi guruhda avvalgi guruhlardan bittadan vakillar o‘z-o‘zidan to‘planib qoladi, ya’ni 4 ta guruhda 4 xil matn o‘rganilgan bo‘lsa bu yangi guruhda har bittasidan bittadan vakil to‘planadi, umumiy mavzu bo‘yicha 4 tinglovchi va 4 xil matn to‘planadi.

5-bosqich. YAngi tuzilgan guruhning har bir a’zosi endi o‘ziga 2 ta vazifa, ya’ni o‘qituvchi va o‘quvchi vazifasini oladi va quyidagicha faoliyat ko‘rsatadi: o‘qituvchi (o‘rgatuvchi) sifatida, o‘zi avval o‘rgangan materialni gapirib beradi, tushuntiradi, o‘zi mustaqil o‘rgangan materialning asosiy joylariga barchani diqqatini jalb qiladi, boshqa guruh a’zolarining tushunish va o‘zlashtirish qobiliyatlarini tekshiradi.; o‘quvchi sifatida, guruh a’zolarini navbatma navbat so‘zlab, tushuntirayotgan, gapirayotgan matnlarini eshitadi, tahlil qiladi, fikrlaydi va yodda saqlab qolishga harakat qiladi. Trener esa ularga o‘z tekstlarini faqat so‘zlab berishlari kerakligini uqtiradi va bunga 20 daqiqa vaqt beradi (matn xajmiga va umumiy mazmunining qiyin osonligiga qarab vaqt ajratiladi). Bu bosqichda trening boshlanishida tarqatilgan barcha material tinglovchilar tomonidan o‘zlashtirilgan hisoblanadi.

6-bosqich.guruhdagilar bir-birlariga o‘z matnlarini gapirib berib, barchalari ushbu matnlarni bilib olishgach, trener o‘rganilgan material guruh a’zolari tomonidan qanchalik o‘zlashtirib olinganini tekshirib ko‘rish uchun har bir guruh a’zosi bir-birlariga o‘z matnlaridan kelib chiqqan holda savollar berishlari mumkinligini tushuntiradi. SHunday qilib, guruh ichida ichki nazorat savol-javob orqali o‘tkaziladi. Bu esa guruhdagi tinglovchilarni bir-birlariga so‘zlab bergan materiallarini boshqalar tomonidan o‘zlashtirilganlik darajasini aniqlashga, mustahkamlashga yordam beradi.

7-bosqich. Tinglovchilar yana avvalgi joylariga qaytishlari so‘raladi, ya’ni yana hamma mashg‘ulot boshlanishidagi guruhlariga qaytadilar.

8-bosqich. Trener auditoriyadagi tinglovchilarning barchasi hammaga tarqatilgan yozma materiallar bilan tanish ekanliklari, ular haqida to‘liq ma’lumotga ega bo‘lganliklarini hisobga olgan holda auditoriyadagi har bir o‘quvchidan xohlagan materialni so‘rashi mumkinligini aytadi.

9-bosqich. Tarqatilgan materiallarning tinglovchilar tomonidan qay darajada o‘zlashtirilganligi darajasini aniqlash maqsadida o‘qituvchi yoki mahsus guruh yoki opponent guruhi tomonidan berilgan nazorat savollariga javoblarni reyting ballari orqali baholanishi tushuntirladi, masalan: savollarga berilgan javoblar — agar to‘liq javob bo‘lsa-3 ball, qo‘shimcha qilinsa-2 ball, o‘tirgan joyida luqma tashlasa-1 ball, javob berilmasa-0 ball qo‘yilishi belgilanadi. Guruh a’zolarining javoblarini yuqorida ko‘rsatilgan tartibda baholash, ballarni qo‘yib borish, umumlashtirish uchun har bir guruh o‘ziga guruh qatnashchilaridan birini «hisobchi» etib tayinlashi mumkin («hisobchi» ham davrada bo‘layotgan savol javoblar muloqotida ishtirok etadi).

10-bosqich. Bu bosqichda trener tarqatma materiallar asosida tuzilgan savollar (5-6 ta) bilan o‘quvchilarga murojat qiladi (savollar iloji boricha hamma matnlarga tegishli bo‘lgani ma’qul, shuningdek trener auditoriyadagi barcha o‘quvchilarni javob berish uchun qamrab olishga harakat qiladi). Berilgan savollarga javob berish tugagach, trener doskaga guruhlar tomonidan to‘plangan ballarni yozadi va mashg‘ulotning keyingi bosqichiga o‘tadi.

11-bosqich.Trener har bir guruhni o‘z yozma materiallarining mazmunidan kelib chiqqan holda bittadan savol tayyorlashlari kerakligini aytadi va guruhlarga savol tuzishlari uchun 5-7 daqiqa vaqt ajratadi.

12- bosqich.Guruhlar bir-birlariga savollar beradilar, guruhlardagi «hisobchilar» guruh a’zolarining javoblarini yuqorida belgilangan tartibda baholab boradilar. Javoblar to‘g‘ri bo‘lsa, savol bergan guruh javobni to‘ldirmaydi.

13- bosqich.Trener guruh a’zolari to‘plagan ballarni yana bir marotaba doskaga yozadi va to‘plangan ballar (baholar)ning umumiy sonini aniqlaydi. To‘plangan ballar (baholar)ni umumiy sonini guruh a’zolariga teppa-teng bo‘ladi (yuqorida keltirilganlik asosida).

Izoh: agar to‘plangan ballarni guruh a’zolariga teppa-teng bo‘lishda o‘quvchilar tomonidan norozilik bo‘lsa, ya’ni ba’zi guruh a’zolari guruhning faoliyatida faol ishtirok etib, umumiy jamoaviy faoliyatda passiv bo‘lgan bo‘lishsa, yoki umuman ishtirok etmagan, qiziqmagan bo‘lishsa, bunday holatda vaziyatni echishni guruh a’zolariga yuklatiladi. Guruhning echimi to‘g‘ri hisoblanadi, yoki trener-o‘qituvchi o‘z fikrini bildirishi mumkin, chunki u dars jarayonida o‘quvchilarning javoblari, faol yoki passivliklarini kuzatib boradi. Agar o‘quvchi faollik ko‘rsatmagan, yoki savol javoblarda ishtirok etmagan bo‘lsa ham uning shu dars jarayonida biron narsani bilib olgani, eslab qolib o‘zlashtirganini hisobga olgan holda unga eng kichik ball berilishi mumkin. Bu o‘quvchini keyinchalik shu shakldagi darslarda faolroq bo‘lishga undaydi. YUqoridagi kabi vaziyat vujudga kelsa uni echimini har bir o‘qituvchi sharoitga, faoliyatga qarab o‘zi hal etishi yoki guruh, jamoaga tashlashi mumkin. Ba’zi guruhning «hisobchilari» ballarni qo‘yishda noaniqlik yoki qo‘shib yozishlari mumkin, natijada, ba’zi guruhlarning umumiy to‘plagan ballari boshqa guruhlarnikidan katta farq qilishi mumkin. O‘quvchi o‘quvchilarning haqqoniy baholanishlari ularning tanlagan «hisobchi»lariga bog‘liq ekanligini o‘qituvchi eslatib o‘tadi. Agar umumiy to‘plangan ballarni guruh a’zolariga taqsimlanganda shu mashg‘ulot uchun belgilangan maksimal balldan ortib ketgan bo‘lsa, u holda shu mashg‘ulot uchun kerakli ballni olib qolib, ortiqchasini keyingi mashg‘ulotlarga yoki yakuniy nazoratga o‘tkazish mumkin.

14-bosqich. Har bir o‘quvchiga ballar qo‘yilgach (har bir o‘quvchi baholangach) trener mashg‘ulotga yakun yasaydi. O‘quvchi o‘quvchilarning faoliyatiga baho beradi, berilgan javoblarga o‘z fikrini bildiradi va quyidagi savollar bilan ularga murojat qiladi: bugungi mashg‘ulotdan nimalarni bilib oldingiz? nimalarni o‘rgandingiz? nimalar siz uchun yangilik bo‘ldi?yana nimalarni bilishni istar edingiz?

15-bosqich.O‘qituvchi o‘quvchilarning javoblarini diqqat bilan tinglab ularga minnatdorchilik bildiradi va darsni yakunlaydi.

O‘tkazish texnologiyasi:

1-bosqich. Mashg‘ulot boshlanishidan avval stollarni quyidagi rasmdagidek qo‘yib chiqing (4 guruh ikki stolda qarama-qarshi, ammo bir-biriga bevosita yaqin joylashadi).

2-bosqich. Ta’lim oluvchilarga yozma debatlar o‘tkazish uslubiyati haqida gapirib beriladi; debatlar-ikki tomon o‘rtasidagi yozma muloqot shaklidir;debatlar ikki o‘quvchi yoki o‘quvchilar guruhlari o‘rtasida o‘zaro olib borilishi mumkin;

ushbu uslub bahsli, mavzularni muhokama qilganda ayniqsa foydalidir;munozara paytida o‘quvchilar faqat o‘z asosli dalillarini taqdim etadi, qolaversa boshqa tomonning asosli dalillariga javob beradi; o‘quvchilarning muhokama qilinayotgan muammolariga doir bilimlarni chuqurlashtiradi, munozara madaniyatini o‘rgatadi, asoslab berish malakasini oshiradi;o‘qituvchi qo‘lga kiritgan ajoyib material baholash uchun asos bo‘lib xizmat qiladi.

3-bosqich. Ishtirokchilarni 3 guruhga bo‘ling. Guruhlarni stolga o‘tkazing. Bu mashqda 1-4 guruhlar mavzuni qo‘llab-quvvatlashini, 5-8 guruhlar esa qarshi chiqishini tushuntiring. 1-guruh 5-guruh, 2-guruh 6-guruh, 3-guruh 7-guruh, 4-guruh 8-guruh bilan bahs yuritadi. 1-4 guruhlarga qizil, 5-8 guruhlarga qora rangli flomaster tarqating. Debat yuritiladigan jadvalni tanishtiring. Asosiy tamoyillarni eslating. 1-4 guruhlarga jadvallarni topshirib, mashq boshlanishi uchun signal bering.

4-bosqich. Mashq yakunlanganidan so‘ng debatlarni birinchi tugatgan guruhlar vakillaridan plakatlarni o‘qishni iltimos qiling (biron-bir sharhsiz). Agar ihtiyoringizda vaqt qolsa, boshqa guruhlardan ham o‘z plakatlarini o‘qib berishni iltimos qilish mumkin.

«Zigzag» strategiyasi metodi. Sinf o‘quvchilari 7ta guruhga bo‘linadilar va guruh nomlanadi. Guruhlarda yangi mavzu mohiyatini yorituvchi matn qismlarga ajratiladi va ajratilgan qismlar mazmuni bilan tanishib chiqish vazifasi guruhlarga topshiriladi. O‘quvchilar matnlarni diqqat bilan o‘rganadilar va gapirib beradilar. Vaqtni tejash maqsadida guruh a’zolari orasidan liderlar belgilanadi va qayd etilgan vazifa ular tomonidan bajariladi. Liderlarning fikrlari guruh a’zolari tomonidan to‘ldirilishi mumkin. Barcha guruhlarning o‘quvchilari o‘zlariga topshirilgan matn mazmuni xususida so‘zlab berganlaridan so‘ng, matnlar guruhlararo almashtirilib, avvalgi faoliyat takrorlanadi. Guruhlarga bir necha matnlar taqdim etiladi. SHu tarzda barcha matnlar mazmuni guruhlar tomonidan o‘rganib chiqilgach o‘quvchilar o‘tilgan mavzu bo‘yicha asosiy tushunchalarni ajratadilar, ularning o‘zaro mantiqiy bog‘liqligini aniqlaydilar, yuzaga kelgan g‘oyalar asosida mavzuga oid sxema ishlab chiqiladi. So‘ngra o‘zlashtirilgan bilimlar asosida o‘quvchilarning o‘zlariga shunday sxemalarni ishlab chiq. Sinf o‘quvchilari guruhlarga bo‘linadilar, guruhlar nomlanadi. O‘qituvchi har bir guruh o‘quvchilaridan mavzuga oid ikkitadan fikr bildirishlarini so‘raydi. Guruhlar navbati bilan (ushbu jarayonda guruhning barcha a’zolari faol ishtirok etishlarini ta’minlash maqsadga muvofiq) fikr bildiradilar. Bayon etilgan fikrlar yozuv taxtasiga yozib boriladi. Faoliyat yakunlangach, o‘qituvchi mavzular mazmunini yoritishga xizmat qiluvchi matnni o‘quvchilarga tarqatadi. So‘ngra shunday topshiriq beriladi: a) matn bilan tanishib chiqing; b) matnning har bir qatoriga quyidagi belgilarni qo‘yib chiqing: **Z**-matnda guruhda tomonidan bildirilgan fikr o‘z aksini topgan bo‘lsa; **S**-matnda guruxlar tomonidan bildirilmagan fikr yuritilgan bo‘lsa; **D**-matnda bir biriga zid fikrlar mavjud bo‘lsa; **?**-matn bilan tanishish jarayonida tushunmovchiliklar yuzaga kelsa. So‘ngra guruh a’zolari shaxsiy qarashlarini o‘zaro o‘rtoqlashadilar, guruh bo‘yicha belgilar soni umumlashtiriladi. Liderlar vositasida har bir belgining miqdori bayon etiladi va izohlanadi. O‘qituvchi guruhlar tomonidan qayd etilgan sonlarni ularning nomlari yozilgan ustunga yozib boradi. O‘qituvchi har bir guruh lideri fikrini tugatgach, yuzaga kelgan qarama qarshilik va tushunmovchiliklarni o‘quvchilar to‘g‘ri xal etishlariga va tushunib olishlariga yordam beradi. SHundan so‘ng guruhlar darslikda berilgan matn bilan tanishib chiqib, asosiy tushunchalarni ajratidalar ular o‘rtasidagi mantiqiy munosabatlarni ochib berishga harakat qiladilar (modellashtiradilar). Guruhlar tomonidan ilgari surilgan fikrlar umumlashtirilib, liderlar tomonidan sinf jamoasida etkaziladi.

«Klaster» metodi. Klaster metodi pedagogik, didaktik strategiyaning muayyan shakli bo‘lib, u ta’lim oluvchilarga ixtiyoriy muammo (mavzu) lar xususida erkin, ochiq o‘ylash va fikrlarni bemalol bayon etish uchun sharoit yaratishga yordam beradi. Mazkur metod turli xil g‘oyalar o‘rtasidagi aloqalar fikrlash imkoniyatini beruvchi tuzilmani aniqlashni talab etadi. «Klaster» metodi aniq ob’ektga yo‘naltirilmagan fikrlash shakli sanaladi. Undan foydalanish inson miya faoliyatining ishlash tamoyili bilan bog‘liq ravishda amalga oshadi. Ushbu metod muayyan mavzuning ta’lim oluvchilar tomonidan chuqur hamda puxta o‘zlashtirilguniga qadar fikrlash faoliyatining bir maromda bo‘lishini ta’minlashga hizmat qiladi. Guruh asosida tashkil etilayotgan mashg‘ulotlarda ushbu metod guruh a’zolari tomonidan bildirilayotgan g‘oyalarning majmui tarzida nomoyon bo‘ladi. Bu esa guruhning har bir a’zosi tomonidan ilgari surilayotgan g‘oyalarni uyg‘unlashtirish hamda ular o‘rtasidagi aloqalarni topa olish imkoniyatini yaratadi.

«Klaster» metodini o‘tkazish texnologiyasi:

1-bosqich. Nimaniki o‘ylagan bo‘lsangiz, shuni qog‘ozga yozing. Fikringizni sifati to‘g‘risida o‘ylab o‘tirmay, ularni shunchaki yozib boring.

2-bosqich. YOzuvingizning orfografiyasi yoki boshqa jihatlariga e’tibor bermang.

3-bosqich. Belgilangan vaqt nihoyasiga etmaguncha, yozishdan to‘xtamang. Agar ma’lum muddat biror-bir g‘oyani o‘ylay olmasangiz, u holda qog‘ozga biror narsaning rasmini chiza boshlang. Bu harakatni yangi g‘oya tyg‘ilgunga qadar davom ettiring.

4-bosqich. Muayyan tushuncha doirasida imkon qadar ko‘proq yangi g‘oyalarni ilgari surish hamda mazkur g‘oyalar o‘rtasidagi o‘zaro aloqadorlik va bog‘liqlikni ko‘rsatishga harakat qiling. Foyalar yig‘indisining sifati va ular o‘rtasidagi aloqalarni ko‘rsatishni cheklamang.

Kichik guruhlarni tashkil etish. Sinf guruhlarda ishlaydigan birinchi mashg‘ulot hal qiluvchi mashg‘ulot xisoblanadi. U keyinchalik guruhli ishlarga yo‘nalish beradi. SHuning uchun mana shu birinchi martada qator shartlarga rioya qilish juda muhim.

Birinchi guruh uchun:

1. O‘qituvchi guruhni belgilaydi.
2. Qat’iy rahbarlik qilishi mumkin bo‘lgan eng faol yoki boshqa o‘quvchilar haqida o‘ylab ko‘ring.
3. Eng zehnli yoki juda qobiliyatli o‘quvchilardan tanlab har bir guruhga kiriting.
4. Zehni o‘tkir bo‘lmagan o‘quvchilarni ham tanlab, har qaysi guruhga taqsimlang.
5. Guruhni 4 ishtirokchi bilan (nazaringizda bir-biriga munosib) to‘ldiring.
6. Rahbarni guruh bilan oldindan uchrashtiring va ular vazifasini tushuntiring.
7. Mashg‘ulotlarda guruh vazifasini va rahbar vazifasini tushuntiring.
8. Har bir guruh doira shaklida o‘tirsin. Har bir ishtirokchi hammani ko‘rmaguncha guruh ish boshlay olmaydi.
9. Ish vaqtida doimo hap bir guruh atrofida yuring.

Kichik guruhlarda ishlash uchun maslahatlar**:**

1. O‘quvchilar ishni bajarishi uchun bilim va malakaga ega ekanligiga ishonch hosil qiling.
2. Guruhga aniq yo‘riqlar ko‘rsating. Gypuhlar 1 yoki 2 yo‘riqdan (hatto) juda tushunarli bo‘lsa ham) ko‘piga rioya etishi amrimahol.

Z. Kichik guruh uchun berilgan vazifaning bajarilishiga etarlicha vaqt bering. Boshqa gypuhlapga nisbatan vazifasini erta bajargan guruhni band qilish yo‘llarini o‘ylab ko‘ring.

4. Murakkab dasturni ishlab chiqish kerak bo‘lganda guruhni 2-5 kishidan tuzing. Kichik guruhda muhokama qilish uchun 5 kishi etarli.
5. Kichik guruhdagi ishlarni sinf uchun me’yorga aylantiring.
6. Baholash va mukofotlash tizimingiz kichik guruhdagi ishlarga qanday ta’sir qilishi haqida o‘ylab ko‘ring. Muvaffaqiyatli guruhiy ish uchun guruhga mukofot tayyorlang.

7. Guruh ishi natijalarining qanday topshirilishini aniq tushuntiring. Guruh ishi haqida sinfga kimdir e'lon qilishi kerak bo'lsa, uni oldindan tanlab qo'ying.
8. Jamoa bo'lib o'rganish vaqtidagi shovqinga ko'nikish uchun tayyorgarlik ko'ring.
9. Guruh tashkil qilayotganda o'quvchilarga «tazyiq» ko'rsatmang. Odatda turli xil guruhlar maqsadga muvofiq.
10. Har qanday sharoitda ham guruh bilan samimiy munosabatda bo'ling, guruhda ro'y berayotganlarni kuzating va baholang.

Kichik guruhlarda hamkorlikda o'qitish. Bu yondoshuvda kichik guruhlar 4 ta o'quvchidan tashkil topadi. O'qituvchi avval mavzuni tushuntiradi, so'ngra o'quvchilarning mustaqil ishlari tashkil etiladi. O'quvchilarga berilgan o'quv topshiriqlari 4 qismga ajratilib, har bir o'quvchi topshiriqning ma'lum qismini bajaradi. Topshiriq yakunida har bir o'quvchi o'zi bajargan qism yuzasidan fikr yuritib, o'rtoqlarini o'qitadi, so'ngra guruh a'zolari tomonidan topshiriq yuzasidan umumiy xulosa chiqariladi. O'qituvchi har bir kichik guruh axborotini tinglaydi va test savollari yordamida bilimlarni nazorat qilib baholaydi.

Kichik guruhlarda ijodiy izlanishni tashkil etish metodi. O'quvchilar alohida-alohida yoki 6 kishilik kichik guruhlarda ijodiy izlanish olib boradilar. Ijodiy izlanish kichik guruhlarda tashkil etilganda darsda o'rganish lozim bo'lgan o'quv materiali kichik qismlarga ajratiladi. Keyin bu qismlar yuzasidan topshiriqlar har bir o'quvchiga taqsimlanadi. SHunday qilib, har bir o'quvchi umumiy topshiriqning bajarilishiga o'z xissasini qo'shadi. Kichik guruhlarda topshiriq yuzasidan munozara o'tkaziladi. Guruh a'zolari birgalikda ma'ruza tayyorlaydi va sinf o'quvchilari o'rtasida o'z ijodiy izlanishlari natijasini e'lon qiladi. Kichik guruhlar o'rtasida o'tkazilgan o'quv bahsi, munozara o'quvchilar jamoasining hamkorlikda bajargan mustaqil faoliyatining natijasi, yakuni sanaladi. Hamkorlikda ishlash natijasida qo'lga kiritilgan muvaffaqiyatlar sinf jamoasining har bir o'quvchining muntazam va faol aqliy mehnat qilishiga, kichik guruhlarni, umuman sinf jamoasini jipslashtirishga, avval o'zlashtirilgan bilim, ko'nikma va malakalarni yangi kutilmagan vaziyatlarda qo‘llanib, yangi bilimlarning o‘zlashtirishiga bog‘liq bo‘ladi.

«Skarabey» texnologiyasi. «Skarabey» interaktiv texnologiya bo‘lib, u o‘quvchilarda fikriy bog‘liqlik, mantiqiy xotiraning rivojlanishiga imkoniyat yaratadi, qandaydir muommoni hal qilishda o‘z fikrini ochiq va erkin ifodalash mahoratini shakllantiradi. Mazkur texnologiya o‘quvchilarga mustaqil ravishda bilimning sifati va saviyasini xolis baholash, o‘rganilayotgan mavzu haqidagi tushuncha va tasavvurlarni aniqlash imkonini beradi. U, ayni paytda, turli g‘oyalarni ifodalash hamda ular orasidagi bog‘liqliklarni aniqlashga imkon yaratadi. «Skarabey» texnologiyasi har tomonlama bo‘lib, undan o‘quv materialining turli bosqichlarini o‘rganishda foydalaniladi: boshida-o‘quv faoliyatini rag‘batlantirish sifatida («aqliy hujum»); mavzuni o‘rganish jarayonida-uning mohiyati, tuzilishi va mazmunini belgilash; ular orasidagi asosiy qismlar, tushunchalar, aloqalar xarakterini aniqlash; mavzuni yanada chuqurroq o‘rganish, yangi jihatlarini ko‘rsatish; oxirida-olingan bilimlarni mustahkamlash va yakunlash maqsadida. «Skarabey» texnologiyasi o‘quvchilar tomonidan oson qabul qilinadi, chunki u faoliyatning fikrlash, bilish xususiyatlari inobatga olingan holda ishlab chiqilgan. U o‘quvchilar tajribasidan foydalanishni ko‘zda tutadi, reflektiv kuzatishlarni amalga oshiradi, faol ijodiy izlash va fikriy tajriba o‘tkazish imkoniyatlariga ega. Mazkur texnologiyaning ayrim afzalliklari sifatida idrok qilishni engillashtiruvchi chizma shakllardan foydalanishni ko‘rsatish mumkin.

«Skarabey» alohida ishlarda, kichik guruhlarda hamda o‘quv jamoalarida qo‘llanilishi mumkin. Ta’limdan tashqari mazkur metod tarbiyaviy xarakterdagi qator vazifalarni amalga oshirish imkonini beradi: o‘zgalar fikriga hurmat; jamoa bilan ishlash mahorati; faollik; xushmuomalalik; ishga ijodiy yondashish; imkoniyatlarini ko‘rsatish ehtiyoji; o‘z qobiliyati va imkoniyatlarini tekshirishga yordam beradi; «men»ligini ifodalashga imkon beradi; o‘z faoliyati natijalariga ma’sullik va qiziqish uyg‘otadi.

Asosiy tushunchalari quyidagilar: assotsiatsiya-mantiqiy bog‘liqlik bo‘lib, sezgilar, tasavvurlar, idrok qilish, g‘oyalar va boshqalar orasida hosil qilinuvchi mantiqiy aloqadir.

Zanjirlash (muayyan tartib) — ahamiyati, muhimligi, mazmuni darajasiga qarab tartiblash.

Hamkorlikda o‘qitishning«Birgalikda o‘qiymiz» metodi. Hamkorlikda o‘qitishning «Birgalikda o‘qiymiz» metodi 1987yili Minnesot universiteti professorlari D.Jonson, R.Jonsonlar tomonidan ishlab chiqilgan. Sinf o‘quvchilari 3-5 kishidan iborat kichik guruhlarga ajratiladi. Har bir guruh darsda bajarilishi lozim bo‘lgan topshiriqni ma’lum qismini bajaradi. Guruhlar topshiriqlarning to‘liq bajarilish natijasida o‘quv materialining yaxlit o‘zlashtirilishiga erishiladi. Mazkur metodning asosiy prinsiplari-komandani taqdirlash, o‘quvchilarga individual yondashish, muvaffaqiyatlarga erishish uchun bir xil imkoniyatlarni vujudga keltirish.

Erkin fikrlash darslari. Erkin fikrlash darslari ilmiy-ommabop adabiyotlar, vaqtli matbuotda chop etilgan maqolalar va bu maqolalarning muhokamalariga bag‘ishlanadi.

Erkin fikrlash darslaridan ko‘zda tutilgan maqsad:

1. O‘quvchilarning bilim doirasini, ilmiy dunyoqarashini kengaytirish.
2. O‘quvchilarni ilmiy, ilmiy-ommabop maqolalar, risolalar, kitoblar bilan tanishtirish orqali ularning bilim olish va fanga bo‘lgan qiziqishlarini orttirish.
3. O‘quvchilarning avval o‘zlashtirgan bilim, ko‘nikma va malakalarini yangi vaziyatlarda qo‘llash orqali yangi bilimlarni egallashlariga erishish.

Munozarali darslarning muvaffaqiyati qo‘yidagi masalalarni to‘g‘ri hal etishga bog‘liq:o‘quvchilarning darsga qizg‘in tayyorgarlik ko‘rishiga;ular o‘rtasida o‘zaro hamkorlik, yordam uyushtirilishiga; o‘quvchilarning o‘z fikr-mulohazalarini to‘liq bayon qilishi va mantiqan dalillashiga;o‘quvchilarda boshqalarning fikrini sabot va chidam bilan tinglash ko‘nikmalarining hosil qilinganligiga; o‘qituvchining iqtidori, e’tiqodi, o‘quvchilarning bilim faoliyatini faollashtira olish ko‘nikma va malakalariga egallaganlik darajasiga bog‘liq bo‘ladi.

Erkin fikrlash darslarini o‘tkazish uchun o‘quvchilarga ko‘pgina ilmiy, ilmiy-ommabop maqolalarni o‘qishni tavsiya etamiz.

Muayyan holatni (vaziyatni)o‘rganish. Bu o‘qitish usuli real hayotdagi vaziyatni batafsil muhokama qilishdan iboratdir. Bu usul kichik guruhlarda o‘tkazilib, o‘qish, o‘rganish, tahlil qilish, muhokama va erkin fikr almashish hamda qaror qabul qilish va bu qarorni boshqalarga etkazishni taqozo etadi.

Qo‘llanilishi: dars mazmuni haqida har tomonlama o‘ylab so‘zlashga o‘rgatishda; muammoni hal qilish qobiliyati, tanqidiy fikrlash va fikr yuritishni shakllantirishda; boshqaruv tamoyillarini namoyon qilishda.

Afzalligi: o‘quvchilarni faolligi va jalb qilinishini mustahkamlaydi; ta’lim olish tugagandan so‘ng taqozo qilinadigan ijroni modellashtirishga yordam beradi.

Tanqidiy tafakkur. «Tanqidiy tafakkur» uslubi o‘quvchi qo‘yilgan masala yoki muammo yuzasidan o‘z fikrini bayon qilish, o‘zgalarning fikrlarini tanqidiy qayta idrok etish, o‘z nuqtai nazarini asoslab berish va saqlab qolish imkoniyatiga ega bo‘lishiga asoslangan. Odatda bunday zarurat mubohasa xarakteriga ega masalalarni hal etayotganda yuzaga keladi masalan: maktablarda yagona maktab formasi kerakmi? Jamoa transportida maktab o‘quvchilari uchun bepul yo‘lkira joriy etish kerakmi? Va shunga o‘xshash masalalar. Bu narsa o‘qituvchiga o‘quvchilarning tinglash va muloqot qilish ko‘nikmalarini, turli nuqtai nazardan tushunish malakasini rivojlantirish, baxsli masalalarni hal qilish, taxliliy mushoxada yuritish va fikrlash layoqatini oshirish, ularning o‘z fikrini shakllantirish mahoratini mustahkamlash imkoniyatini beradi.

«Tanqidiy tafakkur»ni o‘tkazish uslubiyati.

1.O‘quvchilarga mubohasa xarakteridagi muammo, topshiriq yoki chalkash masala qo‘yiladi va quyidagi savollar beriladi: nima deb o‘ylaysiz? Fikringiz qanaqa? Sizningcha qanday? Bu kabi savollar o‘quvchi o‘z nuqtai nazarini shakllantirishga yo‘naltirilgan bo‘ladi.

2.O‘quvchiga o‘z nuqtai nazari, fikrini ishlab chiqish uchun imkoniyat va fursat beriladi.

3.O‘quvchi o‘z fikrini asoslaydi, bunda uning nuqtai nazarini aniqlab olish uchun quyidagi savollarni berish mumkin: Nega bunday deb o‘ylaysiz? Nimalar asosida bunday xulosaga keldingiz?

4.O‘qituvchi ko‘rib chiqilayotgan masala yuzasidan boshqa fikrda bo‘lgan ta’lim oluvchilarga so‘zlash imkoniyatini beradi, bunda quyidagi savollarni berish mumkin: Kimda boshqa fikr bor, nega? Kim aytilgan fikrni ma’qullamaydi, nega?

5.O‘qituvchi o‘quvchilar bilan birgalikda xar xil nuqtai nazarlarni muhokama qilish vositasida barcha fikrlarni tahlil qilib chiqadi, bunda quyidagi savollarni berish mumkin: Nega boshqa o‘quvchining nuqtai nazarini ma’qullamaysiz? O‘z nuqtai nazaringizni tasdiqlovchi asoslar keltira olasizmi?

6.Muammoni topshiriq, masala, chalkash masala bo‘yicha qabul qilingan qarorga o‘quvchilar tomonidan o‘z nuqtai nazarlarini qabul qilishi yoki qayta baholanishi bilan erishiladi, bunda quyidagi savollarni berish mumkin: Sizningcha, kimning nuqtai nazari eng maqbul? YUzaga kelgan vaziyatdan qaysi yo‘l bilan chiqish ma’qulroq?

«Tanqidiy tafakkur» uslubini o‘tkazish qoidalari: 1-aniq belgilab qo‘yilgan vaqtda o‘quvchilar ko‘rsatilgan topshiriq yoki chalkash masaladagi rollarni ijro etishlari lozim.

2-rol o‘ynalishi natijalariga ko‘ra o‘yin muhokamasi va baholanishi amalga oshiriladi. Ishtirokchilar va kuzatuvchilar o‘yin paytida sodir bo‘lganlarni tahlil qilib chiqish va muhokama qilish imkoniyatiga ega bo‘lishi lozim.

Bunda quyidagi savollarni berish mumkin:Rolli o‘yin o‘tkazilayotganda qanday natijalarga erishilishi? Qaysi muammo tilga olindi, u o‘z echimini topdimi? Bordi-yu o‘yin shartlari o‘zgartirilsa, natijalar qanday bo‘lardi?

«Rolli o‘yin» uslubini o‘tkazish qoidalari.

1. «Rolli o‘yin»ni o‘tkazish uchun belgilangan vaqt reglamentiga aniq rioya etish lozim.
2. Rolli o‘yinda ishtirok etmayotgan o‘quvchilar kuzatuvchilar sifatida ishga solinishi yoki yordamchi rollarini (M: bayonnoma yozib boruvchi) ijro etish lozim.
3. O‘yin muhokamasi paytida o‘quvchilar aytgan fikrlar boshqa nuqtai nazarda bo‘lgan o‘quvchilar tomonidan nazarda tutilgan reglament doirasida asosli tanqidga yoki muhokamaga tortilishi mumkin.
4. Zarur bo‘lib qolgan taqdirda bayon etilgan fikrga tuzatishlar kiritish kerakki, bu narsa g‘oya yoki fikrni aniq-raso va qisqacha ifodalash imkonini beradi.

Har kim har kimga o‘rgatadi. «Har kim har kimga o‘rgatadi» uslubi o‘quvchilarga o‘rgatuvchiga aylanish, ma’lum bilimlarni o‘zlashtirgach, o‘rtoqlari bilan baham ko‘rish imkonini beruvchi o‘qitish uslubidir. Bu uslubning maqsadi o‘quvchilarga o‘qitish jarayonida zarur bo‘lgan axborot maksimumini berish, ayni paytda o‘quvchida axborot olish va berishga qiziqish uyg‘otishdir. SHuningdek, axborot hajmini olgan o‘quvchi ma’lum vaqt davomida uni iloji boricha ko‘proq o‘rtoqlariga etkazadi.

Qo‘llanilishi:o‘quvchilarda axborot olish va berishga qiziqish uyg‘otish uchun; axborotni diqqat bilan eshitish va eslab qolish uchun; sherigining axborotini tinglab boshqa sherik axtarishi uchun.

Afzalligi: o‘z fikrini lo‘nda bayon etish; tinglash va eslab qolish darajasini rivojlantirish; fanga yoki mavzuga bo‘lgan qiziqishini uyg‘otish.

«Ikki qismli kundalik». Ikki qismli kundalik pedagogik uslub bo‘lib, yozma nutqni rivojlantiradi. Bu uslub o‘qib chiqilgan mavzu bo‘yicha tushunchalarni shaxsiy tajriba bilan bog‘lashga imkon beradi.

Maqsad: o‘rganilayotgan mavzuga qiziqish uyg‘otish, yozma nutqni rivojlantirish.

Amalga oshirish bosqichlari:

1-bosqich. O‘quvchilarga oldindan tayyorlab qo‘yilgan matn o‘qish uchun taklif etiladi.

2-bosqich. Hamma matn bilan tanishganiga ishonch xosil qilib, daftarni vertikal chiziq bilan ikkiga bo‘lish so‘raladi.

3-bosqich. O‘quvchilarga, daftarni chap tomoniga muallif sitatalar (g‘oyalari, fikrlari)ni yoqqanlarini (yoki yoqmaganlarini) yozishlari aytiladi.

4-bosqich. O‘ng tomonga o‘quvchi mazkur sitataga berilgan o‘zini izohini yozadi, ya’ni o‘qilgan matn haqidagi tushunchasini umumlashtirib beradi.

5-bosqich. Topshiriqni shu qismi tugagandan keyin o‘quvchilarga (o‘z xohishiga ko‘ra) bittadan sitatalarni va ularga yozilgan izohni o‘qish taklif etiladi. Sitata va ularning izohi o‘qilayotganda savol berish yoki mazkur sitataga o‘z izohini berishga ruxsat etiladi.

6-bosqich. O‘quvchilar sherik (uchliklar yoki kichik guruhlar) bo‘lib ham ishlashlari mumkin.

«Kubiklar». Kubiklar — mavjud bo‘lgan istiqbol orqali u yoki bu mavzuni ko‘rib chiqishga imkon yaratuvchi uslub. Bunda fikrlash uchun turli yo‘l-yo‘riqlar qo‘llaniladi.

Kubiklar 6 tomonli 15-20 sm:

1. Buni tariflang.
2. Buni taqqoslang.
3. Bunga taluqli fikrlarni bog‘lang.
4. Buni tahlil qiling.
5. Buni qo‘llang.
6. Bunga qarshi dalil keltiring.

Amalga oshirish bosqichlari:

1. Mavzu beriladi va o‘quvchilarga shu mavzu haqida har tomonlama o‘ylab ko‘rish, ya’ni predmetni (obraz yoki biron -bir ko‘rinish) batafsil (rangi, shakli, belgilari va hokazolarni) ko‘rib chiqish taklif etiladi.

- O‘quvchilar orqama-ketin quyidagi topshiriqni bajarishadi.
- Buni ta’riflang (predmetning, hodisaning tashqi ko‘rinishini ta’riflash)
- Buni taqqoslang (u nimaga o‘xshaydi, nimadan nimasi bilan farq qiladi)
- Bunga talluqli fikrlarni bog‘lang (u nima haqida o‘ylashga majbo‘r qiladi, qanday ko‘rinishlar ko‘z oldiga keladi. Tasavvurlaringizga erkinlik bering, bu nimalarga o‘xshaydi va nimalardan farq qiladi)
- Buni tahlil qiling (predmetning, xodisaning o‘ziga xos xususiyatlarini ko‘rsating)
- Buni qo‘llang (ya’ni buni qanday qo‘llash mumkin, bu predmet, hodisa xaqidagi bilimlarni qachon va qaerda qo‘llash mumkin)
- Hodisa, predmet uchun yoki unga qarshi dalillar keltiring (ya’ni faqatgina ta’rif bermay, buning uchun yoki unga qarshi ishontiruvchi dalil topish kerak)

3. O‘quvchilar bu yozma ishni bajarganlaridan so‘ng, kubikning har bir tomoniga talluqli javoblari bo‘yicha sheriklari bilan yoki guruhlarda (agar bu ish guruhlarda bajarilgan bo‘lsa) fikr almashadilar (agar juftlikda bajarilgan bo‘lsa).

4 .Javoblar xohishga ko‘ra sherik nomidan yoki guruh nomidan o‘qiladi.

Albatta savollar topshiriqlarga mos qilib tuziladi.

- bu qanday ko‘rinishga ega?
- bu nimaga o‘xshaydi va nimadan farq qiladi?
- (taqqoslang)
- yana nima haqda o‘ylab ko‘rish mumkin? (bunga talluqli fikrlarni bog‘lang)
- bu nimadan yasalgan? (tahlil qiling)
- uni qanday qo‘llash mumkin?
- u yaxshimi yoki yomon (uning uchun yoki unga qarshi dalillar keltiring)

Kubik bilan ishlaganda tartibga rioya qilish kerak (masalan, asar qaxramonlari asarni o‘qigandan so‘ng tariflanadi).

Kubiklarni refleksiya bosqichida qo‘llash mumkin.

O‘quvchilar ma’lum darajada bilimga ega ekanligiga ishonch xosil qilgandan so‘ng, mos keladigan mavzu tanlanadi.

Kubik bilan ishlaganda o‘quvchilar bir-birlariga halaqit bermasliklari kerak.

«Menga yakunlovchi va oxirgi so‘zni bering». Ushbu ta’lim jarayonini faollashtirish uslubi ham matnni o‘qigandan so‘ng fikrlash jarayonini faollashtirish uchun qo‘llaniladigan bir usuldir. Bu uslub har qanday turdagi matnni o‘rganish va muhokama qilish uchun asos bo‘lib xizmat qilishi mumkin. U ayniqsa umumiy munozara jarayoniga juda ham sust, uyatchang o‘quvchilarni jalb qilish uchun foydali bo‘lishi mumkin. «Menga yakunlovchi va oxirgi so‘zni bering» usuli quyidagi bosqichlardan iborat bo‘ladi:

1. O‘quvchilardan ularning matnni o‘qish va o‘rganish jarayonida bir necha, ular uchun qiziqarli va diqqatga sazovor joylarni yoki so‘z tarkiblarini (sitatani) topish so‘raladi.

2. O‘quvchi ushbu qismlarni birorta qog‘ozga (kartochkaga) yozib oladi. Va metodga uning sahifasini ko‘rsatib qo‘yadi.
3. Qog‘ozning (kartochkaning) orqa tomonidan o‘quvchi ushbu so‘z tarkibi yoki fikriga nisbatan o‘zining javobini (taqrizini, ilovasini, sharhini) yozib qo‘yadi. Bunda u ushbu fikrga rozi bo‘lmasligi, unga biror nima qo‘shish, rivojlantirishi yoki shunga o‘xshash narsalarni amalga oshirishi mumkin. Bu uning shaxsan o‘ziga xavola etiladi.
4. Keyingi darsda o‘quvchilar ushbu kartochkalarni olib keladigan va o‘quvchi ularning ayrimlaridan yozganlarini o‘qishni so‘raydi. Bunda albatta, o‘quvchi ushbu qismni (so‘zni, sitatani) qaysi joydan (sahifadan) olganini aytish lozim, chunki ushbu holda boshqa o‘quvchilarning ham u bilan birgalikda sinxron (baravar, ayni bir vaqtda) fikr yuritish jarayoni osonlashadi.
5. Bu qism (so‘z, sitata) o‘qib bo‘lingandan so‘ng o‘qituvchi boshqa o‘qituvchilarning bunga javoban munosabat bildirishlarini so‘raydi. Bu munosabat ijobiy, salbiy, rozilik norozilik ko‘rinishida bo‘lishi yoki boshqa bir muhim jixatlarni qo‘shish haqida bo‘lishi ham mumkin. Lekin buni amalga oshirganda o‘quvchilarning munozara maqsadidan chetga og‘ib ketishlariga, berilgan fikrlarning ma’nosiz bo‘lishiga, boshqalarni xafa qilishga yo‘l qo‘yilmaydi.
6. O‘quvchining oldindan yozib qo‘ygan fikrini aytishga imkon bering va o‘z shaxsiy fikrini guruh (sinf)ga bayon qilsin. SHundan so‘ng munozara hech qanday ko‘rinishda o‘quvchilar yoki o‘qituvchi tomonidan zinxor davom etmasligi lozim. SHuning uchun ham bu usul «menga yakunlovchi yoki oxirgi so‘zni bering» deb ataladi.
7. O‘qituvchi keyingi o‘quvchini chaqiradi va jarayon yangidan boshlanadi. Bir dars davomida hamma o‘quvchiga bunday imkoniyat yaratib bo‘lmaydi albatta. SHuning uchun bu ishlarni keyingi darsda ham davom ettirish mumkin.

Savollar berish metodikasi. Hamma savolni oldindan bilgandan ko‘ra, ba’zan savol so‘ragan ma’qul (J.Terber). Savolga yarasha javob (Xalq xikmati). Savolning o‘zi muammoni aniqlash, ifodalashga xizmat qiladi.

Savol berish kunikmasini rivojlantirish uchun kerakli shart-sharoitlar.

- O‘quvchi savolga javob berolmaydigan vaziyatni o‘qituvchi oddiy hol deb bilishi kerak.
- O‘qituvchi ko‘proq ochiq, ijodiy savollar berishi kerak, bunda javoblar bir necha xil bo‘lishi mumkin, bu esa muloqotning davom ettirilishiga chorlaydi.
- Savol bilan bolalarni ximoyalanishga majburlamaslik kerak.
- O‘quvchilarda tanlashga imkoniyat bo‘lishi kerak va bu imkoniyatni ular o‘zlari yaratadi.

«Blits — o‘yin» texnologiyasi. Ushbu texnologiya o‘quvchi o‘quvchilarni harakatlar ketma-ketligini to‘g‘ri tashkil etishga, mantiqiy fikrlashga, o‘rganayotgan predmeti asosida ko‘p, xilma-xil fikrlardan, ma’lumotlardan kerakligini tanlab olishni o‘rgatishga qaratilgan. Ushbu texnologiya davomida o‘quvchi o‘quvchilar o‘zlarining mustaqil fikrlarini boshqalarga o‘tkaza oladilar, chunki bu texnologiya shunga to‘liq sharoit yaratib beradi.

Maqsad: Ushbu texnologiya tenglovchilarga tarqatilgan qog‘ozlarda ko‘rsatilgan harakatlar ketma-ketligini avval yakka holda mustaqil ravishda belgilab, so‘ngra o‘z fikrini boshqalarga o‘tkaza olish yoki o‘z fikrida qolish, boshqalar bilan hamfikr bo‘la olishga yordam beradi.

O‘tkazish texnologiyasi

Texnologiya bir necha bosqichda o‘tkaziladi:

1-bosqich: trener ushbu trening bir necha bosqichda o‘tkazilishi haqida o‘quvchi o‘quvchilarga tushuncha beradi. Har bir bosqichdagi vazifani bajarishga aniq vaqt berilishi, tinglovchilar esa shu vaqtdan unumli foydalanishlari kerakligi haqida ularni ogohlantiradi; trener hamma tinglovchilarga alohida-alohida tarqatma materiallar beradi va tinglovchilardan ushbu materialni sinchiklab oʻrganishlarini soʻraydi; trener tarqatma material mazmuni va bajariladigan vazifani tushuntiradi, ya’ni tarqatma materialda berilgan 13 ta harakatni ketma-ketligini toʻgʻri belgilash kerakligi, belgini esa qogʻozdagi alohida ajratilgan boʻlimga raqamlar bilan belgilash kerakligini tushuntiradi; qoʻyilgan vazifa avval yakka tartibda bajarilishini aytadi.

2-bosqich. Trener birinchi berilgan vazifani har bir tinglovchi tomonidan yakka tartibda bajarilishini kuzatadi, qiynalganlarga yordam beradi, yoki qaytadan tushuntiradi; Har bir tinglovchi tarqatma materialdagi «YAkka baho» boʻlimiga shu erda berilgan harakatlardan oʻzining shaxsiy fikri asosida mantiqiy ketma-ketligini raqamlar bilan belgilab chiqadi, ya’ni berilgan 13 harakatdan, uning fikricha qaysi biri, birinchi boʻlishi, qaysi biri esa ikkinchi boʻlishini va hokazo. Bu vazifani bajarish uchun trener tinglovchilarga 10 daqiqa vaqt beradi.

3-bosqich. Trener ishtirokchilardan 3 kishidan iborat kichik guruhlar tashkil etishlarini soʻraydi. 3 kishilik guruhlar ishtirokchilarning xohishlariga qarab yoki raqamlar boʻyicha tashkil etilishi mumkin;kichik guruhdagi tenglovchilarning har biri oʻz qogʻozidagi yakka baho boʻlimida belgilangan harakatlar ketma-ketligi bilan bir-birlarini tanishtiradilar, keyin 3 kishidan uch xil boʻlgan ketma-ketlikni birgalashib, bir-birlari bilan tortishib, bahslashib, bir-birlariga ta’sir oʻtkazib, oʻz fikrlariga ishontirib kelishgan holda bir muqimga kelib ularga tarqatilgan qogʻozdagi «Guruh bahosi» boʻlimiga raqamlar bilan belgilab chiqadilar; trener kichik guruhdagi tortishuvlarda ishtirok etmaydi, faqat kichik guruhlar va har bir tinglovchi faoliyatini kuzatadi. Bu vazifani bajarish uchun 20 daqiqa vaqt beriladi.

4-bosqich-barcha kichik guruhlar oʻz ishlarini tugatgach, trener xarakatlar ketma-ketligi boʻyicha toʻgʻri javobni beradi, ya’ni tinglovchilardan ularga tarqatilgan qogʻozlardan «Toʻgʻri javob» boʻlimini topishni va unga trener tomonidan aytilgan xarakatlar ketma-ketligining raqamlarini yozishni soʻraydi.

5-bosqich-trener «to‘g‘ri javob» bo‘limida berilgan raqamlardan «YAkka baho» bo‘limida berilgan raqamlarni (yoki aksincha), ya’ni kattadan kichikni ayirgan xolda «YAkka xato» bo‘limiga chiqqan farqni yozishni so‘raydi. «YAkka baho» bo‘limidagi sonlarni yuqoridan pastga qarab qo‘shib chiqib umumiysini xisoblashlari kerakligini o‘qtiradi.

6-bosqich- xuddi shu tartibda «to‘g‘ri javob» va «guruh bahosi» o‘rtasidagi farq kattadan kichikni ayirish orqali bajariladi, chiqarilgan farqlar soni «Guruh xatosi» bo‘limiga yozilib, yuqoridan pastga qarab qo‘shiladi va umumiy son keltirib chiqariladi.

7-bosqich.trener yakka va guruh xatolarining umumiy soni bo‘yicha tushuncha beradi, ularni alohida-alohida sharxlab beradi.

«YAkka xato» bo‘limidagi umumiy sonlarning sharhi: agar yakka xatolar soni 30 gacha bo‘lsa, bunday tenglovchilarda tashkilotchilik, konstruktiv qobiliyati etarli, ular mustaqil ravishda har bir ishni tashkil eta oladilar, turli sharoitlardagi harakatlar vaqtida mantiqan ularning ketma-ketligini tashkil eta oladilar.

— agar yakka xatolar soni 30 dan 40 gacha bo‘lsa, bunday tenglovchilarda tashkilotchilik qobiliyati etarli emas, biron bir ishni yoki faoliyatni tashkil etishlarida qiynaladilar yoki pala-partishlikka yo‘l qo‘yadilar. SHuning uchun ular alohida kurslarda o‘qishlari yoki mantiqan fikrlashga o‘rganishlari kerak bo‘ladi.

— agar xatolar soni 40 dan yuqori bo‘lsa, bunday tenglovchilarda tashkilotchilik, mantiqiy fikrlash qobiliyati etarli emas, ular o‘z ustilarida ishlashlari kerak bo‘ladi yoki mahsus treninglar, kurslarda o‘qishlariga to‘g‘ri keladi.

«Guruh xatosi» bo‘limidagi umumiy sonlarning sharhi:

— agar xatolar soni 30 gacha bo‘lsa, bu guruhlardagi tenglovchilar bir-birlarini tushunishga harakat qilganlar, bir-birlarini ishontira olganlar va natijada bir xil natijaga erishganlar. Demak, guruhda samimiy munosabat o‘rnatilgan, fikrlar bir joydan chiqqan.

— agar guruhning xatolar soni 30 dan 40 gacha bo‘lsa, bu guruhda tenglovchilarning bir xulosaga kelishlari qiyin bo‘lgan, tortishuvlar yuzaki yoki ishonarsiz bo‘lgan yoki guruh a’zolari bir-birlarini tushunishga sust xolda intilganlar yoki vazifaga beparvoroq bo‘lganlar, yoki bir-birini xafa qilib qo‘yishdan cho‘chiganlar yoki guruhning barcha a’zolari yuzaki xolda kelishishgan-u, aslida esa har kim o‘z fikrida qolgan bo‘lishi mumkin. Samimiy munosabat bu guruhda o‘z aksini topmagan.

— agar xatolar soni 40 dan ortiq bo‘lsa, bu guruh a’zolari umuman bir-birlari bilan kelisha olmaganlar, o‘zaro ishontirish bo‘lmagan. Har kim o‘z fikrida qolgan. Samimiy munosabat o‘rnatilmagan.

Izoh: Bajarilgan vazifani baholashning yana bir turi, quyidagicha: tinglovchilarning javoblari trener tomonidan berilgan «To‘g‘ri javob»ning yarmidan ko‘piga to‘g‘ri kelgan bo‘lsa, demak, «qoniqarli», 75% to‘g‘ri kelgan bo‘lsa «yaxshi», 100% to‘g‘ri kelgan bo‘lsa «a’lo» deb belgilash mumkin.

8-bosqich.-trener mashg‘ulotni yakunlaydi. Guruhlarning ba’zilariga, ularning faoliyatlariga o‘z fikrini bildiradi. Ushbu trening ularni nimalarga o‘rgatganini, ular shu trening orqali nimalarni bilib olishganlari bilan qiziqadi va kerakli savollarni beradi. Ushbu trening 1 soatga mo‘ljallangan.

2-BOB. KASB-HUNAR KOLLEJLARI MATEMATIKA KURSIDA HOSILA VA UNI TADBIQINIO`RGANISH USLUBLARI.

1.1. Hosila tushunchasiga olib keluvchi masalalar. Hosila tushunchasi.

Aytaylik jism to`g`ri chiziqli harakat qilayotgan bo`lsin. Ravshanki**t** vaqtning har bir paytiga o`tilgan***s*** yo`lning belgili, tayin qiymati mos kelib, ***s*** yol **t** vaqtnig funksiyasi bo`ladi, ya'ni

$$S = f(t).$$

Ammo bu moslik turli harakatda turlichadir; bir jism tezroq harakatlansa, ikkinchi bir jism sekinroq harakatlanishi mumkin; bir jism bir xil vaqt oraliqlarida bir xil masofani bosib o'tsa, ikkinchi bir jism bir xil vaqt oraliqlarida turlicha masofani bosib o'tishi mumkin.

Harakatni xarakterlash uchun *tezlik* deb ataluvchi fizik miqdor kiritiladi.

O'tilgan yo'lning shu yo'lni o'tish uchun ketgan vaqtga nisbati jism harakatining *o'rtacha tezligi* deyiladi.

Agar $t_2 - t_1$=Δt vaqt oralig'ida jism Δs yo'l o'tsa, u holda jism harakatining o'rtacha tezligi:

$$v_{o'r} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Jism tekis harakat qilganda uning otgan s(m) yoli

$$S = v \cdot t \ (m)$$

formula bilan ifodalanadi. Bu holda jism bir xil vaqt oraliqlarida bir xil masofa bosib o'tadi. Masalan, birinchi sekund davomida $s(1) = v(\ 1) = v(m)$, birinchi sekunddan ikkinchi sekundgacha

$S(2) - s(1) = 2v - v = v(m)$,

ikkinchi sekunddan uchinchi sekundgacha

$$S(3) - s(2) = 3v - 2v = v(m)$$

va hokazo yo'l bosib otadi.

Shu bilan birga jism tekis harakatining o'rtacha tezligi turlicha vaqt oraliqlarida bir xil, ya'ni ozgarmas boladi. Masalan, vaqtning turlicha t_1=1s, t_2=2s, t_3=3s oraliqlarini olaylik ; vaqtning bu oraliqlarida o'rtacha tezlik:

$$v_{o'r} = \frac{s(t_1)}{t_1} = \frac{s(t_2)}{t_2} = \frac{s(t_3)}{t_3} = v = const$$

ya’ni o’zgarmas edi.Lekin boshqa bir harakatda, masalan, erkin tushayotgan jism harakatida o’rtacha tezlik ozgarmas bo’lmaydi. Erkin tushayotgan jismning o’tgan yo’li

$$S = \frac{gt^2}{2}(m)$$

formula bilan ifodalanadi.

Tushayotgan jism harakatning o’rtacha tezligi turlicha vaqt oraliqlarida turlicha boladi. Masalan, vaqtning turlicha$t_{1=}$1c, $t_{2=}$2s, $t_{3=}$3s oraliqlarini olaylik. Vaqtning bu oraliqlarida o’rtacha tezliklar

$$\frac{s(1)}{1} = \frac{g}{2}, \frac{s(2)}{2} = g, \frac{s(3)}{3} = \frac{3}{2}g.$$

turlicha bo’ladi.

Shu bilan birga erkin tushayotgan jism bir xil vaqt oraliqlarida turlicha masofani bosib o’tadi. Masalan, birinchi sekundda

$$s(1) = \frac{g}{2}(m),$$

birinchi sekunddan ikkinchi sekundgacha

$$s(2) - s(1) = \frac{g}{2}(m),$$

ikkinchi sekunddan uchinchi sekundgacha

$$s_3 - s_2 = \frac{5}{2}(m).$$

ya’ni turlicha masofani bosib o’tadi.

O’rtacha tezligi o’zgarmas bo’lgan harakat tekis harakat deyiladi. O’rtacha tezligi turli vaqt oralig’ida turlicha bo’lgan harakat notekis harakat deyiladi.

Ravshanki, jism tekis harakat qilganda bir xil vaqt oraliqlarida bir xil masofani bosib o’tadi. Shuning uchun tekis harakatni harakterlashda uning ixtiyoriy vaqt oralig’idagi o’rtacha tezligini hisoblash yetarlidir. Jism notekis harakat qilganda bir xil vaqt oraliqlarida turlicha masofani bosib o’tadi. Demak, jismning notekis harakatini harakterlash uchun uning biror vaqt oralig'idagi o'rtacha tezligini hisoblash yetarli bo'lmaydi.

Buning uchun yangi tushuncha – oniy tezlik yoki berilgan t paytdagi tezlik tushunchasini kiritish kerak bo'ladi. Bu tushunchaning ma'nosini misolda ko'raylik.

1-misol. $S(t) = t^2 + 1$ qonun bo'yicha to'g'ri chiziqli harakat qiluvchi jismning t = 5s paytidagi tezligi aniqlansin .

Yechish. Vaqtning $t = 5s$ paytida o'tilgan yo'l $s(5) = 26$ bo'ladi.

Avval $\Delta t > 0$ vaqt oralig'ida jism harakatining o'rtacha tezligini topamiz. Δt vaqt ichida jismning o'tgan yo'li Δs bo'ladi. Vaqtning $t = 5 + \Delta t$ paytida o'tilgan yo'l:

$$s(5) + \Delta s = s(5 + \Delta t),$$

$\Delta s = s(5+\Delta t) - s(5) = (5+\Delta t)^2 + 1 - (5^2 + 1) = 10\,\Delta t + \Delta t^2 = (10+\Delta t)\Delta t.$

formulaga asosan:

$$v_{o'r} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{(10 + \Delta t)\Delta t}{\Delta t} = 10 + \Delta t \ .$$

Endi Δt vaqt oralig'ini kichraytira borib $v_{o'r}$ tezlikni xisoblaylik. Masalan, $\Delta t = 1s$, $\Delta t = 0{,}5s$, $\Delta t = 0{,}2s$ va xokazo bo'lsin. U holda bu oraliqlarga mos kelgan $v_{o'r}$ ning qiymatlari $11\frac{m}{s}; 10\frac{m}{s}; 10{,}5\frac{m}{s}; 10{,}2\frac{m}{s}$; va xokazo bo'ladi. Bu yerdan ko'rinadiki, Δt kichrayishi bilan o'rtacha tezlik $10\frac{m}{s}$ ga intiladi ya'ni

$$\lim_{\Delta t \to 0} v_{o'r} = \lim_{\Delta t \to 0} (10 + \Delta t) = 10 \ .$$

Ana shu limitni qaralayotgan harakatning $t = 5s$ paytidagi tezligi (yoki oniy tezligi) deb qabul qilinadi.

Jismning t paytidagi v tezligi (yoki oniy tezligi) Δt vaqt oralig'idagi $v_{o'r}$ tezlikning Δt nolga intilgandagi limitiga aytiladi:

$$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} v_{o'r} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} \ .$$

2-misol. Jism $s = 2t^2 - 3t + 1$ qonun bo'yicha to'g'ri chizqli harakat qiladi. Harakatning: a) $t = 2s$; b) $t = ts$ paytidagi tezligi toplisin.

Yechish: a) $t = 1s$ vaqtga $\Delta t > 0$ orttirma beramiz, u holda yo'l ham Δs orttirma olib,

$$s + \Delta s = 2(1 + \Delta t)^2 - 3(1 + \Delta t) + 1$$

bo'ladi. Bundan Δt vaqt ichida o'tilgan Δs yo'lni topamiz:

$$\Delta s = 2(1 + \Delta t)^2 - 3(1 + \Delta t) + 1 - (2 \cdot 1^2 - 3 \cdot 1 + 1) = \Delta t + 2\Delta t^2 =$$
$$= \Delta t(1 + 2\Delta t)$$

Δt vaqt oralig'idagi o'rtacha tezlikni topamiz:

$$v_{o'r} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{(1 + 2\Delta t)\Delta t}{\Delta t} = 1 + 2\Delta t \ .$$

Endi Δt ni nolga intiltrib, limitga o'tamiz; u holda

$$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} v_{o'r} = \lim_{\Delta t \to 0} (1 + 2\Delta t) = 1$$

Demak, $v(1) = 1$.

b) Endi shunga o'xshash amallarni bajarib, vaqtning ixtiyoriy paytidagi tezlikni topamiz.

t vaqtga Δt orttirma beramiz, u holda s yo'l ham Δs orttirma oladi:

$$s + \Delta s = 2(t + \Delta t)^2 - 3(t + \Delta t) + 1 \ .$$

Δt vaqt ichida o'tilgan Δs yo'lni topamiz:

$$\Delta s = 2(t + \Delta t)^2 - 3(t + \Delta t) + 1 - (2t^2 - 3t + 1) = (4t + 2\Delta t - 3)\Delta t.$$

Δt vaqt oralig'idagi o'rtacha tezlikni topamiz:

$$v_{o'r} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{(4t + 2\Delta t - 3)\Delta t}{\Delta t} = 4t - 3 + 2\Delta t \ .$$

$$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} v_{o'r} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} (4t - 3 + 2\Delta t) = 4t - 3 \ .$$

Demak, $v(t) = 4t - 3$.

Aytaylik, jism umumiy holda $s = f(t)$ qonun bo'yicha to'g'ri chiziqli harakat qilganda, vaqtning ixtiyoriy t paytidagi tezligini topish talab qilinsin.

Bu holda ham yuqoridagiga o'xshash amallar bajarib, t paytdagi tezlikni topamiz.

Buning uchun: 1) t vaqtga $\Delta t > 0$ orttirma beramiz, u holda yo'l ham Δs orttirma oladi:

$$s + \Delta s = f(t + \Delta t);$$

2) Δs ni topamiz:

$$\Delta s = f(t + \Delta t) - f(t);$$

3) Δt vaqt ichidagi, ya'ni $[t;\ t\ +\ \Delta t]$ kesmadagi $v_{o'r}$ o'rtacha tezlikni topamiz:

$$v_{o'r} = \frac{\Delta s}{\Delta t} - = \frac{f(t + \Delta t) - f(t)}{\Delta t}\ ;$$

4) v tezlikni topamiz.

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{f(t + \Delta t) - f(t)}{\Delta t}.$$

Bu bilan qo'yilgan masala yechildi.

Sterjenning chiziqli chizligini xisoblash. Sterjen berilgan bo'lsin. Sterjenning xar bir l uzunligiga m massa mos kelib, sterjenning m massasi l uzunligining funksiyasi bo'ladi. Ya'ni $= f(l)$,l uzunlikka bog'liq holda sterjen massasining o'zgarish tezligini xarakterlash uchun fizikada chiziqli zichlik deb ataluvchi kattalik kiritiladi.

Sterjenning o'rtacha chiziqli zichligi deb sterjen massasining uning uzunligiga nisbatiga aytiladi. Agar sterjen bir jinsli bo'lsa, uning o'rtacha chiziqli zichligi hamma nuqtalarida bir xil, ya'ni o'zgarmas bo'ladi. Agar sterjen bir jinsli bo'lmasa, o'rtacha chiziqli zichlik sterjenning turli uchastkalarida turlicha bo'ladi. Shu sababli o'rtacha chiziqli zichlik sterjen massasining o'zgarish tezligini to'la xarakterlay olmaydi.

Shuning uchun bir jinsli bo'lmagan sterjenlar uchun berilgan nuqtadagi chiziqli zichlik tushunchasi kiritiladi.

Sterjenning l nuqtadagi $\delta(l)$ chiziqli zichligi deb Δm massa orttirmasining Δl uzunlik orttirmasiga nisbatining $\Delta l \to 0$ dagi limitiga aytildi:

$$\delta(l) = \lim_{\Delta t \to 0} \delta_{o'r}(l) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta m}{\Delta l}\ .$$

Chiziqli zichlik sterjen massasining uning uzunligiga bog'liq holda o'zgarish tezligini xarakterlaydi.

Misol: Bir jinsli bo'lmagan $|OM| = 35\ sm$ uzunlikdagi ingichka sterjenda massa (gramm bilan xisoblanadi)

$$m = 2l^2 + 3l$$

qonun bo'yicha taqsimlangan, bu yerda lO nuqtadan xisoblagandagi sterjen uzunligining qismidir. 1) Butun sterjenning o'rtacha chiziqli zichligi topilsin.
2) O nuqtadan $5sm$ masofada yotuvchi nuqtadagi chiziqli zichlik topilsin.

Yechish: 1) Sterjen uzunlugi $l = 35sm$ bo'lgani uchun uning massasi $m = 2 \cdot 35^2 + 3 \cdot 35 = 2555.$ Endi sterjenning o'rtacha chiziqli zichligini topamiz

$$v_{or} = \frac{m}{l} = \frac{2555}{35} = 73\ .$$

2) $l = 5sm$ ga Δl orttirma berib, $[5;\ 5 + \Delta l]$ kesmani xosil qilamiz. U holda m massa ham Δm orttirma qabul qilib,

$$m + \Delta m = 2(5 + \Delta l)^2 + 3(5 + \Delta l)$$

bo'ladi. Bundan $[5;\ 5 + \Delta l]$ kesmadagi Δm massani topamiz:

$$\Delta m = 2(5 + \Delta l)^2 + 3(5 + \Delta l) - (2 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5) = 23\Delta l + 2\Delta l^2 =$$
$$= (23 + \Delta l)\Delta l.$$

O'rtacha chiziqli zichlikni topamiz:

$$\delta_{o'r} = \frac{\Delta m}{\Delta l} = \frac{(23 + 2\Delta l)}{\Delta l} = 23 + 2\Delta l\ .$$

$l = 5sm$ nuqtadagi chiziqli zichlikni hisoblaymiz:

$$\delta(5) = \lim_{\Delta l \to 0} \delta_{o'r} = \lim_{\Delta l \to 0} \frac{\Delta m}{\Delta l} = \lim_{\Delta l \to 0} (23 + 2\Delta l) = 23\ .$$

Bir jinsli bo'lmagan sterjenda massa umumiy holda $m = f(l)$ qonun bo'yicha taqsimlanganda, uning ixtiyoriy l nuqtasidagi chiziqli zichlikni topish talab qilinsin.

Buning uchun: 1)l ga Δl orttirma beramiz, u holda m massa ham Δm orttirma oladi:

$$m + \Delta m = f(l + \Delta l);$$

2) Δm ni topamiz:

$$\Delta m = f(l + \Delta l) - f(l);$$

3) $\delta_{o'r}$ chiziqli zichlikni topamiz:

$$\delta_{o'r} = \frac{\Delta m}{\Delta l} = \frac{f(l + \Delta l) - f(l)}{\Delta l} \ ;$$

4) $\delta(l)$ chiziqli zichlikni topamiz:

$$\delta(l) = \lim_{\Delta l \to 0} \delta_{o'r} = \lim_{\Delta l \to 0} \frac{\Delta m}{\Delta l} = \lim_{\Delta l \to 0} \frac{f(l + \Delta l) - f(l)}{\Delta l}.$$

Jisimning issiqlik sig'imini xisoblash. θ temperaturaning (C−graduslarda) xar bir qiymatiga, W issiqlik miqdorining belgili qiymati mos kelib, W issiqlik miqdori θ temperaturaning funksiyasi bo'ladi, ya'ni $W=f(\theta)$.

θ temperaturaga bog'liq holda W issiqlik miqdorining o'zgarish tezligini xarakterlash uchun fizikada issiqlik sig'imi deb ataluvchi kattalik kiritiladi.

O'rtacha, issiqlik sig'imi deb W issiqlik miqdorining temperaturaga nisbatiga aytiladi. Umuman aytganda, o'rtacha issiqlik sig'imi issiqlik miqdorining o'zgarish tezligini to'la xarakterlay olmaydi. Shuning uchun berilgan θ temperaturadagi issiqlik sig'imi tushunchasi kiritiladi.

Jisimning θ temperaturadagi issiqlik sig'imi deb $\Delta\ W$ issiqlik miqdori orttirmasining $\Delta\ \theta$ temperatura orttirmasiga nisbataining $\Delta\theta \to 0$ dagi limitiga aytiladi:

$$C = \lim_{\Delta\theta \to 0} C_{o'r} = \lim_{\Delta\theta \to 0} \frac{\Delta W}{\Delta\theta}$$

Aytaylik, jism 0^0 dan θ^0 gacha isitilganda sarf bo'lgan issiqlik miqdori $W=f(\theta)$ qonuni bo'yicha o'zgarsin va ixtiyoriy θ temperaturadagi issiqlik sig'imini topish talab qilinsin.

Buning uchun ; 1) θtemperaturada biror Δθ orttirma beramiz. U holda$W$ ham ΔW orttirma oladi:

$$W + \Delta W = f(\theta + \Delta\theta)\ ;$$

2) ΔW ni topamiz:

$$\Delta W = f(\theta + \Delta\theta) - f(\theta);$$

3) jismni *θ dan (θ+Δθ)* gacha isitgandagi o'rtacha issiqlik sig'imini topamiz:

$$C_{o'r} = \frac{\Delta W}{\Delta\theta} = \frac{f(\theta + \Delta\theta) - f(\theta)}{\Delta\theta};$$

4) C issiqlik sig'imini topish uchun limitga o'tamiz:

$$C = \lim_{\Delta\theta \to 0} C_{ur} = \lim_{\Delta\theta \to 0} \frac{\Delta W}{\Delta\theta} = \lim_{\Delta\theta \to 0} \frac{f(\theta + \Delta\theta) - f(\theta)}{\Delta\theta}.$$

**Funksiyani o`zgarish tezligi va hosila tushunchasi.** Yuqorida berilgan masalalarga e`tibor qilsak ularni yechishda ko`pgina umumiylik borligini ko`ramiz.

Birinchidan, ko`rilgan masalalarning har birida t, $l$, $\theta$ argumentlarning biror qiymatlari to`plamida aniqlangan.

$$s = f(t); \quad m = f(t), \quad w = (\theta).$$

funksiyalar bilan ish ko`rdik. Ikkinchida , bu masalalarning xar birida funksiyaning o`zgarish tezligini topdik. Uchunchidan, o`zgaruvchilarning manosidagi tafovutga axamiyat bermasdan, funksiyalarning o`zgarish tezligini topishda bajarilgan amallarni solishtirib qarasak, uchala masalada xar bir xil amallar bajarilganini ko`ramiz, yani funksiya orttirmasini argument orttirmasiga bo`ldik va bu nisbatning argument orttirmasi no`lga intilgandagi limitini xisobladik.

$$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}, \quad \delta(l) = \lim_{\Delta l \to 0} \frac{\Delta m}{\Delta l}, \quad C = \lim_{\Delta\theta \to 0} \frac{\Delta w}{\Delta\theta}.$$

Ko`rib o`tilgan masalalardagi funksiyalar o`zgarishining o`rtacha va oniy tezligi tushunchalariga o`xshash ihtiyotiy $y = f(x)$ funksiyaning xam o`rtacha va oniy o`zgarish tezligini tariflaymiz.

$y = f(x)$funksiyaning.

$$[x_0; x] = [x_{0;}\ x_0 + \Delta x].$$

kesmadagi o`rtacha o`zgarish tezligi deb funksiya orttirmasi bilan argument orttirmasining

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_o)}{\Delta x}$$

nisbatiga aytiladi.

O`rtacha tezlikning argument orttirmasi nolga intilgandagi limiti

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

funksiyaning x_0 qtadagi o`zgarish tezligi (oniy tezligi) deyiladi.

Texnikada ko'p masalalar mos funksiyalarning o'zgarish tezligini hisoblash bilan yechiladi. Masalan, aylanayotgan jismning burchak tezligini hisoblash, jism tezligini o'zgarish tezligini hisoblash qizitilayotgan jism kengayishining chiziqli koeffitsientini hisoblash, vaqtning berilgan paytida himiyaviy reaksiya tezligini hsoblash va hokazo kabi masalalarni yechish mos funksiyalarning o'zgarish tezligini topishni talab qiladi. Fan va texnikada funksiyalarning o'zgarish tezligini hisoblashga yoki boshqacha aytganda, funksiya orttirmasining argument orttirmasiga nisbatining argument orttirmasi nolga intilgandagi limitini hisoblashga keltiriladigan masalalarning ko'pligidan bunday limitni ixtiyoriy funksiya uchun ajratib olib, uning asosiy xossalarini o'rganish zarur bo'ladi. Bunday limit funksiyaning hosilasi deyiladi.

Ta'rif. $y = f(x)$ funksiyaning x_0 nuqtadagi hosilasi deb $f(x)$ funksiyaning x_0 nuqtadagi Δy orttirmasining argument Δx orttirmasiga nisbatining Δx nolga intilgandagi limitiga aytiladi va $y'(x_0)$ bilan belgilanadi:

$$y'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} \qquad (1)$$

Bu yerda Δx orttirma musbat ham, manfiy ham bo'lishi mumkin. Δx orttirma nolga ixtiyoriy ravishda intilganda $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ mavjud bo'lishi kerak.

Misol. $y = x^2$ funksiyaning $x = 1$ nuqtadagi hosilasi topilsin.

Yechish. 1) $x = 1$ qiymatga Δx orttirma beramiz, u vaqtda funksiya ham Δy orttirma qabul qiladi:

$y(1) + \Delta y = (1 + \Delta x)^2$ bu yerda $y(1) = 1$.

2) Δy ni topamiz:

$$\Delta y = (1+\Delta x)^2 - y(1) = 2\Delta x + \Delta x^2 \, .$$

3) $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ nisbatni topamiz:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = 2 + \Delta x \; .$$

4) Bu nisbatning limitini, ya'ni hosilasini hisoblaymiz:

$$y'(1) = f'(1) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} (2+\Delta x) = 2 \, .$$

Endi yuqorida ko'rib o'tilgan masalalarda funksiyalarning hosilalarini topdik deb ayta olamiz.

Masalan, to'g'ri chiziqli harakatda v tezlik $s(t)$ yo'lning t vaqt bo'yicha hosilasidir: $v = s'(t)$.

Bir jinsli bo'lmagan sterjenning δ chiziqli zichligi $m(l)$ massaning l uzunlik bo'yicha hosilasidir: $\delta = m'(l)$.

C issiqlik sig'imi $\mathcal{W}(\Theta)$ issiqlik miqdorining Θ temperatura bo'yicha hosilasidir: $C = \mathcal{W}'(\Theta)$.

$y = f(x)$ funksiyaning v o'zgarish tezligi $y = f(x)$ funksiyaning x bo'yicha hosilasidir: $v = f'(x)$.

Agar $y = f(x)$ funksiya biror kesmaning har bir nuqtasida hosilaga ega bo'lsa, u holda bu hosila shu kesmada aniqlangan funksiya bo'ladi. Bu funksiya $f'(x)$ bilan belgilanadi.

Hosilaning ta'rifiga ko'ra, funksiyaning ixtiyoriy x nuqtadagi hosilasini topish uchun quyidagi algoritmni ko'rsatish mumkin.

$y = f(x)$ funksiyaning x nuqtadagi hosilasini topish uchun:

1) x ga Δx orttirma beriladi, u holda $y = f(x)$ funksiya ham Δy orttirma qabul qiladi va

$$y + \Delta y = f(x + \Delta x)$$

bo'ladi.

2) funksiyaning Δy orttirmasi topiladi:

$$\Delta y = f(x+\Delta x) - f(x);$$

3) funksiya orttirmasining argument orttirmasiga nisbati topiladi:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} \ ;$$

4) bu nisbatningΔx nolga intilgandagi limiti, topiladi

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x) \ .$$

Hosilaning geometrik ma'nosi. Hosilaning geometrik tarzda talqin qilish egri chiziqqa urinma tushunchasi bilan bog`liqdir.

Aytaylik $y = f(x)$uzluksiz funksiya berilgan bo`lib uning grafigi 1-chizmadagidek bo`lsin.

Nuqtada egri chiziqqa urunma tusgunchasini eslaylik. Aytaylik M nuqtaning absissasi x_0. Egri chiziqda $x_o + \Delta x$ absissali M_1 nuqta olib, $M \ va \, M_1$ nuqtalar orqali to`g`ri chiziq o`tkazamiz. Bu to`g`riz chiziq qaralayotgan egri chiziqqa kesuvchi bo`ladi. Chizmadan ko`rinadiki kesuvchining k_1 burchak koeffitsienti

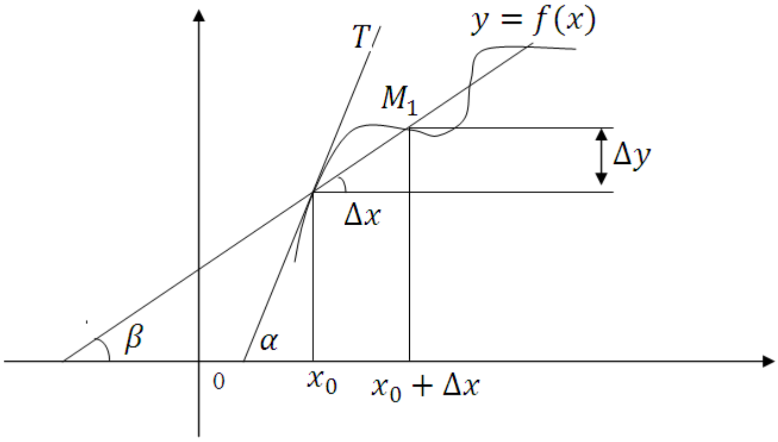
$$k_1 = \text{tg}\,\beta = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

ga teng .

Endi Δx nolga intilsin ($\Delta x \to 0$), yani M_1 nuqtaning absissasi M nuqtaning absissasiga intilsin deylik , bu esa o`z navbatida $M_1$ nuqtaning egri chiziq bo`ylab M nuqtaga intilishini bildiradi.

Agar $\Delta x \to o \ da \, \beta \to a$ bo`lib kesuvchi (MT) limitik xolatni egallashga intilsa, u holda (MT) ni ehri chiziqqa $M \ (x_0 \, ; \, y_0)$ nuqtada urunma deyiladi.

Tarif. Egri chiziqqa uning M nuqtasida o`tkazilgan urunma deb $M_1$ nuqta egri chiziq bo`ylab



1-chizma

undagi M nuqtaga intilgandagi (M; M_1) kesuvchining (MT) limitik holatiga aytiladi.

Urinma to`g`ri chizqdan iborat bo`lgani uchun uning tenglamasi

$$y = kx + b$$

ko`rinishda bo`ladi. Bu yerda k −burchak koeffitsient bo'lib, u urinmaning burchak koeffitsienti deyiladi, ya'ni $k = tg\alpha$.

Urinmaning ta`rifidan va $y = tgx \left(x \neq \frac{\pi}{2}\right)$ funksiyaning uzluksizligidan foydalanib, $lim_{\Delta x \to 0}\, tg\, \beta = tg\alpha$, ya'ni

$$k = \lim_{\Delta x \to 0} k_1$$

ga ega bo`lamiz.

Hosiladan foydalanib, egri chiziqning berilgan nuqtasidagi k ning qiymatini topish mumkin.

1-teorema. $y = f(x)$ egri chiziqning $M\,(x_0\,;\, y_0\,)$ nuqtasiga o`tkazilgan urinmaning k burchak koeffitsienti $y = f(x)$ funksiya hosilasining $x = x_0$ nuqtadagi qiymatiga teng:

$$k = f'\,(x_0\,) \qquad (2)$$

Isbot. (1) tenglikka asosan

$$k = \lim_{\Delta x \to 0} k_1\,.$$

1-chizmadan ko`rinadiki, $k_1 = \frac{\Delta y}{\Delta x}$.

Demak, $k = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x_0\,)$. Bu bilan teorema isbot bo'ldi.

Agar funksiya biror nuqtada hosilaga ega bo'lsa, u holda bu nuqtada uning grafigiga urinma mavjud bo'ladi. Shu bilan birga bu nutadagi hosilaning qiymati urinmaning burchak koeffitsientiga teng bo'ladi. Hosilaning geometrik ma'nosi ana shundan iborat.

2-teorema. $y = f(x)$ egri chiziqning $M(x_0 ; y_0)$ nuqtasiga o`tkazilgan urinmasining tenglamasi

$$y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)(3)$$

ko'rinishda bo'ladi, bu yerda $y_0 = f(x_0)$.

Isbot. Urinma tenglamasini topish uchun to'g'ri chiziqning $y = kx + b$ tenglamasidagi k va b larni aniqlash kerak. (2) ga asosan:

$$k = f'(x_0).$$

b ni topish uchun urinmaning $M(x_0 ; y_0)$ nuqta orqali o'tishidan foydalanamiz. Bu esa $M(x_0 ; y_0)$ nuqtaning koordinatalari to'g'ri chiziq tenglamasini qanoatlantirishi kerakligini bildiradi, ya'ni

$$y_0 = kx_0 + b.$$

Bundan: $b = y_0 - kx_0 = y_0 - f'(x_0)x_0$.

k va b ning topilgan qiymatlarini to'g'ri chiziq tenglamasiga qo'ysak, egri chiziqning $M(x_0 ; y_0)$ nuqtasidan o'tuvchi urinma tenglamasi hosil bo'ladi:

$$y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0).$$

1-misol. $y = 2x^2 - 2$ parabolaning absissalari mos ravishda $x_1 = 1, x_2 = -2 x_3 = 0$ bo'lgan nuqtalariga o'tkazilgan urinmalarning burchak koeffitsientlari topilsin.

Yechish. $y = 2x^2 - 2$ funksiyaning hosilasini topamiz.

1) x ga Δx orttirma beramiz:

$$y + \Delta y = 2(x + \Delta x)^2 - 2;$$

2) $\Delta y = 2(x + \Delta x)^2 - 2 - (2x^2 - 2) = 4x\Delta x + 2\Delta x^2$;

3) $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4x\Delta x + 2\Delta x^2}{\Delta x} = 4x + 2\Delta x$;

$$4)\ y' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0}(4x + 2\Delta x) = 4x.$$

Demak, $y = 2x^2 - 2$ funksiyaning hosilasi: $y' = 4x. x = 1$ bo'lganda urinmaning burchak koeffitsienti: $k = y'(1) = 4 \cdot 1 = 4; x = -2$ da esa $k = y'(-2) = 4 \cdot (-2) = -8; x = 0$ nuqtada $k = y'(0) = 4 \cdot 0 = 0.$

Hosilaga ega bo'lgan funksiyaning uzluksizligi.Teorema. Agar $y = f(x)$ funksiya biror x_0 nuqtada hosilaga ega bo'lsa, bu funksiya shu nuqtada uzluksiz bo'ladi.

Berilgan: $y = f(x)$, $\quad f'(x_0) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$.

Isbot qilish kerak: $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \Delta y = 0$

Isbot: $\Delta y = \frac{\Delta y}{\Delta x} \cdot \Delta x$ bo'lgani uchun

$$\lim_{\Delta x \to 0} \Delta y = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} . \lim_{\Delta x \to 0} \Delta x = f'(x_0) \cdot 0 = 0 .$$

Bundan x_0 nuqtada hosilaga ega bo'lgan funksiyaning shu nuqtada uzluksiz bo'lishi kelib chiqadi.

Natija. Agar $y = f(x)$ funksiya biror x_0 nuqtada uzlukli bo'lsa, u funksiya shu nuqtada hosilaga ega bo'lmaydi.

Agar $y = f(x)$ funksiya biror oraliqning har bir nuqtasida hosilaga ega bo'lsa,isbot qilingan teoremaga asosan u funksiya shu oraliqda uzluksiz bo'ladi.

Lekin funksiya biror x_0 nuqtada uzluksiz bo'lgani bilan shu nuqtada hosilaga ega bo'lmasligi ham mumkin. Shuning uchun funksiyaning biror nuqtada uzluksiz bo'lishi shu nuqtada hosilaning mavjud bo'lishi uchun zaruriy shart, biroq yetarli shart emas. Masalan, ushbu

$$y = f(x) = \begin{cases} x^2, agar\ x \leq 0\ bo'lsa, \\ 2x, agar\ x > 0\ bo'lsa, \end{cases}$$

funksiyani tekshiraylik. Bu funksiya x ning hamma qiymatlarida uzluksizdir. Uning $x = 0$ nuqtadagi hosilasini izlaylik. Bu yerda $f(0) = 0$.

$\Delta x > 0$ bo'lganda $f(0 + \Delta x) = 2\Delta x$;

$\Delta x < 0$ bo'lganda $f(0 + \Delta x) = \Delta x^2$.

$\Delta x > 0$ bo'lganda

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(0+\Delta x)-f(0)}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{2\Delta x}{\Delta x}=2\,.$$

$\Delta x<0$ bo'lganda esa

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(0+\Delta x)-f(0)}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta x^2}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\Delta x=0.$$

Shunday qilib, $\Delta x<0$ va $\Delta x>0$ bo'lib, $\Delta x\to 0$ da $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ nisbatning limiti turlicha bo'ladi. Bu esa Δx orttirma nolga ixtiyoriy usul bilan, ya'ni ham musbat, ham manfiy bolib intilganda, $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ nisbatning $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$ limiti mavjud emasligini bildiradi. Boshqacha aytganda, $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ nisbatning $x=0$ nuqtadagi chap limiti

$$\lim_{\Delta x\to 0-0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=0$$

va o'ng limiti

$$\lim_{\Delta x\to 0+0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=2$$

bo'lib, ular bir-biriga teng bo'lmagani uchun $x=0$ nuqtada $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ nisbatning $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$ limiti mavjud bo'lmaydi. Demak, berilgan funksiya $x=0$ nuqtada hosilaga ega bo'lmaydi, lekin funksiya $x=0$ nuqtada uzkulsiz bo'ladi.

Hosilani xisoblash qoidalari. Asosiy elementlar fuksiyalarni hosilalari.

$u(x)$ va $v(x)$ funksiyalar bitta oraliqda aniqlangan funksiyalar bo'lsin.

1-teorema. *Ikki funksiya yig'indisining hosilasi shu funksiyalar hosilalarining yig'indisiga teng, ya'ni*

$$[u(x)+v(x)]'=u'(x)+v'(x).$$

Berilgan: $y(x)=u(x)+v(x)$, $u'(x)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta u}{\Delta x}$, $v'(x)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta v}{\Delta x}$.

Isbot qilish kerak: $y'(x)=[u(x)+v(x)]'=u'(x)+v'(x)$.

Isbot. Hosilani topish qoidasi bo'yicha $y'(x)$ hosilani topamiz:

1) x ga Δx orttirma beramiz, u holda y,u,v lar ham $\Delta y,\Delta u,\Delta v$ orttirmalar qabul qiladi:

$$y + \Delta y = y(x + \Delta x) = u(x + \Delta x) + v(x + \Delta x),$$
$$u(x) + \Delta u = u(x + \Delta x),$$
$$v(x) + \Delta v = v(x + \Delta x);$$

2) $\Delta y = y(x + \Delta x) - y(x) = u(x + \Delta x) + v(x + \Delta x) - [u(x) + v(x)] =$
$$= u(x) + \Delta u + v(x) + \Delta v - u(x) - v(x) = \Delta u + \Delta v;$$

3) $\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{\Delta u + \Delta v}{\Delta x} = \dfrac{\Delta u}{\Delta x} + \dfrac{\Delta v}{\Delta x}$;

4) $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \left(\dfrac{\Delta u}{\Delta x} + \dfrac{\Delta v}{\Delta x}\right) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta u}{\Delta x} + \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta v}{\Delta x} = u'(x) + v'(x).$

Demak, $y'(x) = [u(x) + v(x)]' = u'(x) + v'(x)$.

Bu teoremani har qanday chekli sondagi qo'shiluvchilar uchun to'g'ri ekanini matematik induksiya metodi bilan isbot qilish mumkin:

$(u_1 + u_2 + u_3 + \cdots + u_n)' = u_1' + u_2' + u_3' + \cdots + u_n'$.

2-teorema. *Ikki funksiya ayirmasining hosilasi shu funksiyalar hosilalarining ayirmasiga teng, ya'ni*

$$[u(x) - v(x)]' = u'(x) - v'(x).$$

Bu teorema avvalgi teoremaga o'xshash isbotlanadi.

1-misol. a) $y = x + sinx$; b) $y = x^2 + cosx + 2$ funksiyalarning hosilalari topilsin.

Yechish. a) $u(x) = x; v(x) = sinx$ deb belgilaymiz. U holda $u'(x) = 1; v'(x) = cosx$.

1-teoremaga asosan

$$y'(x) = (x)' + (sinx)' = 1 + cosx.$$

b) $(x^2)' = 2x; (cosx)' = -sinx; (2)' = 0$ bo'lgani uchun birinchi va ikkinchi teoremalarga asosan

$$y'(x) = (x^2)' - (cosx)' + (2)' = 2x + sinx.$$

2-misol. $y = x^2 - x + 5$ egri chiziqning absissasi $x = -1$ bo'lgan nuqtasiga o'tkazilgan urinmaning k burchak koeffitsienti topilsin.

Yechish. Urinmaning burchak koeffitsienti $k = y'(1).\, k$ ning bu qiymatini hisoblash uchun oldin $y'(x)$ ni topamiz. Isbotlangan teoremalarga asosan $y'(x) = 2x - 1;\ y'(-1) = -3.$ Demak, $k = -3.$

Teorema. *u' va v' hosilalarga ega bo'lgan ikkita u va v funksiyalar ko'paytmasining hosilasi*

$$(u \cdot v)' = u'v + uv'$$

formula bilan hisoblanadi.

Bu formula *Leybnits formulasi* deyiladi.

Berilgan: $y = u(x) \cdot v(x)$,

$$u'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta u}{\Delta x},$$

$$v'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta x}.$$

Isbot qilish kerak: $y' = u'v + uv'$.

Isbot. 1) x ga Δx orttirma beramiz, u vaqtda y, u, v lar ham $\Delta y, \Delta u, \Delta v$ orttirmalar qabul qiladi:

$$y + \Delta y = y(x + \Delta x) = u(x + \Delta x)v(x + \Delta x),$$

$$u(x) + \Delta u = u(x + \Delta x),$$

$$v(x) + \Delta v = v(x + \Delta x);$$

2) $\Delta y = y(x + \Delta x) - y(x) = u(x + \Delta x)v(x + \Delta x) - u(x) \cdot v(x) =$

$= [u(x) + \Delta u] \cdot [v(x) + \Delta v] - u(x) \cdot v(x) = u(x) \cdot v(x) + v(x)\Delta u +$

$+u(x)\Delta v + \Delta u \cdot \Delta v - u(x) \cdot v(x) = u(x)\Delta v + (x)\Delta u + \Delta u \cdot \Delta v;$

3) $\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{u(x)\Delta v + v(x)\Delta u + \Delta u \cdot \Delta v}{\Delta x} = u\dfrac{\Delta v}{\Delta x} + v\dfrac{\Delta u}{\Delta x} + \dfrac{\Delta u}{\Delta x}\Delta v\,;$

4) $\displaystyle\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \left(u\frac{\Delta v}{\Delta x} + v\frac{\Delta u}{\Delta x} + \frac{\Delta u}{\Delta x}\Delta v\right) = u \cdot \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta x} +$

$\displaystyle+v \cdot \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} +$

$\displaystyle+ \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} \cdot \lim_{\Delta x \to 0} \Delta v = uv' + vu' + u' \cdot 0 = u'v + uv'.$

Bu yerda $v(x)$ funksiya x nuqtada hosilaga ega bo'lgani uchun x nuqtada uzluksiz bo'lib, $\lim_{\Delta x \to 0} \Delta v = 0$ bo'ladi.

Demak, $y' = (u \cdot v)' = u'v + uv'$.

Natija. O'zgarmas ko'paytuvchini hosila belgisidan tashqariga chiqarish mumkin: $[k \cdot f(x)]' = k \cdot f'(x)$.

Haqiqatdan ham, teoremani $k \cdot f(x)$ ga ($k = const$) tadbiq qilsak:
$[k \cdot f(x)]' = (k)' \cdot f(x) + k[f(x)]' = 0 \cdot f(x) + k \cdot f'(x) = k \cdot f'(x)$.

Misol. Quyidagi funksiyalarning hosilalari topilsin:

a) $y = (2x+1)(3x-1)$; b) $y = xcosx$; s) $y = (x+2)^3$; d) $y = \frac{x}{10}$.

Yechish. a)$y' = [(2x+1)(3x-1)]' = (2x+1)'(3x-1) +$

$$+(2x+1)(3x-1)' = 12x+1;$$

b) $y' = (xcosx)' = (x)'cosx + x(cosx)' = cosx - xsinx$;

Teorema. *Agar x nuqtada u va v funksiyalar u' va v' hosilalarga ega va $v(x) \neq 0$ bo'lsa, bu nuqtada shu funksiyalar bo'linmasining hosilasi mavjud va bu hosila*

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

formula bilan hisoblanadi.

Berilgan: $y(x) = \dfrac{u(x)}{v(x)}$, $\quad v(x) \neq 0, u'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta u}{\Delta x}$, $v'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta v}{\Delta x}$.

Isbot qilish kerak: $y' = \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$.

Isbot. 1)x ga Δx orttirma beramiz:

$$y + \Delta y = y(x + \Delta x) = \frac{u(x+\Delta x)}{v(x+\Delta x)},$$

$$u(x) + \Delta u = u(x+\Delta x), v(x) + \Delta v = v(x + \Delta x);$$

$$2)\Delta y = y(x+\Delta x) - y(x) = \frac{u(x+\Delta x)}{v(x+\Delta x)} - \frac{u(x)}{v(x)} = \frac{u(x)+\Delta u}{v(x)+\Delta v} - \frac{u(x)}{v(x)} =$$

$$= \frac{v(x)\Delta u - u(x)\Delta v}{v^2(x) + v(x)\Delta v};$$

3) $\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{v(x)\frac{\Delta u}{\Delta x} - u(x)\frac{\Delta v}{\Delta x}}{v^2(x) + v(x)\Delta v}$;

4) $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{v(x)\frac{\Delta u}{\Delta x} - u(x)\frac{\Delta v}{\Delta x}}{v^2(x) + v(x)\Delta v} = \dfrac{v(x)\lim\limits_{\Delta x \to 0}\frac{\Delta u}{\Delta x} - u(x)\lim\limits_{\Delta x \to 0}\frac{\Delta v}{\Delta x}}{\lim\limits_{\Delta x \to 0} v^2(x) + v(x)\cdot\lim\limits_{\Delta x \to 0}\Delta v} =$

$= \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$.

$v(x)$ funksiya x nuqtada v' hosilaga ega bo'lgani uchun bu funksiya x nuqtada uzluksiz bo'lib, $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \Delta v = 0$ bo'ladi.

Demak, $y' = \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$.

1-misol. $y = \frac{3}{x^2}$ funksiyaning y' hosilasi topilsin.

Yechish. $y' = \left(\frac{3}{x^2}\right)' = \frac{(3)'x^2 - 3(x^2)'}{(x^2)^2} = \frac{0\cdot x^2 - 3\cdot 2x}{x^4} = -\frac{6}{x^3}$.

2-misol. $y = \frac{1}{x}$. y'—?

Yechish. $y' = \left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{(1)'\cdot x - 1\cdot(x)'}{(x)^2} = \frac{0\cdot x - 1\cdot 1}{x^2} = -\frac{1}{x^2}$.

Teorema. $f(x) = x^n$, $n\epsilon N$ darajali funksiyaning hosilasi x ning barcha qiymatlarida n ko'rsatkichning x^{n-1} darajada ko'paytirilganiga teng, ya'ni

$$(x^n)' = n \cdot x^{n-1} . \qquad (1)$$

Isbot. $n = 1$ da $f(x) = 1$. Endi $n > 1$ deb olaylik. Isbotni matematik induksiya yordamida amalga oshiramiz. $n = 2$ bo'lganda $f(x) = x^2$ funksiyaning hosilasi

$$f'(x) = (x^2)' = 2x$$

bo'lishini ko'rgaan edik. Demak, $n = 2$ bo'lganda (1) formula o'rinli. Agar (1) formula birdan katta ixtiyoriy $n = k$ natural son uchun to'g'ri bo'lsa, u $n = k + 1$ uchun ham to'g'ri bo'lishini ko'rsatamiz. Haqiqatan, ko'paytmaning hosilasini topish (yoki ko'paytmani differnsiallash) qoidasiga ko'ra:

$$(x^{k+1})' = (x^k \cdot x)' = (x^k)' \cdot x + x^k(x)' = kx^{k-1} \cdot x + x^k \cdot 1 =$$

$$= k \cdot x^k + x^k = (k+1)x^k.$$

Bundan matematik induksiya prinspiga asosan (1) formula barcha $n > 1$ bo'lgan natural sonlar uchun x ning hamma qiymatlarida o'rinli ekanligi kelib chiqadi. Bu teoremadan va hosilalarni hisoblashning (differnsiallashning) ilgari chiqarilgan qoidalaridan ko'phadning hamma nuqtalarda differensiallanuvchi funksiya ekani kelib chiqadi.

Haqiqatan,

$$(a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \cdots + a_{n-1}x + a_n)' = (a_0x^n)' + (a_1x^{n-1})' +$$
$$+(a_2x^{n-2})' + \cdots + (a_{n-1}x)' + (a_n)' = na_0x^{n-1} + (n-1)a_1x^{n-2} +$$
$$+(n-2)a_2x^{n-3} + \cdots + a_{n-1}\,.$$

1-misol. $f(x) = x^{11}$ funksiya hosilasi $f'(x) = 11x^{10}$.

2-misol. $y = \frac{1}{2}x^{10} - \frac{3}{4}x^4 + 2x - 3$ bo'lsa,

$$y' = \frac{1}{2}\cdot 10x^9 - \frac{3}{4}\cdot 4x^3 + 2 = 5x^9 - 3x^3 + 2$$

Teorema. ***n****butun daraja bo'lganda*

$$f(x) = x^n$$

darajali funksiyaning hosilasi $n \geq 2$ da barcha x lar uchun, $n \leq 1$ da barcha $x \neq 0$ lar uchun n ko'rsatkich bilan x^{n-1} daraja ko'paytirilganiga teng, ya'ni

$$(x^n)' = n\cdot x^{n-1}\,. \qquad (1)$$

Isbot. $n > 1$ bo'lganda barcha x lar uchun (1) formulaninmg o'rinli bo'lishi yuqorida isbotlangan. Demak, $n \geq 2$ uchun (1) formula o'rinli.

Agar $n = 1$ va $x \neq 0$ bo'lsa,

$$(x)' = 1 = 1\cdot x^{1-1}$$

bo'ladi. Bundan teorema $n = 1$ uchun ham o'rinli bo'lishi kelib chiqadi. Agar n butun manfiy son bo'lsa, $n = -m$ bo'lib, m natural sondan iboratdir. Bo'linmaning hosilasi haqidagi teoremani qo'llab, $x \neq 0$ da shuni hosil qilamiz:

$$(x^n)' = (x^{-m})' = \left(\frac{1}{x^m}\right)' = \frac{(1')x^m - 1(x^m)'}{(x^m)^2} = \frac{0\cdot x^m - x^{m-1}}{x^{2m}} = \frac{-mx^{m-1}}{x^{2m}} =$$
$$= -mx^{m-1-2m} = -mx^{-m-1} = nx^{n-1}\,.$$

Shu bilan teorema isbotlandi.

Masalan, $x \neq 0$ bo'lganda, $\left(\frac{1}{x}\right)' = (x^{-1})' = -\frac{1}{x^2}$.

Kasr-ratsional funksiyani ikki kophadning nisbati shaklida tasvirlash mumkin bo'lgani uchun isbotlangan teoremadan muhim xulosa kelib chiqadi:

Kasr-ratsional funksiya o'zining aniqlanish sohasida hosilaga ega bo'ladi.

1-misol. $(x^{-3})' = -3x^{-4} = -\frac{3}{x^4}$.

2-misol. $\left(5x^6 - \frac{3}{x^4}\right)' = (5x^6)' - \left(\frac{3}{x^4}\right)' = 30x^5 + \frac{12}{x^5}$.

$\boldsymbol{y = tgx, y = ctgx, y = secx, y = cosecx}$ **funksiyalarning hosilalarini** topish uchun avval ularni mos ravishda sinus va kosinuslar orqali ushbu

1) $tgx = \frac{sinx}{cosx}$; 2) $ctgx = \frac{cosx}{sinx}$; 3) $secx = \frac{1}{cosx}$; 4) $cosecx = \frac{1}{sinx}$.

ko'rinishda ifodalab, ularning aniqlanish sohalarini e'tiborga olib, so'ngra bo'linmaning hosilasini topish qoidasidan foydalanamiz.

1. $y = tgx; y' = (tgx)' = \left(\frac{sinx}{cosx}\right)' = \frac{(sinx)'cosx - sinx(cosx)'}{(cosx)^2} = \frac{cos^2x + sin^2x}{cos^2x} = \frac{1}{cos^2x} = sec^2x$ .Demak, $(tgx)' = sec^2x$.

2. $y = ctgx; y' = (ctgx)' = \left(\frac{cosx}{sinx}\right)' = \frac{(cosx)'sinx - cos(sinx)'}{(sinx)^2} = -\frac{sin^2x + cos^2x}{sin^2x} = -\frac{1}{sin^2x} = -cosec^2x$ .Demak, $(ctgx)' = cosec^2x$.

3. $y = secx; y' = (secx)' = \left(\frac{1}{cosx}\right)' = \frac{(1)'cosx - 1\cdot(cosx)'}{(cosx)^2} = \frac{sinx}{cos^2x} = \frac{sinx}{cosx} \cdot \frac{1}{cosx} = tgx \cdot secx$.

Demak, $(secx)' = tgx \cdot secx$.

4. $y = cosecx; y' = (cosecx)' = \left(\frac{1}{sinx}\right)' = \frac{(1)'sinx - 1(sinx)'}{(sinx)^2} = -\frac{cosx}{si^2x} = -\frac{cosx}{sinx} \cdot \frac{1}{sinx} = ctgx \cdot cosecx$.

Demak, $(cosecx)' = ctgx \cdot cosecx$.

1-misol. $y = 3sinx - 2tgx + lg5$. $y' = ?$

Yechish. $y' = (3sinx)' - (2tgx)' + (lg5)' = 3cosx - \frac{2}{cos^2x}$.

2-misol. $y = \frac{1}{2}secx - 3cosecx + sin10$. $y' = ?$

Yechish. $y' = \left(\frac{1}{2}secx\right)' - (3cosecx)' + (sin10)' =$

$= \frac{1}{2}tgxsecx + 3ctgxcosecx$.

Asosiy funksiyalar hosilalarini jadval ko’rinishida yozaylik:

1. $y = c\ (c = \square onst), y' = 0$.

2. $y = x^n$(n-butin son), $y' = nx^{n-1}$.

3. $y = \sqrt{x}, y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

4. $y = sinx, y' = co\square x$.

5. $y = cosx, y' = -sinx$.

6. $y = tgx,$ $y' = \frac{1}{cos^2x}$.

7. $y = ctgx,$ $y' = -\frac{1}{sin^2x}$.

8. $y = secx,$ $y' = tgx \cdot secx$.

9. $y = cosecx, y' = ctgx \cdot cosecx$.

10. $y = u(x) + v(x), y' = u' + v'$.

11. $y = u(x) - v(x), y' = u' - v'$.

12. $y = u(x) \cdot v(x), y' = u'v + uv'$.

13. $y = \frac{u(x)}{v(x)}$, $y' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$.

Bu jadval yordamida turli funksiyalarning hosilalari topiladi.

Murakkab va teskari funksiyalarni hosilalari. $y = f[g(x)]$ murakkab funksiyani qaraymiz. Bu yerda $u = g(x)$ oraliqdagi argument bo’lib, x esa asosiy argumentdir. y murakkab funksiyani hosil qilishda ikkita u va x argument ishtirok etganligi uchun qaysi argument bo’yicha hosila olinganligi quyidagicha belgilanadi: $y(x)$ funksiyaning x bo’yicha hosilasi

$$y'_x = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} ;$$

$y(u)$ funksiyaning u bo’yicha, $u(x)$ funksiyaning x bo’yicha hosilasi mos ravishda

$$\lim_{\Delta u \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta u} = y'_u \quad va \quad \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} = u'_x .$$

Teorema. *Agar: 1)* $u = g(x)$ *funksiya biror* x_0 *nuqtada* $u'_x = g'(x_0)$ *hosilaga ega; 2)* $y = f(u)$ *funksiya esa tegishli* $u_0 = g(x_0)$ *nuqtada* $y'_u = f'(u_0)$ *hosilaga ega bo'lsa,* $y = f[g(x)]$ *murakkab funksiya* x_0 *nuqtada hosilaga ega va bu hosila* $f(u)$ *va* $g(x)$ *funksiyalar hosilalarining ko'paytmasiga tengdir:*

$$\left[f\big(g(x)\big)\right]' = f'_u\big(g(x_0)\big) \cdot g'(x_0) = f'_u(u_0) \cdot u'_x(x_0)$$

yoki qisqacha

$$y'_x = y'_u \cdot u'_x .$$

Isbot. Teoremaning shartiga asosan

$$\lim_{\Delta u \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta u} = y'_u .$$

Shuning uchun $\frac{\Delta y}{\Delta u}$ nisbatning o'zi y' limit bilan αcheksiz kichikning yig'indisiga teng bo'ladi:

$$\frac{\Delta y}{\Delta u} = y'_u + \alpha, \qquad (1)$$

Bu yerda α kattalik Δu ga bog'liq bolib, u bilan birga nolga intiladi. (1) dan

$$\Delta y = y'_u \Delta u + \alpha \Delta u . \qquad (2)$$

(2) ni hadma-had Δx ga bo'lsak:

$$\frac{\Delta y}{\Delta u} = y'_u \cdot \frac{\Delta u}{\Delta x} + \alpha \frac{\Delta u}{\Delta x} . \qquad (3)$$

Agar Δx nolga intilsa, u holda Δu ham nolga intiladi, shu bilan birga Δu bilan bog'langan α kattalik ham nolga intiladi. (3) da Δx ni nolga intiltirib limitga o'tsak:

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = y'_u \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} + \lim_{\Delta x \to 0} \alpha \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} = y'_u \cdot u'_x + 0 \cdot u'_x = y'_u \cdot u'_x . \qquad (4)$$

Quyidagi murakkab funksiyalarning hosilalari topilsin:

1-misol. $y = (3 - 5x + x^2)^{100}$.

Yechish. $y = u^{100},\ u = 3 - 5x + x^2$.(4) formulaga asosan

$y'_x = (u^{100})'_u \cdot (3 - 5x + x^2)' = 100(3 - 5x + x^2)^{99}(2x - 5)$.

2-misol. $y = (2 + 5x)^n, n \epsilon N$.

Yechish. $y = u^n,\ u = 2 + 5x;$

$$y'_x = (u^n)'_u \cdot (2 + 5x)' = nu^{n-1} \cdot 5 = 5n(2 + 5x)^{n-1}.$$

Teorema. *Agar 1) $y = f(x)$ funksiya $x = x_0$ nuqtada chekli va noldan farqli $f'(x_0)$ hosilaga ega; 2) bu funksiya uchun $y_0 = f(x_0)$ nuqtada $x = g(y)$ uzluksiz teskari funksiya mavjud bo'lsa, u holda $x = g(y)$ teskari funksiya uchun $y_0 = f(x_0)$ nuqtada $\frac{1}{f'(x_0)}$ ga teng $g'(y_0)$ hosila mavjud bo'ladi, ya'ni*

$$g'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)} \quad yoki \quad g'(y_0) = \frac{1}{f'[g(y_0)]},$$

yoki

$$x'_y = \frac{1}{y'_x}.$$

Isbot. y_0 ga ixtiyoriyΔy orttirma beramiz, u vaqtda $x = g(y)$ funksiya ham Δx orttirmaga ega bo'ladi: $x = g(y)$ funksiya uzluksiz bo'lgani uchun $\Delta y \to 0$ da $\Delta x \to 0$ bo'lishini ta'kidlab, ushbuga ega bo'lamiz:

$$\frac{\Delta x}{\Delta y} = \frac{1}{\frac{\Delta y}{\Delta x}}.$$

Bundan limitga o'tsak, o'ng tomonidagi maxraj $f'(x) \neq 0$ limitga intiladi. Demak, chap tomon uchun $\frac{1}{f'(x_0)}$ qiymatga teng limit mavjud. Bu esa $g'(y_0)$ hosiladan iboratdir. Shunday qilib, sodda

$$x'_y = \frac{1}{y'_x}$$

formulaga ega bo'lamiz.

2.2. HOSILANING BA'ZI TADBIQLARI

Ildizlarni tadrijiy hisoblash. Hosilaning ta'rifiga asosan $y = f(x)$ funksiyaning x_0 nuqtadagi hosilasi:

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x_0)}{\Delta x} = f'(x_0). \qquad (1)$$

$\Delta x \to 0$ da $\frac{\Delta f(x_0)}{\Delta x}$ nisbatning limiti $f'(x_0)$ hosilaga teng bo'lgani uchun $\frac{\Delta f(x_0)}{\Delta x}$ nisbatning o'zi esa $f'(x_0)$ hosila bilan α cheksiz kichikning yig'indisiga teng, ya'ni

$$\frac{\Delta f(x_0)}{\Delta x} = f'(x_0) + \alpha \qquad (2)$$

bo'ladi. Bu yerda $\Delta x \to 0$ da α ham nolga intiladi. (2) dan:

$$\Delta f(x_0) = f'(x_0)\Delta x + \alpha\Delta x. \qquad (3)$$

$\Delta f(x_0) = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$ bo'lgani uchun bu ayirma Δx ning funksiyasi bo'ladi. $\alpha \cdot \Delta x$ miqdor ham Δx ning funksiyasi bo'lgani uchun uni R(Δx) deb belgilasak, (3) tenglik quyidagicha yoziladi:

$$\Delta f(x_0) = f'(x_0)\Delta x + R(\Delta x). \qquad (4)$$

Bundan

$$R(\Delta x) = \Delta f(x_0) - f'(x_0)\Delta x. \qquad (5)$$

Bu yerda

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{R(\Delta x)}{\Delta x} = 0. \qquad (6)$$

Xaqiqatan ham,

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{R(\Delta x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x_0) - f'(x_0)\Delta x}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \left[\frac{\Delta f(x_0)}{\Delta x} - f'(x_0)\right] =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x_0)}{\Delta x} - f'(x_0) = 0.$$

Bu holda, ya'ni (6) tenglik o'rinli bo'lganda, $R(\Delta x)$ funksiya Δx ga nisbatan cheksiz kichik deyiladi.

Agar $y = f(x)$ funksiya uchun (4) va (6) tengliklar bajarilsa, (4) tenlikdagi birinchi $f'(x_0)\Delta x$ qo'shiluvchini funksiya orttirmasining bosh qismi, $R(\Delta x)$ qoldiqni (ya'ni ikkinchi qo'shiluvchini) esa Δx ga nisbatan cheksiz kichik deyiladi.Shunday qilib, (2) va (4) tengliklardan Δx ning yetarlicha kichik qiymatlari uchun

$$\frac{\Delta f(x_0)}{\Delta x} \approx f'(x_0)$$

bo’lishi va demak,

$$\Delta f(x_0) \approx f'(x_0)\Delta x \qquad (7)$$

ekani kelib chiqadi. (7) formulani quyidagicha ham yozish mumkin:

$$f(x) \approx \Delta f(x_0) - f'(x_0)\Delta x \qquad (7')$$

(7) va $(7')$ formulalar sodda taqribiy hisoblashlar uchun asosiy formula hisoblanadi.

x ning qiymati noldan yetarlicha kichik farq qilganda $\sqrt[n]{x+1}$ ni taqribiy hisoblash uchun formula chiqaramiz.

Buning uchun

$$f(x) = \sqrt[n]{x+1}, \qquad x_0 = 0$$

deb faraz qilamiz. U holda

$$\Delta x = x - x_0 = x, \qquad f(x_0) = f(0) = 1;$$

$$f'(x) = \frac{1}{n}(1+x)^{-\frac{1}{n}-1}, \quad f'(x_0) = f'(0) = \frac{1}{n}$$

bo’lgani uchun (7) formulaga asosan x ning nolga yetarlicha yaqin qiymatlarida

$$\sqrt[n]{x+1} \approx 1 + \frac{1}{n}x \qquad (8)$$

formulaga ega bo’lamiz.

Endi $\sqrt[n]{a^n + x}$ $(a > 0)$ ni taqribiy hisoblash masalasini ko’raylik. (8) taqribiy tenglikdan foydalanib,

$$\sqrt[n]{a^n + x} = a\sqrt[n]{1 + \frac{x}{a^n}} \approx a\left(1 + \frac{1}{n}\cdot\frac{x}{a^n}\right) = a + \frac{x}{na^{n-1}}.$$

ya’ni

$$\sqrt[n]{a^n + x} \approx a + \frac{x}{n\square^{n-1}} \qquad (9)$$

formulaga ega bo’lamiz. Bu yerda $|x|$ ning qiymati a^n dan yetarlicha kichik deb faraz qilinadi.

Xususiy holda, (9) formulada $n = 2$ desak, quyidagiga ega bo’lamiz:

$$\sqrt[n]{a^2 + x} \approx a + \frac{x}{2a}, \qquad (10)$$

1-misol. $\sqrt{5}$ hisoblansin.

Yechish. (10) formulani qo'llasak,

$$\sqrt{5}=\sqrt{2^2+1}=2+\frac{1}{2\cdot 2}=2{,}25.$$

2-misol. $\sqrt{34}$ hisoblansin.

Yechish. $\sqrt{34}=\sqrt{6^2-2}=\sqrt{6^2+(-2)}\approx 6+\frac{-2}{2\cdot 6}\approx 5{,}833.$

3-misol. $\sqrt{120}$ hisoblansin.

Yechish. $\sqrt{120}=\sqrt{11^2-1}\approx 11-\frac{1}{22}\approx 10{,}955$

Endi ushbu

$$\sqrt[n]{x_0+\Delta x}\approx\sqrt[n]{x_0}+\frac{\sqrt[n]{x_0}}{nx_0}\Delta x \quad (x_0\neq 0)(11)$$

taqribiy formulani isbot qilamiz.

Buning uchun

$$f(x)=\sqrt[n]{x}$$

funksiyani qaraymiz. Bu yerda

$$f(x_0)=\sqrt[n]{x_0}\,,$$

$$f(x_0+\Delta x)=\sqrt[n]{x_0+\Delta x}\,,$$

$$f'(x_0)=\frac{1}{n}x_0^{\frac{1}{n}-1}=\frac{\sqrt[n]{x_0}}{nx_0}(x_0\neq 0).$$

(7) formulaga asosan

$$\sqrt[n]{x_0+\Delta x}-\sqrt[n]{x_0}\approx\frac{\sqrt[n]{x_0}}{nx_0}\Delta x$$

yoki

$$\sqrt[n]{x_0+\Delta x}\approx\sqrt[n]{x_0}+\frac{\sqrt[n]{x_0}}{nx_0}\Delta x$$

bo'lib, (11) formula hosil bo'ladi.

1-misol. $\sqrt{4{,}01}$ hisoblansin.

Yechish. $\sqrt{4{,}01}=\sqrt{4+0{,}01}\approx\sqrt{4}+\frac{\sqrt{4}}{2\cdot 2^2}\cdot 0{,}01=2{,}0025.$

2-misol. $\sqrt[3]{27{,}03}$ hisoblansin.

Yechish. $\sqrt[3]{27{,}03} = \sqrt[3]{27 + 0{,}03} \approx \sqrt[3]{27} + \frac{\sqrt[3]{27}}{3\cdot 27} \cdot 0{,}03 = 3{,}0011.$

Urinma tenglamasini tuzish.Biz$y = f(x)$ funksiya $x = x_0$ nuqtada hosilaga ega bo'lsa, u holda $y = f(x)$ egri chiziqning x_0 absissali nuqtasiga o'tkazilgan urinmaning burchak koeffitsienti

$$k = f'(x_0) \qquad (1)$$

bo'lishini hamda shu $y = f(x)$ egri chiziqning x_0 absissali nuqtasiga o'tkazilgan urinma tenglamasi

$$y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)(2)$$

bo'lishini ko'rgan edik.

$y = f(x)$ egri chiziqning $x = x_0$ nuqtasidagi urinmaning k burchak koeffitsienti esa urinma bilan Ox o'qining orasidagi musbat yo'nalishi bo'yicha olingan α burchakning tangensiga teng:

$$k = tg\alpha.$$

1-misol. $f(x) = x^2 + 1$ parabolaning $M(1; 2)$ nuqtasiga o'tkazilgan urinma tenglamasi topilsin.

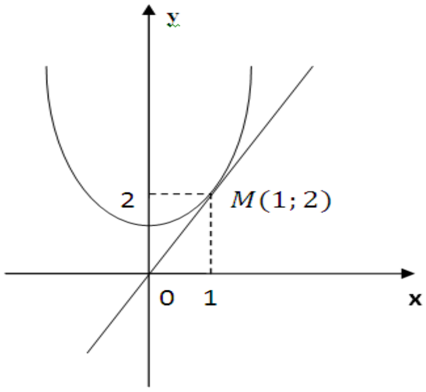
Yechish. Avval urinmaning burchak koeffitsientini topamiz. Buning uchun $f(x) = x^2 + 1$ funksiyadan hosila olamiz:

$$f'(x) = 2x.$$

(1) formulaga asosan$x_0 = 1$ nuqtada urinmaning burchak koeffitsienti

$$k = f'(x_0) = f'(1) = 2.$$

(2) tenglamaga muvofiq $f(x) = x^2 + 1$ funksiya grafigiga $M(1; 2)$ nuqtada o'tkazilgan urinma tenglamasi $y - 2 = 2(x - 1)$, ya'ni $y = 2x$ bo'ladi (1-chizma).



. 1-chizma

§3. Hosila yordamida tezlik va tezlanishni topish.

Jism $x(t)$ harakat qonuni bo'yicha to'g'ri chiziqli harakat qilganda $x(t)$ funksiyaning t vaqt bo'yicha hosilasi

$$v(t) = x'(t)$$

jisimning t paytdagi tezligidan iborat bo'lishi bizgama'lumdir. $v(t)$ tezlikning t vaqt bo'yicha hosilasi

$$a(t) = v'(t) = x''(t)$$

jisimning t paytdagi tezlanishi bo'ladi.

Aytaylik, jism

$$x(t) = pt^2 + qt + r \qquad (1)$$

qonuni bo'yicha harakatlanayotgan bo'lsin. U vaqtda jismning t pqytdagi tezligi:

$$v(t) = x'(t) = 2pt + q \qquad (2)$$

tezlanishi esa:

$$a(t) = v'(t) = x''(t) = 2p \qquad (3)$$

(3) dan ko'rinadiki. (1) qonun bo'yicha harakatlanayotgan jism tezlanishi o'zgarmas bo'ladi.

Agar $p > 0$ bo'lsa, harakat tekis tezlanuvchan, $p < 0$ bo'lsa, tekis sekinlanuvchan bo'ladi.

Aytaylik, jism biror qo'zg'almas o'q atrofida $\varphi = \varphi(t)$ qonun bo'yicha aylanma harakat qilayotgan bo'lsin. Aylanma harakatning □(t) burchak tezligi deb

$\varphi = \varphi(t)$ (rad) burchakning t vaqt davomida o’zgarish tezligiga aytiladi. $\omega(t)$ burchak tezlik $\varphi = \varphi(t)$ (rad) burchakdan t vaqt bo’yicha olingan hosilaga teng:

$$\omega(t) = \varphi'(t).$$

Aylanma harakatning $\varepsilon(t)$ burchak tezlanishi deb $\omega(t)$ burchak tezlikning t vaqt davomida o’zgarish tezligiga aytiladi. $\varepsilon(t)$ burchak tezlanish $\omega(t)$ burchak tezlanishdan t vaqt bo’yicha olingan hosilasiga teng:

$$\varepsilon(t) = \omega'(t).$$

1-misol. Jismning qo’zg’almas o’q atrofida

$$\varphi(t) = 3t^2 - 4t + 2 \; (\square ad)$$

qonuni bo’yicha aylanadi. Jisimning ixtiyoriy t momentidagi va $t = 4\ s$ dagi $\omega(t)$ burchak tezligi va burchak tezlanishini toping.

Yechish. Vaqtning ixtiyoriy t momrntidagi $\omega(t)$ burchak tezligi:

$$\omega(t) = \varphi'(t) = 6t + 4;$$

burchak tezlanishi: $\varepsilon(t) = \omega'(t) = 6.$

$t = 4\ s$ momentidagi burchak tezligi:

$$\omega(4) = \varphi'(4) = 20.$$

2-misol. Aylanib turgan maxovik to’rmizlangandan boshlab $t(s)$ da $\varphi(t) = 4t - 0.3t^2$ (rad) qonun bilan $\varphi(t)$ burchakka buriladi.

1) Maxovikning $t = 2\ s$ dagi burchak tezligi $\varphi(t)$ ni toping.

2) Vaqtning qanday momentida maxovik to’xtaydi?

Yechish. 1) Ixtiyoriy t momentdagi maxovikning $\omega(t)$ burchak tezligi:

$$\omega(t) = \varphi'(t) = 4 - 0.3 \cdot 2t = 4 - 0.6t\,;$$

$t = 2s$ momentdagi burchak tezligi:

$$\omega(2) = 2.8\frac{rad}{s};$$

3) $\omega(t) = 0$ deb, $t$vaqtni topamiz:

$$4 - 0.6t = 0,$$

$$0.6t = 4,$$

$$t = \frac{4}{0.6} = 6\frac{2}{3}.$$

Hosilaning funksiyalarni tekshirishga tadbiqi. Funksiya hosilasini bilish funksiya haqida xulosa chiqarish imkoniyatini beradi.

Quyida biz funksiyaning hosilasi bo'yicha uning o'suvchi yoki kamayuvchi bo'lishi haqida fikr yuritish mumkinligini ko'rsatamiz. $f(x)$ funksiya grafigiga x_0 nuqtada o'tkazilgan urinma bilan Ox o'qning musbat yo'nalishi orasidagi burchak o'tkir bo'lsa, bu burchakning tangensi musbat, ya'ni x_0 nuqtada funksiyaning $f'(x_0)$ hosilasi musbat ($f'(x_0) > 0$) bo'ladi. $f(x)$ funksiya grafigiga x_0 nuqtada o'tkazilgan urinma bilan Ox o'qining musbat yo'nalishi orasidagi burchak o'tmas bo'lsa, burchak tangensi manfiy, ya'ni x_0 nuqtada funksiyaning $f'(x_0)$ hosilasi manfiy ($f'(x_0) < 0$) bo'ladi. $y = f(x)$ funksiya grafigiga x_0 nutada o'tkazilgan urinma bilan Ox o'qning musbat yo'nalishi orasidagi burchak nolga teng bo'lsa, u holda bu burchakning tangensi nolga teng, ya'ni x_0 nuqtada funksiyaning $f'(x_0)$ hosilasi nolga teng ($f'(x_0) = 0$) bo'ladi.

1-teorema. *Agar* $f'(x_0) > 0$ *bo'lsa, shunday* $\delta > 0$ *son topiladiki,* $[x_0; x_0 + \delta]$ *oraliqdagi barcha x lar uchun f(x)<f(*x_0*) bo'ladi va* $[x_0 - \delta; x_0]$ *oraliqdagi barcha x lar uchun f(x)>f(*x_0*) bo'ladi.*

Boshqacha aytganda, *agar* $f'(x_0) > 0$ *bo'lsa,* $f(x)$ *funksiya* x_0 *nuqtada o'sadi*

Isbot. $f'(x_0) = \lim\limits_{x \to x_0} \dfrac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} > 0$

bo'lganidan limitning ta'rifiga ko'ra $\varepsilon = f'(x_0) > 0$ soni uchun shunday $\delta > 0$ son mavjudki, $[x_0 - \delta; x_0 + \delta]$ oraliqqa tegishli barcha $x \neq x_0$ lar uchun

$$\left| \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} - f'(x_0) \right| < f'(x_0)$$

tengsizlik bajariladi. Bundan

$$-\left(\frac{f(x) - f(x_0)}{x - \square_0} - f'(x_0) \right) < f'(x_0),$$

$$\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}-f'(x_0)>f'(x_0)$$

yoki

$$\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}>0 \qquad (1)$$

ekani kelib chiqadi.

$[x_0; x_0+\delta]$ oraliqdagi barcha x lar uchun $x-x_0>0$ bo'lgani uchun (1) tengsizlikdan $f(x)>f(x_0)$ bo'lishi kelib chiqadi.

$[x_0-\delta; x_0]$ oraliqdagi barcha x lar uchun $x-x_0<0$ bo'lgani sababli (1) tengsizlikdan $f(x)<f(x_0)$ bo'lishi kelib chiqadi. Shu bilan teorema isbot bo'ldi.

2-teorema.*Agar* $f'(x_0)<0$ *bo'lsa, shunday* $\delta>0$ *son topiladiki,* $[x_0; x_0+\delta]$ *oraliqdagi barcha* x *lar uchun* $f(x)<f(x_0)$ *bo'ladi va* $[x_0-\delta; x_0]$ *oraliqdagi barcha* x *lar uchun* $f(x)>f(x_0)$ *bo'ladi.*

Boshqacha aytganda, *agar* $f'(x_0)<0$ *bo'lsa, u holda* $f(x)$ *funksiya* x_0 *nuqtada kamayadi.*

Isbot.$p(x)=-f(x)$funksiyani qaraymiz.

Teoremaning shartiga ko'ra $p'(x_0)=-f'(x_0)>0$ bo'lgani uchun 1-teoremaga asosan $p(x)$ funksiya x_0 nuqtada o'sadi. Demak, shunday $\delta>0$ son topiladiki, $[x_0; x_0+\delta]$ oraliqdagi barcha x lar uchun$p(x)>p(x_0)$, ya'ni $-f(x)>-f(x_0)$ yoki $f(x)>f(x_0)$ tengsizlik bajariladi. $[x_0-\delta; x_0]$ oraliqdagi barcha x lar uchun$p(x)<p(x_0)$, ya'ni $-f(x)<-f(x_0)$ yoki $f(x)<f(x_0)$ bo'ladi. Shu bilan ikkinchi teorema isbot bo'ldi.

Funksiyaning o'suvchi (kamayuvchi) bo'lishining yetarli sharti quyidagi teoremada ifodalanadi.

3-teorema. *Agar* $f(x)$ *funksiya X oraliqning har bir nuqtasida musbat (manfiy) hosilaga ega bo'lsa, u hoolda* $f(x)$ *funksiya shu X oraliqda o'sadi (kamayadi).*

Bu teoremani isbotsiz qabul qilamiz.

1-misol.$y=x^{2n+1}$,$n\epsilon N$funksiyaning hosilasi

$$y' = (2n+1)x^{2n}$$

bo'lib, bu hosila koordinata boshidan $(x = 0)$ tashqari hamma joyda musbatdir.Shuning uchun $y = x^{2n+1}$ funksiya hamma joyda o'suvchi bo'ladi.

2-misol.$y = x^{2n}$,$n \epsilon N$funksiyaning hosilasi

$$y' = 2nx^{2n-1}$$

bo'lib, $x < 0$ da $y' < 0$va $x > 0,$ da $y' > 0.$ Shuning uchun $y = x^{2n}$ funksiya koordinata boshidan chapda kamayuvchi, koordinata boshidan o'ngda esa o'suvchi bo'ladi.

Funksiya biror intervalda o'suvchi bo'lib, boshqa bir intervalda esa kamayuvchi bo'lishi mumkin.Funksiya o'suvchi yoki kamayuvchi bo'lgan intervallarni funksiyaning monoton o'zgarish intervallari deyiladi.

Masalan, $f(x) = x^3$ funksiya o'zining aniqlanish sohasida bir xil monoton o'zgarish oralig'iga ega bo'ladi, ya'ni bu funksiya R da faqat o'suvchi bo'ladi.

1-misol. $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^3 + 3x + 1$ funksiyaning monoton o'zgarish intervallari topilsin.

Yechish. 1-usul. Berilgan funksiyaning hosilasini topamiz:

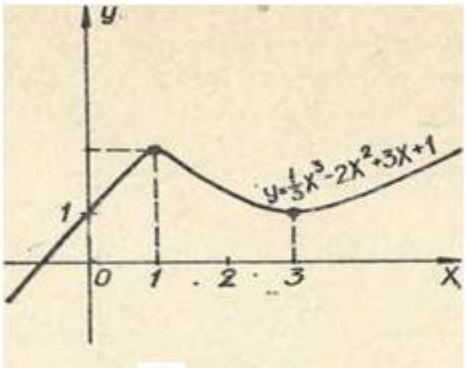
$$y' = x^2 - 4x + 3.$$

Bu hosila x ning hamma qiymatlarida uzluksiz.Hosila 0 ga aylanuvchi nuqtalarni topamiz. Buning uchun tenglamani yechamiz:

$$x^2 - 4x + 3 = 0 x_1 = 1, \quad x_2 = 3.$$

Demak, $y' = (x-1)(x-3)$.

Son to'g'ri chizig'ini (-∞; 1), [1;3), [3;+∞) intervallarga ajratamiz. Har bir intervalda hosila uzluksiz bo'lgani uchun uni ishorasi o'zgarmaydi. Xar bir intervaldagi hosilaning ishorasini aniqlab, quyidagicha jadval tuzamiz:



1 - чизма.

2-usul. Avval funksiyaning o'sish intervallarini topamiz.Buning uchun hosila qaysi oraliqlarda musbat bo'lishini bilish kerak.

$$y' = x^2 - 4x + 3 > 0$$

yoki

$$(x-1)(x-3) > 0.$$

tengsizlikni yechamiz. Natijada hosilaning [-∞; 1] va [3;+∞] intervallarda musbat bo'lishi kelib chiqadi. Shu tengsizlikning o'zidan hosila [1;3] intervalda manfiy bo'lishini topamiz. Demak funksiya bu intervalda kamayadi funksiya grafigi 1-chizmada ko'rsatilgan.

2-misol.$y = \frac{3}{3-x}$funksiyaning monoton o'zgarish intervallari topilsin.

Yechish.$y' = \frac{2}{(3-x)^2}$

Funksiyaning hosilasi $x = 3$ nuqtada uzulishiga ega bo'lib, x ning boshqa hamma qiymatlarida hosila uzliksiz bo'ladi.

Sonto'g'ri chizig'ni $[-\infty; 3]$ av $[3; +\infty]$ intervallargaajratamiz. Buintervallarningharbiridahosilauzluksizvao'zishorasinio'zgartirmaydi. Harbirintervaldahosilaningishorasinianiqlab, quyidagijadvalgaegabo'lamiz:

X	$[-\infty; 3]$	$[3; +\infty]$
y'	+	+
Y	o'sadi	o'sadi

Funksiyaningmaksimumvaminimumlari

Ta'rif. Agar $f(x)$ funksiyaninganiqlanishsohasidanolinganx$_0$nuqtaningshunday $[x_0 - \delta; x_0 + \delta]$ ($\delta > 0$)atrofini topish mumkinbo'lsaki, buatrofdagibarcha $x \neq x_0$laruchun

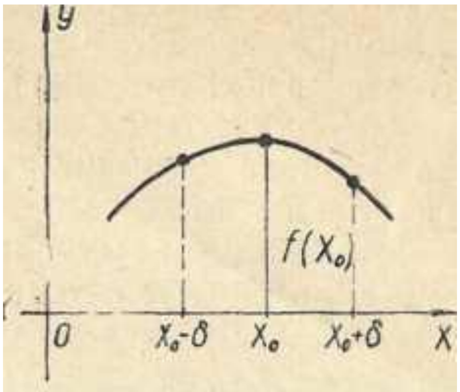
$$f(x) > f(x_0)$$

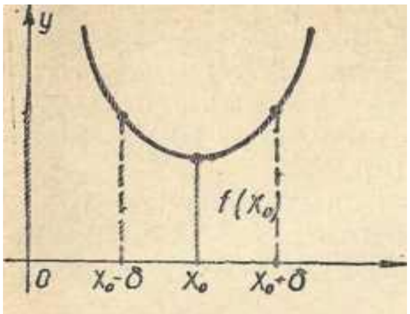
T1engsizlikbajarilsa, $f(x)$funksiyax$_0$nuqtadaminimumgaegadeyiladi.

x_0 nuqtani $f(x)$ funksiyaning*minimum nuqtasi*, $f(x_0)$ qiymatesa*f(x)*funksiyaning*x_0*nuqtadagi*minimum qiymati*deyiladi(1-chizma).

Ta'rif.

Agarf(x)funksiyaninganiqlanishsohasidanolinganx$_0$nuqtaningshunday $[x_0 - \delta; x_0 + \delta]$ ($\delta > 0$)*at*rofinitopishmumkinbo'lsaki, buatrofdagibarcha $x \neq x_0$laruchun -$f(x) < f(x_0)$





1-chizma 2-chizma

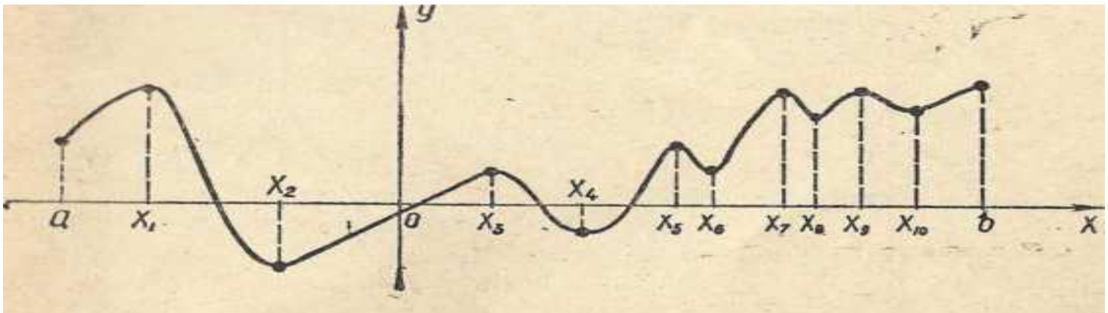
tengsizlik bajarilsa, f(x) funksiya x$_0$ nuqtada maksimumga ega deyiladi.

x_0 nuqta $f(x)$ funksiyaning *maksimum nuqtasi*, $f(x_0)$ qiymatesa *f(x)* funksiyaning *x_0* nuqtadagi *maksimum qiymati* deyiladi (1-chizma).

Shuni ta'kidlab o'tamizki, maksimum (minimum) ta'rifida funksiya *x_0* nuqtaning ikkala tomonida aniqlangan deb faraz qilinadi. „Maksimum" va „minimum" lotincha so'zlar bo'lib, eng katta va eng kichik degan ma'noni bildiradi.

Biz yuritayotgan muhokamada maksimum va minimum terminlari orqali x_0 nuqtaning yetarli kichik atrofida $f(x)$ funksiyaning o'zgarishi harakterlanadi.

Shuning uchun2-chizmada ko'rsatilganidek, bitta funksiyaning o'zi bir necha maksimum va minimumlarga ega bo'lishi, shu bilan birga funksiya minimumi shu funksiyaning maksimumidan katta bo'lishi mumkin. Shu sababli maksimum va minimum terminlarini funksiyaning aniqlanish sohasidagi uning eng katta va eng



3-chizma

kichikqiymatlari tushunchasi bilan bir xil deb qarash mumkin emasdir. 1-chizmadagi funksiya uchun x_1, x_3, x_5, x_7, x_9 nuqtalarda funksiya maksimumga, $x_2, x_4, x_6, x_8, x_{10}$ nuqtalarda esa funksiya minimumga ega, shu bilan birga funksiyaning x_{10}nuqtadagi minimumi $x_3$nuqtadagi maksimumidan kattadir.

Funksiyaning maksimum va minimum nuqtalari shu funksiyaning *ekstremum nuqtalari* deyiladi. Funksiyaning bu nuqtalardagi qiymatlari funksiyaning *ekstremumlari* deyiladi.

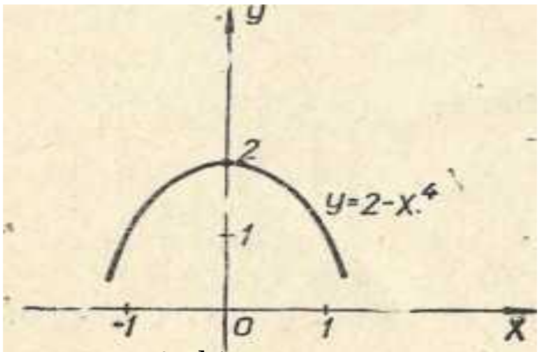
1-misol.$f(x) = 2 - x^4$ funksiya$x=0$ nuqtada maksimumga erishadi. Bu yerda$f(0) = 2$ va $x\neq 0$ lar uchun

$$f(x) - f(0) = (2 - x^4) - 2 = -x^4 < 0.$$

Demak, $x = 0$ nuqtaning ixtiyoriy atrofida

$$f(0) > f(x)$$

tengsizlik bajariladi (4-chizma). Shuning uchun funksiya$x = 0$ nuqtada $f(0) = 2$ maksimum qiymatga erishadi.



4-chizma 5-chizma

2-misol.$f(x) = 2 - 2|x|$funksiya$x = 0$nuqtada maksimumga ega. Bu yerda f (0) = 2 va$x\neq 0$ lar uchun

$$f(x) - f(0) = 2 - 2|x| - 2 = -2|x| < 0.$$

Demak, x=0 nuqtaning ixtiyoriy atrofida

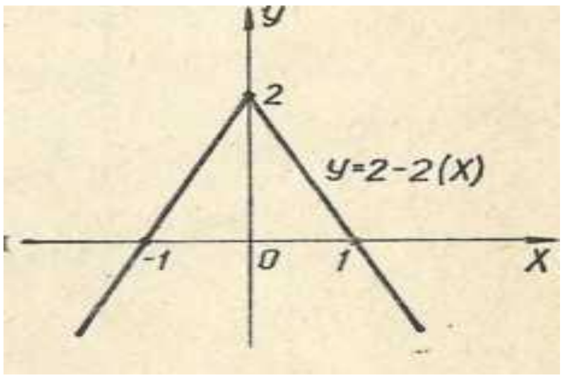
$$f(0) > f(x)$$

tengsizlik bajariladi (5-chizma). Shuning uchun funksiya x = 0 nuqtada f(0)=2 ga teng maksimum qiymatga erishadi.

Funksiyalarning maksimum va minimumlari nazariyasi hosila tushunchasi yordami bilan to'liq asoslanadi. Hosila tushunchasi asosida funksiyaning ekstre-mumi mavjud bo'lishi uchun zarur va yetarli shartlarni topa olamiz.

Ferma teoremasi.*Agar* x_0*nuqta*$f(x)$*funksiya uchun ekstremum nuqta bo'lib, bu nuqtada hosila mavjud bo'lsa, bu hosila nolga teng bo'ladi, ya'ni* $f'(x_0) = 0$.

Isbot. Aniqliq uchun $x_0$nuqtani maksimum nuqta deb hisoblaymiz va teoremani teskarisini faraz qilish yo'li bilan isbotlaymiz.



$f'(x_0) \neq 0$ bo'lsin. Unda ikki hol bo'lishi mumkin:

$f'(x_0) > 0$va$f'(x_0) < 0$

1. $f'(x_0) > 0$ bo'lsin. Mazkur paragrafning 1-punktidagi 1-teoremaga ko'ra shunday $\delta > 0$ son mavjudki, $[x_0; x_0 + \delta]$intervaldagi barcha x lar uchun

$f(x) > f(x_0)$ tengsizlik bajariladi. Bu tengsizlik x_0 ning maksimum nuqta bo'lishiga zidlik qiladi. Bundan $f'(x_0) > 0$ tengsizlikning noto'g'ri ekani kelib chiqadi.

2. $f'(x_0) < 0$ bo'lsin. U holda 1-punktning 2-teoremasigako'ra shunday $\delta > 0$ son mavjudki, $[x_0 - \delta; x_0]$ intervaldagi barcha x lar uchun $f(x) > f(x_0)$tengsizlik bajariladi. Bu tengsizlik x_0 ning maksimum nuqta bo'lishiga zidlik qiladi. Bundan $f'(x_0) < 0$tengsizlikning noto'g'ri ekani kelib chiqadi.

Shunday qilib, funksiyaning maksimum nuqtasida $f'(x_0)$hosila noldan katta ham, noldan kichik ham bo'la olmaydi. Demak, $f'(x_0) = 0$.

$x_0$nuqta minimum nuqta bo'lgan hol xam huddi shunday tekshirib chiqiladi.

$f'(x_0) = 0$ bo'lishi shu nuqtada $y = f(x)$ funksiya grafigiga o'tkazilgan urinmaning Ox o'qqa parallel ekanini bildiradi.

Demak, ekstremum nuqtalarda hosila mavjud bo'lsa, bu nuqtalarda hosila nolga teng.

Ferma teoremasi ekstremum mavjud bo'lishining zaruriy shartidir.

Boshqacha aytganda, biror x_0 nuqtada funksiya hosilasi nolga teng, ya'ni

$$f'(x_0) = 0$$

bo'lishi shu x_0 nuqtada ekstremumning mavjud bo'lishi uchun zaruriy shartdir.

$f'(x_0) = 0$ bo'lgan nuqtalar funksiyaning *kritik nuqtalari* deyiladi.

Biroq har bir kritik nuqtada funksiya ekstremumga erishavermaydi. Masalan, $f(x) = x^3$ funksiya uchun $f'(0) = 0$. Ammo bu nuqtada funksiya ekstremumga ega emas.$f(x) = x^3$funksiya hamma vaqt o'suvchi.

Shuning uchun ham biror nuqtada funksiya hosilasining nolga teng bo'lishi shu nuqtada funksiya ekstremumi mavjud bo'lishining faqat zaruriy shartidir.

Biz hosila nolga teng bo'lgannuqtalarni, ya'ni kritik nuqtalarni qarab chiqdik. Endi hosila mavjud bo'lmagan nuqtalarni qaraymiz. Bu nuqtalarda ham funksiyaning ekstremumi mavjud bo'lishi yoki mavjud bo'lmasligi mumkin.

1- mi s o l. $f(x) = |x| + \frac{3}{2}x$funksiyani$x = 0$ nuqtada tekshiraylik.

Bu funksiya x = 0 nuqtada hosilaga ega emas. Buni ko'rsatish uchun berilgan funksiyani

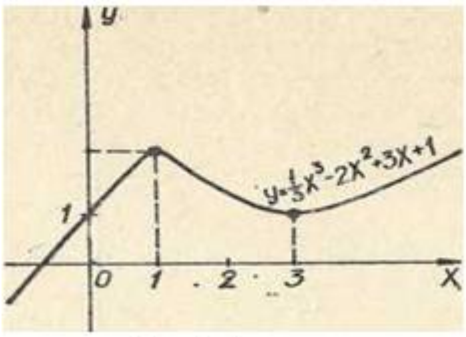
$$|x| = f(x) - \frac{3}{2}x$$

ko'rinishda yozamiz. Agar $f(x)$ funksiya x = 0 nuqtada hosilaga deb faraz qilinsa, u holda $f(x) - \frac{3}{2}x$ ham x = 0 nuqtada hosilaga ega bo'ladi. Lekin |x| funksiya x = 0 nuqtada hosilaga ega emas. Shuning uchun bu zidlik $f(x) - \frac{3}{2}x$ funksiyani x = 0 nuqtada hosilaga ega emasligini isbotlaydi.

Shunday qilib, berilgan funksiya x = 0 nuqtada hosilaga ega emas, shu bilan birga x = 0 nuqtada ekstremumga ham ega emasdir.

Demak, funksiya faqat kritik nuqtalarda yoki hosila mavjud bo'lmagan nuqtalardagina ekstremumga ega bo'lishi mumkin.

Bu holat funksiya ekstremuminiig mavjud bo'lishi uchun yetarli shartlarni izlashga undaydi.



6-chizma

1-teorema. $y = f(x)$ *funksiya biror* $(a; b)$ *intevalning, har bir nuqtasida hosilaga ega va bu intervalning* x_0 *nuqtasi funksiyaning kritik nuqtasi bo'lsin. Agar* x_0 *nuqtaning biror* $(x_0 - \delta; x_0 + \delta)$ *atrofida* x_0 *nuqtaning chap tomonida hosila musbat,* x_0 *nuqtaning o'ng tomonida esa hosila manfiy bo'lsa,* x_0 *nuqtada funksiya maksimumga ega bo'ladi.*

Bu teorema qisqacha quyidagicha ifodalanadi:

Agar f *(x)* hosila x_0 kritik nuqtadan o'tishda ishorasini plyusdan minusga o'zgartirsa, funksiya x_0 nuqtada maksimumga ega bo'ladi.

Isbot. Funksiya $(a;b)$ intervalning har bir nuqtasida hosilaga ega bo'lgani uchun funksiya bu intervalda uzluksiz bo'ladi. $(x_0-\delta;x_0)$ intervalda $f'(x)$ hosila musbat, $(x_0;x_0+\delta)$ intervalda esa $f'(x)$ hosila manfiy bo'lgani uchun bu holda $(x_0-\delta;x_0)$ intervalda funksiya o'sadi. Shuning uchun $x\epsilon(x_0-\delta;x_0)$ bo'lganda $f(x)<f(x_0)$. $(x_0;x_0+\delta)$ intervalda $f'(x)<0$ bo'lib, $f(x)$ funksiya kamayuvchi bo'ladi. Shuning uchun $x\epsilon(x_0;x_0+\delta)$ bo'lganda $f(x_0)>f(x)$ (6-chizma).

Shunday qilib, x_0 nuqtaning $(x_0-\delta;x_0+\delta)$ atrofida $f(x_0)>f(x)$ tengsizlik bajariladi.

Demak, *f(x)* funksiya x_0 nuqtada maksimumga ega bo'ladi.

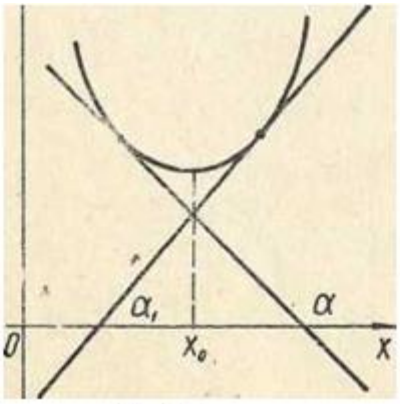
2. teorema. $y=f(x)$ *funksiya biror* $(a;b)$ *intervalning har bir nuqtasida hosilaga ega va bu intervalning* x_0 *nuqtasi funksiyaning kritik nuqtasi bo'lsin. Agar* x_0 *nuqtaning biror* $(x_0-\delta;x_0+\delta)$ *atrofida* x_0 *nuqtaning chap tomonida hosila manfiy* x_0 *nuqtaning o'ng tomonida hosila musbat bo'lsa,* x_0 *nuqtada funksiya minimumga ega bo'ladi.*

Bu teorema qisqacha quyidagicha ifodalanadi:

Agar f (x) hosila x_0 *kritik nuqtadan o'tishda ishorasini minusdan plyusga o'zgartsa, funksiya* x_0 *nuqtada minimumga ega bo'ladi.*

Isbot. $(x_0-\delta;x_0)$ intervalda $f'(x)$ hosila manfiy bo'lgani uchun bu intervalda funksiya kamayuvchi bo'ladi. Shuning uchun $x\epsilon(x_0-\delta;x_0)$ bo'lganda $f(x)>f(x_0)$. $(x_0;x_0+\delta)$ intervalda $f'(x)>0$ bo'lgani uchun bu intervalda funksiya o'suvchi bo'ladi. Shuning uchun $x\epsilon(x_0;x_0+\delta)$ bo'lganda $f(x)>f(x_0)$ bo'ladi.

3. teorema. Agar x_0 kritik nuqtaning biror Shunday qilib, x_0 nuqtaning $(x_0-\delta;x_0+\delta)$ atrofida $f(x)>f(x_0)$ tengsizlik bajariladi. Demak, $f(x)$ funksiya x_0 nuqtada minimumga ega bo'ladi.



7-chizma.

atrofida funksiya hosilasi x_0 nuqtaning chap vao'ng tomonida bir xil ishoraga ega bo'lsa, funksiya x_0 nuqtada ekstremumga ega bo'lmaydi.

Isbot.$x_0$nuqtaning $(x_0-\delta; x_0+\delta)$ atrofida *f(x)*funksiyaning hosilasi $x_0$nuqtaning chap va o'ng tomonida bir xil ishoraga, masalan, plyus ishoraga ega bo'lsin (7-chizma). U holda olingan intervalda funksiyahamma vaqt o'suvchi bo'ladi.Shuning uchun nuqtada funksiya ekstremumga ega bo'lmaydi.

Agar $(x_0-\delta; x_0+\delta)$ atrofida funksiyaning hosilasi x_0 nuqtaning chap vao'ng tomonida manfiy ishoraga ega bo'lsa, olingan intervalda funksiya hamma vaqt kamayuvchi bo'ladi. Shuning uchun $x_0$nuqtada funksiyaekstremumga ega bo'lmaydi.

Yuqoridaisbot qilingan teoremalardan $y = f(x)$ funksiyaning ekstremumini topish uchun quyidagi qoida kelib chiqadi:

1. $y = f(x)$funksiyaning hosilasi topiladi.

2. Topilgan f (x) hosilani nolga tenglab, tenglamaning ildizlari, ya'ni kritik nuqtalar topiladi.

3. $y = f(x)$funksiyaning aniqlanish sohasi ichida yotuvchi, hosila mavjud bo'lmagan nuqtalar topiladi, (Bu nuqtada funksiyaning o'zi uzluksiz bo'lishi talab qilinadi.)

4. Kritik nuqtalarning vahosila mavjud bo'lmagan nuqtalarning chap va o'ng tomonlarida $f'(x)$hosila ishorasi aniqlanadi.

Aytaylik, $x_0$nuqta kritik nuqta yoki hosila mavjud bo'lmagan nuqtabo'lsin. Agar $x < x_0$ bo'lganda $f'(x) > 0(f'(x) < 0)$bo'lsa va hosila $x_0$nuqtaning o'ng tomonida, ya'ni $x > x_0$ bo'lganda $f'(x) < 0$ ($f'(x) > 0$)bo'lsa, x_0 nuqtada $f(x)$ funksiya maksimumga (minimumga) ega bo'ladi. Agar $x < x_0$ va $x > x_0$ bo'lganda $f'(x) > 0$ bo'lsa yoki $f'(x) < 0$ bo'lsa, x_0 nuqtada funksiya ekstremumga ega bo'lmaydi.

Quyidagi funksiyalarning ekstremumlari topilsin.

1-misol. $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - x^2 - 4x + 1.$

Yechish. 1.Hosilani topamiz: $f'(x) = 2x^2 - 2x - 4.$

2. Hosilani nolga tenglab, tenglamaning ildizlarini topamiz.

$2x^2 - 2x - 4 = 0$ yoki $x^2 - x - 2 = 0,$

$$x_1 = -1; \quad x_2 = 2.$$

Demak, kritik nuqtalar: $x_1 = -1; \quad x_2 = 2.$

3. Hosila mavjud bo'lmagan nuqtalar yo'q. Berilgan funksiya hosilasi hamma joyda aniqlangan va uzliksiz.

4. Sonlar o'qini nuqtalar yordamida uchta

$(-\infty; -1)$, $[-1; 2)$ va $[2; +\infty)$

intenvallarga ajratamiz:

5. Endi -1 nuqtadan chapdagi, ya'ni $(-\infty; -1)$, intenvaldagi nuqtani masalan, -2 nuqtani olamiz. Bu nuqtada $f'(-2) = 8 > 0$ demak, -1 nuqtaning chap tomonida hosila musbat.

Endi -1 nuqtaning o'ng tomonida yotuvchi, ya'ni[-1;2) intenvalni yotuvchi nuqtani, masalan, O nuqtani olamiz. Bu nuqtada $f'(0) = -4 < 0$. Demak $[-1; 2)$ intenvalda hosila manfiy.

Shunday qilib , hosila $x = -1$ kritik nuqtaning chap tomonida musbat. O'ng tomonida esa , ya'ni [-1;2) intenvalda manfiy bo'ladi. Shuning uchun $x = -1$ nuqtada funksiya maksimumga ega bo'lib, maksimum qiymati

$$f_{max}(-1) = 3\frac{1}{3}.$$

Endi $x = 2$ kritik nuqtaga o'tamiz.

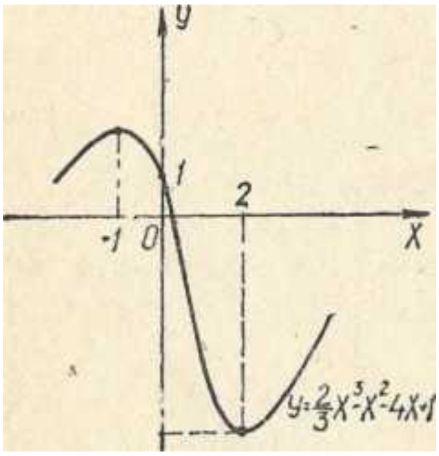
6. 2 nuqtaning chap tomonidagi [-1;2) intenvalda hosilaning manfiy bo'lishini ko'rdik. 2 nuqtaning o'ng tomonidagi nuqtani ya'ni [2;+∞) intenvaldagi nuqtani olamiz, masalan, 3 nuqtani olaylik $f'(3) = 8 > 0$. Demak $x = 2$ nuqtaning o'ng tomonida hosila musbat. Shuning uchun 2 nuqtada funksiya minimumga ega bo'lib, uning qiymati:

$$f_{min}(2) = -5\frac{2}{3}$$

7. Olingan natijani jadval ko'rinishida yozamiz.

x	$(-\infty;-1)$	$x = -1$	$[-1;2)$	$x = 2$	$[2;+\infty)$
f(x)	$+$	0	$-$	0	$+$
f(x)	o'sadi	$f(-1) = 3\frac{1}{3}$ maksimum	kamayadi	$f(2) = -5\frac{2}{3}$ minimum	o'sadi

Funksiya grafigi quyidagi chizmada tasvirlangan

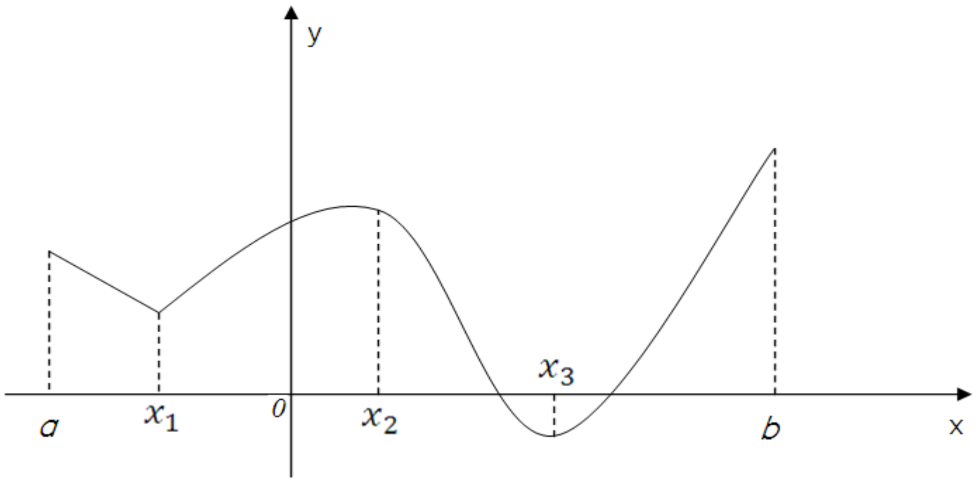


Funksiyalarning eng katta va eng kichik qiymatlari.

Hozirga qadar biz funksiyaning berilgan nuqtadagi maksimum va minimumlari haqidagi, ya'ni berilgan nuqtaning yetarlicha kichik atrofidagi funksiyaning eng katta va kichik qiymatlari haqidagi masalani qarab chiqdik.

Endi funksiyaning biror $[a; b]$ kesmadagi eng katta va eng kichik qiymatlarini topish haqidagi masalani qaraymiz. $[a; b]$ kesmada uzluksiz bo'lgan

$f(x)$funksiyaning grafigi 1-chizmada ko'rsatilgan. Berilgan funksiya x_2 nuqtada maksimumga ega, x_1 va x_3 nuqtalarda esa minimumga ega. Funksiya $[a;b]$ kesmada eng kichik qiymatiga x_3 nuqtada erishib, bu nuqtadagi funksiyaning minimum qiymati $[a;b]$ kesmadagi



1-chizma.

funksiyaning minimum qiymatlaridan eng kichigidir. Funksiya o'zining eng katta qiymatiga kesmaning o'ng chetidagi b nuqtada erishadi, bu nuqtada funksiya ekstremumga ega emas, chunki funksiya b nuqtadan o'ngda aniqlanmagan. Shunday qilib, $[a;b]$ kesmada uzluksiz bo'lgan funksiyaning eng katta va eng kichik qiymatlarini topish uchun quyidagi qoida kelib chiqadi.

1. $f(x)$ funksiyaning $[a;b]$ kesma ichida yotuvchi barcha kritik nuqtalari va hosilasi mavjud bo'lmagan nuqtalari topiladi.

2. Bu nuqtalarda funksiyaning qiymatlari topiladi.

3. $[a;b]$ kesmaning chetki nuqtalaridagi funksiyaning qiymatlari topiladi. Funksiyaning topilgan bu qiymatlari ichida eng kattasi funksiyaning $[a;b]$ kesmadagi eng katta qiymati bo'lib, ular ichida eng kichigi esa funksiyaning $[a;b]$ kesmadagi eng kichik qiymati bo'ladi.

1 – misol. $f(x) = x^2 - 2x + 3$ funksiyaning $[0;2]$ kesmadagi eng katta va eng kichik qiymatlari topilsin.

Yechish. 1. Berilgan funksiyaning hosilasini topamiz:

$$f(x) = 2x - 2$$

2. Kritik nuqtalarni topamiz:

$2x - 2 = 0, \quad x = 1$.

Demak, kritik nuqta birgina bo'lib, $[0; 2]$ kesma ichida yotadi.

3. $x = 1$ kritik nuqtadagi funksiya qiymatini topamiz :

$$f(1) = 1^2 - 2 \cdot 1 + 3 = 2$$

4. $[0; 2]$ kesmaning chetlaridagi funksiya qiymatlarini topamiz:

$f(0) = 3, \; f(2) = 3$.

Funksiyaning topilgan qiymatlari ichida eng kattasi $f(0) = f(2) = 3$ va eng kichigi $f(1) = 2$ bo'ladi. Shuning uchun berilgan funksiyaning $[0: 2]$ kesmadagi eng katta qiymati 3 ga, eng kichik qiymati esa 2 ga teng bo'ladi. Bu qisqacha quyidagicha yoziladi:

$$\max_{[0;2]} f(x) = f(2) = 3,$$

$$\min_{[0;2]} f(x) = f(1) = 2.$$

2-misol. Perimetri $2p$ bo'lganto'g'ri to'rtburchaklar ichidan yuzi eng katta bo'lganini toping.

Yechish. Biz tekshiradigan funksiya to'g'ri to'rtburchakning yuzidan iborat bo'ladi. Bu funksiya $S = xy$ ko'rinishida bo'ladi. Masalaning shartiga asosan $2x + 2y = 2p$yoki $x + y = p$. Bu yerda *y* ni *x* orqali ifodalab, uning bu qiymatini S ga qo'yamiz: $S = x \cdot (p - x)$.

Bundan:

$S(x) = px - x^2$.

Bu yerda $0 \le x \le p$ekani ravshan. Shunday qilib,

$$S(x) = px - x^2$$

funksiyaning [0; p] kesmadagi eng katta qiymatini topish talab qilinadi.

1. Funksiyaning hosilasini topamiz:

$$S'(x) = p - 2x.$$

2. Kritik nuqtalarni topamiz:

$$p - 2x = 0,$$

$$x = \frac{p}{2}.$$

3.$x = \frac{p}{2}$ kritik nuqtadagi funksiyaning qiymatini topamiz:

$$S(\frac{p}{2}) = p \cdot \frac{p}{2} - (\frac{P}{2})^2 = \frac{p^2}{4}$$

4. [0;p] kesmaning chetlaridagi funksiyaning qiymatlarini topamiz:

$$S(0) = 0,$$

$$S(p) = 0.$$

Demak, funksiyaning [0;p] kesmadagi eng katta qiymati $S(\frac{p}{2}) = \frac{p^2}{4}$ bo'ladi.

Endi y ni topamiz:

$y = p - x = p - \frac{p}{2} = \frac{p}{2}$, ya'ni $x = y$.

Shunday qilib, izlanayotgan to'g'ri to'rtburchak tomoni $\frac{p}{2}$ dan iborat bo'lgan kvadrat bo'ladi.

3-misol. Jism $s(t) = -t^3 + 9t^2 + 24t - s$ qonun bo'yicha to'g'ri chiziqli harakat qiladi, bunda s(t) — yo'l (metr hisobida) va t vaqt (sekund hisobida). Vaqtning qanday paytida jism harakatining tezligi eng katta bo'ladi va tezlikning miqdori qancha bo'ladi?

Yechish. Jism harakatining tezligi yo'ldan vaqt bo'yicha olingan hosilaga teng:

$\upsilon(t) = s'(t) = -3t^2 + 18t + 24$yoki$\upsilon(t) = -3t^2 + 18t + 24$.(1)

Shunday qilib, berilgan masalani yechish (1) funksiyaning ekstremiumini tekshirish masalasiga keltirildi.

1. (1) funksiyadan hosila olamiz.$\upsilon'(t) = -6t + 18$

2. Kritik nuqtalarni topamiz:

$$-6t + 18 = 0 \ , t = 3$$

Demak, (1) funksiya birgina kritik nuqtaga ega.

3. Endi $t = 3$ nuqtaning chap va o'ng tomonidagi hosila ishorasini aniqlaymiz:

$t < 3$ bo'lganda $\upsilon'(3) > 0$,

$t > 3$ bo'lganda $\upsilon'(3) < 0$.

Shunday qilib, hosila$t = 3$ nuqtadan o'tishda oz ishorasini plyusdan minusga o'zgartiradi. Shuning uchun $t = 3s$ bo'lganda jismning tezligi maksimum, ya'ni eng katta bo'ladi va $t = 3$ paytidagi eng katta tezlikning miqdori$\upsilon(3) = -3 \cdot 3^2 + 18 \cdot 3 + 24 = 51 \frac{m}{s}$ bo'ladi.

4-misol. Berilgan V hajmga ega bo'lgan barcha silindrlar ichidan to'la sirti eng kichik bo'lganini toping.

Yechish: Silindrning hajmi: $V = \pi R^2 H$, bundan $H = \frac{V}{\pi R^2}$; to'la sirti:

$$S = 2\pi R^2 + 2\pi R \cdot \frac{V}{\pi R^2},$$

$$S(R) = 2\pi R^2 + \frac{2V}{R} \ . \qquad (3)$$

Shunday qilib, qo'yilgan masalani yechish (3) funksiyani tekshirishga keltiriladi.

1. (3) funksiyaning hosilasini topamiz:

$$S'(R) = 4\pi R - \frac{2V}{R^2}.$$

2. Kritik nuqtalarini topamiz:

$$4\pi R - \frac{2V}{R^2} = 0\,, \qquad 4\pi R^3 - 2V = 0\,,$$

$$2\pi R^3 - V = 0\ ,\ \ R^3 = \frac{V}{2\pi}\ ,\ \ R = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}\ .$$

3. $R = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$ atrofida hosilaning ishorasini aniqlaymiz. Buning uchun hosilani quyidagicha yozamiz:

$$S'(R) = \frac{4\pi R^3}{R^2} = \frac{4\pi\left(R^3 - \frac{V}{2\pi}\right)}{R^2} =$$

$$= \frac{4\pi\left(R - \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}\right)\cdot\left(R^2 + R\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}} + \sqrt[3]{\frac{V^2}{2\pi^2}}\right)}{R^2}\ .$$

$R < \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$ bo'lganda $S'(R) < 0$,

$R > \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$ bo'lganda $S'(R) > 0$.

bo'lib, hosila o'z ishorasini minusdan plyusga o'zgartiradi. Shuning uchun $R = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$ da funksiya minimumga ega bo'ladi. Silindrning radiusi: $R = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$; balandligi:

$$H = \frac{V}{\pi \cdot \sqrt[3]{\frac{V^2}{4\pi^2}}} = \frac{V\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}}{\pi\sqrt[3]{\frac{V^2}{4\pi^2}} \cdot \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}} = \frac{V \cdot R}{\pi \cdot \frac{V}{2\pi}} = 2R \ .$$

Demak, silindrning balandligi asos radiusining ikkilanganiga teng bo'lganda V hajmli silindrning to'la sirti eng kichik bo'ladi.

"Argument va funksiya orttirmasi. Hosila, uning geometrik va fizik ma'nosi" mavzusidagi mashg'ulotning tavsilotlari

1. Mashg'ulotning maqsadi:

a) ***ta'limiy*** – o'quvchilar tomonidan hosilaning ta'rifini va mohiyatini, uning geometrik va fizik ma'nosini egallanishiga erishish. O'quvchilarda masalalar yechish bo'yicha amaliy ko'nikmalar hosil qilish;

v) ***rivojlantiruvchi*** **–** o'quvchilarda kuzatish, taqqoslash, tahlil qilish, umumlashtirish, xulosa chiqarish usullarini qo'llash bo'yicha ko'nikmalarni shaklllantirish va mustahkamlash;

s) ***tarbiyaviy*** – o'quvchilarda hosilaning amaliyotda qo'llanilishi bo'yicha tasavvurlar hosil qilish orqali matematikaga va o'rganilayotgan mavzuga qiziqish uyg'otish;

d) ***amaliy*** – o'quvchilarda hosilaning geometrik va fizik ma'nosiga doir amaliy-tadbiqiy masalalarni yechish bo'yicha ko'nikmalar hosil qilish.

2. Mashg'ulot turi: amaliy.

3. Ko'rgazmali qurollar va texnik vositalar:

- savollar tizimi yozilgan slaydlar;

- muammo va masalalar shartlarini ifodalovchi chizmalar va grafiklar;
- masalalarni yechish namunalari yozilgan slaydlar;
- masalalar matni yozilgan kartochkalar va slaydlar;
- kompyuter va proektor.

Tayanch tushunchalar

1. Funksiya tushunchasi.
2. Funksiyaning aniqlanish sohasi va qiymatlar to‘plami.
3. Chiziqli funksiya.
4. Kvadratik funksiya.
5. Darajali funksiya.
6. Funksiyaning o‘sishi va kamayishi.
7. Funksiyaning grafigi.
8. To‘g‘ri chiziqning burchak koeffitsentli tenglamasi.
9. Urinma. Urinma tenglamasi
10. Argument orttirmasi.
11. Funksiya orttirmasi.
12. Hosila tushunchasi.
13. Hosilaning geometrik ma‘nosi.
14. Hosilaning fizik ma‘nosi.

2. O’tilgan tayanch tushunchalarni takrorlash uchun “Blits so’rov” savollari (1-ilova)

1. Funksiya nima? Funksiyaning aniqlanish va o‘zgarish sohasini izohlang.
2. Funksiya va funksiya Argumenti nima ?

3. O‘suvchi va kamayuvchi funksiyani izohlang. Misollar keltiring.

4. Funksiyaning grafigi deganda nimani tushunasiz?

5. Egri chiziqqa o‘tkazilgan urinma va kesuvchi nima?

6. To‘g‘ri chiziqning burchak koeffitsenti tenglamasi va urinma tenglamasi o‘zaro bog‘liqmi?

7. To‘g‘ri chiziqning burchak koeffitsentli tenglamasini yozing va burchak koeffitsentini ko‘rsating.

8. Funksiyaning nuqtadagi vaoraliqdagi limitini izohlang.

9. Funksiyaning uzluksizligini izohlang.

10. Qachon funksiyani o‘suvchi yoki kamayuvchi deyiladi?

11. Doimiy funksiyaga misollar keltiring.

12. Chiziqli funksiyaga misollar keltiring.

13. Kvadratik funksiyaga misollar keltiring.

Yangi mavzuning bayoni

Argument va funksiya orttirmasi tushunchasini kiritish va ularni topish ko‘nikmalarini ko‘rgazmalilik asosida shakllantiriladi.

XULOSA

Ushbu bitiruv malakaviy ishda hosila tushunchasi matematik analizning muhim, fundamental tushunchalaridan biri ekanligi ta’kidlanib uni kiritilishiga amaliyotning bir qator masalalarini jism to’g’ri chiziqli harakat qilganda uning tezligini hisoblash, sterjenning chiziqli zichligini hisoblash, jismning issiqlik sig’imini hisoblash masalalarini yechish turtkibo`lganligi yoritilgan.

Hosila tushunchasi muhim tadbiqlarga ega ekanligi bois, eng bitiruv malakaviy ishda hosila, tushunchasi, uni xisoblash qoidalari, uning geometrik va mehanik ma`nolari yoritilgan. Bundan tashqari unda differensialluvchanlik va uzluksizlik orasidagi bog`liqlik ham yoritilgan. Unda asosiy elementlar funksiyalar, murakkab funksiyalar va teskari funksiyalarni hosilalarini topish formulalari keltirilgan.

Bitiruv malakaviy ishning yakunida esa hosilaning taqribiy xisoblashlarda, geometrik masalalarda, fizik masalalarni yechishga, funksiyalarni tekshirishga hamda funksiyalarning eng katta va eng kichik qiymatlarini topishga tadbiqlari yetarlicha masalalar yordamida bayon qilingan.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati

1. I.A.Karimov "Yuksak ma'naviyat – yengilmas kuch" Toshkent 2009 y.
2. I.A.Karimov "Barkamol avlod - O'zbekiston taraqqiyotining poydevori" Toshkent 1998 y.
3. I.A.Karimov "O'zbekiston XXI asrga intilmoqda" Toshkent 2000 y.
4. O'zbekiston Respublikasining "Ta'lim to'g'risida"gi qonuni. Kadrlar tayyorlash milliy dasturi. T.:SHarq. 1997.
5. Alimov SH.A., Xolmuxamedov O.R., Mirzaahmedov M.A. "Algebra–7". T.: "O'qituvchi" – 2009.
6. Alimov SH.A., Xolmuxamedov O.R., Mirzaahmedov M.A. "Algebra–8". T.: "O'qituvchi" – 2010.
7. Alimov SH.A., Xolmuxamedov O.R., Mirzaahmedov M.A. "Algebra–9". T.: "O'qituvchi" – 2010.
8. A.U.Abduxamidov, X.A.Nasimov, U.M.Nosirov, J.X.Xusanov. Algebra va matematik analiz asoslari. 1-qism. "O'qituvchi". T.: 2008.
9. A.U.Abduxamidov, X.A.Nasimov, U.M.Nosirov, J.X.Xusanov. Algebra va matematik analiz asoslari. 2-qism. "O'qituvchi". T.: 2010.
10. Farberman B. L. Ilgor pedagogik texnologiyalar. T.: Fan. 2000
11. Ishmuxamedov R.J. Innovatsion texnologiyalar yordamida ta'lim samaradorligini oshirish yo'llari. TDPU. T.: 2004 .
12. J.G.Yo'ldoshev, S. A. Usmonov. Pedagogik texnologiya asoslari. T.O'kituvchi. 2004.
13. Mamedov K. va b. Pedagogik texnologiyalar va pedagogik maxorat. T.2003
14. Farberman. B. L. Oliy o'quv yurtlarida o'qitishning zamonaviy usullari.T. 2002.
15. A.V.Norinidrugie. Sbornikzadachpomatematikedlyapostupayщixvvuzы. M., 2005.
16. A.N.Rurukin. Matematika. M., 2004.
17. S.I.Novoselov. Obratnыetrigonometricheskiefunksii. M., 1950.
18. V.S.Kramor. Povtoryaemisistematiziruemshkolnыykursalgebrыinachalanaliza. M., 1990.
19. A.Axlimirzaev. Matematika. I-qism. Andijon, 2005.