ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ, МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТИ ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ DSc.27.06.2017.FM.01.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ

АБДИКАЛИКОВ ФАРХАД АБДИЖАЛИЕВИЧ

РЕГРЕССИЯ МОДЕЛЛАРИДА ШАРТЛИ ФУНКЦИОНАЛЛАРНИНГ СТАТИСТИК БАҲОЛАРИНИ ТАДҚИҚ ҚИЛИШ

01.01.05 – Эҳтимоллар назарияси ва математик статистика

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

ТОШКЕНТ–2018 йил.

УДК: 517.24

Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD) диссертацияси автореферати мундарижаси

Оглавление автореферата диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам

Contents of dissertation abstract of doctor of philosophy (PhD) on physical-mathematical sciences

ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ,МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТИ ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ DSc.27.06.2017.FM.01.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ

АБДИКАЛИКОВ ФАРХАД АБДИЖАЛИЕВИЧ

РЕГРЕССИЯ МОДЕЛЛАРИДА ШАРТЛИ ФУНКЦИОНАЛЛАРНИНГ СТАТИСТИК БАҲОЛАРИНИ ТАДҚИҚ ҚИЛИШ

01.01.05 – Эҳтимоллар назарияси ва математик статистика

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

ТОШКЕНТ–2018 йил.

Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (Doctor of Philosophy) диссертацияси мавзуси Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамаси ҳузуридаги Олий аттестация комиссиясида B2018.1.PhD/FM165 рақам билан рўйхатга олинган.

Диссертация Ўзбекистон Миллий университетида бажарилган.

Диссертация автореферати уч тилда (ўзбек, рус, инглиз (резюме)) Илмий кенгаш веб-саҳифасида (www.ik-fizmat.nuu.uz) ва «Ziyonet» Ахборот таълим порталида (www.ziyonet.uz) жойлаштирилган.

Илмий раҳбар:	**Абдушукуров Абдурахим Ахмедович** физика-математика фанлари доктори, профессор
Расмий оппонентлар:	**Хусанбоев Ёқубжон Мухамаджонович** физика-математика фанлари доктори
	Сагидуллаев Калмурза Сапарбаевич физика-математика фанлари номзоди
Етакчи ташкилот:	**Наманган Давлат Университети**

Диссертация ҳимояси Ўзбекистон Миллий университети, Математика институти ҳузуридаги DSc.27.06.2017.FM.01.01 рақамли Илмий кенгашнинг 2018 йил «___»_________ соат____ даги мажлисида бўлиб ўтади. (Манзил: 100174, Тошкент ш., Олмазор тумани, Университет кўчаси, 4-уй. Тел.: (+99871) 227-12-24, факс: (+99871) 246-53-21, 246-02-24, e-mail: nauka@nuu.uz).

Диссертация билан Ўзбекистон Миллий университетининг Ахборот-ресурс марказида танишиш мумкин (___ рақами билан рўйхатга олинган). (Манзил: 100174, Тошкент ш., Олмазор тумани, Университет кўчаси, 4-уй. Тел.: (+99871) 246-02-24).

Диссертация автореферати 2018 йил «____» _______________куни тарқатилди.
(2018 йил «____» ___________ даги _______ рақамли реестр баённомаси).

А. Садуллаев
Илмий даражалар берувчи Илмий
кенгаш раиси, ф.-м.ф.д., академик

Ғ.И. Ботиров
Илмий даражалар берувчи Илмий
кенгаш илмий котиби, ф.-м.ф.н.

Ш.Қ.Форманов
Илмий даражалар берувчи Илмий
кенгаш қошидаги илмий семинар
раиси, ф.-м.ф.д., академик

КИРИШ (диссертация аннотацияси)

Диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати. Жаҳон миқёсида олиб борилаётган кўплаб илмий-амалий тадқиқотлар маълумотларини статистик таҳлил қилиш натижаларининг муқаррарлиги танланган статистик моделнинг адекватлиги даражасига боғлиқ бўлади. Статистикада ўрганилаётган сонли маълумотларнинг ковариаталарга боғлиқлигини ифодаловчи статистик моделни қуриш долзарб ҳисобланади. Амалий тадқиқотларда статистик маълумотларни таҳлил қилишда кўп ҳолда тўлиқ бўлмаган, яъни цензурланган кўп ўлчовлик, боғлиқ, бир жинсли бўлмаган керакли ва ҳалақит берувчи (цензорлар) сонли маълумотлар билан ишлашга тўғри келади. Бунда бизни қизиқтирувчи тасодифий миқдорлар (т.м.) ўз қийматларини бирор ҳодисаларни рўй беришига боғлиқ равишда қабул қиладилар. Шартли эҳтимоллик ёки унинг функционалларини тўлиқ бўлмаган маълуматларнинг регрессия моделларида баҳолаш математик статистиканинг муҳим вазифаларидан бири бўлиб қолмоқда.

Ҳозирги кунда жаҳонда тўлиқ бўлмаган кузатилмаларнинг турли моделларида тақсимотларнинг функционалларини баҳолаш масалалари ва уларни сонли маълумотларни таҳлил қилиш билан боғлиқ амалий тадқиқотларда қўллаш муҳим аҳамиятга эгадир. Кузатилмалар турли тасодифий цензурланган ҳолда шартли тақсимотларнинг функционалларининг статистик баҳоларини тадқиқ қилиш, баҳолар учун т.м. ларнинг нормалланган йиғиндиси орқали асимптотик ифодаланишини ўрнатиш ва нормалланган жараёнларнинг асимптотик Гаусс хоссаларини исботлаш, нопараметрик баҳоларнинг бутстреп аналогларини тадқиқ қилиш, кучсиз боғлиқлик регрессия моделида шартли умр давомийлиги функцияси баҳосининг квадратик риск функциясини минималлаштириш орқали ойна кенглиги кетма-кетлиги оптимал параметрини танлаш мақсадли илмий тадқиқотлардан ҳисобланади.

Мамлакатимизда фундаментал фанларнинг амалий тадбиққа эга бўлган эҳтимоллар назарияси ва математик статистиканинг долзарб йўналишларига, жумладан тўлиқ бўлмаган танланмалар статистикасининг ривожланишига алоҳида эътибор берилмоқда. Бунинг натижасида тўлиқ бўлмаган танланмаларнинг турли статистик моделларида функционал характеристикаларни нопараметрик ва яримпараметрик баҳолаш соҳасида сезиларли ютуқларга эришилди. “Эҳтимоллар назарияси ва математик статистика” фанининг устивор йўналишлари бўйича халқаро стандартлар даражасида илмий тадқиқотлар олиб бориш асосий вазифалар ва фаолият йўналишлари этиб белгиланди[1]. Қарор ижросини таъминлашда статистик баҳолаш ва гипотезаларни текширишнинг асимптотик назариясини ривожлантириш муҳим аҳамиятга эга.

[1]Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамасининг 2017 йил 18 майдаги “Ўзбекистон Республикаси Фанлар академиясининг янгидан ташкил этилган илмий-тадқиқот муассасалари фаолиятини ташкил этиш тўғрисида”ги 292-сон қарори

Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2017 йил 17 февралдаги №ПҚ-2789-сон «Фанлар академияси фаолияти, илмий-тадқиқот ишларини ташкил этиш, бошқариш ва молиялаштиришни янада такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида»ги ва 2017 йил 20 апрелдаги №ПҚ-2909-сон «Олий таълим тизимини янада ривожлантириш чора-тадбирлари тўғрисида»ги Қарорлар ҳамда мазкур фаолиятга тегишли бошқа норматив-ҳуқуқий хужжатларда белгиланган вазифаларни амалга оширишга ушбу диссертация тадқиқоти муайян даражада хизмат қилади.

Тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланиши устувор йўналишларига боғлиқлиги. Диссертация республика фан ва технологиялар ривожланишининг IV. «Математика, механика ва информатика» устувор йўналиши доирасида бажарилган.

Муаммонинг ўрганилганлик даражаси. Умр давомийлиги функциясини регрессия моделида статистик баҳолаш усуллари кўплаб муаллифларнинг илмий ишларида кўриб ўтилган. Хусусан, Э.А.Надарая, Ж.С.Ватсон, С.Ж.Стоун, Р.Беран, В.Хардли, Т.Гэссер, Х.Г.Мюллер, Н.Веравербеке, М.Г.Акритас, И.Ван Кайлегом, Р.Брэкерс, С.Кадарсо-Суарес каби олимларнинг илмий ишларини таъкидлаб ўтиш мумкин. Уларда умр давомийлиги функционалларини регрессия моделларидаги сонли маълумотлар тўлиқ бўлган ва баъзи тўлиқ бўлмаган моделлари орқали нопараметрик ва яримпараметрик баҳолари қурилган ва тадқиқ қилинган.

Н.Веравербеке, И.Ван Кайлегомлар асосан кўпайтма кўринишидаги Беран баҳоси ва пропорционал интенсивликлар моделида (ПИМ) ACL-баҳосини ўрганишган. Шуни таъкидлаш лозимки, Беран баҳоси Каплан-Мейернинг кўпайтма баҳосининг умумлашмаси бўлиб, у бир қатор камчиликларга эга: баҳо бутун сон ўқида аниқланмаган, унинг сакраш катталиклари кузатилмаларнинг цензурланганлигига боғлиқ ва демак кучли цензурланиш моделлари учун ноэффектив баҳодир.

А.А.Абдушукуров томонидан юқоридаги камчиликлардан холис бўлган даража кўринишидаги баҳолар таклиф этилган ва батафсил тадқиқ этилган. У бу баҳоларнинг Каплан-Мейернинг кўпайтма типидаги баҳоларига нисбатан афзалликларини кўрсатиб ўтган.

Диссертация тадқиқотининг диссертация бажарилган олий таълим муассасасининг илмий-тадқиқот ишлари режалари билан боғлиқлиги. Диссертация тадқиқоти Ўзбекистон Миллий Университетининг Ф4-01 «Тақсимотлар функционал характеристикаларини баҳолаш усулларини ишлаб чиқиш ва статистик баҳоларнинг асимптотик хоссаларини тадқиқ қилиш» (2012-2016 йиллар) мавзусидаги илмий тадқиқот лойиҳаси доирасида бажарилган.

Тадқиқотнинг мақсади турли боғлиқ тўлиқ ва тўлиқ бўлмаган регрессия моделларида умр давомийлиги шартли тақсимотининг функционаллари учун нопараметрик ва яримпараметрик баҳоларини қуриш ва уларни тадқиқ қилишдан иборат.

Тадқиқотнинг вазифалари:

фиксирланган дизайн регрессия моделида кузатилмалар ўнг томондан тасодифий цензурланганида шартли умр давомийлиги функцияси учун нопараметрик даражали баҳони қуриш ва унинг асимптотик хоссаларини тадқиқ қилиш;

фиксирланган дизайн регрессия моделида кузатилмалар ўнг томондан қисман-информатив тасодифий цензурланганида шартли умр давомийлиги функцияси учун яримпараметрик даражали баҳони қуриш ва унинг асимптотик хоссаларини тадқиқ қилиш;

нопараметрик даражали баҳонинг бутстреп аналогини кузатилмалар ўнгдан тасодифий цензурланган регрессия моделида қуриш ва тадқиқ қилиш;

фиксирланган дизайн регрессия моделида кузатилмалар икки томондан тасодифий цензурланганида шартли умр давомийлиги функцияси учун нопараметрик даражали баҳони қуриш ва унинг асимптотик хоссаларини тадқиқ қилиш;

регрессия моделида кузатилмалар икки томондан информатив тасодифий цензурланганида яримпараметрик шартли умр давомийлиги функцияси учун даражалик баҳони қуриш ва унинг асимптотик хоссаларини тадқиқ қилиш;

гетеросцедастик регрессия моделида кузатилмалар α-қоришганлик хоссасига эга бўлганида шартли умр давомийлиги функциясини вазнлик баҳосини қуриш ва тадқиқ қилиш.

Тадқиқотнинг объекти регрессия моделларидаги кузатилмалар тўлиқ ва тасодифий цензурланганида шартли тақсимот функционалларининг нопараметрик ва яримпараметрик баҳоларидан иборат.

Тадқиқотнинг предмети регрессия моделларидаги кузатилмалар тўлиқ бўлмаган ва кучсиз боғлиқ бўлганида шартли тақсимот функционалларининг асимптотик хоссаларидан иборатдир.

Тадқиқотнинг усуллари. Диссертацияда статистик баҳонинг ўрнига қуйиш усули, дельта усул ва аналитик усуллардан фойдаланилган.

Тадқиқотнинг илмий янгилиги қуйидагилардан иборат:

фиксирланган дизайн регрессия моделида кузатилмалар ўнг томондан тасодифий ва қисман информатив тасодифий цензурланганида даражали кўринишдаги баҳолар қурилган;

даражали кўринишдаги баҳоларни боғлиқсиз тасодифий функциялар йиғиндиси орқали тезлиги баҳоланган ҳолда аппроксимацияси ўрнатилган;

бутстреп танланма орқали тузилган баҳонинг Гаусс жараёнига кучсиз яқинлашиши ўнг томондан цензурланиш бўлган ҳолида исботланган;

фиксирланган дизайн регрессия моделида кузатилмалар икки томондан тасодифий цензурланганида даража кўринишдаги баҳо қурилган;

даража кўринишидаги баҳо боғлиқсиз тасодифий функциялар йиғиндиси орқали тезлиги баҳоланган ҳолда аппроксимацияси ўрнатилган;

регрессия моделида кузатилмалар икки томондан информатив тасодифий цензурланганида яримпараметрик даража кўринишидаги баҳо қурилган;

баҳо боғлиқсиз тасодифий функциялар йиғиндиси орқали аппроксимация қилинган ва Гаусс жараёнига кучсиз яқинлашиши исботланган;

гетеросцедастик регрессия моделида кузатилмалар α-қоришганлик хоссасига эга бўлганида вазнлик ядровий баҳо қурилган ва у учун оптимал риск ўрнатилган.

Тадқиқотнинг амалий натижалари шартли тақсимот функционаллари учун қурилган нопараметрик ва яримпараметрик баҳолар умр давомийлиги кўринишидаги сонли маълумотларни таҳлил қилишда эҳтимолликларни ҳисоблашда қўлланилади.

Тадқиқот натижаларининг ишончлилиги. Эҳтимоллар назарияси, математик статистиканинг усулларини қўлланилиши, ҳамда даъволарнинг исботларининг қатъийлиги билан асосланган.

Тадқиқот натижаларининг илмий ва амалий аҳамияти. Тадқиқот натижаларининг илмий аҳамияти регрессия моделларидаги кузатилмалар турли маънода тўлиқ бўлмаган ва кучсиз боғлиқликка эгалигида шартли тақсимот функционаллари учун нопараметрик ва яримпараметрик баҳолар қурилганлиги ва уларнинг тадқиқ қилинганлиги билан изоҳланади.

Тадқиқот натижаларининг амалий аҳамияти сонли маълумотлар тўлиқ бўлмаган ҳолда статистик баҳолашда ҳамда математик статистика бўйича махсус курсларни ўқитилишида фойдаланиш учун хизмат қилади.

Тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши. Ковариаталарга боғлиқ тўлиқ бўлмаган танланмалар моделларини тадқиқ этишга оид олинган илмий натижалар қуйидаги йўналишларда амалиётга жорий қилинган:

регрессия моделидаги кузатилмалар тўлиқ бўлмаган ҳолда умр давомийлиги функциясининг нопараметрик баҳоси, ушбу баҳонинг хоссалари Қорақалпоғистон Республикаси статистика бошқармаси томонидан тадқиқ қилинаётган маълумотларни таҳлил қилишда фойдаланилган. (Қорақалпоғистон Республикаси статистика бошқармасининг 2018 йил 17 мартдаги 01/3-02-23/2-496 сонли маълумотномаси). Илмий натижаларнинг қўлланилиши ўрганилаётган сонли маълумотлар ковариаталарга боғлиқ бўлган ҳолда статистик маълумотлар бўйича тўғри хулоса чиқариш имконини берган;

қурилган баҳоларнинг асимптотик ёйилмалари, нормаллик хоссалари Ё-Ф4-07 ёшлар фундаментал лойиҳасида маргинал тақсимотлар нопараметрик баҳоларини қуришда фойдаланилган. (Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим вазирлигининг 2018 йил 2 апрелдаги 89-03-1210 сонли маълумотномаси). Илмий натижаларнинг қўлланилиши биргаликдаги тақсимотлар нопараметрик баҳолари хоссаларини тадқиқ қилиш имконини берган.

Тадқиқот натижаларининг апробацияси. Мазкур тадқиқот натижалари 8 та илмий-амалий анжуманларда, жумладан 4 та халқаро ва 4 та республика илмий-амалий анжуманларида муҳокамадан ўтказилган.

Тадқиқот натижаларининг эълон қилинганлиги. Тадқиқот мавзуси бўйича жами 15 та илмий иш чоп этилган, шулардан, Ўзбекистон Республикаси Олий Аттестация комиссиясининг фалсафа доктори диссертациялари асосий илмий натижаларини чоп этиш тавсия этилган илмий нашрларда 5 та мақола, жумладан, 1 таси хорижий ва 4 таси республика журналларида нашр этилган.

Диссертациянинг тузилиши ва ҳажми. Диссертация кириш қисми, тўртта боб, хулоса ва фойдаланилган адабиётлар рўйхатидан ташкил топган. Диссетациянинг ҳажми 108 бетни ташкил этган.

ДИССЕРТАЦИЯНИНГ АСОСИЙ МАЗМУНИ

Кириш қисмида диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати асосланган, тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устивор йўналишларига мослиги кўрсатилган, мавзу бўйича хорижий илмий-тадқиқотлар шарҳи, муаммонинг ўрганилганлик даражаси келтирилган, тадқиқот мақсади, вазифалари, объекти ва предмети тавсифланган, тадқиқотнинг илмий янгилиги ва амалий натижалари баён қилинган, олинган натижаларнинг назарий ва амалий аҳамияти очиб берилган, тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши, нашр этилган ишлар ва диссертация тузилиши бўйича маълумотлар келтирилган.

Диссертациянинг **«Регрессия моделлари ва шартли тақсимотлар функционалларни баҳолаш»** деб номланувчи биринчи бобида фиксирланган дизайн нуқталарга эга регрессия ҳамда гетеросцедастик регрессия моделлари аниқланган.

Фараз қилайлик, (Z, X) тасодифий векторнинг биргаликдаги тақсимот функцияси (т.ф.) $F(t;x) = P(Z \le t; X \le x)$, зичлик функцияси $f(t;x)$ ва берилган ковариата $X = x$ да шартли т.ф. $F_x(t) = P(Z \le t / X = x)$, $(t,x) \in R^+ \times \mathcal{D}_X$ бўлсин. $F_x(t) = M[I(Z \le t) / X = x]$ бўлгани учун $F_x(t)$ т.ф. $I(Z \le t)$ нинг X даги регрессиясидир. $F_x(t)$ ни баҳолаш учун Стоун ва Надарая-Ватсон баҳолари қўлланилиши мумкин. Бу баҳолар (Z, X) жуфтликни кузатишдан олинган n ҳажмдаги танланма бўйича тузилган вазнлик эмпирик тақсимот тузилишига эгадир:

$$F_{xh}(t) = \sum_{i=1}^{n} \Psi_{ni}(x;h_n) I(Z_i \le t), \ (t,x) \in R^+ \times \mathcal{D}_X, \qquad (1)$$

бу ерда Z_i орқали Z нинг $X_i = x$ даги қиймати, $\Psi_{ni}(x;h_n)$ – нормалланган вазн функцияси шундайки, барча $x \in \mathcal{D}_X$ ларда, $\sum_{i=1}^{n} \Psi_{ni}(x;h_n) = 1$, $\{h_n, n \ge 1\}$ – мусбат сонлар кетма-кетлиги («ойна кенглиги») шундайки, $h_n \to 0$, $n \to \infty$. Хусусан, $\Psi_{ni}(x;h_n) \equiv \frac{1}{n}$ бўлса, (1) баҳо эмпирик т.ф. билан устма-уст тушади.

Фиксирланган дизайнлик регрессия моделида X нинг қийматлари тўплами $\mathcal{D}_X = [0,1]$ бўлиб, унинг тажрибадаги қийматлари – дизайн нуқталари $\{x_i, i = \overline{1,n}\}$ лар камаймайдиган $x_1 \le ... \le x_n$ қаторни ташкил этади ва улар, масалан, умр давомийлиги Z бўлган индивидуум устидан ўтказилган тиббий тажрибаларда дори воситасининг дозасини ифодалайди. Бу ҳолда $Z_i = Z_{x_i}$ миқдор Z нинг берилган ковариата $X = x_i$ даги қийматидир. Стоуннинг (1) кўринишдаги баҳоси Гессер-Мюллернинг ($x_0 = 0$ ва $\Psi_{ni}(\cdot) = \omega_{ni}(\cdot)$ даги) қуйидаги вазн функцияси билан аниқланади:

$$\begin{gathered} \omega_{ni}\left(x;h_n\right) = C_n^{-1}\left(x;h_n\right)\int\limits_{x_{i-1}}^{x_i}\frac{1}{h_n}\pi\left(\frac{x-y}{h_n}\right)dy,\ i=\overline{1,n}, \\ C_n\left(x;h_n\right) = \int\limits_0^{x_n}\frac{1}{h_n}\pi\left(\frac{x-y}{h_n}\right)dy,\ x\in[0,1]. \end{gathered} \tag{2}$$

Бу ерда ядро π берилган зичлик функцияси. Фиксирланган $x_1,\ldots,x_n$ дизайн нуқталари учун $\underline{\Delta}_n = \min\left\{(x_i - x_{i-1}), 1\le i\le n\right\}$, $\overline{\Delta}_n = \max\left\{(x_i - x_{i-1}), 1\le i\le n\right\}$ белгилашлар киритайлик ва $\tau_{F_x} = \sup\{t\ge 0: F_x(t)=0\}$, $T_{F_x} = \inf\{t\ge 0: F_x(t)=1\}$, $\|\pi\|_2^2 = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\pi^2(y)dy$, $m_1(\pi) = \int\limits_{-\infty}^{\infty}y\pi(y)dy$ ва $m_2(\pi) = \int\limits_{-\infty}^{\infty}y^2\pi(y)dy$ бўлсин. Дизайн нуқталари ва ядро учун қуйидаги шартларни киритамиз:

(У1) $n\to\infty$ да $x_n\to 1$, $\overline{\Delta}_n = O(n^{-1})$, $\overline{\Delta}_n - \underline{\Delta}_n = o(n^{-1})$;

(У2) Ядро π компакт $[-M,M]$, $M>0$, соҳада аниқланган зичлик функцияси $m_1\left(\pi\right)=0$ ва Липщиц шартини қаноатлантирсин: $\left|\pi\left(y\right)-\pi\left(y'\right)\right|\le C_\pi\left|y-y'\right|$, $y,y'\in[-M,M]$;

Фиксирланган $T<T_{F_x}$ учун қуйидаги шартларни киритамиз:

(У3) $\dot{F}_x(t) = \frac{\partial}{\partial x}F_x(t)$ мавжуд ва узлуксиз, $(t,x)\in[0,T]\times[0,1]$;

(У4) $F_x'(t) = \frac{\partial}{\partial t}F_x(t)$ мавжуд ва узлуксиз, $(t,x)\in[0,T]\times[0,1]$;

(У5) $\ddot{F}_x(t) = \frac{\partial^2}{\partial x^2}F_x(t)$ мавжуд ва узлуксиз, $(t,x)\in[0,T]\times[0,1]$;

(У6) $F_x''(t) = \frac{\partial^2}{\partial t^2}F_x(t)$ мавжуд ва узлуксиз, $(t,x)\in[0,T]\times[0,1]$;

(У7) $\dot{F}_x'(t) = \frac{\partial^2}{\partial x\partial t}F_x(t)$ мавжуд ва узлуксиз, $(t,x)\in[0,T]\times[0,1]$;

Диссертациянинг 1.2 параграфида (У1)-(У7) шартларнинг мослари ўринли эканлигида M.Aerts, P.Janssen, N.Veraverbeke (1994) ва I.Van Keilegom, N.Veraverbeke (1997) ларнинг илмий ишларидан (2) вазн функциясига эга бўлган Стоун (1) баҳосининг хоссалари олтита лемма кўринишида келтирилган: Лемма 1.2.1. (Силжиган ва дисперсия баҳоси); Лемма 1.2.2. (Нуқтавий кучли асослилик); Лемма 1.2.3. (Дворецкий-Кифер-Вольфовиц типидаги экспоненциал баҳо); Лемма 1.2.4. (Текис кучли асослилик тезлиги); Лемма 1.2.5. (Узлуксизлик модули учун экспоненциал баҳо) ва Лемма 1.2.6. (Узлуксизлик модулининг 1 эҳтимоллик хоссаси). Ушбу леммалар иккинчи ва учинчи бобларда тўлиқ бўлмаган танланмалар бўлган ҳолда даража кўринишидаги баҳоларни тадқиқ қилишда қўлланилади.

Z нинг X даги гетеросцедастик регрессия модели $Z = m(X) + \sigma(X)\varepsilon$ формула билан аниқланади, бу ерда Z асосий кузатиладиган т.м. (масалан, умр давомийлиги ёки бирор алмашиш), X - тасодифий ковариата ва $\mathbb{D}_X$ унинг қийматлари тўплами, ε хатолик эса X га боғлиқ эмас. Эгри чизиқлар: $m(x) = M\left(Z / X = x\right)$ – регрессия функцияси, шартли дисперсия $\sigma^2(x) = D\left(Z / X = x\right)$ мумкин бўлган гетеросцедастикликни ифодалайди. Регрессиянинг бу моделида асосий масала силжиш $m(\cdot)$ нинг ва масштаб $\sigma(\cdot)$ нинг шартли т.ф. $F_x(t) = P(Z \le t / X = x)$, $(t,x) \in R^+ \times \mathbb{D}_X$, ни баҳоси орқали баҳо тузишдан иборатдир. $m(\cdot)$ ва $\sigma(\cdot)$ лар учун қуйидаги ифодалар ўринли:

$$m(x) = \int_0^1 F_x^{-1}(s) J(s) ds, \; \sigma^2(x) = \int_0^1 \left(F_x^{-1}(s)\right)^2 J(s) ds - m^2(x), \tag{3}$$

бу ерда $F_x^{-1}(s) = \inf\{y : F_x(y) \ge s\}, 0 \le s \le 1,$ Z т.м. нинг $X = x$ даги квантиль функцияси ва $J(s)$ берилган функция шундайки, $J(s) \ge 0$ ва $\int_0^1 J(s) ds = 1.$

Гетеросцедастик регрессия моделида $F_x(t)$ шартли т.ф. учун Надарая-Ватсоннинг (1) кўринишидаги $(Z_1, X_1),...,(Z_n, X_n)$ танланма буйича қурилган баҳосини кўрамиз:

$$\tilde{F}_{xh}\left(t\right) = \sum_{i=1}^{n} \Psi_{ni}\left(x; h_n\right) I(Z_i \le t), \quad (t,x) \in R^+ \times \mathbb{D}_X, \tag{4}$$

бу ерда $\Psi_{ni}\left(x; h_n\right) = \left[\sum_{j=1}^{n} k\left(\frac{x - X_j}{h_n}\right)\right]^{-1} k\left(\frac{x - X_i}{h_n}\right), i = \overline{1,n},$ – вазн функциялари $\left\{h_n \downarrow 0, n \to \infty\right\}$ кетма-кетлик ва $k(\cdot)$ ядро билан аниқланади. (4) баҳо $\{Z_1,...,Z_n\}$ т.м. лар кучсиз боғлиқ, яъни α-қоришганлик хоссасини қаноатлантирган ҳолда тўртинчи бобда тадқиқ қилинади.

Диссертациянинг **«Шартли тақсимот функцияси учун ўнгдан тасодифий цензурланиш бўлган ҳолда даража кўринишидаги баҳоларнинг хоссалари»**, деб номланувчи иккинчи бобида фиксирланган дизайн регрессия моделидаги кузатилмалар ўнг томондан тасодифий цензурланганида шартли т.ф. учун нопараметрик ва яримпараметрик даража кўринишидаги баҳолар таклиф этилган ва тадқиқ этилган.

Фараз қиламиз, бизни қизиқтирувчи боғлиқсиз $Z_1,\ldots,Z_n$ т.м. лар ўнг томондан мос равишда бошқа боғлиқсиз $C_1,\ldots,C_n$ т.м. лар билан ўнгдан цензурланган бўлиб, кузатилаётган танланма $S_1^{(n)} = \left\{\left(\xi_i, \delta_i, X_i\right), i = \overline{1,n}\right\}$, бу ерда $\xi_i = \min(Z_i, C_i)$ ва $\delta_i = I(Z_i \le C_i)$. Бунда Z_i ва C_i лар берилган $X_i = x_i$ да шартли боғлиқсиз. F_{x_i}, G_{x_i} ва H_{x_i} лар орқали мос равишда Z_i, C_i ва ξ_i ларнинг берилган $X_i = x_i$ даги шартли т.ф. ларини белгилаймиз. x_i лар [0,1] даги шундай фиксирланган нуқталарки, $0 = x_0 \le x_1 \le ... \le x_n \le 1$. Кўриш осонки,

$H_{x_i}(t)=1-(1-F_{x_i}(t)(1-G_{x_i}(t)),\ t\in R^+$. Фиксирланган $x\in[0,1]$ нуқталари учун F_x, G_x ва H_x лар орқали мос равишда Z_x, C_x ва $\xi_x=\min(Z_x,C_x)$ шартли т.ф. ларини белгилаймиз ва $\delta_x=I(Z_x\le C_x)$ бўлсин. Масала $F_x(t)$ ни халақат берувчи $G_x(t)$ шартли т.ф. бўлган ҳолда баҳолашдан иборатдир. Шартли $\tilde{H}_x(t)=P(\xi_x\le t,\delta_x=1)=\int_0^t(1-G_x(u-))dF_x(u)$, $\tilde{\tilde{H}}_x(t)=P(\xi_x\le t,\delta_x=0)=\int_0^t(1-F_x(u))dG_x(u)$. субтақсимотларни аниқлаймиз. Уларга мос интеграл интенсивлик функциялари $\tilde{\Lambda}_x(t)=\int_0^t\frac{dF_x(u)}{1-F_x(u)}=\int_0^t\frac{d\tilde{H}_x(u)}{1-H_x(u-)}$, $\tilde{\tilde{\Lambda}}_x(t)=\int_0^t\frac{dG_x(u)}{1-G_x(u-)}=\int_0^t\frac{d\tilde{\tilde{H}}_x(u)}{1-H_x(u-)}$.

$S_1^{(n)}$ танланма орқали (2) вазн функцияси билан тузилган (1) Стоун баҳосини қўллаб, $\tilde{H}_x$, $\tilde{\tilde{H}}_x$, H_x, $\tilde{\Lambda}_x$, $\tilde{\tilde{\Lambda}}_x$ ва $\Lambda_x=\tilde{\Lambda}_x+\tilde{\tilde{\Lambda}}_x$ ларнининг қуйидаги баҳоларини қуриб оламиз:

$$\tilde{H}_{xh}(t)=\sum_{i=1}^n\omega_{ni}(x;h_n)I(\xi_i\le t,\delta_i=1),\ \tilde{\tilde{H}}_{xh}(t)=\sum_{i=1}^n\omega_{ni}(x;h_n)I(\xi_i\le t,\delta_i=0),$$

$$H_{xh}(t)=\sum_{i=1}^n\omega_{ni}(x;h_n)I(\xi_i\le t),\ \tilde{\Lambda}_{xh}(t)=\int_0^t\frac{d\tilde{H}_{xh}(u)}{1-H_{xh}(u-)},$$

$$\tilde{\tilde{\Lambda}}_{xh}(t)=\int_0^t\frac{d\tilde{\tilde{H}}_{xh}(u)}{1-H_{xh}(u-)},\ \Lambda_{xh}(t)=\tilde{\Lambda}_{xh}(t)+\tilde{\tilde{\Lambda}}_{xh}(t).$$

$F_x(t)$ учун тавсия этилаётган баҳо қуйидаги даража кўринишидадир:

$$F_{xh}(t)=1-\left[1-H_{xh}(t)\right]^{R_{xh}(t)},\ (t,x)\in R^+\times[0,1], \tag{5}$$

бу ерда $R_{xh}(t)=\tilde{\Lambda}_{xh}(t)(\Lambda_{xh}(t))^{-1}$. $F_{xh}(t)-F_x(t)$ ни фиксирланган x нуқтанинг U_x атрофида яқинлашиш тезлиги баҳоси билан тасодифий функциялар йиғиндиси орқали кучли аппроксимацияси ҳақидаги қуйидаги даъво ўринлидир.

Теорема 1. Фараз қилайлик, (У1), (У2) шартлар ва H_x, $\tilde{H}_x$ функциялар учун (У5)-(У7) шартлар $[\tau,T]$ оралиқда бажарилсин, бу ерда $\tau_{H_x}<\tau<T<T_{H_x}$, ҳамда $n\to\infty$ да $h_n\to0$, $\frac{\log n}{nh_n}=o(1)$, $\frac{nh_n^5}{\log n}=O(1)$ бўлсин. У ҳолда $\tau\le t\le T$ да

$$F_{xh}(t)-F_x(t)=\sum_{i=1}^n\omega_{ni}(x;h_n)\Psi_{tx}\left(\xi_i,\delta_i\right)+R_n(t,x),$$

бу ерда

$$\Psi_{tx}\left(\xi_i,\delta_i\right)=\left(1-F_x(t)\right)\left\{\int_0^t\frac{I(\xi_i\le u)-H_x(u)}{(1-H_x(u))^2}d\tilde{H}_x(u)+\right.$$
$$\left.+\frac{I(\xi_i\le t,\delta_i=1)-\tilde{H}_x(t)}{1-H_x(t)}-\int_0^t\frac{I(\xi_i\le u,\delta_i=1)-\tilde{H}_x(u)}{(1-H_x(u))^2}dH_x(u)\right\},$$

ва $n\to\infty$ да $\sup_{\tau\le t\le T}\left|R_n(t,x)\right|\overset{\text{д.х.}}{=}O\left(\left(nh_n\right)^{-3/4}\left(\log n\right)^{3/4}\right)$.

Натижа 1. Теорема 1 шартларида (5) баҳонинг $n\to\infty$ да текис кучли асослилиги келиб чиқади:

$$\sup_{\tau\le t\le T}\left|F_{xh}(t)-F_x(t)\right|\overset{\text{д.х.}}{=}O\left((nh_n)^{-1/2}(\log n)^{1/2}\right).$$

(5) баҳонинг асимптотик нормаллик хоссалари қуйидаги теоремада келтирилган.

Теорема 2. Фараз қилайлик, (У1), (У2) шартлар ўринли, ҳамда H_x ва $\tilde{H}_x$ функциялар (У5)-(У7) шартларни $\tau\le t\le T$ да қаноатлантирсин.

(A) Агар $n\to\infty$ да $nh_n^5=o(1)$ ва $\left(nh_n\right)^{-1}\left(\log n\right)^3=o(1)$ бўлса, у ҳолда

$$\left(nh_n\right)^{1/2}\left(F_{xh}(t)-F_x(t)\right)\overset{D}{\Rightarrow}N\left(0;\tilde{\sigma}_x^2(t)\right);$$

(B) Агар бирор $C>0$ учун $h_n=Cn^{-1/5}$ бўлса, у ҳолда $n\to\infty$ да

$$\left(nh_n\right)^{1/2}\left(F_{xh}(t)-F_x(t)\right)\overset{D}{\Rightarrow}N\left(\tilde{a}_x(t);\tilde{\sigma}_x^2(t)\right),$$

бу ерда

$$\tilde{a}_x(t)=\frac{1}{2}\left(1-F_x(t)\right)\left\{\int_0^t\frac{\ddot{H}_x(u)d\tilde{H}_x(u)}{(1-H_x(u))^2}+\int_0^t\frac{d\ddot{\tilde{H}}_x(u)}{1-H_x(u)}\right\}m_2(\pi)C^{5/2},$$

$$\tilde{\sigma}_x^2(t)=\left\|\pi\right\|_2^2(1-F_x(t))^2\int_0^t\frac{d\tilde{H}_x(u)}{(1-H_x(u))^2}.$$

Энди $\left\{W_{nx}(t)=(nh_n)^{1/2}(F_{xh}(t)-F_x(t))\right\}$ жараённинг $D[\tau,T]$ Скороход фазосида мос шартларда ўрта қиймати ноль ва $s,t\in[\tau,T]$ да ковариация функцияси

$$Q_{st}=\left\|\pi\right\|_2^2(1-F_x(t))(1-F_x(s))\int_0^{\min(t,s)}\frac{d\tilde{H}_x(u)}{(1-H_x(u))^2},$$

бўлган $W_x(t)$, ҳамда ўрта қиймати $\tilde{a}_x(t)$ ва ковариация функцияси Q_{st} бўлган $\tilde{W}_x(t)$ Гаусс жараёнларига кучсиз яқинлашиши ҳақидаги даъвони келтирамиз.

Теорема 3. Фараз қилайлик, Теорема 2 шартлари ўринли бўлсин. У ҳолда

$(A)'$. (A) шартларда: $W_{nx}(\cdot)\overset{D}{\Rightarrow}W_x(\cdot)$, $D[\tau,T]$ да;

$(B)'$. (B) шартларда: $W_{nx}(\cdot)\overset{D}{\Rightarrow}\tilde{W}_x(\cdot)$, $D[\tau,T]$ да.

Параграф 2.2 да фиксирланган дизайн регрессия моделидаги кузатилмалар ўнгдан қисман информатив цензурланганида шартли т.ф. учун яримпараметрик баҳо қурилган ва тадқиқ этилган. Бу ҳолда $S_2^{(n)}=\left\{\left(\xi_i,\delta_i,X_i\right),i=\overline{1,n}\right\}$ танланма кузатилади, бу ерда $\xi_i=\min(Z_i,Y_{1i},Y_{2i})$, индикаторли т.м.

$$\delta_i=\begin{cases}-1,\text{агар } Y_{2i}\le\min(Z_i,Y_{1i}),\\ 0,\text{агар } Y_{1i}\le\min(Z_i,Y_{2i}),\\ 1,\text{агар } Z_i\le\min(Y_{1i},Y_{2i}),\end{cases}$$

ва демак бизни қизиқтирувчи т.м. фақат $\delta_i = 1$ бўлгандагина кузатилади. $S_2^{(n)}$ танланмада боғлиқсиз бўлган $(Z_1, Y_{11}, Y_{21}), ..., (Z_n, Y_{1n}, Y_{2n})$ векторларнинг компоненталари $X_i = x \in [0,1]$ берилганида шартли боғлиқсиздир. Кўриш мумкинки, $S_2^{(n)}$ танланмада Z_x т.м. лар $\min(Y_{1x}, Y_{2x})$ т.м. лар билан ўнгдан цензурлангани учун $H_x(t) = P(\xi_x \le t) = 1 - (1 - K_x(t))(1 - G_{2x}(t))$, бу ерда $K_x(t) = P(\min(Z_x, Y_{1x}) \le t) = 1 - (1 - F_x(t))(1 - G_{1x}(t))$. Ушбу моделда цензурланиш қисман информативдир, яъни (Z_x, Y_{1x}) жуфтлик ПИМ ни қаноатлантиради. ПИМ да шундай $\beta_x > 0$ сон мавжуд бўлиб, $1 - G_{1x}(t) = (1 - F_x(t))^{\beta_x}$, $t \ge 0$, деб фараз қилинади. Кўрилаётган моделда $F_x(t)$ учун баҳони $S_2^{(n)}$ танланма бўйича қуйидагича қурамиз:

$$1 - F_{xh}^0(t) = \left[1 - H_{xh}(t)\right]^{\gamma_{xh} R_{xh}^0(t)}, (t, x) \in R^+ \times [0,1], \tag{6}$$

бу ерда $\gamma_{xh} = p_{xh}^{(1)}(p_{xh}^{(1)} + p_{xh}^{(0)})^{-1}$, $p_{xh}^{(m)} = \sum_{i=1}^{n} \omega_{ni}(x; h_n) I(\delta_i = m)$, $m = -1, 0, 1;$

$R_{xh}^0(t) = \tilde{\Lambda}_{xh}(t)(\Lambda_{xh}(t))^{-1}$, $\Lambda_{xh}(t) = \tilde{\Lambda}_{xh}(t) + \tilde{\tilde{\Lambda}}_{xh}(t)$, $H_{xh}(t) = \tilde{H}_{xh}(t) + \tilde{\tilde{H}}_{xh}(t)$,

$\tilde{H}_{xh}(t) = \sum_{i=1}^{n} \omega_{ni}(x; h_n)(\xi_i \le t, \delta_i \ne -1)$, $\tilde{\tilde{H}}_{xh}(t) = \sum_{i=1}^{n} \omega_{ni}(x; h_n) I(\xi_i \le t, \delta_i = -1)$.

$\tilde{H}_x^{(1)}(t) = P(\xi_x \le t, \delta_x = 1)$, $\tilde{H}_x^{(0)}(t) = P(\xi_x \le t, \delta_x = 0)$, белгилашларни киритайлик. У ҳолда $\tilde{H}_x(t) = P(\xi_x \le t, \delta_x \ne -1) = \tilde{H}_x^{(0)}(t) + \tilde{H}_x^{(1)}(t)$. (6) баҳонинг формуласида γ_{xh} статистика $\gamma_x = (\beta_x + 1)^{-1} = p_x^{(1)}(p_x^{(1)} + p_x^{(0)})^{-1}$ эҳтимолликнинг баҳоси бўлиб,

$$p_x^{(0)} = \tilde{H}_x^{(0)}(\infty) = \beta_x p_x^{(1)}, \; p_x^{(1)} = \tilde{H}_x^{(1)}(\infty) = \int_0^{\infty} (1 - F_x(u))^{\beta_x} (1 - G_{2x}(u-)) dF_x(u),$$

$$p_x^{(0)} + p_x^{(1)} = 1 - p_x^{(-1)}, \; p_x^{(-1)} = \tilde{\tilde{H}}_x(\infty).$$

Бу параграфда (У1), (У2), шартлар билан биргаликда қуйидагини киритамиз:

(У3)' $\ddot{H}_x(t)$, $\ddot{\tilde{H}}_x(t)$, $H_x''(t)$, $\tilde{H}_x''(t)$, $\dot{H}_x'(t)$, $\dot{\tilde{H}}_x'(t)$ мавжуд ва узлуксиз, $(t, x) \in [\tau, T] \times [0,1]$;

(У4)' $\ddot{p}_x^{(m)}$, $m = 0,1$, мавжуд ва узлуксиз, $x \in [0,1]$.

Теорема 4. Фараз қилайлик, (У1), (У2) шартлар ва H_x, $\tilde{H}_x$, $p_x^{(m)}$, $m = 0,1$, функциялар учун (У3)', (У4)' шартлар бажарилсин, $n \to \infty$ да $h_n \to 0$, $\frac{\log n}{nh_n} = o(1)$ ва $\frac{nh_n^5}{\log n} = O(1)$ бўлсин. У ҳолда $\tau \le t \le T$ да

$$\sup_{\tau \le t \le T} \left| F_{xh}^0(t) - F_x(t) \right| \overset{\text{д.х.}}{=} O\left((nh_n)^{-1/2} (\log n)^{1/2} \right).$$

(6) баҳо учун тасодифий функцияларнинг нормалланган йиғиндиси орқали асимптотик ифодаланиши ҳақидаги даъво ўринлидир.

Теорема 5. Теорема 4 нинг шартларида, $\tau \le t \le T$ ва $n \to \infty$ да

$$F_{xh}^0(t) - F_x(t) = \sum_{i=1}^{n} \omega_{ni}(x; h_n) \Psi_{tx}^0(\xi_i, \delta_i) + R_n^0(t, x),$$

бу ерда

$$\Psi_{tx}^{0}\left(\xi_i,\delta_i\right)=\gamma_x(1-F_x(t))\left\{\int_0^t \frac{(I(\xi_i\le u)-H_x(u))d\tilde{H}_x(u)}{(1-H_x(u))^2}+\right.$$

$$+\frac{(I(\xi_i\le t,\delta_i\ne -1)-\tilde{H}_x(t))}{1-H_x(t)}-\int_0^t \frac{(I(\xi_i\le u,\delta_i\ne -1)-\tilde{H}_x(u))dH_x(u)}{(1-H_x(u))^2}-$$

$$\left.-\frac{1}{(p_x^{(1)})^2}\log(1-F_x(t))\left[p_x^{(0)}I(\delta_i=1)-p_x^{(1)}I(\delta_i=0)\right]\right\},$$

ва $n\to\infty$ да, $\sup\limits_{\tau\le t\le T}\left|R_n^0(t,x)\right|\overset{\text{д.х.}}{=}O\left((nh_n)^{-3/4}(\log n)^{3/4}\right)$.

(6) баҳонинг асимптотик нормаллик хоссаси қуйидаги теоремада келтирилган.

Теорема 6. Фараз қилайлик, (У1), (У2) шартлар, ҳамда H_x, $\tilde{H}_x$, $p_x^{(m)}$, $m=0,1$, функциялар учун (У3)', (У4)' шартлар $\tau\le t\le T$ да бажарилсин.

(A) Агар $n\to\infty$ да $nh_n^5=o(1),\left(nh_n\right)^{-1}\left(\log n\right)^3=o(1)$ бўлса, у ҳолда

$$\left(nh_n\right)^{1/2}\left(F_{xh}^0(t)-F_x(t)\right)\overset{D}{\Rightarrow}N\left(0;\sigma_x^{*^2}(t)\right);$$

(B) Агар бирор $C>0$ да $h_n=Cn^{-1/5}$, $n\to\infty$ бўлса, у ҳолда

$$\left(nh_n\right)^{1/2}\left(F_{xh}^0(t)-F_x(t)\right)\overset{D}{\Rightarrow}N\left(a_x^*(t);\sigma_x^{*^2}(t)\right),$$

бу ерда

$$a_x^*(t)=\frac{1}{2}\gamma_x\left(1-F_x(t)\right)\left\{\int_0^t \frac{\ddot{H}_x(u)d\tilde{H}_x(u)}{(1-H_x(u))^2}+\int_0^t \frac{d\ddot{\tilde{H}}_x(u)}{1-H_x(u)}-\right.$$

$$\left.-\frac{1}{(p_x^{(1)})^2}\log(1-F_x(t))\left[p_x^{(0)}\ddot{p}_x^{(1)}-p_x^{(1)}\ddot{p}_x^{(0)}\right]\right\}m_2(\pi)C^{5/2},$$

$$\sigma_x^{*^2}(t)=\left\|\pi\right\|_2^2\gamma_x^2(1-F_x(t))^2\left\{\int_0^t \frac{d\tilde{H}_x(u)}{(1-H_x(u))^2}+\frac{p_x^{(0)}(p_x^{(0)}+p_x^{(1)})}{(p_x^{(1)})^3}\log^2(1-F_x(t))\right\}.$$

Ўрта қиймати ноль ва $s,t\in[\tau,T]$ ларда ковариацияси

$$Q_{st}^0=\left\|\pi\right\|_2^2\gamma_x^2(1-F_x(t))(1-F_x(s))\left\{\int_0^{\min(t,s)} \frac{d\tilde{H}_x(u)}{(1-H_x(u))^2}+\right.$$

$$\left.+\frac{p_x^{(0)}(p_x^{(0)}+p_x^{(1)})}{(p_x^{(1)})^3}\log(1-F_x(t))\log(1-F_x(s))\right\}$$

бўлган $W_x^{\,0}(t)$ ва ўрта қиймати $a_x^*(t)$ ва ковариацияси Q_{st}^0 бўлган $\tilde{W}_x^{\,0}(t)$ Гаусс жараёнларини кўрамиз. Белгилаб оламиз:

$$\{W_{nx}^{\,0}(t)=(nh_n)^{1/2}(F_{xh}^0(t)-F_x(t)),\tau\le t\le T\}.$$

Теорема 7. Фараз қилайлик, Теорема 6 шартлари ўринли бўлсин. У ҳолда

$(A)'$. (A) шартларда: $W_{nx}^{\,0}(\cdot)\overset{D}{\Rightarrow}W_x^{\,0}(\cdot)$, $D[\tau,T]$ да;

$(B)'$. (B) шартларда: $W_{nx}^{\,0}(\cdot)\overset{D}{\Rightarrow}\tilde{W}_x^{\,0}(\cdot)$, $D[\tau,T]$ да.

Диссертацияда (Изоҳ 2.2.2 да) ўнгдан цензурланишнинг информативлигини ҳисобга олувчи (6) баҳонинг (5) нинг ўрнида ишлатилиши тўғри эканлиги кўрсатилган. (6) баҳо (5) га нисбатан асимптотик эффективлиги қуйидаги тенгсизликнинг ўринли экани билан асосланган: $\|\pi\|_2^2 \gamma_x (1-F_x(t))^2 \log^2(1-K_x(t)) < \sigma_x^{*2}(t) < \tilde{\sigma}_x^2(t)$, $\tau \le t \le T$, бу ерда $\tilde{\sigma}_x^2(t)$ ва $\sigma_x^{*2}(t)$ лар мос равишда (5) ва (6) баҳоларнинг асимптотик дисперсияларидир.

Параграф 2.3 да (5) баҳонинг бутстреп аналоги тадқиқ қилинган. $F_{xg}(t)$ ва $G_{xg}(t)$ лар орқали $S_1^{(n)}$ танланма орқали ойна кенглиги $\{g_n \downarrow 0,\ n \to \infty\}$ бўлган ҳолда $F_x(t)$ ва $G_x(t)$ лар учун (5) даража кўринишидаги баҳоларни қурамиз, бунда $G_{xg}(t)$ баҳо $F_{xg}(t)$ дан барча δ_i индикаторларни $1-\delta_i$ га алмаштириб ҳисобланади. Янги бутстреп танланмани қуйидагича тузиб оламиз:

$Z_1^*,...,Z_n^*$ боғлиқ бўлмаган ва т.ф. си $F_{x_i g}$ бўлган т.м. лар;

$C_1^*,...,C_n^*$ боғлиқ бўлмаган ва т.ф. си $G_{x_i g}$ бўлган т.м. лар.

Бунда Z_i^* ва C_i^* лар боғлиқ эмас ва кузатилаётган танланма $S_1^{(n)*} = \left\{\left(\xi_i^*, \delta_i^*, X_i\right), i = \overline{1,n}\right\}$. Маълум тезлик билан $n \to \infty$ да $g_n / h_n \to \infty$, деб фараз қиламиз. Теорема 3 $(B)'$ нинг бутстреп вариантини келтирамиз. Бунинг учун (У2) шарт ўрнига қуйидагини қараймиз:

(У2)' π ядро икки марта диффереиалланувчи ва $[-M, M]$, $M > 0$, компакт соҳада аниқланган зичлик функция бўлиб, $m_1(\pi) = 0$, π''- узлуксиз ва $\pi(-M) = \pi'(-M) = \pi(M) = \pi'(M) = 0.$

$F_{xhg}^*(t)$ орқали $F_x(t)$ нинг $S_1^{(n)*}$ танланма орқали қурилган баҳосини белгилаймиз.

Теорема 8. Фараз қилайлик, (У1), (У2)' шартлар ўринли, ҳамда H_x ва $\tilde{H}_x$ тақсимотлар (У5)-(У7) шартларни қаноатлантирсин. Агар бирор $C > 0$ да $h_n = C n^{-1/5}$ ва $n \to \infty$ да $g_n \to 0$, $\dfrac{n g_n^5}{\log n} \to \infty$, бўлса, у ҳолда

$$(nh_n)^{1/2}(F_{xhg}^*(\cdot) - F_{xg}(\cdot)) \overset{D}{\Rightarrow} \tilde{W}_x(\cdot),\ P^*\text{-д.х.},\ D[\tau, T] \text{ да},$$

бу ерда $\tilde{W}_x(\cdot)$ теорема 3 да аниқланган Гаусс жараёни.

Диссертациянинг **«Кузатилмалар икки томондан тасодифий цензурланганида шартли умр давомийлиги функцияси баҳосининг асимптотик хоссалари»**, деб номланувчи учинчи боби фиксирланган дизайн регрессия моделида кузатилаётган т.м. лар икки томондан тасодифий цензурланганида даража кўринишидаги баҳолар тадқиқ этилган. Бунда қурилган баҳолар нопараметрик (3.1 параграф) ва яримпараметрик (3.2 параграф) кўринишидадир. Фараз қилайлик, бизни қизиқтирувчи Z т.м. икки томондан L ва Y т.м. лар орқали цензурланган бўлсин. Бунда $\{L, Z, Y\}$ т.м. лар $X = x$ ковариата қиймати берилганда боғлиқ эмас деб фараз қилинади. $\{L, Z, Y\}$ векторнинг боғлиқсиз қийматлари $\left\{\left(L_k, Z_k, Y_k\right), k = \overline{1,n}\right\}$

бўлиб, кузатилаётган танланма $S_3^{(n)}=\left\{\left(\xi_i,\chi_i^{(0)},\chi_i^{(1)},\chi_i^{(2)},X_i\right),i=\overline{1,n}\right\}$ бўлсин, бу ерда $\xi_i=\max\{L_i,\min(Z_i,Y_i)\}$, $\chi_i^{(0)}=I(\min(Z_i,Y_i)<L_i)$, $\chi_i^{(1)}=I(L_i\le Z_i\le Y_i)$, $\chi_i^{(2)}=I(L_i\le Y_i<Z_i)$. Кўриш мумкинки, Z_i лар фақат $\chi_i^{(1)}=1$ бўлган ҳолда кузатилади. Фараз қилайлик, ковариата қиймати $X_i=x_i$ берилганда Z_i, Y_i, L_i ва ξ_i т.м. ларга мос шартли т.ф. F_{x_i}, G_{x_i}, K_{x_i} ва H_{x_i} лар узлуксиз бўлсин. У ҳолда $H_{x_i}(t)=K_{x_i}(t)\left[1-(1-G_{x_i}(t))(1-F_{x_i}(t))\right]$, $t\ge 0$. Статистик масала (K_x,G_x) лар халақит берувчи бўлган ҳолда $F_x(t)$ ни $S_3^{(n)}$ танланма орқали баҳолашдан иборат. Бу моделда цензурланиш чап томондан ҳам руй бераётганлиги учун биз шартли т.ф. $F_{\tau x}(t)=P(Z_x\le t/Z_x\ge\tau), t\ge\tau\ge 0,$ ни баҳолаш масаласини кўриб ўтамиз. Субтақсимотлар $T_x^{(m)}(t)=P(\xi_x\le t,\chi_x^{(m)}=1)$ ва уларнинг эмпирик баҳоларин аниқлаймиз: $T_{xh}^{(m)}(t)=\sum_{i=1}^{n}\omega_{ni}\left(x;h_n\right)I(\xi_i\le t,\chi_i^{(m)}=1)$, $m=0,1,2$, бу ерда $H_x(t)=\sum_{m=0,1,2}T_x^{(m)}(t)$, $H_{xh}(t)=\sum_{m=0,1,2}T_{xh}^{(m)}(t)$. $q_{xh}(t)=K_{xh}(t)-H_{xh}(t)$, деб белгилаб олайлик, бу ерда

$$K_{xh}(t)=\exp\left\{\int_t^{+\infty}\frac{dT_{xh}^{(0)}(u)}{H_{xh}(u)}\right\},(t,x)\in[\tau,\infty)\times[0,1],$$

шартли т.ф. $K_x(t)$ нинг баҳоси. $\Lambda_{\tau x}^{(1)}(t)=\int_\tau^t\frac{dF_{\tau x}(u)}{1-F_{\tau x}(u)}$, шартли интеграл интенсивлик функциясини аниқлаймиз ва унинг баҳоси $\Lambda_{\tau xh}^{(1)}(t)=\int_\tau^t\frac{dT_{xh}^{(1)}(u)}{q_{xh}(u)}$, $(t,x)\in[\tau,\infty)\times[0,1]$. $F_{\tau x}(t)$ нинг баҳоси формуласи

$$1-F_{\tau xh}(t)=\left[\frac{q_{xh}(t)}{q_{xh}(\tau)}\right]^{R_{\tau xh}(t)},\ (t,x)\in[\tau,\infty)\times[0,1],$$

бўлиб, бу ерда $R_{\tau xh}(t)=\Lambda_{\tau xh}^{(1)}(t)\left[-\int_\tau^t\frac{dq_{xh}(u)}{q_{xh}(u)}\right]^{-1}$.

(У3)-(У7) шартлар ўрнига қуйидагини киритамиз:

(У3)" $\ddot{H}_x(t)$, $H_x''(t)$, $\dot{H}_x'(t)$, $\ddot{T}_x^{(m)}(t)$, $T_x^{(m)''}(t)$, $\dot{T}_x^{(m)'}(t)$, $m=0,1$, мавжуд ва узлуксиз, $(t,x)\in[\tau,T]\times[0,1]$.

Теорема 9. Фараз қилайлик, (У1), (У2) шартлар ва H_x, $T_x^{(0)}$, $T_x^{(1)}$ функциялар учун (У3)" шарт бажарилсин, $n\to\infty$ да $h_n\to 0$, $\frac{\log n}{nh_n}=o(1)$ ва $\frac{nh_n^5}{\log n}=O(1)$ бўлсин. У ҳолда $\tau\le t\le T$ да

$$F_{\tau xh}(t)-F_{\tau x}(t)=\sum_{i=1}^{n}\omega_{ni}(x;h_n)\Psi_{\tau tx}(\xi_i,\chi_i^{(0)},\chi_i^{(1)},\chi_i^{(2)})+R_n(t,x),$$

бу ерда

$$\Psi_{\tau tx}(\xi_i,\chi_i^{(0)},\chi_i^{(1)},\chi_i^{(2)})=\left(1-F_{\tau x}(t)\right)\left\{\int_{\tau}^{t}\frac{((I(\xi_i\le u)-H_x(u))-\lambda_{xh}(u))dT_x^{(1)}(u)}{(K_x(u)-H_x(u))^2}+\right.$$

$$+\frac{(I(\xi_i\le t,\chi_i^{(1)}=1)-T_x^{(1)}(t))}{K_x(t)-H_x(t)}-\frac{I(\xi_i\le \tau,\chi_i^{(1)}=1)-T_x^{(1)}(\tau)}{K_x(\tau)-H_x(\tau)}+$$

$$\left.+\int_{\tau}^{t}\frac{(I(\xi_i\le u,\chi_i^{(1)}=1)-T_x^{(1)}(u))d(K_x(u)-H_x(u))}{(K_x(u)-H_x(u))^2}\right\},$$

$$\lambda_{xh}(t)=K_x(t)\sum_{i=1}^{n}\left\{\int_{t}^{+\infty}\frac{(I(\xi_i\le u)-H_x(u))dT_x^{(0)}(u)}{H_x^2(u)}-\right.$$

$$\left.-\frac{I(\xi_i\le t,\chi_i^{(0)}=1)-T_x^{(0)}(t)}{H_x(t)}-\int_{t}^{+\infty}\frac{(I(\xi_i\le u,\chi_i^{(0)}=1)-T_x^{(0)}(u))dH_x(u)}{H_x^2(u)}\right\},$$

ва $n\to\infty$ да $\sup\limits_{\tau\le t\le T}\left|R_n(t,x)\right|\overset{\text{д.х.}}{=}O\left((nh_n)^{-3/4}(\log n)^{3/4}\right)$.

Теорема 9 дан $F_{\tau xh}(t)$ нинг $F_{\tau x}(t)$ учун $t\in[\tau,T]$ да текис кучли асосли эканлиги келиб чиқади.

Диссертациянинг 3.2 параграфида 3.1 параграфда кўриб ўтилган тасодифий цензурланишнинг информатив моделида яримпараметрик баҳо тадқиқ этилган. $N_x(t)=P(\min(Z_x,Y_x)\le t)=1-(1-F_x(t))(1-G_x(t)),\ t\ge 0$ бўлсин. Биз икки томондан цензурланиш информатив бўлган, яъни цензурловчи т.м. лар тақсимотлари F_x ва N_x лардан қуйидагича ифодаланувчи бўлсин:

$$\begin{cases}1-G_x(t)=\left(1-F_x(t)\right)^{\theta_x},\\ \quad K_x(t)=\left(N_x(t)\right)^{\beta_x},\end{cases}\tag{7}$$

бу ерда θ_x ва β_x лар мусбат номаълум параметрлар. Курилаетган (7) фиксирланган дизайн регрессия модели қуйидаги теорема орқали характерланади.

Теорема 10. (7) тенгликлар шунда ва фақат шунда бажарилади, агар $\xi_x=\max\{L_x,\min(Z_x,Y_x)\}$ т.м. ва $(\chi_x^{(0)},\chi_x^{(1)},\chi_x^{(2)})$ вектор ковариата қиймати $X=x$ берилганида боғлиқ бўлмаса.

Моделнинг бу хоссаси цензурланишнинг (7) информативлигини эътиборга олган ҳолда $F_x(t)$ тақсимот учун $S_3^{(n)}$ танланма орқали қурилган қуйидаги баҳони тадқиқ этишда муҳим роль ўйнайди:

$$\tilde F_{xh}(t)=1-\left\{1-\left[H_{xh}(t)\right]^{\lambda_{xh}}\right\}^{\gamma_{xh}},\ (t,x)\in R^+\times[0,1],\tag{8}$$

бу ерда $\lambda_{xh}=1-p_{xh}^{(0)},\ \gamma_{xh}=p_{xh}^{(1)}\left(1-p_{xh}^{(0)}\right)^{-1}$ ва $p_{xh}^{(m)}=\sum\limits_{i=1}^{n}\omega_{ni}\left(x;h_n\right)\chi_i^{(m)},m=0,1,2.$

Ушбу параграфда (У1), (У2) шартлар билан бирга қуйидагиларни қараймиз:

(У3)* $\dot H_x(t),\ \ \ddot H_x(t)$ мавжуд ва узлуксиз, $(t,x)\in[\tau,T]\times[0,1]$;

(У4)* $\dot\theta_x,\ \dot\beta_x,\ \ddot\theta_x,\ \ddot\beta_x$ мавжуд ва узлуксиз, $x\in[0,1]$.

Белгилашларни киритайлик:

$$\left\|\dot H\right\| = \left\{\sup\left|\dot H_x(t)\right|,\,(t,x)\in[\tau,T]\times[0,1]\right\},\ \left\|\ddot H\right\| = \left\{\sup\left|\ddot H_x(t)\right|,\,(t,x)\in[\tau,T]\times[0,1]\right\},$$

$$\left\|\dot p_x^{(m)}\right\| = \left\{\sup\left|\dot p_x^{(m)}\right|,\ x\in[0,1]\right\},\ \left\|\ddot p_x^{(m)}\right\| = \left\{\sup\left|\ddot p_x^{(m)}\right|, x\in[0,1]\right\},\ m=0,1,$$

$$r^{-1} = \left\{\sup\left[\left(H_x(t)\right)^{p_x^{(0)}} - H_x(t)\right]^{-1},\ t\in[\tau,T]\right\}.$$

(8) баҳо учун экспоненциал баҳо ва текис кучли асослилик ҳақидаги теорема ўринли.

Теорема 11. Фараз қилайлик, (У1), (У2) шартлар ва H_x, $p_x^{(0)}$, $p_x^{(1)}$ функциялари учун (У3)*, (У4)*, $r>0$ шартлари ўринли, $n\to\infty$ да $h_n\to 0$ бўлсин.

(A) Исталган $\varepsilon>0$ ва етарлича катта n учун,

$$\min\left(\frac{1}{p_x^{(0)}},\frac{1}{1-p_x^{(0)}},\frac{1}{p_x^{(1)}}\right) \ge \max\left(\frac{r}{r+8},\frac{\varepsilon}{\varepsilon+3}\right) \ge \frac{\varepsilon r}{\varepsilon r+18} \ge$$

$$\ge 4\max\left\{r^{-1}\left(\left\|\dot H\right\|\overline{\Delta}_n + \left\|\ddot H\right\| m_2(\pi)h_n^2\right),\left[r\left(1-p_x^{(0)}\right)\right]^{-1}\cdot\right.$$

$$\left.\cdot\left(\left\|\dot p_x^{(0)}\right\|\overline{\Delta}_n + \left\|\ddot p_x^{(0)}\right\| m_2(\pi)h_n^2\right),\left(p_x^{(1)}\right)^{-1}\left(\left\|\dot p_x^{(1)}\right\|\overline{\Delta}_n + \left\|\ddot p_x^{(1)}\right\| m_2(\pi)h_n^2\right)\right\}.$$

бўлсин. У ҳолда баъзи C_0, C_1 ва C_2 абсолют ўзгармаслар учун

$$P\left(\sup_{\tau\le t\le T}\left|\tilde F_{xh}(t) - F_x(t)\right| > \varepsilon\right) \le \frac{4C_1}{r}\left[\frac{(r+8)}{H_x(\tau)} e^{-C_2\left(\frac{rH_x(\tau)}{r+8}\right)^2 nh_n} + e^{-C_2\left(\frac{r}{4}\right)^2 nh_n} + \right.$$

$$\left. + \frac{3}{2\varepsilon} e^{-C_2\left(\frac{\varepsilon r}{6}\right)^2 nh_n}\right] + 4\left[e^{-C_0\left(\frac{rp_x^{(0)}}{r+8}\right)^2 nh_n} + e^{-C_0\left(\frac{\varepsilon r\left(1-p_x^{(0)}\right)}{\varepsilon r+18}\right)^2 nh_n} + e^{-C_0\left(\frac{\varepsilon p_x^{(1)}}{\varepsilon+3}\right)^2 nh_n}\right];$$

(B) Агар $n\to\infty$ да $\dfrac{nh_n^5}{\log n} = O(1)$ бўлса, у ҳолда

$$\sup_{\tau\le t\le T}\left|\tilde F_{xh}(t) - F_x(t)\right| \overset{\text{д.х.}}{=} O\left(\left(\frac{\log n}{nh_n}\right)^{1/2}\right).$$

Қуйидаги натижада (8) баҳонинг қолдиқ ҳади баҳоланган вазнлик йиғинди кўринишда асимптотик ифодаланиши келтирилган.

Теорема 12. Фараз қилайлик, (У1), (У2) шартлар ва H_x, $p_x^{(0)}$, $p_x^{(1)}$ функциялар учун (У3)*, (У4)*, $r>0$ шартлар бажарилсин, $n\to\infty$ да $h_n\to 0$, $\dfrac{nh_n^5}{\log n} = O(1)$ бўлсин. У ҳолда $t\in[\tau,T]$ учун:

$$\tilde F_{xh}(t) - F_x(t) = \sum_{i=1}^{n}\omega_{ni}(x;h_n)\tilde\Psi_{tx}\left(\xi_i,\chi_i^{(0)},\chi_i^{(1)},\chi_i^{(2)}\right) + \tilde q_n(t,x),$$

бу ерда

$$\tilde\Psi_{tx}\left(\xi_i,\chi_i^{(0)},\chi_i^{(1)},\chi_i^{(2)}\right) = \left(1-F_x(t)\right)\left\{p_x^{(1)}\left[\left(H_x(t)\right)^{p_x^{(0)}} - H_x(t)\right]^{-1}\cdot\right.$$

$$\cdot\left(I\left(\xi_i\le t\right)-H_x(t)\right)-\left[\frac{p_x^{(1)}}{\left(1-p_x^{(0)}\right)^2}\log\left[1-\left(H_x(t)\right)^{1-p_x^{(0)}}\right]+\right.$$

$$\left.+\frac{p_x^{(1)}}{1-p_x^{(0)}}H_x(t)\log H_x(t)\left[\left(H_x(t)\right)^{p_x^{(0)}}-H_x(t)\right]^{-1}\right]\left(\chi_i^{(0)}-p_x^{(0)}\right)-$$

$$\left.-\frac{1}{1-p_x^{(0)}}\log\left[1-\left(H_x(t)\right)^{1-p_x^{(0)}}\right]\left(\chi_i^{(1)}-p_x^{(1)}\right)\right\}$$

ва $n\to\infty$ да $\sup\limits_{\tau\le t\le T}\left|\tilde{q}_n\left(t,x\right)\right|\overset{\text{д.х.}}{=}O\left(\dfrac{\log n}{nh_n}\right).$

Шу таъкидлаш лозимки, теорема 12 даги аппроксимация тезлиги Теорема 1, 5 ва 9 лардагига нисбатан оптималдир. (8) баҳонинг асимптотик нормаллиги қуйидаги даъвода келтирилган.

Теорема 13. Фараз қилайлик, (У1), (У2) шартлар ўринли, ҳамда H_x, $p_x^{(0)}$, $p_x^{(1)}$ функциялар (У3)*, (У4)*, $r>0$ шартларни қаноатлантирсин.

(A) Агар $n\to\infty$ да $nh_n^5=o(1)\,,(nh_n)^{-1/2}\log n=o(1)$ бўлса, у ҳолда $t\in[\tau,T]$ учун

$$(nh_n)^{1/2}(\tilde{F}_{xh}(t)-F_x(t))\overset{D}{\Rightarrow}N\left(0,\sigma_x^2(t)\right);$$

(B) Агар бирор $C>0$ да $h_n=Cn^{-1/5}$ бўлса, у ҳолда $t\in[\tau,T]$ учун

$$(nh_n)^{1/2}(\tilde{F}_{xh}(t)-F_x(t))\overset{D}{\Rightarrow}N\left(a_x(t),\sigma_x^2(t)\right),$$

бу ерда

$$a_x(t)=\frac{1}{2}(1-F_x(t))\left\{p_x^{(1)}\left[\left(H_x(t)\right)^{p_x^{(0)}}-H_x(t)\right]^{-1}\ddot{H}_x(t)-\right.$$

$$-\left[\frac{p_x^{(1)}}{(1-p_x^{(0)})^2}\log\left[1-\left(H_x(t)\right)^{1-p_x^{(0)}}\right]+\right.$$

$$\left.+\frac{p_x^{(1)}}{1-p_x^{(0)}}H_x(t)\log H_x(t)\left[\left(H_x(t)\right)^{p_x^{(0)}}-H_x(t)\right]^{-1}\right]\ddot{p}_x^{(0)}-$$

$$\left.-\frac{1}{1-p_x^{(0)}}\log\left[1-\left(H_x(t)\right)^{1-p_x^{(0)}}\right]\ddot{p}_x^{(1)}\right\}m_2(\pi)C^{5/2},$$

$$\sigma_x^2(t)=\|\pi\|_2^2(1-F_x(t))^2\left\{A_x^2(t)H_x(t)(1-H_x(t))+B_x^2(t)p_x^{(0)}(1-p_x^{(0)})+\right.$$

$$\left.+C_x^2(t)p_x^{(1)}(1-p_x^{(1)})-2B_x(t)C_x(t)p_x^{(0)}p_x^{(1)}\right\}.$$

Белгилаймиз, $\left\{\tilde{W}_{nx}(t)=(nh_n)^{1/2}(\tilde{F}_{xh}(t)-F_x(t)),\,\tau\le t\le T\right\}$. Ўрта қиймати ноль ва ковариацияси $s,t\in[\tau,T]$ учун

$$\tilde{Q}_{st}=\|\pi\|_2^2\left(1-F_x(s)\right)\left(1-F_x(t)\right)\left\{A_x(s)A_x(t)\left[H_x(\min(s,t)-H_x(s)H_x(t)\right]+\right.$$

$$\left.+B_x(s)B_x(t)p_x^{(0)}(1-p_x^{(0)})+C_x(s)C_x(t)p_x^{(1)}(1-p_x^{(1)})-2B_x(\min(s,t)C_x(\min(s,t)\right\}$$

бўлиб, унда

$$A_x(t)=p_x^{(1)}\left[\left(H_x(t)\right)^{p_x^{(0)}}-H_x(t)\right]^{-1}, B_x(t)=-\left[\frac{p_x^{(1)}}{1-p_x^{(0)}}C_x(t)+\frac{A_x(t)}{1-p_x^{(0)}}H_x(t)\log H_x(t)\right],$$

$$C_x(t)=-\frac{1}{1-p_x^{(0)}}\log\left[1-\left(H_x(t)\right)^{1-p_x^{(0)}}\right]$$

бўлган $\tilde{W}_x(t)$ ва ўрта қиймати $a_x(t)$ ва ковариацияси $\tilde{Q}_{st}$ бўлган $\tilde{W}_x^*(t)$ Гаусс жараёнларини киритамиз.

Теорема 14. Теорема 13 шартлари ўринли бўлсин. У ҳолда

$(A)'$ (A) шартларда: $\tilde{W}_{nx}(\cdot)\overset{D}{\Rightarrow}\tilde{W}_x(\cdot)$, $D[\tau,T]$ да;

$(B)'$ (B) шартларда: $\tilde{W}_{nx}(\cdot)\overset{D}{\Rightarrow}\tilde{W}_x^*(\cdot)$, $D[\tau,T]$ да.

3.2 параграфнинг охирида шартли ўртача умр давомийлигининг «кесилган» шакли

$$\mu_x^T(t)=M\left[(Z_x-t)/t<Z_x<T\right]=(1-F_x(t)^{-1}\cdot\int_t^T\left(1-F_x(s)\right)ds,\ \tau<t<T, \qquad (9)$$

нинг $\mu_{xh}^T(t)=\left(1-\tilde{F}_{xh}(t)\right)^{-1}\cdot\int_t^T\left(1-\tilde{F}_{xh}(s)\right)ds,\ \tau<t<T$ статистика билан баҳолаш масаласи кўрилган. (9) баҳонинг асимптотик нормаллиги ҳақидаги даъво ўринли.

Теорема 15. Теорема 13 шартлари ўринли бўлсин.

(A) Агар $n\to\infty$ да $nh_n^5=o(1), (nh_n)^{-1/2}\log n=o(1)$ бўлса, у ҳолда $\tau<t<T$ учун

$$(nh_n)^{1/2}\left(\mu_{xh}^T(t)-\mu_x^T(t)\right)\overset{D}{\Rightarrow}N\left(0,\beta_x^2(t)\right);$$

(B) Бирор $C>0$ да $h_n=Cn^{-1/5}$ бўлса, у ҳолда $n\to\infty$ да $\tau<t<T$ учун

$$(nh_n)^{1/2}\left(\mu_{xh}^T(t)-\mu_x^T(t)\right)\overset{D}{\Rightarrow}N\left(\alpha_x(t),\beta_x^2(t)\right),$$

бу ерда $\alpha_x(t)$ ва $\beta_x^2(t)$ лар

$$\alpha_x(t)=\frac{1}{2\left(1-F_x(t)\right)}\left\{\int_t^T a_x(s)\,ds-a_x(t)\int_t^T\left(1-F_x(s)\right)ds\right\}m_2(\pi)C^{5/2},$$

$$\beta_x^2(t)=\|\pi\|_2^2\frac{1}{\left(1-F_x(t)\right)^2}\int_t^T\left(\int_t^T(1-F_x(s))ds\right)^2d\gamma_x(s),$$

$$\gamma_x(t)=A_x^2(t)H_x(t)(1-H_x(t))+B_x^2(t)p_x^{(0)}(1-p_x^{(0)})+$$
$$+C_x^2(t)p_x^{(1)}(1-p_x^{(1)})-2B_x(t)C_x(t)p_x^{(0)}p_x^{(1)}$$

формулалар билан аниқланади.

Диссертациянинг **«Гетеросцедастик регрессия моделида функционалларни баҳолаш»** деб номланган тўртинчи бобида $Z=m(X)+\sigma(X)\varepsilon$ т.м. нинг тасодифий ковариата қиймати $X=x$ берилгандаги $F_x(t)$ шартли т.ф. сини баҳолашга бағишланган, бу ерда $m(x)=M(Z/X=x)$, $\sigma^2(x)=D(Z/X=x)$. 4.1 параграфда кузатилаётган $(Z_1,X_1),...,(Z_n,X_n)$ жуфтликлар танланмасида $\{Z_1,....,Z_n\}$ қисм танланма α-қоришганлик, яъни $n\to\infty$ да

$$\alpha(n)=\left\{\sup_{k\ge 1}\left|P(A\cap B)-P(A)P(B)\right|: A\in\mathcal{F}_1^k(Z), B\in\mathcal{F}_{k+n}^{\infty}(Z)\right\}\to 0$$

шартини қаноатлантирган ҳол курилган, бу ерда $\mathcal{F}_i^k(Z)$ орқали $\{Z_j, i\le j\le k\}$ - т.м. лар яратган ҳодисалар σ-алгебраси. $F_x(t)$ учун баҳо сифатида Надарая-Ватсоннинг (4) баҳоси $\tilde{F}_{xh}(t)$ кўрамиз. Биз (4) баҳонинг $F_x(t)$ дан ўртача квадратик оғишини тадқиқ этамиз. Бунинг учун қуйидаги шартларни киритамиз:

(H) $n\to\infty$ да $h_n\downarrow 0$ ва $nh_n\to\infty$;

(K) $k(\cdot)$ ядро $[-M,M]$, $M>0$, да узлуксиз, чегараланган симметрик зичлик функция;

(F) Фиксирланган $t\in R^{+}$ да $\ddot{F}_x(t)$ ҳосила x нуқтанинг U_x атрофида ($U_x\subseteq \mathcal{D}_X$) мавжуд ва чегараланган.

Теорема 16. Фараз қилайлик, (H), (K), (F) шартлар ўринли бўлиб, $\{Z_i, i\ge 1\}$ кетма-кетлик $n\to\infty$ да α-қоришганлик, $\alpha(n)\to 0$ шартини шундай қаноатлантирсинки $\frac{1}{nh_n^2}\sum_{i=1}^{n-1}\alpha(i)\to 0$ бўлсин. У ҳолда

$$M\left[\tilde{F}_{xh}(t)-F_x(t)\right]^2=\left[\frac{h_n^2}{2}\ddot{F}_x(t)\int u^2k(u)du\right]^2+$$

$$+\frac{1}{nh_n}\int u^2k(u)du\cdot F_x(t)(1-F_x(t))+o\left(h_n^4+\frac{1}{nh_n}\right).$$

Натижа 2. Теорема 16 нинг шартларида (4) баҳонинг дисперсияси учун қуйидаги асимптотик ифода ўринли:

$$D\tilde{F}_{xh}(t)=\frac{1}{nh_n}F_x(t)(1-F_x(t))\int k^2(u)du+o(1),\ x\in(h_n,1-h_n).$$

(4) баҳо ёрдамида силжиш $m(x)$ ва масштаб $\sigma^2(x)$ функционаллари учун қуйидаги баҳолар қурилган:

$$m_h(x)=\int_0^1 F_{xh}^{-1}(s)J(s)ds,\ \sigma_h^2(x)=\int_0^1\left(F_{xh}^{-1}(s)\right)^2 J(s)ds-m_h^2(x),\ \ x\in\mathcal{D}_X.$$

Бу баҳолар маълум шартларда (4) баҳо билан бир қаторда текис кучли асосли баҳолар бўлади:

$$\sup_{x\in\mathcal{D}_X}\sup_{t\in R^+}\left|\tilde{F}_{xh}(t)-F_x(t)\right|\overset{\text{д.х.}}{=}O\left(g(n)\right),\ \sup_{x\in\mathcal{D}_X}\left|m_h(x)-m(x)\right|\overset{\text{д.х.}}{=}O\left(g(n)\right),$$

$$\sup_{x\in\mathcal{D}_X}\left|\sigma_h^2(x)-\sigma^2(x)\right|\overset{\text{д.х.}}{=}O\left(g(n)\right),$$

бу ерда $g(n)=\max\left\{h_n^{\alpha},\left(\frac{\log n}{nh_n}\right)^{1/2}\right\}$ ва α сони $F_x(t)$ нинг $x\in\mathcal{D}_X$ бўйича силлиқлик даражаси орқали аниқланади.

Параграф 4.2 да гетеросцедастик регрессия моделида (4) баҳонинг фиксирланган $t \in R^{+}$ даги қуйидаги $I(h_n)=\int_a^b M\left[\tilde{F}_{xh}(t)-F_x(t)\right]^2 w(x)dx$ − риск функцияси ўрганилган, бу ерда $\{w(x),\, x \in \mathbb{D}_X\}$ берилган вазн функцияси. $I(h_n)$ рискни минималлаштириш шартида $h_{n,opt}=An^{-1/5}$ – оптимал кетма-кетлик аниқланган бўлиб, бунда A сони $F_x(t)$ функциянинг $x \in \mathbb{D}_X$ бўйича силлиқлиги билан аниқланади.

ХУЛОСА

Ушбу диссертация иши фиксирланган ковариаталик ва гетеросцедастик регрессия моделларида шартли тақсимотлар функционалларини нопараметрик ва яримпараметрик баҳолаш масалаларига бағишланган. Бунда кузатилмаларнинг тўлиқ бўлмаганлиги ва кучсиз боғлиқлиги ҳолларига алоҳида эътибор берилган. Тўлиқ бўлмаган танланмалар бир жинсли бўлмаган кўп ўлчовлик боғлиқ кузатилмалардан иборат. Диссертацияда келтирилган натижалар бўича қуйидаги хулосаларни қилиш мумкин:

1. Фиксирланган дизайн регрессия моделидаги кузатилмалар ўнгдан тасодифий ҳамда қисман информатив цензурланган ҳолда даража кўринишидаги баҳолар қурилган;
2. Даража кўринишидаги баҳо боғлиқ бўлмаган тасодифий функциялар йиғиндиси билан аппроксимация яқинлашиш тезлиги баҳоси билан ўрнатилган;
3. Ўнг томондан тасодифий цензурланишда бутстреп танланма бўйича қурилган баҳонинг Гаусс жараёнига кучсиз яқинлашиши исботланган;
4. Фиксирланган дизайн регрессия моделидаги кузатилмалар икки томондан тасодифий цензурланган ҳолда даража кўринишдаги баҳо қурилган;
5. Даража кўринишидаги баҳо боғлиқ бўлмаган тасодифий функциялар йиғиндиси билан аппроксимация яқинлашиш тезлиги баҳоси билан ўрнатилган;
6. Регрессия моделида кузатилмалар икки томондан тасодифий цензурланишнинг информатив моделида яримпараметрик даража кўринишидаги баҳо қурилган;
7. Баҳо боғлиқ бўлмаган тасодифий функциялар йиғиндиси билан аппроксимация қилинган ва унинг Гаусс жараёнига кучсиз яқинлашиши исботланган;
8. Гетеросцедастик регрессия моделида кузатилмалар α-қоришганлик хоссасига эга бўлганида вазнлик ядровий баҳо қурилган ва у учун оптимал риск ўрнатилган.

**НАУЧНЫЙ СОВЕТ DSc.27.06.2017.FM.01.01
ПО ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЕНЫХ СТЕПЕНЕЙ ПРИ
НАЦИОНАЛЬНОМ УНИВЕРСИТЕТЕ УЗБЕКИСТАНА,
ИНСТИТУТЕ МАТЕМАТИКИ**

НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ УЗБЕКИСТАНА

АБДИКАЛИКОВ ФАРХАД АБДИЖАЛИЕВИЧ

ИССЛЕДОВАНИЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ ОЦЕНОК УСЛОВНЫХ ФУНКЦИОНАЛОВ В МОДЕЛЯХ РЕГРЕССИИ

01.01.05 – Теория вероятностей и математическая статистика

**АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ ДОКТОРА ФИЛОСОФИИ (PhD)
ПО ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИМ НАУКАМ**

ТАШКЕНТ-2018 год.

Тема диссертации доктора философии (Doctor of Philosophy) по физико-математическим наукам зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Кабинете Министров Республики Узбекистан за № B2018.1.PhD/FM165

Диссертация выполнена в Национальном университете Узбекистана имени Мирзо Улугбека.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, русский, английский (резюме)) размещен на веб-странице Научного совета (www.ik-fizmat@nuu.uz) и на Информационно-образовательном портале «Ziyonet» (www.ziyonet.uz).

Научный руководитель:	**Абдушукуров Абдурахим Ахмедович** доктор физико-математических наук, профессор
Официальные оппоненты:	**Хусанбаев Якубджан Мухамаджанович** доктор физико-математических наук
	Сагидуллаев Калмурза Сапарбаевич кандидат физико-математических наук
Ведущая организация:	**Наманганский Государственный университет**

Защита диссертации состоится «____» _____________2018 года в ____ часов на заседании Научного совета DSc.27.06.2017.FM.01.01 при Национальном университете Узбекистана, института Математики. (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 4. Тел.: (+99871)227-12-24, факс: (+99871) 246-53-21, e-mail: nauka@nuu.uz).

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Национального университета Узбекистана (зарегистрирована за №_____). (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 4.Тел.: (+99871) 246-02-24).

Автореферат диссертации разослан «____» _______________2018 года.

(протокол рассылки №________ от «____» _______________2018 года).

А.Садуллаев
Председатель Научного совета
по присуждению ученых степеней,
д.ф.-м.н., профессор, академик

Г.И.Ботиров
Ученый секретарь Научного совета
по присуждению ученых степеней,
к.ф.-м.н.

Ш.К.Форманов
Председатель научного семинара
при Научном совете по присуждению
ученых степеней, д.ф.-м.н., профессор,
академик

ВВЕДЕНИЕ (аннотация диссертации)

Актуальность и востребованность темы диссертации. Достоверность результатов статистического анализа данных многих научно-прикладных исследований, проводимых на мировом уровне, зависит от степени адекватности выбранной статистической модели. В статистике актуальным является построение статистической модели зависимости исследуемого количественного отклика от ковариат. В прикладных исследованиях часто приходится иметь дело с неполными, а именно цензурированными данными, состоящими из многомерных зависимых неоднородных, как представляющих интерес так и мешающих случайных величин (цензоров). При этом представляющие интерес случайные величины (с.в.) принимают свои значения в зависимости от осуществления некоторых событий. Оценивание условной вероятности или ее функционалов в моделях регрессии с неполными наблюдениями является одним из важных задач математической статистики.

В настоящее время в мире исследования по оцениванию функционалов от распределений в различных моделях неполных наблюдений и их применение в прикладных исследованиях представляют большой интерес. Проведение исследований статистических оценок функционалов от условных распределений при различном случайном цензурировании наблюдений, установление для оценок асимптотических представлений через нормированные суммы случайных величин и доказательство свойства асимптотической гауссовости нормированных процессов, исследование бутстреп аналогов непаметрических оценок, выбор оптимальной последовательности параметра размытости посредством уменьшения квадратического риска оценки условной функции выживания в слабозависимой модели регрессии являются целевыми научными исследованиями.

В нашей стране уделяется особое внимание фундаментальным наукам, имеющим прикладное применение, которые являются актуальными направлениями теории вероятностей и математической статистики, и в частности, статистики неполных наблюдений. Вследствие этого удалось достигнуть значимых результатов в области непаметрического и полупараметрического оценивания функциональных характеристик в различных статистических моделях неполных наблюдений. Было отмечено, что проведение научных исследований по главным направлениям “Теории вероятностей и математической статистики” на уровне международных стандартов является основной задачей и актуальным направлением[1]. Развитие асимптотической теории статистического оценивания и проверки гипотез является важным шагом в исполнении данного постановления

---

[1] Постановление Кабинета Министров Республики Узбекистан №292 “О мерах по организации деятельности вновь созданных научно-исследовательских учреждений академии наук Республики Узбекистан” от 18 мая 2017 года.

Исследования данной диссертации в определенной степени служат решению задач, поставленных в Указах Президента Республики Узбекистан № УП-2789 от 17 февраля 2017 года «О мерах по дальнейшему совершенствованию деятельности Академии наук, организации, управления и финансирования научно-исследовательской деятельности» и № УП-2909 от 20 апреля 2017 года «О мерах по дальнейшему развитию системы высшего образования», а также в других нормативно-правовых актах, относящихся к данной области.

Соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики. Данное исследование выполнено в соответствии с приоритетным направлением развития науки и технологий в Республике Узбекистан IV. «Математика, механика и информатика».

Степень изученности проблемы. Статистические методы оценивания функции надежности в моделях регрессии рассматривались в работах многих авторов. В частности, можно выделить работы Э.А.Надарая, Ж.С.Ватсон, С.Ж.Стоун, Р.Беран, В.Хардли, Т.Гэссер, Х.Г.Мюллер, Н.Веравербеке, М.Г.Акритас, И.Ван Кайлегом, Р.Брэкерс, С.Кадарсо-Суарес, в которых были построены и исследованы непараметрические, полупараметрические оценки функционалов надежности в моделях регрессии как по полным данным так и по некоторым моделям неполных наблюдений.

Н.Веравербеке, И.Ван Кайлегом исследовали в основном оценку множительной структуры Берана и ACL-оценку в модели пропорциональных интенсивностей (МПИ). Следует отметить, что оценка Берана является обобщением множительной оценки Каплана-Мейера и обладает рядом недостатков: оценка не определена на всей прямой, ее скачки зависят от цензурированности наблюдемых величин и следовательно не эффективна для моделей сильного цензурирования.

А.А.Абдушукуровым были предложены и подробно исследованы оценки степенной структуры в различных моделях случайного цензурирования, не обладающие вышеупомянутыми недостатками, и были показаны их преимущества по сравнению с множительными оценками типа Каплана-Мейера.

Связь темы диссертации с научно-исследовательскими работами учреждением высшего образования, где выполнялась диссертация. Исследование выполнено в соответствии с планом научного проекта Ф4-01 «Разработка методов оценивания функциональных характеристик распределений и исследования асимптотических свойств статистических оценок», Национального университета Узбекистана (2012-2016 гг.).

Целью исследования являются построение и исследование непараметрических и полупараметрических оценок для функционалов от условных функций выживания в различных зависимых моделях регрессии полных и неполных данных.

Задачи исследования, решаемые в данной работе, следующие:

построение непараметрической степенной оценки условной функции выживания в модели регрессии с фиксированным дизайном при случайном цензурировании справа и исследование её асимптотических свойств;

построение полупараметрической степенной оценки условной функции выживания в модели регрессии с фиксированным дизайном с частично-информативным случайным цензурированиям справа и исследование её асимптотических свойств;

построение бутстреп аналога непараметрической степенной оценки в модели регрессии при случайном цензурировании справа и исследование её асимптотических свойств;

построение непараметрической степенной оценки условной функции выживания в модели регрессии с фиксированным дизайном при случайном цензурировании с двух сторон и исследование её асимптотических свойств;

построение полупараметрической степенной оценки в модели регрессии с информативным случайным цензурированием с двух сторон и исследование её асимптотических свойств;

оценивание и исследование взвешенной оценки условной функции выживания в модели гетеросцедастичной регрессии с α-перемешивающимися наблюдениями.

Объект исследования – непараметрические и полупараметрические оценки функционалов от условных распределений в моделях регрессии с полными и случайно-цензурированными наблюдениями.

Предмет исследования – асимптотические свойства оценок функционалов от условных функций распределений в моделях регрессии с неполными и слабозависимыми наблюдениями.

Методы исследования. В работе используются метод подстановки, дельта метод и аналитические методы.

Научная новизна исследования состоит в следующем:

построены степенные оценки в моделях регрессии с фиксированным дизайном с случайным цензурированием и частично-информативным цензурированием справа;

установлены аппроксимации степенных оценок суммами независимых случайных функций с оценками скоростеи;

доказана слабая сходимость оценки к гауссовскому процессу по бутстреп выборке при случайном цензурировании справа;

построена степенная оценка в модели регрессии с фиксированным дизайном с случайным цензурированием с двух сторон;

установлена аппроксимация степенной оценки суммой независимых случайных функций с оценкой скорости;

построена полупараметрическая степенная оценка в модели регрессии с информативным цензурированием с двух сторон;

оценка аппроксимирована суммой независимых случайных функций и доказана слабая сходимость нормированной оценки к гауссовскому процессу;

по α - перемешивающимся наблюдениям в модели гетеросцедастичной регрессии построена взвешенная ядерная оценка, и для нее установлен оптимальный риск.

Практические результаты исследования – построенные непараметрические и полупараметрические оценки функционалов от условных функций выживания позволяют вычисления вероятностей выживания индивидуумов и технических устройств при анализе данных типа времени жизни.

Достоверность результатов исследования обоснована использованием методов теории вероятностей, математической статистики, а также строгостью математических доказательств.

Научная и практическая значимость результатов исследования. Научное значение результатов исследования заключается в том, что построены и исследованы непараметрические и полупараметрические оценки функционалов от условных функций выживания в моделях регрессии с различными неполными и слабозависимыми наблюдениями.

Практическая значимость диссертации состоит в том, что результаты могут быть использованы в теории статистического оценивания при неполных наблюдениях, а также при чтении специальных курсов по математической статистике.

Внедрение результатов исследования. Полученные результаты в моделях неполных наблюдений с ковариатами были использованы в следующих научно-исследовательских проектах:

непараметрическая оценка функции выживания и ее свойства в случае неполных наблюдений в модели регрессии была использована в исследованиях данных типа времени жизни в Управлении Статистики Республики Каракалпакстан. (Управление Статистики Республики Каракалпакстан 01/3-02-23/2-496 от 17 марта 2018 года). Научные результаты позволили сделать правильный вывод по статистическим данным в случае, когда исследуемые числовые данные зависят от ковариат;

асимптотические представления, свойства нормальности построенных оценок были использованы при оценивании маргинальных распределений в молодежном фундаментальном проекте Ё-Ф4-07. (Справка 89-03-1210 от 02 апреля 2018 года Министерства Высшего и Средного Специалного Образования Республики Узбекистан). Использование научных результатов дало возможность исследовать свойства непараметрических оценок совместных распределений.

Апробация результатов исследования. Основное содержание диссертации обсуждалось на 8 научно-практических конференциях, в том числе 4 международных и 4 республиканских научно-практических конференциях.

Публикация результатов исследования. По теме диссертации опубликовано 15 научных работ, из них 5 входят в перечень научных изданий, предложенных Высшей Аттестационной Комиссией Республики Узбекистан для защиты диссертаций доктора философии, в том числе 1 статья опубликована в зарубежном журнале и 4 в республиканских научных изданиях.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка использованной литературы. Объем диссертации составляет 108 страниц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обоснована актуальность и востребованность темы диссертации, определено соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики, приведены обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации и степень изученности проблемы, сформулированы цели и задачи, выявлены объект и предмет исследования, изложены научная новизна и практические результаты исследования, раскрыта теоретическая и практическая значимость полученных результатов, даны сведения о внедрении результатов исследования, об опубликованных работах и о структуре диссертации.

В первой главе диссертации, названной «**Модели регрессии и оценки функционалов от условных распределений**», определяются модели регрессии с фиксированными дизайн точками, а также гетеросцедастичной регрессии.

Пусть (Z,X) двумерный случайный вектор с совместной функцией распределения (ф.р.) $F(t;x)=P(Z\le t;X\le x),$ плотностью $f(t;x),$ условной ф.р. $F_x(t)=P(Z\le t\,/\,X=x),(t,x)\in R^+\times\mathbb{D}_X$ при заданной ковариате $X=x$. Поскольку $F_x(t)=M\left[I(Z\le t)\,/\,X=x\right]$, то $F_x(t)$ является функцией регрессии с.в. $I(Z\le t)$ на X. Поэтому для оценивания $F_x(t)$ могут быть использованы оценка Стоуна или Надарая-Ватсона. Эти оценки имеют следующую структуру взвешенной эмпирической ф.р. (э.ф.р.), построенной по выборке объема n наблюдений над парой (Z,X):

$$F_{xh}(t)=\sum_{i=1}^{n}\Psi_{ni}(x;h_n)I(Z_i\le t),\ \ (t,x)\in R^+\times\mathbb{D}_X\,, \tag{1}$$

где Z_i – реализация Z при $X_i=x,$ $\Psi_{ni}\left(x;h_n\right)$ – нормированная весовая функция такая, что для всех $x\in\mathbb{D}_X$: $\sum_{i=1}^{n}\Psi_{ni}(x;h_n)=1$, $\{h_n,n\ge1\}$ последовательность положительных чисел («ширина окна») такая, что $h_n\to0$ при $n\to\infty$. В частности, при $\Psi_{ni}(x;h_n)\equiv\frac{1}{n},$ оценка (1) совпадает с э.ф.р..

В модели регрессии с фиксированным дизайном предполагается, что ковариата X имеет носитель $\mathbb{D}_X=[0,1]$ и ее экспериментальные значения $\left\{x_i,i=\overline{1,n}\right\},$ называемые точками дизайна образуют неубывающий ряд $x_1\le...\le x_n$, который соответствует, например, дозам лекарства в медицинском эксперименте над индивидуумом с продолжительностью жизни Z. В этом случае $Z_i = Z_{x_i}$ – реализация отклика Z при значении ковариаты $X = x_i$. Оценка Стоуна структуры (1) определяется весами Гессера-Мюллера (при $x_0 = 0$ и $\Psi_{ni}(\cdot) = \omega_{ni}(\cdot)$)

$$\omega_{ni}\left(x;h_n\right) = C_n^{-1}\left(x;h_n\right)\int_{x_{i-1}}^{x_i}\frac{1}{h_n}\pi\left(\frac{x-y}{h_n}\right)dy,\ i=\overline{1,n},$$
$$C_n\left(x;h_n\right) = \int_0^{x_n}\frac{1}{h_n}\pi\left(\frac{x-y}{h_n}\right)dy,\ x\in[0,1]. \qquad (2)$$

Здесь ядро π – заданная плотность. Для фиксированных точек дизайна $x_1,\dots,x_n$ положим $\underline{\Delta}_n = \min\left\{\left(x_i - x_{i-1}\right), 1\le i\le n\right\}$, $\overline{\Delta}_n = \max\left\{\left(x_i - x_{i-1}\right), 1\le i\le n\right\}$. Пусть $\tau_{F_x} = \sup\{t\ge 0: F_x(t)=0\}$, $T_{F_x} = \inf\{t\ge 0: F_x(t)=1\}$ и $\|\pi\|_2^2 = \int_{-\infty}^{\infty}\pi^2(y)dy$, $m_1(\pi) = \int_{-\infty}^{\infty} y\pi(y)dy$, $m_2(\pi) = \int_{-\infty}^{\infty} y^2\pi(y)dy$. Рассмотрим условия для точек дизайна и ядра:

(У1) При $n\to\infty$, $x_n\to 1$, $\overline{\Delta}_n = O(n^{-1})$, $\overline{\Delta}_n - \underline{\Delta}_n = o(n^{-1})$;

(У2) Ядро π является плотностью с компактным носителем $[-M,M]$, при некотором $M>0$, $m_1(\pi)=0$ и π удовлетворяет условию Липщица: $\left|\pi(y)-\pi(y')\right|\le C_\pi\left|y-y'\right|$, $y,y'\in[-M,M]$;

Для фиксированного $T < T_{F_x}$:

(У3) $\dot{F}_x(t) = \frac{\partial}{\partial x}F_x(t)$ – существует и непрерывна для $(t,x)\in[0,T]\times[0,1]$;

(У4) $F'_x(t) = \frac{\partial}{\partial t}F_x(t)$ – существует и непрерывна для $(t,x)\in[0,T]\times[0,1]$;

(У5) $\ddot{F}_x(t) = \frac{\partial^2}{\partial x^2}F_x(t)$ – существует и непрерывна для $(t,x)\in[0,T]\times[0,1]$;

(У6) $F''_x(t) = \frac{\partial^2}{\partial t^2}F_x(t)$ – существует и непрерывна для $(t,x)\in[0,T]\times[0,1]$;

(У7) $\dot{F}'_x(t) = \frac{\partial^2}{\partial x\partial t}F_x(t)$ – существует и непрерывна для $(t,x)\in[0,T]\times[0,1]$;

В параграфе 1.2 диссертации при выполнении соответствующих условий (У1)-(У7) приведены свойства оценки Стоуна (1) весами (2) в виде шести лемм из работ M.Aerts, P.Janssen, N.Veraverbeke (1994) и I.Van Keilegom, N.Veraverbeke (1997): Лемма 1.2.1. (Оценка смещения и дисперсии); Лемма 1.2.2. (Точечная сильная состоятельность); Лемма 1.2.3. (Экспоненциальная оценка типа Дворецкого-Кифера-Вольфовица); Лемма 1.2.4. (Скорость равномерной сильной состоятельности); Лемма 1.2.5. (Экспоненциальные оценки для модуля непрерывности); Лемма 1.2.6. (Свойство с вероятностью 1 модуля непрерывности). Эти результаты будут использованы для исследования степенных оценок для случая неполных наблюдений в главах два и три.

Модель гетеросцедастичной регрессии Z на X определяется формулой $Z = m(X) + \sigma(X)\varepsilon$, где $Z-$ переменная отклика (например, время безотказной работы испытываемого объекта или его преобразование), X – случайная ковариата с носителем $\mathbb{D}_X$ и ошибка ε не зависит от X. Кривые $m(x) = M(Z / X = x)$ – функция регрессии, $\sigma^2(x) = D(Z / X = x)$ – условная дисперсия, означающая возможную гетеросцедастичность. В этой модели регрессии задача состоит в оценивании функционалов сдвига $m(\cdot)$ и масштаба $\sigma(\cdot)$ через оценку условной ф.р. $F_x(t) = P(Z \le t / X = x)$, $(t,x) \in R^+ \times \mathbb{D}_X$. Для $m(\cdot)$ и $\sigma(\cdot)$ справедливы представления:

$$m(x) = \int_0^1 F_x^{-1}(s) J(s) ds,\ \sigma^2(x) = \int_0^1 \left(F_x^{-1}(s)\right)^2 J(s) ds - m^2(x), \qquad (3)$$

где $F_x^{-1}(s) = \inf\{y : F_x(y) \ge s\}, 0 \le s \le 1,$ квантильная функция с.в. Z при заданном $X = x$ и $J(s)$ – заданная функция метки такая, что $J(s) \ge 0$ и $\int_0^1 J(s) ds = 1$. В модели гетеросцедастичной регрессии для условной ф.р. $F_x(t)$ рассмотрим оценку Надарая-Ватсона структуры (1), построенную по выборке $(Z_1, X_1),...,(Z_n, X_n)$:

$$\tilde{F}_{xh}(t) = \sum_{i=1}^{n} \Psi_{ni}(x;h_n) I(Z_i \le t),\quad (t,x) \in R^+ \times \mathbb{D}_X, \qquad (4)$$

где весы $\Psi_{ni}(x;h_n) = \left[\sum_{j=1}^{n} k\left(\frac{x - X_j}{h_n}\right)\right]^{-1} k\left(\frac{x - X_i}{h_n}\right), i = \overline{1,n},$ заданы последовательностью чисел $\{h_n \downarrow 0, n \to \infty\}$ и ядром $k(\cdot)$. Оценка (4), когда с.в. $\{Z_1,...,Z_n\}$ являются слабозависимыми и удовлетворяют условию α-перемешивания будут исследованы в главе четыре диссертации.

Во второй главе диссертации, названной **«Свойства степенных оценок для условных функций выживания при случайном цензурировании справа»**, предложены и исследованы непараметрические и полупараметрические степенные оценки условной функции выживания в модели регрессии с фиксированным дизайном при случайном цензурировании величин отклика с правой стороны.

Пусть интересующие нас независимые с.в. $Z_1,\ldots,Z_n$ подвержены случайному цензурированию справа соответственно независимыми с.в. $C_1,\ldots,C_n$ и наблюдается выборка $S_1^{(n)} = \left\{\left(\xi_i, \delta_i, X_i\right), i = \overline{1,n}\right\}$, где $\xi_i = \min(Z_i, C_i)$ и $\delta_i = I(Z_i \le C_i)$. При этом Z_i и C_i условно независимы при заданном $X_i = x_i$. Через F_{x_i}, G_{x_i}, H_{x_i} обозначим условные ф.р. Z_i, C_i и ξ_i при заданном $X_i = x_i$. Пусть x_i являются фиксированными точками дизайна из отрезка $[0,1]$ такими, что $0 = x_0 \le x_1 \le ... \le x_n \le 1$. Легко видеть, что

$H_{x_i}(t)=1-(1-F_{x_i}(t)(1-G_{x_i}(t)), t\in R^+$. Для фиксированной точки $x\in[0,1]$, обозначим через F_x, G_x, H_x соответственно ф.р. с.в. Z_x, C_x, $\xi_x=\min(Z_x,C_x)$ и пусть $\delta_x=I(Z_x\le C_x)$. Задача состоит в оценивании $F_x(t)$ при мешающей условной функции распределения $G_x(t)$. Определим субраспредления $\tilde{H}_x(t)=P(\xi_x\le t,\delta_x=1)=\int_0^t(1-G_x(u-))dF_x(u)$, $\tilde{\tilde{H}}_x(t)=P(\xi_x\le t,\delta_x=0)=\int_0^t(1-F_x(u))dG_x(u)$ и соответствующие им интегральные функции интенсивности

$$\tilde{\Lambda}_x(t)=\int_0^t\frac{dF_x(u)}{1-F_x(u)}=\int_0^t\frac{d\tilde{H}_x(u)}{1-H_x(u-)},\ \tilde{\tilde{\Lambda}}_x(t)=\int_0^t\frac{dG_x(u)}{1-G_x(u-)}=\int_0^t\frac{d\tilde{\tilde{H}}_x(u)}{1-H_x(u-)}.$$

Оценим функции $\tilde{H}_x$, $\tilde{\tilde{H}}_x$, H_x, $\tilde{\Lambda}_x$, $\tilde{\tilde{\Lambda}}_x$ и $\Lambda_x=\tilde{\Lambda}_x+\tilde{\tilde{\Lambda}}_x$ с использованием статистик Стоуна (1) с весовыми функциями (2), построенными по выборке $S_1^{(n)}$:

$$\tilde{H}_{xh}(t)=\sum_{i=1}^n\omega_{ni}(x;h_n)I(\xi_i\le t,\delta_i=1),\ \tilde{\tilde{H}}_{xh}(t)=\sum_{i=1}^n\omega_{ni}(x;h_n)I(\xi_i\le t,\delta_i=0),$$

$$H_{xh}(t)=\sum_{i=1}^n\omega_{ni}(x;h_n)I(\xi_i\le t),\ \tilde{\Lambda}_{xh}(t)=\int_0^t\frac{d\tilde{H}_{xh}(u)}{1-H_{xh}(u-)},$$

$$\tilde{\tilde{\Lambda}}_{xh}(t)=\int_0^t\frac{d\tilde{\tilde{H}}_{xh}(u)}{1-H_{xh}(u-)},\ \Lambda_{xh}(t)=\tilde{\Lambda}_{xh}(t)+\tilde{\tilde{\Lambda}}_{xh}(t).$$

Предлагаемая для $F_x(t)$ оценка имеет степенную структуру:

$$F_{xh}(t)=1-\left[1-H_{xh}(t)\right]^{R_{xh}(t)},\ (t,x)\in R^+\times[0,1], \tag{5}$$

где $R_{xh}(t)=\tilde{\Lambda}_{xh}(t)(\Lambda_{xh}(t))^{-1}$. Справедливо следующее утверждение о сильной аппроксимации $F_{xh}(t)-F_x(t)$ суммой случайных функций с оценкой скорости сходимости в окрестности U_x фиксированной точки x.

Теорема 1. Пусть выполнены условия (У1), (У2) и для функций H_x, $\tilde{H}_x$ условия (У5)-(У7) в $[\tau,T]$ с $\tau_{H_x}<\tau<T<T_{H_x}$, при $n\to\infty$, $h_n\to 0$, $\frac{\log n}{nh_n}=o(1)$, $\frac{nh_n^5}{\log n}=O(1)$. Тогда для $\tau\le t\le T$

$$F_{xh}(t)-F_x(t)=\sum_{i=1}^n\omega_{ni}(x;h_n)\Psi_{tx}\left(\xi_i,\delta_i\right)+R_n(t,x),$$

где

$$\Psi_{tx}\left(\xi_i,\delta_i\right)=\left(1-F_x(t)\right)\left\{\int_0^t\frac{I(\xi_i\le u)-H_x(u)}{(1-H_x(u))^2}d\tilde{H}_x(u)+\right.$$

$$\left.+\frac{I(\xi_i\le t,\delta_i=1)-\tilde{H}_x(t)}{1-H_x(t)}-\int_0^t\frac{I(\xi_i\le u,\delta_i=1)-\tilde{H}_x(u)}{(1-H_x(u))^2}dH_x(u)\right\},$$

и при $n \to \infty$, $\sup\limits_{\tau \le t \le T} |R_n(t,x)| \overset{\text{п.н.}}{=} O\left((nh_n)^{-3/4} (\log n)^{3/4} \right)$.

Следствие 1. В условиях теоремы 1 следует равномерно сильная состоятельность оценки (5) при $n \to \infty$:

$$\sup_{\tau \le t \le T} |F_{xh}(t) - F_x(t)| \overset{\text{п.н.}}{=} O\left((nh_n)^{-1/2} (\log n)^{1/2} \right).$$

Свойства асимптотической нормальности оценки (5) составляют содержание следующего утверждения.

Теорема 2. Пусть выполнены условия (У1), (У2), а функции H_x и $\tilde{H}_x$ удовлетворяют условиям (У5)-(У7) при $\tau \le t \le T$. Тогда

(A) если $nh_n^5 = o(1)$ и $(nh_n)^{-1} (\log n)^3 = o(1)$ при $n \to \infty$, то

$$(nh_n)^{1/2} \left(F_{xh}(t) - F_x(t) \right) \overset{D}{\Rightarrow} N\left(0; \tilde{\sigma}_x^2(t)\right);$$

(B) если $h_n = Cn^{-1/5}$ при некотором $C > 0$, то при $n \to \infty$

$$(nh_n)^{1/2} \left(F_{xh}(t) - F_x(t) \right) \overset{D}{\Rightarrow} N\left(\tilde{a}_x(t); \tilde{\sigma}_x^2(t)\right),$$

где

$$\tilde{a}_x(t) = \frac{1}{2}(1 - F_x(t)) \left\{ \int_0^t \frac{\ddot{H}_x(u) d\tilde{H}_x(u)}{(1 - H_x(u))^2} + \int_0^t \frac{d\ddot{\tilde{H}}_x(u)}{1 - H_x(u)} \right\} m_2(\pi) C^{5/2},$$

$$\tilde{\sigma}_x^2(t) = \|\pi\|_2^2 (1 - F_x(t))^2 \int_0^t \frac{d\tilde{H}_x(u)}{(1 - H_x(u))^2}.$$

Теперь сформулируем утверждение о слабой сходимости процесса $\left\{ W_{nx}(t) = (nh_n)^{1/2} (F_{xh}(t) - F_x(t)) \right\}$ в пространстве Скорохода $D[\tau, T]$ к гауссовским процессам. Рассмотрим $W_x(t)$- гауссовский процесс с нулевым средним и ковариационной функцией при $s, t \in [\tau, T]$:

$$Q_{st} = \|\pi\|_2^2 (1 - F_x(t))(1 - F_x(s)) \int_0^{\min(t,s)} \frac{d\tilde{H}_x(u)}{(1 - H_x(u))^2},$$

а также гауссовский процесс $\tilde{W}_x(t)$ со средним $\tilde{a}_x(t)$ и ковариацией Q_{st}.

Теорема 3. Пусть выполнены условия теоремы 2. Тогда

$(A)'$ в условиях (A): $W_{nx}(\cdot) \overset{D}{\Rightarrow} W_x(\cdot)$ в $D[\tau, T]$;

$(B)'$ в условиях (B): $W_{nx}(\cdot) \overset{D}{\Rightarrow} \tilde{W}_x(\cdot)$ в $D[\tau, T]$;

В параграфе 2.2 построены и исследованы полупараметрические оценки условной ф.р. в модели регрессии с фиксированным дизайном при частично-информативном конкурирующем случайном цензурировании справа. В этом случае наблюдается выборка $S_2^{(n)} = \left\{ (\xi_i, \delta_i, X_i),\ i = \overline{1,n} \right\}$, где $\xi_i = \min(Z_i, Y_{1i}, Y_{2i})$ и индикаторная с.в.

$$\delta_i = \begin{cases} -1, & Y_{2i} \le \min(Z_i, Y_{1i}), \\ 0, & Y_{1i} \le \min(Z_i, Y_{2i}), \\ 1, & Z_i \le \min(Y_{1i}, Y_{2i}), \end{cases}$$

и следовательно интересующая нас с.в. Z_i наблюдается лишь в случае $\delta_i = 1$. В выборке $S_2^{(n)}$ компоненты независимых векторов $(Z_1, Y_{11}, Y_{21}), ..., (Z_n, Y_{1n}, Y_{2n})$ условно независимы при заданном $X_i = x \in [0,1]$. Заметим, что в выборке $S_2^{(n)}$ с.в. Z_x цензурируются с.в. $\min(Y_{1x}, Y_{2x})$ справа и поэтому $H_x(t) = P(\xi_x \le t) = 1 - (1 - K_x(t))(1 - G_{2x}(t))$, где $K_x(t) = P(\min(Z_x, Y_{1x}) \le t) = 1 - (1 - F_x(t))(1 - G_{1x}(t))$.

В данной модели цензурирование справа является частично-информативным, т.е. пара (Z_x, Y_{1x}) отвечает МПИ. В МПИ предполагается, что существует число $\beta_x > 0$ такое, что $1 - G_{1x}(t) = (1 - F_x(t))^{\beta_x}$, $t \ge 0$. В рассматриваемой модели оценку для $F_x(t)$ по выборке $S_2^{(n)}$ построим следующим образом:

$$1 - F_{xh}^0(t) = \left[1 - H_{xh}(t)\right]^{\gamma_{xh} R_{xh}^0(t)}, \ (t, x) \in R^+ \times [0,1], \qquad (6)$$

где $\gamma_{xh} = p_{xh}^{(1)}(p_{xh}^{(1)} + p_{xh}^{(0)})^{-1}$, $p_{xh}^{(m)} = \sum_{i=1}^{n} \omega_{ni}(x; h_n) I(\delta_i = m)$, $m = -1, 0, 1$;

$$R_{xh}^0(t) = \tilde{\Lambda}_{xh}(t)(\Lambda_{xh}(t))^{-1},\ \Lambda_{xh}(t) = \tilde{\Lambda}_{xh}(t) + \tilde{\tilde{\Lambda}}_{xh}(t),\ H_{xh}(t) = \tilde{H}_{xh}(t) + \tilde{\tilde{H}}_{xh}(t),$$

$$\tilde{H}_{xh}(t) = \sum_{i=1}^{n} \omega_{ni}(x; h_n)(\xi_i \le t, \delta_i \ne -1),\ \tilde{\tilde{H}}_{xh}(t) = \sum_{i=1}^{n} \omega_{ni}(x; h_n) I(\xi_i \le t, \delta_i = -1).$$

Пусть $\tilde{H}_x^{(1)}(t) = P(\xi_x \le t, \delta_x = 1)$, $\tilde{H}_x^{(0)}(t) = P(\xi_x \le t, \delta_x = 0)$. Тогда $\tilde{H}_x(t) = P(\xi_x \le t, \delta_x \ne -1) = \tilde{H}_x^{(0)}(t) + \tilde{H}_x^{(1)}(t)$. В формулу оценки (6) входит статистика γ_{xh}, являющаяся оценкой $\gamma_x = (\beta_x + 1)^{-1} = p_x^{(1)}(p_x^{(1)} + p_x^{(0)})^{-1}$,

$$p_x^{(0)} = \tilde{H}_x^{(0)}(\infty) = \beta_x p_x^{(1)},\ p_x^{(1)} = \tilde{H}_x^{(1)}(\infty) = \int_0^\infty (1 - F_x(u))^{\beta_x}(1 - G_{2x}(u-)) dF_x(u),$$

$$p_x^{(0)} + p_x^{(1)} = 1 - p_x^{(-1)},\ p_x^{(-1)} = \tilde{\tilde{H}}_x(\infty).$$

В данном параграфе наряду с (У1), (У2), также рассматриваются условия

(У3)' $\ddot{H}_x(t)$, $\ddot{\tilde{H}}_x(t)$, $H_x''(t)$, $\tilde{H}_x''(t)$, $\dot{H}_x'(t)$, $\dot{\tilde{H}}_x'(t)$ существуют и непрерывны для $(t, x) \in [\tau, T] \times [0,1]$;

(У4)' $\ddot{p}_x^{(m)}$, $m = 0,1$, существуют и непрерывны для $x \in [0,1]$.

Теорема 4. Пусть выполнены условия (У1), (У2), а для функций H_x, $\tilde{H}_x$, $p_x^{(m)}$, $m = 0,1$, условия (У3)', (У4)' и при $n \to \infty$, $h_n \to 0$, $\frac{\log n}{nh_n} = o(1)$, $\frac{nh_n^5}{\log n} = O(1)$. Тогда для $\tau \le t \le T$:

$$\sup_{\tau \le t \le T} \left| F_{xh}^0(t) - F_x(t) \right| \overset{\text{п.н.}}{=} O\left((nh_n)^{-1/2}(\log n)^{1/2}\right).$$

Имеет место также и утверждение об асимптотическом представлении оценки (6) нормированной суммой случайных функций.

Теорема 5. В условиях теоремы 4 при $\tau \le t \le T$ и $n \to \infty$ имеет место представление

$$F_{xh}^0(t) - F_x(t) = \sum_{i=1}^{n} \omega_{ni}(x;h_n)\Psi_{tx}^0\left(\xi_i,\delta_i\right) + R_n^0(t,x),$$

где

$$\Psi_{tx}^0\left(\xi_i,\delta_i\right) = \gamma_x(1-F_x(t))\left\{\int_0^t \frac{(I(\xi_i \le u) - H_x(u))d\tilde{H}_x(u)}{(1-H_x(u))^2} + \right.$$

$$+\frac{(I(\xi_i \le t,\delta_i \ne -1) - \tilde{H}_x(t))}{1-H_x(t)} - \int_0^t \frac{(I(\xi_i \le u,\delta_i \ne -1) - \tilde{H}_x(u))dH_x(u)}{(1-H_x(u))^2} -$$

$$\left. -\frac{1}{(p_x^{(1)})^2}\log(1-F_x(t))\left[p_x^{(0)}I(\delta_i = 1) - p_x^{(1)}I(\delta_i = 0)\right]\right\},$$

и при $n \to \infty$, $\sup\limits_{\tau \le t \le T}\left|R_n^0(t,x)\right| \overset{\text{п.н.}}{=} O\left((nh_n)^{-3/4}(\log n)^{3/4}\right)$.

Свойство асимптотической нормальности оценки (6) содержится в следующей теореме.

Теорема 6. Пусть выполнены условия (У1), (У2), а функции $H_x, \tilde{H}_x$ и $p_x^{(m)}$, $m = 0,1,$ удовлетворяют условиям (У3)', (У4)' при $\tau \le t \le T$. Тогда

(A) если $nh_n^5 = o(1)$ и $\left(nh_n\right)^{-1}\left(\log n\right)^3 = o(1)$ при $n \to \infty$, то

$$\left(nh_n\right)^{1/2}\left(F_{xh}^0(t) - F_x(t)\right) \overset{D}{\Rightarrow} N\left(0;\sigma_x^{*^2}(t)\right);$$

(B) если $h_n = Cn^{-1/5}$ при некотором $C > 0$, то при $n \to \infty$

$$\left(nh_n\right)^{1/2}\left(F_{xh}^0(t) - F_x(t)\right) \overset{D}{\Rightarrow} N\left(a_x^*(t);\sigma_x^{*^2}(t)\right),$$

где

$$a_x^*(t) = \frac{1}{2}\gamma_x\left(1-F_x(t)\right)\left\{\int_0^t \frac{\ddot{H}_x(u)d\tilde{H}_x(u)}{(1-H_x(u))^2} + \int_0^t \frac{d\ddot{\tilde{H}}_x(u)}{1-H_x(u)} - \right.$$

$$\left. -\frac{1}{(p_x^{(1)})^2}\log(1-F_x(t))\left[p_x^{(0)}\ddot{p}_x^{(1)} - p_x^{(1)}\ddot{p}_x^{(0)}\right]\right\}m_2(\pi)C^{5/2},$$

$$\sigma_x^{*^2}(t) = \left\|\pi\right\|_2^2\gamma_x^2(1-F_x(t))^2\left\{\int_0^t \frac{d\tilde{H}_x(u)}{(1-H_x(u))^2} + \frac{p_x^{(0)}(p_x^{(0)} + p_x^{(1)})}{(p_x^{(1)})^3}\log^2(1-F_x(t))\right\}.$$

Рассмотрим гауссовский процесс $W_x^0(t)$ с нулевым средним и ковариационной функцией при $s,t \in [\tau,T]$:

$$Q_{st}^0 = \left\|\pi\right\|_2^2\gamma_x^2(1-F_x(t))(1-F_x(s))\left\{\int_0^{\min(t,s)} \frac{d\tilde{H}_x(u)}{(1-H_x(u))^2} + \right.$$

$$+\frac{p_x^{(0)}(p_x^{(0)}+p_x^{(1)})}{(p_x^{(1)})^3}\log(1-F_x(t))\log(1-F_x(s))\Bigg\},$$

а также гауссовский процесс $\tilde{W}_x^{\,0}(t)$ со средним $a_x^*(t)$ и ковариацией Q_{st}^0. Пусть $\{W_{nx}^{\,0}(t)=(nh_n)^{1/2}(F_{xh}^0(t)-F_x(t)), \tau\le t\le T\}$.

Теорема 7. Пусть выполнены условия теоремы 6. Тогда

$(A)'$ в условиях (A): $W_{nx}^{\,0}(\cdot)\overset{D}{\Rightarrow}W_x^{\,0}(\cdot)$ в $D[\tau,T]$;

$(B)'$ в условиях (B): $W_{nx}^{\,0}(\cdot)\overset{D}{\Rightarrow}\tilde{W}_x^{\,0}(\cdot)$ в $D[\tau,T]$;

В диссертации показано (Замечание 2.2.2), что использование оценки (6), учитывающую информативность случайного цензурирования справа вместо оценки (5) является оправданным. Оценка (6) является асимптотически эффективной по сравнению с оценкой (5) так как имеет место неравенство $\|\pi\|_2^2\gamma_x(1-F_x(t))^2\log^2(1-K_x(t))<\sigma_x^{*2}(t)<\tilde{\sigma}_x^2(t),\ \tau\le t\le T,$ где $\tilde{\sigma}_x^2(t)$ и $\sigma_x^{*2}(t)$ асимптотические дисперсии соответственно оценок (5) и (6).

В параграфе 2.3 исследован бутстреп аналог оценки (5). Пусть $F_{xg}(t)$ и $G_{xg}(t)$ степенные оценки для $F_x(t)$ и $G_x(t)$ структуры (5), построенные по выборке $S_1^{(n)}$, с шириной окна $\{g_n\downarrow 0,\ n\to\infty\}$, где $G_{xg}(t)$ вычисляется по формуле $F_{xg}(t)$ заменой везде индикаторы δ_i соответственно на $1-\delta_i$. Образуем новую бутстреп выборку следующим образом:

$Z_1^*,...,Z_n^*$ – независимые с.в. с общей ф.р. F_{x_ig};

$C_1^*,...,C_n^*$ – независимые с.в. с общей ф.р. G_{x_ig};

Здесь Z_i^* и C_i^* независимы и наблюдается $S_1^{(n)*}=\left\{\left(\xi_i^*,\delta_i^*,X_i\right),i=\overline{1,n}\right\}$ выборка. Пусть $g_n/h_n\to\infty$ с определенной скоростью при $n\to\infty$. Сформулируем бутстреп версию Теоремы 3 $(B)'$. При этом вместо условия (У2) используем

(У2)' Ядро π является дважды дифференцируемой плотностью с компактным носителем $[-M,M]$, при некотором $M>0$, $m_1(\pi)=0$, π''-непрерывна и $\pi(-M)=\pi'(-M)=\pi(M)=\pi'(M)=0$.

Пусть $F_{xhg}^*(t)$ - оценка для $F_x(t)$, построенная по выборке $S_1^{(n)*}$.

Теорема 8. Пусть справедливы условия (У1), (У2)', распределения H_x и $\tilde{H}_x$ удовлетворяют (У5)-(У7). Если $h_n=Cn^{-1/5}$ при некотором $C>0,\ g_n\to 0,$ $\frac{n g_n^5}{\log n}\to\infty,$ то при $n\to\infty$

$$(nh_n)^{1/2}(F_{xhg}^*(\cdot)-F_{xg}(\cdot))\overset{D}{\Rightarrow}\tilde{W}_x(\cdot)\ \text{ в }\ D[\tau,T],\ P^*\text{-п.н.}$$

где гауссовский процесс $\tilde{W}_x(\cdot)$ определен в теореме 3.

Третья глава диссертации, названная **«Свойства оценок условных функций выживания при случайном цензурировании наблюдений с двух сторон»**, посвящена исследованию степенных оценок в модели регрессии с фиксированным дизайном при случайном цензурировании величин отклика с двух сторон. При этом построенные оценки являются непараметрическими (параграф 3.1) и полупараметрическими (параграф 3.2). Пусть величина отклика Z полностью ненаблюдаема и подвергается случайному цензурированию с двух сторон величинами L и Y. Предполагается, что величины $\{L,Z,Y\}$ независимы в совокупности при заданной ковариате $X=x$. Пусть $\left\{\left(L_k,Z_k,Y_k\right),k=\overline{1,n}\right\}$ независимые реализации $\{L,Z,Y\}$ и наблюдается выборка $S_3^{(n)}=\left\{\left(\xi_i,\chi_i^{(0)},\chi_i^{(1)},\chi_i^{(2)},X_i\right),i=\overline{1,n}\right\}$, где $\xi_i=\max\{L_i,\min(Z_i,Y_i)\}$, $\chi_i^{(0)}=I(\min(Z_i,Y_i)<L_i)$, $\chi_i^{(1)}=I(L_i\le Z_i\le Y_i)$, $\chi_i^{(2)}=I(L_i\le Y_i<Z_i)$. Заметим, что Z_i наблюдаемы лишь в случае $\chi_i^{(1)}=1$. Пусть F_{x_i}, G_{x_i}, K_{x_i} и H_{x_i} - условные ф.р. соответствующие с.в. Z_i, Y_i, L_i и ξ_i при заданной ковариате $X_i=x_i$ являются непрерывными. Легко видеть, что $H_{x_i}(t)=K_{x_i}(t)\left[1-(1-G_{x_i}(t))(1-F_{x_i}(t))\right],\ t\ge 0$. Задача состоит в оценивании $F_x(t)$ по выборке $S_3^{(n)}$ при мешающих распределениях (K_x,G_x). Поскольку цензурирование происходит и слевой стороны в данной модели оценим ф.р. $F_{\tau x}(t)=P(Z_x\le t/Z_x\ge\tau),\ t\ge\tau\ge 0$. Определим субраспределения $T_x^{(m)}(t)=P(\xi_x\le t,\chi_x^{(m)}=1)$ и их эмпирические оценки $T_{xh}^{(m)}(t)=\sum_{i=1}^{n}\omega_{ni}\left(x;h_n\right)I(\xi_i\le t,\chi_i^{(m)}=1),\ m=0,1,2$, такие, что $H_x(t)=\sum_{m=0,1,2}T_x^{(m)}(t)$, $H_{xh}(t)=\sum_{m=0,1,2}T_{xh}^{(m)}(t)$. Пусть $q_{xh}(t)=K_{xh}(t)-H_{xh}(t)$, где

$$K_{xh}(t)=\exp\left\{\int_t^{+\infty}\frac{dT_{xh}^{(0)}(u)}{H_{xh}(u)}\right\},(t,x)\in[\tau,\infty)\times[0,1],$$

экспоненциальная оценка для $K_x(t)$. Определим условную интегральную функцию интенсивности $\Lambda_{\tau x}^{(1)}(t)=\int_\tau^t\frac{dF_{\tau x}(u)}{1-F_{\tau x}(u)}$, и ее оценку $\Lambda_{\tau xh}^{(1)}(t)=\int_\tau^t\frac{dT_{xh}^{(1)}(u)}{q_{xh}(u)}$, $(t,x)\in[\tau,\infty)\times[0,1]$. Оценка для $F_{\tau x}(t)$ задаётся формулой

$$1-F_{\tau xh}(t)=\left[\frac{q_{xh}(t)}{q_{xh}(\tau)}\right]^{R_{\tau xh}(t)},(t,x)\in[\tau,\infty)\times[0,1],$$

где $R_{\tau xh}(t)=\Lambda_{\tau xh}^{(1)}(t)\left[-\int_\tau^t\frac{dq_{xh}(u)}{q_{xh}(u)}\right]^{-1}$.

Вместо условий (У3)-(У7) рассмотрим одно условие

(У3)" $H''_x(t)$, $\dot{H}'_x(t)$, $\ddot{T}_x^{(m)}(t)$, $T_x^{(m)''}(t)$, $\dot{T}_x^{(m)'}(t)$, $m=0,1$, существуют и непрерывны для $(t,x)\in[\tau,T]\times[0,1]$.

Теорема 9. Пусть выполнены условия (У1), (У2), а для функций H_x, $T_x^{(0)}$, $T_x^{(1)}$ условие (У3)" и при $n\to\infty$, $h_n\to 0$, $\frac{\log n}{nh_n}=o(1)$, $\frac{nh_n^5}{\log n}=O(1)$. Тогда для $\tau\le t\le T$:

$$F_{\tau xh}(t)-F_{\tau x}(t)=\sum_{i=1}^{n}\omega_{ni}(x;h_n)\Psi_{\tau tx}(\xi_i,\chi_i^{(0)},\chi_i^{(1)},\chi_i^{(2)})+R_n(t,x),$$

где

$$\Psi_{\tau tx}(\xi_i,\chi_i^{(0)},\chi_i^{(1)},\chi_i^{(2)})=\left(1-F_{\tau x}(t)\right)\left\{\int_{\tau}^{t}\frac{((I(\xi_i\le u)-H_x(u))-\lambda_{xh}(u))dT_x^{(1)}(u)}{(K_x(u)-H_x(u))^2}+\right.$$

$$+\frac{(I(\xi_i\le t,\chi_i^{(1)}=1)-T_x^{(1)}(t))}{K_x(t)-H_x(t)}-\frac{I(\xi_i\le\tau,\chi_i^{(1)}=1)-T_x^{(1)}(\tau)}{K_x(\tau)-H_x(\tau)}+$$

$$\left.+\int_{\tau}^{t}\frac{(I(\xi_i\le u,\chi_i^{(1)}=1)-T_x^{(1)}(u))d(K_x(u)-H_x(u))}{(K_x(u)-H_x(u))^2}\right\},$$

$$\lambda_{xh}(t)=K_x(t)\sum_{i=1}^{n}\left\{\int_{t}^{+\infty}\frac{(I(\xi_i\le u)-H_x(u))dT_x^{(0)}(u)}{H_x^2(u)}-\right.$$

$$\left.-\frac{I(\xi_i\le t,\chi_i^{(0)}=1)-T_x^{(0)}(t)}{H_x(t)}-\int_{t}^{+\infty}\frac{(I(\xi_i\le u,\chi_i^{(0)}=1)-T_x^{(0)}(u))dH_x(u)}{H_x^2(u)}\right\},$$

и при $n\to\infty$, $\sup_{\tau\le t\le T}\left|R_n(t,x)\right|\overset{\text{п.н.}}{=}O\left((nh_n)^{-3/4}(\log n)^{3/4}\right)$.

Из теоремы 9 также следует равномерно сильная состоятельность оценки $F_{\tau xh}(t)$ для $F_{\tau x}(t)$ для $t\in[\tau,T]$.

В параграфе 3.2 диссертации исследуется полупараметрическая оценка в информативной модели случайного цензурирования рассмотренного в параграфе 3.1. Пусть $N_x(t)=P(\min(Z_x,Y_x)\le t)=1-(1-F_x(t))(1-G_x(t)),\ t\ge 0$. Предположим, что цензурирование с двух сторон является информативным и ф.р. цензурирующих случайных величин зависят от F_x и N_x следующим образом:

$$\begin{cases}1-G_x(t)=\left(1-F_x(t)\right)^{\theta_x},\\ K_x(t)=\left(N_x(t)\right)^{\beta_x},\end{cases}\tag{7}$$

где θ_x и β_x – положительные неизвестные параметры. Рассматриваемая модель регрессии с фиксированным дизайном (7) характеризуется следующей теоремой.

Теорема 10. Равенства (7) имеют место тогда и только тогда, когда случайная величина $\xi_x=\max\{L_x,\min(Z_x,Y_x)\}$ и вектор $(\chi_x^{(0)},\chi_x^{(1)},\chi_x^{(2)})$ независимы при заданной ковариате $X=x$.

Данное свойство модели играет существенную роль при исследовании следующей оценки условной ф.р. $F_x(t)$, построенной по выборке $S_3^{(n)}$ с учетом информативности цензурирования (7):

$$\tilde{F}_{xh}(t)=1-\left\{1-\left[H_{xh}(t)\right]^{\lambda_{xh}}\right\}^{\gamma_{xh}},\ (t,x)\in R^{+}\times[0,1], \tag{8}$$

где $\lambda_{xh}=1-p_{xh}^{(0)}$, $\gamma_{xh}=p_{xh}^{(1)}(1-p_{xh}^{(0)})^{-1}$ и $p_{xh}^{(m)}=\sum_{i=1}^{n}\omega_{ni}(x;h_n)\chi_i^{(m)}, m=0,1,2.$

В данном параграфе наряду с (У1), (У2), также рассматриваются условия

(У3)* $\dot{H}_x(t),\ \ddot{H}_x(t)$ – существуют и непрерывны для $(t,x)\in[\tau,T]\times[0,1]$;

(У4)* $\dot{\theta}_x,\ \dot{\beta}_x,\ \ddot{\theta}_x,\ \ddot{\beta}_x$ – существуют и непрерывны для $x\in[0,1]$. Обозначим $\|\dot{H}\|=\left\{\sup\left|\dot{H}_x(t)\right|,(t,x)\in[\tau,T]\times[0,1]\right\}$, $\|\ddot{H}\|=\left\{\sup\left|\ddot{H}_x(t)\right|,(t,x)\in[\tau,T]\times[0,1]\right\}$,

$$\left\|\dot{p}_x^{(m)}\right\|=\left\{\sup\left|\dot{p}_x^{(m)}\right|,\ x\in[0,1]\right\},\ \left\|\ddot{p}_x^{(m)}\right\|=\left\{\sup\left|\ddot{p}_x^{(m)}\right|,x\in[0,1]\right\},\ m=0,1;$$

$$r^{-1}=\left\{\sup\left[\left(H_x(t)\right)^{p_x^{(0)}}-H_x(t)\right]^{-1},\ t\in[\tau,T]\right\}.$$

Справедлива теорема об экспоненциальной оценке и равномерной сильной состоятельности оценки (8).

Теорема 11. Пусть выполнены условия (У1), (У2), а для функций H_x, $p_x^{(0)}$, $p_x^{(1)}$ условия (У3)*, (У4)*, $r>0$ и $h_n\to 0$.

(A) Для $\varepsilon>0$ и достаточно большого n, пусть

$$\min\left(\frac{1}{p_x^{(0)}},\frac{1}{1-p_x^{(0)}},\frac{1}{p_x^{(1)}}\right)\geq\max\left(\frac{r}{r+8},\frac{\varepsilon}{\varepsilon+3}\right)\geq\frac{\varepsilon r}{\varepsilon r+18}\geq$$
$$\geq 4\max\left\{r^{-1}\left(\|\dot{H}\|\overline{\Delta}_n+\|\ddot{H}\|m_2(\pi)h_n^2\right),\left[r\left(1-p_x^{(0)}\right)\right]^{-1}\cdot\right.$$
$$\left.\cdot\left(\left\|\dot{p}_x^{(0)}\right\|\overline{\Delta}_n+\left\|\ddot{p}_x^{(0)}\right\|m_2(\pi)h_n^2\right),\left(p_x^{(1)}\right)^{-1}\left(\left\|\dot{p}_x^{(1)}\right\|\overline{\Delta}_n+\left\|\ddot{p}_x^{(1)}\right\|m_2(\pi)h_n^2\right)\right\}.$$

Тогда

$$P\left(\sup_{\tau\le t\le T}\left|\tilde{F}_{xh}(t)-F_x(t)\right|>\varepsilon\right)\le\frac{4C_1}{r}\left[\frac{(r+8)}{H_x(\tau)}e^{-C_2\left(\frac{rH_x(\tau)}{r+8}\right)^2nh_n}+e^{-C_2\left(\frac{r}{4}\right)^2nh_n}+\right.$$
$$\left.+\frac{3}{2\varepsilon}e^{-C_2\left(\frac{\varepsilon r}{6}\right)^2nh_n}\right]+4\left[e^{-C_0\left(\frac{rp_x^{(0)}}{r+8}\right)^2nh_n}+e^{-C_0\left(\frac{\varepsilon r\left(1-p_x^{(0)}\right)}{\varepsilon r+18}\right)^2nh_n}+e^{-C_0\left(\frac{\varepsilon p_x^{(1)}}{\varepsilon+3}\right)^2nh_n}\right],$$

для некоторых абсолютных постоянных C_0, C_1 и C_2.

(B) Если при $n\to\infty$, $\frac{nh_n^5}{\log n}=O(1)$, то $\sup_{\tau\le t\le T}\left|\tilde{F}_{xh}(t)-F_x(t)\right|\overset{\text{п.н.}}{=}O\left(\left(\frac{\log n}{nh_n}\right)^{1/2}\right).$

Следующий результат состоит в асимптотическом представлении оценок (8) в виде взвешенной суммы с оценкой остаточного члена.

Теорема 12. Пусть выполнены условия (У1), (У2), а для функций H_x, $p_x^{(0)}$, $p_x^{(1)}$ условия (У3)*, (У4)*, $r>0$ и при $n\to\infty$, $h_n\to 0$, $\frac{nh_n^5}{\log n}=O(1)$. Тогда для $t\in[\tau,T]$:

$$\tilde{F}_{xh}(t)-F_x(t)=\sum_{i=1}^{n}\omega_{ni}\left(x;h_n\right)\tilde{\Psi}_{tx}\left(\xi_i,\chi_i^{(0)},\chi_i^{(1)},\chi_i^{(2)}\right)+\tilde{q}_n\left(t,x\right),$$

где

$$\tilde{\Psi}_{tx}\left(\xi_i,\chi_i^{(0)},\chi_i^{(1)},\chi_i^{(2)}\right)=\left(1-F_x(t)\right)\Big\{p_x^{(1)}\left[\left(H_x(t)\right)^{p_x^{(0)}}-H_x(t)\right]^{-1}\cdot$$

$$\cdot\left(I\left(\xi_i\le t\right)-H_x(t)\right)-\left[\frac{p_x^{(1)}}{\left(1-p_x^{(0)}\right)^2}\log\left[1-\left(H_x(t)\right)^{1-p_x^{(0)}}\right]+\right.$$

$$\left.+\frac{p_x^{(1)}}{1-p_x^{(0)}}H_x(t)\log H_x(t)\left[\left(H_x(t)\right)^{p_x^{(0)}}-H_x(t)\right]^{-1}\right]\left(\chi_i^{(0)}-p_x^{(0)}\right)-$$

$$-\frac{1}{1-p_x^{(0)}}\log\left[1-\left(H_x(t)\right)^{1-p_x^{(0)}}\right]\left(\chi_i^{(1)}-p_x^{(1)}\right)\Big\},$$

и при $n\to\infty$, $\sup\limits_{\tau\le t\le T}\left|\tilde{q}_n\left(t,x\right)\right|\overset{\text{п.н.}}{=}O\left(\frac{\log n}{nh_n}\right)$.

Следует отметить, что скорость аппроксимации в теореме 12 является оптимальной, чем в теоремах 1, 5 и 9. Асимптотическая нормальность оценок (8) содержится в следующем утверждении.

Теорема 13. Пусть выполнены условия (У1), (У2), а функции H_x, $p_x^{(0)}$, $p_x^{(1)}$ удовлетворяют условиям (У3)*, (У4)* и $r>0$. Тогда

(A) если $nh_n^5=o(1)$ и $(nh_n)^{-1/2}\log n=o(1)$, тогда при $n\to\infty$ и $t\in[\tau,T]$

$$(nh_n)^{1/2}(\tilde{F}_{xh}(t)-F_x(t))\overset{D}{\Rightarrow}N\left(0,\sigma_x^2(t)\right);$$

(B) если $h_n=Cn^{-1/5}$ при некотором $C>0$, тогда при $n\to\infty$ и $t\in[\tau,T]$

$$(nh_n)^{1/2}(\tilde{F}_{xh}(t)-F_x(t))\overset{D}{\Rightarrow}N\left(a_x(t),\sigma_x^2(t)\right),$$

где

$$a_x(t)=\frac{1}{2}(1-F_x(t))\Big\{p_x^{(1)}\left[\left(H_x(t)\right)^{p_x^{(0)}}-H_x(t)\right]^{-1}\ddot{H}_x(t)-$$

$$-\left[\frac{p_x^{(1)}}{(1-p_x^{(0)})^2}\log\left[1-\left(H_x(t)\right)^{1-p_x^{(0)}}\right]+\right.$$

$$\left.+\frac{p_x^{(1)}}{1-p_x^{(0)}}H_x(t)\log H_x(t)\left[\left(H_x(t)\right)^{p_x^{(0)}}-H_x(t)\right]^{-1}\right]\ddot{p}_x^{(0)}-$$

$$-\frac{1}{1-p_x^{(0)}}\log\left[1-\left(H_x(t)\right)^{1-p_x^{(0)}}\right]\ddot{p}_x^{(1)}\Big\}m_2(\pi)C^{5/2},$$

$$\sigma_x^2(t)=\|\pi\|_2^2(1-F_x(t))^2\left\{A_x^2(t)H_x(t)(1-H_x(t))+B_x^2(t)p_x^{(0)}(1-p_x^{(0)})+\right.$$
$$\left.+C_x^2(t)p_x^{(1)}(1-p_x^{(1)})-2B_x(t)C_x(t)p_x^{(0)}p_x^{(1)}\right\},$$

Пусть $\{\tilde W_{nx}(t)=(nh_n)^{1/2}(\tilde F_{xh}(t)-F_x(t)),\ \tau\le t\le T\}$ и $\tilde W_x(t)$ – гауссовский процесс с нулевым средним и ковариационной функцией при $s,t\in[\tau,T]$:

$$\tilde Q_{st}=\|\pi\|_2^2\left(1-F_x(s)\right)\left(1-F_x(t)\right)\left\{A_x(s)A_x(t)\left[H_x(\min(s,t)-H_x(s)H_x(t)\right]+\right.$$
$$\left.+B_x(s)B_x(t)p_x^{(0)}(1-p_x^{(0)})+C_x(s)C_x(t)p_x^{(1)}(1-p_x^{(1)})-2B_x(\min(s,t)C_x(\min(s,t)\right\},$$

где

$$A_x(t)=p_x^{(1)}\left[\left(H_x(t)\right)^{p_x^{(0)}}-H_x(t)\right]^{-1},B_x(t)=-\left[\frac{p_x^{(1)}}{1-p_x^{(0)}}C_x(t)+\frac{A_x(t)}{1-p_x^{(0)}}H_x(t)\log H_x(t)\right],$$
$$C_x(t)=-\frac{1}{1-p_x^{(0)}}\log\left[1-\left(H_x(t)\right)^{1-p_x^{(0)}}\right],$$

а также гауссовский процесс $\tilde W_x^*(t)$ со средним $a_x(t)$ и ковариацией $\tilde Q_{st}$.

Теорема 14. Пусть выполнены условия Теоремы 13. Тогда

$(A)'$ в условиях (A): $\tilde W_{nx}(\cdot)\overset{D}{\Rightarrow}\tilde W_x(\cdot)$ в $D[\tau,T]$.

$(B)'$ в условиях (B): $\tilde W_{nx}(\cdot)\overset{D}{\Rightarrow}\tilde W_x^*(\cdot)$ в $D[\tau,T]$.

В заключении параграфа 3.2 рассматривается задача оценивания «урезанной» версии условного среднего остаточного времени жизни

$$\mu_x^T(t)=M\left[(Z_x-t)/t<Z_x<T\right]=(1-F_x(t)^{-1}\cdot\int_t^T\left(1-F_x(s)\right)ds,\ \tau<t<T,\qquad(9)$$

статистикой $\mu_{xh}^T(t)=\left(1-\tilde F_{xh}(t))\right)^{-1}\cdot\int_t^T\left(1-\tilde F_{xh}(s)\right)ds,\ \tau<t<T.$ Справедливо следующее утверждение об асимптотической нормальности оценки (9).

Теорема 15. Пусть выполнены условия Теоремы 13.

(A) Если $nh_n^5=o(1)$ и $(nh_n)^{-1/2}\log n=o(1)$ при $n\to\infty$, то для $\tau<t<T$

$$(nh_n)^{1/2}\left(\mu_{xh}^T(t)-\mu_x^T(t)\right)\overset{D}{\Rightarrow}N\left(0,\beta_x^2(t)\right);$$

(B) Если $h_n=Cn^{-1/5}$ при некотором $C>0$, то при $n\to\infty$ и $\tau<t<T$

$$(nh_n)^{1/2}\left(\mu_{xh}^T(t)-\mu_x^T(t)\right)\overset{D}{\Rightarrow}N\left(\alpha_x(t),\beta_x^2(t)\right),$$

где $\alpha_x(t)$ и $\beta_x^2(t)$ определяются формулами

$$\alpha_x(t)=\frac{1}{2\left(1-F_x(t)\right)}\left\{\int_t^T a_x(s)\,ds-a_x(t)\int_t^T\left(1-F_x(s)\right)ds\right\}m_2(\pi)C^{5/2},$$

$$\beta_x^2(t)=\|\pi\|_2^2\frac{1}{\left(1-F_x(t)\right)^2}\int_t^T\left(\int_t^T(1-F_x(s))ds\right)^2d\gamma_x(s),$$

$$\gamma_x(t)=A_x^2(t)H_x(t)(1-H_x(t))+B_x^2(t)p_x^{(0)}(1-p_x^{(0)})+$$

$$+C_x^2(t)p_x^{(1)}(1-p_x^{(1)})-2B_x(t)C_x(t)p_x^{(0)}p_x^{(1)}.$$

Четвертая глава диссертации, названная **«Оценивание функционалов в модели гетеросцедастичной регрессии»**, посвящена оцениванию условной ф.р. $F_x(t)$ отклика $Z=m(X)+\sigma(X)\varepsilon$ при заданном значении случайной ковариаты $X=x$, где $m(x)=M(Z/X=x)$, $\sigma^2(x)=D(Z/X=x)$. В параграфе 4.1 рассмотрим случай, когда в выборке наблюдений пар $(Z_1,X_1),...,(Z_n,X_n)$ подвыборка $\{Z_1,....,Z_n\}$ удовлетворяет условию α-перемешивания при $n\to\infty$:

$$\alpha(n)=\left\{\sup_{k\geq 1}\left|P(A\cap B)-P(A)P(B)\right|:A\in\mathcal{F}_1^k(Z),B\in\mathcal{F}_{k+n}^{\infty}(Z)\right\}\to 0,$$

где $\mathcal{F}_i^k(Z)$ – σ-алгебра событий, порожденная совокупностью с.в. $\{Z_j, i\leq j\leq k\}$. В качестве оценки для $F_x(t)$ рассмотрим оценку (4) Надарая-Ватсона $\tilde{F}_{xh}(t)$.

Исследуем среднеквадратическое отклонение оценки (4) от $F_x(t)$. В связи с этим введем условия:

(H) При $n\to\infty$, $h_n\downarrow 0$ и $nh_n\to\infty$;

(K) Ядро $k(\cdot)$ является непрерывной, ограниченной и симметричной плотностью с компактным носителем $[-M,M]$, при $M>0$;

(F) При фиксированном $t\in R^+$ существует и ограничена производная $\ddot{F}_x(t)$ в окрестности U_x точки x ($U_x\subseteq\mathbb{D}_X$).

Теорема 16. Пусть выполнены условия (H), (K), (F) и последовательность $\{Z_i, i\geq 1\}$ удовлетворяет условию α- перемешивания при $n\to\infty$, $\alpha(n)\to 0$ так, что $\frac{1}{nh_n^2}\sum_{i=1}^{n-1}\alpha(i)\to 0.$ Тогда при $n\to\infty$

$$M\left[\tilde{F}_{xh}(t)-F_x(t)\right]^2=\left[\frac{h_n^2}{2}\ddot{F}_x(t)\int u^2k(u)du\right]^2+$$

$$+\frac{1}{nh_n}\int u^2k(u)du\cdot F_x(t)(1-F_x(t))+o\left(h_n^4+\frac{1}{nh_n}\right).$$

Следствие 2. В условиях теоремы 16 при достаточно больших n имеем следующее асимптотическое выражение для дисперсии оценки (4):

$$D\tilde{F}_{xh}(t)=\frac{1}{nh_n}F_x(t)(1-F_x(t))\int k^2(u)du+o(1),\ x\in(h_n,1-h_n).$$

При помощи оценки (4) для функционалов сдвига $m(x)$ и масштаба $\sigma^2(x)$ с учетом представлений (3) построим оценки

$$m_h(x)=\int_0^1 F_{xh}^{-1}(s)J(s)ds,\ \sigma_h^2(x)=\int_0^1\left(F_{xh}^{-1}(s)\right)^2J(s)ds-m_h^2(x),\ \ x\in\mathbb{D}_X,$$

которые при некоторых дополнительных условиях наряду с оценкой (4) являются равномерно сильно-состоятельными с оценкой скорости сходимости:

$$\sup_{x\in \mathbb{D}_X}\sup_{t\in R^+}\left|\tilde{F}_{xh}(t)-F_x(t)\right| \overset{\text{п.н.}}{=} O\big(g(n)\big),\ \sup_{x\in \mathbb{D}_X}\left|m_h(x)-m(x)\right| \overset{\text{п.н.}}{=} O\big(g(n)\big),$$

$$\sup_{x\in \mathbb{D}_X}\left|\sigma_h^2(x)-\sigma^2(x)\right| \overset{\text{п.н.}}{=} O\big(g(n)\big),$$

где $g(n)=\max\left\{h_n^{\alpha},\left(\dfrac{\log n}{nh_n}\right)^{1/2}\right\}$ и α определяется степенью гладкости функции $F_x(t)$ по $x\in \mathbb{D}_X$.

В параграфе 4.2 в модели гетеросцедастичной регрессии исследуется квадратичный риск $I(h_n)=\int\limits_a^b M\left[\tilde{F}_{xh}(t)-F_x(t)\right]^2 w(x)dx$ оценки (4) при фиксированном $t\in R^+$, где $\{w(x),\, x\in \mathbb{D}_X\}$ заданная весовая функция. Из условия минимизации риска $I(h_n)$ найдено оптимальное значение $h_{n,opt}=An^{-1/5}$, где число A зависит от степени гладкости функции $F_x(t)$ по $x\in \mathbb{D}_X$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Настоящая диссертационная работа посвящена задачам непараметрического и полупараметрического оценивания функционалов от условных распределений в моделях регрессии с фиксированными ковариатами и гетеросцедастичностью. При этом основное внимание уделено также и случаю неполноты и слабой зависимости наблюдений. Неполные наблюдения образуют неоднородную многомерную выборку состоящую из зависимых наблюдений. По приведённым в диссертации результатам можно сделать выводы о том, что в ней:

1. Построена степенная оценка в модели регрессии с фиксированным дизайном с случайным цензурированием и частично-информативным цензурированием справа;
2. Установлена аппроксимация степенной оценки суммой независимых случайных функций с оценкой скорости;
3. Доказана слабая сходимость нормированной оценки к гауссовскому процессу по бутстреп выборке при случайном цензурировании справа;
4. Построена степенная оценка в модели регрессии с фиксированным дизайном с случайным цензурированием с двух сторон;
5. Установлена аппроксимация степенной оценки суммой независимых случайных функций с оценкой скорости;
6. Построена полупараметрическая степенная оценка в модели регрессии с информативным цензурированием с двух сторон;

7. Оценка аппроксимирована суммой независимых случайных функций и доказана слабая сходимость нормированной оценки к гауссовскому процессу;

8. По α-перемешивающимся наблюдениям в модели гетеросцедастичной регрессии построена взвешанная ядерная оценка и для нее установлен оптимальный риск.

SCIENTIFIC COUNCIL AWARDING SCIENTIFIC DEGREES DSc.27.06.2017.FM.01.01 NATIONAL UNIVERSITY OF UZBEKISTAN, INSTITUTE OF MATHEMATICS

NATIONAL UNIVERSITY OF UZBEKISTAN

ABDIKALIKOV FARKHAD ABDIJALIEVICH

INVESTIGATION OF STATISTICAL ESTIMATORS OF CONDITIONAL FUNCTIONALS IN REGRESSION MODELS

01.01.05-Probability theory and mathematical statistics

ABSTRACT OF DISSERTATION OF THE DOCTOR OF PHILOSOPHY (PhD) ON PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

TASHKENT-2018

The theme of dissertation of doctor of philosophy (PhD) on physical and mathematical sciences was registered at the Supreme Attestation Commission at the Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan under number B2018.1.PhD/FM165.

Dissertation has been prepared at National University of Uzbekistan.

The abstract of the dissertation is posted in three languages (uzbek, russian, english (resume)) on the website (www.ik-fizmat.nuu.uz) and the “Ziyonet” Information and educational portal (www.ziyonet.uz).

Scientific supervisor:	**Abdushukurov Abdurakhim Akhmedovich** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor
Official opponents:	**Khusanbaev Yakubjan Muhamadjanovich** Doctor of Physical and Mathematical Sciences
	Sagidullaev Khalmurza Satbaevich Candidate of Physical and Mathematical Sciences
Leading organization:	**Namangan State University**

Defense will take place «____» _____________2018 at _____ at the meeting of Scientific Council number DSc.27.06.2018.FM.01.01at National University of Uzbekistan, Institute of Mathematics. (Address: University str. 4, Almazar area, Tashkent, 100174, Uzbekistan, Ph.: (+99871) 227-12-24, fax: (+99871) 246-53-21, e-mail: nauka@nuu.uz).

Dissertation is possible to review in Information-resource centre at National University of Uzbekistan (is registered №____) (Address: University str. 4, Almazar area, Tashkent, 100174, Uzbekistan, Ph.: (+99871) 246-02-24).

Abstract of dissertation sent out on «____» _______________2018 year

(Mailing report № ___________on «____» _______________2018 year)

A. Sadullaev
Chairman of scientific council
on award of scientific degrees,
D.F.-M.S., professor, academician

G.I. Botirov
Scientific secretary of scientific council
on award of scientific degrees, C.F.-M.S.

Sh.K.Formanov
Chairman of scientific Seminar under Scientific
Council on award of scientific degrees,
D.F.-M.S., professor, academician

INTRODUCTION (abstract of PhD thesis)

The aim of research work is the construction and investigation of nonparametrical and semiparametrical estimators for functionals of conditional survival functions in several dependent complete and incomplete regression models.

The object of the research work is nonparametrical and semiparametrical estimators of functionals of conditional distributions in regression models of complete and random censored observations.

Scientific novelty of the research work is consist on follows:

constructed the power-type estimators in fixed design regression model both with random censoring and partially informative censoring from the right;

power-type estimators approximated by sums of independent random functions with convergence rates;

weak convergence to the Gaussian process of estimator by random censored from the right bootstrap sample is proved;

constructed the power-type estimator in fixed design regression model under random censorship from both sides;

the power-type estimator is approximated by sum of independent random functions with convergence rates;

the semiparametric power-type estimator is constructed in fixed design regression model with informative censoring from both sides;

the estimator is approximated by sum of independent random functions and weak convergence of normed estimator to the Gaussian process is proved;

from α-mixed observations in heteroscedasticy regression model the weighted kernel estimator is constructed and the optimal risk is faunded for it.

Implementation of the research results. The results obtained in incomplete data models with covariates are practiced in the following scientific-research projects:

nonparametrical estimator of survival function and its properties in the case of incomplete observations in regression model are used in analysis of data in Head Department of Statistics of the Republic of Karakalpakistan. (Head Department of Statistics of the Republic of Karakalpakistan 01/3-02-23/2-496 on March 17, 2018). The application of scientific resu allowed to do right decision from statistical data in case of depending the analysed data are depends from covariates;

asymptotical representations, normality properties of constructed estimators were used in estimation of marginal distributions in young scientists research grant Ё-Ф4-07 (reference 89-03-1210 on April 2, 2018, Ministry of Higher and Secondary Special Education of the Republic of Uzbekistan). The application of the scientific results allowed to investigation the properties of nonparametrical estimators of joint distributions.

The structure and volume of the thesis. The thesis consists of an introduction, four chapters, conclusion and bibliography. The volume of the thesis is 108 pages.

ЭЪЛОН ҚИЛИНГАН ИШЛАР РЎЙХАТИ
СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ
LIST OF PUBLISHED WORKS

I бўлим (I часть; part I)

1. Абдикаликов Ф.А., Абдушукуров А.А. Регрессионная модель с фиксированным дизайном при случайном цензурировании с двух сторон. // Вестник НУУз. 2012г №1. с.158-161. (01.00.00; №8)
2. Абдушукуров А.А., Абдикаликов Ф.А. Полупараметрическое оценивание условной функции выживания в частично- информативной регрессионной модели случайного цензурирования справа. // Уз.Мат. журнал. №3, Ташкент 2012г. с.9-21.(01.00.00; №6)
3. Абдикаликов Ф.А. Непараметрическое оценивание условной функции выживания в регрессионной модели случайного цензурирования справа. // Вестник НУУз. 2013г №1. с.55- 57.(01.00.00; №8)
4. Абдикаликов Ф.А., Абдушукуров А.А. Частично-информативная регрессионная модель при случайном цензурировании справа. // Вестник НУУз. 2013г №2. с.4-6.(01.00.00; №8)
5. Abdushukurov A.A., Abdikalikov F.A. Semiparametric estimator of mean conditional residual life function under informative random censoring from both sides. // Applied Mathematics. 2015 v.6 p.319-325. (35. CrossRef. IF=0.67)

II бўлим (II часть; part II)

6. Абдикаликов Ф.А. Исследования оценок условной функции распределения по неполным данным при непараметрической регрессии. // Материалы VI-Ферганской конференции «Предельные теоремы теории вероятностей и их приложения», посв. памяти акад. С.Х.Сираждинова. Ташкент. 2011. с.21-23.
7. Абдушукуров А.А., Абдикаликов Ф.А. Оценивание условной функции распределения при непараметрической регрессии с фиксированным дизайном. // Сб. Статистические методы оценивания и проверка гипотез. Пермь. Пермский госуниверситет. 2011. вып. 23. с.181-189.
8. Абдикаликов Ф.А., Абдушукуров А.А. Частично–информативная регрессионная модель случайного цензурирования справа и оценивание функции выживания. // Материалы республиканской научной конференции «Современные проблемы комплексного и функционального анализа», Нукус, 11-12 мая 2012 года. с.9-11.
9. Абдикаликов Ф.А., Абдушукуров А.А. Полупараметрическое оценивание условной функции выживания в информативной регрессионной модели случайного цензурирования с двух сторон. // Сб. Статистические методы оценивания и проверка гипотез. – Пермь. Пермский госуниверситет. 2012. вып. 24. с. 145-162.
10. Абдушукуров А.А., Абдикаликов Ф.А. Непараметрическое оценивание условной функции выживания в регрессионной модели

случайного цензурировании с двух сторон. // Труды меж. конф. XVI - ФАМЭБ, Красноярск. 2012г с.27-29.

11. Abdikalikov F.A., Abdushukurov A.A. Informative regression model under random censorship from both sides and estimation of survival function.// Book of abstracts of XXX International Seminar on Stability Problems for Stochastic Models. Svetlogorsk. Russia,24-30 September, 2012.p.3-4.

12. Abdikalikov F.A., Abdushukurov A.A. Estimation of conditional function in fixed design regression model under random censorship from both sides. // ICMSS – 2013. Internat. Conf. on Math. Sci. and Statistics. Malaysia. 5-7 February 2013 math. upm. edy. my.

13. Абдикаликов Ф.А., Абдушукуров А.А. Оценивание функции среднего остаточного времени безотказной работы в регрессионной модели случайного цензурирования справа. // Материалы научно – практической конфер. «Статистика и её применения » НУУз. 17 – 18 октября 2013 г. Ташкент. с. 43-46.

14. Abdushukurov A.A., Abdikalikov F.A. Survival function estimation in dependent partially informative random censoring model. // Materials of scientific – practical confer. «Statistics and its applications – II». NUUz October 16 – 17, 2015 Tashkent. p.167-170.

15. Abdikalikov F.A. Estimation of mean conditional residual life function in fixed regression model under informative random censorship from both sides. // Abstracts of the seconds USA – Uzbekistan Conf. on Analysis and Mathematical Physics. California State Univ., Fullerton, National Univ. of Uzbekistan, Urgench State Univ., Khorezm Mamun. Academy. August 8 – 12 2017 y. URGENCH, Uzbekistan. p. 78.

Автореферат «Ўзбекистон математика журнали» таҳририятида таҳрирдан ўтказилди (11.06.2018 йил).