ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ, МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТИ ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ DSc. 27.06.2017.FM01.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТИ

БЕКИМОВ МАНСУР АДАМБАЕВИЧ

ЦИКЛИК ЖАРАЁНЛАРНИ МОДЕЛЛАШТИРУВЧИ ЧИЗИҚЛИ ДИНАМИК СИСТЕМАЛАР

01.01.02. – Дифференциал тенгламалар ва математик физика (физика-математика фанлари)

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

Тошкент – 2018

Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (Doctor of Philosophy) диссертацияси мавзуси Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамаси ҳузуридаги Олий аттестация комиссиясида B2017.2.FM94 рақам билан рўйхатга олинган.

Диссертация Математика институтида бажарилган.

Диссертация автореферати уч тилда (ўзбек, рус, инглиз (резюме)) Илмий кенгаш веб-саҳифасида (http://ik-fizmat.nuu.uz/) ва «Ziyonet» таълим ахборот тармоғида (www.ziyonet.uz) жойлаштирилган.

Илмий раҳбар:	**Азамов Абдулла** физика-математика фанлари доктори, академик
Расмий оппонентлар:	**Хасанов Акназар Бекдурдиевич** физика-математика фанлари доктори, профессор
	Дилмурадов Насриддин физика-математика фанлари номзоди, доцент
Етакчи ташкилот:	**Наманган давлат университети**

Диссертация ҳимояси Ўзбекистон миллий университети, Математика институти ҳузуридаги Dsc.27.06.2017.FM.01.01 рақамли Илмий кенгашнинг 2018 йил «___»___________ соат____ даги мажлисида бўлиб ўтади. (Манзил: 100174, Тошкент ш., Олмозор тумани, Университет кўчаси, 14-уй. Тел.: (99862) 224-66-11, факс: (99862) 224-67-00, e-mail: nauka@nuu.uz).

Диссертация билан Ўзбекистон Миллий университетининг Ахборот-ресурс марказида танишиш мумкин (___ рақами билан рўйхатга олинган). Манзил: 100174, Тошкент ш., Университет кўчаси, 4-уй. Тел.: (99871) 246-02-24, e-mail: nauka@nuu.uz.

Диссертация автореферати 2018 йил «____» _______________куни тарқатилди.

(2018 йил «____» _______________ даги _______ рақамли реестр баённомаси).

А.С. Садуллаев
Илмий даражалар берувчи илмий кенгаш раиси, ф.-м.ф.д., академик

Ғ.И. Ботиров
Илмий даражалар берувчи илмий кенгаш илмий котиби, ф.-м.ф.н.

Р.Р. Ашуров
Илмий даражалар берувчи илмий кенгаш қошидаги илмий семинар раиси вазифасини вақтинча бажарувчи, ф.-м.ф.д., профессор

КИРИШ (фалсафа доктори (PhD) диссертацияси аннотацияси)

Диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати. Жаҳон миқёсида олиб борилаётган кўплаб илмий-амалий тадқиқотлар аксарият ҳолларда, динамик системаларни ўрганишга келтирилади. Динамик системалар дифференциал тенгламалар назариясининг объекти бўлса-да, бу назария муҳим хусусияти билан ажралиб туради. У ҳам бўлса, тадқиқ этиш учун дифференциал геометрия ва алгебра, функционал анализ ва топология, бугунги шарт-шароитда эса ҳисоблаш математикаси ва компьютер технологияларининг ҳам методларини қўллашни талаб этишидадир. Ўз навбатида, бошқарилувчи жараёнларнинг математик назарияси ва унинг татбиқлари динамик системалар назарияси методларига таянади. Техника ва табиатдаги жараёнларнинг кўпчилиги эволюцион характерга эга бўлгани учун динамик системалар ёрдамида адекват тарзда моделлаштирилади, шу сабабли динамик системалар назарияси замонавий математиканинг долзарб йўналишларидан биридир.

Ҳозирги кунда жаҳонда мураккаб техник объектлардаги, жумладан иссиқлик электростанциялари айланувчи регенератив ҳаво қиздиргичларидаги циклик иссиқлик алмашиш жараёнининг математик моделларини такомиллаштириш муҳим масалалардан бири ҳисобланади. Бу борада, циклик жараёнларнинг математик модели бўлиб хизмат қилувчи дифференциал тенгламалар системаларининг фундаментал матрицалари учун ошкор формулалар топиш, циклик иссиқлик алмашиш жараёнини моделлаштирувчи дискрет динамик системаларни қуриш, ҳосил бўлган дискрет системаларнинг ечимларини топиш ва уларнинг сифат хоссаларини аниқлаш, иссиқлик ўтказувчанликни характерловчи параметрларнинг қийматларини топишдан иборат тескари идентификация масаласини ечиш мақсадли илмий тадқиқотлардан ҳисобланади.

Мамлакатимизда фундаментал фанларнинг амалий татбиққа эга бўлган долзарб йўналишларига эътибор кучайтирилмоқда. Илм-фан олдига фундаментал тадқиқотларни амалиётга яқинлаштириш масаласи муҳим вазифа сифатида қўйилган. Реал объектлардаги жараёнларни моделлаштирувчи динамик системаларни тадқиқ этиш масалаларига оид салмоқли натижаларга эришилди. Математик фанларнинг устувор йўналишлари бўйича, айниқса, алгебра ва функционал анализ, дифференциал тенгламалар ва математик физика, динамик системалар назарияси, геометрия ва топология, эҳтимоллар назарияси ва математик статистика, амалий математика ва математик моделлаштириш бўйича ҳалқаро стандартлар даражасидаги илмий тадқиқот ишларини олиб бориш Фанлар академияси В.И.Романовский номидаги математика институти фаолиятининг аосий вазифаси ва йўналиши этиб белгиланган[1]. Қарор ижросини таъминлашда техника ва табиатшуносликнинг реал объектларидаги циклик жараёнларни

[1] Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамасининг 2017 йил 18 майдаги №292 «Ўзбекистон республикаси фанлар академиясининг янгидан ташкил этилган илмий-тадқиқот муассасалари фаолиятини ташкил этиш чора-тадбирлари тўғрисида»ги қарори.

моделлаштирувчи динамик системаларни тадқиқ этишни ривожлантириш муҳим аҳамиятга эга.

Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2017 йил 7 февралдаги №ПФ-4947 "Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантириш бўйича харакатлар стратегияси тўғрисидаги" Фармони, 2017 йил 17 февралдаги № ПҚ-2789 "Фанлар академияси фаолияти, илмий тадқиқот ишларини ташкил этиш, бошқариш ва молиялаштиришни янада такомиллаштириш чора тадбирлари тўғрисида"ги, 2017 йил 20 апрелдаги № ПҚ-2909 "Олий таълим тизимини янада ривожлантириш чора-тадбирлари тўғрисида" ги ва 2018 йил 27 апрелдаги № ПҚ-3682 "Инновацион ғоялар, технологиялар ва лойиҳаларни амалиётга жорий қилиш тизимини янада такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида"ги қарорлари ҳамда мазкур фаолиятга тегишли бошқа норматив-ҳуқуқий хужжатларда белгиланган вазифаларни амалга оширишда ушбу диссертация тадқиқоти муайян даражада хизмат қилади.

Тадқиқотнинг республика фан ва технологияларни ривожлантиришнинг устувор йўналишларига боғлиқлиги. Мазкур тадқиқот иши республика фан ва технологияларни ривожлантиришнинг IV. "Математика, механика ва информатика" устувор йўналиши доирасида бажарилган.

Муаммонинг ўрганилганлик даражаси. Техника ва табиатдаги циклик жараёнларнинг математик моделлари кўпчилик ҳолларда чизиқли узлуксиз ёки дискрет системалар ёрдамида ифодаланади. Циркулянт матрицали чизиқли дифференциал тенгламалар ва циклик структурали дискрет системалар шу тоифага мансуб. Шу сабабли бундай системалар кўпчилик илмий тадқиқот марказларининг тадқиқот объекти бўлиб келмоқда. Хусусан, Ж.О. Бриан циркулянт матрицалар назариясини циклик структурага эга механик жисмларнинг эркин ва мажбурий тебранишларини моделлаштиришга ва таҳлил қилишга қўллаган; О.М. Соковнин циклик химик жараённинг математик моделини циркулянт матрицали дифференциал тенгламалар системаси кўринишида ифодалаб, идентификация масаласини юқори даражадаги аниқликда ечган; Ж.Р. Дискерсон ва П. Эриксон автотранспорт воситаларининг ҳалқасимон йўл бўйлаб харакатланишини моделлаштирувчи циркулянт матрицали дифференциал тенгламалар ечимининг асимптотик турғунлигини ўрганган; А.С. Вильде циркулянт матрицалар алгебрасини циркулянт матрицали дифференциал тенгламалар ва шундай хусусий хосилали тенгламаларни ечишга қўллаган. А.А. Евдокимов циркулянт матрицалар ёрдамида тармоқнинг учларида берилган дискрет динамик системанинг функционал графини таклиф этган.

Циркулянт матрицалар (қисқача циркулянтлар) бир қатор ўзига хос хоссаларга эга бўлиб, М. Грай, Е.Е. Тиртишников, З. Паоло ва бошқалар томонидан кенг ўрганилган. В.В. Воеводин ва Е.Е.Тиртишников циркулянт матрицаларнинг хоссаларини уларга ўхшаш системаларга ўтказиш ва умумлаштириш билан шуғулланган. "Америка математика жамиятининг бюллетени"да ("Notices of AMS") И. Край ва С.Р. Саймонс томонидан эълон қилинган обзор мақолани алоҳида таъкидлаш зарур. Унда циркулянт матрицаларнинг хоссалари ва уларнинг математиканинг ҳар хил сохаларидаги аҳамияти ёритилган.

Диссертациянинг асосий қисми иссиқлик электр станциялари ҳаво қиздиргичларидаги циклик иссиқлик алмашиш жараёнларини моделлаштирувчи динамик системаларни тадқиқ этишдан иборат бўлгани учун бундай моделларнинг қисқача тахлилини келтириш мақсадга мувофиқ.

Ҳаво қиздиргичлардаги иссиқлик алмашиш жараёнини моделлаштириш тарихи ўтган асрнинг 20-йилларига, ҳаво қиздиргичлар иссиқлик станцияларида қўллана бошлаган пайтларга бориб тақалади. Бу йўналишда В. Нуссельт, Х. Хаузен, С.С. Кутателадзе, Ж.Е. Коппаже ва А.Л. Лондон, И.В. Боткачик, В.К. Мигай, Н.Е. Нину ва бошқаларнинг илмий ишлари дастлабки тадқиқотлар ҳисобланади. Ҳаво қиздиргичдаги иссиқлик алмашиш жараёни математик физика нуқтаи назаридан Ю.А. Кирсанов, А.Ш. Низамов, Ю.Д. Попов, В.П. Ковалевский, А.Ж. Виллмоттларнинг ишларида тадқиқ этилган.

Охирги йилларда иссиқлик алмашиш жараёнини сонли моделлаштиришга катта этибор қаратилмоқда. Бу йўналишда А.А. Кудинов, С. Алагич, А. Ковачевич, Д. Бостжан, Чи-Лианг Ли, Б. Нетрамони, Н.Й. Ванг ва бошқаларнинг илмий ишларини мисол қилиб келтириш мумкин.

Шуни таъкидлаш керакки, юқорида санаб ўтилган ишларда асосий эътибор кўпроқ математик моделни амалий жиҳатига қаратилган. Ушбу диссертация ишида эса асосий эътибор циклик иссиқлик алмашиш жараёнлари билан боғлиқ математик муаммоларни ўрганиш асосий мақсад қилиб олинган.

Диссертация мавзусининг диссертация бажарилган илмий тадқиқот муассасасининг илмий-тадқиқот ишлари режалари билан боғлиқлиги. Диссертация тадқиқоти Математика институти илмий-тадқиқот ишлари режасидаги Ф4-ФА-Ф014 “Динамик ва бошқарилувчи системалар траекторияларини кузатув ва бошқарув стратегияларининг синтез методларини ривожлантириш ҳамда уларнинг иссиқлик ва кимёвий жараёнларнинг математик моделларига татбиқлари” (2012-2016 йиллар) ва ОТ-Ф4-84 “Полиномиал системалар учун дискрет-сонли метод ҳамда унинг циклик ва бошқарилувчи жараёнларни моделлаштиришга татбиқлари” (2017 ва ҳ.к.) фундаментал лойиҳалари доирасида бажарилган.

Тадқиқотнинг мақсади циклик жараёнлар, жумладан иссиқлик электростанцияларининг айланувчи регенератив ҳаво қиздиргичлардаги иссиқлик алмашиш жараёнларининг математик моделларини қуриш ва уларнинг сифат хоссаларини аниқлашдан иборат.

Тадқиқотнинг вазифалари:

циркулянт матрицалар алгебрасидан фойдаланиб коэффициентлар матрицаси циркулянт бўлган чизиқли система ечимининг фундаментал системаси учун чекли ошкор формула топиш;

бир қатламли ва икки қатламли ҳаво қиздиргичлардаги иссиқлик алмашиш жараёнини моделлаштирувчи дискрет динамик системаларни қуриш;

ҳосил бўлган дискрет системаларнинг ечимлари учун аниқ формулалар топиш ва уларнинг сифат хоссаларини тадқиқ этиш;

система параметрларининг ўлчаш асбоблари орқали олинган қийматлари бўйича иссиқлик ўтказувчанликни характерловчи коэффициентлар қийматларини аниқлашдан иборат тескари идентификация масаласини ечиш;

кўп секцияли ҳаво қиздиргичларда, газ ва ҳавонинг қисман аралашувини ҳисобга олган ҳолда, иссиқлик алмашиш жараёнининг математик моделини яратиш ва ечимнинг турғунлигини исботлаш.

Тадқиқот объекти циркулянт матрицали дифференциал тенгламалар, иссиқлик электр станцияларидаги иссиқлик алмашиш жараёнларини моделлаштирувчи чизиқли дискрет динамик системалардан иборат.

Тадқиқот предмети дискрет динамик системаларнинг сифат хоссалари, математик моделларнинг реал жараёнлар билан адекватлиги, чизиқли циркулянт системаларнинг фундаментал матрицалари учун аниқ ва чекли формулалар, циркулянтга яқин бўлган матрицали дискрет система ечимининг асимптотик хоссаларидан иборат.

Тадқиқоднинг усуллари. Тадқиқот ишида динамик системалар назарияси, матрицалар алгебраси, математик анализ, дискрет тенгламалар назарияси, математик моделлаштириш усулларидан фойдаланилди.

Тадқиқотнинг илмий янгилиги қуйидагилардан иборат:

уч ўлчовли махсус алгебралар қуриш йўли билан деярли Якоби циркулянт матрицали тартиби 3,4,6 га тенг чизиқли дифференциал тенгламалар системасининг фундаментал системаси учун аниқ, чекли формулалар топилган;

умумлашган экспонента ёрдамида коэффициентлар матрицаси циркулянт бўлган n-тартибли чизиқли дифференциал тенгламалар системасининг фундаментал системаси учун циркулянтлар алгебраси доирасидан четга чиқмайдиган, чекли формула топилган;

айланувчи регенератив ҳаво қиздиргичлардаги иссиқлик алмашиш термодинамик жараёнининг цикликлигини ифодаловчи мономиал ва биномиал матрицали дискрет динамик системалар кўринишидаги математик моделлар қурилган;

ҳосил бўлган дискрет система ечимининг сифат хоссалари ўрганилган, ечимларнинг қийматлари ҳақидаги маълумотлар асосида система коэффициентларини аниқлашга доир идентификация масаласи ҳал этилган.

Тадқиқотнинг амалий натижалари қуйидагилардан иборат:

алгебра ва динамик системалар назарияси методлари термодинамик жараёнларни моделлаштиришга қўлланилган;

иссиқлик электр станцияларини эксплуатация этишнинг самарадорлигини оширишда математик усуллар самарали татбиқ этилган.

Тадқиқот натижаларининг ишончлилиги математикада қабул қилинган дедуктив хулосаларга, шу жумладан теоремаларнинг қатъий ва тўлиқ исботланганига асосланади.

Тадқиқот натижаларининг илмий ва амалий аҳамияти. Тадқиқот натижаларининг илмий аҳамияти дифференциал тенгламалар ва динамик системалар назарияларини ривожлантиришда қўлланиши билан изоҳланади.

Тадқиқот натижаларининг амалий аҳамияти иссиқлик электростанцияларидаги ҳаво қиздиргичларга тиркалган калориферларни автоматик бошқариш системасини яратишда қўлланилгани билан изоҳланади.

Тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши. Циклик жараёнларни моделлаштирувчи чизиқли динамик системаларга оид олинган натижалар асосида:

кўп секцияли ҳаво қиздиргичларнинг дискрет динамик системалар кўринишидаги математик модели иссиқлик электростанцияларидаги калорифердан чиқадиган ҳаво ҳароратини автоматик ростлаш системасини яратишда қўлланилган ва “Калорифер ортидаги ҳаво ҳароратини автоматик ростлаш усули” мавзусидаги ихтирога Ўзбекистон Республикаси интеллектуал мулк агентлигининг патенти олинган (Патент №IAP 05072, 02.07.2015 й.). Натижаларнинг қўлланиши ҳаво қиздиргичлардаги иссиқлик алмашиш жараёнини характерловчи параметрларнинг сон қийматларини етарлича аниқликда топиш имконини берган.

циркулянт матрицали дифференциал тенгламаларнинг фундаментал матрицалари учун топилган ошкор формулалар 01-01-17-1921FR рақамли илмий тадқиқот лойиҳасида Гильберт фазосидаги чексиз дифференциал тенгламалар билан ифодаланувчи дифференциал ўйинларни тадқиқ этишда қўлланилган. (Путра Малайзия университети, табиий фанлар факултети, математика бўлими мудири профессор Fudziah Ismailнинг маълумотномаси). Илмий натижаларнинг қўлланилиши берилган чексиз дифференциал тенгламалар системасининг фундаментал матрицасини топиш имконини берган.

Тадқиқот натижаларининг апробацияси. Диссертациянинг асосий натижалари 8 та ҳалқаро ва 4 та республика миқёсидаги илмий анжуманларда муҳокамадан ўтказилган.

Тадқиқот натижаларининг эълон қилинганлиги. Тадқиқот мавзуси бўйича жами 18 та илмий иш чоп этилган, шулардан, 4 таси Ўзбекистон Республикаси Олий аттестация комиссиясининг докторлик диссертациялари (PhD) асосий илмий натижаларини чоп этиш тавсия этилган илмий нашрларда, жумладан 2 таси хорижий ва 2 таси республика журналларида нашр этилган, шунингдек 1 та ЭҲМ учун дастурга муаллифлик гувохномаси олинган.

Диссертациянинг тузилиши ва ҳажми. Диссертация кириш қисми, учта боб, хулоса, иловалар ва фойдаланилган адабиётлар рўйхатидан ташкил топган. Диссертациянинг ҳажми 77 бетни ташкил этган.

ДИССЕРТАЦИЯНИНГ АСОСИЙ МАЗМУНИ

Ишнинг **кириш** қисмида мавзунинг долзарблиги ва зарурати асосланган, тадқиқотнинг республика фан ва технологиялар ривожланишининг устивор йўналишларига мувофиқлиги асосланган, диссертация мавзуси бўйича хорижий илмий тадқиқотларнинг таҳлили берилган, муаммонинг ўрганилганлик даражаси ёритилган, тадқиқотнинг мақсад ва вазифалари, объекти ва предмети кўрсатилган, тадқиқот натижаларининг илмий янгилиги очиб берилган, олинган натижаларнинг назарий ва амалий аҳамияти кўрсатилган, тадқиқот натижаларининг татбиғи, шунингдек нашр этилган илмий ишлар ва диссертациянинг структураси ҳақидаги маълумотлар келтирилган.

Диссертациянинг **“Циркулянт матрицали чизиқли системаларнинг фундаментал матрицаси”** деб номланган биринчи боби коэффициентлар матрицаси циркулянт бўлган чизиқли динамик системаларни ўрганишга бағишланган.

Умумий кўринишдаги n -тартибли циркулянт матрица қуйидагича

$$A=\begin{pmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-2} & a_{n-1} \\ a_{n-1} & a_0 & a_1 & \cdots & a_{n-3} & a_{n-2} \\ a_{n-2} & a_{n-1} & a_0 & \cdots & a_{n-4} & a_{n-3} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_2 & a_3 & a_4 & \cdots & a_0 & a_1 \\ a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & a_{n-1} & a_0 \end{pmatrix}, \tag{1}$$

кўринишда бўлиб, ўзининг биринчи сатри ёрдамида бир қийматли аниқланади ва $A=\operatorname{circ}(a_0,a_1,\ldots,a_{n-1})$ каби белгиланади. Ўрин алмаштириш матрицаси деб аталувчи ушбу матрица

$$P=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}=\operatorname{circ}(0,1,0\ldots,0).$$

n -тартибли циркулянт матрицага мисол бўлади.

Маълумки, (1) циркулянт матрица учун

$$A=a_1I+a_2P+a_3P^2+\ldots+a_nP^{n-1}, \tag{2}$$

кўринишдаги ёйилма ўринли. (2) ифодадан n -тартибли циркулянт матрица-лар тўплами n -тартибли ассоциатив ва коммутатив алгебра ташкил этиши келиб чиқади. $\{I,P,P^2,\ldots,P^{n-1}\}$ система мос чизиқли фазонинг базиси, $\{I,P\}$ жуфтлик эса циркулянтлар алгебрасининг ҳосил қилувчилари бўлади.

Мазкур бобнинг асосий мақсади – циркулянт матрицали чизиқли динамик системанинг фундаментал матрицаси учун формула келтириб чиқаришдан иборат. Фундаментал матрица учун ушбу

$$e^{At}=e^{\frac{1}{n}F_n^*\Lambda F_n t}=F_n^* e^{\frac{1}{n}\Lambda t}F_n \tag{3}$$

формула яхши маълум, бу ерда F_n – Фурье матрицаси ($*$ белгиси қўшма маъносини англатади), $\Lambda=\operatorname{diag}(\lambda_1,\lambda_2,\ldots,\lambda_n)$, λ_i – A матрицасининг хос сонлари, $i=\overline{1,n}$. Бу формуланинг иккита жиҳатига эътибор қаратиш лозим. Биринчидан, (3) ифоданинг ўнг томонидаги матрицалар циркулянт эмас. Иккинчидан, A матрицасининг элементлари ҳақиқий бўлганда, ўнг томондаги матрицаларнинг элементлари комплекслигича қолади. Диссертациянинг биринчи боби e^{At} учун юқоридаги камчиликлардан ҳоли бўлган формулани топишга бағишланган.

Биринчи бобнинг 1.1 параграфида (1) циркулянт матрицанинг диссертацияда қўлланиладиган бир нечта муҳим хоссалари келтирилган.

Циркулянт матрицаларнинг яна бир муҳим хусусий ҳолларидан бири деярли Якоби циркулянт матрицалари деб аталувчи матрицалар бўлиб, улар Якоби матрицаларидан битта қўшимча элементга фарқ қилади:

$$A=\begin{pmatrix} a & b & 0 & \dots & \dots & -b \\ -b & a & b & \dots & \dots & 0 \\ 0 & -b & a & b & \dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & -b & a & b \\ b & 0 & \dots & \dots & -b & a \end{pmatrix}. \tag{4}$$

Биринчи бобнинг 1.2. параграфида коэффициентлар матрицаси (4) кўринишда бўлган ушбу

$$\frac{dx}{dt}=Ax, \tag{5}$$

системанинг тартиби 3, 4 ва 6 бўлганда фундаментал матрицаси учун аниқ ва ошкор формула топилган. Бу ҳолда фундаментал матрицани топиш масаласи циркулянт матрицаларнинг 3 тартибли махсус алгебраси ёрдамида ечилган.

$d=3$ бўлган ҳолда e^{At} учун формула қуйидаги кўринишга эга:

$$e^{At}=\frac{1}{3}e^{at}\left[\left(1+2\cos\sqrt{3}bt\right)I+\sqrt{3}\sin\sqrt{3}bt\,J+\left(1-\cos\sqrt{3}bt\right)K\right]. \tag{6}$$

бу ерда $I=\operatorname{circ}(1,0,0)$, $J=\operatorname{circ}(0,1,-1)$, $K=\operatorname{circ}(0,1,1)$.

$d=4$ бўлган ҳолда (4) матрицани $A=\operatorname{circ}(a,b,0,-b)=aI+bJ$, кўринишда ёзиш мумкин, бу ерда $I=\operatorname{circ}(1,0,0,0)$, $J=\operatorname{circ}(0,1,0,-1)$ матрицалари $K=\operatorname{circ}(0,0,1,0)$ матрицаси билан бирга алгебра ташкил этади ва бу алгебра қуйидаги кўпайтириш жадвалига эга:

$$\begin{array}{c|ccc} \times & I & J & K \\ \hline I & I & J & K \\ J & J & -2I+2K & -J \\ K & K & -J & I \end{array} \tag{7}$$

Бу жадвалга асосан

$$e^{At}=e^{at}\left[\frac{1}{2}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n(2bt)^{2n+1}}{(2n+1)!}J+I+\frac{1}{4}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n(2bt)^{2n+2}}{(2n+2)!}(-2I+2K)\right]=$$
$$=\frac{1}{2}e^{at}\left[\left(1+\cos 2bt\right)I+\sin 2bt\,J+\left(1-\cos 2bt\right)K\right]. \tag{8}$$

формула келтириб чиқарилган.

$d=6$ бўлган ҳолда худди юқоридагидек $A=\mathrm{circ}(a, b, 0, 0, 0, -b)=$ $=aI+bJ,$ бу ерда $I=\mathrm{circ}(1, 0, 0, 0, 0, 0),$ $J=\mathrm{circ}(0, 1, 0, 0, 0, -1).$ Бу матрицалар $K=\mathrm{circ}(0, 0, 1, 0, 1, 0)$ матрицаси билан бирга кўпайтириш жадвали қуйидагича бўлган

$$\begin{array}{c|ccc} \times & I & J & K \\ \hline I & I & J & K \\ J & J & -2I+2K & -J \\ K & K & -J & 2I+K \end{array} \tag{9}$$

3 ўлчовли алгебра ҳосил қилади.

Бу ҳолда (9) жадвалга асосан e^{At} учун қуйидаги формула топилган

$$e^{At}=e^{at}\left[\frac{1}{\sqrt{3}}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n(\sqrt{3}bt)^{2n+1}}{(2n+1)!}J+I+\frac{1}{3}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n(\sqrt{3}bt)^{2n+2}}{(2n+2)!}(-2I+K)\right]=$$
$$=\frac{1}{3}e^{at}\left[\left(1+2\cos\sqrt{3}bt\right)I+\sqrt{3}\sin\sqrt{3}bt\,J+\left(1-\cos\sqrt{3}bt\right)K\right]. \tag{10}$$

Кичик ўлчовли алгебрага олиб келиш усулини ихтиёрий ўлчовли алгебрага умумлаштиришнинг имкони ноъмалумдир. Диссертацияда бундай ҳоллар учун циркулянт матриканинг экспонентасини циркулянтлар алгебрасидан фойдаланиб топиш масаласи бошқа усулда – комбинаторик алгебра ва чизиқли дифференциал тенгламалар системалари назариясини бириктирадиган усулда ечилди.

(2) ифодага мувофиқ e^{At} ни ҳисоблашда $P=\mathrm{circ}(0,1,\ldots,0)$ ўрин алмаштириш матрицаси учун $e^{P^h t}$, $h=\overline{1,n-1}$ ни топиш етарли.

Таъриф.

$$e_n(t)=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{t^{kn}}{(kn)!}$$

функцияси *умумлашган экспонента* (зарур ҳолларда n*-тартибли умумлашган экспонента*) деб аталади.

Тасдиқ 1.

$$e^{tP}=\sum_{k=0}^{n-1}e_n^{(n-k)}(t)P^k=\mathrm{circ}(e_n(t),e_n^{(n-1)}(t),e_n^{(n-2)}(t),\ldots,\dot{e}_n(t)). \tag{11}$$

$2\le h\le n-1,$ $n\ge 3$ бўлсин ($n=2$ бўлган ҳол жуда содда). m ни n га бўлишдан ҳосил бўлган қолдиқни $[m]$ деб белгилансин. Демак $0\le[m]\le n-1.$

Даставвал n ва h ўзаро туб бўлган ҳолни қараймиз. Бу ҳолда $[h]=h, [2h],..., [(n-1)h]$ сонларнинг ҳар бири нолдан фарқли ва ўзаро ҳар хил.

Тасдиқ 2. Агар $(n, h)=1$ бўлса, у ҳолда

$$e^{tP^h} = \operatorname{circ}(e_n(t), e_n^{\hat{g}^{-1}(n-1)}(t), e_n^{\hat{g}^{-1}(n-2)}(t), ...e_n^{\hat{g}^{-1}(1)}(t)). \tag{12}$$

бу ерда $\hat{g}$ – қуйидаги кўринишдаги ўрин алмаштириш

$$\hat{g} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & ... & n-1 \\ 0 & n-h & n-[2h] & \dots & n-[(n-1)h] \end{pmatrix}.$$

Энди $d=(n, h)>1$ бўлган ҳолни қарайлик. $\nu = n/d, \eta = h/d$ белгилаш киритамиз. Демак, $(\nu, \eta)=1$.

Лемма 1. $\boldsymbol{x}(t)=(x_1(t), x_2(t), ..., x_n(t))^T$ – циркулянт матрицали $\dot{\boldsymbol{x}} = A\boldsymbol{x}$ дифференциал тенгламалар системасининг $\boldsymbol{x}(0)=(1, 0, ..., 0)^T$ бошланғич шартни қаноатлантирувчи ечими бўлсин. У ҳолда

$$e^{At} = [\operatorname{circ}(x_1(t), x_2(t), ..., x_n(t))]^T. \tag{13}$$

Ушбу леммага мувофиқ e^{tP^h} ни ҳисоблаш мақсадида $\dot{\boldsymbol{x}} = P^h\boldsymbol{x}$ система учун $x_1(0)=1, x_2(0)=0, ..., x_n(0)=0$ бошланғич шартларни қаноатлантирувчи Коши масаласининг ечими топиш етарли. Бу система ҳар бирининг тартиби ν га тенг бўлган d та қисм-системага ажралади:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_{1+h}, \quad x_1(0)=1, \\ \dot{x}_{1+h} = x_{1+[2h]}, \quad x_{1+h}(0)=0, \\ \dots \ \dots \ \dots \ \dots \ \dots \ \dots \\ \dot{x}_{1+[(\nu-1)h]} = x_{1+[\nu h]} = x_1, \quad x_{1+[(\nu-1)h]}(0)=0, \end{cases} \tag{14}$$

(бу ерда $[\nu h]=[n\eta]=0$ эканлиги ҳисобга олинган),

$$\begin{cases} \dot{x}_j = x_{j+h}, \quad x_j(0)=0, \\ \dot{x}_{j+h} = x_{j+[2h]}, \quad x_{j+h}(0)=0, \\ ... \\ \dot{x}_{j+[(\nu-1)h]} = x_j, \quad x_{j+[(\nu-1)h]}(0)=0, \end{cases} \tag{15}$$

бу ерда $j=2,3,..,\eta$.

$\hat{\gamma}$ ўрин алмаштириш ν, η ўзаро туб сонлар орқали худди $\hat{g}$ ўрин алмаштиришнинг n, h бўйича аниқлангани каби аниқланган бўлсин. У ҳолда (15) Коши масаласининг ечими, $(e_\nu(t), \dot{e}_\nu(t), ..., e_\nu^{(\nu-1)}(t))^T$ кўринишда бўлади.

Теорема 1. Ушбу формула ўринли

$$e^{tP^h} = \operatorname{circ}(e_\nu, 0_{d-1}, e_n^{(\hat{\gamma}(1)^{-1})}, 0_{d-1}, e_n^{(\hat{\gamma}(2)^{-1})}, 0_{d-1}, \ ..., \ e_n^{(\hat{\gamma}(\nu-1)^{-1})}, 0_{d-1}),$$

бу ерда 0_{d-1} ёзуви $d-1$ та нолдан иборат сатрни англатади.

Диссертациянинг **«Циклик иссиқлик алмашиш жараёнини моделлаштирувчи дискрет динамик системаларнинг сифат тадқиқоти»** деб номланган иккинчи бобида иссиқлик электростанцияларининг айланувчи ҳаво қиздиргичларидаги (қисқача ИЭС ҳаво қиздиргичи) иссиқлик алмашиш термодинамик жараёнининг ихчам, аммо самарали математик модели бўлиб хизмат қиладиган чизиқли дискрет динамик система тузилган ва тадқиқ этилган.

Ушбу бобнинг 2.1 параграфида мазкур жараёнларнинг илмий адабиётларда ўрганилган математик моделларининг қисқача таҳлили келтирилган. 2.2 параграфда ҳаво қиздиргич насадкаларининг иссиқ газ ва ҳаво билан иссиқлик алмашиш жараёнини ифодаловчи катталикларни фазовий координаталар ва вақтнинг кичик оралиғи бўйича ўрталаштириш натижасида ҳосил бўладиган чизиқли дискрет система кўринишидаги математик модель ўрганилган.

Ҳаво қиздиргичнинг $x^2 + y^2 \le R^2,\ 0 \le z \le H$ цилиндр шаклидаги барабани ўқ кесимдан ўтувчи текислик билан, $y \ge 0$ ва $y \le 0$ шартларига мос равишда $B_A,\ \ B_G$ билан белгиланган, "совуқ" ва "иссиқ" қисмларга ажратилган. $\Theta(t,x,y,z)$ қиймат – t оний вақтда (x,y,z) нуқтадаги насадканинг ҳарорати, $T(t,x,y,z)$ – иссиқлик ташувчилар (ҳаво ёки иссиқ газ)нинг ҳароратини белгиласин. У ҳолда,

$$\Theta(t) = \frac{1}{V\left(B_A^\bullet\right)} \int_{B_A^\bullet} \Theta(t,x,y,z)\,dv, \quad \Theta_G(t) = \frac{1}{B_G^\bullet} \int_{B_G^\bullet} \Theta_G(t,x,y,z)\,dv,$$

$$T_A(t) = \frac{1}{V(B_A)} \int_{B_A^\circ} T_A(t,x,y,z)\,dv,\ T_G(t) = \frac{1}{V(B_G)} \int_{B_G^\circ} T_G(t,x,y,z)\,dv,$$

катталиклар тегишли соҳа бўйича ўрталаштирилган катталиклардир, бу ерда $B_A^\bullet = B_A \cap \overline{B},\ B_G^\bullet = B_G \cap \overline{B},\ \overline{B}$ – барабаннинг насадкалар эгаллаган қисми, $B_A^\circ = B_A \setminus B_A^\bullet,\ B_G^\circ = B_G \setminus B_G^\bullet,\ dv$ – хажм элементи, $V(B_A), V(B_G)$ – мос қисмларнинг ҳажмлари.

Агар бу катталиклар $I(n) = \left[nh, (n+1)h\right]$ вақт интервали бўйича ҳам ўрталаштирилса, яни

$$x(n) = \frac{1}{h} \int_{I(n)} \Theta_A(t)\,dt, \qquad y(n) = \frac{1}{h} \int_{I(n)} \Theta_G(t)\,dt,$$

$$u(n) = \frac{1}{h} \int_{I(n)} T_A(t)\,dt, \qquad v(n) = \frac{1}{n} \int_{I(n)} T_G(t)\,dt,$$

деб олинса, чизиқли иссиқлик алмашиш ҳақидаги Ньютон қонунига мувофиқ қуйидаги тенгликлар ўринли бўлади:

$$\begin{aligned} x(n+1) &= (1-\beta h)\,y(n) + \beta h q(n), \\ y(n+1) &= (1-\alpha h)\,x(n) + \alpha h p(n), \\ u(n) &= p(n) + \gamma h\big(x(n) - p(n)\big), \\ v(n) &= q(n) + \delta h\big(y(n) - q(n)\big), \end{aligned} \tag{16}$$

бу ерда $n=0,1,2,\dots$; h – ҳаво қиздиргич барабанининг ярим айланиш (180° га бурилиш) вақти, $p(n)$ ва $q(n)$ – ҳаво қиздиргичга $I(n)$ вақт интервалида кирувчи ҳавонинг ва иссиқ газнинг ўртача ҳарорати, $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ – ҳаво қиздиргичдаги иссиқлик алмашиш жараёнининг характеристикаларига (барабан корпуси ва насадкалар системасининг иссиқлик сиғими ва геометрияси, ҳаво ва газнинг таркиби ва намлиги, иссиқлик ўтказувчанлик ва диффузия коэффициентлари ва х.к.) боғлиқ параметрлар.

Ушбу $z(n)=\left(x(n), y(n)\right)^{T}$, $r(n)=h\left(\beta q(n), \alpha p(n)\right)^{T}$ векторлар (бу ерда T – транспонирлаш белгиси) ва

$$A=\begin{pmatrix} 0 & 1-\beta h \\ 1-\alpha h & 0 \end{pmatrix},$$

матрица ёрдамида (16) система қуйидаги стандарт кўринишга келади:

$$z(n+1)=Az(n)+r(n), \quad n=0,1,2,\dots . \tag{17}$$

(17) системанинг ечими Коши формуласининг дискрет аналоги ёрдамида топилади. У жуфт n лар учун қуйидаги кўринишда бўлади:

$$z(n)=\mu^{n} z(0)+A\sum_{j=0}^{n/2-1}\mu^{n-2-2j} r(2j)+\sum_{j=0}^{n/2-1}\mu^{n-2-2j} r(2j+1),$$

тоқ n лар учун эса

$$z(n)=\mu^{n-1} Az(0)+A\sum_{j=1}^{(n-1)/2}\mu^{n-1-2j} r(2j-1)+\sum_{j=0}^{(n-1)/2}\mu^{n-1-2j} r(2j).$$

2.3 параграфда ушбу формулалар асосида ечимнинг бир қатор сифат хоссалари баён қилинган.

(17) системанинг коэффициентлари учун $0<\alpha h, \beta h<1$ шарти ўринли бўлсин. Бу тенгсизликлар моделнинг *физик адекватлилик* шартини ифодалайди. Бу шарт A матрицасининг $\pm\mu=\pm\sqrt{(1-\alpha h)(1-\beta h)}$ хос қийматлари $(-1,1)$ интервалга тегишли эканлигини таъминлайди ва шунинг учун (17) системанинг барча ечимлари асимптотик турғун бўлади.

Теорема 2. $r(n)$ кетма-кетлик даврий ва даври m га тенг бўлсин, $m\geq 2$ Яъни $r(n+m)=r(n)$, бу ерда $n=n_0, n_0+1, n_0+2, \dots$. У ҳолда (17) система даври m га тенг даврий ечимга эга бўлади ва бу даврий ечим асимптотик турғун бўлади.

Теорема 3. Агар $r(n)$ чегараланган кетма-кетлик бўлса, у ҳолда (17) системанинг ҳар бир ечими ҳам чегараланган бўлади.

Теорема 4. $\lim\limits_{n\to\infty} r(n)=l$ бўлсин. У ҳолда ҳар бир $z(n)$ ечим $n\to\infty$ да z_0 га боғлиқ бўлмаган равишда $(E-A)^{-1} l$ лимитга интилади.

Теорема 5. Агар $r(n)$ кетма-кетлик Чезаро бўйича яқинлашса, яъни

$$\rho(n)=\frac{r(0)+r(1)+\dots+r(n-1)}{n}\to l,$$

бўлса, у ҳолда (17) системанинг ҳар бир $z(n)$ ечими ҳам Чезаро бўйича яқинлашиб, қуйидаги муносабат ўринлидир:

$$\frac{z(1)+z(2)+\cdots+z(n)}{n}\to(E-A)^{-1}l.$$

Иккинчи бобнинг 2.4 параграфи юқорида таклиф этилган математик моделнинг амалиётга татбиқи учун муҳим бўлган тескари масалани ечишга бағишланган. Тескари масала ҳаво қиздиргичдан чиқувчи $u(n)$ ҳавонинг ва $v(n)$ газнинг ҳароратларини ўлчаш натижасида α,β,γ ва δ параметрларнинг қийматларини топишдан иборат. Бу параметрларнинг қийматлари ҳаво қиздиргичга кирувчи оқимлар стационар яни $p(n)=p,\, q(n)=q$ бўлганда $u(1), u(1), v(2), v(2)$ ҳароратларнинг қийматлари ёрдамида етарлича аниқликда бир қийматли аниқланиши кўрсатилган.

Аслида тескари масала чизиқли ҳам, аниқ ҳам бўлмаган

$$\begin{aligned}&\gamma h(x(1)-p)=\bar{u}_1,\\&\delta h(y(1)-q)=\bar{v}_1,\end{aligned}\tag{18}$$

$$\begin{aligned}&\gamma h[(1-\beta h)y(1)+\beta hq-p]=\bar{u}_2,\\&\delta h[(1-\alpha h)x(1)+\alpha hp-q]=\bar{v}_2,\end{aligned}\tag{19}$$

системадан иборат, бунда $\bar{u}_k=u(k)-p,\ \bar{v}_k=v(k)-q,\ k=1,2.$ Шунга қарамасдан, номаълумларни амалиёт учун етарли аниқликда ҳисоблаш мумкинлиги кўрсатилган ва тегишли формулалар келтириб чиқарилган.

Диссертациянинг “**Кўп секцияли ҳаво қиздиргичларни моделлаштирувчи дискрет динамик системаларнинг сифат тадқиқоти**” деб номланган учинчи бобида кўп секцияли ҳаво қиздиргичлардаги иссиқлик алмашиш жараёнини моделлаштирувчи динамик система тузилган ва тадқиқ этилган. Бундай модель ҳаво қиздиргичнинг ҳаво ва газ оқиб ўтадиган қисмларининг чегараларида газ ва ҳавонинг қисман аралашувини ҳисобга олишга имкон беради. Ҳосил бўлган дискрет система ечимининг сифат хоссалари ўрганилган. Хусусан маълум ечимга асосан система коэффициентларини аниқлашдан иборат тескари (идентификация) масаласи ечилган.

Мазкур бобнинг 3.1 параграфида кўп секцияли ҳаво қиздиргичлардаги иссиқлик алмашиш жараёнининг математик модели баён этилган. Модель қуйидаги чизиқли дискрет системалардан ташкил топган:

насадкалар ҳароратлари учун

$$\begin{aligned}&x_1(n+1)=(1-\bar{\alpha}_1 h)x_{2m}(n)+\bar{\beta}_1 hq_1(n),\\&x_k(n+1)=(1-\bar{\alpha}_k h)x_{k-1}(n)+\bar{\beta}_k hq_k(n),\ k=2,3,...,2m,\end{aligned}\tag{20}$$

ҳаво қиздиргичдан чиқувчи иссиқлик ташувчиларнинг ҳароратлари учун эса

$$u_k(n)=q_k(n)+\bar{\gamma}_k h(x_k(n)-q_k(n)),\ k=1,2,\ldots,2m-1,2m,\tag{21}$$

бу ерда $q_k,\ \ k=1,\ldots,m,$ – ҳавонинг ҳарорати, $k=m+1,\ldots,2m$ учун эса газнинг ҳарорати, $\bar{\alpha}_k,\ \bar{\beta}_k,\ \bar{\gamma}_k\ \ (k=1,2,\ldots,2m)$ – ҳаво қиздиргичдаги иссиқлик алмашиш жараёнини характерловчи параметрлар. $\bar{\alpha}_k,\ \bar{\beta}_k,\ \bar{\gamma}_k$ параметрлар ўзгармас бўлган ҳолда, (20)–(21) муносабатлар чизиқли дискрет тенгламаларнинг ёпиқ системасини ҳосил қилади. (20)–(21) системада моделнинг реал жараён билан *физик адекватлилиги*

$$0 < \bar{\alpha}_k h,\ \bar{\beta}_k h < 1,\ k = 1,\dots,2m, \qquad (22)$$

шарти билан таъминланади. Бу шарт ўринли бўлганда, ҳаво қиздиргич бўйлаб оқиб ўтувчи иссиқ газ ҳарорати пасаяди, ҳаво ҳарорати эса кўтарилади.

Натижада, иссиқлик алмашиш жараёнининг таклиф этилаётган математик модели

$$z(n+1) = Az(n) + r(n),\ \ n = 0,1,2,\dots, \qquad (23)$$

дискрет вақтли чизиқли динамик система кўринишда бўлади, бу ерда

$$z(n) = (x_1, x_2, \dots, x_{2m})^T, \quad r(n) = h(\bar{\beta}_1 q_1(n),\ \bar{\beta}_2 q_2(n),\ \dots,\ \bar{\beta}_{2m} q_{2m}(n))^T.$$

(23) системада A матрица циркулянт эмас. Бу сафар жараённинг цикликлиги қуйидаги хосса билан ифодаланади:

$i = 2, 3, ..., 2m$ бўлганда $\alpha_{1,2m} = \alpha_{2m} = 1 - \bar{\alpha}_{2m} h,\ \alpha_{i,i-1} = \alpha_i = 1 - \bar{\alpha}_i h;$

(i, j) индекслар жуфтлигининг бошқа қийматларида эса $\alpha_{ij} = 0$.

Бундай матрицалар чизиқли алгебрада мономиал матрицалар деб аталади.

$\mu = \sqrt[2m]{\alpha_1 \alpha_2 \cdots \alpha_{2m}}$ деб белгилансин. (22) шартга мувофиқ $0 < \mu < 1$ тенгсизлик ўринли бўлиб, A матрицасининг хос қийматлари: $\lambda_k = \mu e^{\pi k i / m}$, $k = 0, 1, ..., 2m-1$. Барча хос қийматлар очиқ бирлик доирага тегишли бўлгани учун, (23) системанинг ечимлари асимптотик турғун бўлади.

Теорема 6. a) агар $r(n)$ кетма-кетлик чегараланган бўлса ($n \to \infty$ да r_* лимитга интилса), у ҳолда (23) системанинг барча ечимлари ҳам чегараланган бўлади (мос равишда $(E - A)^{-1} r_*$ лимитга интилади);

b) агар $r(n)$ кетма-кетлик даврий, яъни бирор бутун T учун $r(n+T) \equiv r(n)$ муносабат ўринли ва $T \geq 2$ бўлса, у ҳолда даври T бўлган ягона даврий ечим мавжуд бўлади;

c) агар $R_n = \dfrac{1}{n}[r(0) + r(1) + \cdots + r(n-1)]$ Чезаро бўйича ўрта қиймат R_* лимитга эга бўлса, у ҳолда ҳар бир $z(n)$ ечим учун $Z_n = \dfrac{1}{n}[z(1) + z(2) + \cdots + z(n)]$ Чезаро ўрта қиймати ҳам $(E - A)^{-1} R_*$ лимитга эга бўлади.

Учинчи бобнинг 3.2 параграфида ҳаво қиздиргичга кирувчи иссиқлик ташувчиларнинг ҳарорати стационар бўлган ҳолда маълум ечимга асосан (20)–(21) система учун коэффициентлар қийматларини аниқлашдан иборат бўлган идентификация масаласининг ечими баён қилинган.

$y(n) = z(n) - z(n)$ белгилаш ёрдамида (23) система қуйидаги кўринишга келтирилади

$$y(n+1) = Ay(n) + t,\ y(0) = 0, \qquad (24)$$

бу ерда $t = r - (E - A)z(0)$.

$(2m \times 2m)$ ўлчовли

$$Y = \left[y(1), y(2), \ldots, y(2m)\right], \quad B = \left[t - y(2), t - y(3), ..., t - y(2m+1)\right],$$

матрицалар орқали

$$y(1) = t,\ y(2) = Ay(1) + t,\ \ldots,\ y(2m) = Ay(2m-1) + t$$

тенгликлар занжири қуйидаги алгебраик системага келади

$$AY = B. \tag{25}$$

Бу тенгликда B маълум (ўлчанадиган) катталиклардан, Y эса номаълум катталиклардан ташкил топган.

Теорема 7. $t = (t_1, t_2, \ldots, t_{2m})$ векторда $t_1 = t_{m+1} = 1$ ҳамда $k \neq 1$ ва $k \neq m+1$ учун $t_k = 0$ бўлсин. У ҳолда

$$\det Y = \alpha_1^{m-1} \alpha_{m+1}^{m-1} \alpha_2^{m-2} \alpha_{m+2}^{m-2} \cdots \alpha_{m-1} \alpha_{2m-1} \Delta^m.$$

Агар $\Delta = \alpha_m \ldots \alpha_2 \alpha_1 - \alpha_{2m} \ldots \alpha_{m+2} \alpha_{m+1} \neq 0$ бўлса, у ҳолда Y матрицанинг тескариси мавжуд ва

$$A = BY^{-1}.$$

Учинчи бобнинг 3.3 параграфида кўп секцияли икки қатламли ҳаво қиздиргичда иссиқлик алмашиш жараёнининг ҳаво ва газ оқиб ўтадиган қисмлари чегаравий секцияларда газ ва ҳавонинг қисман аралашувини ҳисобга олган ҳолдаги математик моделини ифодаловчи қуйидаги чизиқли динамик система ўрганилган:

$$\begin{aligned}
&x_1(n+1) = \bar{\beta} x_{2m}(n) + \tilde{\beta} u_{2m}(n), \\
&x_i(n+1) = \bar{\alpha} x_{i-1}(n) + \tilde{\alpha} p(n), \qquad i = 2, \ldots, m+1, \\
&x_{m+2}(n+1) = \bar{\alpha} x_{m+1}(n) + \tilde{\alpha} u_{m+1}(n), \\
&x_i(n+1) = \bar{\beta} x_{i-1}(n) + \tilde{\beta} u_{i-1}(n), \quad i = n+3, \ldots, 2m, \\
&y_1(n+1) = \bar{\beta} y_{2m}(n) + \tilde{\beta} q(n), \\
&y_2(n+1) = \bar{\beta} y_1(n) + \tilde{\beta} v_1(n), \\
&y_i(n+1) = \bar{\alpha} y_{i-1}(n) + \tilde{\alpha} v_{i-1}(n), \quad i = 3, \ldots, m+1, \\
&y_i(n+1) = \bar{\beta} y_{i-1}(n) + \tilde{\beta} q(n), \qquad i = m+2, \ldots, 2m;
\end{aligned} \tag{26}$$

$$\begin{aligned}
&u_{m+1}(n+1) = \tilde{\gamma} y_m(n) + \bar{\gamma} v_m(n), \\
&u_i(n+1) = \tilde{\delta} y_{i-1}(n) + \bar{\delta} q(n), \quad i = m+2, \ldots, 2m, \\
&v_1(n+1) = \tilde{\delta} x_{2m}(n) + \bar{\delta} u_{2m}(n), \\
&v_i(n+1) = \tilde{\gamma} x_{i-1}(n) + \bar{\gamma} p(n), \qquad i = 2, \ldots, m+1,
\end{aligned} \tag{27}$$

бу ерда

$$\tilde{\alpha} = \alpha h,\ \bar{\alpha} = 1 - \tilde{\alpha},\ \tilde{\beta} = \beta h,\ \bar{\beta} = 1 - \tilde{\beta},\ \tilde{\gamma} = \gamma h,\ \bar{\gamma} = 1 - \tilde{\gamma} h,\ \tilde{\delta} = \delta h,\ \bar{\delta} = 1 - \tilde{\delta},$$

$\alpha, \beta, \gamma, \delta$ – ҳаво қиздиргичдаги иссиқлик алмашиш жараёнини характерловчи параметрлар, $p(n)$– ҳаво қиздиргичга кирувчи ҳавонинг ўртача ҳарорати, $q(n)$ эса кирувчи газнинг ўртача ҳарорати.

Ҳаво қиздиргичдан чиқиб ИЭС қозонига пуркалинувчи иссиқ ҳавонинг ва атмосферага чиқарилиб юбориладиган газнинг ўртача ҳароратлари мос равишда

$$V(n) = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} v_i(n), \qquad U(n) = \frac{1}{m}\sum_{i=m+1}^{2m} u_i(n).$$

формулалари ёрдамида аниқланади.

Юқоридаги (26), (27) системанинг коэффициентлар матрицаси мономиал бўлмайди, шу сабабли бу матрицанинг хос сонларини аниқ кўринишда топиш мумкин эмас. Матрицанинг нормасини баҳолаш усулидан фойдаланиб қуйидаги теорема исботланган

Теорема 8. Агар $h < \min\left(\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}, \frac{2\alpha}{\alpha^2+\gamma^2}, \frac{2\beta}{\beta^2+\delta^2}\right)$ бўлса у ҳолда (26), (27) системанинг ечими асимптотик турғун бўлади.

Юқорида келтирилган (20), (21) математик модель асосида айланувчи регенератив ҳаво қиздиргичдаги иссиқлик алмашиш жараёнининг компьютер модели яратилди ва ҳаво қиздиргичдан чиқувчи газнинг ҳароратини назорат этувчи компьютер дастурига муаллифлик гувоҳномаси олинди. Диссертациянинг **Илова** қисмида мазкур дастурнинг функционал имкониятлари баён этилган.

ХУЛОСА

Диссертация иши циклик жараёнларни моделлаштирувчи чизиқли динамик системаларни тадқиқ этишга бағишланган.

Тадқиқотнинг асосий натижалари қуйидагилардан иборат.

1. Циркулянт матрицаларнинг 3 тартибли махсус алгебраси ёрдамида деярли Якоби циркулянт матрицали 3, 4 ва 6 тартибли чизиқли дифференциал тенгламалар системаларининг фундаментал матрицалари учун аниқ ва ошкор формулалар топилди.

2. Умумлашган экспонента ёрдамида циркулянт матрицали n-тартибли чизиқли дифференциал тенгламалар системаси учун аниқ ва ошкор формула топилди.

3. Иссиқлик электростанцияларининг айланувчи ҳаво қиздиргичларидаги иссиқлик алмашиш термодинамик жараёнининг математик модели бўлиб хизмат қилувчи дискрет динамик системаларнинг асисптотик хоссалари исботланди.

4. Мономиал матрицали чизиқли динамик система ечимларининг қийматлари бўйича системанинг коэффициентларини топиш масаласи ҳал этилди.

Иссиқлик алмашиш жараёнининг таклиф этилган математик модели иссиқлик электростанцияларидаги калорифердан чиқадиган ҳаво ҳароратини автоматик ростлаш системасини яратишда қўлланилди.

НАУЧНЫЙ СОВЕТ DSc.27.06.2017.FM.01.01 ПО ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЕНЫХ СТЕПЕНЕЙ ПРИ НАЦИОНАЛЬНОМ УНИВЕРСИТЕТЕ УЗБЕКИСТАНА, ИНСТИТУТЕ МАТЕМАТИКИ

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ

БЕКИМОВ МАНСУР АДАМБАЕВИЧ

ЛИНЕЙНЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ, МОДЕЛИРУЮЩИЕ ЦИКЛИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ

01.01.02 – Дифференциальные уравнения и математическая физика
(физико-математические науки)

АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ ДОКТОРА ФИЛОСОФИИ (PhD)
ПО ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИМ НАУКАМ

Ташкент – 2018 г.

Тема диссертации доктора философии (Doctor of Philosophy) по физико-математическим наукам зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Кабинете Министров Республики Узбекистан за № B2017.2.PhD/FM94.

Диссертация выполнена в Институте математики.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, русский, английский (резюме)) размещен на веб-странице Научного совета (http://ik-fizmat.nuu.uz/) и на Информационно-образовательном портале «Ziyonet» (www.ziyonet.uz)

Научный консультант:	**Азамов Абдулла** доктор физико-математических наук, академик
Официальные оппоненты:	**Хасанов Акназар Бекдурдиевич** доктор физико-математических наук, профессор
	Дилмурадов Насриддин кандидат физико-математических наук, доцент
Ведущая организация:	**Наманганский государственный университет**

Защита диссертации состоится «____» _____________2018 года в ____ часов на заседании Научного совета Dsc.27.06.2017.FM.01.01 при Национальном университете Узбекистана, Институте математики. (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 4.Тел.: (+99871)227-12-24, факс: (+99871) 246-53-21, e-mail: nauka@nuu.uz).

С докторской диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Национального университета Узбекистана (зарегистрирована за №_____). (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 4.Тел.: (+99871) 246-02-24).

Автореферат диссертации разослан «____» _______________2018 года.
(протокол рассылки № ___ от «___» ______ 2018 года).

А.С. Садуллаев
Председатель научного совета по присуждению научных степеней, д.ф.-м.н., академик

Ғ.И. Ботиров
Научный секретарь научного совета по присуждению научных степеней, к.ф.-м.н.

Р.Р. Ашуров
ВРИО председателя научного семинара при научном совете по присуждению научных степеней, д.ф.-м.н., профессор

ВВЕДЕНИЕ (аннотация диссертации доктора философии (PhD))

Актуальность и востребованность темы диссертации. Многие научно-прикладные исследования, проводимые на мировом уровне, во многих случаях приводятся к исследованию динамических систем. Важная особенность динамических систем состоит в том, что будучи объектом теории дифференциальных уравнений, для их исследования приходится привлекать методы дифференциальной геометрии и топологии, функционального анализа и теории функций, а в современных условиях еще методы вычислительной математики и компьютерных технологий. В свою очередь, математическая теория управляемых процессов и их приложения существенным образом опираются на методы теории динамических систем. Теория динамических систем являются одним из актуальных направлений современной математики. Это объясняется тем, что абсолютное большинство математических моделей процессов в технике и естествознании развертывается во времени и имеют эволюционный характер, поэтому адекватно моделируются посредством динамических систем.

В настоящее время в мире усовершенствование математических моделей циклических процессов в сложных технических объектах, в том числе циклических процессов теплообмена во вращающихся регенеративных воздухоподогревателях тепловых электростанций, является одной из важнейших задач. В этом направлении вывод конечной формулы для фундаментальной системы решений линейных систем, служащих математическими моделями циклических процессов, и построение дискретной динамической системы, моделирующей термодинамический процесс теплообмена во воздухоподогревателях, установление явных формул для решений полученной дискретной системы, исследование их качественных свойств, решение обратной задачи идентификации, состоящей в определении значений параметров, характеризующих теплопроводность по результатам физических измерений значений решения, являются целевыми научными исследованиями.

В нашей стране особое внимание уделяется фундаментальным наукам. Перед наукой ставится задача сближения фундаментальных исследований к практике. В решении поставленной задачи теория динамических систем может занимать ведущее положение. Проведение на уровне международных стандартов научных исследований по приоритетным направлениям математических наук, а именно по алгебре и функциональному анализу, дифференциальным уравнениям и математической физике, включая теорию динамических систем, геометрии и топологии, теории вероятностей и математической статистике, прикладной математике и математическому моделированию, являются основными задачами и направлениями деятельности Института математики[1]. С точки зрения приложений важное значение

[1] Постановление Кабинета Минстров Республики Узбекистан от 18 мая 2017 года №292 «О мерах по организации деятельности вновь созданных научно-исследовательских учреждений Академии наук Республики Узбекистан»

имеет исследование динамических систем, моделирующих циклические процессы в реальных объектах техники и естествознания. К ним относится, в частности, процесс теплообмена во вращающихся регенеративных воздухоподогревателях тепловых электрических станций.

Тема и объект исследования настоящей диссертации находится в русле задач, обозначенных в Указах Президента Республики Узбекистан № УП-4947 от 7 февраля 2017 года «О стратегии действия по дальнейшему развитию Республики Узбекистан», № УП-2789 от 17 февраля 2017 года «О мерах по дальнейшему совершенствованию деятельности Академии наук, организации, управления и финансирования научно-исследовательской деятельности», № ПП-2909 от 20 апреля 2017 года «О мерах по дальнейшему развитию системы высшего образования» и № ПП-3682 от 27 апреля 2018 года «О мерах по дальнейшему совершенствованию системы практического внедрения инновационных идей, технологий и проектов», а также в других нормативно-правовых актах, касающихся фундаментальной науки.

Соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики. Данное исследование выполнено в соответствии с приоритетным направлением развития науки и технологий в Республике Узбекистан IV. «Математика, механика и информатика».

Степень изученности проблемы. Математические модели циклических процессов в технике и естествознании во многих случаях описываются в виде линейных систем с непрерывным или дискретным временем. К ним относятся дифференциальные уравнения с циркулянтной матрицей и дискретные уравнения с циклической структурой. Поэтому такие системы являются объектом постоянного рассмотрения во многих научных центрах. В качестве некоторых результатов по этому направлению можно упомянуть следующие работы: Ж.О.Бриан применил теорию циркулянтных матриц к моделированию и анализу свободных и вынужденных колебаний механических тел с циклической структурой; О.М.Соковнин предложил математическую модель циклического химического процесса в виде дифференциальных уравнений с циркулянтной матрицей и решал задачу идентификации с высокой степенью точности; Ж.Р.Дискерсон и П.Эриксон изучали асимптотическую устойчивость решений дифференциальных уравнений с циркулянтной матрицей, моделирующих циклическое движение автотранспортных средств по кольцевому маршруту. А.С. Вильде применил алгебру циркулянтных матриц к решению как обыкновенных дифференциальных уравнений, так и уравнений в частных производных определенных типов. А.А. Евдокимов получил описание функционального графа дискретной динамической системы, заданной в вершинах сети, которая описывается посредством циркулянтных матриц.

Циркулянтные матрицы (циркулянты) обладают рядом замечательных свойств, которые достаточно подробно изучены в работах М. Грая, Е.Е.Тыртышникова, З.Паоло и др. В работе В.В.Воеводина и Е.Е.Тыртышникова свойства циркулянтных матриц частично перенесены на некоторые их аналоги и обобщения. Особо следует подчеркнуть обзорную статью И.Края и С.Р.Саймонса в бюллетене Американского математического общества (“Notices of AMS”), посвященную циркулянтным матрицам, в которой показана их важность в различных областях математики.

Циклические процессы могут быть моделированы, помимо циркулянтных матриц, также динамическими системами других видов. К ним относятся и процесс регенеративного теплообмена. Поскольку основная часть диссертации посвящена исследованию динамических систем, моделирующих циклический процесс теплообмена в воздухоподогревателях ТЭС, целесообразно дать краткий обзор работ, посвященных таким моделям.

История развития математического моделирования процесса теплообмена во воздухоподогревателе ведет свое начало с 1920-х годов, практически одновременно с применением таких агрегатов в тепловых станциях. Первыми работами в этом направлении считаются работы В.Нуссельта, Х.Хаузена, С.С.Кутателадзе, Ж.Е.Коппаже и А.Л.Лондона, И.В.Боткачика, В.К.Мигая, Н.Е.Нинуа и др. Процесс теплообмена во воздухоподогревателе, с точки зрения математической физики, исследован в работах Ю.А. Кирсанова, А.Ш. Низамова, Ю.Д. Попова, В.П. Ковалевского, А.Ж.Виллмотта.

В последние годы большое внимание уделяется численному моделированию процесса теплообмена. К этому направлению относятся работы А.А.Кудинова, С.Алагича, А.Ковачевича, Д.Бостжана, Чи-Лианг Ли, Б.Нетрамони, Н.Й. Ванга и др.

Следует отметить, что в перечисленных работах преобладает прикладной аспект, в то время как в настоящей работе основное внимание уделяется рассмотрению чисто математических проблем, связанных с циклическим процессом теплообмена.

Связь темы диссертации с научно-исследовательскими работами учреждением высшего образования, где выполнялась диссертация. Диссертационная работа выполнена в соответствии с планом научных исследований по фундаментальному гранту Ф4-ФА-Ф014 «Развитие методов слежения траекторий и синтеза стратегий в динамических и управляемых системах и их приложения к математическим моделям тепловых и химических процессов» (2012-2016 гг.) и ОТ-Ф4-84 «Дискретно-численный метод для полиномиальных систем и его приложения к моделированию циклических и управляемых процессов» Института математики. (2017 и н.в.)

Целью исследования является изучение динамических систем, служащих математическими моделями циклических процессов, в том числе процесса теплообмена во вращающихся регенеративных воздухоподогревателях.

Задачи исследования:

вывод конечной формулы для фундаментальной системы решений линейных систем с циркулянтной матрицей коэффициентов;

построение дискретной динамической системы, моделирующей термодинамический процесс теплообмена в однослойном и двухслойном воздухоподогревателях;

установление явных формул для решений полученных дискретных систем и исследование их качественных свойств;

решение обратной задачи идентификации, состоящей в определении значений параметров, характеризующих теплопроводность, по результатам физических измерений значений решения;

разработка математической модели процесса теплообмена в многосекционном воздухоподогревателе с учетом частичного перемешивания газа с воздухом и воздуха с газом на границе раздела газовой и воздушной частей барабана и доказательство устойчивости решений.

Объектом исследования являются дифференциальные уравнения с циркулянтными матрицами коэффициентов, линейные дискретные динамические системы, моделирующие циклический процесс теплообмена в тепловых электростанциях.

Предметом исследования являются качественные свойства дискретных динамических систем, адекватность математической модели к реальным процессам, явная и конечная формула для фундаментальной матрицы линейной циркулянтной системы, асимптотические свойства решений дискретных систем с матрицей, близкой к циркулянтным.

Методы исследования. В работе используются методы теории динамических систем, алгебры матриц, математического анализа, математического моделирования, теории разностных уравнений, компьютерной графики.

Научная новизна исследования состоит в следующем:

найдены явные, конечные формулы для фундаментальной системы линейных дифференциальных уравнений порядка $n = 3, 4, 6$ с почти якобиевой циркулянтной матрицей в пределах алгебры размерности 3.

с помощью обобщенной экспоненты построена явная конечная формула в пределах алгебры циркулянтов для фундаментальной системы линейных дифференциальных уравнений n-порядка, у которой матрица коэффициентов является циркулянтной;

предложены математические модели термодинамического процесса теплообмена во вращающихся регенеративных воздухоподогревателях в виде дискретных динамических систем;

установлены качественные свойства решений полученных дискретных систем, решена задача определения коэффициентов системы на основе информации о значениях решений.

Практические результаты исследования состоят в следующем:

демонстрируют эффективность применения методов алгебры и теории динамических систем для разработки и изучения математических моделей реальных процессов в теплотехнике, в том числе для повышения эффективности эксплуатации тепловых электростанций.

Достоверность результатов исследования обоснована принятыми в математике дедуктивными выводами, в том числе строгими и полными доказательствами теорем.

Научная и практическая значимость результатов исследования. Научное значение результатов исследования заключается в том, что они могут быть использованы в развитии теории динамических систем и дифференциальных уравнений.

Практическая значимость диссертации состоит в том, что полученные научные результаты могут быть использованы при разработке системы автоматического управления калорифером, подключаемым к вращающимся регенеративным воздухоподогревателям тепловых электростанций.

Внедрение результатов исследования. Полученные результаты по линейным динамическим системам, моделирующие циклические процессы внедрены в практику по следующим направлениям:

математическая модель многосекционного воздухоподогревателя применена в разработке системы автоматического регулирования температуры воздуха выходящего из калорифера теплоэнергетических станций и получен патент Агентства интеллектуальной собственности Республики Узбекистан на изобретения №IAP 05072 «Способ автоматического регулирования температуры воздуха за калорифером». Применение научного результата позволяет определит численные значения параметров, характеризующих процесс теплообмена во воздухоподогревателе;

найденные явные формулы для фундаментальных матриц дифференциальных уравнений с циркулянтными матрицами использованы в научно-исследовательском проекте 01-01-17-1921FR Математического отделения факультета естественных наук Университета Путра Малайзия для решения задачи дифференциальной игры, описываемой бесконечными системами дифференциальных уравнении в Гильбертовом пространстве. (Справка профессора Fudziah Ismail, заведующей отделением математики факультета естественных наук Университета Путра Малайзия).

Апробация результатов исследования. Основное содержание диссертации доложено в научных докладах на 8 международных и 4 республиканских научно-практических конференциях.

Публикация результатов исследования. По теме диссертации опубликовано 18 научных работ, из них 4 статьи опубликованы в журналах, входящих в перечень научных изданий, предложенных Высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан для защиты диссертаций на соисканий ученой степени доктора философии (PhD), в том числе 2 статьи опубликованы в зарубежных журналах, 2 – в республиканских научных изданиях. Также получено 1 авторское свидетельство на программу для ЭВМ. Идея алгоритма и составление компьютерной программы по блок-схеме разработана в сотрудничестве соавторами, блок-схема составлена диссертантом.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, приложения и списка использованной литературы. Объем диссертации составляет 77 страниц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во **Введении** обоснованы актуальность и востребованность темы диссертации, отмечено соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики, дан обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации, описана степень изученности проблемы, сформулированы цели и задачи, указаны объект и предмет исследования, изложены научная новизна и практические результаты исследования, раскрыта теоретическая и практическая значимость полученных результатов, даны сведения о внедрении результатов исследования, об опубликованных работах и о структуре диссертации.

Первая глава диссертации, названная «**Фундаментальная матрица линейных систем с циркулянтной матрицей**» посвящена линейным динамическим системам с циркулянтной матрицей коэффициентов.

Циркулянтная матрица порядка n общего вида имеет строение

$$A=\begin{pmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-2} & a_{n-1} \\ a_{n-1} & a_0 & a_1 & \cdots & a_{n-3} & a_{n-2} \\ a_{n-2} & a_{n-1} & a_0 & \cdots & a_{n-4} & a_{n-3} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_2 & a_3 & a_4 & \cdots & a_0 & a_1 \\ a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & a_{n-1} & a_0 \end{pmatrix}, \qquad (1)$$

поэтому однозначно определяется своей первой строкой. Циркулянтная матрица (1) обозначается $A=\operatorname{circ}(a_0,a_1,\ldots,a_{n-1})$.

Простейшим примером циркулянтной матрицы порядка n служит так называемая матрица перестановки

$$P=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}=\operatorname{circ}\big(0,1,0\ldots,0\big).$$

Известно что, циркулянтная матрица (1) допускает разложение

$$A=a_1I+a_2P+a_3P^2+\ldots+a_nP^{n-1}, \qquad (2)$$

из которого вытекает, что множество циркулянтных матриц порядка n образует n-мерную ассоциативную и коммутативную алгебру. Система $\{I,P,P^2,\ldots,P^{n-1}\}$ служат базисом соответствующего линейного пространства, а пара I, P – системой образующих алгебры циркулянтов.

Основная цель этой главы – вывести формулу для фундаментальной матрицы для линейной динамической системы с циркулянтной матрицей коэффициентов. Для фундаментальной матрицы хорошо известна формула

$$e^{At}=e^{\frac{1}{n}F_n^*\Lambda F_n t}=F_n^* e^{\frac{1}{n}\Lambda t}F_n, \qquad (3)$$

где F_n – матрица Фурье ($*$ означает сопряжение), $\Lambda=\operatorname{diag}(\lambda_1,\lambda_2,\ldots,\lambda_n)$, $\lambda_i,\ i=\overline{1,n},$ – собственные числи матрицы A. Эта формула имеет две особенности. Во-первых, в представлении (3) в правой части ни одна из матриц не является циркулянтной. Во-вторых, в тех случаях когда матрица A действительная, в правой части все матрицы – комплексные. Глава I диссертации посвящена выводу формулы для e^{At}, свободной от этих недостатков.

В параграфе 1.1 перечислены некоторые важные свойства циркулянтных матриц (1), используемых в диссертации.

Одним из важных частных случаев циркулянтных матриц составляют так называемые почти якобиевые циркулянтные матрицы, которые отличаются от якобиевых матриц одним дополнительным элементом:

$$A=\begin{pmatrix} a & b & 0 & \dots & \dots & -b \\ -b & a & b & \dots & \dots & 0 \\ 0 & -b & a & b & \dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & -b & a & b \\ b & 0 & \dots & \dots & -b & a \end{pmatrix}. \qquad (4)$$

В параграфе 1.2. найдена в явном виде фундаментальная матрица системы

$$\frac{dx}{dt}=Ax, \qquad (5)$$

размерности равны 3, 4 и 6, у которой матрица коэффициентов имеет вид (4). В случае этих размерностей задачу выражения фундаментальной матрицы в пределах алгебры циркулянтных матриц удалось решить построением специальных алгебр размерности 3.

В случае $n=3$ соответствующее представление имеет вид:

$$e^{At}=\frac{1}{3}e^{at}[(1+2\cos\sqrt{3}bt)I+\sqrt{3}\sin\sqrt{3}bt\,J+(1-\cos\sqrt{3}bt)K]. \qquad (6)$$

где $I=\mathrm{circ}(1,0,0)$, $J=\mathrm{circ}(0,1,-1)$, $K=\mathrm{circ}(0,1,1)$.

В случае $n=4$ матрицу (4) можно записать в виде $A=\mathrm{circ}(a,b,0,-b)=aI+bJ$, где $I=\mathrm{circ}(1,0,0,0)$, $J=\mathrm{circ}(0,1,0,-1)$, которые вместе с матрицей $K=\mathrm{circ}(0,0,1,0)$ образуют алгебру с таблицей умножений

$$\begin{array}{c|ccc} \times & I & J & K \\ \hline I & I & J & K \\ J & J & -2I+2K & -J \\ K & K & -J & I \end{array} \qquad (7)$$

Основываясь на этом получено представление

$$e^{At}=e^{at}\left[\frac{1}{2}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n(2bt)^{2n+1}}{(2n+1)!}J+I+\frac{1}{4}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n(2bt)^{2n+2}}{(2n+2)!}(-2I+2K)\right]=$$
$$=\frac{1}{2}e^{at}[(1+\cos 2bt)I+\sin 2bt\,J+(1-\cos 2bt)K]. \qquad (8)$$

В случае $n=6$ аналогично $A=\mathrm{circ}(a,b,0,0,0,-b)=aI+bJ$, где $I=\mathrm{circ}(1,0,0,0,0,0)$, $J=\mathrm{circ}(0,1,0,0,0,-1)$. Эти матрицы вместе с

$K = \mathrm{circ}(0, 0, 1, 0, 1, 0)$ порождает алгебру размерности 3 с таблицей умножения

$$\begin{array}{c|ccc} \times & I & J & K \\ \hline I & I & J & K \\ J & J & -2I+K & -J \\ K & K & -J & 2I+K \end{array} \tag{9}$$

Основываясь на (9) выводится формула

$$\begin{gathered} e^{At} = e^{at}\left[\frac{1}{\sqrt{3}}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n(\sqrt{3}bt)^{2n+1}}{(2n+1)!}J + I + \frac{1}{3}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n(\sqrt{3}bt)^{2n+2}}{(2n+2)!}(-2I+K)\right] = \\ = \frac{1}{3}e^{at}\left[\left(1+2\cos\sqrt{3}bt\right)I + \sqrt{3}\sin\sqrt{3}bt\,J + \left(1-\cos\sqrt{3}bt\right)K\right]. \end{gathered} \tag{10}$$

Метод приведения к алгебре меньшей размерности не допускает обобщения для произвольных размерностей. В этом случае задача выражения экспоненты циркулянтной матрицы в пределах алгебры циркулянтов решается в диссертации другим методом, сочетающим комбинаторную алгебру и теорию линейных систем дифференциальных уравнений.

В силу разложения (2) для вычисления e^{At} достаточно найти $e^{P^h t}$ $h = \overline{1, n-1}$ для матрицы перестановки P=circ(0,1,0…,0).

Определение. Функция

$$e_n(t) = \sum_{k=0}^{\infty}\frac{t^{kn}}{(kn)!}$$

называется *обобщенной экспонентой* (*обобщенной экспонентой* n*-го порядка*, когда это необходимо подчеркнуть).

Предложение 1.

$$e^{tP} = \sum_{k=0}^{n-1} e_n^{(n-k)}(t)P^k = \mathrm{circ}(e_n(t), e_n^{(n-1)}(t), e_n^{(n-2)}(t), ..., \dot{e}_n(t)). \tag{11}$$

Пусть теперь $2 \le h \le n-1,\ n \ge 3$ (в случае $n = 2$ задача тривиальна), $[m]$ обозначает остаток от деления m на n, так что $0 \le [m] \le n-1$.

Случай, когда n и h взаимно простые. В этом случае числа $[h] = h, [2h], ..., [(n-1)h]$ все отличны от нуля и попарно различны.

Предложение 2. Если $(n, h) = 1$, то

$$e^{tP^h} = \mathrm{circ}(e_n(t), e_n^{\hat{g}^{-1}(n-1)}(t), e_n^{\hat{g}^{-1}(n-2)}(t), ... e_n^{\hat{g}^{-1}(1)}(t)). \tag{12}$$

где $\hat{g}$ – подстановка вида

$$\hat{g} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & ... & n-1 \\ 0 & n-h & n-[2h] & \dots & n-[(n-1)h] \end{pmatrix}.$$

Случай, когда $d = (n, h) > 1$. Положим $\nu = n/d, \eta = h/d$, так что $(\nu, \eta) = 1$.

Лемма 1. Пусть $\boldsymbol{x}(t) = (x_1(t), x_2(t), ..., x_n(t))^T$ – решение системы $\dot{\boldsymbol{x}} = A\boldsymbol{x}$ с циркулянтной матрицей коэффициентов, удовлетворяющее начальному условию $\boldsymbol{x}(0) = (1, 0, ..., 0)^T$. Тогда

$$e^{At} = [\mathrm{circ}(x_1(t), x_2(t), ..., x_n(t))]^T. \tag{13}$$

В соответствии с леммой 1 для вычисления e^{tP^h} достаточно найти решение задачи Коши для системы $\dot{\mathbf{x}} = P^h \mathbf{x}$ с начальным условием $x_1(0) = 1, x_2(0) = 0, ..., x_n(0) = 0.$ Она распадается на d подсистем, каждая порядка ν :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_{1+h}, \quad x_1(0) = 1, \\ \dot{x}_{1+h} = x_{1+[2h]}, \quad x_{1+h}(0) = 0, \\ \dots \ \dots \ \dots \ \dots \ \dots \ \dots \\ \dot{x}_{1+[(\nu-1)h]} = x_{1+[\nu h]} = x_1, \quad x_{1+[(\nu-1)h]}(0) = 0, \end{cases} \tag{14}$$

(здесь учтено $[\nu h] = [n\eta] = 0$),

$$\begin{cases} \dot{x}_j = x_{j+h}, \quad x_j(0) = 0, \\ \dot{x}_{j+h} = x_{j+[2h]}, \quad x_{j+h}(0) = 0, \\ \dots \\ \dot{x}_{j+[(\nu-1)h]} = x_j, \quad x_{j+[(\nu-1)h]}(0) = 0, \end{cases} \tag{15}$$

где $j = 2,3,..,d.$

Пусть $\hat{\gamma}$ – подстановка, определяемая взаимно-простыми числами ν, η аналогично тому, как определялась подстановка $\hat{g}$ по n, h. Тогда решение задачи Коши (14), в соответствии с предложением 2, есть $(e_\nu(t), \dot{e}_\nu(t), ..., e_\nu^{(\nu-1)}(t))^T$.

Теорема 1. Имеет место формула

$$e^{tP^h} = \mathrm{circ}(e_\nu, 0_{d-1}, e_\nu^{(\hat{\gamma}(1)^{-1})}, 0_{d-1}, e_\nu^{(\hat{\gamma}(2)^{-1})}, 0_{d-1}, \ ..., \ e_\nu^{(\hat{\gamma}(\nu-1)^{-1})}, 0_{d-1}),$$

где 0_{d-1} обозначает строку из $d-1$ нулей.

Во второй главе диссертации **«Качественное исследование дискретной динамической системы, моделирующей циклический процесс теплообмена»** исследуется линейная дискретная динамическая система, полученная как упрощенная математическая модель термодинамического процесса теплообмена во вращающемся регенеративном воздухоподогревателе тепловых электростанций (короче воздухоподогреватель ТЭС). В § 2.1 дается краткий обзор существовавщих моделей такого процесса. В §2.2 рассматривается математическая модель термодинамического процесса в воздухоподогревателе в виде простой линейной системы разностных уравнений, построенной усреднением величин, связанных с процессом теплообмена между металлическими наполнителями воздухоподогревателя, воздухом и газом как – по пространственным координатам, так и по малому отрезку времени.

Цилиндрический барабан воздухоподогревателя $x^2 + y^2 \le R^2$, $0 \le z \le H$, делится плоскостью, проходящей через ось, на «холодную» и «горячую» части B_A и B_G, определяемые условиями $y \ge 0$ и $y \le 0$ соответственно. Пусть $\Theta(t, x, y, z)$ – температура в момент времени t в точке (x, y, z), принадлежащей наполнителям, $T(t,x,y,z)$ – температура теплоносителя (воздуха или газа) в точке (x,y,z), $t \ge 0,$. Пусть, далее,

$$\Theta(t) = \frac{1}{V(B_A^{\bullet})} \int_{B_A^{\bullet}} \Theta(t,x,y,z)dv, \quad \Theta_G(t) = \frac{1}{V(B_G^{\bullet})} \int_{B_G^{\bullet}} \Theta_G(t,x,y,z)dv,$$

$$T_A(t) = \frac{1}{V(B_A)} \int_{B_A^{\circ}} T_A(t,x,y,z)dv, \; T_G(t) = \frac{1}{V(B_G)} \int_{B_G^{\circ}} T_G(t,x,y,z)dv,$$

где $B_A^{\bullet} = B_A \cap \overline{B}$, $B_G^{\bullet} = B_G \cap \overline{B}$, $\overline{B}$ – часть барабана, занимаемая наполнителями, $B_A^{\circ} = B_A \setminus B_A^{\bullet}$, $B_G^{\circ} = B_G \setminus B_G^{\bullet}$, dv – элемент объема, $V(B_A), V(B_G)$ – объем соответствующих частей.

Если произвести осреднение и по интервалу времени $I(n) = [nh,(n+1)h]$:

$$x(n) = \frac{1}{h} \int_{I(n)} \Theta_A(t)dt, \; y(n) = \frac{1}{h} \int_{I(n)} \Theta_G(t)dt, \; u(n) = \frac{1}{h} \int_{I(n)} T_A(t)dt, \; v(n) = \frac{1}{n} \int_{I(n)} T_G(t)dt,$$

то в соответствие с законом Ньютон о линейной теплопроводности имеют место соотношения

$$\begin{aligned} x(n+1) &= (1-\beta h)y(n) + \beta h q(n), \\ y(n+1) &= (1-\alpha h)x(n) + \alpha h p(n), \\ u(n) &= p(n) + \gamma h(x(n) - p(n)), \\ v(n) &= q(n) + \delta h(y(n) - q(n)), \end{aligned} \tag{16}$$

$n = 0, 1, 2, \ldots$, h – время полуоборота барабана воздухоподогревателя, $p(n)$ – средняя температура входящего воздуха, $q(n)$ средняя температура входящего газа на интервале $I(n)$, $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ – параметры, зависящие от характеристик процесса теплообмена в воздухоподогревателе (геометрии и теплоемкости корпуса барабана и системы насадок, состава и влажности воздуха и газа, их термодинамических характеристик, коэффициентов теплопроводности и диффузии, параметров, характеризующих процесс теплообмена на поверхностях контакта насадок с воздухом и газом и др.).

Введя в рассмотрение векторы $z(n) = (x(n), y(n))^T$, $r(n) = h(\beta q(n), \alpha p(n))^T$ (где T – знак транспортирования, действие которого превращает вектор-строку в вектор-столбец) и матрицу

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1-\beta h \\ 1-\alpha h & 0 \end{pmatrix},$$

систему (16) можно записать в виде

$$z(n+1) = Az(n) + r(n), \; n = 0,1,2,\ldots. \tag{17}$$

Решение системы с начальным значением определяется из дискретного аналога формулы Коши, которую в данном случае можно записать в разделенном виде

$$z(n) = \mu^n z(0) + A \sum_{j=0}^{n/2-1} \mu^{n-2-2j} r(2j) + \sum_{j=0}^{n/2-1} \mu^{n-2-2j} r(2j+1)$$

для четных n и

$$z(n) = \mu^{n-1} Az(0) + A \sum_{j=1}^{(n-1)/2} \mu^{n-1-2j} r(2j-1) + \sum_{j=0}^{(n-1)/2} \mu^{n-1-2j} r(2j)$$

для нечетных n.

В § 2.3 на основе этих формул установлены некоторые качественные свойства решений.

Пусть для коэффициентов системы (16) выполняется следующее неравенство $0<\alpha h, \beta h<1$, которое выражает условие физической осуществимости (эффективности) модели. Это условие влечет, что собственные числа матрицы A, равные $\pm\mu=\pm\sqrt{(1-\alpha h)(1-\beta h)}$, лежат в интервале $(-1,1)$ и поэтому все решения системы (17) асимптотически устойчивы.

Теорема 2. Пусть последовательность $r(n)$ периодическая с периодом $m, m\geq 2$, т.е. $r(n+m)=r(n)$, где $n=n_0, n_0+1, n_0+2, \ldots$.Тогда система (17) имеет единственное периодическое решение с периодом m, которое асимптотически устойчиво.

Теорема 3. Если $r(n)$ ограниченная последовательность, то каждое решения уравнение (17) также ограничено.

Теорема 4. Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} r(n)=l.$ Тогда каждое решение $z(n)$ стремится к пределу $(E-A)^{-1}l$ при $n\to\infty$ независимо от z_0.

Теорема 5. Если последовательность $r(n)$ эргодическая, а именно,

$$\rho(n)=\frac{r(0)+r(1)+\cdots+r(n-1)}{n}\to l,$$

то каждое решение $z(n)$ системы (17) также будет эргодическим, при этом

$$\frac{z(1)+z(2)+\cdots+z(n)}{n}\to (E-A)^{-1}l.$$

В § 2.4 показывается, что предложенная модель позволяет решить важную для практических приложений обратную задачу, состоящую в вычислении значений α, β, γ и δ, исходя из результатов измерений температур выходящего воздуха $u(n)$ и газа $v(n)$. Оказывается, эти параметры можно однозначно определить по значениям $u(1), u(2), v(1), v(2)$ в предположении стационарности входящих потоков: $p(n)=p, q(n)=q$ с удовлетворительной для приложений точностью.

В общем случае соответствующая задача сведется к нелинейной и неопределенной системе

$$\begin{aligned}\gamma h(x(1)-p)&=\overline{u}_1,\\ \delta h(y(1)-q)&=\overline{v}_1,\end{aligned}\tag{18}$$

$$\begin{aligned}\gamma h[(1-\beta h)y(1)+\beta hq-p]&=\overline{u}_2,\\ \delta h[(1-\alpha h)x(1)+\alpha hp-q]&=\overline{v}_2,\end{aligned}\tag{19}$$

где $\overline{u}_k=u(k)-p,\ \overline{v}_k=v(k)-q,\ k=1,2.$.

В третьей главе диссертации, названной «**Качественное исследование дискретных динамических систем, моделирующих многосекционные воздухоподогреватели**», изучается динамическая система, моделирующая процесса теплообмена в многосекционном воздухоподогревателе, в том числе с учетом перемешивания газа с воздухом и воздуха с газом на границе раздела газовой и воздушной частей. Устанавливаются качественные свойства решений полученной дискретной системы. Решается задача идентификации, состоящая в определении коэффициентов системы на основе известного решения.

В § 3.1 изложена математическая модель процесса теплообмена в многосекционном воздухоподогревателе. Модель состоит из следующих систем линейных дискретных уравнений:

для температуры наполнителей

$$\begin{aligned} x_1(n+1) &= (1-\bar{\alpha}_1 h)x_{2m}(n) + \bar{\beta}_1 h q_1(n), \\ x_k(n+1) &= (1-\bar{\alpha}_k h)x_{k-1}(n) + \bar{\beta}_k h q_k(n),\ k=2,3,...,2m, \end{aligned} \tag{20}$$

для температуры выходящих из воздухоподогреватея теплоносителей

$$u_k(n) = q_k(n) + \bar{\gamma}_k h(x_k(n) - q_k(n)),\ k = 1, 2, \ldots, 2m-1, 2m, \tag{21}$$

где q_k при $k=1,\ldots,m$ – темература воздуха, а при $k=m+1,\ldots,2m$ – температура газа, $\bar{\alpha}_k$, $\bar{\beta}_k$, $\bar{\gamma}_k$ – параметры $(k=1,2,\ldots,2m)$, характеризующие процесс теплообмена в воздухоподогревателе. В предположении постоянства $\bar{\alpha}_k$, $\bar{\beta}_k$, $\bar{\gamma}_k$ соотношения (20)–(21) представляют собой замкнутую систему линейных дискретных уравнений. Система (20)–(21) рассматривается в предположении

$$0 < \bar{\alpha}_k h,\ \bar{\beta}_k h < 1,\ k = 1,\ldots,2m, \tag{22}$$

выражающей физическую адекватность модели к реальному процессу теплообмена, когда проходящая сквозь воздухоподогревателя температура газа убывает, а температура воздуха возрастает.

Таким образом, изучаемая модель процесса теплообмена относится к классу линейных динамических систем с дискретным временем

$$z(n+1) = Az(n) + r(n),\ \ n = 0,1,2,\ldots, \tag{23}$$

где $z(n) = (x_1, x_2, \ldots, x_{2m})^T$, $r(n) = h(\bar{\beta}_1 q_1(n),\ \bar{\beta}_2 q_2(n),\ \ldots,\ \bar{\beta}_{2m} q_{2m}(n))^T$.

Здесь матрица A не является циркулянтной, но цикличность процесса выражается другим свойством:

$\alpha_{1,2m} = \alpha_{2m} = 1 - \bar{\alpha}_{2m} h,\ \alpha_{i,i-1} = \alpha_i = 1 - \bar{\alpha}_i h$ при $i = 2, 3, ..., 2m,$

$\alpha_{ij} = 0$ для других пар индексов (i, j).

Такие матрицы известны как мономиальные.

Пусть $\mu = \sqrt[2m]{\alpha_1 \alpha_2 \cdots \alpha_{2m}}$. В силу условия (22) имеет место $0 < \mu < 1$. При этом собственные числа матрицы A будут равны $\lambda_k = \mu e^{\pi k i/m}$, $k = 0, 1, ..., 2m-1$. Поскольку все они лежат внутри единичного круга, то система (23) асимптотически устойчива.

Теорема 6. a) если последовательность $r(n)$ ограничена (стремится к пределу r_* при $n \to \infty$), то все решения системы (23) также ограничены (соответственно, стремятся к пределу $(E-A)^{-1} r_*$);

b) если последовательность $r(n)$ периодическая, т.е. $r(n+T) \equiv r(n)$ для некоторого целого T, $T \geq 2$, то существует единственное периодическое решение (период которого совпадает с T);

c) если средние по Чезаро $R_n = (1/n)[r(0) + r(1) + \cdots + r(n-1)]$ имеют предел R_*, то для каждого решения $z(n)$ средние по Чезаро $Z_n = (1/n)[z(1) + z(2) + \cdots + z(n)]$ также имеют предел (равный $(E-A)^{-1} R_*$).

В параграфе 3.2. дается решение задачи идентификации для системы (20)–(21), состоящей в определении коэффициентов системы на основе известного решения, когда входящие потоки стационарны.

Замена $y(n) = z(n) - z(0)$ приводит (23) к системе
$$y(n+1) = Ay(n) + t,\ y(0) = 0, \tag{24}$$
где $t = r - (E - A)z\left(0\right)$.

Если ввести в рассмотрение $(2m \times 2m)$-матрицы
$$Y = [y(1),\, y(2),\, \dots,\, y(2m)],\quad B = [t - y(2),\, t - y(3),\, ...,\, t - y(2m+1)],$$
то цепочка равенств
$$y(1) = t,\ y(2) = Ay(1) + t,\ \dots,\ y(2m) = Ay(2m-1) + t$$
запишется в виде
$$AY = B. \tag{25}$$

Здесь B состоит из известных (измеряемых) величин, а Y – неизвестных величин.

Теорема 7. Пусть вектор $t = (t_1, t_2, \dots, t_{2m})$ выбран так, что $t_k = 1$ для $k = 1$ и $k = m+1$ и $t_k = 0$ для остальных значений k. Тогда

a) $\det Y = \alpha_1^{m-1}\alpha_{m+1}^{m-1}\alpha_2^{m-2}\alpha_{m+2}^{m-2}\cdots\alpha_{m-1}\alpha_{2m-1}\Delta^m$;

b) если $\Delta = \alpha_m \dots \alpha_2\alpha_1 - \alpha_{2m}\dots\alpha_{m+2}\alpha_{m+1} \neq 0$, то матрица Y обратима.

В параграфе 3.3 исследуется линейная динамическая система, моделирующая процесс теплообмена в двухслойном воздухоподогревателе, учитывающая частичное премешивание воздуха и газа в пограничных секторах холодной и горячей частей воздухоподогревателя, которая имеет вид:
$$\begin{aligned}
&x_1(n+1) = \bar{\beta}x_{2m}(n) + \tilde{\beta}u_{2m}(n),\\
&x_i(n+1) = \bar{\alpha}x_{i-1}(n) + \tilde{\alpha}\,p(n), \qquad i = 2, \dots, m+1,\\
&x_{m+2}(n+1) = \bar{\alpha}x_{m+1}(n) + \tilde{\alpha}u_{m+1}(n),\\
&x_i(n+1) = \bar{\beta}x_{i-1}(n) + \tilde{\beta}u_{i-1}(n), \quad i = n+3, \dots, 2m,\\
&y_1(n+1) = \bar{\beta}y_{2m}(n) + \tilde{\beta}q(n),\\
&y_2(n+1) = \bar{\beta}y_1(n) + \tilde{\beta}v_1(n),\\
&y_i(n+1) = \bar{\alpha}y_{i-1}(n) + \tilde{\alpha}v_{i-1}(n), \quad i = 3, \dots, m+1,\\
&y_i(n+1) = \bar{\beta}y_{i-1}(n) + \tilde{\beta}q(n), \qquad i = m+2, \dots, 2m;
\end{aligned} \tag{26}$$
$$\begin{aligned}
&u_{m+1}(n+1) = \tilde{\gamma}y_m(n) + \bar{\gamma}v_m(n),\\
&u_i(n+1) = \tilde{\delta}y_{i-1}(n) + \bar{\delta}q(n), \quad i = m+2, \dots, 2m,\\
&v_1(n+1) = \tilde{\delta}x_{2m}(n) + \bar{\delta}u_{2m}(n),\\
&v_i(n+1) = \tilde{\gamma}x_{i-1}(n) + \bar{\gamma}\,p(n), \quad i = 2, \dots, m+1,
\end{aligned} \tag{27}$$
где
$$\tilde{\alpha} = \alpha h,\ \bar{\alpha} = 1 - \tilde{\alpha},\ \tilde{\beta} = \beta h,\ \bar{\beta} = 1 - \tilde{\beta},\ \tilde{\gamma} = \gamma h,\ \bar{\gamma} = 1 - \tilde{\gamma}h,\ \tilde{\delta} = \delta h,\ \bar{\delta} = 1 - \tilde{\delta},$$
$\alpha, \beta, \gamma, \delta$ – параметры, характеризующие процесс теплообмена в воздухоподогревателе, $p(n)$– средняя температура воздуха, входящего в воздухоподогреватель, а $q(n)$ – средняя температура входящего газа.

При этом, средняя температура воздуха, поступающего в котёл ТЭС из воздухоподогревателя и средняя температура газа, уходящего в атмосферу, определяются соответственно формулой

$$V(n)=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}v_i(n),\, U(n)=\frac{1}{m}\sum_{i=m+1}^{2m}u_i(n).$$

Система (26), (27) не является мономиальной и поэтому найти собственные числа в явном виде невозможно. Методом оценки нормы установлена

Теорема 8. Если $h<\min\left(\frac{1}{\alpha},\frac{1}{\beta},\frac{2\alpha}{\alpha^2+\gamma^2},\frac{2\beta}{\beta^2+\delta^2}\right)$, то система (26), (27) асимптотически устойчива.

На основе (20), (21) построена компьютерная модель процесса теплообмена в регенеративных вращающихся воздухоподогревателях и разработана программа наблюдения за температурой выходящего газа, защищенная авторским свидетельством. В **приложении** диссертации описаны функциональные возможности этой программы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Диссертационная работа посвящена исследованию динамических систем, моделирующих циклические процессы.

Основные результаты исследования состоят в следующем.

1. Введены, конечные формулы для фундаментальной системы линейных дифференциальных уравнений порядка $n=3,4,6$ с почти якобиевой циркулянтной матрицей, посредством построения специальных алгебр размерности 3.
2. С помощью обобщенной экспоненты построена явная конечная формула в пределах алгебры циркулянтов для фундаментальной системы линейных дифференциальных уравнений n-порядка.
3. Установлены асимптотические свойства дискретных динамических систем, служащих математической моделью термодинамического процесса теплообмена во вращающихся регенеративных воздухоподогревателях электростанций.
4. Решена задача определения коэффициентов системы по значениям решения линейной дискретной системы с мономиальной матрицей.

Предложенная математическая модель многосекционного воздухоподогревателя применена в разработке системы автоматического регулирования температуры воздуха выходящего из калорифера теплоэнергетических станций.

SCIENTIFIC COUNCIL AWARDING SCIENTIFIC DEGREES
DSc. 27.06.2017.FM01.01 NATIONAL UNIVERSITY OF
UZBEKISTAN, INSTITUTE OF MATHEMATICS

INSTITUTE OF MATHEMATICS

BEKIMOV MANSUR ADAMBAYEVICH

LINEAR DYNAMICAL SYSTEMS MODELING CYCLIC PROCESSES

01.01.02 – "Differential equations and Mathematical physics"

ABSTRACT OF DISSERTATION OF THE DOCTOR OF PHILOSOFHY (PhD) ON PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

Tashkent – 2018

The theme of dissertation of doctor of philosophy (PhD) on physical and mathematical sciences was registered at the Supreme Attestation Commission at the Cabinet of Ministersof the Republic of Uzbekistan under number № B2017.2.PhD/FM94.

Dissertation has been prepared at Institute of Mathematics.

The abstract of the dissertation is posted in three languages (uzbek, russian, english (resume)) on the website (http://ik-fizmat.nuu.uz/) and the "Ziyonet" information and educational portal (www.ziyonet.uz).

Scientific supervisor:	**Azamov Abdulla** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Academician
Official opponents:	**Khasanov Aknazar Bekdurdievich** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor
	Dilmuradov Nasriddin Candidate of Physical and Mathematical Sciences
Leading organization:	**Namangan State University**

Defense will take place _________ 2018 at _____ at the meeting of Scientific Council number Dsc.27.06.2017.FM.01.01 at National University of Uzbekistan, Institute of Mathematics (Address: University str., 4, Tashkent, Uzbekistan, 100174. Phone: (99862) 224-66-11, fax: (99862) 224-67-00, e-mail: nauka@nuu.uz).

Dissertation is possible to review in Information-resource centre at National University of Uzbekistan (is registered № ____). (Address: University str., 4, Tashkent, Uzbekistan, 100174. Phone: (99871) 246-02-24, e-mail: nauka@nuu.uz.

Abstract of dissertation sent out on «____» _______________2018 year.

(Mailing report № «____» on ___________ 2018 year).

A.S. Sadullaev
Chairman of Scientific Council on award of scientific degree, D.Ph.M.S. academician

G.I. Botirov
Scientific Secretary of Scientific Council on award of scientific degree, C.Ph.M.S.

R.R. Ashurov
V. Chairman of Scientific Seminar under Scientific Council on award of scientific degree, D.Ph.M.S.

INTRODUCTION (abstract of the PhD thesis)

The aim of the research work is to study dynamical systems serving as mathematical models of cyclic processes, including the process of heat exchange in rotating regenerative air preheaters of thermal power plants.

The object of research work are differential equations with circulant matrices and linear discrete dynamical systems, modeling the cyclic process of heat exchange in thermal power plants.

The scientific novelty of the research work consists of the following:

Explicit finite formulas are found for a fundamental system of linear differential equations of $n = 3, 4, 6$ order with an almost Jacobian circulant matrix by means of special three-dimensional algebras;

An explicit finite formula is constructed within the algebra of circulants for the fundamental system of circulant linear differential equations of n^{th} order by means of a generalized exponential;

It is proposed that a mathematical model of the thermodynamical heat exchange process in rotating regenerative air preheaters is in the form of a discrete dynamic system with a special matrix expressing the cyclicity of the process;

The qualitative properties of solutions of the obtained discrete systems are established, and the identification problem of determining the coefficients of the system on the basis of information on the values of solutions is solved.

Implementations of the research results. The results obtained on linear dynamic systems modeling cyclic processes were used in practice in following directions:

The discrete mathematical models of the process of heat exchange in the air preheater were used in the research project No ФА-И4-Ф123 "Creation of a highly efficient automated complex to reduce corrosion and contamination of regenerative air preheaters of gas-oil boilers". Application of the results allowed to calculate the temperature distribution throughout the volume of RVPP-54 of the boiler TGM-84 and on this basis to carry out the synthesis of automatic control of the air heater (ref. No 218 "Scientific and Technical Center", "UZBEKENERGO" JSC, 07. 04. 2018 y.);

The mathematical model of a multi-section air preheater were used in the development of an automatic control for the air temperature leaving the calorifer, and patent was obtained for inventions №IAP 05072 «The method on the automatic control of air temperature behind the air preheater » in the Agency on Intellectual Property Republic of Uzbekistan. The application of the scientific result allowed for the determination of numerical values of the parameters characterizing the process of heat exchange in the air preheater;

The explicit formulas for fundamental matrices of differential equations with circulant matrices were used in a research project 01-01-17-1921FR of the Mathematical Department of the Faculty of Natural Sciences of the University of Putra Malaysia. (Reference by Professor Fudziah Ismail, Head of Department of Mathematics, Faculty of Sciences of Putra Malaysia University).

Эълон қилинган ишлар рўйхати
Список опубликованных работ

I бўлим (Часть I)

1. Бекимов М.А. О фундаментальной матрице линейной системы, связанной с математической моделью регенеративного воздухоподогревателя // Узбекский математический журнал. 2010, № 4, С. 39-42. (01.00.00, № 6).

2. Азамов А.А., Бекимов М.А. Дискретная модель процесса теплообмена во вращающихся регенеративных воздухоподогревателях // Труды Института математики и механики УрО РАН. 2017, Том 23, № 1, С. 12-19 (№11. Springer: 0,623).

3. Бекимов М.А. Дискретная модель процесса теплоообмена в двухслойных вращающихся регенеративных воздухоподогревателях // Доклады АН РУз. 2018, № 2, С. 25-28. (01.00.00; №7).

4. Bekimov M.A. and Fathalla A. Rihan. A Discrete Mathematical Model for Heat Transfer Process in Rotating Regenerative Air Preheater // Differential Equations and Dynamical Systems. USUZCAMP 2017. Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, 2018, vol. 268. Springer, Cham. pp. 55-61. (№41. SCImago: IF=0.23).

II бўлим (Часть II)

5. Azamov A.A., Bekimov M.A. Simplified Model of the Heat Exchange Process in Rotary Regenerative Air Pre-Heater // Ural Mathematical Journal, Vol. 2, No. 2, 2016. pp. 27-36.

6. DGU 03767 Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ “Программа расчета процесса теплообмена во вращающихся регенеративных воздухоподогревателях”. Авторы: Азамов А. А., Бекимов М. А., Абдуганиев А. А. 27.10.2017 г. (регистрационный номер: DGU 20170621).

7. Бекимов М.А. Дискретная модель процесса теплообмена во вращающемся регенеративном воздухоподогревателе с учетом утечки теплоносителей. Республиканская научная конференция “Новые результаты математики и их приложения”. 14-15 мая 2018 г. Самарканд. С. 70-72.

8. Азамов А.А., Бекимов М.А. О математической модели процесса теплообмена вращающегося регенеративного воздухоподогревателя и задача идентификации // The Abstract Book of the International Scientific Conference “Weighted Eestimates of Differential and Integral Operators and their Applications”. 04-06 May 2017, Astana, Kazakhstan. С.97-100.

9. Bekimov M.A. A Linear Dynamical System Modeling the Process of Heat Exchange Air Preheater. Second USA-Uzbekistan Conference on Analysis and Mathematical Fhysics. August 08-12, 2017, Urgench, Uzbebekistan. pp. 31.

10. Azamov A. A., Bekimov M.A. Dynamical games that simulated the process of heat transfer in the rotating regenerative air preheaters. Systems Analysis: Modeling and Control. Abstracts of the International conference in memory of Academician Arkadiy Kryazhimskiy. Ekaterinburg, 03-08 October 2016, P. 20-22.

11. Азамов А.А., Бекимов М.А. Линейная дискретная модель вращающегося регенеративного воздухонагревателя ТЭЦ. Международная конференция, посвященная восьмидесятилетию академика Ю. С. Осипова Динамические системы: обратные задачи, устойчивость и процессы управления. Россия, Москва, 22 – 23 сентября 2016 г. С.27-28.

12. Азамов А.А., Бекимов М.А. О линейной модели процесса теплообмена в регенеративных воздухоподогревателях тепловых электрических станциях. Материалы республиканской научно-практической конференции «Актуальные проблемы математики» 17 мая 2016г. Андижан, С. 87-90.

13. Азамов А.А., Бекимов М.А. О численным решении квадратичных систем дифференциальных уравнений. Второй Международный семинар "Теория управления и теория обобщенных решений уравнений Гамильтона-Якоби" (CGS'2015). Посвящен 70-летию академика А.И.Субботина. Екатеринбург, 1-3 апреля 2015 г.

14. Бекимов М.А. О фундаментальной матрице дифференциальных уравнений с тёплицевыми матрицами. Республиканская научная конференция с участием зарубежных ученых «Современные методы математической физики и их приложения» Ташкент, 15-17 апреля, 2015 г.С.134-135.

15. Бекимов М.А. О математическом моделировании температурного режима вращающихся регенеративных воздухоподогревателей. Тезисы докладов Республиканской научной конференции с участием зарубежных ученых «Алгебра, анализ и квантовая вероятность» Ташкент, 10-12 сентября 2015 г. С. 211.

16. Бекимов М.А. Об экспоненте косоциркулянтных матриц. IV-Международная научная конференция «Актуальные проблемы прикладной математики и информационных технологий – ал-Хорезми 2014», Самарканд, 15-17 сентября, 2014 г. С. 41.

17. Бекимов М.А. Об экспоненте циркулянтной матрице, коэффициентов линейной системы, моделирующий регенеративный вращающейся воздухоподогреватель // Межд. Науч. Конф. «Актуальные проблемы прикладной математики и информационных технологий – Аль-Хоразмий 2012». Ташкент, 9-22 декабря 2012 г.

18. Азамов А.А., Бекимов М.А., Исматходжаев С.К. Математическая модель вращающегося воздухоподогревателя в виде динамической системы с дискретным временем. XV International Conference Dynamical system modeling and stability investigation. May 25-27, 2011, Kiev, Ukraine, С.158.

Автореферат “Ўзбекистон математика журнали” таҳририятида
таҳрирдан ўтказилди (04.12.2018 йил)

Босишга рухсат этилди: 04.12.2018. Ҳажми 2,75 босма табоқ.
Бичими 60х84 1/16 , «Times New Roman»
гарнитурада рақамли босма усулида босилди.
Адади: 70. Буюртма: № 26

Ўзбекистон Республикаси Фанлар академияси
«Фан» нашриёти давлат корхонаси босмахонасида чоп этилди.
100047, Тошкент ш., Яҳё Ғуломов кўчаси, 70-уй