

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O'RTA  
MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI**

**BUXORO DAVLAT UNIVERSITETI**

**QOSIMOV F.M.**

**QOSIMOVA M.M.**

**MATEMATIKA**

**(Boshlang'ich ta'lim yo'nalishi bo'yicha tahsil  
olayotgan talabalar uchun)**

**BUXORO – 2006**

**Matematika. (Tuzuvchilar: F.M.Qosimov, M.M.Qosimova)  
Buxoro davlat universiteti, 2006, – bet.**

**Mazkur usuliy qo'llanmada boshlang'ich ta'lim yo'nalishi bo'yicha tahsil olayotgan kunduzgi va maxsus sirtqi bo'lim (II bosqich) talabalari uchun matematika fanining “Nomanfiy butun sonlar”, “Sanoq sistemalari”, “Sonlarning bo'linishi”, “Son tushunchasini kengaytirish” mavzulari yuzasidan nazariy materiallar, mustaqil yozma nazorat ish topshiriqlari hamda uni bajarishga oid uslubiy ko'rsatmalar berilgan.**

**Qo'llanma pedagogika va jismoniy madaniyat fakulteti ilmiy kengashining qaroriga binoan chop etishga tavsiya etilgan.**

**Mas'ul muharrir: fizika-matematika fanlari nomzodi, dotsent  
Axmedov H.H.**

**Taqrizchilar: Sh.R.Rayhonov – p.f.n., dotsent  
A.G'.Hayitov – p.f.n., dotsent**

**Buxoro davlat universiteti fundamental kutubxonasi,  
Muhammad Iqbol ko'chasi, 11-uy.**

## KIRISH

Respublikamizning kelajakda gullab yashnashi ko'p jihatdan o'sib kelayotgan bilimdon yoshlarga bog'liq. Albatta bunday yoshlarga ta'lim-tarbiya beruvchi o'qituvchi yuqori kasbiy bilim va mahoratga ega bo'lmog'i darkor. Hurmatli yurtboshimiz I.A.Karimov aytganlaridek "Hozirgi zamon kadrlari yuqori kasbiy mahoratga ega bo'libgina qolmay, balki har jihatdan ma'lumotli, o'z sohalarining bilimdoni, tashabbuskor, muammolarni hal qilishga ijodiy yondashadigan kishilar bo'lishi lozim".

Boshlang'ich ta'lim va sport, tarbiyaviy ish(5141600) ta'lim yo'nalishi o'quv rejasida matematika fanidan talabanning mustaqil ishi uchun 232 soat ajratilgan. Bu hamma 570 soatning 40,7 foizini tashkil etadi. Shu ta'lim yo'nalishining maxsus sirtqi bo'limi talabalarining mustaqil ta'limi uchun ancha ko'p, ya'ni hamma o'quv soatining 70%ini tashkil etuvchi vaqt ajratilgan.

Universitet talabalarining bilimni baholashning reyting tizimi to'g'risidagi muvaqqat nizomga asosan maxsus sirtqi va sirtqi bo'limda tahsil olayotgan talabanning mustaqil ta'lim olishi - ta'lim jarayonining asosiy komponenti ekanligini inobatga olib, mustaqil ta'lim O.B. shaklida 50 ballik tizimda baholanadi.

Biz boshlang'ich ta'lim va sport, tarbiyaviy ish (5141600) ta'lim yo'nalishi bo'yicha tahsil olayotgan II bosqich talabalari uchun matematika fanidan "Nomanfiy butun sonlar", "Sanoq sistemalari", "Sonlarning bo'linishi" va "Son tushunchasini kengaytirish" mavzulari yuzasidan qisqacha nazariy materiallarni keltirish bilan birga shu mavzularga oid mustaqil yozma nazorat ishlari hamda ularni bajarish yuzasidan usuliy ko'rsatmalarni ham berdik.

Mustaqil yozma-nazorat ish oldidagi asosiy maqsad – bo'lajak boshlang'ich sinf o'qituvchisining matematika

fanidan nazariy-uslubiy tayyorgarligini aniqlash, topshiriqlarni mustaqil bajarishga o'rgatishdan iborat.

Har bir talabanning mustaqil nazorat ishi 10 ta topshiriqni o'z ichiga oladi. Unda nomanfiy butun sonlarni to'plamlar nazariyasi, aksiomatik asosda va kesmalarni o'lchash natijasi sifatida qurish, sanoq sistemalari, sonlarning bo'linishi va son tushunchasini kengaytirishga doir mavzularga oid o'quv topshiriqlari o'z ifodasini topadi.

Talabalarning mustaqil ishlarini bajarish uchun ularga Nizomiy nomidagi TDPU tomonidan tasdiqlangan matematika o'quv dasturi (tuzuvchilar p.f.n. N.A.Hamidova, Z.Ibragimova)ni keltirib, mustaqil yozma nazorat ishi topshiriqlarini bajarish bo'yicha uslubiy ko'rsatma va test topshiriqlari namunalarini berishni ham lozim topdik.

**Tuzuvchilardan.**

## Nazariy materiallar yuzasidan ba'zi tushunchalar.

### $Z_0$ ni tuzishdagi har xil yondoshishlar.

1,2,3,4,... sonlar natural sonlar deb ataladi. Natural son tushunchasi matematikaning asosiy tushunchalaridan biridir. U butun matematika fani singari kishilar amaliy faoliyatlaridagi ehtiyojlar natijasida vujudga kelgan. U dastlab amaliy xarakterdagi borgan sari murakkablashib boruvchi masalalarni yechish jarayonida asta-sekin vujudga kela boshlagan. Turli-tuman chekli to'plamlarni bir-biri bilan taqqoslash zarurati kishilarning natural sonlarni yaratishlariga sabab bo'ldi...

Nomanfiy butun sonlar to'plamini nazariy talqin etishning turli xil yo'llari mavjud.

1) Nomanfiy butun sonlar to'plamini aksiomatik nuqtai nazaridan qurish.

Bunday talqinda nomanfiy butun sonlar to'plamining aksiomatik ta'rifi berilib, bu to'plam elementlari ustida qo'shish va ko'paytirish amallarining ham aksiomatik ta'rifi kiritiladi. Ayirish va bo'lishlar qo'shish hamda ko'paytirish amallariga teskari amal sifatida talqin etiladi.  $Z_0$  to'plamning xossalari yoritiladi.

2) Natural sonlar va ular ustida amallarni miqdorlar (kesmalarni) o'lchash sifatida talqin qilish.

Bu talqinda natural sonlar tushunchasi biror bir miqdor (kesma) ning o'lchov natijasi asosida o'rganiladi. Natural sonlar ustida amallarni o'rganish ham kesmalar ustida bajariladigan amallar bilan bog'lanadi.

3)  $Z_0$  ni to'plamlar nazariyasi asosida qurish. Nomanfiy butun sonlar to'plami qandaydir to'plamlardagi elementlar sonini xarakterlovchi to'plam sifatida ta'riflanishi mumkin. Boshlangich matematika kursi asosan mana shu yondoshish asosida quriladi. Shu sababli nomanfiy butun

sonlar va ular ustida bajariladigan amallar to'plamlar nazariyasi bilan uzviy bog'liq holda o'rganiladi.

## **Matematikada aksiomatik metod. Piano aksiomalari**

Boshlangich sinflarda asosan manfiy bo'lmagan butun sonlar bilan ish ko'riladi. Manfiy bo'lmagan butun sonlar to'plamiga ta'rif berganda Piano aksiomalari sistemasiga tayanamiz. Italyan olimi Piano 1889 yilda shu aksiomalarni kashf qildi. Piano natural sonlar uchun aksiomalar sistemasini berdi. Quyida keltirilgan aksiomalar sistemasi  $Z_0$  uchundir. Piano aksiomalar sistemasi qurilishiga e'tibor beraylik.

Bunda:

1. Asosiy tushunchalar “to'plam”, “son”, tushunchalari olinadi.
2. Asosiy munosabat - “ketidan keladi” munosabati tanlanadi.
3. Aksiomalar keltiriladi. (ular to'rtta)

Ta'rif:  $Z_0$  to'plamga manfiy bo'lmagan butun sonlar to'plami deb aytiladi, agar bu to'plamni elementlari orasida “ketidan keladi” munosabati ta'riflangan bo'lib, bu munosabat quyidagi aksiomalarni qanoatlantirsa:

- I. Hech qanday son ketidan kelmaydigan 0 soni mavjud.
- II. Har qanday natural sonning ketidan keluvchi bitta va faqat bitta natural son mavjud.
- III. Har qanday natural son bitta va faqat bitta natural son ketidan keladi.
- IV. (Induktsiya aksiomasi) Agar qandaydir sonlardan tuzilgan  $M$  to'plam 0-sonni o'z ichiga olsa, va bu to'plamda qandaydir  $a$ -natural sonni mavjudligidan uning ketidan keluvchi son  $a'$  ham mavjud bo'lsa, bu holda  $M \sim Z_0$  bo'ladi.

Bunda  $a' - a$  natural son ketidan keluvchi son.

Induksiya bu xususiylikdan umumiylikka, konkretlikdan abstraklikka o'tish bosqichidir. “Inductio”- lotincha “yo'l ko'rsatish” ma'nosini bildiradi.

Pianoning 4-aksiomasini matematik induksiya printsiyiga o'xshatib quyidagicha aytilish mumkin:

“Qandaydir R fikr: 1) 0 uchun rost va

2) istalgan x natural son uchun rostligidan, x son ketidan keluvchi x' uchun ham rostligi kelib chiqsa u holda R fikr barcha natural sonlar uchun rost bo'ladi”.

Maktab matematika kursida matematik induksiya printsiyi quyidagicha ko'rib chiqilgan edi:

“Agar A(n) fikr (bunda n natural son)

1) n= 1 uchun rost

2) n=k uchun rostligidan (bunda k – istalgan natural son) navbatdagi n=k+1 son uchun ham rostligi kelib chiqsa u holda A(n) fikr ixtiyoriy natural son n uchun rost bo'ladi”

Ikkinchi qismida n=k uchun fikr rost A(n) –deb faraz qilinib n=k +1 uchun fikr A(n+1) – rostligi ko'rsatiladi. Ya'ni  $A(k) \Rightarrow A(k+1)$ .

Isbotlashning shu ikkala bosqichidan foydalanib, A(n)-fikrning barcha n-natural sonlar uchun rostligi kelib chiqadi.

Matematik induksiya metodidan, ayniyatlar to'g'riligini tekshirishda, ifodalar qiymatlarini hisoblashda, xulosa, tasdiqlarni isbotlashda foydalaniladi.

1-misol :  $1+2+3+\dots+n=\frac{(1+n)n}{2}$  (1) ekanligini isbotlang.

1) n=1 bo'lsin,  $1=\frac{(1+1)1}{2}$ , yoki,  $1=1$ , A(1)- to'g'ri

2) n=k uchun to'g'ri bo'lsin,  $1+2+3+\dots+k=\frac{(1+k)k}{2}$ , A(k)-rost deb faraz qilamiz.

n=k+1 uchun to'g'riligini ko'rsatamiz, ya'ni  
 $1+2+3+\dots+k+(k+1)=\frac{(1+k)(1+(k+1))}{2}$ ; yoki

$1+2+3+\dots+k+(k+1)=\frac{(1+k)(k+2)}{2}$ ;

Haqiqatdan ham,  $(1+2+3+\dots+k)+(k+1)=\frac{(1+k)k}{2} + (k+1)=\frac{(k+1)(k+2)}{2}$ ;

Demak, (1) tenglik barcha  $n \in N$  lar uchun rost.

## Nomanfiy butun sonlar yigindisi va ko'paytmasi.

**Ta'rif:**  $a$  va  $b$  natural sonlarning yig'indisi deb,  $Z_0$  natural sonlar to'plamida ta'riflangan shunday algebraik amal natijasiga aytiladiki, bu amal quyidagi aksiomalarni qanoatlantirsa:

V: -Nomanfiy butun  $a$  son uchun  $a+0=a$  ( $0$ -  $Z_0$  da qo'shishga nisbatan neytral element)

VI: Ixtiyoriy  $a, b$  nomanfiy butun sonlar uchun  $a+b=(a+b)$

Misol:  $a=5, b=2$  bo'lsin. 6-aksioma to'g'riligini tekshiramiz.

$$a+b=5+2=7, (a+b)=(5+2)=7$$

1-teorema: Natural sonlarni qo'shish amali mavjud va u amal yagonadir.

Istalgan natural sonlarni doim qo'shish mumkin.

$Z_0$  da qo'shishning xossalari:

1-xossa: Manfiy bo'lmagan butun sonlar to'plami nolni yutish xossasiga ega.

$$(\forall a) [0+a=a]$$

2-xossa: Manfiy bo'lmagan butun sonlarni qo'shish amali o'rin almashtirish

(kommutativlik) xossasiga ega. Ya'ni  $(\forall a, b) [a+b=b+a]$

$$\text{Misol: } 51+49=49+51=100$$

3-xossa: Nomanfiy butun sonlarni qo'shish amali guruhlash (assotsiativlik) xossasiga ega, ya'ni  $(\forall a, b, c \in Z_0)$

$$[(a+b)+c=a+(b+c)]$$

**Ta'rif:**  $a$  va  $b$  natural sonlarning ko'paytmasi deb, shunday algebraik amal natijasiga aytiladiki, u quyidagi aksiomalarni qanoatlantirsa:

$$\text{VII: } (\forall a \in Z_0) a \cdot 0 = 0$$

$$\text{VIII: } (\forall a, b \in Z_0) a \cdot b = a \cdot b + a$$

2-teorema. Natural sonlarni ko'paytirish amali mavjud va u yagona.



Yuqoridagi ta'rif va teoremlardan ko'paytirish amalining qator xossalari kelib chiqadi.

1<sup>0</sup>.  $1 \cdot a = a$ . Har qanday sonni birga ko'paytirsak, shu sonning o'zi hosil bo'ladi.

2<sup>0</sup>. Ko'paytirish amali kommutativlik xossasiga ega:  $(\forall a, b \in \mathbb{Z}_0) a \cdot b = b \cdot a$ .

Misol:  $2 \cdot 3 = 3 \cdot 2$

3<sup>0</sup>. Ko'paytirish amali assotsiativlik (guruhlash)xossasiga ega.

$$(\forall a, b, c \in \mathbb{N}_0)[(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)]$$

4<sup>0</sup>. Nomanfiy natural sonlarni ko'paytirish amali qo'shishga nisbatan tarqatish xossasiga ega.  $a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c$ .

Misol:  $2 \cdot 17 = 2 \cdot (10+7) = 2 \cdot 10 + 2 \cdot 7 = 20 + 14 = 34$

$(\forall a, b, c \in \mathbb{Z}_0) [a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c]$ . Bu xossaning isbotini keltiraylik.

Isbot:  $a, b$ - ixtiyoriy natural sonlar.  $M$ -to'plam shunday natural sonlar to'plamiki, bu to'plam elementlari uchun teorema o'rinli bo'lsin. Agar  $c=0$  bo'lsa,

$$1) a \cdot (b+0) = a \cdot b. \quad a \cdot b + a \cdot 0 = a \cdot b + 0 = a \cdot b \Rightarrow 0 \in M.$$

$$2) \forall c \in M \text{ uchun: } a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \text{ bo'lsin.}$$

$$3) a \cdot (b+c') = a \cdot (b+c)' = a \cdot (b+c) + a = a \cdot b + a \cdot c + a = a \cdot b + a \cdot c \Rightarrow c' \in M.$$

Demak, IV aksiomaga asosan  $M \sim \mathbb{Z}_0$  bo'ladi.

### Nomanfiy butun sonlar to'plamining tartiblanganligi

Ta'rif: Agar  $a$  va  $b$  natural sonlari uchun, shunday noldan farqli  $k$  soni mavjud bo'lsaki,  $a = b + k$  tenglik bajarilsa u holda  $a$  son  $b$  sonidan katta, yoki  $b$  son  $a$  sonidan kichik deb aytiladi, va u  $a > b$  yoki  $b < a$  deb belgilanadi, ya'ni ta'rifni simvolik yozsak:

$$a > b \Leftrightarrow (\exists k \neq 0)[a = b + k]$$

munosabat o'rinli bo'ladi.

Ikkita ketma-ket keluvchi natural sonlar uchun quyidagi teorema o'rinli:

1-teorema: Har qanday natural son o'zidan oldin keluvchi natural sondan katta bo'ladi, ya'ni  $(\forall a) [a < a^1]$

Haqiqatdan ham:  $a' = a + 1$   $x' = x + 1$  (natijaga asosan)  $a' > a$   $x' > x$  (ta'rifga asosan).

1-xossa: Manfiy bo'lmagan butun sonlar to'plamida quyidagi munosabat o'rinli:

$$0 < 1 < 2 < 3 < 4 < 5 \dots < n < n^1 < \dots$$

2-xossa: 0 soni Zo da eng kichik sonidir.

3-xossa: Agar M qandaydir natural sonlar to'plami bo'lib, unda shunday B element topilsaki,  $\forall x \in M$  uchun  $x < B$  o'rinli bo'lsa, u holda M da eng katta element B bo'ladi.

2-teorema: Natural sonlar qatorida quyidagi munosabatlardan faqat va faqat bittasi bajariladi.

a)  $a = B$

b)  $a = b + k$  ( $a > b$ )

v)  $B = a + M$  ( $a < B$ )

Zo da tartib munosabati tranzitivlik xossasiga ega:

$$(a, B, C \in Z_0) a < B \wedge B < C \Rightarrow a < C$$

3-teorema :

1)  $a = B \Rightarrow a + C = B + C \wedge a \bullet C = B \bullet C$  ( $\forall a, B, C \in Z_0$ )

2)  $a > B \Rightarrow a + C > B + C \wedge a \bullet C > B \bullet C$  ( $\forall a, B, C \in Z_0$ )

3)  $a < B \Rightarrow a + C < B + C \wedge a \bullet C < B \bullet C$  ( $\forall a, B, C \in Z_0$ )

4-teorema (Teskari teorema )

1)  $a + C = B + C \vee a \bullet C = B \bullet C \Rightarrow a = B$

2)  $a + C > B + C \vee a \bullet C > B \bullet C \Rightarrow a > B$

3)  $a + C < B + C \vee a \bullet C < B \bullet C \Rightarrow a < B$

5-teorema : Natural sonlar qatorida  $n$  va  $n+1$  natural sonlari yonma-yon turuvchi sonlardir, ya'ni  $n < a < n+1$  shartni qanoatlantiruvchi natural son mavjud emas.

6-teorema: Har qanday manfiy bo'lmagan butun son noldan kichik emas, 0- nomanfiy butun sonlar to'plamining eng kichik elementidir.

Bu teoremadan,  $Z_0$  ning quyidan chegaralanganligi kelib chiqadi.

7-teorema. Natural sonlar to'plamida Arximed aksiomasi o'rinli, ya'ni:  $\forall a$  va  $b$  sonlar uchun  $\exists n \in \mathbb{N}$  topiladiki,  $b \cdot n > a$  bajariladi.

Ushbu teoremadan natural sonlar to'plamining cheksizligi kelib chiqadi.

Shunday qilib, xulosa qilsak, manfiy bo'lmagan butun sonlar to'plami: cheksiz; quyidan chegaralangan (0 soni bilan); yuqoridan chegaralanmagan, diskret; tartiblangan to'plam ekan.

### **Manfiy bo'lmagan butun sonlarni ayirish va uning xossalari.**

Ta'rif:  $a$  va  $b$  sonlarning ayirmasi deb,  $a = b + x$  shartni qanoatlantiruvchi  $x$  soniga aytiladi. Bunda:  $a$ - kamayuvchi;  $b$ - ayriluvchi;  $x$ - ayirma.  $a$  va  $b$  sonlarning ayirmasi  $a - b$  deb belgilanadi: (-ayirish amali).

Ikki son ayirmasini topish amaliga ayirish amali deb aytiladi. Ayirish amali qo'shish amaliga teskari amal. Ikki son ayirmasi qachon mavjud, qachon bajariladi? Bu savolga quyidagi teorema javob beradi.

1-teorema: a)  $b - a$  ayirma mavjud bo'lishi uchun  $a \leq \epsilon$  ( $\epsilon \geq a$ ) - ayriluvchining kamayuvchidan oshmasligi zarur va yetarlidir.

b) Agar  $b - a$  ayirma mavjud bo'lsa, bu yagonadir;

1-xossa: Agar ayirmaga ayiruvchini qo'shsak, u holda kamayuvchi hosil bo'ladi.

2-xossa: Agar ikki son yig'indisidan bitta qo'shiluvchini ayirsak, ikkinchi qo'shiluvchi kelib chiqadi.

3-xossa: Berilgan songa ikki son ayirmasini qo'shish uchun, songa dastlab kamayuvchini qo'shib, ayiriluvchini ayirish kifoya.

Ya'ni:  $a + (b - c) = a + b - c$

4-xossa: Sondan ikki son ayirmasini ayirish uchun, shu sondan qo'shiluvchilarni ketma-ket ayirish kifoya.

$a - (b + c) = a - b - c$  bunda  $a \geq b + c$

5-xossa: Sondan ayirmani ayirish uchun sondan kamayuvchini ayirib, ayiriluvchini qo'shish kifoya.

Ya'ni:  $a - (b - c) = a - b + c$ , bunda  $b \geq c$ ;  $a \geq b - c$

6-xossa: Ko'paytirish amali ayirish amaliga ko'ra tarqatish (distributlik) qonuniga ega.  $(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c$ .

7-xossa:  $(a - b) + (c - d) = (a + c) - (b + d)$ . Ayirmalar yig'indisi kamayuvchilar yig'indisi bilan ayiriluvchilar yig'indilarining ayirmasiga teng.

8-xossa: Yig'indidan sonni ayirish uchun, ayiriluvchi sonni qo'shiluvchilarning birortasidan ayirish kifoya.

$(a + b) - c = (a - c) + b = a + (b - c)$ , agar  $a > c$   
 $b > c$ :

9-xossa: Ayirmadan sonni ayirish uchun, sonli ayiruvchiga qo'shib, yigindini kamayuvchidan ayirish kifoya.

$(a - b) - c = a - (b + c)$   $a - b > c$ ;

### **Manfiy bo'lmagan butun sonlarni natural sonlarga bo'lish.**

Ta'rif:  $a$  sonining  $b$  soniga bo'linmasi deb,  $bx = a$  tenglikni qanoatlantiruvchi  $x$  soniga aytiladi. Bo'linmani topish amaliga bo'lish amali deb aytiladi.

Bu erda  $a$ - bo'linuvchi:  $B$ - bo'luvchi:  $x$ -bo'linma.  $a$  va  $B$  sonlarning bo'linmasi:  $a:b$  yoki  $\frac{a}{b}$  deb belgilanadi.

Faqat va faqat  $a$  soni  $B$  soniga karrali bo'lgandagina, manfiy bo'lmagan butun son  $a$  ni natural son  $B$  ga bo'lish mumkin.  $O$  soni barcha sonlarga bo'linadi va natijada nol chiqadi.

Ta'rif: Agar  $a$  sonini  $B$  ga bo'lish amali mavjud bo'lsa, u holda  $a:B$  deb simlovik belgilanadi va quyidagi teng kuchli jumalardan bittasi qo'llaniladi: " $a$   $B$  ga karrali", " $a$   $B$  ga bo'linadi", " $a$  ni  $B$  bo'ladi", " $B$   $a$  ning bo'luvchisi bo'ladi".

Shuningdek ba'zi adabiyotlarda  $a/B$  belgilardan ham foydalaniladi.

Teorema: Agar bo'lish amali mavjud bo'lsa, u holda bo'linma yagonadir.

Bo'lish amalining xossalari:

1-xossa: Manfiy bo'lmagan butun sonlar to'plamida bo'lish amali algebraik amal emas. (Zo da bo'lish amali qisman algebraik bo'ladi )

2-xossa: Bo'lish amali assotsiativlik xossasiga ega emas  
 $(\forall a, b, c) [a:(b:c) \neq (a:b):c]$

3-xossa: Agar kichik natural son, katta natural songa bo'linsa, u holda kichik natural son nolga teng bo'ladi:  
 $(a < b) \wedge (a:b) \Rightarrow a = 0$

4-xossa: Manfiy bo'lmagan butun sonlar to'plamida bo'lish amali kommutativ emas. Ya'ni:  
 $(\forall a, b)[a:b \neq b:a]$  faqat va faqat  $a \neq B$  da o'rinli xolos;  
 misol  $8:4 \neq 4:8$

5- xossa: Bo'linmani bo'luvchiga ko'paytirganda bo'linuvchi hosil bo'ladi:  $(a:B) \bullet B = a$

6- xossa: Tenglikning har ikkala tomonini noldan katta bo'lgan umumiy

ko'paytuvchiga qisqartirib yuborish mumkin:  
 $(\forall c \neq 0)[ac = ec \Rightarrow a = e]$

7- xossa: Bo'linuvchi va bo'luvchilarni bir vaqtda noldan katta bo'lgan songa ko'paytirganda yoki bo'lganda bo'linma o'zgarmaydi:

$$(\forall c > 0)[a:B=(a \bullet c):(B \bullet c)]$$

8- xossa: Sonni ko'paytmaga bo'lish uchun shu sonni ko'paytuvchilarga birin – ketin bo'lish kifoya.

$$a:(B \bullet d) = (a:B):d$$

9-xossa: Agar ko'paytuvchilarning birortasi biror songa bo'linsa, u holda ko'paytmani shu songa bo'lish uchun, shu ko'paytuvchini songa bo'lib, ikkinchi ko'paytuvchiga ko'paytirish kerak

$$(e:c) \Rightarrow a * e : c = a * (e : c)$$

10-xossa: Bo'linmani songa ko'paytirish uchun, bo'linuvchini songa ko'paytirish va ko'paytmani bo'luvchiga bo'lish kerak  $(B:c) \bullet a = a * B:c$

11-xossa: Agar bo'linuvchi c soniga karrali bo'lsa u holda bo'linmani c soniga ko'paytirish uchun bo'linuvchini o'zgartirmagan holda bo'luvchini c soniga bo'lish kerak.

$$(B:c) \Rightarrow (a:B) \bullet c = a : (B:c)$$

12-xossa: Agar qo'shiluvchilar c soniga karrali bo'lsa, u holda yig'indi (ayirma) ni c soniga bo'lish uchun har bir qo'shiluvchini c soniga bo'lish kifoya.

$$\text{Ya'ni : } (a:c) \wedge (B:c) \Rightarrow (a \pm B):c = a:c \pm B:c$$

## **Natural son va nol tushunchasining nazariy to'plam ma'nosi.**

$A = \{a, b, c, d\}$  to'plam elementlarini sanab biz A to'plamda to'rtta element bor deymiz, ya'ni bu to'plamning miqdoriy xarakteristikasiga ega bo'lamiz. Biroq buni hosil qilish uchun tartibiy natural sonlar “birinchi”, “ikkinchi”, “uchinchi”,

“to’rtinchi” dan foydalandik. Boshqacha aytganda, biz natural qator kesmasi deb ataluvchi  $\{1,2,3,4\}$  to’plamdan foydalandik.

Ta’rif: Natural qatorning  $N_a$  kesmasi deb,  $a$  natural sondan katta bo’lmagan natural sonlar to’plamiga aytiladi. Masalan:  $N_4$  kesma  $1,2,3,4$  natural sonlar to’plamining o’zidir.

Ta’rif:  $A$  to’plam elementlarini sanash deb,  $A$  to’plam bilan natural qatorning  $N_a$  kesmasi orasida o’zaro bir qiymatli moslik o’rnatishga aytiladi.

$a$  soni deb  $A$  to’plamdagi elementlar soniga aytiladi va  $n(A)$  kabi yoziladi. Bu  $a$  soni yagona va  $u$  miqdoriy natural sonidir.

“Mazkur to’plam nechta elementga ega?” degan savolga javob miqdoriy natural son bilan ifodalanadi; tartibiy son esa sanoqda  $u$  yoki bu predmet qaysi o’rinni egallashini ko’rsatadi va “Sanoqda berilgan predmet nechanchi o’rinda bo’ladi?” degan savolga javob beradi?

Nazariy to’plam nuqtai nazaridan miqdoriy natural songa chekli teng quvvatli to’plamlar sinfi mos keladi.

Har bir sinfga birgina va faqat birgina natural son mos keladi, har bir natural songa teng quvvatli chekli to’plamlarning birgina va faqat birgina sinfi mos keladi.

Ma’lumki, ekvivalentlikning har bir sinfi unga tegishli ixtiyoriy elementini bu sinfning vakilini berish bilan bir qiymati aniqlanadi. Demak, teng quvvatli to’plamning har bir sinfini uning vakilini ko’rsatish bilan berish mumkin. Masalan, to’rtburchakning uchlari to’plamini teng quvvatli bo’lgan va “to’rt” natural sonni aniqlovchi to’plamlar sinfini  $B = \{a, b, c, d\}$  to’plamni ko’rsatish bilan berishi mumkin. Demak  $B$  to’plam “to’rt” natural sonni aniqlaydi.

Umuman har bir chekli  $A$  to’plamga bitta va faqat bitta natural son  $a = n(A)$  mos keladi, biroq har bir  $a$  natural songa bir ekvivalentlik sinfining teng quvvatli turli to’plamlari mos keladi.

Shuning uchun “besh” soniga beshburchak tomonlari to’plami ham uning uchlari to’plami ham, “kitob” so’zidagi harflar to’plami ham mos keladi.

Nol soni ham nazariy to’plam talqiniga ega va u bo’sh to’plamga mos qo’yiladi:  $0=n(\emptyset)$

### **Qo’shish, qo’shish qonunlari, “teng”, kichik, “katta” munosabatlari.**

Ta’rif. Butun nomanfiy  $a$  va  $b$  sonlarning yig’indisi deb,  $n(A)=a$ ,  $n(B)=b$  bo’lib, kesishmaydigan  $A$  va  $B$  to’plamlar birlashmasidagi elementlar soniga aytiladi.

$$a+b =n(A \cup B), \text{ bu erda } n(A)=a, n(B)=b \text{ va } A \cap B = \emptyset$$

Misol. Berilgan ta’rifdan foydalanib,  $5+2=7$  bo’lishini tushuntiramiz. 5-bu biror  $A$  to’plamning elementlari soni, 2-biror  $B$  to’plamning elementlari soni, bunda ularning kesishmasi bo’sh to’plam bo’lishi kerak. Masalan,  $A=\{x,u,z,t,r\}$ ,  $B=\{a,b\}$  to’plamlarni olamiz. Ularni birlashtiramiz:  $A \cup B = \{x,u,z,t,r,a,b\}$ . Sanash yo’li bilan  $n(A \cup B)=7$  ekanini aniqlaymiz. Demak  $5+2=7$ .

Butun nomanfiy sonlar yig’indisi har doim mavjud va yagonadir. Boshqacha aytganda, biz qanday ikkita butun nomanfiy  $a$  va  $b$  sonlar olmaylik, ularning yigindisi – butun nomanfiy  $c$  sonini har doim topish mumkin, u berilgan  $a$  va  $b$  sonlar uchun yagona bo’ladi.

### **Qo’shish qonunlari.**

a)  $a+b=b+a$  ( $\forall a,b \in Z_0$ ) - o’rin almashtirish (kommutativlik)

b)  $(a+b)+c=a+(b+c)$  ( $\forall a,b,c \in Z_0$ ) - guruhlash (assotsiativlik)

### **“Teng” va “kichik” munosabatlari.**



Ta'rif: Agar  $a$  va  $b$  sonlar teng quvvatli to'plamlar bilan aniqlansa, u holda ular teng bo'ladi:

$$a=b \Leftrightarrow A \sim B, \text{ bu erda } n(A)=a, n(B)=b$$

Agar  $A$  va  $B$  to'plamlar teng quvvatli bo'lmasa, u holda ular bilan aniqlanadigan sonlar turlicha bo'ladi.

Ta'rif: Agar  $A$  to'plam  $B$  to'plamning qism to'plamiga teng quvvatli bo'lsa va  $n(A)=a$ ,  $n(B)=b$  bo'lsa,  $a$  son  $b$  sonidan kichik deyiladi va  $a < b$  kabi yoziladi. Xuddi shu vaziyatda  $b$  son  $a$  sonidan katta deyiladi va  $b > a$  kabi yoziladi.

$$a < b \Leftrightarrow A \sim B, \text{ bu erda } B_1 \subset B \text{ va } B_1 \neq B, B_1 \neq \emptyset$$

### **Ayirish. Ayirish xossalari.**

(To'plamlar nazariyasi nuqtai nazarida)

Ta'rif: Butun nomanfiy  $a$  va  $b$  sonlarning ayirmasi deb  $n(A)=a$ ,  $n(B)=b$  va  $B \subset A$  shartlar bajarilganda  $B$  to'plamning  $A$  to'plamgacha to'ldiruvchi to'plamining elementlari soniga aytiladi:

$$a-b=n(A \setminus B), \text{ bu erda } a=n(A), b=n(B), B \subset A$$

Ta'rif: Butun nomanfiy  $a$  va  $b$  sonlarning ayirmasi deb shunday butun nomanfiy  $c$  songa aytiladiki, uning  $b$  son bilan yig'indisi  $a$  songa teng bo'ladi.

$$\text{Shunday qilib, } a-b=c \Leftrightarrow a=b+c$$

Ayirish amali qo'shishga teskari amal deb aytiladi. Ayirmaning ikkinchi ta'rifidan kelib chiqib, quyidagi teoremlarni keltiramiz:

**Teorema:** Butun nomanfiy  $a$  va  $b$  sonlarning ayirmasi  $b \leq a$  bo'lganda va faqat shunda mavjud bo'ladi.

**Teorema:** Agar butun nomanfiy  $a$  va  $b$  sonlarning ayirmasi mavjud bo'lsa, u holda u yagonadir.

(Ayirish amalining xossalari yuqoridagi mavzularda keltirilgan).

## Ko'paytirish. Ko'paytirish xossalari.

Ta'rif. Butun nomanfiy  $a$  va  $b$  sonlarning ko'paytmasi deb quyidagi shartlarni qanoatlantiruvchi butun nomanfiy  $a \bullet b$  songa aytiladi:

1.  $b > 1$  bo'lganda  $a \bullet b = \underbrace{a+a+\dots+a}_b$ ;

$b$  ta qo'shiluvchi

2)  $b=1$  bo'lganda  $a \bullet 1 = a$ ;

3)  $b = 0$  bo'lganda  $a \bullet 0 = 0$ .

Bu ta'rifning nazariy- to'plam jihatdan ma'nosi quyidagicha: Agar  $A_1, A_2, \dots, A_b$  to'plamlarning har biri  $a$  tadan elementga ega bo'lsa va ulardan hech bir ikkitasi kesishmasa, u holda ularning birlashmasi  $a \bullet b$  ta elementga ega bo'ladi. Demak,  $a \bullet b$  ko'paytma – bu har biri  $a$  tadan elementga ega bo'lgan, juft-jufti bilan kesishmaydigan  $b$  ta to'plamning kesishmasidagi elementlar sonidir.

$a \bullet 1 = a$  va  $a \bullet 0 = 0$  tengliklar shartli qabul qilingan.

$a$  va  $b$  sonlarning ko'paytmasini topishga yordam beradigan amal ko'paytirish amali deyiladi; ko'paytirilayotgan sonlar ko'paytuvchilar deb ataladi.

Shunday qilib, butun nomanfiy  $a$  va  $b$  sonlarning ko'paytmasini  $n(A) = a$ ,  $n(B) = b$  bo'ladigan  $A$  va  $B$  to'plamlarning Dekart ko'paytmasi elementlari soni sifatida qarash mumkin:

$$a \bullet b = n(A \times B), \text{ bunda } n(A) = a, n(B) = b.$$

1.O'rin almashtirish qonuni: ixtiyoriy butun nomanfiy  $a$  va  $b$  sonlar uchun

$$a \cdot b = b \cdot a \text{ tenglik o'rinli.}$$

2.Guruhlash qonuni: ixtiyoriy butun nomanfiy  $a, b, c$  sonlar uchun

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c) \text{ tenglik o'rinli.}$$

3. Ko'paytirishning qo'shishga nisbatan taqsimot qonuni: Ixtiyoriy butun nomanfiy  $a, b, c$  sonlar uchun  $(a+b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$  tenglik o'rinli.

### **Bo'lish. "...marta katta", "...marta kichik" munosabatlar.**

Umumiy ko'rinishda butun nomanfiy  $a$  sonining natural  $b$  songa bo'linmasi quyidagicha ta'riflanadi:

Ta'rif:  $a = n(A)$  va  $A$  to'plam jufti-jufti bilan kesishmaydigan teng quvvatli qism to'plamlarga ajratilgan bo'lsin.

Agar  $b$   $A$  to'plamni bo'lishdagi qism to'plamlar soni bo'lsa, u holda  $a$  va  $b$  sonlarning bo'linmasi deb har bir qism to'plamdagi elementlar soniga aytiladi.

Agar  $b$   $A$  to'plamni bo'lishdagi har bir qism to'plam elementlari soni bo'lsa, u holda  $a$  va  $b$  sonlarning bo'linmasi deb bu bo'linmadagi qism to'plamlar soniga aytiladi.

$a:b$  bo'linmani topishda foydalaniladigan amal bo'lish deb,  $a$  soni bo'linuvchi,  $b$  soni bo'luvchi deb ataladi.

Ta'rif: Butun nomanfiy  $a$  soni bilan  $b$  natural sonning bo'linmasi deb shunday butun nomanfiy  $c = -a:b$  songa aytiladiki, uning  $b$  son bilan ko'paytmasi  $a$  bo'ladi.

Teorema. Ikkita  $a$  va  $b$  natural sonning bo'linmasi mavjud bo'lishi uchun  $b \leq a$  bo'lishi zarur.

Agar  $a$  va  $b$  natural sonlarning bo'linmasi mavjud bo'lsa, u yagonadir.

### **Qoldikli bo'lish.**

Ta'rif. Butun nomanfiy  $a$  sonni  $b$  natural songa qoldikli bo'lish deb,  $a = bq + r$  va  $0 < r < b$  bo'ladigan butun nomanfiy  $q$  va  $r$  sonlarni topishga aytiladi.

Teorema: Ixtiyoriy butun nomanfiy  $a$  soni va  $b$  natural son uchun  $a = b \cdot q + r$ , bunda  $0 < r < b$ , bo'ladigan butun nomanfiy  $q$  va  $r$  sonlar mavjud. Bu xossaga ega bo'lgan butun nomanfiy sonlar jufti  $(q, r)$  yagonadir.

Qoldikli bo'lishning nazariy to'plam ma'nosi qanday ekanini aniqlaymiz.

$a=n(A)$  va  $A$  to'plam  $A_1, A_2, \dots, A_q$ ,  $X$  to'plamlarga ajratilgan bo'lib, bunda  $A_1, A_2, \dots, A_q$ , to'plamlar teng quvvatli va  $b$  tadan elementni olgan,  $X$  to'plam esa  $A_1, A_2, \dots, A_q$  to'plamlarning har biridagi elementlaridan kam elementlarga ega bo'lsin Masalan,  $n(X)=r$ . U holda  $a=bq+r$  bo'ladi, bunda  $0 < r < b$ . Shunday qilib to'liqmas bo'linma  $q$ -bu  $A$  to'plamni ajratishdagi (har birida  $b$  tadan element bo'lgan) teng quvvatli qism to'plamlar soni, qoldiq  $r$ - $X$  to'plamdagi elementlar soni. Boshlang'ich maktabda qoldikli bo'lish bilan tanishish misol tariqasida 9 ta boladan 4 ta juft tuzish va bitta bola juftsiz qolish vaziyatini qarab chiqishda yuz beradi, ya'ni tuliqmas bo'linma va qoldiq bilan tanishish, mohiyatiga ko'ra, nazariy to'plam asosida yuz beradi. Qoldikli bo'lishning quyidagicha yozilishidan foydalaniladi.

$$9:2=4(1 \text{ qoldiq}).$$

Agar bo'lishda qoldiq qolsa, u holda qoldiq bo'luvchidan har doim kichik bo'lishi ta'kidlab o'tiladi.

### **Natural sonning ma'nosi va sonlar-kattaliklarni o'lchash natijalari ustida amallar ma'nosi.**

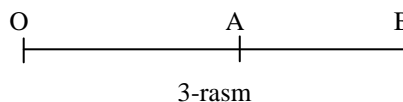
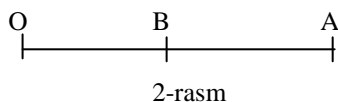
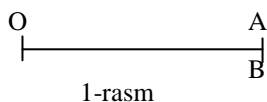
$a$  va  $b$  kesmalar berilgan bo'lsin. Bu kesmalarga teng kesmalarni boshi 0 nuqtada bo'lgan biror nurga qo'yamiz.  $OA=a$  va  $OB=b$  kesmalarni hosil qilamiz. Uchta hol bo'lishi mumkin.

1.  $A$  va  $B$  nuqtalar ustma-ust tushadi. (1-rasm) U holda  $OA$  va  $OB$ - bitta kesma,  $a$  va  $b$  kesmalar esa unga teng, demak,  $a=b$ .

2.  $B$  nuqta  $OA$  kesma ichida yotadi (2-rasm) U holda  $OB$  kesma  $OA$  kesmadan kichik (yoki  $OA$  kesma  $OB$  kesmadan katta) deyiladi va bunday yoziladi:  $OB < OA$  ( $OA > OB$ ) yoki  $b < a$  ( $a > b$ ).

3.  $A$  nuqta  $OB$  kesma ichida yotadi.(3-rasm) U holda  $OA$  kesma  $OB$  kesmadan kichik deyiladi va bunday yoziladi:

$OA < OB$  yoki  $a < B$  ( $B > a$ ).

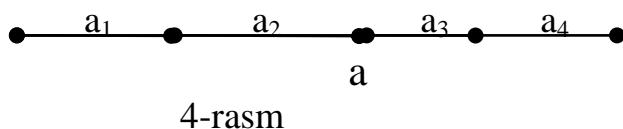


Kesmalar ustida turli amallar bajariladi.

Ta'rif: Agar  $a$  kesma  $a_1, a_2, \dots, a_n$  kesmalarning birlashmasi bo'lib, kesmalarning birortasi ham ichki umumiy nuqtaga ega bo'lmasa (bir-biri bilan ustma-ust tushmasa) va bir kesma ikkinchi kesmaning oxiriga birin-ketin tutashsa,  $a$  kesma bu kesmalarning yigindisi deyiladi.

Bunday yoziladi:  $a = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ .

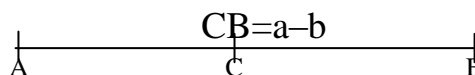
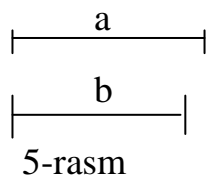
Masalan, 4-rasmda tasvirlangan  $a$  kesmani  $a_1, a_2, a_3, a_4$  kesmalarning yigindisi deyish mumkin.



Ta'rif:  $a$  va  $B$  kesmalarning  $a-B$  ayirmasi deb, shunday  $c$  kesmaga aytiladiki, uning uchun  $B+c=a$  tenglik o'rinli bo'ladi.

$a$  va  $B$  kesmalarning ayirmasi bunday topiladi.  $a$  kesmaga teng  $AB$  kesma yasaladi va unda  $B$  kesmaga teng  $AC$  kesma ajratiladi.

U holda  $CB$  kesma  $a$  va  $B$  kesmalarning  $a-B$  ayirmasi bo'ladi. (5-rasm)



Ravshanki,  $a$  va  $B$  kesmalarning ayirmasi mavjud bo'lishi uchun  $B$  kesma  $a$  kesmadan kichik bo'lishi zarur va yetarlidir.

Kesmalar ustida amallar qator xossalarga ega. Ulardan ba'zilarini isbotsiz keltiramiz.

1. Har qanday  $a$  va  $b$  kesmalar uchun  $a+b=b+a$  tenglik o'rinli, ya'ni kesmalarni qo'shish o'rin almashtirish qonuniga bo'ysunadi.

2. Har qanday  $a, b, c$  kesmalar uchun

$$(a+b)+c=a+(b+c)$$

tenglik o'rinli, ya'ni kesmalarni qo'shish guruhlash qonuniga buysunadi.

3. Har qanday  $a$  va  $b$  kesmalar uchun

$$a+b \neq a.$$

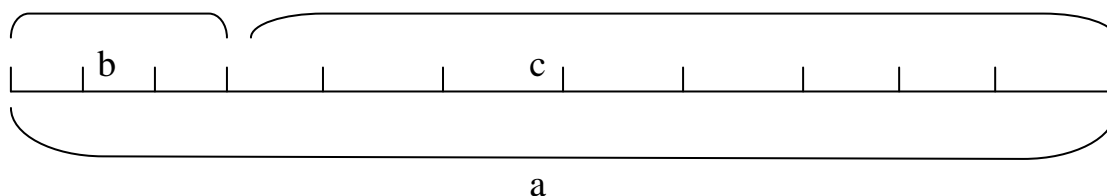
4. Har qanday  $a, b$  va  $c$  kesmalar uchun  $a < b$  bo'lsa, u holda  $a+c < b+c$  bo'ladi.

So'ngra berilgan  $a$  kesma birlik  $e$  kesma bilan taqqoslanadi. Agar  $a$  kesma  $e$  birlik kesмага teng  $n$  ta kesma yig'indisi bo'lsa, bunday yoziladi:

$$a=e+e+\dots+e=ne$$

Shuni eslatib o'tish muhimki, har qanday natural son  $n$  uchun uzunligi shu son bilan ifodalanadigan kesma mavjud bo'ladi. Bunday kesma yasash uchun  $e$  uzunlik birligini birin-ketin  $n$  marta qo'shish yetarlidir.

1. **Qo'shish.** Masalan, 3 va 8 sonlari  $b$  va  $c$  kesmalar uzunliklarini  $e$  birlik yordamida o'lchash natijalari bo'lsin, ya'ni  $b=3e$ ,  $c=8e$ . Ma'lumki  $3+8=11$ . Ammo 11 soni qaysi kesma uzunligini o'lchash natijasi bo'ladi? Ravshanki, bu  $a=b+c$  kesma uzunligining qiymatidir. (7-rasm)



7-rasm.

Mulohazani umumiy ko'rinishda yuritamiz.  $a$  kesma  $b$  va  $c$  kesmalar yig'indisi hamda  $b=me$ ,  $c=ne$  bo'lsin, bunda  $m$  va  $n$

–natural sonlar. U holda  $b$  kesma  $m$  ta bo'lakka,  $c$  kesma  $n$  ta shunday bo'lakka bo'linadi, bu bo'laklarning har biri birlik kesma  $e$  ga teng. Shunday qilib, butun  $a$  kesma  $m+n$  ta shunday bo'lakka bo'linadi. Demak,  $a=(m+n)e$ .

Shunday qilib,  $m$  va  $n$  natural sonlar yigindisini uzunliklari  $m$  va  $n$  natural sonlar bilan ifodalanadigan  $b$  va  $c$  kesmalardan tuzilgan  $a$  kesma uzunligining qiymati sifatida qarash mumkin ekan.

**2.Ayirish.** Agar  $a$  kesma  $b$  va  $c$  kesmalardan iborat bo'lib,  $a$  va  $b$  kesmalarning uzunliklari  $m$  va  $n$  natural sonlar bilan ifodalansa (bir xil uzunlik birligida),  $c$  kesma uzunligining qiymati  $a$  va  $b$  kesmalar uzunliklari qiymatlarining ayirmasiga teng:  $c=(m-n)e$ , ya'ni natural sonlarning  $m-n$  ayirmasini uzunliklari mos ravishda  $m$  va  $n$  natural sonlar bilan ifodalangan  $a$  va  $b$  kesmalar ayirmasi bo'lgan  $c$  kesma o'zunligining qiymati sifatida qarash mumkin ekan.

Boshlang'ich sinflar uchun matematika darsliklarida turli kattaliklar va ular ustida amallar qaraladigan masalalar ko'p. Kattaliklarning qiymatlari bo'lgan natural sonlarni qo'shish va ayirishning ma'nosini aniqlash bunday masalalarni yechishda amallarni tanlashni asoslashga imkon beradi.

Masalan, quyidagi masalani qaraylik: Bog'dan 3 kg olcha va 4 kg olma terishdi. Hammasi bo'lib necha kg meva terishgan? Masala qo'shish amali bilan echiladi. Nima uchun? Terilgan olchalar massasini  $a$  kesma ko'rinishida, terilgan olmalar massasini  $b$  kesma ko'rinishida tasvirlaymiz.(8-rasm) U holda terilgan hamma mevalar massasini  $AB$  kesmadan va  $BC$  kesmadan  $AC$  kesma yordamida tasvirlash mumkin.  $AC$  kesma uzunligining son qiymati  $AB$  va  $BC$  kesmalar son qiymatlarining yig'indisiga teng bo'lgani uchun terilgan mevalar massasini qo'shish amali bilan topamiz:  $3+4=7(\text{kg})$ .

## Sanoq sistemalari.

Son tushunchasi bu juda qadimiy tushunchalardan biridir. Sonlarning nomlanishi, joylashishi, yozilishi turli davrlarda, turli mamlakatlarda turlicha bo'lgan.

Matematikada sonlarning o'qilishi, yozilishi, ular ustida bajariladigan amallar tiliga sanoq sistemalari deb ataymiz.

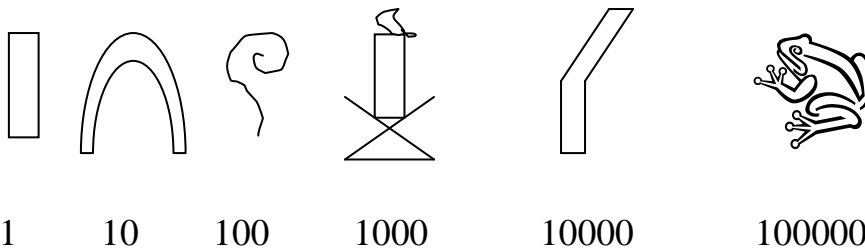
Barcha sanoq sistemalari o'zining "Grammatik qurilishi" jihatidan pozitsion bo'lmagan (nepozitsion) va pozitsion sanoq sistemalariga bo'linadi.

Dastlab pozitsion bo'lmagan sanoq sistemalar to'g'risida fikr yuritaylik.

So'zimizni eng qadimgi sanoq sistemalardan biri- Misr sanoq sistemasidan boshlaymiz. U ehtimol bundan 5000 yil muqqaddam paydo bo'lgandir. Misr sanoq sistemasida son ishoralari qanday tasvir etilgan va ular yordamida qanday qilib sonlar yozilgan, shuni ko'rib o'taylik.

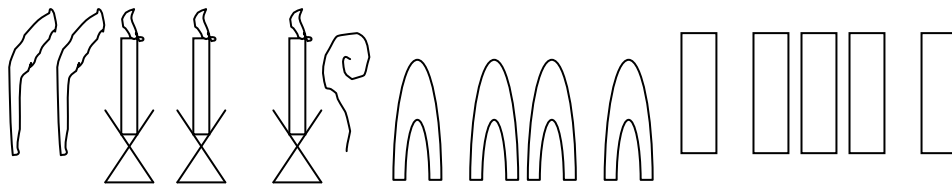
Misr sanoq sistemasida bir, o'n, yuz, ming, o'n ming, yuz ming, million sonlari uchun maxsus ishoralar (ierogliflar) bo'lgan.

Bular quyidagilardir.



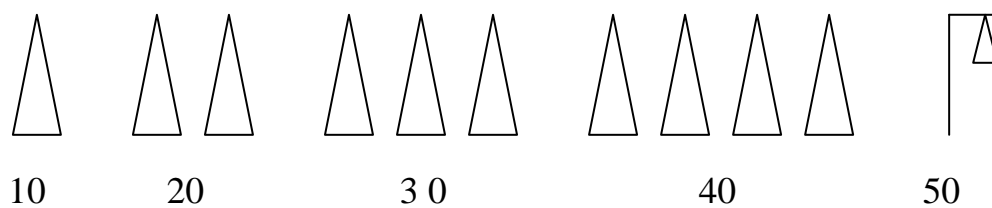
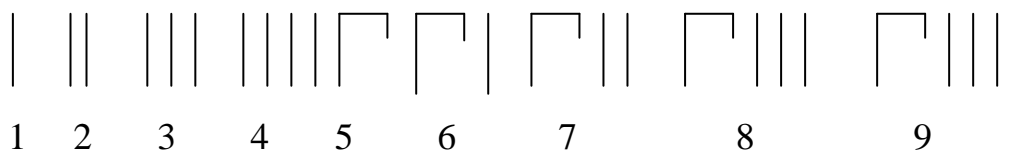


Masalan, butun son 23145 ni qadimgi Misr sanoq sistemasida ifodalaylik:

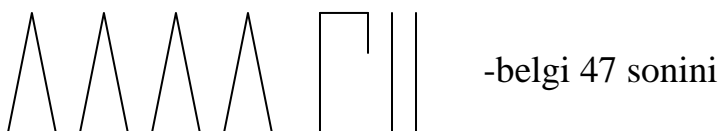


Buni yozish uchun o'n minglikni ifodalovchi ikkita ieroglifni, so'ngra mingni ifodalovchi uchta ieroglifni yuzlikni ifodalovchi 1 ta ieroglif, o'nlikni ifodalovchi 4 ta, birni ifodalovchi 5 ta ieroglifni qator qilib yozganlar .

Shunday qilib son yozishda har bir ieroglif ko'pi bilan to'qqiz marta takrorlanishi mumkin edi. Misr sanoq sistemasida nol uchun ishora bo'lmagan. Qadimgi sanoq sistemalaridan yana biri bu qadimgi Grek sanoq sistemasidir. Qadimgi Gretsiyada foydalanilgan, Attik yoki Gerodian sistemasi deb atalgan sanoq sistemasidagi ba'zi sonlarni quyidagicha belgilardan foydalanganlar.



N	G	X	G	M
100	500	1000	5000	10000



Bu ikki ko'rinishdagi sanoq sistemalardan shu narsani ko'rish mumkinki, har bir raqam qaysi o'rinda kelishidan qat'iy nazar doim bitta sonni ifodalaydi.

Pozitsion bo'lmagan sanoq sistemalaridan yana biri va hozir ham qo'llaniladigan sistema bu Rim sanoq sistemasidir.

Rim raqamlari bilan butun sonlarni yozish uchun quyidagi 7 ta asosiy sonlarning tasvirlarini esda saqlash kerak.

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

Shu sonlar bilan 4000 gacha istalgan butun sonni yoza olamiz. Shu bilan birga, bir sonda bu raqamlardan ba'zilar (I, X, C, M) uch martagacha takrorlanishi mumkin. Sonlarni rim raqamlarida yozishda kichikroq raqam katta raqamning o'ng tomonida turishi mumkin. Bu holda kichik raqam katta raqamga qo'shiladi. Masalan, 283 soni rim raqamlarida CCLXXXIII Misolimizda yuzlikni ifodalovchi raqam 2 marta o'nlik va birlikni ifodalovchi raqamlar 3 martadan takrorlangan. Bu sanoq sistemasida kichik raqam katta raqamning chap tomoniga yozilishi mumkin. Bunday hollarda kichik raqamni katta raqamdan ayirish kerak bo'ladi. Masalan:  $XCIV=100-10+5-1=94$  ni ifodalaydi. Bu sistemada ham nolni ifodalovchi ishora yuq. Masalan: 1809 ni MDCCCIX belgi ishlatish mumkin. Rim raqamlari yordamida katta raqamlarni ham yozish mumkin. Buning uchun ming sonini yozgan o'ng tomondan pastga lotin m harfi qo'yiladi.

Pozitsion bo'lmagan sanoq sistemasi shu bilan xarakterlanadiki, berilgan sistemada sonlarni belgilash uchun qabul qilingan belgilar to'plamining har bir belgisi sonning yozuvida bu belgining qanday joylashishiga bog'liq bo'lmagan holda hamma vaqt bitta va faqat bitta sonni ifodalaydi.

Birinchi pozitsion sanoq sistemalari qadimgi Vavilionda vujudga kelgan bo'lib, ular 60 lik sanoq sistemalaridir.

Vavilionliklar asosan 2 ta ishora ( $1$ ni ifodalovchi  $\forall$  pona va  $0$ 'ni bildiruvchi gorizontal  $\triangleleft$  pona) yordamida sonlarni ifodalashgan.

Eng ko'p tarqalgan sanoq sistemasi bu 10 lik sanoq sistemasidir. Bu birinchi bo'lib Hindistonda asrda vujudga kelib, keyin arablar orqali Yevropaga tarqalgan. Hozirgi paytda ham jahonda 10 lik sanoq sistemasidan keng foydalanilyapti.

Bu sistemaning dastlabki sonlari ;

[ 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9] lar

Bu to'plam o'nlik sanoq sistemasining "alfavit"idir.

Ta'rif:  $n$  natural sonning  $n = n_k \cdot 10^k + n_{k-1} \cdot 10^{k-1} + \dots + n_1 \cdot 10 + n_0$  ko'rinishdagi yozuviga sonning 10 lik sanoq sistemasidagi yozuvi deb aytiladi. Bunda  $n_k, n_{k-1}, \dots, n_0$ , -lar manfiy bo'lmagan butun sonlar bo'lib, 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 raqamlaridan birortasini ifodalovchi sonlardir.

Sonning unli sanoq sistemasidagi yozuvini qisqacha

$n = \overline{n_k n_{k-1} \dots n_0}$ , deb yozadilar.

Masalan:  $3749 = 3 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 9$

Xuddi sonning o'nlik sanoq sistemasidagi yozuvi singari istalgan natural sonni  $q$  lik sanoq sistemasida quyidagi yig'indi shaklida ifodalash mumkin:

$N = n_k \cdot q^k + n_{k-1} \cdot q^{k-1} + \dots + n_1 \cdot q + n_0$  ( $n_k \neq 0$ ), bunda

$$0 \leq n_k \leq q-1$$

$$0 \leq n_{k-1} \leq q-1$$

.....

$$0 \leq n_0 \leq q-1.$$

Bu yozuvni qisqacha quyidagicha yozish ham mumkin:

$$\overline{n = n_k n_{k-1} \dots n_0}_{(q)}$$

Masalan:  $n = 475_{(8)}$ -bu son sakkizlik sanoq sistemasida berilgan.

Bir sanoq sistemasidan ikkinchi bir sanoq sistemasiga o'tish uchun oldin birinchi sanoq sistemasidan o'nlikka o'tib, undan esa izlangan sanoq sistemasiga o'tish mumkin va bir sanoq sistemasidan ikkinchi bir sanoq sistemasiga to'g'ridan-to'g'ri o'tish mumkin. Hozir quyida shu 2 masalani qarab chiqamiz:

1-masala:  $n$  sonining  $q$  lik sanoq sistemasidagi yozuvi

$$n = \overline{n_k n_{k-1} \dots n_0}_{(q)}$$

bo'lsin. Bu sonning o'nlik sanoq sistemasidagi yozuvini toping.

Ta'rifga ko'ra  $n = \overline{n_k n_{k-1} \dots n_0}_{(q)} = n_k \cdot q^k + n_{k-1} q^{k-1} + \dots + n_1 \cdot q + n_0$   
 Bu sonlar ustida amallarni bajarib, hosil qilgan son izlangan son bo'ladi.

Masalan: 1)  $n = 362_{(7)}$  sonni o'nlik sanoq sistemasidagi yozuvini toping.  $362_{(7)} = 3 \cdot 7^2 + 6 \cdot 7 + 2 = 191$ . Demak,  $362_{(7)} = 191$

2-masala: Berilgan o'nli sanoq sistemasidagi sonni  $q$  lik sanoq sistemasidagi yozuvini topaylik,

$n = n_k \cdot q^k + n_{k-1} q^{k-1} + \dots + n_1 \cdot q + n_0$  berilgan bo'lsin. Bu sonni quyidagicha yozish mumkin;  $N = q \cdot (n_k q^{k-1} + n_{k-1} \cdot q^{k-2} + \dots + n_1) + n_0$ , bu erda  $0 \leq n_0 < q$

Bu yozuvdan ko'rinadiki,  $n_0 - n$  sonini  $q$  soniga bo'lganda bo'lishdan chiqqan qoldiqdir. Xuddi shunday  $n_1$  qoldiq topiladi va hokazo.

Natijada bu jarayon to'g'ri bo'linma nolga teng bo'lguncha davom ettiriladi, so'ngra qoldiqlar qator qilib oxiridan yozib chiqilsa, hosil bo'luvchi son  $q$  lik sanoq sistemasida sonning yozuvi bo'ladi.

Masalan: 1) 46 sonining 2 lik sanoq sistemasidagi yozuvini toping.

$$\begin{array}{r}
 46 \overline{) 2} \\
 \underline{0} \overline{) 23} \overline{) 2} \\
 \quad \underline{1} \overline{) 11} \overline{) 2} \\
 \quad \quad \underline{1} \overline{) 5} \overline{) 2} \\
 \quad \quad \quad \underline{1} \overline{) 2} \overline{) 2} \\
 \quad \quad \quad \quad \underline{0} \overline{) 1} \overline{) 2} \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \underline{1} \overline{) 0}
 \end{array}$$

Demak,  $46=101110_{(2)}$  natijani to'g'riligini tekshiramiz:  
 $101110_{(2)}=1 \cdot 2^5+0 \cdot 2^4+1 \cdot 2^3+1 \cdot 2^2+1 \cdot 2+0=46$

### **O'qli va turli sanoq sistemalarida ko'p xonali sonlar ustida amallar.**

273+3526 yig'indini qaraymiz. Qo'shiluvchilarni koeffitsientli uning darajalari yig'indisi ko'rinishida yozamiz.

$$273+3526=(2 \cdot 10^2+7 \cdot 10+3)+(3 \cdot 10^3+5 \cdot 10^2+2 \cdot 10+6)$$

Bu ifodada qavslarni ochib, qo'shiluvchilar o'rnini shunday almashtiramizki, birlar birlar oldida, o'nlar o'nlar oldida va hokazo bo'lsin va yana qavs ichiga olamiz. Bularning hammasini qo'shishning tegishli qonunlari asosida bajarish mumkin. Haqiqatdan, guruhlash qonuni ifodalarni qavssiz yozishga imkon beradi.

$$2 \cdot 10^2+7 \cdot 10+3+3 \cdot 10^3+5 \cdot 10^2+2 \cdot 10+6$$

O'rin almashtirish qonuniga ko'ra qo'shiluvchilar o'rnini almashtiramiz:

$$3 \cdot 10^3+2 \cdot 10^2+5 \cdot 10^2+7 \cdot 10+2 \cdot 10+3+6$$

Guruhlash qonuniga ko'ra guruhlaymiz:

$$3 \cdot 10^3+(2 \cdot 10^2+5 \cdot 10^2)+(7 \cdot 10+2 \cdot 10)+(3+6).$$

1-qavsdan  $10^2$  ni, 2-sidan 10 ni qavsdan tashqariga chiqaramiz. Buni qo'shishga nisbatan ko'paytirishning taqsimot qonunini qo'llab bajarish mumkin:

$$3 \cdot 10^3 + (2+5) \cdot 10^2 + (7+2) \cdot 10 + (3+6).$$

Ko'rib turibmizki, 273 va 3562 sonlarini qo'shish tegishli xonalar raqamlari bilan tasvirlangan bir xonali sonlarni qo'shishga keltirildi. Bu yig'indini qo'shish jadvalidan topamiz:

$$3 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10 + 9$$

Hosil qilingan ifoda 3799 sonining o'nli yozuvidir.

Umuman, sonlarni "Ustun" qilib qo'shishning ma'lum qoidasi: sonlarni o'nli sanoq sistemasida yozishga, qo'shishning o'rin almashtirish va guruhlash qonunlariga, qo'shishga nisbatan ko'paytirishning taqsimot qonunlariga, bir xonali sonlarning qo'shish jadvaliga asoslanadi.

O'nli sanoq sistemasida yozilgan ko'p xonali sonlarni qo'shish algoritmi umumiy ko'rinishda mana bunday ifodalanadi:

1. Ikkinchi qo'shiluvchini tegishli xonalar bir-birining ostiga tushadigan qilib birinchi qo'shiluvchining ostiga yozamiz.

2. Birlar xonasidagi raqamlar qo'shiladi. Agar yig'indi 10 dan kichik bo'lsa, uni javobdagi birlar xonasiga yozamiz va keyingi xonaga (o'nlar xonasiga) o'tamiz.

3. Agar birlar raqamlarining yigindisi 10 dan katta yoki 10ga teng bo'lsa, uni  $10 + C_0$ , bunda  $C_0$  - bir xonali son, ko'rinishda yozamiz:  $C_0$  ni javobdagi birlar xonasiga yozamiz va birinchi qo'shiluvchidagi o'nlar raqamiga birni qo'shamiz, keyin o'nlar xonasiga o'tamiz.

4. O'nlar bilan yuqoridagidek amallarni bajaramiz, keyin yuzlar bilan va hokazo. Yuqori xona raqamlari qo'shilgandan keyin bu jarayonni to'xtatamiz.

### **O'nli sanoq sistemasida ko'p xonali sonlarni ayirish.**

769-547 ayirmani qaraymiz. Berilgan sonlarni koeffitsiyentli o'nning darajalari yig'indisi ko'rinishida yozamiz:

$$769-547=(7\bullet 10^2+6\bullet 10+9)-(5\bullet 10^2+4\bullet 10+7).$$

$7\bullet 10^2+6\bullet 10+9$  yig'indidan  $5\bullet 10^2+4\bullet 10+7$  yig'indini ayirish uchun shu yig'indidan har bir qo'shiluvchini birin –ketin ayirish kifoya, bu qanday yoziladi:

$$(7\bullet 10^2+6\bullet 10+9)-5\bullet 10^2-4\bullet 10-7.$$

Endi  $7\bullet 10^2+6\bullet 10+9$  yig'indidan  $5\bullet 10^2$ ,  $4\bullet 10$ ,  $7$  sonlarni ayiramiz. Yig'indidan sonni ayirish uchun shu sonni birorta qo'shiluvchidan ayirish yetarli. Shuning uchun  $5\bullet 10^2$  sonni  $7\bullet 10^2$  qo'shiluvchidan  $4\bullet 10$  sonni  $6\bullet 10$  qo'shiluvchidan,  $7$  sonini  $9$  qo'shiluvchidan ayiramiz.

$$(7\bullet 10^2-5\bullet 10^2)+(6\bullet 10-4\bullet 10)+(9-7).$$

Ayirishga nisbatan ko'paytirishning taqsimot xossasiga asosan  $10^2$  va  $10$  ni qavsdan tashqariga chiqaramiz.

$$(7-5)\bullet 10^2+(6-4)\bullet 10+(9-7).$$

Ko'rib turibmizki,  $769$  va  $547$  sonlarining ayirmasi tegishli xona raqamlari bilan tasvirlangan bir xonali sonlarni ayirishga keltirildi:  $7-5$ ,  $6-4$ ,  $9-7$  ayirmalarini qo'shish jadvalidan topamiz:

$$2\bullet 10^2+2\bullet 10+2$$

Hosil qilingan ifoda  $222$  sonining o'nli yozuvidir. Demak,  $769-547=222$

Umuman "ustun" qilib ayirish qoidasi: sonlarni o'nli sanoq sistemasida yozish usuliga, yig'indidan sonni va sondan yig'indini ayirish va ayirishga nisbatan ko'paytirishning taqsimot qonuniga, bir xonali sonlarni qo'shish jadvaliga asoslanadi.

Kamayuvchining biror xonasidagi bir xonali son ayriluvchining o'sha xonasidagi bir xonali sondan kichik bo'lgan holda ham ayirish qoidasining asosida o'sha nazariy dalillar yotishini ko'rsatamiz.

Berilgan sonlarni ko'effitsentli o'nning darajalari yig'indisi ko'rinishida yozamiz:

$$(5 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 0) - (1 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 6)$$

0 dan 6 ni ayirib bo'lmaydi, demak, birinchi holdagidek ayirib bo'lmaydi. Shuning uchun 540 sonidan bitta o'nlikni olamiz va uni 10 birlik ko'rinishda yozamiz:

$$(5 \cdot 10^2 - 1 \cdot 10^2) + (3 \cdot 10 - 2 \cdot 10) + (10 - 6)$$

ayirishga nisbatan ko'paytirishning taqsimot qonunini qo'llab va qo'shish jadvalidan foydalanib, quyidagini hosil qilamiz:

$$(5-1) \cdot 10^2 + (3-2) \cdot 10 + (10-6) = 4 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10 + 4 = 414$$

O'nli sanoq sistemasida yozilgan ko'p xonali sonlarni ayirish algoritmi umumiy ko'rinishda quyidagicha ifodalanadi.

$$X = a_n 10^n + \dots + a_1 \cdot 10 + a_0,$$

$Y = B_k 10^k + \dots + B_1 \cdot 10 + B_0$  sonlari berilgan bo'lsin.

1. Ayriluvchini mos xonalar bir –birining ostida bo'ladigan qilib kamayuvchining ostiga yozamiz.

2. Agar ayriluvchining birlar xonasidagi raqam kamayuvchining tegishli raqamidan katta bo'lmasa, uni kamayuvchining raqamidan ayiramiz, so'ngra keyingi xonaga o'tamiz.

3. Agar ayriluvchining birlar raqami kamayuvchining birlar raqamidan katta, ya'ni  $a_0 < B_0$  bo'lib, kamayuvchining o'nlar raqami 0 dan farqli bo'lsa, kamayuvchining o'nlar raqamini 1 ta kamaytiramiz, shu vaqtning o'zida birlar raqami 10 ta ortadi, shundan keyin  $10 + a_0$  sonidan  $B_0$  ni ayiramiz va natijasini ayirmaning birlar xonasiga yozamiz, so'ngra keyingi xonaga o'tamiz.

4. Agar ayriluvchining birlar raqami kamayuvchining birlar raqamidan katta bo'lib, kamayuvchining o'nlar, yo'zlar va boshqa xonasidagi raqamlar 0 ga teng bo'lsa, kamayuvchining 0 dan farqli birinchi (birlar xonasidan keyingi) raqamini olib, uni bitta kamaytiramiz, kichik xonalardagi barcha raqamlarni o'nlar xonasigacha 9 ta orttiramiz, birlar xonasidagi raqamni esa 10 ta orttiramiz va



$10+a_0$  dan  $B_0$  ni ayiramiz. Natijani ayirmaning birlar xonasiga yozamiz va keyingi xonaga o'tamiz.

5. Keyingi xonada bu jarayonni takrorlaymiz.

6. Kamayuvchining katta xonasidan ayirish bajarilgandan keyin ayirish jarayoni tugallanadi.

### **O'qli sanoq sistemasida ko'p xonali sonlarni ko'paytirish**

426 ni 123 soniga ko'paytiramiz. (Sonlar yozma ustun shaklida ko'paytiriladi)

$$\begin{array}{r} \times 426 \\ \quad 123 \\ \hline 1278 \\ + 852 \\ \hline 126 \\ \hline 22398 \end{array}$$

Natijani hosil qilish uchun 426 sonini 3 ga, 2 ga, 1 ga ya'ni ko'p xonali sonni bir xonali songa ko'paytirdik, ammo 2 ga ko'paytirganda natijani boshqacha yozdik, ya'ni 852 sonining birlarini 1278 sonining o'nlari tagiga yozdik, sababi, biz aslida 2ta o'nlikka ko'paytirdik, 3- qo'shiluvchi 426 ni esa bitta yuzlikka ko'paytirishning natijasidir. Undan tashqari biz ko'p xonali sonlar yig'indisini ham topdik. Shunday qilib, ko'p xonali sonni ko'p xonali songa ko'paytirish uchun : ko'p xonali sonni bir xonali songa ko'paytirishni; ko'p xonali sonni 10 ning darajasiga ko'paytirishni; ko'p xonali sonlarni qo'shishni bilish kerak .

Ko'p xonali sonlarni o'rganganimiz uchun ko'p xonali sonni bir xonali songa va o'ning darajasiga ko'paytirishning nazariy asoslari nimadan iboratligini aniqlaymiz.

426 ni 3 ga ko'paytirish jarayonini ko'rib chiqamiz. O'qli sanoq sistemasida sonlarni yozish qoidasiga ko'ra 426 sonini

bunday ko'rinishda yozish mumkin.  $4 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 6$ , u holda  $426 \cdot 3 = (4 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 6) \cdot 3$

qo'shishga nisbatan ko'paytirishning taqsimot qonuniga asosan oxirgi yozuvida qavslarni ochib, o'zgartirib yozamiz:

$$(4 \cdot 10^2) \cdot 3 + (2 \cdot 10) \cdot 3 + 6 \cdot 3$$

Ko'paytirishning o'rin almashtirish va guruhlash qonunlari bu yigindidagi qo'shiluvchilarni bunday yozishga imkon beradi.

$$(4 \cdot 3) \cdot 10^2 + (2 \cdot 3) \cdot 10 + 6 \cdot 3$$

Qavs ichidagi ko'paytmalar bir xonali sonlarni ko'paytirish jadvalidan topiladi:

$$12 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 + 18$$

Ko'rib turibmizki, ko'p xonali sonni bir xonali songa ko'paytirish bir xonali sonlarni ko'paytirishga keltirildi.

Ammo hosil bo'lgan ifoda sonning o'nli yozuvi emas-10 ning darajalari oldidagi koeffitsentlar 10 dan kichik bo'lishi kerak. Shuning uchun 12 ni  $10+2$  ko'rinishda, 18 ni  $10+8$  ko'rinishida yozamiz:

$$(10+2) \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 + (10+8)$$

qavslarni ochamiz:  $10^3 + 2 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 + 10 + 8$

qo'shishning guruhlash qonuni va qo'shishga nisbatan ko'paytirishning taqsimot qonunidan foydalanamiz:

$$1 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + (6+1) \cdot 10 + 8; \quad 6+1 \text{ yigindi bir xonali sonlar yigindisidir va uni qo'shish jadvalidan osongina topiladi: } 1 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10 + 8$$

Hosil bo'lgan ifoda 1278 sonining unli yozuvidir. Shunday qilib,  $426 \cdot 3 = 1278$

Umuman,  $X = a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0$  sonni bir xonali son  $n$  ga ko'paytirish algoritmini bunday ifodalash mumkin:

1. Ikkinchi sonni birinchi sonning ostiga yozamiz.

2. Birlar xonasidagi raqamlarni “y” soniga ko’paytiramiz. Agar ko’paytma 10 dan kichik bo’lsa, uni javobidagi birlar xonasiga yozamiz va keyin o’nlr xonasiga o’tamiz

3. Agar birlar xonasidagi raqamlarning “y” soniga ko’paytmasi 10 dan katta yoki 10 ga teng bo’lsa, uni  $10 \cdot q_1 + C_0$  ko’rinishda yozamiz, bunda  $C_0$  – bir xonali son:  $C_0$  ni javobdagi birlar xonasiga yozamiz va  $q_1$  ni keyingi xonaga o’tkazishni esda saqlaymiz

4. O’nlr xonasidagi raqamni Y soniga ko’paytiramiz, chiqqan ko’paytmaga  $q_1$  ni qo’shamiz va 2- hamda 3- punktlardagi jarayonni takrorlaymiz.

5. Yuqori xona raqamlari ko’paytirilgandan keyin ko’paytirish jarayoni tugallanadi.

Ma’lumki, x sonni  $10^k$  ko’rinishdagi songa ko’paytirish berilgan sonning o’nli yozuviga o’ng tomondan k ta nolni qo’shib yozishga keltiriladi. Haqiqatan, agar

$$x = a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \dots + a_1 \cdot 10 + a_0 \text{ bo'lsa, u holda}$$

$$x \cdot 10^k = (a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \dots + a_1 \cdot 10 + a_0) \cdot 10^k$$

qo’shishga nisbatan ko’paytirishning taksimot qonunini va ko’paytirishning boshqa qonunlarini qo’llab,  $a_n \cdot 10^{n+k} + a_{n-1} \cdot 10^{n+k-1} + \dots + a_1 \cdot 10^{k+1} + a_0 \cdot 10^k$  ni hosil qilamiz. Bu ifoda

$a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0 0 \dots 0$  sonning o’nli yozuvidir.

Masalan,

$$534 \cdot 10^3 = (5 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 + 4) \cdot 10^3 = 5 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^3 = 534000$$

Endi ko’p xonali sonni ko’p xonali songa ko’paytirish algoritmini qaraymiz. Yuqorida qaralgan misolga, ya’ni  $426 \cdot 123$  ko’paytmaga qaytamiz. 123 sonini koeffitsentli o’ning darajalari yigindisi ko’rinishida yozamiz:  $123 = 1 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 3$  va  $426 \cdot (1 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 3)$  ko’paytmani yozamiz. Bu ko’paytma qo’shishga nisbatan ko’paytirishning taqsimot qonuniniga ko’ra  $426 \cdot (1 \cdot 10^2) + 426 \cdot (2 \cdot 10) + 426 \cdot 3$  ga

teng. Bundan ko'paytirishning guruhlash qonuniga asosan:  
 $(426 \bullet 1) \bullet 10^2 + (426 \bullet 2) \bullet 10 + 426 \bullet 3$

Shunday qilib, ko'p xonali sonni ko'p xonali songa ko'paytirish ko'p xonali sonni bir xonali songa ko'paytirishga keltirildi...

Umuman,  $x = a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0$  sonni  $y = b_k b_{k-1} \dots b_1 b_0$  songa ko'paytirish algoritmini bunday ifodalash mumkin.

1.  $x$  ko'paytuvchini yozamiz va uning ostiga ikkinchi ko'paytuvchi  $y$  ni yozamiz.

2.  $x$  sonni  $y$  sonning kichik xonasi  $b_0$  ga ko'paytiramiz va  $x b_0$  ko'paytmani  $y$  sonning ostiga yozamiz.

3.  $x$  sonni  $y$  sonning keyingi xonasi  $b_1$  ga ko'paytiramiz va  $x b_1$  ko'paytmani bir xona chapga surib yozamiz. Bu  $x b_1$  ni 10 ga ko'paytirishga mos keladi.

4. Bu jarayonni  $x b_k$  hisoblaguncha davom ettiramiz.

5. Topilgan  $k+1$  ta ko'paytmani qo'shamiz.

Boshlang'ich matematika kursida ko'paytirishni o'rganish bir necha bosqichda olib boriladi, unga bir xonali sonlarni ko'paytirish jadvali, nol bilan tugaydigan ikki xonali sonlarni ko'paytirish; ko'p xonali sonlarni bir xonali, ikki xonali va uch xonali sonlarga ko'paytirish kiradi.

“Ustun” qilib ko'paytirish algoritmini o'rganish uch xonali sonni bir xonali songa ko'paytirishdan boshlanadi. Undan oldin quyidagi ko'paytma tushuntiriladi:

$$426 \bullet 3 = (400 + 20 + 6) \bullet 3 = 400 \bullet 3 + 20 \bullet 3 + 6 \bullet 3 = 1200 + 60 + 18 = 1278$$

Bular uch xonali sonni bir xonali songa ko'paytirish:

- sonni o'nli sanoq sistemasida yozishga;
- qo'shishga nisbatan ko'paytirishni taqsimot qonuniga;
- yaxlit sonlarni bir xonali songa ko'paytirish, ya'ni bir xonali sonlarini ko'paytirish jadvaliga;
- ko'p xonali sonlarni qo'shishga asoslanishni ko'rsatadi.

So'ngra misollar orqali ko'p xonali sonni ko'p xonali songa ko'paytirish ko'p xonali sonni bir xonali songa ko'paytirish va

ko'p xonali sonlarni qo'shishga keltiriladi. Misol:  
 $46 \cdot 38 = 46 \cdot (30 + 8) = 46 \cdot 30 + 46 \cdot 8$

### **O'nli sanoq sistemasida ko'p xonali sonlarni bo'lish.**

Sonlarni bo'lish texnikasi haqida so'z borar ekan, bu jarayonni qoldikli bo'lish amali kabi qaraladi. Ta'rifni eslaylik: butun nomanfiy  $a$  sonni  $B$  natural songa qoldikli bo'lish deb  $a = Bq + r$  va  $0 < r < B$  bo'ladigan butun nomanfiy  $q$  va  $r$  sonlarni topishga aytiladi.  $q$  sonni esa to'liqsiz bo'linma deyiladi.

Bir xonali va ikki xonali (89 dan katta bo'lmagan) sonlarni bir xonali songa bo'lganda bir xonali sonlarni ko'paytirish jadvalidan foydalaniladi.

Masalan, 54 ni 9ga bo'lish kerak bo'lsin. 9- ustunda (9-satrdan) 54 sonini topamiz. U 6- satrdan joylashgan. Demak  $54 : 9 = 6$

Endi 51 ni 9 ga bo'lamiz. 9- ustunda 51 soni yuq. Shuning uchun bu ustunda 51 dan kichik eng yaqin 45 sonini olamiz. 45 soni 5- satrdan bo'lgani uchun to'liqsiz bo'linma 5 ga teng. Qoldiqni topish uchun 51 dan 45 ni ayiramiz:  $51 - 45 = 6$ . Shunday qilib,  $51 = 9 \cdot 5 + 6$  yoki maktab simvolikasi bilan yozsak:  $51 : 9 = 5(\text{qol.}6)$

Endi ko'p xonali sonni bir xonali songa bo'lish qanday amalga oshirilishini aniqlaymiz. 238 ni 4 ga bo'lish kerak bo'lsin. Bu degani shunday to'liqsiz bo'linma  $q$  va  $r$  qoldiqni topish kerakki, ular uchun  $238 = 4q + r$ ,  $0 \leq r < 4$  bo'lsin.

Shuni aytish kerakki, 238 va 4 sonlarining to'liqsiz bo'linmasi  $q$  ga bo'lgan talabini quyidagicha yozish mumkin:  
 $4q < 238 < 4(q+1)$

Avval  $q$  sonining yozuvda nechta raqam bo'lishini aniqlaymiz.

$q$  bir xonali son bo'lmaydi, chunki 4 sonining bir xonali songa ko'paytmasi plus qoldiq 238 ga teng emas. Agar  $q$  soni 2 xonali bo'lsa ya'ni agar  $10 < q < 100$  bo'lsa, u holda 238

soni 40 va 400 sonlari orasida bo'ladi, bu esa to'g'ri. Demak, 238 va 4 sonlarining bo'linmasi 2 xonali son.

Bo'linmaning 10lar raqamini topish uchun 4 ni ketma-ket 20ga, 30ga, 40ga va hokazoga ko'paytiramiz.  $4 \cdot 50 = 200$ ,  $4 \cdot 60 = 240$  va  $200 < 238 < 240$  bo'lgani uchun to'liqsiz bo'linma 50 va 60 sonlari orasida bo'ladi, ya'ni  $q = 50 + q_0$  u holda 238 soni haqida bunday deyish mumkin:

$$4 \cdot (50 + q_0) \leq 238 < 4 \cdot (50 + q_0 + 1),$$

bundan  $200 + 4q_0 \leq 238 < 200 + 4(q_0 + 1)$  va berilgan tengsizlikni qanoatlantiruvchi  $q_0$  sonini ( bo'linmaning birlar raqamini) ko'paytirish jadvalidan foydalanib topish mumkin.  $q_0 = 9$  hosil bo'ladi va demak, to'liqsiz bo'linma  $q = 50 + 9 = 59$ . Qoldiq ayirish bilan topiladi:  $238 - 4 \cdot 59 = 2$

Shunday qilib, 238 ni 4ga bo'lganda to'liqsiz bo'linma 59 va 2 qoldiq hosil bo'ladi.  $238 = 4 \cdot 59 + 2$  Bo'lishning ifodalangan bu jarayoni burchak qilib bo'lish asosida yotadi.

$$\begin{array}{r|l} 238 & 4 \\ \hline 20 & 59 \\ \hline 38 & \\ \hline 36 & \\ \hline 2 & \end{array}$$

Ko'p xonali sonni ko'p xonali songa bo'lish ham xudda shunday bajaraladi. Masalan, 5658 ni 46ga bo'laylik. Bu bo'lishni bajarish shunday butun nomanfiy  $q$  va  $r$  sonlarni topish demakki, uning uchun  $5658 = 46q + r, 0 \leq r < 46$  bajarilsin. Bundan  $46 \cdot q \leq 5658 < 46(q + 1)$ .  $q$  bo'linmadagi raqamlar sonini aniqlaymiz. Shubhasiz,  $q$  bo'linma 100 va 1000 sonlari orasida yotadi (u uch xonali) chunki  $4600 < 5658 < 46000$ .

Bo'linmaning yo'zlar raqamini topish uchun bo'linuvchi 46ni ketma-ket 100ga, 200ga 300ga va hokazo ko'paytiramiz.  $46 \cdot 100 = 4600$ ,  $46 \cdot 200 = 9200$  va  $4600 < 5658 < 9200$ , bo'lgani uchun to'liqsiz bo'linma 100 va 200 sonlari orasida yotadi, ya'ni  $q = 100 + q_1$ , bu erda  $q_1$ -ikki

xonali son. U holda quyidagi tengsizlik o'rinli bo'ladi.  
 $46(100+q_1) \leq 5658 < 46 \cdot (100+q_1+1)$  qavslarni ochib va 4600 sonini ayirib, ushbu tengsizlikka kelamiz:  
 $46q_1 \leq 1058 < 46(q_1+1)$   $q_1$  soni ikki xonali. Shuning uchun bo'linmadagi o'nlar raqamini topish uchun bo'linuvchi 46 ni ketma-ket 10ga, 20ga, 30ga va hokazo ko'paytirimiz.  
 $46 \cdot 20 = 920$ ,  $46 \cdot 30 = 1380$  va  $920 < 1058 < 1380$ , bo'lgani uchun  $20 < q_1 < 30$  va  $q_1$  sonini  $q_1 = 20 + q_0$  ko'rinishda yozish mumkin. U holda 1058 soni haqida quyidagilarni aytish mumkin.

$$46 \cdot (20 + q_0) \leq 1058 < 46 \cdot (20 + q_0 + 1), \quad \text{ya'ni}$$

$$46 \cdot 20 + 46q_0 \leq 1058 < 46 \cdot 20 + 46(q_0 + 1), \quad 46q_0 \leq 138 < 46(q_0 + 1)$$

Oxirgi tengsizlikni qanoatlantiruvchi  $q_0$  sonini 46 ni ketma-ket birga, 2ga, 3ga, 4ga, 5ga... ko'paytirib, tanlab topamiz.  
 $46 \cdot 3 = 138$  ni ya'ni qoldiq nolga teng bo'lgan holni topamiz.  
 Demak,  $5658 : 46 = 123$ .

Bu mulohazalar burchak qilib bo'lish asosida yotadi...

$$\begin{array}{r|l}
 5658 & 46 \\
 \hline
 46 & 123 \\
 \hline
 105 & \\
 \hline
 92 & \\
 \hline
 138 & \\
 \hline
 138 & \\
 \hline
 0 & 
 \end{array}$$

Ko'p xonali sonlarni bo'lish haqida to'la tasavvurga ega bo'lish uchun bo'linmada nollar paydo bo'lgan holni qaraymiz. Masalan 7549 ni 37 ga bo'lamiz, ya'ni shunday  $q$  va  $r$  sonlarni topamizki, ular uchun  $7549 = 37 \cdot q + r$ ,  $0 \leq r < q$  va  $37q \leq 7549 < 37(q+1)$ , bajarilsin. 7549 va 37 sonlarining bo'linmasi  $q$  100 va 1000 sonlar orasida yotadi (u uch xonali son), chunki  $3300 < 7549 < 37000$  37 ni 100ga, 200ga va

hokazo ko'paytirib,  $37 \cdot 200 < 7549 < 37 \cdot 300$  ekanligini aniqlaymiz. Demak,  $q = 200 + q_1$ , bunda  $q$ -ikki xonali son va  $37 \cdot (200 + q_1) \leq 7549 < 37 \cdot (200 + q_1 + 1)$ .

Shakl almashtirishlardan keyin  $37q_1 \leq 149 < 37(q_1 + 1)$  tengsizlikka kelamiz.  $q_1$  soni ikki xonali bo'lgani uchun uning yozuvidagi o'nlar raqami 37ni 10ga, 20ga, 30 ga va hokazo ko'paytirish bilan topiladi. Biroq qaraladigan holda bu sonlarning birortasi ham tengsizlikni qanoatlantirmas ekan. Demak,  $q_1$  sonidagi o'nlar raqami 0 ga teng ekan, ya'ni  $q_1 = 0 + q_0$ . To'liqsiz bo'linma  $q$  quyidagi ko'rinishga ega:

$q = 200 + 0 + q_0$ , bunda  $q_0$  – birlar soni va  $q_0 = q_1$

Oxirgi tengsizlikdan:  $q_1 = 4$ . Demak izlanayotgan bo'linma  $200 + 0 + 4 = 204$  soni ekan. Qoldiq 1 ga teng, chunki  $7543 - 37 \cdot 204 = 1$ .

Butun nomanfiy  $a$  sonni  $B$  natural songa bo'lishning turli usullarining umumlashmasi quyidagi burchak qilib bo'lish algoritmi hisoblanadi:

I. Agar  $a = B$  bo'lsa, bo'linma  $q = 1$ , qoldiq  $r = 0$  bo'ladi.

II. Agar  $a > B$  bo'lib,  $a$  va  $B$  sonlardagi xonalar soni bir xil bo'lsa,  $B$  ni ketma-ket 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ga ko'paytirib bo'linma tanlab olinadi, chunki  $a < 10B$

III. Agar  $a > B$  bo'lib,  $a$  sondagi xonalar soni  $B$  sondagi xonalar sonidan katta bo'lsa,  $a$  bo'linuvchini yozib, uning o'ng tomoniga  $B$  bo'luvchini yozamiz va oralariga burchak belgisini qo'yib, bo'linma hamda qoldiqni ushbu ketma-ketlikda qidiramiz:

1.  $B$  sonda nechta xona bo'lsa,  $a$  sonida shuncha xonalarni yoki, agar zarur bo'lsa, bitta ortik xonani shunday ajratamizki, ular  $B$  dan katta yoki o'nga teng  $d_1$  sonni hosil qilsin.  $B$  ni ketma-ket 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ga ko'paytirib,  $d_1$  va  $B$  sonlarning  $q_1$  bo'linmasini tanlab topamiz.  $q_1$  ni burchak ostiga yozamiz.



2.  $d$  ni  $q_1$  ga ko'paytirib, ko'paytmani  $a$  sonining ostiga shunday yozamizki,  $vq_1$  sonning quyi xonasi ajratilgan  $d_1$  sonning quyi xonasi ostiga yozilsin.

3.  $B_1$  ning ostiga chiziqcha chizamiz va ayirmani topamiz.

$$r_1 = d_1 - Bq_1$$

4.  $r_1$  ayirmani  $Bq_1$  sonning ostiga yozamiz,  $r_1$  ning o'ng tomoniga  $a$  bo'luvchining foydalanilmagan xonalaridan yuqori xonasini yozamiz va chiqqan  $d_2$  sonni  $B$  bilan taqqoslaymiz.

5. Agar chiqqan  $d_2$  son  $B$  dan katta yoki unga teng bo'lsa, u holda  $d_2$  nisbatan I va II punktlardagidek ish tutamiz.  $q_2$  bo'linmani  $q_1$  dan keyin yozamiz.

6. Agar chiqqan  $d_2$  son  $B$  dan kichik bo'lsa, birinchi chiqqan  $d_3$  son  $B$  dan katta yoki unga teng bo'lishi uchun keyingi xonalardan qancha zarur bo'lsa yana shuncha yozamiz. Bu holda  $q_1$  dan keyin shuncha nol yozamiz. Keyin  $d_3$  ga nisbatan I va II punktlardagidek ish tutamiz  $q_2$  bo'linma nollardan keyin yoziladi. Agar  $a$  sonning kichik xonalaridan foydalanganda  $d_3 < B$  bo'lsa,  $d_3$  va  $B$  sonlarning bo'linmasi nolga teng bo'ladi va bu nolni bo'linmaning oxirgi xonasiga yozamiz, qoldiq  $r = d_3$  bo'ladi.

### **Bo'linish munosabati va uning xossalari**

**T a ' r i f:** Agar ixtiriyoriy  $a, b$  ( $b \neq 0$ ,) nomanfiy butun sonlar uchun  $a = b \cdot c$  (1) shartni qanoatlantiruvchi  $c$  soni mavjud bo'lsa, u holda  $a$  soni  $b$  ga bo'linadi, yoki karrali deyiladi va quyidagicha yoziladi.  $a : b$  (bo'linish munosabati)

Bo'linish munosabatining ba'zi xossalarini ko'rib chiqamiz.

1.0 soni har qanday songa bo'linadi.  $(\forall a \in Z_0) 0 : a$

2.0 dan farqli hech bir son 0 soniga bo'linmaydi.  $(\forall a \in Z_0), a : 0$ ;

3. Har qanday son 1 ga bo'linadi.  $(\forall a \in Z_0) a : 1$

4. Bo'linish munosabati refleksivlik xossasiga ega, ya'ni har qanday son o'z-o'ziga bo'linadi.

$$(\forall a \in \mathbb{Z}_0) a : a$$

5. Agar  $a$  va  $b$  sonlari uchun  $a : b$  va  $a > 0$  bo'lsa, u holda  $a \geq b$  bajariladi.

6. Bo'linish munosabati assimetriplik xossasiga ega

$$a : b \wedge b : a \Rightarrow a = b, \quad (\forall a, b \in \mathbb{Z}_0)$$

7. Bo'linish munosabati tranzitivlik xossasiga ega.

$$a : b \wedge b : c \Rightarrow a : c \quad (\forall a, b, c \in \mathbb{Z}_0)$$

8. Yig'indining bo'linish xossasi.

Agar qo'shiluvchilarning har biri  $c$  soniga bo'linsa, u holda bu qo'shiluvchilarning yig'indisi ham  $c$  soniga bo'linadi.

1-natija. Agar  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  sonlarning har biri  $c$  soniga bo'linsa, u holda bu sonlarning yig'indisi ham  $c$  soniga bo'linadi:

$$a_1 : c, a_2 : c, \dots, a_n : c \Rightarrow (a_1 + a_2 + \dots + a_n) : c$$

2-natija. Ayirmaning bo'linish xossasi.

Agar  $a$  va  $b$  sonlari  $c$  soniga bo'linsa va  $a \geq b$  bo'lsa, u holda bu sonlarning ayirmasi ham  $c$  soniga bo'linadi:

$$(a : c \wedge b : c), a \geq b \Rightarrow (a - b) : c$$

9-xossa Ko'paytmaning bo'linish xossasi.

Agar ko'paytuvchilardan birortasi  $c$  soniga bo'linsa, bu sonlarning ko'paytmasi ham  $c$  ga bo'linadi.

$$a : c \Rightarrow (a \cdot b) : c$$

3-natija Agar  $a_1, a_2, \dots, a_n$  sonlarning har biri  $c$  soniga bo'linsa, ixtiyoriy  $x_1, x_2, \dots, x_n$  lar uchun  $a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2 + \dots + a_n \cdot x_n$  ham  $c$  ga bo'linadi.

Bo'linish munosabati ko'pincha berilgan  $a$  soning biror  $b$  soniga qoldiqsiz bo'linish yoki bo'linmasligini aniqlash uchun zarur bo'lib o'quvchidan ba'zi bir sonlarga bo'linish alomatlarini o'rganishni taqozo qiladi.

## Bo'linish alomatlari

Bo'linish alomati deganda, biror berilgan sonni boshqa bir songa bo'lish amalini bajarmasdan turib, biror belgisiga ko'ra son bo'linish yoki bo'linmasligini tushunamiz. Biz quyida 2, 5, 4, 25, 3, 9, 11, 6, 12, 15 kabi sonlarga bo'linish alomatlarini qarab chiqamiz.

n natural sonining o'nlik sanoq sistemasidagi yozuvi berilgan bo'lsin:

$$N = a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \dots + a_1 \cdot 10 + a_0$$

2 ga bo'linish alomati: n soni ikkiga bo'linishi uchun uning o'nli yozuvi 0, 2, 4, 6, 8 raqamlaridan biri bilan tugashi zarur va yetarlidir.

Masalan,  $2346 : 2$ , chunki  $6 : 2$ .

5 ga bo'linish alomati: n soni 5 ga bo'linishi uchun uning o'nli yozuvi 0 yoki 5 raqam bilan tugashi zarur va yetarlidir.

Masalan,  $320 : 5$ ,  $1345 : 5$ .

4 ga bo'linish alomati: n soni 4 ga bo'linishi uchun n sonining o'nli yozuvidagi oxirgi ikkita raqamidan hosil bo'lgan ikki xonali sonning 4 ga bo'linishi zarur va yetarlidir.

Masalan,  $32364 : 4$ , chunki  $64 : 4$ .

25 ga bo'linish alomati: n soni 25 ga bo'linishi uchun n sonining o'nli yozuvidagi oxirgi ikkita raqamidan hosil bo'lgan ikki xonali sonning 25 ga bo'linishi zarur va yetarlidir. (yoki sonning oxirgi ikkita raqamidan tuzilgan son 00, 25, 50, 75 ko'rinishida bo'lishi zarur va yetarlidir)

Masalan,  $2625 : 25$ ;  $150300 : 25$ ;  $3275 : 25$ ;  $36550 : 25$ .

3 ga bo'linish alomati: n soni 3 ga bo'linishi uchun bu sonning o'nli yozuvdagi raqamlar yig'indisi 3 ga bo'linishi zarur va yetarlidir.

9 ga bo'linish alomati: n soni 9 ga bo'linishi uchun bu sonning o'nli yozuvdagi raqamlar yig'indisi 9 ga bo'linishi zarur va yetarlidir.

Masalan,  $12363 : 3$ , chunki  $(1+2+3+6+3) : 3$ , ammo  $12363$   $9$  soniga bo'linmaydi, chunki sonning raqamlar yig'indisi  $9$  ga bo'linmaydi.

$11$  ga bo'linish alomati: agar  $n$  sonining juft o'rinda turgan raqamlari yig'indisi bilan toq o'rinda turgan raqamlari yig'indilarining ayirmasi  $11$  ga bo'linsa, bu son  $11$  ga bo'linadi.

$6$  ga bo'linish alomati:  $n$  soni  $6$  ga bo'linishi uchun u  $2$  ga ham,  $3$  ga ham bo'linishi zarur va yetarlidir.

$12$  ga bo'linish alomati:  $n$  soni  $12$  ga bo'lishi uchun u  $3$  ga ham,  $4$  ga ham bo'linishi zarur va yetarlidir.

$15$  ga bo'linish alomati:  $n$  soni  $15$  ga bo'lishi uchun u  $3$  ga ham,  $5$  ga ham bo'linishi zarur va yetarlidir.

Teorema: Natural son murakkab  $a=b \cdot c$  ga bo'lishi uchun u son  $b$  ga ham,  $c$  ga ham bo'linishi zarur va yetarlidir, bunda  $b$  va  $c$  sonlar o'zaro tub sonlar.

### **Tub va murakkab sonlar.**

Ta'rif: Faqat ikkita bo'luvchiga ( $1$ ga va o'ziga) ega bo'lgan birdan

katta bo'lgan natural son tub son deyiladi; agar sonning ikkitadan ortiq chekli bo'luvchilari bo'lsa, bunday sonlar murakkab sonlar deyiladi.

Masalan,  $2;3;5;7;\dots$ - sonlari tub sonlar.

$4;6;8;9;\dots$ - sonlari murakkab sonlar.

Bir tub son ham, murakkab son ham bo'lmaydi. Bir shunday birgina maxsus natural son bo'lib, faqat bitta bo'luvchiga ega.

1-teorema: Birdan boshqa har qanday natural son hech bo'lmaganda bitta tub bo'luvchiga ega.

2-teorema: Har qanday murakkab son tub sonlar ko'paytmasi shaklida faqat birgina usul bilan tasvirlanishi mumkin.

Sonni tub sonlar ko'paytmasi shaklida ko'rsatish kanonik yoyilma deyiladi. Misol,  $210=2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

Ba'zan murakkab sonni tub ko'paytuvchilarga ajratganda tub ko'paytuvchi takrorlanishi mumkin. Masalan,  $24=2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3=2^3 \cdot 3$

Tub ko'paytuvchilarning takrorlanib kelishini hisobga olib murakkab A sonning tub ko'paytuvchilar shaklidagi kanonik yoyilmasi deb quyidagi ko'rinishdagi yozuvga aytiladi.

$$A=P_1^{\alpha_1} \cdot P_2^{\alpha_2} \cdot P_3^{\alpha_3} \cdot \dots \cdot P_n^{\alpha_n}$$

3-teorema: Tub sonlar soni cheksizdir.

Ushbu teorema ba'zi adabiyotlarda Yevklid teoremasi deb nomlanadi.

Berilgan son tub yoki murakkab son ekanligini aniqlash uchun bajariladigan hisoblashlarni ancha soddalashtirish imkonini beradigan usullardan birini ko'rsatamiz.

Har bir murakkab sonning hech bo'lmaganda bitta tub bo'luvchisi borligi ko'rsatilgan edi.

Berilgan murakkab A sonning birdan boshqa eng kichik tub bo'luvchisi  $\sqrt{A}$  dan oshmasligini isbotlaymiz.

Haqiqatan A sonning eng kichik tub bo'luvchisi q bo'lsin.

$$A=q \cdot A_1, \text{ bunda } A_1 \geq q$$

Bundan  $AA_1 \geq q^2 A_1$  ga ega bo'lamiz. Tengsizlikning ikkala tomonini  $A_1$  ga qisqartirib  $A \geq q^2$  yoki  $q \leq \sqrt{A}$  ni hosil qilamiz.

A sonning tub yoki murakkab son ekanligini aniqlash uchun A ni  $\sqrt{A}$  dan kichik bo'lgan tub sonlarga bo'lish shart. Agar A son  $\sqrt{A}$  dan kichik bo'lgan birorta tub songa bo'linmasa, bu holda A tub son bo'ladi.

Misol: 919 sonni tub yoki murakkab son ekanligini aniqlash kerak bo'lsin.

$\sqrt{919}$  dan kichik bo'lgan barcha tub sonlar 2;3;5;7;11;13;17;19;23;29

919 sonini bu sonlarning har biriga bo'lib tekshiramiz. 919 soni bu tub sonlarning hech biriga bo'linmaganligi sababli 919 soni tub son bo'ladi.

### **Sonlarning EKUB va EKUKi xossalari.**

a soni a dan katta bo'lgan bo'luvchiga ega bo'lishi mumkin bo'lmaganidan, bu sonning barcha bo'luvchilari 1 va a sonlari orasida bo'ladi va demak, a soni bo'luvchilarining soni cheklidir.

Ikki natural son a va b ni olamiz. Bular umumiy bo'luvchi 1 ga ega; a va b sonlarning birdan boshqa umumiy bo'luvchilari bo'lishi mumkin. a va b sonlarning bo'luvchilari soni chekli bo'lganidan ularning umumiy bo'luvchilarining soni ham cheklidir. Demak, agar bu umumiy bo'luvchilar bir nechta bo'lsa, ularning orasida eng kattasi bor va shu bilan birga bittadir.

Ta'rif. Ikki sonning eng katta umumiy bo'luvchisi deb berilgan sonlar umumiy bo'luvchilarining eng kattasiga aytiladi. Ikki natural sonning eng katta umumiy bo'luvchisi mavjud ekanini yuqorida ko'rsatdik. a va b sonlarning eng katta umumiy bo'luvchisi bunday belgilanadi:  $(a, b)$ .

Misol. 816 va 323 sonlarning EKUBini topish talab etilsin. Bu erda Yevklid algoritmi EKUB ni topish uchun xizmat qiladi. Odatda EKUB ni topish vaqtida hisoblashlarni bunday joylashtiriladi:

$$\begin{array}{r}
816 \overline{) 323} \\
\underline{646} \phantom{0} \\
323 \overline{) 170} \\
\underline{170} \phantom{0} \\
170 \overline{) 153} \\
\underline{153} \phantom{0} \\
153 \overline{) 17} \\
\underline{153} \phantom{0} \\
0
\end{array}$$

$r_i$  qoldiq 17 dir. Demak,  $(816, 323) = 17$ ,

### **EKUB xossalari**

1- teorema, a va b sonlarni ularning EKUB siga bo'lishdan hosil bo'lgan bo'linmalar o'zaro tub sonlar, ya'ni  $\frac{a}{(a,b)}$  va

$$\frac{b}{(a,b)}$$

sonlar o'zaro tub sonlardir.

2- teorema, a va b sonlarning har qanday umumiy bo'luvchisi ularning EKUBlarining ham bo'luvchisidir.

3- teorema. Agar  $a=ud$  va  $b=vd$ , shu bilan birga u va v sonlarning EKUBi 1 ga teng bo'lsa, bu holda:  $(a, b) = d$  bo'ladi, ya'ni agar a va b sonlarni d ga bo'lishdan hosil bo'lgan bo'linmalar o'zaro tub sonlar bo'lsa, bu vaqtda d son a va b sonlarning EKUBidir.

4- teorema. Agar berilgan sonlardan har birini qandaydir songa bo'lsak, bu vaqtda bu sonlarning EKUBi ham o'sha songa bo'linadi, ya'ni agar

$(a, b) = d$ ,  $a: \delta$  va  $b: \delta$  d bo'lsa, bu holda:

$$\left(\frac{a}{\delta}, \frac{b}{\delta}\right) = \frac{d}{\delta}$$

5-teorema. Agar berilgan sonlarni o'zgarmas songa ko'paytirsak bu vaqtda

bularning EKUB lari ham shu songa ko'payadi, ya'ni agar  $(a, b) = d$  bo'lsa,  $(am,$

$bm) = dm$  bo'ladi.

6- teorema. Agar  $ab$  ko'paytma  $c$  ga bo'linsa hamda  $a$  va  $c$  sonlar o'zaro tub sonlar, ya'ni  $(a, c) = 1$ , bo'lsa, bu holda  $b$  soni  $c$  ga bo'linadi.

7- teorema. Agar ikki son uchinchi son bilan o'zaro tub bo'lsa, bu holda ularning ko'paytmasi ham o'sha uchinchi son bilan o'zaro tub son bo'ladi, ya'ni agar  $(a, c) = 1$  va  $(b, c) = 1$  bo'lsa, bu vaqtda  $(ab, c) = 1$  bo'ladi.

8- teorema. Natural sonlarning ikkita  $a_1, a_2, \dots, a_n$  va  $b_1, b_2, \dots, b_n$  to'plami berilgan bo'lib, shu bilan birga  $(a_k, b_n) = 1$ , ya'ni  $a_k$  ning har bir soni  $b_1$  ning har bir soni bilan o'zaro tub sonlar bo'lsin, bu vaqtda  $(a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n) = 1$  bo'ladi.

9-teorema. Agar  $c$  son  $a$  va  $b$  sonlarga bo'linsa, shu bilan birga  $a$  va  $b$  o'zaro tub sonlar bo'lsa  $[(a, b) = 1]$ , bu vaqtda  $c$  son  $ab$  ga bo'linadi.

### **Sonlarning umumiy bo'linuvchisi( karralisi)**

Ikki natural son  $m$  va  $n$  ni olamiz.  $m$  va  $n$  ga bo'linadigan istalgan son, ya'ni  $m$  va  $n$  ga karrali bo'lgan son shu sonlarning umumiy bo'linuvchisi deb ataladi.

Ta'rif: ikki sonning eng kichik umumiy bo'linuvchisi deb, berilgan sonlarning har biriga bo'linadigan eng kichik songa aytiladi.  $m$  va  $n$  sonlarning eng kichik umumiy bo'linuvchisi  $[m, n]$  simvol bilan belgilanadi.

Misol:  $[6, 4] = 12$

Teorema. Ikki sonning umumiy bo'linuvchisi shu sonlarning eng kichik umumiy bo'linuvchisiga bo'linadi.

### **Eng kichik umumiy bo'linuvchini topish**



1-teorema,  $a$  va  $b$  sonlarning har qanday umumiy bo'linuvchilari  $\frac{a \cdot b}{(a,b)}$  ga bo'linadi.

Natija.  $a$  va  $b$  sonlarning eng kichik umumiy bo'linuvchisi  $\frac{a \cdot b}{(a,b)}$  ga eng.

Demak,  $[a,b] = \frac{a \cdot b}{(a,b)}$ .

Natija. Ikkita o'zaro tub sonlarning eng kichik umumiy bo'linuvchisi bu sonlarning ko'paytmasiga teng.

Haqiqatdan,  $(a, b) = 1$  bo'lganda  $[a,b] = \frac{a \cdot b}{(a,b)} = ab$  bo'ladi. Shuni

isbotlash talab etilgan edi.

2- teorema. Agar berilgan sonlarni qandaydir songa bo'lsak, u holda ularning eng kichik umumiy karralisi o'sha songa bo'linadi.

3- teorema. Agar berilgan sonlarni qandaydir uchinchi songa ko'paytirsak, bu holda bu sonlarning eng kichik umumiy bo'linuvchisi ham shu songa ko'paytiriladi.

Ikki yoki bir necha sonlarning eng katta umumiy bo'luvchisi va eng kichik umumiy karralisini tub ko'paytuvchilarga ajratib, topish mumkin. Buning uchun har bir son tub ko'paytuvchilar ko'paytmasi shaklida tasvirlanadi, eng katta umumiy bo'luvchini topish uchun har bir songa ishtirok etuvchi umumiy bo'lgan tub ko'paytuvchilar olinib, ularning ko'paytmasi topiladi. Bu sonlarning eng kichik umumiy karralisini topish uchun shu sonlarning kamida birortasidagi ko'paytuvchi tub sonlarning eng yuqori darajalari ishtirok etgan barcha ko'paytuvchilar ko'paytirilib aniqlanadi.

Misol, 260;120;360 sonlarning EKUB va EKUKi topilsin:

$$\begin{array}{l|l}
 1 & 260=2^2 \cdot 5 \cdot 13 \\
 & 120=2^3 \cdot 3 \cdot 5 \\
 & 360=2^3 \cdot 3^2 \cdot 5
 \end{array}$$

$$EKUB(260;120;360)=2^2 \cdot 5=20$$

$$EKUK(260;120;360)=2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 13=4680$$

### Son tushunchasini kengaytirish

Natural sonlar va noldan tashqari kasr sonlar, butun sonlar, ratsional sonlar, irratsional sonlar, haqiqiy sonlar mavjud. Son tushunchasining kengayishi jarayonidagi dastlabki to'plam natural sonlar to'plami  $N$  bo'ladi. Juda qadim zamonlarda paydo bo'lgan natural son tushunchasi ko'p asrlar davomida kengaydi va aniqroq musbat keldi. paydo va bog'liq. Manfiy sonlarning kiritilishi bilan butun sonlar to'plami  $Z$  da, hamda ratsional sonlar to'plami  $Q$  da nol soni teng huquqli songa aylandi. Bizning eramizgacha V asrda Pifagor maktabida musbat ratsional sonlar kesmalar uzunliklarini aniq o'lchash uchun yetarli emasligi aniqlangan va keyinroq bu muammo hal qilingandan keyin irratsional sonlar paydo bo'lgan. XVI asrda o'nli kasrlarning kiritilishi bilan haqiqiy sonlarga qadam qo'yildi. Haqiqiy sonlar tushunchasi sonlar qatorining oxirgisi emas.

## Kasr tuhunchasi

Kasrlarning paydo bo'lish tarixi miqdorlarni o'lchash bilan bog'liq. Masalan, kesma uzunligini o'lchashda kasrlarning paydo bo'lishini aniqlaymiz. a kesma va e birlik kesma berilgan bo'lsin, bunda e kesma har biri  $e_1$  ga teng bo'lgan n ta kesma yig'indisi. Agar a kesma har biri  $e_1$  ga teng m ta kesmadan tuzilgan bo'lsa, uning uzunligi  $\frac{m}{n}e$  ko'rinishda bo'lishi mumkin.  $\frac{m}{n}$  belgi kasr deyiladi. Unda m va n – natural sonlar. Bu belgi quyidagicha o'qiladi: “n dan m”.

n kasrning maxraji, m kasrning surati.

Agar kasrning surati maxrajidan kichik bo'lsa, bunday kasrga to'g'ri kasr, agar kasrning surati maxrajidan katta yoki unga teng bo'lsa, bunday kasrga noto'g'ri kasr deyiladi.

Ta'rif: e uzunlik birligida bitta kesmaning uzunligini ifodalovchi kasrlar teng kasrlar deyiladi. Masalan,  $\frac{10}{2}$  va  $\frac{20}{4}$

kasrlar e uzunlik birligida bitta kesmaning uzunligini ifodalaydi. Shuning uchun ular teng.  $\frac{20}{4} = \frac{10}{2}$

$\frac{m}{n}$  va  $\frac{p}{q}$  kasrlar teng bo'lishi uchun  $m \cdot q = n \cdot p$  bo'lishi zarur va yetarlidir.

Kasrning asosiy xossasi:

Agar berilgan kasrning surat va maxraji bir xil natural songa ko'paytirilsa yoki bo'linsa, berilgan kasrga teng kasr hosil bo'ladi.

Bu xossadan kasrlarni qisqartirish va umumiy maxrajga keltirish tushunchalari kelib chiqadi.

Kasrlarni qisqartirish – berilgan kasrni unga teng, lekin surat va maxraji undan kichik bo'lgan kasrga almashtirishdir.

Masalan,  $\frac{12}{24} = \frac{1}{2}$ .

Kasrlarni umumiy maxrajga keltirish kasrlarni ularga teng, lekin bir xil maxrajli kasrlarga almashtirishdir.

Musbat ratsional son – bu teng kasrlar to'plamidir. Bu to'plamga tegishli har bir kasr shu sonning yozuvidir. Masalan,  $\frac{4}{3}, \frac{8}{6}, \frac{12}{9}, \frac{16}{12}$ ... sonlar to'plami biror musbat ratsional sonidir ( $\frac{4}{3}$ ).

Har qanday musbat ratsional son uchun shu sonning yozuvi bo'lgan bitta va faqat bitta qisqarmas kasr mavjud.

Musbat ratsional sonlar to'plamida:

1. Eng kichik son yo'q.
2. Ixtiyoriy ikkita ratsional son orasida  $Q$  ning cheksiz ko'p soni bor, ya'ni ratsional sonlar to'plami o'zida zich to'plam.

### **Kasrlar ustida amallar**

Ta'rif: Agar  $a$  va  $b$  musbat ratsional sonlar  $\frac{m}{n}$  va  $\frac{p}{n}$  kasrlar bilan ifodalangan bo'lsa, u holda  $a$  va  $b$  sonlarning yig'indisi deb,  $\frac{m+p}{n}$  kasr bilan ifodalangan songa aytiladi:

$$\frac{m}{n} + \frac{p}{n} = \frac{m+p}{n}$$

Turli maxrajli kasrlarni qo'shish uchun umumiy maxrajga keltirib, yuqoridagi ta'rifdan foydalanib yig'indi topiladi.

Musbat ratsional sonlarni qo'shish o'rin almashtirish va gruppalash qonunlariga bo'ysunadi.

Ta'rif:  $a$  va  $b$  musbat ratsional sonlarning ayirmasi deb, shunday  $c$  musbat ratsional soniga aytiladiki, uning uchun  $a=b+c$  o'rinli.

Ushbu ta'rifni quyidagicha berish mumkin.

Ta'rif: Agar  $a$  va  $b$  musbat ratsional sonlar  $\frac{m}{n}$  va  $\frac{p}{n}$  kasrlar bilan ifodalangan bo'lsa, u holda  $a$  va  $b$  sonlarning ayirmasi deb,  $\frac{m-p}{n}$  kasr bilan ifodalangan songa aytiladi:

$$\frac{m}{n} - \frac{p}{n} = \frac{m-p}{n}$$

Ta'rif: Agar  $a$  va  $b$  musbat ratsional sonlar  $\frac{m}{n}$  va  $\frac{p}{q}$  kasrlar bilan ifodalangan bo'lsa, u holda  $a$  va  $b$  sonlarning ko'paytmasi deb,  $\frac{m \cdot p}{n \cdot q}$  kasr bilan ifodalangan songa aytiladi:

$$\frac{m}{n} \cdot \frac{p}{q} = \frac{m \cdot p}{n \cdot q}$$

Ta'rif:  $a$  va  $b$  musbat ratsional sonlarning bo'linmasi deb, shunday  $c$  musbat ratsional soniga aytiladiki, uning uchun  $a=b \cdot c$  o'rinli.

Ikki musbat ratsional sonning bo'linmasi

$$\frac{m}{n} : \frac{p}{q} = \frac{m \cdot q}{n \cdot p}$$

formula bo'yicha topiladi.

### **O'nli kasr sonlar tushunchasi**

Ta'rif: Maxraji 10 va uning darajaliradan iborat bo'lgan kasrga o'nli kasr deyiladi. Masalan,  $\frac{1}{10}=0,1$ ;  $\frac{3}{100}=0,03$ ;  $\frac{77}{1000}=0,077$ .  $\frac{1}{100}$  - bu 1 % (foiz) deyiladi.

O'nli kasrlarni taqqoslash va ular ustida qo'shish, ayirish, ko'paytirish va bo'lish amallari natural sonlar to'plamida bajarilgandek bajariladi. Faqat bu yerda o'nli kasrning butun va kasr qismlarini hisobga olish zarur.

1.  $\frac{m}{n}$  qisqarmas kasr maxraji  $n$  ni tub ko'paytuvchilarga ajratganda faqat 2 va 5 sonlari qatnashsa, u holda bu kasr chekli o'nli kasr ko'rinishida ifodalanadi.
2.  $\frac{m}{n}$  qisqarmas kasr maxraji  $n$  ni tub ko'paytuvchilarga ajratganda 2 va 5 sonlari ishtirok etmagan holda boshqa tub son qatnashsa, u holda bu kasr cheksiz davriy o'nli kasr (sof davriy o'nli kasr) ko'rinishida ifodalanadi.
3.  $\frac{m}{n}$  qisqarmas kasr maxraji  $n$  ni tub ko'paytuvchilarga ajratganda 2 yoki 5 sonlari bilan birga boshqa tub sonlar ham

qatnashsa, u holda bu kasr cheksiz davriy o'qli kasr (aralash davriy o'qli kasr) ko'rinishida ifodalanadi.

Sonning o'qli yozuvida verguldan keyin ketma-ket takrorlangan raqamlar gruppasi qatnashsa, bunday kasrga sof davriy o'qli kasr deyiladi. Ketma-ket takrorlanadigan raqamlar gruppasi davr deyiladi. Masalan,  $\frac{6}{7} = 0,(857142)$ .

Sonning o'qli yozuvida verguldan keyin ketma-ket takrorlangan raqamlar gruppasidan oldin qandaydir sonlar qatnashsa, bunday kasrga aralash davriy o'qli kasr deyiladi. Masalan,  $\frac{5}{6} = 0,8(3)$ .

Sof davriy cheksiz o'qli kasr shunday oddiy kasrga tengki, uning surati davrga teng, maxraji esa kasr davrida nechta raqam bo'lsa, shuncha to'qqizdan iborat.

Masalan,  $0,(21) = \frac{21}{99}$ .

Butun qismi 0 ga teng aralash davriy o'qli kasr shunday oddiy kasrga tengki, uning surati ikkinchi davrgacha yozilgan sondan birinchi davrgacha yozilgan sonning ayirmasidan, maxraji esa davrda nechta raqam bo'lsa, shuncha to'qqizdan va birinchi davrgacha nechta raqam bo'lsa shuncha 0 dan iborat.

Masalan,  $0,31(4) = \frac{314 - 31}{900}$ ;  $0,5(46) = \frac{546 - 5}{990}$ .

## Haqiqiy sonlar

Ma'lumki, agar musbat ratsional sonlar o'qli kasr ko'rinishida berilgan bo'lsa, ular ustida amallar bajarish qulay. Shuning uchun bu miqdorlarni o'lchash natijalarini ham, jumladan kesmalar uzunliklarini o'qli kasr ko'rinishida yozish maqsadga muvofiqdir.

a – uzunligi o'lchanishi kerak bo'lgan kesma, e kesma – uzunlik birligi bo'lsin.

Agar kesma uzunligini o'lchash jarayonini idealdagidek olsak, ikki hol yuz berishi mumkin:

1) O'lchash jarayoni biror  $k$ -qadamda tugaydi. U holda  $a$  kesma uzunligi, masalan,  $n, n_1 n_2 \dots n_k$  ko'rinishidagi chekli o'nli kasr bilan ifodalanadi.

2) Kesma uzunligini o'lchash jarayoni cheksiz bo'ladi. U holda  $a$  kesma uzunligi, masalan,  $n, n_1 n_2 \dots n_k \dots$  ko'rinishidagi cheksiz o'nli kasr bilan ifodalanadi.

Bu cheksiz o'nli kasr har doim ham davriy bo'lavermaydi. Cheksiz davriy bo'lmagan o'nli kasr hosil bo'lishi mumkin.

Ta'rif: Cheksiz davriy bo'lmagan o'nli kasrga irratsional son deyiladi.

Masalan,  $\sqrt{2}, \sqrt{7}, \sqrt{19}, \pi = 3,1415\dots, e = 2,7828\dots$

Ta'rif: Musbat ratsional sonlar to'plami  $Q_+$  bilan musbat irratsional sonlar to'plami  $I_+$  ning birlashmasi musbat haqiqiy sonlar to'plami deyiladi va u  $R_+$  bilan belgilanadi.  $R_+ = Q_+ \cup I_+$ .

$a = n, n_1 n_2 \dots n_k \dots$  biror haqiqiy son bo'lsin.  $a$  sonining  $\frac{1}{10^k}$  gacha aniqlikda kami bilan olingan taqribiy qiymati  $a_k = n, n_1 n_2 \dots n_k$  soni bo'ladi.  $a = n, n_1 n_2 \dots n_k \dots$  sonining  $\frac{1}{10^k}$  gacha aniqlikda ortig'i bilan olingan taqribiy qiymati  $a_k^1 = n, n_1 n_2 \dots n_k + \frac{1}{10^k}$  soni bo'ladi.

Har qanday  $a$  haqiqiy son uchun  $a_k \leq a < a_k^1$  tengsizlik o'rinli bo'ladi.

$a$  va  $b$  haqiqiy sonlar,  $a_k$  va  $b_k$  – haqiqiy sonlarning kami bilan olingan taqribiy qiymatlari,  $a_k^1$  va  $b_k^1$  – haqiqiy sonlarning ortig'i bilan olingan taqribiy qiymatlari bo'lsin.

Ta'rif:  $a$  va  $b$  musbat haqiqiy sonlarning yig'indisi deb,  $a_k + b_k \leq a + b < a_k^1 + b_k^1$  tengsizlikni qanoatlantiruvchi  $a + b$  songa aytiladi.

Ta'rif:  $a$  va  $b$  musbat haqiqiy sonlarning ko'paytmasi deb,  $a_k \cdot b_k \leq a \cdot b < a_k^1 \cdot b_k^1$  tengsizlikni qanoatlantiruvchi  $a \cdot b$  songa aytiladi.

Har qanday musbat haqiqiy son uchun quyidagi tengliklar bajariladi:

1)  $a+b=b+a$

4)  $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

2)  $(a+b)+c=a+(b+c)$

5)  $(a+b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$

3)  $a \cdot b = b \cdot a$

Manfiy haqiqiy sonlar to'plamining musbat haqiqiy sonlar to'plami va 0 bilan birlashmasi haqiqiy sonlar to'plami bo'ladi va u  $\mathbb{R}$  harfi bilan belgianadi. Haqiqiy sonlar to'plami bilan son o'qi orasida o'zaro bir qiymatli moslik mavjud. Har bitta haqiqiy songa son o'qining bitta nuqtasi va aksincha, son o'qidagi har bir nuqtaga bitta haqiqiy son mos keladi.

Haqiqiy sonlarni ayirish va bo'lish mos ravishda qo'hish va ko'paytirishga teskari amal sifatida ta'riflanadi.

Haqiqiy sonlar to'plami quyidagi xossalarga ega:

1) Haqiqiy sonlar to'plami cheksiz to'plam

2) Haqiqiy sonlar to'plami kontenium quvvatli to'plam

3) Haqiqiy sonlar to'plami quyidan ham yuqoridan ham chegaralanmagan to'plam;

4) Haqiqiy sonlar to'plami sonli maydonni tashkil etadi. Bu to'plamdagi elementlar orasida qo'shish, ayirish, ko'paytirish va bo'lish amallari algebraik amal bo'ladi.

Haqiqiy sonlar to'plami barcha sonlar to'plamining eng oxirgisi emas. Sonlar to'plamini yanada kengaytirish mumkin.

## **Kompleks sonlar.**

Ba'zan tenglamalarni yechish jarayonida haqiqiy sonlar to'plami yetarli bo'lmay qoladi. Masalan,  $x^2+1=0$  tenglamani yechmoqchi bo'lsak:  $x=\sqrt{-1}$ . Bu haqiqiy son emas. Shu sababli haqiqiy sonlar to'plamini kengaytirishga to'g'ri keladi. Bu yangi sonlar haqiqiy sonlar bilan birgalikda kompleks sonlar to'plami deb ataladigan to'plamni tashkil qiladi.



Ta'rif: Kompleks son deb,  $a+bi$  ko'rinishdagi ifodaga aytiladi, bunda  $a$  va  $b$  lar haqiqiy sonlar,  $i$  – shunday kompleks sonki,  $i^2 = -1$ .

$a$  son  $a+bi$  kompleks sonning haqiqiy qismi,  $b$  son esa uning mavhum qismi deyiladi.

Ta'rif: Agar ikkita  $a+bi$  va  $c+di$  kompleks sonlarning haqiqiy va mavhum qismlari teng bo'lsa, ya'ni  $a=c$  va  $b=d$  bo'lsa, u holda ular teng deyiladi.

Ta'rif:  $a+bi$  va  $c+di$  kompleks sonlarning yig'indisi deb  $(a+c)+(b+d)i$  ko'rinishdagi kompleks songa aytiladi.

Ta'rif:  $a+bi$  va  $c+di$  kompleks sonlarning ayirmasi deb  $(a-c)+(b-d)i$  ko'rinishdagi kompleks songa aytiladi.

Ta'rif:  $a+bi$  va  $c+di$  kompleks sonlarning ko'paytmasi deb  $(ac-bd)+(ad+bc)i$  ko'rinishdagi kompleks songa aytiladi.

Ta'rif:  $a+bi$  va  $c+di$  kompleks sonlarning bo'limasi deb  $\frac{ac+bd}{c^2+d^2} + \frac{bc-ad}{c^2+d^2}i$  ko'rinishdagi kompleks songa aytiladi.

Kompleks sonlar bo'linmasi ta'rifi quyidagicha hosil qilinadi:

$$\frac{a+bi}{c+di} \cdot \frac{c-di}{c-di} = \frac{ac+bci-adi-bdi^2}{c^2+d^2} = \frac{ac+bd+(bc-ad)i}{c^2+d^2} = \frac{ac+bd}{c^2+d^2} + \frac{bc-ad}{c^2+d^2}i.$$

## Taqribiy sonlar

Hisoblashlarda kamdan-kam hollardan tashqari hamma vaqt aniq sonlar bilan emas, balki taqribiy ma'lumotlar, ya'ni qiymati to'la, aniq bo'lmagan miqdorlarni ifodalaydigan sonlar bilan ish ko'rishga to'g'ri keladi. Taqribiy sonlarning hosil bo'lishi juda xilma-xildir. Ba'zilarini keltiramiz.

1. Taqribiy sonlar hammadan oldin o'lchash natijasidir. Bir xil ob'ektni bir necha marta o'lchab, turli son qiymatlarni hosil qilish mumkin. Buning sababi:

- a) o'lchov asboblarining aniqmasligi;
- b) o'lchash bajarilayotganda sharoitning o'zgarishi;
- c) sezgi a'zolarimizning aniqsizligi.

2. Taqribiy sonlar paydo bo'lishining ikkinchi muhim manbai sonlarni yaxlitlashdir. Masalan, biror shahar aholisini ro'yxatga olishda unda 3 456 887 kishi yashashi aniqlandi. Aholini ro'yxatga olish natijasini ishlab chiqish tugashidan oldin aholi sonida o'zgarishlar (tug'ilish, vafot etish, yangi fuqarolarning ko'chib kelishi va hokazo) sodir bo'ladi. Shu sababli topilgan natijani, masalan, 3 457 000 yoki 3 460 000 soni bilan almashtirib yaxlitlash tabiiydir.

3. Ba'zi sonlarni (masalan,  $\sqrt{3}, \sin 37^\circ, \lg 5, \pi, \dots$ ) hisoblash natijasida taqribiy son hosil bo'ladi. Bularni aniq hisoblash mumkin emas.

Ta'rif: Sonning aniq qiymati bilan uning taqribiy qiymati orasidagi ayirmaning moduliga absolyut xato deyiladi.  $\Delta a = |a - A|$ , bunda  $a$  – sonning aniq qiymati,  $A$  – sonning taqribiy qiymati,  $\Delta a$  - absolyut xato.

Ta'rif: Absolyut xatoning sonning taqribiy qiymatiga bo'lgan nisbatiga nisbiy xato deyiladi.  $\delta = \frac{\Delta a}{A}$ , bunda  $\Delta a$  - absolyut xato,  $A$  – sonning taqribiy qiymati,  $\delta$  - nisbiy xato.

## Mustaqil yozma-nazorat topshiriqlari.

### 1. «Nomanfiy butun sonlar to'plamini to'plamlar nazariyasi asosida qurish» mavzusida topshiriqlar.

- 1) Butun nomanfiy sonlarning yig'indisi ta'rifidan foydalanib, quyidagilarni tushuntiring. a)  $5+2=7$ ; b)  $3+6=9$ ; v)  $1+4=5$ ; g)  $4+0=4$ . Tushuntirishlarni to'liq keltiring:
- 2) Quyidagi tengliklarni nazariy to'plam nuqtai nazarida talqin qiling. Tushuntirishlarni to'liq keltiring:  
a)  $8-6=2$ ; b)  $5-1=4$ ; v)  $6-0=6$ ; g)  $6-6=0$
- 3) Butun nomanfiy sonlarni ko'paytirish ta'rifidan foydalanib, quyidagilarni tushuntiring:  
a)  $3*2=6$ ; b)  $1*4=4$ ; v)  $0*2=0$ ; g)  $3*0=0$
- 4) Quyidagi tengliklarni nazariy – to'plam nuqtai nazarida talqin qiling. Tushuntirishlarni to'liq keltiring:  
a)  $8:4=2$ ; b)  $8:2=4$ ; v)  $4:4=1$  g)  $4:1=4$
- 5) 7 ta daftarni ikki o'quvchi orasida har bir o'quvchi hech bo'lmaganda bitta daftar oladigan qilib qanday taqsimlash mumkin? Nazariy - to'plam nuqtai nazarida talqin qiling.
- 6) 6 ta yong'oqni ikki aka – uka orasida qanday taqsimlash mumkin? Nazariy - to'plam nuqtai nazarida talqin qiling.
- 7) Ushbu shartlarga doir ikkitadan masala tuzing.  
 $8+4=12$ ;  $14-6=8$ ;  
Nazariy - to'plam nuqtai nazarida talqin qiling.
- 8) Ushbu shartlarga doir ikkitadan masala tuzing. Nazariy - to'plam nuqtai nazarida talqin qiling.  
 $15:3=5$ ;  $8*3=24$
- 9) 7 ta qalamni ikki o'quvchiga qanday taqsimlash mumkin? Nazariy - to'plam nuqtai nazarida talqin qiling.
- 10) Quyida tengliklarni nazariy – to'plam nuqtai nazarida talqin qiling. Tushuntirishlarni to'liq keltiring.  
a)  $9-3=6$ ; b)  $4+5=9$ ; v)  $10:2=5$ ; g)  $8*6=48$
- 11) Qo'shish qonunlaridan foydalanib quyidagi misollarni yeching. Ularni izohlang.

- a)  $204+41+96+29$   
 b)  $39+28+32+41$
- 12) Hisoblashni bajaring va izohlang.  
 a)  $28 \cdot 7 + 22 \cdot 7$   
 b)  $(42+12) \cdot 5$
- 13) Ko'paytirish qonunlaridan foydalanib, quyidagi misollarni yeching. Ularni izohlang.  
 a)  $34 \cdot 12 \cdot 5 \cdot 25$   
 b)  $125 \cdot 56 \cdot 8$
- 14) Quyidagi shartlarni nazariy – to'plam nuqtai nazarida talqin qiling.  
 a)  $3 > 2$ ; b)  $5+4 > 5+3$ ; v)  $2+4 < 7$
- 15) Quyidagi shartlarni nazariy – to'plam nuqtai nazarida talqin qiling.  
 a)  $7 < 9$ ; b)  $2+3 > 4$ ; v)  $5+2 < 5+4$
- 16) “Katta” munosabatining qo'shish orqali ta'rifidan foydalanib, ixtoriy  $a, b, c$  natural sonlar uchun quyidagi da'vo o'rinli bo'lishini isbotlang: “Agar  $a > b$  bo'lsa, u holda  $a+c > b+c$  bo'ladi”.
- 17) “Kichik” munosabatining qo'shish orqali ta'rifidan foydalanib, ixtoriy  $a, b, c$  natural sonlar uchun quyidagi da'vo o'rinli bo'lishini isbotlang: “Agar  $a < b$  bo'lsa, u holda  $a+c < b+c$  bo'ladi”.
- 18) Boshlang'ich sinflar matematika darsliklaridan “kichik” munosabati nazariy to'plam nuqtai – nazaridan qaraladigan ikkita topshiriqqa doir misollar keltiring. Ularni izohlang.
- 19) Boshlang'ich sinflar matematika darsliklaridan “katta” munosabati nazariy to'plam nuqtai – nazaridan qaraladigan ikkita topshiriqqa doir misollar keltiring. Ularni izohlang.
- 20) Ayirishni qo'shishga nisbatan teskari amal sifatida qarab ta'rifini keltiring va uni nazariy – to'plam nuqtai nazarida talqin qiling.
- 21) Yechimi  $16-8=8$  tenglik ko'rinishida yoziladigan 3 ta masala tuzing. Buni qanday nazariy qoida asosida bajarish mumkin?

- 22) Quyidagi masalani nazariy – to'plam nuqtai nazarida talqin qilib, uni yeching “Bog'da 8 tup olma, 6 tup nok ko'chati bor. Olma ko'chati nok ko'chatlaridan nechta ko'p?”
- 23) Quyidagi masalani nazariy – to'plam nuqtai nazarida talqin qilib, uni yeching “Ra'no 9 ta bodring terdi. Lola esa undan 4 ta kam bodring terdi. Lola nechta bodring terdi?”
- 24) Quyidagi masalani nazariy – to'plam nuqtai nazarida talqin qilib, uni yeching. “Bog'da 8 tup olma daraxti bor. Ular noklardan 2 tup kam. Bog'da nechi tup nok daraxti bor?”
- 25) Quyidagi masalani nazariy – to'plam nuqtai nazarida talqin qilib, uni yeching. “Lola 13 ta bodring terdi. Ra'no esa undan 4 ta ortiq bodring terdi. Ra'no nechta bodring terdi?”
- 26) Quyidagi masalani turli usullarda yeching. Uni nazariy – to'plam nuqtai nazarida talqin qiling “Bir bankada 10 ta, ikkinchida 6 ta tuzlangan bodring bor edi. Tushlikda 4 ta bodring yeyildi. Hammasi bo'lib qancha bodring qoldi?”
- 27) Quyidagi masalani turli usullarda yeching. Uni nazariy – to'plam nuqtai nazarida talqin qiling: “Bir bochkada 40 chelak, ikkinchisida esa 12 chelak suv bor edi. Gullarga quyish uchun 10 chelak suv sarflandi. Bochkalarda necha chelak suv qoldi?”
- 28) Bo'lishni ko'paytirishga nisbatan teskari amal sifatida qarab ta'rifini keltiring va uni nazariy – to'plam nuqtai nazarida talqin qiling.
- 29) Quyidagi masalani nazariy – to'plam nuqtai nazarida talqin qilib, uni yeching. “Bog'da 5 tup olma daraxti bor, ular olchalardan 3 marta kam. Bog'da necha tup olcha daraxti bor?”
- 30) Quyidagi masalani nazariy – to'plam nuqtai nazarida talqin qilib, uni yeching. “Hovlida 4 ta o'rdak va 8 ta g'oz yurgan edi. G'ozlar o'rdaklardan necha marta ko'p? O'rdaklar g'ozlardan necha marta kam edi?”

## 2. «Nomanfiy butun sonlar to'plamini aksiomatik asosida qurish» mavzusida topshiriqlar

1) Istalgan  $n \in \mathbb{N}$  uchun  $2+3+4+\dots+(n+1) = \frac{n \cdot (n+3)}{2}$  o'rinlimi?

2) Istalgan  $n \in \mathbb{N}$  uchun  $1+3+5+\dots+2n-1 = n^2$  o'rinlimi?

3) Istalgan  $n \in \mathbb{N}$  uchun  $1^2+2^2+3^2+\dots+n^2 = \frac{n \cdot (n+1)(2n+1)}{6}$

o'rinlimi?

4) Istalgan  $n \in \mathbb{N}$  uchun  $1+2+2^2+2^3+\dots+2^{n-1} = 2^n - 1$  o'rinlimi?

5) Istalgan  $n \in \mathbb{N}$  uchun  $1^3+3^3+5^3+\dots+(2n-1)^3 = n^2(2n-1)^2$  o'rinlimi?

6) Istalgan  $n \in \mathbb{N}$  uchun  $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + \dots + n(n+1) = \frac{n \cdot (n+1)(n+2)}{3}$  o'rinlimi?

7) Istalgan  $n \in \mathbb{N}$  uchun  $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{2n+1}$

o'rinlimi?

8) Istalgan  $n \in \mathbb{N}$  uchun

$1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots + (-1)^{n-1} n^2 = (-1)^{n-1} \cdot \frac{n \cdot (n+1)}{2}$  o'rinlimi?

9) Istalgan  $n \in \mathbb{N}$  uchun

$\frac{1}{1 \cdot 3 \cdot 5} + \frac{2}{3 \cdot 5 \cdot 7} + \dots + \frac{n}{(2n-1)(2n+1)(2n+3)} = \frac{n(n+1)}{2(2n+1)(2n+3)}$  o'rinlimi?

10) Istalgan  $n \in \mathbb{N}$  uchun  $\frac{3}{4} + \frac{5}{36} + \frac{7}{144} + \dots + \frac{2n+1}{n^2 \cdot (n+1)^2} = 1 - \frac{1}{(n+1)^2}$

o'rinlimi?

11) Istalgan  $n \in \mathbb{N}$  uchun  $1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n-1)^2 = \frac{n \cdot (2n-1)(2n+1)}{3}$

o'rinlimi?

12) Istalgan  $n \in \mathbb{N}$  uchun  $\frac{1}{1 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 13} + \dots + \frac{1}{(4n-3)(4n+1)} = \frac{n}{2 \cdot (n+2)}$

o'rinlimi?

13) Istalgan  $n \in \mathbb{N}$  uchun  $\frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{(n+1)(n+2)} = \frac{n}{2(n+2)}$

o'rinlimi?

14) Istalgan  $n \in \mathbb{N}$  uchun

$$1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + \dots + n(n+1)(n+2) = \frac{1}{4}n(n+1)(n+2)(n+3) \text{ o'rinlimi?}$$

15) Istalgan  $n \in \mathbb{N}$  uchun  $2 \cdot 2^0 + 3 \cdot 2^1 + 4 \cdot 2^2 + \dots + (n+1)2^{n-1} = n \cdot 2^n$   
o'rinlimi?

16) Istalgan  $n \in \mathbb{N}$  uchun  $\frac{1}{2} + \frac{3}{2^2} + \frac{5}{2^3} + \dots + \frac{2n-1}{2^n} = 3 - \frac{2n+3}{2^n}$  o'rinlimi?

17) Istalgan  $n \in \mathbb{N}$  uchun  $1+4+7+10+\dots+(3n-2) = \frac{n \cdot (3n-1)}{2}$

o'rinlimi?

18) Istalgan  $n \in \mathbb{N}$  uchun  $5+7+9+11+\dots+(2n+3) = (4+n)n$   
o'rinlimi?

19) Istalgan  $n \in \mathbb{N}$  uchun  $3+7+11+15+\dots+(4n-1) = (2n-1)n$   
o'rinlimi?

20) Istalgan  $n \in \mathbb{N}$  uchun  $5+10+15+\dots+5n = \frac{5}{2} \cdot (n+1)n$  o'rinlimi?

21) Istalgan  $n \in \mathbb{N}$  uchun  $n^3 - n$  ning 6 ga bo'linishini  
isbotlang.

22) Istalgan  $n \in \mathbb{N}$  uchun  $n^3 + 11n$  ning 6 ga bo'linishini  
isbotlang.

23) Istalgan  $n \in \mathbb{N}$  uchun  $n^3 + 3n^2 + 2n$  ning 6 ga bo'linishini  
isbotlang.

24) Uchta ketma-ket keluvchi natural sonlar kublarining  
yig'indisi 9 ga bo'linishini isbotlang.

25) Istalgan  $n \in \mathbb{N}$  uchun  $n^2(n^2-1)$  ning 4 ga bo'linishini  
isbotlang.

26) Ixtiyoriy  $n \in \mathbb{N}$  uchun  $n(2n+1)(7n+1)$  ning 6 ga  
bo'linishini isbotlang.

27) Ketma-ket keluvchi ikkita juft natural sonlarning  
ko'paytmasi 8 ga bo'linishini isbotlang.

28) Istalgan  $n \in \mathbb{N}$  uchun  $2 \cdot 7^n + 1$  ning 3 ga bo'linishini  
isbotlang.

29) Istalgan  $n \in \mathbb{N}$  uchun  $7^n + 3n - 1$  ning 3 ga bo'linishini  
isbotlang.

30) Istalgan  $n \in \mathbb{N}$  uchun  $9^n - 8n - 1$  ning 8 ga bo'linishini  
isbotlang.

### **3. “Natural son miqdorlarni o’lchash natijasi sifatida” mavzusiga doir topshiriqlar.**

Quyida keltiriladigan masalalarni miqdorlar nazariyasi nuqtai nazarida talqin qilib yeching.

- 1) Bir idishda 4 l sut? Ikkinchisida 3 l sut bor. Tushlikda 2 l sut ichildi. Necha litr sut qoldi?
- 2) Bir qopda 18 kg sabzi, ikkinchi qopda 25 kg sabzi bor. 12 kg sabzi sotildi. Necha kilogramm sabzi qoldi?
- 3) Bir to’pda 23 m chit, ikkinchi to’pda 17 m chit bor. 14 m chit ishlatildi. To’plarda necha metr chit qoldi?
- 4) Bir bo’lak lenta uzunligi 7 m, ikkinchi bo’lak lenta undan 2 m qisqa. Ikki bo’lak lentaning uzunligi qancha?
- 5) 18 m uzunligidagi sim o’ramidan avval 7 m, keyin 5 m sim qirqib olindi. O’ramda necha metr sim qoldi?
- 6) Bufetga har birida 9 kg apelsin bo’lgan 3 yashik apelsin keltirildi. Necha kilogramm apelsin keltirilgan?
- 7) Bolalar paltosiga ikki metr movut ketadi. 12 m movutdan shunday bolalar paltosidan nechta tikish mumkin?
- 8) Oshxonada 80 kg kartoshka va 8 kg sabzi ishlatildi. Kartoshka sabziga qaraganda necha marta ko’p ishlatildi?
- 9) Bir sigirdan bir sutkada o’rtacha 14 kg sut sog’ib olinadi. 10 ta shunday sigirdan 7 sutkada nechki kilogramm sut sog’ib olish mumkin?
- 10) Bochkada 38 chelak suv bor. Gullarni sug’orish uchun yertalab 12 chelak kechqurun 16 chelak suv ishlatildi. Bochkada necha chelak suv qoldi?
- 11) Bir paket guruch massasi 2 kg. Bir qop guruch massasi esa 50 kg. Bir qopda necha paket guruch bor?
- 12) To’pda bir necha metr gazlama bor edi. Undan 11 metr qirqib olingandan so’ng 17 metr gazlama qoldi. To’pda necha metr gazlama bor edi?



- 13) Bir yashikda 12 kg apelsin, ikkinchisida esa undan 3 kg ko'p apelsin bor. Ikkala yashiklarda necha kilogramm apelsin bor?
- 14) Uchburchakning bir tomoni 11 sm, ikkinchi tomoni undan 2 sm qisqa, uchinchi tomoni esa birinchi tomondan 3 sm uzun. Uchburchak perimetrini toping.
- 15) Birinchi maydondan 204 sentner, ikkinchisidan esa undan 12 s ko'p g'alla olindi. Ikkala maydondan qancha g'alla olingan?
- 16) Ikkita idishda 26 litr yog' bor. Birinchi idishda 12 litr yog' bo'lsa, ikkinchi idishda qancha yog' bor?
- 17) Ikki o'ramda sim bor. Birinchi o'ramda 16 m. Ikkinchi o'ramda birinchi o'ramdagidan 3 m kam sim bor. Ikki o'ramda qancha sim bor?
- 18) Uchburchak bir tomoni 7 sm, ikkinchi tomoni 6 sm, uchinchi tomoni ikkinchi tomonidan 3 sm uzun. Uchburchak perimetrini toping.
- 19) Ikki g'altakda ip bor. Birinchi g'altakda 12 m, ikkinchisida undan 6 m ko'p ip bor. Ikkala g'altakda necha necha metr ip bor?
- 20) Ko'zachada bir necha litr sut bor edi. Yertalab 3 litr, kechqurun 2 litr sut ko'zachadan olinib ishlatilgandan so'ng unda 4 litr sut qoldi. Ko'zachada necha litr sut bo'lgan?
- 21) Yog'och bolor uzunligi 11 metr. Undan 2 ta 4 metrlik bolor arralab olindi. Necha metrlik yog'och cho'p qoldi?
- 22) Tovuqlarni boqish uchun bir haftada 20 kg don, g'ozlarni boqish uchun esa undan 10 kg ko'p don sarflanadi. Tovuq va g'ozlarni boqish uchun necha kilogramm don sarflanadi?
- 23) 12 metrli tasmaning uchdan ikki qismi qirqib olindi. Qolgan qismi necha metr?
- 24) To'g'ri to'rtburchak perimetri 18 m. Bo'yi 5 metr. Enini toping.

- 25) Birinchi to'pda 24 m, ikkinchi to'pda 15 metr mato bor. Bitta ko'ylak tikish uchun 3 metr mato sarflansa, har bir to'pdagi matodan nechtdan ko'ylak tikish mumkin?
- 26) Ikki brigada 8 savat sabzi terdi. Birinchi brigada 39 kg, ikkinchi brigada 65 kg sabzi terdi. Har qaysi brigada necha savat sabzi terdi?
- 27) 4 ta qo'ydan 16 kg jun qirqib olindi. Shunday 7 ta qo'ydan necha kilogramm jun qirqib olindi?
- 28) 8 ta qo'g'irchoq uchun 400 so'm to'landi 3 ta shunday qo'g'irchoq qancha turadi?
- 29) 5 ta palto va 4 ta plashga baravaridan 54 ta tugma qadaldi. Har bir kiyimga nechtdan tugma qadaldi?
- 30) Sigirga bir kunda 4 kg lavlagi beriladi. Besh kunda 3 ta sigirga necha kilogram lavlagi beriladi?

#### 4. "Sanoq sistemalari" mavzusiga doir topshiriqlar.

- 1) Hisoblang va natijani 10 li sanoq sistemada yozing.  
 $(324_{(5)}+1123_{(5)}) * 23_{(5)}$
- 2) Hisoblang va natijani 10 li sanoq sistemada yozing.  
 $(41276_{(8)}-6743_{(8)}) * 67_{(8)}$
- 3) Hisoblang va natijani 10 li sanoq sistemada yozing.  
 $(34521_{(6)}-1234_{(6)}) * 223_{(6)}$
- 4) Hisoblang va natijani 10 li sanoq sistemada yozing.  
 $10111_{(2)} * 110_{(2)} + 111011_{(2)}$
- 5) Hisoblang va natijani 10 li sanoq sistemada yozing.  
 $365_{(7)} * 26_{(7)} - 1013_{(4)}$
- 6) Hisoblang va natijani 10 li sanoq sistemada yozing.  
 $(445_{(8)}+1346_{(8)}) * 26_{(8)}$
- 7) Hisoblang va natijani 10 li sanoq sistemada yozing.  
 $(1224_{(7)}+3664_{(7)}) * 321_{(7)}$
- 8) Hisoblang va natijani 10 li sanoq sistemada yozing.  
 $48_{(9)} * 126_{(9)} + 134_{(9)}$
- 9) Hisoblang va natijani 10 li sanoq sistemada yozing.  
 $(232_{(4)}+546_{(7)}) * 101_{(2)}$
- 10) Hisoblang va natijani 10 li sanoq sistemada yozing.

$$88_{(9)} * 77_{(9)} + 2222_{(3)}$$

11) Har bir amal komponentini 3 lik sanoq sistemadagi yozuviga keltirib hisoblashlarni bajaring

$$(124+324)/6$$

12) Har bir amal komponentini 4 lik sanoq sistemadagi yozuviga keltirib hisoblashlarni bajaring

$$(189-63)/6$$

13) Har bir amal komponentini 5 lik sanoq sistemadagi yozuviga keltirib hisoblashlarni bajaring

$$(345-125)/11$$

14) Har bir amal komponentini 6 lik sanoq sistemadagi yozuviga keltirib hisoblashlarni bajaring

$$(646-326)/8$$

15) Har bir amal komponentini 7 lik sanoq sistemadagi yozuviga keltirib hisoblashlarni bajaring

$$(428+132)/15$$

16) Har bir amal komponentini 8 lik sanoq sistemadagi yozuviga keltirib hisoblashlarni bajaring

$$(322+156)*12$$

17) Har bir amal komponentini 9 lik sanoq sistemadagi yozuviga keltirib hisoblashlarni bajaring

$$(586+216)*108$$

18) Har bir amal komponentini 2 lik sanoq sistemadagi yozuviga keltirib hisoblashlarni bajaring

$$(1245+395)/5$$

19) Har bir amal komponentini 3 lik sanoq sistemadagi yozuviga keltirib hisoblashlarni bajaring

$$42*308+126$$

20) Har bir amal komponentini 4 lik sanoq sistemadagi yozuviga keltirib hisoblashlarni bajaring

$$84*516-364$$

21) X ni toping.  $203_x + 144_x = 402_x$

22) X ni toping.  $342_x - 154_x = 155_x$

23) X ni toping.  $324_x + 145_x - 153_x = 345_x$

24) X ni toping.  $236_x + 145_x + 21_x = 424_x$

- 25) X ni toping.  $423_x + 124_x = 650_x$   
26) X ni toping.  $650_x - 124_x = 423_x$   
27) X ni toping.  $650_x - 423_x = 124_x$   
28) X ni toping.  $402_x - 203_x = 144_x$   
29) X ni toping.  $155_x + 154_x = 342_x$   
30) X ni toping.  $345_x + 214_x = 561_x$

## 5. “Sonlarning bo’linishi” mavzusida topshiriqlar.

- 1) Qo’shish va ayirish amalini bajarmasdan turib, quyidagi yig’indi va ayirmalarni 4,9,5 sonlariga bo’linish yoki bo’linmasligini izohlang:  
a)  $3456 + 10116$ ;  
b)  $6375 - 3025$ ;
- 2) Qo’shish va ayirish amalini bajarmasdan turib, quyidagi yig’indi va ayirmalarni 4,9,5 sonlariga bo’linish yoki bo’linmasligini izohlang:  
a)  $648 + 1071 + 80424$ ;  
b)  $5625 + 1584$
- 3) Yig’indini hisoblamasdan, quyidagi sonlarni 12,15,75 ga bo’linish va bo’linmasligini izohlang:  
a)  $60 + 120 + 24$   
b)  $75 + 300 + 150$
- 4) Yig’indini hisoblamasdan, quyidagi sonlarni 12,15,75 ga bo’linish va bo’linmasligini izohlang:  
a)  $375 + 3150 + 7125$   
b)  $480 + 2400 + 1680$
- 5) Ayirmani hisoblamasdan, quyidagi sonlarni 6, 18, 15 ga bo’linish va bo’linmasligini izohlang:  
a)  $3330 - 810$   
b)  $4860 - 1264$
- 6) Ayirmani hisoblamasdan, quyidagi sonlarni 6, 15, 18 ga bo’linish va bo’linmasligini izohlang:  
a)  $7230 - 1432$   
b)  $8415 - 5520$

- 7) Ko'paytirish amalini bajarmasdan turib quyidagi ko'paytmalarni 2, 4, 3 ga bo'linish, bo'linmasligini izohlang:
- $144 \cdot 75$
  - $123 \cdot 280 \cdot 50$
- 8) Ko'paytirish amalini bajarmasdan turib quyidagi ko'paytmalarni 2, 4, 3 ga bo'linish, bo'linmasligini izohlang:
- $97 \cdot 504 \cdot 225$
  - $122 \cdot 105 \cdot 84$
- 9) Bo'lish va qo'shish amallarini bajarmasdan turib, quyidagi ifodalarning 2 ga, 5 ga, 4 ga bo'linish, bo'linmasligini izohlang:
- $(120+360+220)/10$
  - $(342+158)/10$
- 10) Bo'linish belgilariga ko'ra quyidagi sonlarga bo'linishini izohlang:  
14212; 5604; 7254;
- 11) Ayirish amalini bajarmasdan a)  $23544-17028$ ; b)  $25460-18532$  ayirmalarining 36 ga bo'linish, bo'linmasligini izohlang.
- 12) Qo'shish amalini bajarmasdan quyidagi yig'indilarning 36 ga bo'linish, bo'linmasligini ko'rsating
- $1872+23152$ ;
  - $546+34722+8001$
- 13) Bo'lishni bajarmasdan, 47250 soni 51 ga bo'linish, bo'linmasligini ko'rsating.
- 14) Bo'lishni bajarmasdan 2838, 22350, 10062, 22344 sonlaridan qaysilari 18 ga bo'linishini ko'rsating.
- 15) Bo'lishni bajarmasdan turib ifodalarni 15 ga bo'linish, bo'linmasligini izohlang:
- $(23145+3150) \cdot 4$
  - $(218+14160) \cdot 2$
- 16) Bo'lishni bajarmasdan 54276; 11991; 22344; 10062; 22350 sonlardan qaysilari 12 ga bo'linishini ko'rsating.
- 17) Ko'paytmalardan qaysilari 45 ga bo'linishini ko'rsating
- $75 \cdot 33 \cdot 4$ ;
  - $9135 \cdot 61 \cdot 387$ ;
  - $39 \cdot 22 \cdot 165$ ;

18) Qo'shish va ayrishni bajarmasdan ifodaning qiymati 12 ga bo'linish, bo'linmasligini ko'rsating.

a)  $964+1020-612$ ; b)  $3964+120+517$ ; v)  $1020-713-124$

19) Amallarni bajarmasdan quyidagi ifodalardan qaysilari 15 ga bo'linishini ko'rsating.

a)  $264 \cdot 138$ ; b)  $360+285$ ; v)  $225+75$ ; g)  $183 \cdot 530$  d)  $360-265$

20) Amallarni bajarmasdan quyidagi ifodalardan qaysilari 18ga bo'linishini ko'rsating.

a)  $9054+198$ ; b)  $(234+27) \cdot 2$ ; v)  $1008+297-162$

21)  $\{17254; 2997; 284; 14410; 79272\}$  to'plamdan bo'lishni bajarmasdan:

a) 12 ga karrali; b) 18 ga karrali; v) 36 ga karrali bo'lmagan to'plam ostilarini ajrating.

22) Amallarni bajarmasdan quyidagi ifodalarni qaysilari 6 ga, 15 ga, 12 ga bo'linishini izohlang.

a)  $(124+360) \cdot 5$ ; b)  $(720+1080) \cdot 7$

23) Bo'lish amalini bajarmasdan quyidagi sonlardan qaysilari 7 ga, 11 ga, 13 ga bo'linishini ko'rsating.

$236236$ ;  $540170$ ;  $87125$ ;  $321$ ;

24) Amallarni bajarmasdan quyidagilardan qaysi sonlar 12 ga, 18 ga, 24 ga qoldiqsiz bo'linadi. Izohlang:

$32160$ ;  $452700$ ;  $2336$ ;  $1008$ ;  $1264$ ;

25) Amallarni bajarmasdan quyidagi ifodalardan qaysilari 24 ga bo'linishini ko'rsating.

$(1224+4232) \cdot 3$ ;  $(1642+1636) \cdot 3$ ;  $(648-120) \cdot 2$ ;

26) Ko'paytmalardan qaysilari 24, 18, 15 ga bo'linishini ko'rsating.

a)  $120 \cdot 31 \cdot 5$ ; b)  $43 \cdot 44 \cdot 27 \cdot 5$ ; v)  $32 \cdot 30 \cdot 44$

27) Bo'lishni bajarmasdan  $54672$ ;  $27346$ ;  $443160$ ;  $4230$  sonlardan qaysilari 12 ga qoldiqsiz bo'linadi. Izohlang.

28) Yig'indidan qaysilari 6 ga bo'linadi.

a)  $234+132+336$ ; b)  $(726+126)+324$

29) Ko'paytma 15 ga bo'linadimi? Izohlang.

a)  $(124+121) \cdot 7$ ; b)  $(75 \cdot 3+60) \cdot 6$

30) Ko'paytma 45 ga bo'linadimi? Izohlash.

a)  $1269 \cdot 35 \cdot 12$ ; b)  $215 \cdot 24 \cdot 6$

## 6. “Sonlarning bo’linishi” mavzusida isbotlashga doir topshiriqlar.

- 1) Ikkita ketma – ket keluvchi natural son ko’paytmasi ikkiga bo’linishini isbotlang.
- 2) Juft son bilan juft sonning yig’indisi juft son ekanligini isbotlang.
- 3) Juft son bilan toq son yig’indisi, toq son ekanligini isbotlang.
- 4) Toq son bilan toq son yig’indisi juft son ekanligini isbotlang.
- 5) Ketma-ket keluvchi ikkita toq son yig’indisi 4 ga bo’linishini isbotlang.
- 6) Ketma-ket keluvchi ikkita juft son ko’paytmasi 8 ga bo’linishini isbotlang.
- 7) Ketma-ket keluvchi uchta natural son ko’paytmasi 6 ga bo’linishini isbotlang.
- 8) Ketma- ket keluvchi 4 ta natural son ko’paytmasi 24 ga bo’linishini isbotlang.
- 9)  $a^3 - a$  ( $a \in N$ ) ifodani 6 ga bo’linishini isbotlang.
- 10) Ixtiyoriy  $a$  va  $b$  butun sonlar uchun  $a \cdot b \cdot (a^2 + b^2)$  ifodaning uchga bo’linishini isbotlang.
- 11) Ixtiyoriy  $n \in N$  uchun  $n^2(n^2 - 1)$  ning 4 ga bo’linishini isbotlang.
- 12) Ixtiyoriy  $n \in N$  uchun  $n(n^2 - 1)$  ning 3 ga bo’linishini isbotlang.
- 13) Ixtiyoriy  $n \in N$  uchun  $n(n + 1)$  ning 2 ga bo’linishini isbotlang.
- 14)  $n \in N$  da ketma-ket keluvchi toq sonlar kvadratlarining ayirmasi 8 ga bo’linishini isbotlang.
- 15) Uchta ketma-ket keluvchi natural son kublari yig’indisining 9 ga bo’linishini isbotlang.

- 16) Ketma-ket keluvchi ikki juft natural son kvadratlarining ayirmasi 4 ga bo'linishini isbotlang.
- 17) Ketma – ket keluvchi ikkita natural son kvadratlarining ayirmasi toq ekanligini isbotlang.
- 18) Agar  $a$  va  $b$  natural sonlarni 7 ga bo'lganimizda bir xil qoldiq qolsa, bu sonlar kvadratlarining ayirmasi 7 ga bo'linishini isbotlang.
- 19) Agar natural sonlarning birini 5 ga bo'lganda 2, ikkinchisini 5 ga bo'lganda 1 qoldiq qolsa, ular kvadratlarining yig'indisi 5 ga bo'linishini isbotlang.
- 20) Ketma-ket ikkita natural son kublarining ayirmasini 6 ga bo'lganda 1 qoldiq qolishini isbotlang.
- 21) Natural son kvadratining 4 ga bo'linishini yoki 4 ga bo'lganda 1 qoldiq qolishini isbotlang.
- 22) Ketma – ket keluvchi toq sonlar kvadratlarining ayirmasi 8 ga bo'linishini isbotlang.
- 23) Istalgan  $n \in \mathbb{N}$  uchun  $n^3 + 5n$  ning 6 ga bo'linishini to'liq induksiyadan foydalanib isbotlang.
- 24) Isbotlang  $n \in \mathbb{N}$  uchun  $n^3 + 11n$  ning 6 ga bo'linishini to'liq induksiyadan foydalanib isbotlang.
- 25) Uchga bo'linmaydigan ketma – ket keluvchi 2 ta natural son kvadratlarining yig'indisini 3 ga bo'lganda 2 qoldiq qolishini isbotlang.
- 26) 4 ga bo'linmaydigan ketma-ket keluvchi 3 ta natural son kvadratlarining yig'indisini 4 ga bo'lganda 2 qoldiq qolishini isbotlang.
- 27) Agar natural sonlarning birini 5 ga bo'lganda 3, ikkinchisini 5 ga bo'lganda 1 qoldiq qolsa, ular kvadratlarining yigindisining 5 ga bo'linishini isbotlang.
- 28) 5 ga bo'linmaydigan har qanday natural son kvadratini 5 ga bo'lganda 1 qoldiq qolishini isbotlang.
- 29) Ketma-ket keluvchi toq sonlar kvadratlarining yig'indisi juft son ekanligini isbotlang.
- 30) Ketma – ket keluvchi ikkita natural sonlar kvadratlarining ayirmasi toq son ekanligini isbotlang.



**7. “Tub va murakkab sonlar. Ikki yoki bir necha sonlarning EKUB va EKUK larni topish” mavzusiga doir topshiriqlar.**

- 1) Quyidagi sonlardan qaysilari tub son. Javobingizni izohlang.  
253; 563; 863 va 977
- 2) Quyidagi sonlardan qaysilari tub son. Javobingizni izohlang.  
367; 581; 847 va 1003
- 3) Quyidagi sonlardan qaysilari tub son. Javobingizni izohlang.  
1923; 567; 983 va 487
- 4) Quyidagi sonlardan qaysilari tub son. Javobingizni izohlang.  
923; 557; 347; va 881
- 5) 900 sonining nechta bo’luvchisi bor. Ularni yozing.
- 6) 1280 sonining nechta bo’luvchisi bor. Ularni yozing.
- 7) 720 sonining nechta bo’luvchisi bor. Ularni yozing.
- 8) 800 sonining nechta bo’luvchisi bor. Ularni yozing.
- 9) Quyidagi sonlarning EKUB va EKUK ni toping.  
(320; 560) va (196; 224)
- 10) Quyidagi sonlarning EKUB va EKUK ni toping.  
(588; 2058) va (284; 372)
- 11) Quyidagi sonlarning EKUB va EKUK ni toping.  
(548; 386) va (840; 564)
- 12) Quyidagi sonlarning EKUB va EKUK ni toping.  
(1124; 296) va (388; 522)
- 13) Agar ikki sonning EKUBi 28 teng bo’lib, bu sonlar 5:9 kabi munosabatda bo’lsa, bu sonlarni toping.
- 14) Agar ikki sonning EKUKi 3960 teng bo’lib, bu sonlar 11:30 kabi munosabatda bo’lsa, bu sonlarni toping.

- 15) 320 ta yong'oq, 240 ta olma va 240 ta konfet bor. Bu narsalarni teng taqsimlab ko'pi bilan nechta sovg'a tayyorlash mumkin?
- 16) EKUBi 24 ga, Ekuki 2496 ga teng bo'lgan sonlarni toping.
- 17) Yevklid algoritmidan foydalanib quyidagi sonlarning EKUB ni toping.  
324 va 1644; 928 va 1364;
- 18) Yevklid algoritmidan foydalanib quyidagi sonlarning EKUB ni toping.  
1540 va 860; 344 va 768;
- 19) Yevklid algoritmidan foydalanib quyidagi sonlarning EKUB ni toping.  
866 va 448; 1328 va 324;
- 20) Yevklid algoritmidan foydalanib quyidagi sonlarning EKUB ni toping.  
962 va 364; 1566 va 584;
- 21) "997, 797, 397, 297 sonlar tub sonlardir" degan mulohazani isbotlang yoki rad eting.
- 22) "661, 1261, 853, 337 sonlaridan hech bo'lmasa birtasi murakkab" mulohazani isbotlang yoki rad eting.
- 23) Sonlarni tub ko'paytuvchilarga ajrating va ularning EKUBini toping.  
2742 va 15060; 3644 va 8642
- 24) Sonlarni tub ko'paytuvchilarga ajrating va ularning EKUBini toping.  
3640 va 2820; 2462 va 1744
- 25) Sonlarni tub ko'paytuvchilarga ajrating va ularning EKUBini toping.  
1864 va 3228; 1460 va 866
- 26) Sonlarni tub ko'paytuvchilarga ajrating va ularning EKUBini toping.  
960 va 2324; 888 va 1222
- 27) Ikki sonning ko'paytmasi 67392 ga teng. Ularning EKUBi 24 ga teng. Shu sonlarning EKUK ni toping.

28) Ikki sonning ko'paytmasi 84320 ga teng. Ularning EKUBi 4 ga teng. Shu sonlarning EKUK ni toping.

29) Yevklid algoritmidan foydalanib, EKUB ini toping.

a) 1995 va 1280; b) 2263 va 8249

30) Yevklid algoritmidan foydalanib, EKUB ini toping.

a) 45469 va 41033; b) 17593 va 9660

## 8. "Butun sonlar va ular ustida amallar" mavzusida topshiriqlar.

Amal komponentlari va natijasi orasidagi bog'lanishlardan foydalanib quyidagi tenglamalarni yeching.

1)  $180 - \{[(30 \cdot x + 10) : 5 - 15] \cdot 4 + 30\} : 2 = 155$

2)  $384 - \{[(12 : x + 18) \cdot 2 - 12] : 3 + 24\} \cdot 3 = 294$

3)  $246 - \{[(32 + 28 : x) : 9 + 26] \cdot 4 + 26\} \cdot 2 = 292$

4)  $504 - \{[(x + 12 \cdot 4) \cdot 2 - 30] : 15 + 86\} \cdot 3 = 234$

5)  $\{[(12 \cdot x + 12) : 4 + 35] \cdot 5 - 120\} : 26 + 150 = 155$

6)  $\{[(18 \cdot x + 14) : 2 + 75] \cdot 2 - 180\} : 4 + 165 = 170$

7)  $\{[(16 + 2 \cdot x) \cdot 4 + 20] : 5 - 160\} : 7 + 180 = 160$

8)  $\{[(160 - 3 \cdot x) : 10 + 90] \cdot 3 - 180\} : 6 + 180 = 200$

9)  $\{[130 + (25 + 3 \cdot x) \cdot 2] : 4 + 120\} : 7 + 120 = 140$

10)  $\{[(260 - 13 \cdot x) : 5 + 21] \cdot 4 - 140\} : 5 + 120 = 140$

11)  $\{[(330 - 15 \cdot x) : 5 + 42] : 2 - 21\} : 3 + 110 = 120$

12)  $246 + \{[(12 - x \cdot 3) \cdot 5 + 70] : 5 - 12\} \cdot 32 = 502$

13)  $184 + \{[(180 - 30 \cdot x) : 3 + 70] : 2 + 45\} \cdot 2 = 384$

14)  $192 + \{[(200 - 33 \cdot x) \cdot 3 + 67] : 10 + 23\} \cdot 5 = 492$

15)  $108 + \{[(108 - 52 \cdot x) \cdot 5 + 84] : 4 + 24\} \cdot 3 = 258$

16)  $224 - \{[(64 : (2 \cdot x) + 26) \cdot 5 - 46] : 4 + 44\} = 154$

17)  $[168 : (44 - 2 \cdot x) + 16] : 5 + 84 = 104$

18)  $[144 : (56 - 3 \cdot x) + 18] : 5 + 74 = 94$

19)  $1264 : \{[(16 + 2 \cdot x) \cdot 4 - 14] : 5 + 266\} = 4$

20)  $\{[108 + 3 \cdot (x + 102)] : 4 + 13\} \cdot 2 - 144 = 96$

21)  $\{[(120 - 14 \cdot x) : 4 + 127] \cdot 3 - 225\} : 5 + 55 = 100$

22)  $\{[(360 - 12 \cdot x) : 6 + 42] : 2 + 49\} : 5 + 120 = 140$

23)  $\{[(384 + 11 \cdot x) : 4 + 13] : 4 + 30\} \cdot 5 = 300$

24)  $\{[(146 - 2 \cdot x) : 5 + 120] \cdot 2 + 20\} : 5 = 60$

- 25)  $\{[(254-3 \cdot x):4+184]:2+13\} \cdot 3-94=296$   
 26)  $\{[(32:x+166):2+15] \cdot 3-126\}:87+108=110$   
 27)  $254-\{[(12 \cdot x-18):2+114] \cdot 3-310\}:4=204$   
 28)  $118-\{[(15 \cdot x-32):2+111] \cdot 3-410\}:4=163$   
 29)  $180:\{[(60-2 \cdot x) \cdot 5+140]:2-100\}+116=120$   
 30)  $200:\{[(80-4 \cdot x) \cdot 5+64]:2+28-100\}+108=110$

## **9. “Rasional sonlar. Haqiqiy va kompleks sonlar” mavzulariga doir topshiriqlar.**

- 1) Musbat ratsional sonlarni ko'paytirish amali assotsiativlik xossasiga ega ekanligini isbotlang.
- 2) Musbat ratsional sonlarni ko'paytirish amali kommutativlik xossasiga ega ekanligini isbotlang.
- 3) Musbat ratsional sonlarni qo'shish amali kommutativlik xossasiga ega ekanligini isbotlang.
- 4) Musbat ratsional sonlarni ko'paytirish qo'shishga nisbatan distributivlik xossasiga ega ekanligini isbotlang.
- 5) Musbat ratsional sonlarni ko'paytirish ayirishga nisbatan distributivlik xossasiga ega ekanligini isbotlang.
- 6) Istalgan musbat ratsional son  $a, b, c$  lar uchun  $(a+c=b+c) \Rightarrow (a=b)$  bajarilishini isbotlang.
- 7) Musbat ratsional sonlar uchun “katta” munosabati ta'rifini tuzing va munosabat tranzitiv ekanligini isbotlang.
- 8) Musbat ratsional sonlar uchun “kichik” munosabati ta'rifini tuzing va munosabat tranzitiv ekanligini isbotlang.
- 9) Musbat ratsional sonlar uchun “katta” munosabati ta'rifini tuzing va bu munosabat antisimmetrik ekanini isbotlang.
- 10) Istalgan musbat ratsional son  $a$  va  $b$  lar uchun  $a+b > a$  bajarilishini isbotlang.
- 11) Nima uchun  $\frac{17}{19}$  va  $\frac{8}{33}$  kasrlarni chekli o'nli kasr ko'rinishida yozib bo'lmaydi. Javobingizni asoslab byering.

12) Quyidagi kasrlardan qaysilarini chekli o'nli kasr ko'rinishida tasvirlab bo'ladi?  $\frac{5}{12}; \frac{7}{13}; \frac{4}{25}; \frac{1}{16}; \frac{2}{33}$ , javobingizni izohlang.

13) Quyidagi kasrlardan qaysilari chekli o'nli kasr ko'rinishida tasvirlab bo'ladi?  $\frac{13}{40}; \frac{27}{16}; \frac{125}{8}; \frac{17}{33}; \frac{2}{7}$ . Javobni izohlang.

14)  $\frac{21}{28}; \frac{192}{375}; \frac{15}{24}; \frac{13}{20}$ ; kasrlardan qaysilarini chekli o'nli kasr ko'rinishida yozish mumkin? Javobingizni izohlang.

15) Qisqarmas  $\frac{a}{b}$  kasrni qachon chekli o'nli kasr ko'rinishida yozish mumkin? Javobingizni asoslab bering. Misollar keltiring.

16) Qachon qisqarmas  $\frac{a}{b}$  oddiy kasrni cheksiz davriy o'nli kasr ko'rinishida tasvirlash mumkin? Javobingizni asoslab byering. Misollar keltiring.

17) Sof davriy o'nli kasr qanday oddiy kasrga teng. Javobingizni asoslang. Misollar keltiring.

18) Aralash davriy o'nli kasr qanday oddiy kasrga teng? Javobingizni asoslang. Misollar keltiring.

19) Kvadrati uchga teng bo'lgan musbat ratsional son mavjud emasligini isbotlang.

20) Ratsional son  $q$  bilan irratsional son  $\alpha$  ning yig'indisi har doim irratsional son bo'lishini isbotlang.

21)  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$  yig'indining 0,001 gacha aniqlikda olingan taqribiy qiymatini toping.

22)  $\sqrt{5} + \sqrt{3}$  yig'indining 0,001 gacha aniqlikda olingan taqribiy qiymatini toping.

23)  $\sqrt{5} + \sqrt{2}$  yig'indining 0,001 gacha aniqlikda olingan taqribiy qiymatini toping.

24)  $\sqrt{5} \cdot \sqrt{2}$  ko'paytmaning 0,1 gacha aniqlikda olingan taqribiy qiymatini toping.

25)  $\sqrt{5} \cdot \sqrt{3}$  ko'paytmaning 0,1 gacha aniqlikda olingan taqribiy qiymatini toping.

26)  $\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}$  ko'paytmaning 0,001 gacha aniqlikda olingan taqribiy qiymatini toping.

27)  $\pi = 3,14159\dots$  va  $e = 2,71828\dots$  sonlarning yig'indisini 0,01 aniqlikda toping.

28)  $\pi = 3,14159\dots$  va  $e = 2,71828\dots$  sonlarning ko'paytmasini 0,01 aniqlikda toping.

29)  $a = 2 + 3i$  va  $b = 3 - 2i$  kompleks sonlar berilgan.

$a + b$ ;  $a - b$ ;  $a \cdot b$ ; va  $a : b$  sonlarni toping.

30)  $a = -4 - 3i$  va  $b = 4 + 2i$  kompleks sonlar berilgan. Bu sonlarning yig'indisi, ayirmasi, ko'paytmasi va bo'linmalarini toping.

### **10. "Son tushunchasini kengaytirish" mavzusiga doir matnli masala-topshiriqlar.**

Quyidagi masalalarni savol qo'yib yoki izohlab yeching.

1) Biri kvadrat, ikkinchisi to'g'ri to'rtburchak shaklida bo'lgan ikkita dalaning perimetrlari baravar bo'lib, ularning yig'indisi 3 km 200 m ga teng. To'g'ri to'rtburchakning bo'yi enidan 3 marta katta. Hosil ikkala dalada bir xil bo'lib, birinchi daladan ikkinchi dalaga qaraganda 96 s ortiq g'alla olingan. Har ikkala daladan yig'ib olingan g'alla miqdorini aniqlang.

2) Sayyoh mashinada 3 kun yo'l yurdi. Birinchi kuni u butun yo'lning  $\frac{3}{8}$  qismini, ikkinchi kuni esa birinchi kuni o'tgan yo'lning  $\frac{11}{15}$  qismini yurdi. Uchinchi kuni esa 390 km yo'l yurdi. Agar sayyoh mashinada har 100 km yo'lga o'rtacha  $1\frac{3}{5}$  kg benzin sarflagan bo'lsa, u butun yo'l ni o'tish uchun qancha benzin sarflagan?

3) Uchta usta birgalikda ishni  $6\frac{1}{2}$  kunda bajaradi. Birinchi usta yakka o'zi bu ishni  $20\frac{3}{4}$  kunda, ikkinchi usta birinchi ustaga qaraganda bu ishni  $1\frac{1}{3}$  marta sekin bajarsa, uchinchi usta yakka o'zi ishlasa bu ishni necha kunda bajaradi?

4) Uchta yer haydovchi traktor birga ishlab yer maydonini  $3\frac{1}{2}$  kunda bajaradi. 1 haydovchi yakka o'zi bu ishni  $7\frac{1}{2}$  kunda, 2 haydovchi esa 1 haydovchiga qaraganda bu ishni  $6\frac{1}{2}$  marta tez bajarsa, 3-haydovchi yakka o'zi bu ishni necha kunda bajaradi?

5) Bog' to'g'ri tortburchak shaklida bo'lib, uning perimetri  $2\frac{3}{8}$  km ga teng. Eni bo'yidan  $2\frac{1}{4}$  marta qisqa. Agar bog'ning har  $2m^2$  yeriga 1 tup kuchat to'g'ri kelsa, bog'da necha tup kuchat bor?

6) Xo'jalik 540 ga yerga ekilgan bug'doyni belgilangan vaqtda yig'ishtirishi kerak edi. Birinchi 6 kun mobaynida xo'jalik ishlari kunlik normani 5 ga oshirib bajardilar. Keyingi kunlarda esa 10 gektaga oshirib bajarildi. Belgilangan vaqtda 2 kun qolganda yig'ishtiriladigan 20 ga joy qoldi. Bug'doyni yig'ishtirishga qancha vaqt belgilangan?

7) Ishchilar brigadasi belgilangan vaqtda 400 ta detal tayyorlashi kerak edi. Birinchi 5 kun mobaynida kunlik norma 20% oshirib bajarildi. Keyingi kunlarga esa har kuni 15 tadan detal tayyorlandi. Natijada belgilangan vaqtda 2

kun qolganda 405 ta detal tayyorlandi. Brigada reja bo'yicha har kuni nechtadan detal tayyorlashi kerak?

8) Tosh yo'lni ta'mirlash uchun unga o'rta hisob bilan 5sm qalinlikda shag'al to'kish kerak. 40 km uzunlikdagi yo'l ta'mirlandi. Yo'lning kengligi 6m. 30 kun shag'al tashildi. Buning uchun 140 arava va avtomashina ishladi. Mashina 3t dan ortib, kuniga 5 marta, arava esa 5 ts dan ortib kuniga 2 marta qatnadi. Shag'alning 1 kub metri 1750 kg keladi. Nechta avtomashina va arava ishlagan?

9)Ikki pristandan bir-biriga qarshi ikki paroxod yo'lga chiqdi. 2 chi paroxod 1chi paroxodga nisbatan 7 soat kam vaqt yo'lda bo'lgan, lekin 1chiga qaraganda soatiga 3 km dan ortiq yurgan. Soatiga 24km tezlik bilan yurgan ikkinchi paroxod yo'lga chiqqanidan 3 soat keyin paroxodlar uchrashgan. Pristanlar orasidagi masofa qancha?

10) Uchta omborda 3564 s g'alla bor. Birinchi omborda uchinchi ombordagi g'allaning  $\frac{1}{2}$  ulushiga, ikkinchi omborda esa uchinchi ombordagining  $\frac{1}{3}$  ulushiga g'alla bor. Har qaysi omborda qanchadan g'alla bor?

11) Brigada  $8\frac{1}{2}$  ga yerdan rejada ko'rsatilganidan ortiq kartoshka hosilini oldi. Natijada brigada 850 s kartoshka uchun qo'shimcha haq oldi. Bu esa rejadan ortiq olingan hosilning  $\frac{1}{4}$  bo'lagini tashkil qiladi. Agar mo'ljallangan hosil haqiqatda olingan hosilning  $\frac{5}{9}$  qismini tashkil qilgan bo'lsa, mo'ljallangan hosil qancha va haqiqatda olingan xosil qancha?

12) Dehqon fermer xo'jaligi paxta ekish uchun 10ga, g'alla ekish uchun bir qancha yer ajratdi. Agar paxta ekish uchun ajratilgan yerning  $\frac{1}{4}$  qismi g'alla ekish uchun ajratilgan



yerga qo'shilsa, unda g'alla ekish uchun ajratilgan yer paxta ekish uchun qolgan yerning  $\frac{2}{3}$  qismini tashkil qiladi. G'alla ekish uchun avval qancha yer ajratilgan?

13) Ikki omborda 1350 t g'alla bor edi. Birinchi ombordagi g'allaning  $\frac{4}{5}$  kismi, ikkinchi ombordagi g'allaning  $\frac{1}{3}$  qismi olib ketilganidan keyin ikkala omborda 550 t g'alla qoldi. Har qaysi ombordan qanchadan g'alla olib ketilgan?

14) Uchta traktor 58 ga yerni haydadi. Agar birinchi traktor haydagan yerining  $\frac{3}{4}$  qismi ikkinchi traktor haydagan yerining  $\frac{1}{2}$  qismiga va uchinchi traktor haydagan yerining  $\frac{2}{3}$  qismiga teng bo'lsa, har qaysi traktor qanchadan yer haydagan?

15) Ikki shahar orasidagi masofali yo'lni avtomobil uch kunda bosib o'tdi. Birinchi kuni avtomashina butun yo'lning  $\frac{9}{20}$  qismini, ikkinchi kuni birinchi kuni o'tgan yo'lning  $\frac{7}{9}$  qismini bosib o'tdi. Uchinchi kuni esa ikkinchi kuniga qaraganda 180km kam yo'l yurdi. avtomobil uch kunda xammasi bo'lib necha km yo'l yurgan?

16) Shahar matematika olimpiadasi birinchi davra qatnashchilarining  $\frac{2}{5}$  qismiga ikkinchi davraga qatnashish huquqi berildi, ikkinchi davra qatnashchilarining  $\frac{3}{8}$  qismi esa 42 uquvchini tashkil etib, ularga turli mukofotlar berildi. Olimpiadaning birinchi davrasida necha kishi qatnashgan?

17) O'quvchi uch haftada bir kitobni o'qib tugatdi. Birinchi haftada kitobning  $\frac{2}{15}$  qismini, ikkinchi haftada kitobning qolgan qismining  $\frac{5}{9}$  qismini o'qidi. Agar o'quvchi uchinchi haftada 52 bet kitob o'qigan bo'lsa, kitob necha betli?

18) Sinfda darsga kelmagan o'quvchilar kelgan o'quvchilarning  $\frac{1}{6}$  qismini tashkil qiladi. Sinfdan yana bir o'quvchi chiqib ketgach, kelmagan o'quvchilar kelgan o'quvchilarning  $\frac{1}{5}$  qismini tashkil etdi. Sinfda nechta o'quvchi o'qiydi?

19) Bir to'p gazlamaning  $\frac{3}{10}$  bo'lagi ikkinchi to'p gazlamaning  $\frac{1}{4}$  bo'lagiga teng, ikkinchi to'pning  $\frac{4}{5}$  bo'lagi esa birinchi to'pning hammasidan 2 m kam. Har qaysi to'pda necha m gazlama bor ekan?

20) Turli miqdorda yuk ko'tarish qobiliyatiga ega bo'lgan 3 ta yuk mashinasi bor. Bazadagi yukni har bir mashina yolg'iz o'zi tashiganida: birinchi mashina 10 soatda, ikkinchi mashina 12 soatda va uchinchi mashina 15 soatda tashib oladi. Bu mashinalar birga ishlaganda shu yuk necha soatda tashib olinadi?

21) Bir ishchi topshiriqni 12 kunda bajarishi kerak edi. U ish boshlagandan  $4\frac{1}{3}$  kun o'tgach, unga boshqa bir ishchi yordamga keldi va butun ish 8 kunda bitkazildi. Ikkinchi ishchi o'zi yakka ishlaganida butun ishni necha kunda bitkaza oladi.

22) Hovuzni birinchi nasos  $13\frac{1}{2}$  soatda, ikkinchi nasos shu vaqtning  $\frac{4}{5}$  qismida to'ldira oladi. Uchinchi nasos esa ikkinchi nasosning hovuzni to'ldirish uchun sarf qilgan vaqtning  $\frac{5}{6}$  qismicha vaqt ichida hovuzni to'ldira oladi. Uchchala nasos birgalikda ishlaganida hovuz necha soatda to'ldi.

23) 20 ishchi ma'lum ishni 6 kunda tamomlashi kerak edi. Lekin ish boshlaganidan 2 kun o'tgach, 4 ta ishchi boshqa

ishga ko'chirildi. Ishchilar bu ishni necha kunda bitira oladilar.

24) Bir ishni birinchi brigada 12 kunda, ikkinchi brigada 16,5 kunda bajara oladi. Birinchi brigada odamlarining  $\frac{2}{3}$  qismi va ikkinchi brigada odamlarining  $\frac{3}{4}$  qismi ishga tushdi. Ular birgalikda bu ishni necha kunda bajara oladilar?

25) Oltita traktor bilan jamoa xo'jaligi yer haydashni 8 kunda tamomlashi kerak. Ish boshlangach, ikki kundan so'ng yana ikki traktor kelib qo'shildi. Barcha traktorlarning ish unumi bir xil bo'lsa, ish necha kunda tugatilgan?

26) Ikkala trubadan suv oqib kelib hovuzni  $9\frac{3}{8}$  soatda to'ldiradi. Ikkala truba 5 soat ochib qo'yildi, so'ngra ikkinchi truba bekitib qo'yildi, birinchi truba esa hovuzning qolgan qismini 7 soatda to'ldirdi. Har bir truba yolg'iz hovuzni necha soatda to'ldira oladi?

27) Turli quvvatdagi ikki traktor 246 ga yerni haydadi. Kuchli traktor 15 kun, ikkinchisi 12 kun ishladi. Birinchi traktor ikkinchisiga qaraganda  $1\frac{1}{4}$  marta ortiq yer haydagan ma'lum bo'lsa, har qaysi traktor bir kunda qanchadan yer haydagan?

28) Do'kon umumiy massai 378kg bo'lgan 1230 bo'lak atir sovun va kir sovun olgan. Kir sovunning bir donasi 400 g, atir sovunining 1 donasi 100g Do'kon nechta atir sovun olgan? (masalani arifmetik usulda yeching)

29) Umumiy yuzi 40 ga bo'lgan 2 bo'lak yerdan 1044 t kartoshka kovlab olingan. Birinchi yerning har gektaridan

o'rtta hisobda 270 s dan, ikkinchisidan esa 240 s dan hosil olingan. Katta yerdan olingan kartoshkani 54 t va 63 t kartoshka sig'adigan 10 ta yer to'laga saqlash uchun g'amlab qo'yilgan, yana bu g'amlanganidan 3 marta kam miqdordagi kartoshka iste'molchilarga yuborilgan. 63 t kartoshka sig'adigan yer to'laning sonini aniqlang?

30) Qizil mis, qalay va ruxdan quyilgan 1 kub m brozaning og'irligi 8688 kg. Quyma tarkibida 140 kg rux bor. 1 kub dm rux 7 kg, 1 kub dm qalay 7 kg 300 g, 1 kub dm qizil mis 9 kg keladi. 1 kub bronza tayyorlash uchun kerak bo'lgan qalayning og'irligini aniqlang?

## **Maxsus sirtqi bo'lim uchun matematikadan o'quv dasturi**

### 1. So'z boshi.

Mazkur dasturning maqsadi boshlang'ich ta'lim va tarbiyaviy ish mutaxassisligi maxsus sirtqi bo'limi bakalavrini boshlang'ich matematika kursining nazariy asoslari va oliy matematika qisqa kursi bilan tanishtirishdan iborat.

Bu o'quv dasturi matematika o'qitishda quyidagi vazifalarni hal qilishni o'z oldiga qo'yadi:

- talabalarga matematikaning dunyoqarashni shakllantirishdagi va atrof borliqni o'rganishdagi ahamiyatini ochib berish;
- talabalarga boshlang'ich matematika kursining nazariy asoslarini o'rgatish, ularda boshlang'ich matematika kursini chuqurroq o'zlashtirishlari uchun zarur ko'nikma va malakalarni shakllantirish;
- talabalarni oliy matematika qisqa kursi bilan tanishtirish;
- talabalarni o'quv qo'llanmalari va boshqa ilmiy adabiyotlar bilan mustaqil ishlashga o'rgatish.

Yuqoridagi maqsad va vazifalar matematika kursining asosiy mazmunini belgilaydi. Boshlang'ich matematika

kursining asosini nomanfiy butun sonlar va ular ustida amallar, miqdorlar va ularni o'lchash tashkil qiladi. Shu bilan birga algebra va geometriya elementlari ham o'z o'rnini topgan. Son tushunchasini shakllantirish va uni kengaytirish, miqdorlar tushunchasini shakllantirish va ularni o'lchash ko'nikmalarini hosil qilish uchun talabalarning bir qator umumiy matematik tushunchalarni bilishlari va o'zlashtirishlari talab qilinadi. Bular to'plam, munosabat, funktsiya tushunchalari va mantiqiy, algebrik, geometrik tushunchalardir. Son tushunchasini kengaytirish masalasi nomanfiy butun sonlar to'plamidan kompleks sonlar to'plamigacha bo'lgan barcha sonli to'plamlarni, ularning xossalari, har birini tashkil etuvchi sonlarning ta'rifi va ular ustida bajariladigan amallar ta'rifi bilan qonun-qoidalarni o'z ichiga oladi.

Yuqoridagilardan kelib chiqib matematika kursining mazmunini quyidagicha bo'limlarga taqsimlash mumkin.

- I. Umumiy matematik tushunchalar.
- II. Nomanfiy butun sonlar.
- III. Son tushunchasini kengaytirish.
- IV. Funktsiya, hosila, integral.
- V. Algebra va analitik geometriya elementlari.
- VI. Elementar geometriya elementlari.
- VII. Miqdorlar va ularni o'lchash.

## Matematika kursining mazmuni:

№	MAVZULAR
1.1	<p style="text-align: center;"><b>I-bob. Umumiy tushunchalar.</b></p> <p>To'plamlar va ular ustida operatsiyalar. To'plam tushunchasi. To'planning elementi. Bo'sh to'plam. Chekli, cheksiz to'plamlarga misollar. To'plamlarning berilish usullari. Teng to'plamlar. To'plam osti. Universal to'plam. Eyler-Venn diagrammasi. To'plamlarning kesishmasi, birlashmasi, ikki to'planning ayirmasi. Universal to'plamgacha to'ldiruvchi to'plam. To'plamlarning dekart ko'paytmasi. To'plamlar ustidagi operatsiyalarning xossalari. To'plamlarni o'zaro kesishmaydigan to'plam ostilarga (sinflarga) ajratish tushunchasi. To'plamlarni bitta, ikkita va uchta xossaga ko'ra sinflarga ajratish.</p>
1.2	<p>Moslik va munosabatlar. Ikkita to'plam elementlari orasidagi moslik. Moslikning grafigi. Moslik turlari. To'plamni to'plamga o'zaro bir qiymatli akslantirish. Teng quvvatli to'plamlar. To'plamdagi munosabat, uning xossalari. Ekvivalentlik munosabatining to'plamlarning sinflarga ajratish bilan aloqasi. Tartib munosabati.</p>
1.3	<p>Binar algebra operatsiyalar. Algebrik operatsiya tushunchasi va uning xossalari: kommutativlik, asossitsiativlik, distributivlik va qisqaruvchanlik. Neytral, yutuvchi va simmetrik elementlar. Yarim grupp, grupp, halqa va maydon tushunchalari, ularga misollar.</p>
1.4	<p>Kombinatorika elementlari. Kombinatorika masalalari. Yig'indi, ko'paytma qoidasi. Takrorlanadigan va takrorlanmaydigan o'rin almashtirishlar, o'rinlashtirishlar va takrorlanmaydigan guruhlashlar. Chekli to'plamlarning to'plam ostilari soni. Masalalar yechish.</p>
1.5	<p>Matematik mantiq elementlari. Matematik tushuncha. Tushunchaning hajmi va mazmuni. Tushunchani ta'riflash usullari va ularga misollar. Mulohaza va predikatlar.</p>

	<p>Fikrning va predikatning inkori, konyunktsiyasi va dizyunktsiyasi, implikatsiyasi va ekvivalentsiyasi. Mantiqiy amallarning qonunlari. Mantiqiy kelib chiqishlik va teng kuchlilik munosabatlari, zaruriy va yetarli shartlar. Teoremaning tuzilishi va turlari. Matematik isbotlashning usullari. To'g'ri va noto'g'ri muhokamalar. Chala va to'la induksiya.</p>
1.6	<p>Algoritmlar. Algoritm tushunchasi. Algoritmlarning asosiy xossalari. Boshlang'ich sinflarda qo'llaniladigan algoritmlarga misollar.</p>
	<p style="text-align: center;"><b>II bob. Nomanfiy butun sonlar.</b></p> <p>Natural son va nol tushunchasini vujudga kelishi haqida qisqacha tarixiy ma'lumot. Nomanfiy butun sonlar to'plamini tuzishdagi har xil yondoshishlar.</p>
2.1	<p>Nomanfiy butun sonlar to'plamini to'plamlar nazariyasi asosida ko'rish. Natural son va nol tushunchasi. Nomanfiy butun sonlar to'plamiga "teng", "kichik" va "katta" munosabatlari. Yig'indining ta'rifi, uning mavjudligi. Qo'shish qonunlari. Ayirmaning ta'rifi, uning mavjudligi va yagonaligi. Yig'indidan sonni va sondan yig'indini ayirish qoidasining to'plamlar nazariyasi bo'yicha ma'nosi.</p>
2.2	<p>Nomanfiy butun sonlar to'plamini aksiomatik asosda qurish. Nazariyani aksiomatik metod bilan qurish tushunchasi. Peano aksiomalari. Matematik induksiya metodi. Nomanfiy butun sonlarni qo'shish va ko'paytirish amallarining aksiomatik ta'riflari. Qo'shish va ko'paytirish jadvallari. Qo'shish va ko'paytirish qonunlari. Ayirish va bo'lishning ta'rifi. Nolga bo'lish mumkin emasligi. Qoldikli bo'lish. Nomanfiy butun sonlar to'plamining xossalari. Natural sonlar qatori kesmasi va chekli to'plam elementlari soni tushunchasi. Tartib va sanoq natural sonlar.</p>
2.3	<p>Natural son miqdorlarni o'lchash natijasi sifatida. Natural son kesma o'lchami sifatida. Kesmalarning o'lchami</p>

	sifatida qaralgan sonlar ustidagi arifmetik amallarning ta'rifi.
2.4	Sanoq sistemalari. Sanoq sistemasi tushunchasi. Pozitsion va nopozitsion sanoq sistemalari. O'nli pozitsion sanoq sistemasida sonlarning yozilishi va o'qilishi. O'nli sanoq sistemasidagi nomanfiy butun sonlar ustidagi arifmetik amallarning algoritmi. O'ndan farqli pozitsion sanoq sistemalari: sonlarning yozilishi, arifmetik amallar, bir sanoq sistemasida yozilgan sonni boshqa sanoq sistemasida yozishga o'tkazish. Nomanfiy butun sonlar ustida og'zaki va yozma ravishda arifmetik amallar bajarish texnikasi.
2.5	Sonlarning bo'linishi. Nomanfiy butun sonlar to'plamida bo'linish munosabatining ta'rifi va xossalari. Nomanfiy butun sonlar yig'indisi, ayirmasi va ko'paytmasining bo'linishi. 2, 3, 4, 5, 9, 25ga bo'linish alomatlari. Tub va murakkab sonlar. Eratosfen g'alviri. Tub sonlar to'plamining cheksizligi. Sonlarning eng kichik umumiy karralisi va eng katta umumiy bo'luvchisi, ularning asosiy xossalari. Murakkab songa bo'linish alomati. Arifmetikaning asosiy teoremasi. Berilgan sonlarning eng katta umumiy bo'luvchisi va eng kichik umumiy karralisini topish algoritmi.
	<b>III bob. Son tushunchasini kengaytirish.</b>
3.1	Son tushunchasini kengaytirish masalasi. Kasr va manfiy son tushunchasining vujudga kelishi haqida qisqacha tarixiy ma'lumot. Butun sonlar. Butun manfiy sonlar. Sonning moduli tushunchasi. Butun sonlar to'plamining xossalari va uning geometrik interpretatsiyasi.
3.2	Ratsional sonlar. Kasr tushunchasi. Ratsional sonlar. Ratsional sonlar ustida arifmetik amallar. Qo'shish va ko'paytirish qonunlari. Ratsional sonlar to'plamining xossalari. O'nli kasrlar va ular ustida arifmetik amallarni bajarish algoritmi. Ratsional son cheksiz davriy o'nli kasr



	sifatida.
3.3	Haqiqiy sonlar. Irratsional son tushunchasi. Davriy bo'lmagan cheksiz o'nli kasr. Haqiqiy sonlar to'plami. Haqiqiy sonlar ustida arifmetik amallar. Qo'shish va ko'paytirish qonunlari. Haqiqiy sonlar to'plamining xossalari. Sonlarni yaxlitlash qoidalari va tarkibiy sonlar ustida amallar. Absolyut va nisbiy xato.
3.4	Kompleks sonlar. Mavhum son tushunchasi. Kompleks son va uning turli shakllari. Kompleks sonlar ustida amallar. Kompleks sonlar to'plamining xossalari.
	<p style="text-align: center;"><b>IV bob. Funktsiya, hosila, integral.</b></p> <p>Funktsiya tushunchasi. Sonli funktsiyalar. Ularning xossalari va grafigi. Funktsiyaning limiti. Funktsiya uzluksizligi. Elementar funktsiyalar uzluksizligi. Ajoyib limitlar. Hosila tushunchasiga olib keladigan masalalar. Funktsiyaning hosilasi. Differentsiallashtirish qoidalari. Hosilaning funktsiyani tekshirishga tatbiqi. Aniqmas integralni hisoblash usullari. Aniq integral tushunchasiga olib keladigan masalalar. Aniq integralning ta'rifi, xossalari, hisoblash usullari. Aniq integralning geometriyaga, fizikaga, mexanikaga tatbiqi.</p>
	<p style="text-align: center;"><b>V bob. Algebra va analitik geometriya.</b></p> <p>Sonli ifoda va uning son qiymati. Sonli tenglik va tengsizlik, ularning xossalari. O'zgaruvchili ifoda, uning aniqlanish sohasi. Ifodalarni ayniy shakl almashtirish. Ayniyat. Bir o'zgaruvchili tenglamalar. Teng kuchli tenglamalar va ular haqidagi teoremlar. Bir o'zgaruvchili tengsizliklar. Teng kuchli tengsizliklar haqidagi teoremlar. Bir o'zgaruvchili tengsizliklar konyunktsiyasi va dizyunktsiyasini yechish. Tengsizliklarni intervallar metodi bilan yechish. Ikki o'zgaruvchili tenglamalar. Chiziq tenglamasi haqida tushuncha. To'g'ri chiziqning umumiy tenglamasi, burchak koeffitsientli tenglamasi, kesmalar bo'yicha tenglamasi. To'g'ri chiziqlarning parallelizm va perpendikulyarlik shartlari. Bir nuqtadan</p>

	<p>o'tuvchi to'g'ri chiziqlar dastasi formulasi. Berilgan ikki nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasi. To'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasi va uni topish usullari. Ikki nuqta orasidagi masofa. Berilgan markazi va radiusiga ko'ra aylana tenglamasini tuzish. Aylananing umumiy tenglamasidan uning markazini va radiusini topish. Ikki o'zgaruvchili tenglamalar sistemalari, ularni yechish usullari. Ikki o'zgaruvchili tengsizliklar va ularning grafigi. Ikki o'zgaruvchili tengsizliklar konyunktsiyasi va dizyunktsiyasi. Ularni grafik usulda yechish. Ikki va uch o'zgaruvchili chizikli tenglamalar sistemasining matritsasi. Matritsalar ustida amallar. 2- va 3- tartibli determinantlar va ularning xossalari. Kramer formulasi. Vektorlar, ular ustida amallar. Vektor va nuqtaning koordinatalari.</p>
	<p style="text-align: center;"><b>VI bob. Elementar geometriya elementlari.</b></p> <p>Geometriyaning vujudga kelishi haqida qisqacha tarixiy ma'lumot. Maktabda o'rganiladigan geometrik tushunchalar sistemasi. Geometrik figuralar, ularning ta'rifi, xossalari va alomatlari. Geometrik masalalar yechish metodlari haqida. Geometrik masalalarning turlari. O'lcham bilan bog'lik amaliy masalalar, hisoblashga doir masalalar, isbotlashga doir masalalar. Yasashga doir geometrik masalalar haqida tushuncha. Sirkul va chizg'ich yordamida yasash bosqichlari. Ko'pyoqlar haqida Eyler teoremasi. Prizma, to'g'ri burchakli parallelepiped, piramida. Aylanma jismlar. Silindr, konus, shar. Fazoviy figuralarni tekislikda tasvirlash.</p>
	<p style="text-align: center;"><b>VII bob. Miqdorlar va ularni o'lchash.</b></p> <p>Skalyar miqdorlarni o'lchash tushunchasi. Kesma uzunligi, uning asosiy xossalari. Kesma uzunligini o'lchash. Uzunliklarning standart birliklari va ular orasidagi munosabatlar. Figuralarning yuzi. Figuralarning yuzini o'lchash usullari. Tengdosh va teng figuralardan</p>

tashkil topgan figuralar. Tekis figuralarning yuzalarini topish. Boshlang'ich matematika kursida ko'riladigan boshqa miqdorlar: massa, baho, vaqt, tezlik, yo'l. Ularning o'lchov birliklari va ular orasidagi aloqadorlik.
---

### **Talabalarning olgan bilim va ko'nikmalariga qo'yiladigan talablar:**

- Chekli va cheksiz to'plamlar ustida amallar bajarishni bilish.
- Berilgan moslik turini, xossalarini aniqlash, sonli funksiyalarni tanish, to'g'ri va teskari proporsionallikni ajrata bilish.
- Sodda kombinatorika masalalarini yecha olish.
- Tushunchalarni ta'riflash usulini farqlay olish.
- Fikrlar va predikatlar ustida logik amallarni bajara olish.
- To'g'ri va noto'g'ri muhokamalarni farqlay olish.
- Boshlang'ich maktabda qo'llanadigan algoritmlarni bilish, tuza olish.
- Algebraik operatsiya, uning neytral, simmetrik yutuvchi elementlarini bilish. Berilgan algebraik operatsiyaga nisbatan yarim grupp, grupp, halqa va maydon tashkil etuvchi to'plamlarni ajrata olish.
- Nomanfiy butun son tushunchasi va sonlar ustida bajariladigan amallarni to'plamlar nazariyasiga ko'ra sharhlay olish. Boshlang'ich maktab matematika darsligidagi matnli masalalarni yechishda bajariladigan amalni tanlashni asoslay bilish.
- Nomanfiy butun sonlar to'plamini tuzishning aksiomatik usulini boshlang'ich matematika kursidan misollar bilan sharhlash.
- Nomanfiy butun sonlar ustida arifmetik amallarni yozma va og'zaki ratsional usulda bajarishni bilish. Matnli masalalarni turli usullarda yecha olish.

- Bo'linish alomatlarini qo'llashni bilish, sonlar EKUBi va EKUKini topa bilish, yig'indi, ko'paytma va ayirmaning berilgan songa bo'linishini bo'lishni bajarmay aniqlay olish.
- Ratsional sonlar ustida amallar bajarishni bilish.
- Mikrokalkulyatorda hisoblashni bilish.
- Sonli va harfiy ifodalarni farqlay olish, sonli tenglik, tenglama, sonli tengsizlik, tengsizliklarni tanish, tenglama va tengsizliklarni yechishni bilish. Ularning dizyunktsiyasi va konyunktsiyasi yechimini topa olish.
- Elementar funktsiyalarning nomini, tenglamasini, xossalarini bilish va grafigini yasay olish.
- Eng sodda limitlarni hisoblay olish.
- Funktsiyalar hosilasini olishni bilish, hosilaning geometrik va mexanik ma'nosini tushunish, hosila yordamida funktsiyani tekshirishni bilish va grafigini yasash.
- Aniqmas intgrallarni topa bilish.
- Aniq integralni hisoblashni bilish. Aniq integral tatbiq qilib yechiladigan masalalarni yecha olish.
- Geometrik figuralarni tekislikda tasvirlay bilish, xossalarini bilish, hisoblashga doir geometrik masalalarni yecha olish.
- Miqdorlarni o'lchashni bilish, matnli masalalarni yechishda miqdorlar orasidagi bog'lanishdan foydalana olish.
- Matematikaning nazariy bilimlarini amaliyotga qo'llay bilish.

## **Mustaqil-nazorat ishni bajarish bo'yicha usuliy ko'rsatmalar.**

Bajariladigan nazorat ish daftarining yuzi quyidagicha to'ldiriladi(misol tariqasida):

Boshlang'ich ta'lim va sport, tarbiyaviy ish yo'nalishi bo'yicha o'qiyotgan maxsus sirtqu bo'lim 2-bosqich "a" guruh talabasi Karimova Muyassarning matematika fanidan yozgan nazorat ishi.

- Talaba uy adresi;
- Ish joyi, staji;

Nazorat ish daftarining birinchi betida:

Variant nomeri, topshiriq nomerlari, hamda topshiriq berilishi. Daftarning keyingi betlarida har bir topshiriqning bajarilishi qayd etib boriladi.

### **1. Nomanfiy butun sonlar to'plamini to'plamlar nazariyasi asosida qurish.**

1-topshiriq: Butun nomanfiy sonlarning yig'indisi ta'rifidan foydalanib, quyidagiarni tushuntiring:

a)  $4+3=7$                       b)  $2+5=7$                       c)  $5+0=5$

Yechish: Nomanfiy sonlar yig'indisining kesishmaydigan to'plamlar birlashmasi orqali ta'rifini keltiramiz.

Ta'rif: Butun nomanfiy a va b sonlarning yig'indisi deb,  $n(A)=a$ ,  $n(B)=b$  bo'lib, kesishmaydigan A va B to'plamlar birlashmasidagi elementlar soniga aytiladi:

$$a + b = n(A \cup B),$$

bu yerda  $n(A)=a$ ,  $n(B)=b$  va  $A \cap B = \emptyset$ .

Ushbu ta'rifdan foydalanib, yuqoridagi ta'riflarni tushuntiramiz.

a)  $4+3=7$                       4 – bu biror A to'plamning elementlar soni, 3 – biror B to'plamning elementlar soni, bunda ular kesishmasi bo'sh to'plam bo'lishi kerak. Masalan,

$A=\{a,b,c,d\}$ ,  $B=\{x,y,z\}$  to'plamlarni olamiz. Ularni birlashtiramiz:  $A \cup B = \{a,b,c,d,x,y,z\}$ . Sanash yo'li bilan  $n(A \cup B) = 7$  ekanini aniqlaymiz. Demak,  $4+3=7$ . Bu o'rinda shuni ta'kidlash joizki, to'plam elementlarini tanlash ixtiyoriy bo'lishi mumkin.

b)  $2+5=7$       2 – bu biror C to'plam elementlari soni, 5 – bu biror D to'plam elementlari soni bo'lsin. C va D to'plamlar umumiy elementlarga ega bo'lmasligi kerak. Masalan, C – birinchi tokchadagi kitoblar. Shartga ko'ra  $n(C)=2$ , ya'ni 1-tokchada 2 ta kitob bor. D – ikkinchi tokchadagi kitoblar. Bu to'plam elementlar soni  $n(D)=5$ , ya'ni 2-tokchada 5 ta kitob bor. Haqiqatda ikkala tokchada umumiy bo'lgan kitob yo'q. Ya'ni  $C \cap D = \emptyset$ . 7 – bu C va D to'plamlar birlashmasidagi kitoblar soni, ya'ni  $n(C \cup D) = 7$ . Demak  $2+5=7$ . Ushbu tenglik boshlang'ich sinflarda yechiladigan quyidagi ko'rinishdagi masala yechimi bo'ladi: “Birinchi tokchada 2ta, ikkinchi tokchada 5ta kitob bor. Ikkala tokchada nechta kitob bor?”

c)  $5+0=5$       Ushbu tenglikni nazariy to'plam nuqtai nazarida tushuntirish uchun shu tenglik yechim hisoblangan quyidagi masalani keltiramiz: “Birinchi likopchada 5 ta olma bor. Ikkinchi likopchada olma yo'q. Ikkala likopchada nechta olma bor?” 5 – bu birinchi likopchadagi olmalar soni, agar birinchi likopchadagi olmalarni A deb belgilasak, u holda  $n(A)=5$  bo'ladi. Ikkinchi likopchadagi olmalarni B deb olsak, unda olma yo'q. Shu sababli  $B = \emptyset$  bo'lib, undagi olmalar soni  $n(B) = n(\emptyset) = 0$ , ya'ni bo'sh to'plamdagi elementlar soni 0 ga teng bo'ladi. Ikkala likopchadagi olmalar soni  $n(A \cup B) = n(A \cup \emptyset) = n(A) = 5$  bo'ladi.

## **2. Nomanfiy butun sonlar to'plamini aksiomatik asosda qurish. Matematik induksiya prinsipi.**

2-topshiriq: Istalgan  $n \in N$  uchun  $8^n + 6$  ifodaning 7 ga bo'linishini matematik induksiya metodi yordamida isbotlang.

Isbot:

1)  $n=1$  uchun tasdiqning to'g'riligini isbotlaymiz.

$$8^1 + 6 = 14 \quad 14 \text{ soni } 7 \text{ ga karrali, demak}$$

$n=1$  uchun o'rinli.

2) Agar tasdiq  $n=k$  ( $k \leq n$ ) uchun to'g'ri bo'lsa,  $n=k+1$  uchun to'g'ri bo'lishini isbotlaymiz.

$(8^k + 6) : 7$  (1) to'g'ri bo'lsin deb faraz qilamiz,

$(8^{k+1} + 6) : 7$  (2) to'g'riligini ko'rsatamiz.

$$1 \text{ usul: } (8^{k+1} + 6) - (8^k + 6) = 8^{k+1} - 8^k + 6 - 6 = 8^k(8 - 1) = 8^k \cdot 7 \quad : 7$$

(ko'paytuvchilardan 1 tasi 7 ga bo'linadi, ko'paytma ham 7 ga bo'linadi)

$$2 \text{ usul: } (8^{k+1} + 6) = 8^k 8^1 + 6 = 1 \cdot 8^k + 6 + 7 \cdot 8^k = (8^k + 6) + 7 \cdot 8^k$$

Bunda birinchi qo'shiluvchi ((1)ga asosan) 7 ga karrai, ikkinchi qo'shiluvchi ham 7 ga karrali (ko'paytuvchilardan biri 7 ga karrali, demak ko'paytma ham 7 ga karrali).

Natijada yig'indi ham 7 ga karrali bo'ladi.

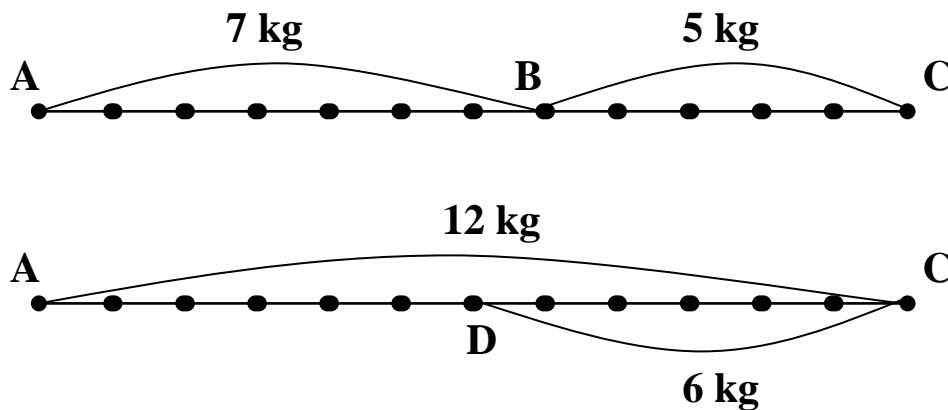
Demak, istalgan  $n \in N$  uchun  $8^n + 6$  ifoda 7 ga qoldiqsiz bo'linadi.

### 3. Natural son miqdorlarni o'lchash natijasi sifatida.

3-topshiriq: Quyidagi masalani miqdorlar (kesmalar) nazariyasi nuqtai nazarida talqin qilib yeching.

“Oshxonaga 7 kg kartoshka va 5 kg sabzi olib kelindi. Tushlikda 6 kg sabzavot ishlatildi. Oshxonada necha kilogramm sabzavot ishlatilmay qoldi?”

Yechish: Oshxonaga keltirilgan kartoshkalar massasini  $a$  kesma ko'rinishida, sabzilar massasini  $b$  kesma ko'rinishida tasvirlaymiz. U holda hamma keltirilgan sabzavotlar massasini  $a$  ga teng  $AB$  kesmadan va  $b$  ga teng  $BC$  kesmada tuzilgan  $AC$  kesma yordamida tasvirlash mumkin.  $AC$  kesma uzunligining son qiymati  $AB$  va  $BC$  kesmalar son qiymatlarining yig'indisiga teng bo'lgani uchun keltirilgan sabzavotlar massasini qo'shish amali bilan topamiz:  $7+5=12$  (kg).



Endi masalaning ikkinchi qismini izohlab yechamiz.

Jami sabzavotlarda n tushlikda 6

kg sabzavot ishlatildi. Keltirilgan sabzavotlarni ifodalovchi AC kesmani tasvirlab, undan tushlikda ishlatilgan sabzavot massasi c ga teng CD kesma yordamida tasvirlab, AC va CD kesmalar son qiymatlarining ayirmasiga teng AD kesmani tasvirlaymiz. Demak AD kesma son qiymati keltirilgan jami sabzavotlar massasini ifodalovchi AC va tushlikda ishlatilgan sabzavotlar massasini ifodalovchi CD kesmalar son qiymatlari ayirmasiga teng. Shuning uchun AD kesma son qiymati ayirish amali bilan topiladi:  $12 - 6 = 6$  (kg).

#### 4. Pozitsion sanoq sistemalarida sonlar ustida amallar.

4-topshiriq: Hisoblang va natijani o'nli sanoq sistemasida yozing.

$$324_5 \cdot 42_5 + 213_5$$

Beshlik sanoq sistemasida qo'shish va kopaytirish jadvalini tuzamiz.

*	0	1	2	3	4
---	---	---	---	---	---



+	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4
1	1	2	3	4	10
2	2	3	4	10	11
3	3	4	10	11	12
4	4	10	11	12	13

0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4
2	0	2	4	11	13
3	0	3	11	14	22
4	0	4	13	22	31

Bu jadvaldan foydalanib hisoblaymiz.

$$\begin{array}{r}
 \times 324_5 \\
 \quad 42_5 \\
 \hline
 + 1203_5 \\
 \quad 2411_5 \\
 \hline
 30313_5
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 + 30313_5 \\
 \quad 213_5 \\
 \hline
 31031_5
 \end{array}$$

Endi  $31031_5$  sonining 10 lik sanoq sistemadagi yozuvini topamiz.

$$\begin{aligned}
 31031_5 &= 3 \cdot 5^4 + 1 \cdot 5^3 + 0 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5 + 1 = 3 \cdot 625 + \\
 &25 + 125 + 15 + 1 = 1875 + 125 + 16 = 2016
 \end{aligned}$$

## 5. Sonlarning bo'linishi.

5-topshiriq: Amallarni bajarmasdan quyidagi ifodalarni 6 ga bo'linish yoki bo'linmasligini ko'rsating:

- $546+174+390$
- $546+174+380$
- $546+176+380$

Yechish: Murakkab songa bo'linish belgisidan foydalanamiz. Bu uchun 6 sonini 2 va 3 tub ko'paytuvchilar

ko'paytmasi shaklida yozamiz. Demak, son 6 ga bo'linishi uchun 2 va 3 ga bo'linishi etarli.

a)  $546 : 6$ , chunki  $546 : 2$  (oxirgi raqami juft son bo'lgani uchun).  $546 : 3$  (raqamlar yig'indisi 3 ga bo'lingani uchun)

$174 : 6$  va  $390 : 6$  (xuddi yuqoridagi shartlarga ko'ra)

Demak:  $(546+174+390) : 6$

b)  $546$  va  $174$  (a punktga asosan)  $6$  ga bo'linadi.

$380$  soni  $6$  ga bo'linmaydi, chunki  $380$  soni  $2$  ga bo'linsa ham,  $3$  raqamiga bo'linmaydi. (raqamlar yig'indisi  $3$  ga bo'linmaydi).

Demak,  $546+174+380$  yig'indi ham  $6$  ga bo'linmaydi.

c) Berilgan yig'indida  $546 : 6$  (a punktga asosan)  $176$  va  $380$  sonlari esa  $6$  ga bo'linmaydi. Qo'shiluvchilardan bittasi  $6$  ga bo'linadi, ikkitasi esa bo'linmaydi bu holatda yig'indini topmasdan turib, uning  $6$  ga bo'linish yoki bo'linmasligi to'g'risida hech narsa aytish mumkin emas.

## **6. Natural sonlar bo'linishini matematik induksiya metodi yordamida isbotlash.**

6-topshiriq:  $n$  ning har qanday natural qiymatlarida  $n^5 - n$  ifoda  $30$  ga bo'linishini isbotlang.

Yechish:

$$n^5 - n = n(n^4 - 1) = n(n^2 - 1)(n^2 + 1) = (n-1) \cdot n \cdot (n+1)(n^2 + 1)$$

Endi  $30$  ni tub ko'paytuvchilar ko'paytmasi shaklida yozamiz:

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

Agar  $n^5 - n$  soni  $2$  ga,  $3$  ga va  $5$  ga bo'linishini isbotlasak, unda bu son  $30$  ga bo'linishini isbotlagan bo'lamiz.

$$(n-1) \cdot n \cdot (n+1) \cdot (n^2 + 1)$$

$2$  ga bo'linadi, chunki ikkita ketma-ket kelgan natural sonlardan albatta bittasi juft demak bu son  $2$  ga bo'linadi.

$3$  ga bo'linadi, chunki uchta ketma-ket kelgan natural sonlardan bittasi albatta  $3$  ga bo'linadi.

Endi  $(n-1) \cdot n \cdot (n+1) \cdot (n^2+1)$  ifodaning 5ga bo'linishini isbotlash qoldi. Natural sonlar to'plamini 5 ga qoldikli bo'lish nuqtai nazaridan 5 ta sinfga ajratamiz:

1)  $5q$  shaklidagi sonlar, ya'ni 5 ga karrali sonlar.

2)  $5q+1$  shaklidagi sonlar, ya'ni 5ga bo'lganda 1 qoldiq qoladigan sonlar.

3)  $5q+2$  shaklidagi sonlar, ya'ni 5ga bo'lganda 2 qoldiq qoladigan sonlar.

4)  $5q+3$  shaklidagi sonlar, ya'ni 5ga bo'lganda 3 qoldiq qoladigan sonlar.

5)  $5q+4$  shaklidagi sonlar, ya'ni 5ga bo'lganda 4 qoldiq qoladigan sonlar.

$n=5q$  bo'lganda

$$(n-1) \cdot n \cdot (n+1) \cdot (n^2+1) = (5q-1)5q(5q+1) \cdot (25q^2+1)$$

Bunda ko'paytuvchilardan biri  $5q$  5 ga bo'linadi. Demak, ko'paytma ham 5ga bo'linadi.

$n=5q+1$  bo'lganda

$$(n-1) \cdot n \cdot (n+1) \cdot (n^2+1) = 5q(5q+1)(5q+2) \cdot (25q^2+10q+2)$$

Bunda ko'paytuvchilardan biri  $5q$  5 ga bo'linadi. Demak, ko'paytma ham 5ga bo'linadi.

$n=5q+2$  bo'lganda

$$(n-1) \cdot n \cdot (n+1) \cdot (n^2+1) = (5q+1) \cdot (5q+2) \cdot (5q+3) \cdot (25q^2+20q+5) = \\ = (5q+1) \cdot (5q+2) \cdot (5q+3) \cdot 5(5q^2+4q+1)$$

bunda ham ko'paytuvchilardan biri 5 ga bo'linadi, demak, ko'paytma ham 5 ga bo'linadi.

$n=5q+3$  bo'lganda

$$(n-1) \cdot n \cdot (n+1) \cdot (n^2+1) = (5q+2) \cdot (5q+3) \cdot (5q+4) \cdot (25q^2+30q+10) = \\ = (5q+2) \cdot (5q+3) \cdot (5q+4) \cdot 5(5q^2+6q+2)$$

bunda ham ko'paytuvchilaradan biri 5, demak ko'paytma 5 ga bo'linadi.

$n=5q+4$  bo'lganda

$$(n-1) \cdot n \cdot (n+1) \cdot (n^2+1) = (5q+3) \cdot (5q+4) \cdot (5q+5) \cdot (25q^2+40q+17) = \\ = (5q+3) \cdot (5q+4) \cdot 5(q+1) \cdot (25q^2+40q+17)$$

bunda ham ko'paytuvchilaradan biri 5, demak ko'paytma 5 ga bo'linadi.

Demak,  $n^5$ -n 2ga, 3ga va 5ga bo'lingani uchun ifoda 30 ga bo'linadi.

Bu isbotlashni bajarishda to'la induksiya metodidan foydalanildi.

## **7. Tub va murakkab sonlar. Ikki yoki bir necha sonlarning EKUB va EKUK larini topish.**

7-topshiriq: 631 soni tub son, 637 soni murakkab son ekanligini isbotlang.

Ushbu topshiriqni bajarishda "Murakkab a sonining eng kichik tub bo'luvchisi  $\sqrt{a}$  dan oshmaydi" degan tasdiqdan foydalanamiz. Ushbu tasdiqqa asosan, 631 ning tub son ekanligini ko'rsatish uchun ushbu sonni  $\sqrt{631}$  gacha bo'lgan tub sonlarga bo'lib tekshiramiz.  $\sqrt{631} \approx 26$  gacha barcha tub sonlarni yozib chiqamiz:

2,3,5,7,11,13,17,19,23      (1)

631 soni (1) qatordagi sonlardan birortasiga bo'linadimi yo'qmi, shuni tekshiramiz. 2, 3 va 5 ga bo'linish alomatlariga asosan 631 soni bu sonlarga bo'linmasligini ko'ramiz. 631 ni qolgan tub sonlarga ham bo'linmasligini bo'lish yo'li bilan tekshiramiz.

Shunday qilib, 631 soni (1) qatordagi birorta tub songa bo'linmaydi, demak, 631- tub son.

b) 637 ni murakkab son ekanligini isbotlash uchun yuqoridagi algoritmdan foydalanamiz.

637 soni (1) qatordagi 2,3,5 ga bo'linmaydi (bo'linish belgilarini qo'llab tekshiramiz), ammo 7ga bo'linadi. Shu sababli 637 soni murakkab son bo'ladi.

## 8. Butun sonlar va ular ustida amallar.

Amal komponentlari va natijasi orasidagi bog'lanishga doir topshiriqlarni bajarishda quyidagi qoidalardan foydalanish maqsadga muvofiqdir.

$$1) \mathbf{a+x=b} \quad \text{yoki} \quad \mathbf{x+a=b} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{x=b-a}$$

Noma'lum qo'shiluvchini topish uchun yig'indidan ma'lum qo'shiluvchi ayriladi.

$$2) \mathbf{x-a=b} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{x=b+a}$$

Noma'lum kamayuvchini topish uchun ayirmaga ayriluvchi qo'shiladi.

$$3) \mathbf{a-x=b} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{x=a-b}$$

Noma'lum ayriluvchini topish uchun kamayuvchidan ayirma ayriladi.

$$4) \mathbf{a \cdot x=b} \quad \text{yoki} \quad \mathbf{x \cdot a=b} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{x=b : a}$$

Noma'lum ko'paytuvchini topish uchun ko'paytma ma'lum ko'paytuvchiga bo'linadi.

$$5) \mathbf{x:a=b} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{x=b \cdot a}$$

Noma'lum bo'linuvchini topish uchun bo'luvchi bo'linmaga kopaytiriladi.

$$6) \mathbf{a:x=b} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{x=a:b}$$

Noma'lum bo'luvchini topish uchun bo'linuvchi bo'linmaga bo'linadi.

8-topshiriq: Amal komponentlari va natijasi orasidagi bog'lanishlardan foydalanib quyidagi tenglamani yeching.

$$\{2400:[(64-5x):6+46]-32\} \cdot 14=224$$

1) Ko'paytuvchi ko'paytmani ko'payuvchiga bo'linmasiga teng.

$$2400:[(64-5x):6+46]-32=224:14$$

$$2400:[(64-5x):6+46]-32=16$$

2) Kamayuvchi ayriluvchi bilan ayirmaning yig'indisiga teng.

$$2400:[(64-5x):6+46]=16+32$$

$$2400:[(64-5x):6+46]=48$$

3) Bo'luvchi bo'linuvchini bo'linmaga bo'linganiga teng.

$$(64-5x):6+46=2400:48$$

$$(64-5x):6+46=50$$

4) Qo'shiluvchi yig'indidan ikkinchi qo'shiluvchini ayirilganiga teng.

$$(64-5x):6=50-46$$

$$(64-5x):6=4$$

5) Bo'linuvchi bo'luvchi bilan bo'linmaning ko'paytmasiga teng.

$$64-5x=4 \cdot 6$$

$$64-5x=24$$

6) Ayiriluvchi kamayuvchidan ayirmaning ayirilganiga teng.

$$5x=64-24$$

$$5x=40$$

7) Ko'paytuvchi ko'paytmani ko'payuvchiga bo'linganiga teng.

$$x=40:5$$

$$x=8$$

## 9. Ratsional sonlar. Haqiqiy va kompleks sonlar.

9-topshiriq:

a) Musbat ratsional sonlarni qo'shish assotsiativ ekanliini isbotlang.

Yechish: Ixtiyoriy musbat ratsional sonlar  $a, b, c$  uchun

$(a+b)+c=a+(b+c)$  ekanligini isbotlash uchun  $a = \frac{m}{n}$ ,  $b = \frac{k}{n}$

va  $c = \frac{p}{n}$  shaklida yozamiz. Bunda  $m, n, p, k$  – natural sonlar.

$$(a+b)+c = \left(\frac{m}{n} + \frac{k}{n}\right) + \frac{p}{n} = \frac{m+k}{n} + \frac{p}{n} = \frac{(m+k)+p}{n};$$

$m, n, p$  va  $k$  lar natural sonlar bo'lgani uchun natural sonlarni qo'shishning assotsiativ qonunidan foydalanamiz:

$$\frac{(m+k)+p}{n} = \frac{m+(k+p)}{n}$$

Kasrlarni qo'shish qoidasiga asosan:

$$\frac{m + (\kappa + P)}{n} = \frac{m}{n} + \frac{\kappa + P}{n} = \frac{m}{n} + \left(\frac{\kappa}{n} + \frac{P}{n}\right) = a + (b + c)$$

Shuni isbotlash talab etilgan edi.

b)  $\frac{351}{1242}$  va  $\frac{143}{1012}$  kasrlarning qisqarmas ko'rinishi qanday?

Ulardan qaysi biri katta?

Yechish:

1) Kasrning qisqarmas ko'rinishini topish uchun uning surat va maxrajini eng katta umumiy bo'luvchisiga bo'lish kerak. 351 va 1242 sonlarining eng katta umumiy bo'luvchisini Yevklid algoritmi yordamida topamiz.

$$\begin{array}{r} 1242 \overline{) 351} \\ \underline{1053} \phantom{0} \\ 351 \phantom{0} \overline{) 189} \\ \underline{189} \phantom{0} \\ 189 \phantom{0} \overline{) 162} \\ \underline{162} \phantom{0} \\ 162 \phantom{0} \overline{) 27} \\ \underline{162} \phantom{0} \\ 0 \end{array}$$

Shunday qilib  $EKUB(1242;351)=27$

$$\frac{351}{1242} = \frac{13 \cdot 27}{46 \cdot 27} = \frac{13}{46}$$

$\frac{13}{46}$  kasri  $\frac{351}{1242}$  kasrning qisqarmas ko'rinishi bo'ladi.

Xuddi shunday usul bilan 143 va 1012 ning EKUBni topamiz:

bu 11 bo'ladi. Demak,  $\frac{143}{1012} = \frac{13 \cdot 11}{92 \cdot 11} = \frac{13}{92}$ ;  $\frac{13}{46}$  va  $\frac{13}{92}$

kasrlarni taqqoslaymiz.

2) Bu kasrlarning suratlari teng. Shunga ko'ra maxraji katta bo'lgan kasr kichik bo'ladi, ya'ni

$$\frac{13}{46} > \frac{13}{92}, \text{ Demak } \frac{351}{1242} > \frac{143}{1012}.$$

## 10. Son tushunchasini kengaytirish.

10-topshiriq: Avtomobil birinchi kuni butun yo'lning  $\frac{5}{8}$  qismini, ikkinchi kuni esa, birinchi kunda o'tilgan yo'lning  $\frac{5}{17}$  qismini, uchinchi kuni esa qolgan 260 km masofani o'tdi. Agar avtomobil 10 km yo'l uchun  $1\frac{2}{5}$  litr benzin sarflasa, butun yo'lni o'tish uchun qancha benzin sarflangan?

Masala shartiga asosan ifoda to'zib yeching.

Yechish:

Masaladagi savolga javob berish uchun avtomobil bosib o'tgan butun yo'lni bilish kerak. Buning uchun avtomobil ikkinchi va uchinchi kuni yo'lning qancha qismini o'tganini bilish zarur. Ikkinchi kuni birinchi kuni o'tilgan yo'lning  $\frac{5}{17}$  qismini o'tgan, demak, ikkinchi kuni butun yo'lning  $\frac{5}{8} \cdot \frac{5}{17}$  qismini o'tgan. Uchinchi kuni esa butun yo'lning  $1 - (\frac{5}{8} + \frac{5}{8} \cdot \frac{5}{17})$  qismini o'tgan.

Ammo uchinchi kuni 260 km masofani o'tgani sababli va  $1 - (\frac{5}{8} + \frac{5}{8} \cdot \frac{5}{17})$  qismini o'tgani uchun 260 ni  $1 - (\frac{5}{8} + \frac{5}{8} \cdot \frac{5}{17})$  ga bo'lsak butun yo'l kelib chiqadi:

1km uchun benzin sarflash normasi

$$1\frac{2}{5} : 10(l)$$

Demak, butun yo'lda avtomobil  $260 : [1 - (\frac{5}{8} + \frac{5}{8} \cdot \frac{5}{17})] \cdot [1\frac{2}{5} : 10]$  (1) benzin sarflaydi.

Amallarni bajarsak, avtomobilning butun yo'lni bosib o'tish uchun  $190\frac{2}{5}$  litr benzin sarflagani kelib chiqadi.



## Mustaqil nazorat-ish variantlari

Har bir talaba nazorat ishini bajarishga kirishar ekan, dastlab jadvaldan o'z variantini hamda variantga tegishli 1-10 topshirig'ini topib olmog'i lozim. (Masalan, 15-variantdan 10,16,27,18,3,18,6,3,3,4 lar mos ravishda 1-,2-,3-,4-,5-,6-,7-,8-, 9-,10-mavzulardagi topshiriq nomerlarini bildiradi. Ya'ni 1-mavzudan 10-nomerli topshiriq, 2-mavzudan 16-nomerli topshiriq va hokazo.)

Variant topshiriqlari aniqlangach, metodik tavsiyaga qarab bajarish mumkin.

Variant	Topshiriqlar									
	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
1.	26	1	3	4	24	4	22	24	25	11
2.	27	5	2	5	13	5	23	13	24	12
3.	28	4	6	6	11	6	24	11	1	10
4.	29	3	4	7	12	7	25	12	30	4
5.	30	11	9	8	10	8	26	10	28	9
6.	1	15	8	9	4	9	27	4	7	27
7.	2	14	12	10	9	10	28	9	11	29
8.	3	13	10	11	27	11	29	27	13	30
9.	4	2	15	12	29	12	30	29	17	1
10.	5	6	14	13	30	13	1	30	19	29
11.	6	7	18	14	1	14	2	1	23	2
12.	7	8	16	15	29	15	3	29	29	28
13.	8	22	21	16	2	16	4	2	1	3
14.	9	19	24	17	28	17	5	28	2	27
15.	10	16	27	18	3	18	6	3	3	4
16.	11	17	20	19	27	19	7	27	4	26
17.	12	18	30	20	4	3	8	4	5	5

18.	13	28	5	21	26	2	9	26	6	25
19.	14	27	4	22	5	6	10	5	7	7
20.	15	26	6	23	25	4	11	25	8	24
21.	16	30	10	24	7	9	12	7	9	8
22.	17	4	8	25	24	8	13	24	10	23
23.	18	8	18	26	8	12	14	8	11	9
24.	19	6	15	27	23	10	15	23	12	22
25.	21	23	12	28	9	15	16	9	13	10
26.	20	9	24	29	22	14	17	22	14	21
27.	25	5	20	30	10	18	18	10	15	11
28.	24	15	16	1	21	16	19	21	16	20
29.	22	12	29	2	11	21	3	11	17	12
30.	23	24	25	3	20	24	2	20	18	19
31.	30	19	24	4	12	27	6	12	19	13
32.	28	14	1	5	19	20	4	19	20	18
33.	29	28	30	6	13	30	9	13	21	14
34.	27	27	28	7	18	5	8	18	22	17
35.	26	17	7	8	14	4	12	14	23	15
36.	2	6	11	9	17	6	10	17	24	16
37.	5	3	13	10	15	10	15	15	25	16
38.	8	1	17	11	16	8	14	16	26	15
39.	13	2	19	12	16	18	4	16	27	17
40.	14	9	23	13	15	15	5	15	28	14
41.	7	29	29	14	17	12	6	17	29	18
42.	9	30	1	15	14	24	7	14	30	13
43.	26	25	2	16	18	20	8	18	1	25
44.	21	26	3	17	13	16	9	13	2	1
45.	18	28	4	18	25	29	10	25	3	5
46.	27	24	5	19	3	4	11	1	4	4
47.	24	13	6	3	2	5	12	5	5	3
48.	11	11	7	2	6	6	13	4	6	11
49.	10	12	8	6	4	7	14	3	7	15
50.	3	10	9	4	9	8	15	11	8	14
51.	1	4	10	9	8	9	16	15	9	13

52.	3	9	11	8	12	10	17	14	10	2
53.	30	27	12	12	10	11	18	13	11	6
54.	29	29	13	10	15	12	19	2	12	7
55.	27	30	14	15	14	13	20	6	13	24
56.	28	1	15	14	18	14	21	7	14	13
57.	25	29	16	18	16	15	4	8	15	19
58.	6	2	17	16	21	16	5	22	16	16
59.	15	28	18	21	24	17	6	19	17	17
60.	4	3	19	24	27	18	7	16	18	18
61.	9	27	20	27	20	19	8	17	19	28
62.	16	4	21	20	30	3	9	18	3	27
63.	23	26	22	30	5	2	10	28	2	26
64.	19	5	23	5	4	6	11	27	6	30
65.	17	25	24	4	6	4	12	26	4	4
66.	18	7	25	6	10	9	13	30	9	8
67.	12	24	26	10	8	8	14	4	8	6
68.	13	8	27	8	18	12	15	8	12	23
69.	15	23	28	18	15	10	16	6	10	9
70.	14	9	29	15	12	15	17	23	15	5
71.	4	22	30	12	24	14	18	9	14	15
72.	5	10	1	24	20	18	19	5	18	12
73.	8	21	2	20	16	16	20	15	16	24
74.	6	11	3	16	29	21	21	12	21	19
75.	30	20	4	29	25	24	22	24	24	14
76.	12	12	5	25	24	27	23	19	27	28
77.	11	19	6	24	1	20	24	14	20	27
78.	10	13	7	1	30	30	25	28	30	17
79.	4	18	8	30	28	5	26	27	5	6
80.	22	14	9	28	7	4	27	17	4	3
81.	8	17	10	7	11	6	28	6	6	1
82.	17	15	11	11	13	10	29	3	10	2
83.	27	16	12	13	17	8	30	1	8	9
84.	29	16	13	17	19	18	1	2	18	29
85.	16	15	14	19	23	15	2	9	15	30

86.	5	17	15	23	29	12	3	29	12	25
87.	14	14	16	29	1	24	4	30	24	26
88.	13	18	17	1	2	20	5	25	20	28
89.	12	13	18	2	3	16	6	26	16	5
90.	18	25	19	3	4	29	7	28	29	6

## Test topshiriqlari namunasi

1. Nomanfiy butun sonlar to'plamini tuzishda qanday yondoshishlar mavjud?

- A) To'plamlar nazariyasi nuqtai nazarida tuzish
- B) Piano aksiomalari asosida (aksiomatik nuqtai nazarida) tuzish
- C) Asosiy miqdorlar va ularni o'lchash nuqtai nazarida tuzish
- D) Barcha javoblar to'g'ri
- E) Faqat A va B lar to'g'ri

2. Nomanfiy butun sonlar to'plamining asosiy xossalari qaysi javobda to'liq to'g'ri ko'rsatilgan?

- A) Ham quyidan, ham yuqoridan chegaralanganlik
- B) Quyidan chegaralanganlik, diskretlik, tartiblanganlik, cheksizlik
- C) Uzluksizlik, cheksizlik
- D) Quyidan chegaralanganlik, yuqoridan chegaralanganlik
- E) Barcha javoblar to'g'ri

3. To'plamlar nazariyasi nuqtai nazarida butun nomanfiy a va b sonlarning yig'indisi ta'rifi qaysi javobda to'g'ri keltirilgan?

A) Butun nomanfiy a va b sonlarning yig'indisi deb,  $n(A)=a$ ,  $n(B)=b$  bo'lib, kesishmaydigan A va B to'plamlar birlashmasidagi elementlar soniga aytiladi:  $a+b=n(A\cup B)$ , bu yerda  $n(A)=a$ ,  $n(B)=b$  va  $A\cap B=\emptyset$ .

B) Butun nomanfiy a va b sonlarning yig'indisi deb,  $n(A)=a$ ,  $n(B)=b$  shartni qanoatlantiruvchi A va B to'plamlar birlashmasidagi elementlar soniga aytiladi:  $a+b=n(A\cup B)$ , bu yerda  $n(A)=a$ ,  $n(B)=b$

C) Butun nomanfiy a va b sonlarning yig'indisi deb, a+b soniga aytiladi.

D) Butun  $a$  va  $b$  sonlarning yig'indisi deb,  $A$  va  $B$  to'plamlar birlashmasidagi elementlar soni yig'indisiga aytiladi.

E) To'g'ri javob keltirilmagan

4. Nomanfiy butun sonlar to'plamida qo'shish va ko'paytirish amallari uchun quyidagi qonunlarning qaysilari to'g'ri?

A) O'rin almashtirish (kommutativlik)

B) Guruhlash (assotsiativlik)

C) Tarqatish (distributivlik)

D) Faqat  $A$  va  $B$  lar to'g'ri

E) Barcha javoblar to'g'ri

5.  $42 \cdot 5 = (40 + 2) \cdot 5 = 40 \cdot 5 + 2 \cdot 5 = 200 + 10 = 210$

Misol bajarilishida qanday nazariy bilimlar qo'llaniladi?

A) Sonning o'nlik sanoq sistemasidagi yozuvi

B) Ko'paytirishning qo'shishga nisbatan taqsimot qonuni

C) Jadvalli va jadvaldan tashqari ko'paytirish qoidalarini

D) Sonning o'nli tarkibi

E) Barcha javoblar to'g'ri

6. Quyidagi tasdiqlarning qaysi biri to'g'ri?

A) Son 12 ga bo'linishi uchun, bu son 4 ga yoki 3 ga bo'linishi zarur va yetarli

B) Son 12 ga bo'linishi uchun, bu son 4 ga va 3 ga bo'linishi zarur va yetarli

C) Son 12 ga bo'linishi uchun, bu son 4 ga bo'linishi yetarli

D) Son 12 ga bo'linishi uchun, bu son 3 ga bo'linishi yetarli

E) Barcha javoblar to'g'ri

7. 180 va 210 sonlarining eng katta umumiy bo'luvchisini toping.

A) 30

B) 70

C) 10

D) 15

E) 60

8. 180 va 210 sonlarining eng kichik umumiy karralisini toping.

- A) 210      B) 420      C) 180      D) 840      E) 30

9. Sonning 10 li sanoq sistemasidagi yozuvini toping:  $423_{(5)}$

- A) 24      B) 113      C) 105      D) 120      E) 324

10. Soning 8 li sanoq sistemasidagi yozuvini toping:

$$101111011_{(2)}$$

- A) 573      B) 735      C) 375      D) 105      E) 501

11. Ikki sonning eng katta umumiy bo'luvchisi 18 ga, eng kichik umumiy karralisi 105 ga teng. Bu sonlarning ko'paytmasi nechaga teng?

- A) 1890    B) 105    C) 2005    D) 180    E) to'g'ri javob keltirilmagan

12. 900 sonining nechta natural bo'luvchisi bor?

- A) 29 ta    B) 27 ta    C) 30 ta    D) 28 ta    E) 31 ta

13. Agar a natural sonni 3 ga bo'lganda 1 qoldiq chiqsa, b natural sonni 3 ga bo'lganda 2 qoldiq chiqsa, u holda bu sonlar kvadratlar yig'indisini 3 ga bo'lganda qanday qoldiq hosil bo'ladi?

- A) 0    B) 1    C) 2    D) To'g'ri javob keltirilmagan    E) 5

14. A(7;2) va B(10;6) nuqtalar orasidagi masofaning  $\frac{3}{5}$  qismi nechaga teng?

- A) 7      B) 2      C) 10      D) 6      E) 3

15. Tenglama yechimidan 5 ta katta bo'lgan sonni toping.

$$180 - (6x - 20) \cdot 4 = 20$$

- A) 15    B) 10    C) 5    D) 20    E) 40

16. Kub sirti  $150 \text{ sm}^2$  bo'lsa, uning hajmi necha  $\text{sm}^3$  bo'ladi?

- A) 25    B) 50    C) 125    D) 625    E) 150

17. Uchlari  $A(2;5)$ ,  $B(2;1)$  va  $C(6;1)$  nuqtalarda bo'lgan uchburchak perimetrini toping.

- A) 10    B)  $\sqrt{13}$     C) 24    D) 12    E) 8

18. Ikki shahar orasidagi masofa 360 km. Bu shaharlardan bir vaqtda bir-biriga qarab ikki avtomobil yo'lga chiqdi. Birinchi avtomobil tezligi ikkinchi avtomobil tezligidan soatiga 10 km ortiq. Agar avtomobillar 2 soatdan keyin uchrashgan bo'lsalar, ular qanday tezliklar bilan yurishgan?

- A) 85; 95    B) 75; 85    C) 95; 86    D) 100; 80    E) Barcha javoblar to'g'ri

19.  $\frac{3}{4} \text{ m}^2$  necha  $\text{sm}^2$ ?

- A) 75    B) 750    C) 7500    D) 2500    E) To'g'ri javob keltirilmagan

20. Bir sutka necha sekund?

- A) 2400    B) 3600    C) 86400    D) 1440    E) To'g'ri javob keltirilmagan

21. Ifoda qiymatini toping.

$$\left(0,2 + 1\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{2}{3}$$

- A)  $1\frac{2}{15}$     B)  $1\frac{3}{15}$     C)  $1\frac{4}{15}$     D)  $2\frac{3}{15}$     E)  $2\frac{1}{15}$

22. Turli raqamlardan foydalanib yozilgan eng kichik 5 xonali son, turli raqamlardan foydalanib yozilgan eng kichik 4 xonali sondan nechta ortiq?

- A) 9200    B) 9211    C) 9000    D) 9900    E) To'g'ri javob keltirilmagan



23. Irratsional son nima?

- A) Ildiz ostidagi son
- B) Cheksiz davriy bo'lmagan o'nli kasr son
- C) Chekli davriy bo'lmagan o'nli kasr son
- D) Ratsional son
- E) To'g'ri javob keltirilmagan

24. Quyidagi sonlardan tub sonlarni ko'rsating:

991; 391; 597; 381

- A) 991;597;391
- B) 991; 391
- C) 991
- D) 391
- E) To'g'ri javob keltirilmagan

25. Nuqtalar o'rniga to'g'ri javobni qo'ying.

Agar sonning raqamlar yig'indisi ... ga bo'linsa, u holda bu son ... ga bo'linadi.

- A) 9 va 3      B) 4      C) 2      D) 7      E) 11

26. Qanday sonlar to'plami haqiqiy sonlar to'plamining qism to'plami bo'ladi?

- A) Natural sonlar
- B) Butun sonlar
- C) Kasr sonlar
- D) Irratsional sonlar
- E) Barcha javoblar to'g'ri

27. Quyidagilardan qaysilari rost?

- a)  $a:2$  va  $a:3 \Rightarrow a:6$       c)  $a:3 \Rightarrow a:9$   
b)  $a:2$  yoki  $a:3 \Rightarrow a:6$       d)  $a:9 \Rightarrow a:3$   
A) a va b      B) b va c      C) a va d      D) a va b  
E) b va d

28. Birinchi raqami ikkinchi raqamidan katta bo'lgan ikki xonali sonlar nechta?

- A) 15    B) 25    C) 35    D) 55    E) 45

29. Uchga bo'linmaydigan son kvadratini uchga bo'lganda qoldiq nechaga teng bo'ladi?

- A) 0    B) 1    C) 2    D) 4    E) To'g'ri javob keltirilmagan

30. Quyidagi ifoda qiymatini toping.

$$(3+2i)(3-2i)$$

- A)  $6+4i$     B)  $4i$     C) 13    D)  $9-4i$     E) To'g'ri javob keltirilmagan

31.  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$  ifoda qiymatini 0,01 aniqlikdagi qiymatini toping.

- A) 3,14  
B) 3,15  
C) 3,16  
D) 3,13  
E) To'g'ri javob keltirilmagan

32. Bir topshiriqni usta 10 kunda, shogirdi 15 kunda bajara oladi. Ikkalasi birga ishlasa bu ishni necha kunda bajara oladi?

- A) 25    B) 12,5    C) 5    D) 6    E) To'g'ri javob keltirilmagan

33. Perimetri 16 sm bo'lgan to'g'ri to'rtburchaklardan yuzi katta bo'lganini toping.

- A) 16    B) 15    C) 17    D) 18    E) To'g'ri javob keltirilmagan

34. To'g'ri to'rtburchak uchlari to'g'ri chiziq bo'ylab, kesib olindi. Qolgan shaklning nechta uchi bo'ladi?

A) 8 ta    B) 6 ta    C) 4 ta    D) Barcha javoblar to'g'ri    E) 5 ta

35.  $|x-3|<4$  tengsizlikni qanoatlantiruvchi butun sonlar nechta?

A) 5 ta    B) 6 ta    C) 7 ta    D) 8 ta    E) To'g'ri javob keltirilmagan

36. Turli raqamlardan tuzilgan eng katta va eng kichik 5 xonali sonlar ayirmasi 1000 dan nechta ortiq?

A) 67531    B) 68531    C) 67631    D) 67541

E) To'g'ri javob keltirilmagan

## Foydalanilgan adabiyotlar:

1. L.P.Stoylova, A.M.Pishkalo Boshlang'ich matematika kursi asoslari. "O'qituvchi", 1991.
2. N.Ya.Vilenkin. Matematika M., 1977.
3. O.Xudoyberganov. Matematika T., 1980.
4. N.N.Lavrova, L.P.Stoylova. Zadachnik-praktikum po matematiki M., 1985.
5. R.Ibrohimov. Matematikadan masalalar to'plami. T., 1995.
6. A.G.Hikmatov, T.Turdiyev. Matematik analiz.
7. A.G.Hikmatov, T.Toshmetov, K.Qarasheva. Matematik analizdan mashqlar va masalalar to'plami T., 1987.
8. A.G.Hikmatov. Modulli ifodalar. T., 1996.
9. R.N.Nazarov, B.T.Toshpulatov, A.D.Dusumbetov. Algebra va sonlar nazariyasi. T., 1993.
10. N.Dadajonov va b. Geometriya I, II k. T., 1988.
11. X.X.Nazarov, X.O.Ochilova, Ye.G.Podgornova. Geometriyadan masalalar to'plami. I, II k. T., 1983.
12. A.V.Pogorelov. Geometriya. 7-11 sinflar uchun.T.1983
13. N.N.Lavrova, L.P.Stoylova Zadachnik praktikum po matematike M. MGZPI,1988.
14. L.P.Stoylova, N.Ya.Vilenkin Seliye neotritsatelniye chisla M. MGZPI. 1986
15. F.Qosimov, M.Qosimova, G.Umarova Matematika fanidan ma'ruza matnlari 1-qism, Buxoro.2005
16. F.Qosimov, M.Qosimova, G.Umarova Matematika fanidan ma'ruza matnlari 2-qism, Buxoro.2005
17. N.A.Hamidova, Z.Ibragimova Matematika(Maxsus sirtqi bo'lim uchun joriy o'quv dasturi)T.2002
18. M.Jumayev Matematika o'qitish metodikasidan praktikum. T.2004

19. M.Ahmedov, R.Ibrohimov, N.Abdurahmonova, M.Jumayev. Matematika. 1-sinf darsligi. T.2003
20. N.U.Bikbayeva, E.Yangabayeva. Matematika. 2-sinf darsligi. T.2001
21. N.U.Bikbayeva, E.Yangabayeva. Matematika. 3-sinf darsligi. T.2003
22. N.U.Bikbayeva. Matematika. 4-sinf darsligi. T.2005
23. M.Ahmedov, M.Mirzaahmedov. Matematika. 4-sinf darsligi. T. 2003.
24. F.M.Qosimov, M.M.Qosimova. Matematikadan mustaqil nazorat ishlari to'plami. Buxoro, 2005.

## MUNDARIJA

1. Kirish .....	3
2. Nazariy materiallar yuzasidan ba'zi tushunchalar.....	5
3. Mustaqil nazorat topshiriqlari.....	58
4. Maxsus sirtqi bo'limi uchun matematikadan o'quv dasturi.....	83
5. Mustaqil nazorat ishini bajarish bo'yicha usuliy ko'rsatmalar.....	92
6. Mustaqil ish variantlari.....	104
7. Test topshiriqlari namunasi.....	108
8. Foydalanilgan adabiyotlar.....	115







