ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ, МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТИ ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ DSc27.06.2017.FM 01.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

ҚАРШИ ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

ЖЎРАЕВ ДАВРОН АСЛОНҚУЛОВИЧ

ГЕЛЬМГОЛЬЦ ТЕНГЛАМАСИНИНГ МАТРИЦАВИЙ ФАКТОРИЗАЦИЯСИ УЧУН КОШИ МАСАЛАСИНИНГ РЕГУЛЯРИЗАЦИЯСИ

01.01.02 – Дифференциал тенгламалар ва математик физика (физика-математика фанлари)

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

Тошкент – 2018

УДК: 517.946

Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD) диссертацияси автореферати мундарижаси

Оглавление автореферата диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам

Contents of dissertation abstract of doctor of philosophy (PhD) on physical-mathematical sciences

ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ, МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТИ ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ DSc27.06.2017.FM 01.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

ҚАРШИ ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

ЖЎРАЕВ ДАВРОН АСЛОНҚУЛОВИЧ

ГЕЛЬМГОЛЬЦ ТЕНГЛАМАСИНИНГ МАТРИЦАВИЙ ФАКТОРИЗАЦИЯСИ УЧУН КОШИ МАСАЛАСИНИНГ РЕГУЛЯРИЗАЦИЯСИ

01.01.02 – Дифференциал тенгламалар ва математик физика (физика-математика фанлари)

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

Тошкент – 2018

Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD) диссертацияси мавзуси Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамаси ҳузуридаги Олий аттестация комиссиясида № B2018.2.PhD/FM218 рақам билан рўйхатга олинган.

Диссертация Қарши давлат университетида бажарилган.

Диссертация автореферати уч тилда (ўзбек, рус, инглиз (резюме)) Илмий кенгаш веб-саҳифасида (http://ik-fizmat@nuu.uz) ва «Ziyonet» Ахборот таълим порталида (www.ziyonet.uz) жойлаштирилган.

Илмий маслаҳатчи:	**Тарханов Николай Николаевич** физика-математика фанлари доктори, профессор
Расмий оппонентлар:	**Халмухамедов Алимджан Рахимович** физика-математика фанлари доктори, профессор
	Ниёзов Иқбол Эргашевич физика-математика фанлари номзоди, доцент
Етакчи ташкилот:	**Сибир Федерал университетининг Математика ва фундаментал информатика институти**

Диссертация ҳимояси Ўзбекистон Миллий университети ҳузуридаги DSc.27.06.2017.FM.01.01 рақамли Илмий кенгашнинг 2018 йил «___»_____ соат____ даги мажлисида бўлиб ўтади. (Манзил: 100174, Тошкент ш., Олмазор тумани, Университет кўчаси, 4-уй. Тел.: (+99871) 227-12-24, факс: (+99871) 246-53-21, 246-02-24, e-mail: nauka@nuu.uz).

Диссертация билан Ўзбекистон Миллий университетининг Ахборот-ресурс марказида танишиш мумкин (___ рақами билан рўйхатга олинган). (Манзил: 100174, Тошкент ш., Олмазор тумани, Университет кўчаси, 4-уй. Тел.: (+99871) 246-02-24).

Диссертация автореферати 2018 йил «____» _____куни тарқатилди.
(2018 йил «____» _____ даги _____ рақамли реестр баённомаси).

А.С. Садуллаев
Илмий даражалар берувчи илмий кенгаш раиси, ф.-м.ф.д., академик

Ғ.И. Ботиров
Илмий даража берувчи илмий кенгаш илмий котиби, ф.-м.ф.н.

А.А. Азамов
Илмий даража берувчи илмий кенгаш ҳузуридаги илмий семинар раис ўринбосари, ф.-м.ф.д., академик

КИРИШ (фалсафа доктори (PhD) диссертацияси аннотацияси)

Диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати. Жахон миқёсида олиб борилаётган кўплаб илмий-амалий тадқиқотлар аксарият холларда хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар учун нокоррект чегаравий масалаларни тадқиқ қилишга келтирилади. Эллиптик типдаги тенгламаларни шартли корректликка текшириш ва тақрибий ечимини топиш гидродинамика, геофизика, электродинамика каби соҳалардаги амалий тадқиқотларнинг объектидир. Нокоррект масалаларни ечишда регулярлашган ечимлар оиласи корректлик синфи компактга қадар торайтирилганда турғун ечимни тадқиқ қилишга асос сифатида хизмат қилади. Шунинг учун Гельмгольц тенгламасининг матрицавий факторизацияси учун нокоррект масалаларни тадқиқ қилиш хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар назариясининг муҳим вазифаларидан бири бўлиб қолмоқда.

Ҳозирги кунда жахонда биринчи тартибли чизиқли эллиптик типдаги тенгламалар ситемаси учун қўйилган нокоррект чегаравий масалаларнинг регурярлашган ечимини қуриш, ечимнинг мавжудлик критериясини аниқлаш билан боғлиқ муаммоларни тадқиқ қилиш муҳим масалалардан бири ҳисобланади. Бу борада, Карлеман матрицасини аниқ кўринишда қуриш; масала ечимининг шартли турғунлик бахоларини олиш, ҳамда чегараси компакт бўлмаган чексиз соҳаларда коэффициентлари ўзгармас бўлган Гельмгольц оператори билан факторизацияланувчи биринчи тартибли эллиптик типдаги тенгламалар системаларининг интеграл ифодасини қуриш мақсадли илмий тадқиқотлардан ҳисобланади.

Мамлакатимизда фундаментал фанларнинг илмий ва амалий татбиққа эга бўлган дифференциал тенгламалар ва математик физиканинг долзарб йўналишларига эътибор кучайтирилди. Жумладан, эллиптик типдаги хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар ва уларнинг системаси учун турли хил нокоррект чегаравий масалаларни тадқик этишга алоҳида эътибор берилди. Бунинг натижасида хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар учун нокоррект чегаравий масалаларни тадқиқ килиш ҳамда уларнинг тақрибий ечимларини махсус соҳаларда Карлеман матрицаси асосида қуриш, шартли турғунлик баҳоларини олиш ва ечимнинг мавжудлик критериясини топишга доир салмоқли натижаларга эришилди. «Функционал анализ, динамик системалар назарияси, дифференциал тенгламалар, математик физика ва математик моделлаштириш» фанларининг устувор йўналишлари бўйича халқаро стандартлар даражасида илмий тадқиқотлар олиб бориш асосий вазифалар ва фаолият йўналишлари этиб белгиланди.[1]. Қарор ижросини таъминлашда хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар назарияси ва шартли турғун коррект масалалар назариясини ривожлантириш муҳим аҳамиятга эга.

[1] Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамасининг 2017 йил 18 майдаги №292 «Ўзбекистон Республикаси Фанлар академиясининг янгидан ташкил этилган илмий-тадқиқот муассасалари фаолиятини ташкил этиш чора-тадбирлари тўғрисида»ги қарори

Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2017 йил 7 февралдаги № ПФ-4947 “Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантириш бўйича харакатлар стратегияси тўғрисида”ги Фармони, 2017 йил 17 февралдаги № ПҚ-2789 “Фанлар академияси фаолияти, илмий тадқиқот ишларини ташкил этиш, бошқариш ва молиялаштиришни янада такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги, 2017 йил 20 апрелдаги № ПҚ-2909 “Олий таълим тизимини янада ривожлантириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги ва 2018 йил 27 апрелдаги № ПҚ-3682 “Инновацион ғоялар, технологиялар ва лойиҳаларни амалиётга жорий қилиш тизимини янада такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги қарорлари ҳамда мазкур фаолиятга тегишли бошқа норматив-ҳуқуқий хужжатларда белгиланган вазифаларни амалга оширишда ушбу диссертация тадқиқоти муайян даражада хизмат қилади.

Тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устувор йўналишларига боғлиқлиги. Мазкур тадқиқот республика фан ва технологиялар ривожланишининг IV. «Математика, механика ва информатика» устувор йўналиши доирасида бажарилган.

Муаммонинг ўрганилганлик даражаси. Нокоррект масалаларни амалий жихатдан муҳим эканлиги кўрсатилиб, мумкин бўлган ечимлар синфи компактга қадар торайтирилса бу масала турғун бўлишига доир биринчи натижалар А.Н.Тихонов ишларида келтирилган. Лаплас тенгламаси учун Коши масаласи ва математик физиканинг шу қатори бошқа нокоррект масалалари тўғри цилиндр ҳамда чегараси силлиқ бўлган ихтиёрий фазовий соҳада М.М.Лаврентьев ва сфера ичида С.Н.Мергеляннинг ишларида ёритилган. Ихтиёрий ўзгарувчи коэффициентли эллиптик тенгламалар учун Е.М.Ландис; ёпик йўлак кўринишидаги чексиз соҳада В.К.Ивановлар томонидан ўрганилган.

Ш.Ярмухамедов Лаплас ва Гельмгольц тенгламалари учун Коши масаласини соҳа чегарасининг қисми конусни сирти бўлганда, фундаменгал ечимни соҳа чегарасининг коник қисмида аппроксимация килиш; А.А.Шлапунов томонидан Лаплас тенгламаси учун Коши масаласи соҳа чегарасининг қисми сфера сирти бўлганда, фундаментал ечимни соҳа чегарасининг сферик қисмида бир жинсли гармоник кўпхад билан аппроксимация қилиш орқали Карлеман функциясини қуриш асосида ечилган. Карлеман функцияси иккиланган ортогоналлик базис терминида умумий эллиптик системалар учун Н.Н.Тарханов ва А.А.Шлапуновлар томонидан, текисликда Гельмгольц тенгламаси ва электродинамика тенгламалари системаси учун эса А.Л.Бухгейм ва Э.В.Арбузовлар томонидан қурилган. Кўп ўлчовли фазода эластиклик назарияси тенгламалари системаси учун Коши масаласи Т.Ишанкулов, О.И.Махмудов ва И.Э.Ниёзовлар томонидан ўрганилган.

Силлиқ соҳаларда эллиптик операторлар учун чегаравий масалалар назарияси йигирманчи асрнинг иккинчи ярмида И.Г.Петровский, Я.Б.Лопатинский, М.И.Вишик, С.Агмон, А.Дуглис, Л.Ниренберг, И.Н.Векуа, М.З.Соломяк, А.В.Бицадзе, А.А.Дезин, А.П.Солдатов,

В.С.Виноградов, Г.К.Моисил, Н.Теодореско, Ш.Ярмухамедов, И.Р.Шафаревич, А.Д.Джураев, Н.Н.Тарханов, А.А.Шлапунов, А.Н.Полковников, Т.Ишанкулов, О.И.Махмудов, И.Э.Ниёзов ва бошқаларнинг тадқиқотларида ривож топди.

Республикамизда Лаплас ва Гельмгольц тенгламалари учун қўйилган Коши масаласини ўрганиш Ш.Ярмухамедов ва унинг ўқувчилари томонидан XX-асрнинг етмишинчи йилларидан бошланган.

Диссертация тадқиқотининг диссертация бажарилган олий таълим муассасасининг илмий-тадқиқот ишлари режалари билан боғлиқлиги. Диссертация тадқиқоти Қарши давлат университети илмий-тадқиқот режасидаги ОТ-Ф-4-03 «Узлуксиз ҳамда дискрет вақтли аниқ динамик системалар, қисмий интеграл операторлар спектрлари» (2017 ва ҳ.к.) мавзусидаги илмий тадқиқот лойиҳаси доирасида бажарилган.

Тадқиқотнинг мақсади Гельмгольц тенгламасининг матрицавий факторизацияси учун Карлеман формуласини қуриш ва шу асосда нокоррект Коши масаласининг чекли ва чексиз соҳаларда регулярлашган ечимини топишдан иборат.

Тадқиқотнинг вазифалари:

Гельмгольц тенгламасининг матрицавий факторизацияси учун икки ўлчамли ва уч ўлчамли чексли соҳаларда Карлеман матрицасини қуриш;

Гельмгольц тенгламасининг матрицавий факторизацияси учун икки ўлчамли ва уч ўлчамли чексиз соҳаларда ўсувчи ечимлар учун интеграл формулаларни ҳосил қилиш;

Гельмгольц тенгламасининг матрицавий факторизацияси учун икки ўлчамли чекли ва чексиз соҳаларда Коши масаласининг регулярлашган ечимини қуриш;

Гельмгольц тенгламасининг матрицавий факторизацияси учун уч ўлчамли чекли ва чексиз соҳаларда Коши масаласининг регулярлашган ечимини қуриш.

Тадқиқотнинг объекти коэффициентлари ўзгармас бўлган Гельмгольц оператори билан факторизацияланувчи биринчи тартибли эллиптик типдаги тенгламалар системасидан иборат.

Тадқиқотнинг предмети Гельмгольц тенгламасининг матрицавий факторизацияси учун Коши масаласинининг регуляризациясидан иборат.

Тадқиқотнинг усуллари. Тадқиқот ишида ҳақиқий на комплекс анализ, математик физика ва дифференциал тенгламаларни ечиш усулларидан фойдаланилган.

Тадқиқотнинг илмий янгилиги қуйидагилардан иборат:

Гельмгольц тенгламасининг матрицавий факторизацияси учун икки ўлчамли ва уч ўлчамли чексли соҳаларда Карлеман матрицаси қурилган;

Гельмгольц тенгламасининг матрицавий факторизацияси учун икки ўлчамли ва уч ўлчамли чексиз соҳаларда интеграл формулалар ҳосил қилинган;

Гельмгольц тенгламасининг матрицавий факторизацияси учун икки

ўлчамли чекли ва чексиз соҳаларда Коши масаласининг регулярлашган ечими қурилган;

Гельмгольц тенгламасининг матрицавий факторизацияси учун уч ўлчамли чекли ва чексиз соҳаларда Коши масаласининг регулярлашган ечими қурилган.

Тадқиқотнинг амалий натижалари қуйидагилардан иборат:

Гельмгольц тенгламасининг матрицавий факторизацияси учун ҳосил қилинган тақрибий ва аниқ ечимлардан чегаравий масалаларни тадқиқ қилишда қўлланилган;

эллиптик типдаги тенгламалар системаси учун чекли ва чексиз соҳаларда нокоррект Коши масаласининг регулярлашган ечимини топишда фойдаланилган.

Тадқиқот натижаларининг ишончлилиги хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар назарияси, нокоррект масалалар назарияси, матрицавий анализ усулларидан фойдаланилганлиги ҳамда математик мулоҳазаларнинг ва исботларнинг қатъийлиги билан асосланган.

Тадқиқот натижаларининг илмий ва амалий аҳамияти. Тадқиқот натижаларининг илмий аҳамияти Гельмгольц тенгламасининг матрицавий факторизацияси учун Коши масаласининг регулярлашган ечимини топишда турғунлик баҳоларини олинганлиги билан изоҳланади.

Тадқиқот натижаларининг амалий аҳамияти Гельмгольц тенгламасининг матрицавий факторизацияси учун қўйилган нокоррект Коши масалалари геофизик моделларини кузатишда, физик жараён ва ҳодисаларнинг моделларини тадбиқ этиши билан изоҳланади.

Тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши. Гельмгольц тенгламасининг матрицавий факторизацияси учун Коши масаласининг регуляризациясига оид олинган натижалар асосида:

Гельмгольц операторининг матрицавий факторизацияси учун нокоррект Коши масаласининг регуляризацияси Сибир федерал университети Математика ва фундамаентал информатика институти функциялар назарияси кафедраси илмий тадқиқотларида эллиптик ва параболик типдаги хусусий ҳосилали дифференциал тенгламаларнинг бошланғич ва чегаравий масалаларни тадқиқ қилишда фойдаланилган (Сибир федерал университетининг 2018 йил 01 июндаги 33/11-3634 сонли маълумотномаси, Красноярск). Илмий натижанинг қўлланилиши эллиптик ва параболик типдаги хусусий ҳосилали дифференциал тенгламаларнинг бошланғич ва чегаравий масалаларининг ечимини топиш имконини берган;

Гельмгольц тенгламасининг матрицавий факторизацияси учун нокоррект Коши масаласининг регуляризацияси диссертация иши натижаларидан ОТ-Ф-044 «Биринчи ва иккинчи тартибли чизиқли ўзгармас коэффициентли эллиптик системалар учун Коши масаласи» номли илмий тадқиқот лойиҳасида чегаравий масалаларни ечишда фойдаланилган (Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим вазирлигигинг 2018 йил 6 июндаги 89-03-2210 сонли маълумотномаси). Илмий натижаларнинг

қўлланилиши чекли ва чексиз соҳаларда нокоррект Коши масаласининг регулярлашган ечимини топиш имконини берган.

Тадқиқот натижаларининг апробацияси. Мазкур тадқиқот натижалари, 15 та илмий-амалий анжуманларда, жумладан 11 та халқаро ва 4 та республика илмий-амалий анжуманларида муҳокамадан ўтказилган.

Тадқиқот натижаларининг эълон қилинганлиги. Диссертация мавзуси бўйича жами 20 та илмий иш чоп этилган, шулардан, Ўзбекистон Республикаси Олий Аттестация комиссиясининг физика-математика фанлари бўйича фалсафа докторлик диссертацияси (PhD) асосий илмий натижаларини чоп этиш тавсия этилган илмий нашрларда 5 та мақола, жумладан, 3 таси хорижий ва 2 таси республика илмий журналларида нашр этилган.

Диссертациянинг ҳажми ва тузилиши. Диссертация кириш, учта боб, хулоса ва фойдаланилган адабиётлар рўйхатидан ташкил топган. Диссертациянинг ҳажми 88 бетни ташкил этган.

ДИССЕРТАЦИЯНИНГ АСОСИЙ МАЗМУНИ

Кириш қисмида диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати асосланган, тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устивор йўналишларига мослиги кўрсатилган, мавзу бўйича хорижий илмий-тадқиқотлар шарҳи, муаммонинг ўрганилганлик даражаси келтирилган, тадқиқот мақсади, вазифалари, объекти ва предмети тавсифланган, тадқиқотнинг илмий янгилиги ва амалий натижалари баён қилинган, олинган натижаларнинг назарий ва амалий аҳамияти очиб берилган, тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши, нашр этилган ишлар ва диссертация тузилиши бўйича маълумотлар келтирилган.

Диссертациянинг биринчи боби **«Гельмгольц тенгламасининг матрицавий факторизацияси учун интеграл формула»** деб номланади.

Биринчи бобнинг биринчи параграфида дастлабки тушунчалар ва Гельмгольц тенгламасининг матрицавий факторизацияси учун Коши масаланинг қўйилиши ҳақида сўз боради.

Фараз қиламиз $\mathbb{R}^2$ – икки ўлчовли ҳақиқий евклид фазоси,

$$x=(x_1,x_2)\in\mathbb{R}^2,\ y=(y_1,y_2)\in\mathbb{R}^2.$$

$G\subset\mathbb{R}^2$ – бирбоғламли чекли соҳа бўлиб, унинг чегараси $S=\partial G,\ \overline{G}=S\bigcup G$ бўлакли силлиқ эгри чизиқдан иборат бўлсин.

Қуйидаги белгилашларни киритамиз:

$$r=|y-x|,\alpha=|y_1-x_1|,\ w=i\sqrt{u^2+\alpha^2}+y_2,\quad u\geq 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial x}=\left(\frac{\partial}{\partial x_1},\frac{\partial}{\partial x_2}\right)^T,\ \frac{\partial}{\partial x}\to\xi^T,\ \xi^T=\begin{pmatrix}\xi_1\\ \xi_2\end{pmatrix},\ \xi-\text{ векторнинг транспонирлангани,}$$

$$U(x)=(U_1(x),...,U_n(x))^T,\ u^0=(1,...,1)\in\mathbb{R}^n,\ n=2^m,\ m=2,$$

$$E(z)-\text{диагонал матрица},\ z=(z_1,...,z_n)\in\mathbb{R}^n.$$

Фараз қиламиз $\mathbb{R}^3$ – уч ўлчовли ҳақиқий евклид фазоси,

$$x=(x_1,x_2,x_3)\in\mathbb{R}^3,\ y=(y_1,y_2,y_3)\in\mathbb{R}^3,\ x'=(x_1,x_2)\in\mathbb{R}^2,\ y'=(y_1,y_2)\in\mathbb{R}^2.$$

$G \subset \mathbb{R}^3$ – бирбоғламли чекли соҳа бўлиб, унинг чегараси $S = \partial G,\ \overline{G} = S \bigcup G$ бўлакли силлиқ сиртдан иборат бўлсин.

Худди шундай қуйидаги белгилашларни киритамиз:

$$r = |y - x|, \alpha = |y' - x'|,\ w = i\sqrt{u^2 + \alpha^2} + y_3,\quad u \geq 0,\ \frac{\partial}{\partial x} = \left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2}, \frac{\partial}{\partial x_3}\right)^T,$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \to \xi^T,\ \xi^T = \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{pmatrix},\ \xi - \text{ векторнинг транспонирлангани,}$$

$$U(x) = (U_1(x), ..., U_n(x))^T,\ u^0 = (1, ..., 1) \in \mathbb{R}^n,\ n = 2^m,\ m = 3,$$

$$E(z) - \text{диагонал матрица},\ z = (z_1, ..., z_n) \in \mathbb{R}^n.$$

Фараз қиламиз $D(\xi^T), (n \times n)$ – матрица элементлари комплекс текисликдан олинган ўзгармас коэффициентли чизиқли функциялар тўпламидан иборат бўлиб, қуйидаги шартни қаноатлантирсин:

$$D^*(\xi^T)D(\xi^T) = E((|\xi|^2 + \lambda^2)u^0),$$

бу ерда $D^*(\xi^T), D(\xi^T)$ – га қўшма эрмит матрица, λ – ҳақиқий сон.

G соҳада қуйидаги биринчи тартибли хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар системасини қараб чиқамиз:

$$D\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)U(x) = 0, \tag{1}$$

бу ерда $D\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)$ – биринчи тартибли матрицавий дифференциал оператор.

$A(G)$ билан $\overline{G} = G \bigcup \partial G$ да узлуксиз ва (1) системани қаноатлантирувчи G соҳадаги вектор-функциялар синфини белгилаймиз.

Масаланинг қўйилиши. Фараз қиламиз $U(y) \in A(G)$ ва

$$U(y)|_S = f(y), y \in S. \tag{2}$$

бу ерда, $f(y)$, S эгри чизиқда берилган узлуксиз вектор-функция.

$f(y)$ нинг S даги берилганларига кўра G соҳада, $U(y)$ вектор-функцияни тиклаш талаб қилинади.

Биринчи бобнинг иккинчи параграфида икки ва уч ўлчамли соҳаларда Гельмгольц тенгламасининг фундаментал ечимлари оиласи қаралган.

Фараз қиламиз $K(w)$, $w = u + iv$ – бутун функция, w ҳақиқий бўлганда ҳақиқий қийматларни қабул қилиб (u, v – ҳақиқий сонлар), қуйидаги шартларни қаноатлантирсин:

$$\mathbb{R}^2 \text{ да, } K(u) \neq 0,\ \sup_{v \geq 1}\left|v^p K^p(w)\right| = \mathrm{M}(u, p) < \infty,\ -\infty < u < \infty,\ p = 0, 1, 2. \tag{3}$$

$$\mathbb{R}^3 \text{ да, } K(u) \neq 0,\ \sup_{v \geq 1}\left|v^p K^p(w)\right| = \mathrm{M}(u, p) < \infty,\ -\infty < u < \infty,\ p = 0, 1, 2, 3. \tag{4}$$

$\Phi(y, x)$ функцияни $y \neq x$ бўлганда қуйидаги тенгликлар орқали аниқлаймиз:

$\mathbb{R}^2$ да, $\Phi(y,x) = -\dfrac{1}{2\pi K(x_2)}\int\limits_0^\infty \operatorname{Im}\dfrac{K(w)}{w-x_2}\dfrac{u\,I_0(\lambda u)}{\sqrt{u^2+\alpha^2}}du,\ w = i\sqrt{u^2+\alpha^2}+y_2,$ (5)

бу ерда $I_0(\lambda u)-$нолинчи тартибли биринчи тур Бессель функцияси.

$\mathbb{R}^3$ да, $\Phi(y,x) = -\dfrac{1}{2\pi^2 K(x_3)}\int\limits_0^\infty \operatorname{Im}\dfrac{K(w)}{w-x_3}\dfrac{\cos\lambda u}{\sqrt{u^2+\alpha^2}}du,\ w = i\sqrt{u^2+\alpha^2}+y_3.$ (6)

Биринчи бобнинг учинчи параграфида икки ва уч ўлчамли чекли соҳаларда Гельмгольц тенгламасининг матрицавий факторизацияси учун интеграл формулалар келтирилган. Даставвал икки ўлчамли чекли соҳада интеграл формулани қараб чиқамиз.

Агар G чекли соҳа ва $U(y)\in A(G)$ бўлса, у ҳолда қуйидаги Коши типидаги интеграл формула ўринлидир

$$U(x) = \int\limits_{\partial G} N(y,x)U(y)ds_y,\ x\in G, \tag{7}$$

бу ерда

$$N(y,x) = \left(E\left(\Phi(y,x)u^0\right)D^*\left(\frac{\partial}{\partial y}\right)\right)D(t^T),$$

$t=(t_1,t_2),\ \partial G$ эгри чизиқдаги y нуқтага ўтказилган ташқи бирлик нормал.

Энди $\mathbb{R}^3$ фазодаги чекли соҳада интеграл формулани қараб чиқамиз.

Агар G чекли соҳа ва $U(y)\in A(G)$ бўлса, у ҳолда қуйидаги Коши типидаги интеграл формула ўринлидир

$$U(x) = \int\limits_{\partial G} N(y,x)U(y)ds_y,\ x\in G, \tag{8}$$

бу ерда

$$N(y,x) = \left(E\left(\Phi(y,x)u^0\right)D^*\left(\frac{\partial}{\partial y}\right)\right)D(t^T),$$

$t=(t_1,t_2,t_3),\ \partial G$ сиртдаги y нуқтага ўтказилган ташқи бирлик нормал.

Диссертациянинг **«Текисликда Гельмгольц тенгламасининг матрицавий факторизацияси учун Коши масаласи»**, деб аталувчи иккинчи бобида Гельмгольц тенгламасининг матрицавий факторизацияси учун текисликда Коши масаласининг регулярлашган ечими топилган.

Иккинчи бобнинг биринчи парагарафида Гельмгольц тенгламасининг матрицавий факторизацияси учун икки ўлчамли чекли соҳада Коши масаласининг ечими ошкор кўринишда топилган.

$G\subset\mathbb{R}^2-$бирбоғламли чекли соҳа $y_2>0$ яримфазода ётган бўлиб, унинг чегараси $a\le y_1\le b$ кесма ва S бўлакли силлиқ эгри чизиқдан иборат бўлсин, яъни, $\partial G = S\bigcup T$.

Масала 1. Фараз қиламиз $U(y)\in A(G)$ ва

$$U(y)\big|_S = f(y),\ y\in S. \tag{9}$$

$f(y)$ нинг S даги берилганларига кўра G соҳада, $U(y)$ вектор-функцияни тиклаш талаб қилинади. (5) формулада

$$K(w)=\exp(\sigma w^2), K(x_2)=\exp(\sigma x_2^2), \sigma>0, \tag{10}$$

деб олиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\Phi_\sigma(y,x)=-\frac{e^{-\sigma x_2^2}}{2\pi}\int_0^\infty \operatorname{Im}\frac{\exp(\sigma w^2)}{w-x_2}\frac{uI_0(\lambda u)}{\sqrt{u^2+\alpha^2}}du,\ \sigma\ge\lambda+\sigma_0, \sigma_0>0. \tag{11}$$

У ҳолда (7) интеграл формула қуйидаги кўринишни олади:

$$U(x)=\int_{\partial G} N_\sigma(y,x)U(y)ds_y,\ x\in G. \tag{12}$$

Теорема 1. Фараз қиламиз $U(y)\in A(G)$ бўлиб,

$$|U(y)|\le 1, y\in T, \tag{13}$$

тенгсизликни қаноатлантирсин. Агар

$$U_\sigma(x)=\int_S N_\sigma(y,x)U(y)ds_y,\ x\in G, \tag{14}$$

бўлса, у ҳолда қуйидаги баҳолаш ўринлидир

$$|U(x)-U_\sigma(x)|\le C(\lambda,x)\sigma e^{-\sigma x_2^2}, \sigma>1, x\in G. \tag{15}$$

Бу ерда ва пастроқда G қисмтўпламдаги компактда чегараганлан функцияларни $C(\lambda,x)$ билан ифодалаймиз.

Натижа 1. Ушбу лимитик тенглик

$$\lim_{\sigma\to\infty}U_\sigma(x)=U(x)$$

G соҳанинг ҳар бир компактида текис бажарилади.

Теорема 2. Фараз қиламиз $U(y)\in A(G)$ бўлиб, (13) шартни ва S силлиқ эгри чизиқда эса

$$|U(y)|\le\delta, 0<\delta<e^{-\sigma\bar{y}_2^2}, \tag{16}$$

тенгсизликни қаноатлантирсин, бу ерда $\bar{y}_2^2=\max_{y\in S}y_2^2$.

У ҳолда қуйидаги баҳолаш ўринлидир

$$|U(x)|\le C(\lambda,x)\sigma\delta^{\frac{x_2^2}{\bar{y}_2^2}}, \sigma>1, x\in G. \tag{17}$$

Фараз қиламиз $U(y)\in A(G)$ ва $U(y)$ нинг ўрнига S да унинг узлуксиз яқинлашиши $f_\delta(y)$, мувофиқан, $0<\delta<e^{-\sigma\bar{y}_2^2}$ хатолик билан берилган бўлсин, $\max_S|U(y)-f_\delta(y)|\le\delta$.

$$U_{\sigma(\delta)}(x)=\int_S N_\sigma(y,x)f_\delta(y)ds_y, x\in G, \tag{18}$$

деб оламиз.

Теорема 3. Фараз қиламиз $U(y)\in A(G)$ бўлиб, $y_2=0$ текисликнинг қисмида (13) шартни қаноатлантирсин. У ҳолда қуйидаги баҳолаш ўринлидир

$$|U(x)-U_{\sigma(\delta)}(x)|\le C(\lambda,x)\sigma\delta^{\frac{x_2^2}{\bar{y}_2^2}}, \sigma>1, x\in G. \tag{19}$$

Натижа 2 Ушбу лимитик тенглик

$$\lim_{\delta\to 0}U_{\sigma(\delta)}(x)=U(x)$$

G соҳанинг ҳар бир компактида текис бажарилади.

Иккинчи бобнинг иккинчи параграфида йўлак типидаги соҳа учун интеграл формуланинг ўринлиги келтирилган.

Фараз қиламиз, $G \subset \mathbb{R}^2$ – бирбоғламли чексиз соҳа бўлиб, чегараси ∂G қисм бўлакли эгри чизиқдан иборат бўлсин. (∂G чексизликгача давом этади). G_R билан маркази нол ва радиуси R га тенг бўлган доиранинг ичида ётган G соҳанинг бир қисмини белгилаймиз:

$$G_R = \{y : y \in G, |y| < R\}, G_R^\infty = G \setminus G_R, R > 0.$$

Теорема 4. Фараз қиламиз $U(y) \in A(G)$ бўлсин. Агар ҳар бир фиксирланган $x \in G$ учун

$$\lim_{R\to\infty} \int_{G_R^\infty} N(y,x)U(y)ds_y = 0, \tag{20}$$

тенглик бажарилса, у ҳолда (7) формула ўринли бўлади.

$A_\rho(G)$ билан $A(G)$ дан олинган ва қуйидаги ўсиш шартини қаноатлантирувчи вектор-функциялар синфини белгилаймиз:

$$A_\rho(G) = \{U(y) : U(y) \in A(G), |U(y)| \le \exp[o(\exp \rho |y_1|)], y \to \infty, y \in G\}. \tag{21}$$

Иккинчи бобнинг учинчи параграфида йўлак типидаги соҳада Гельмгольц тенгламасининг матрицавий факторизацияси учун регулярлашган Коши масаласининг ечими топилган. (5) формулада

$$K(w) = \frac{\exp(\sigma w)}{w - x_2 + 3h}, K(x_2) = \frac{\exp(\sigma x_2)}{3h}, 0 < x_2 < h, h = \frac{\pi}{\rho}, \tag{22}$$

деб олиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\Phi_\sigma(y,x) = -\frac{e^{-\sigma x_2}}{2\pi(3h)} \int_0^\infty \operatorname{Im} \frac{\exp(\sigma w)}{(w - x_2 + 3h)(w - x_2)} \frac{uI_0(\lambda u)}{\sqrt{u^2 + \alpha^2}} du. \tag{23}$$

Уҳолда (7) интеграл формула қуйидаги кўринишни олади:

$$U(x) = \int_{\partial G} N_\sigma(y,x)U(y)ds_y, \quad x \in G. \tag{24}$$

Фараз қиламиз, $G \subset \mathbb{R}^2$ – бирбоғламли чексиз соҳа $0 < y_2 < h, h = \pi/\rho, \rho > 0$ йўлак ичида ётган бўлиб, чегараси $T : y_2 = 0$ текислик ва S силлиқ эгри чизиқдан иборат бўлсин, ҳамда $y_2 = \psi(y_1)$ тенглама билан берилган ва қуйидаги шартни қаноатлантирсин

$$0 < \psi(y_1) \le h, |\psi'(y_1)| \le const < \infty. \tag{25}$$

Масала 2. Фараз қиламиз $U(y) \in A_\rho(G)$ ва

$$U(y)|_S = f(y), y \in S. \tag{26}$$

$f(y)$ нинг S даги берилганларига кўра G соҳада, $U(y)$ вектор-функцияни тиклаш талаб қилинади.

Теорема 5. Фараз қиламиз $U(y) \in A_\rho(G)$ бўлиб,

$$|U(y)| \le 1, y \in T. \tag{27}$$

тенгсизликни қаноатлантирсин. Агар

$$U_\sigma(x)=\int_S N_\sigma(y,x)U(y)ds_y, \quad x\in G. \tag{28}$$

бўлса, у ҳолда қуйидаги баҳолаш ўринлидир

$$\left|U(x)-U_\sigma(x)\right|\le C_\rho(\lambda,x)\sigma e^{-\sigma x_2}, \sigma>1, x\in G. \tag{29}$$

Бу ерда ва пастроқда G қисмтўпламдаги компактда чегараганлан функцияларни $C_\rho(\lambda,x)$ билан ифодалаймиз.

Натижа 3. Ушбу лимитик тенглик

$$\lim_{\sigma\to\infty}U_\sigma(x)=U(x)$$

G соҳанинг ҳар бир компактида текис бажарилади.

Теорема 6. Фараз қиламиз $U(y)\in A_\rho(G)$ бўлиб, $y_2=0$ текисликнинг қисмида (27) чегаравий шартни ва S силлиқ эгри чизиқда эса

$$\left|U(y)\right|\le\delta, 0<\delta<1, \tag{30}$$

тенгсизликни қаноатлантирсин. У ҳолда қуйидаги баҳолаш ўринлидир

$$\left|U(x)\right|\le C_\rho(\lambda,x)\sigma\delta^{\frac{x_2}{h}}, \sigma>1, x\in G. \tag{31}$$

Фараз қиламиз $U(y)\in A_\rho(G)$ ва $U(y)$ нинг ўрнига S да унинг узлуксиз яқинлашиши $f_\delta(y)$, мувофиқан, $0<\delta<1$ хатолик билан берилган бўлсин,

$$\max_S\left|U(y)-f_\delta(y)\right|\le\delta. \tag{32}$$

$$U_{\sigma(\delta)}(x)=\int_S N_\sigma(y,x)f_\delta(y)ds_y, x\in G. \tag{33}$$

деб оламиз.

Теорема 7. Фараз қиламиз $U(y)\in A_\rho(G)$ бўлиб, $y_2=0$ текисликнинг қисмида (27) шартни қаноатлантирсин. У ҳолда қуйидаги баҳолаш ўринлидир

$$\left|U(x)-U_{\sigma(\delta)}(x)\right|\le C_\rho(\lambda,x)\sigma\delta^{\frac{x_2}{h}}, \sigma>1, x\in G. \tag{34}$$

Натижа 4. Ушбу лимитик тенглик

$$\lim_{\delta\to 0}U_{\sigma(\delta)}(x)=U(x)$$

G соҳанинг ҳар бир компактида текис бажарилади.

Диссертациянинг **«Фазода Гельмгольц тенгламасининг матрицавий факторизацияси учун Коши масаласи»**, деб аталувчи учинчи бобида $\mathbb{R}^3$ фазода Гельмгольц тенгламасининг матрицавий факторизацияси учун регулярлашган Коши масаласининг ечими қурилган.

Учинчи бобнинг биринчи парагарафида уч ўлчамли чексиз соҳада Гельмгольц тенгламасининг матрицавий факторизацияси учун Коши масаласининг ечими ошкор кўринишда топилган.

Масала 3. Фараз қиламиз $U(y)\in A(G)$ ва

$$U(y)\big|_S=f(y), y\in S. \tag{35}$$

$f(y)$ нинг S даги берилганларига кўра G соҳада, $U(y)$ вектор-функцияни тиклаш талаб қилинади. (6) формулада

$$K(w)=\exp(\sigma w^2), K(x_3)=\exp(\sigma x_3^2), \sigma>0, \tag{36}$$

деб олиб қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\Phi_\sigma(y,x) = -\frac{e^{-\sigma x_3^2}}{2\pi^2}\int_0^\infty \operatorname{Im}\frac{\exp(\sigma w^2)}{w - x_3}\frac{\cos\lambda u}{\sqrt{u^2+\alpha^2}}du. \tag{37}$$

У ҳолда (8) формула қуйидаги кўринишни олади:

$$U(x) = \int_{\partial G} N_\sigma(y,x)U(y)ds_y,\ x \in G. \tag{38}$$

Теорема 8. Фараз қиламиз $U(y) \in A(G)$ бўлиб,

$$|U(y)| \le 1, y \in T, \tag{39}$$

тенгсизликни қаноатлантирсин. Агар

$$U_\sigma(x) = \int_S N_\sigma(y,x)U(y)ds_y,\ x \in G, \tag{40}$$

бўлса, у ҳолда қуйидаги баҳолаш ўринлидир

$$|U(x) - U_\sigma(x)| \le C(x)\sigma e^{-\sigma x_3^2}, \sigma > 1, x \in G. \tag{41}$$

Бу ерда ва пастроқда G қисмтўпламдаги компактда чегараганлан функцияни $C(x)$ билан ифодалаймиз.

Натижа 5. Ушбу лимитик тенглик

$$\lim_{\sigma\to\infty} U_\sigma(x) = U(x)$$

G соҳанинг ҳар бир компактида текис бажарилади.

Теорема 9. Фараз қиламиз $U(y) \in A(G)$ бўлиб, (39) чегаравий шартни ва S силлиқ сиртда эса

$$|U(y)| \le \delta, 0 < \delta < e^{-\sigma \bar{y}_3^2}, \tag{42}$$

тенгсизликни қаноатлантирсин, бу ерда $\bar{y}_3^2 = \max_{y\in S} y_3^2$.

У ҳолда қуйидаги баҳолаш ўринлидир.

$$|U(x)| \le C(x)\sigma\delta^{\frac{x_3^2}{\bar{y}_3^2}}, \sigma > 1, x \in G. \tag{43}$$

Фараз қиламиз $U(y) \in A(G)$ ва $U(y)$ нинг ўрнига S да унинг узлуксиз яқинлашиши $f_\delta(y)$, мувофиқан, $0 < \delta < e^{-\sigma \bar{y}_3^2}$ хатолик орқали берилган бўлсин, $\max_S |U(y) - f_\delta(y)| \le \delta$.

$$U_{\sigma(\delta)}(x) = \int_S N_\sigma(y,x) f_\delta(y)ds_y, x \in G. \tag{44}$$

деб оламиз.

Теорема 10. Фараз қиламиз $U(y) \in A(G)$ бўлиб, $y_3 = 0$ текисликнинг қисмида (39) шартни қаноатлантирсин. У ҳолда қуйидаги баҳолаш ўринлидир

$$|U(x) - U_{\sigma(\delta)}(x)| \le C(x)\sigma\delta^{\frac{x_3^2}{\bar{y}_3^2}}, \sigma > 1, x \in G. \tag{45}$$

Натижа 6. Ушбу лимитик тенглик

$$\lim_{\delta\to 0} U_{\sigma(\delta)}(x) = U(x)$$

G соҳанинг ҳар бир компактида текис бажарилади

Учинчи бобнинг иккинчи параграфида қатлам типидаги соҳа учун интеграл формуланинг ўринлиги келтирилган.

Фараз қиламиз, $G \subset \mathbb{R}^3$ – бирбоғламли чексиз соҳа бўлиб, чегараси ∂G қисм бўлакли сиртдан иборат бўлсин (∂G – чексизликгача давом этади). G_R билан маркази нол ва радиуси R га тенг бўлган доира ичида ётган G соҳанинг бир қисмини белгилаймиз:

$$G_R = \{y : y \in G, |y| < R\}, G_R^\infty = G \setminus G_R, R > 0.$$

Теорема 11. Фараз қиламиз $U(y) \in A(G)$ бўлсин. Агар ҳар бир фиксирланган $x \in G$ учун

$$\lim_{R\to\infty} \int_{G_R^\infty} N(y,x)U(y)ds_y = 0, \tag{46}$$

тенглик бажарилса, у ҳолда (8) формула ўринли бўлади.

$A_\rho(G)$ билан $A(G)$ дан олинган ва қуйидаги ўсиш шартини қаноатлантирувчи вектор-функциялар синфини белгилаймиз:

$$A_\rho(G) = \{U(y) : U(y) \in A(G), |U(y)| \le \exp[o(\exp \rho |y'|)], y \to \infty, y \in G\}. \tag{47}$$

Учичнчи бобнинг учинчи параграфида чексиз соҳада Гельмгольц тенгламасининг матрицавий факторизацияси учун регулярлашган Коши масаласи ечими қаралган. (6) формулада

$$K(w) = \frac{\exp(\sigma w)}{(w - x_3 + 3h)^2}, K(x_3) = \frac{\exp(\sigma x_3)}{(3h)^2}, 0 < x_3 < h, h = \frac{\pi}{\rho}, \tag{48}$$

деб олиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\Phi_\sigma(y,x) = -\frac{e^{-\sigma x_3}}{2\pi^2(3h)^2} \int_0^\infty \operatorname{Im} \frac{\exp(\sigma w)}{(w - x_3 + 3h)^2 (w - x_3)} \frac{\cos \lambda u}{\sqrt{u^2 + \alpha^2}} du. \tag{49}$$

Уҳолда (8) интеграл формула қуйидаги кўринишни олади:

$$U(x) = \int_{\partial G} N_\sigma(y,x)U(y)ds_y, \quad x \in G. \tag{50}$$

Фараз қиламиз, $G \subset \mathbb{R}^3$ – бирбоғламли чексиз соҳа $0 < y_3 < h,\ h = \pi/\rho, \rho > 0$ қатлам ичида ётган бўлиб, чегараси $T : y_3 = 0$ текислик ва S силлиқ сиртдан иборат бўлсин, ҳамда $y_3 = \psi(y_1, y_2)$ тенглама билан берилган ва қуйидаги шартни қаноатлантирсин

$$0 < \psi(y_1, y_2) \le h,\ |\operatorname{grad} \psi(y_1, y_2)| \le const < \infty,\ (y_1, y_2) \in \mathbb{R}^2. \tag{51}$$

Масала 4. Фараз қиламиз $U(y) \in A_\rho(G)$ ва

$$U(y)|_S = f(y), y \in S. \tag{52}$$

$f(y)$ нинг S даги берилганларига кўра G соҳада, $U(y)$ вектор-функцияни тиклаш талаб қилинади.

Теорема 12. Фараз қиламиз $U(y) \in A_\rho(G)$ бўлиб,

$$|U(y)| \le 1, y \in T, \tag{53}$$

тенгсизликни қаноатлантирсин. Агар

$$U_\sigma(x) = \int_S N_\sigma(y,x)U(y)ds_y, \quad x \in G. \tag{54}$$

бўлса, у ҳолда қуйидаги баҳолаш ўринлидир

$$\left|U(x)-U_{\sigma}(x)\right| \le C_{\rho}(x)\sigma e^{-\sigma x_3},\ \sigma>1,\ x\in G. \qquad (55)$$

Бу ерда ва пастроқда G қисмтўпламдаги компактда чегараганлан функцияларни $C_{\rho}(x)$ билан ифодалаймиз.

Натижа 7. Ушбу лимитик тенглик

$$\lim_{\sigma\to\infty} U_{\sigma}(x)=U(x)$$

G соҳанинг ҳар бир компактида текис бажарилади.

Теорема 13. Фараз қиламиз $U(y)\in A_{\rho}(G)$ бўлиб, $y_3=0$ текисликнинг бир қисмида (53) чегаравий шартни ва S силлиқ сиртда

$$\left|U(y)\right| \le \delta,\ 0<\delta<1. \qquad (56)$$

тенгсизликни қаноатлантирсин. У ҳолда қуйидаги баҳолаш ўринлидир

$$\left|U(x)\right| \le C_{\rho}(x)\sigma\delta^{\frac{x_3}{h}},\ \sigma>1,\ x\in G. \qquad (57)$$

Фараз қиламиз $U(y)\in A_{\rho}(G)$ ва $U(y)$ нинг ўрнига S да унинг узлуксиз яқинлашиши $f_{\delta}(y)$, мувофиқан, $0<\delta<1$ хатолик билан берилган бўлсин,

$$\max_{S}\left|U(y)-f_{\delta}(y)\right| \le \delta. \qquad (58)$$

$$U_{\sigma(\delta)}(x)=\int_{S} N_{\sigma}(y,x)\, f_{\delta}(y)\, ds_y,\ x\in G. \qquad (59)$$

деб оламиз.

Теорема 14. Фараз қиламиз $U(y)\in A_{\rho}(G)$ бўлиб, $y_3=0$ текисликнинг қисмида (53) шартни қаноатлантирсин. У ҳолда қуйидаги баҳолаш ўринлидир

$$\left|U(x)-U_{\sigma(\delta)}(x)\right| \le C_{\rho}(x)\sigma\delta^{\frac{x_3}{h}},\ \sigma>1,\ x\in G. \qquad (60)$$

Натижа 8. Ушбу лимитик тенглик

$$\lim_{\delta\to 0} U_{\sigma(\delta)}(x)=U(x)$$

G соҳанинг ҳар бир компактида текис бажарилади.

Шундай қилиб, $U_{\sigma(\delta)}(x)$ функционал масала ечимининг регуяризацияси деб айтилади.

ХУЛОСА

Диссертация иши Гельмгольц тенгламасининг матрицавий факторизацияси учун Коши масаласи ечимининг регуляризацияси ҳақида бағишланган.

Тадқиқотнинг асосий натижалари қуйидагилардан иборат:

1. Ики ўлчамли чекли соҳада Гельмгольц тенгламасининг матрицавий факторизацияси учун регулярлашган Коши масаласи ечими топилган.
2. Икки ўлчамли чексиз соҳада Гельмгольц тенгламасининг матрицавий факторизацияси учун интеграл формуланинг ўринлиги исботланган.
3. Йўлак типидаги соҳада Гельмгольц тенгламасининг матрицавий факторизацияси учун регулярлашган Коши масаласи ечими топилган.
4. Уч ўлчамли чекли соҳада Гельмгольц тенгламасининг матрицавий факторизацияси учун регулярлашган Коши масаласи ечими топилган.
5. Уч ўлчамли чексиз соҳада Гельмгольц тенгламасининг матрицавий факторизацияси учун интеграл формуланинг ўринлиги исботланган.
6. Уч ўлчамли чексиз соҳада Гельмгольц тенгламасининг матрицавий факторизацияси учун регулярлашган Коши масаласи ечими топилган.

НАУЧНЫЙ СОВЕТ DSc.27.06.2017.FM.00.01 ПО ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЕНЫХ СТЕПЕНЕЙ ПРИ НАЦИОНАЛЬНОМ УНИВЕРСИТЕТЕ УЗБЕКИСТАНА, ИНСТИТУТЕ МАТЕМАТИКИ

КАРШИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ЖУРАЕВ ДАВРОН АСЛОНКУЛОВИЧ

РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ МАТРИЧНЫХ ФАКТОРИЗАЦИЙ УРАВНЕНИЯ ГЕЛЬМГОЛЬЦА

01.01.02 – Дифференциальные уравнения и математическая физика (физико-математические науки)

АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ ДОКТОРА ФИЛОСОФИИ (PhD) ПО ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИМ НАУКАМ

Ташкент – 2018

Тема диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Кабинете Министров Республики Узбекистан за № B2018.2.PhD/FM218

Диссертация выполнена в Каршинском государственном университете.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, русский, английский (резюме)) размещен на веб-странице по адресу (http://ik-fizmat@nuu.uz) и на Информационно-образовательном портале «Ziyonet» по адресу (www.ziyonet.uz).

Научный руководитель:	**Тарханов Николай Николаевич** доктор физико-математических наук, профессор
Официальные оппоненты:	**Халмухамедов Алимджан Рахимович** физика-математика фанлари доктори, профессор
	Ниёзов Икбол Эргашевич физика-математика фанлари номзоди, доцент
Ведущая организация:	**Институт Математики и фундаментальной информатики Сибирского федерального университета**

Защита диссертации состоится «____» _____2018 года в ____ часов на заседании Научного совета DSc.27.06.2017.FM.01.01 при Национальном университете Узбекистана. (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 4. Тел.: (+99871)227-12-24, факс: (+99871) 246-53-21, e-mail: nauka@nuu.uz).

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Национального университета Узбекистана (зарегистрирована за №_____). (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 4. Тел.: (+99871) 246-02-24).

Автореферат диссертации разослан «____» _____2018 года.
(протокол рассылки №_____ от «____» _____2018 года).

А.С. Садуллаев
Председатель научного совета по присуждению ученой степени, д.ф.-м.н., академик

Г.И. Ботиров
Ученый секретарь научного совета по присуждению ученой степени, к.ф.-м.н.

А.А. Азамов
Зам. Председателя научного семинара при научном совете по присуждению ученой степени, д.ф.-м.н., академик

ВВЕДЕНИЕ (аннотация диссертации доктора философии(PhD))

Актуальность и востребованность темы диссертации. Многие научно-прикладные проблемы, исследуемые на мировом уровне, во многих случаях сводятся к изучению некорректных краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных. Прикладные исследования на условную корректность и построение приближённого решения по заданным значениям на части границы области, для уравнений эллиптического типа, особенно важны в гидродинамике, геофизике и электродинамике. Изучение семейства регуляризирующих решений некорректных задач послужило импульсом для начала исследований класса корректности при сужении до компакта. Поэтому исследование некорректных задач для линейных эллиптических систем первого порядка является одной из актуальных задач теории уравнений в частных производных.

В настоящее время в мире, при исследовании некорректных краевых задач для линейных эллиптических систем первого порядка важной задачей является построение регуляризованного решения и исследование проблемы, связанной с получением критерия разрешимости. В этом направлении построение матрицы Карлемана в явном виде, получение оценок условной устойчивости решений задач, а также получение в бесконечной области с некомпактной границей интегрального представления для матричных факторизаций уравнения Гельмгольца являются целевыми научными исследованиями.

В нашей стране уделяется особое внимание актуальным аспектам дифференциальных уравнений и математической физики, имеющим научное и практическое применение в фундаментальных науках. В том числе особое внимание уделено исследованию различных некорректных краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных эллиптического типа, которые имеют практическое применение в прикладных науках. В итоге были получены результаты в исследованиях некорректных краевых задач для эллиптических уравнений, то есть, построены приближенные решения при помощи матриц Карлемана в явном виде по приближенным данным в специальных областях, установлены оценки условной устойчивости и критерии разрешимости. Проведение научных исследований по приоритетным направлениям математических наук на уровне международных стандартов «По функциональному анализу, теории динамических систем, дифференциальным уравнениям, математической физике и математическому моделированию» является одной из основных задач[1]. Развитие теории дифференциальных уравнений в частных производных и теории условно корректных задач играет важную роль при исполнении этого постановления.

[1] Постановление Кабинета Министров Республики Узбекистан от 18 мая 2017 года №292 «О мерах по организации деятельности вновь созданных научно-исследовательских учреждений академии Наук Республики Узбекистан»

Тема и объект исследования настоящей диссертации находится в русле задач, обозначенных в Указах Президента Республики Узбекистан № УП-4947 от 7 февраля 2017 года «О стратегии действий по дальнейшему развитию Республики Узбекистан», № ПП-2789 от 17 февраля 2017 года «О мерах по дальнейшему совершенствованию деятельности Академии наук, организации, управления и финансирования научно-исследовательской деятельности», № ПП-2909 от 20 апреля 2017 года «О мерах по дальнейшему развитию системы высшего образования» и № ПП-3682 от 27 апреля 2018 года «О мерах по дальнейшему совершенствованию системы практического внедрения инновационных идей, технологий и проектов», а также в других нормативно-правовых актах, касающихся фундаментальной науки.

Соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики. Данное исследование выполнено в соответствии с приоритетным направлением развития науки и технологий в Республике Узбекистан IV. «Математика, механика и информатика».

Степень изученности проблемы. Первые результаты, с точки зрения практической важности, для некорректных задач и сужению класса возможных решений до компакта и приведению задач к устойчивым получены в работах А.Н.Тихонова. В работах М.М.Лаврентьева получены оценки, характеризующие устойчивость пространственной задачи в классе ограниченных решений задачи Коши для уравнения Лапласа и некоторых других некорректных задач математической физики в прямом цилиндре, а также для произвольной пространственной области с достаточно гладкой границей. Аналогичные результаты были получены С.Н.Мергеляном в случае шара. Е.М.Ландис получил оценки, характеризующие устойчивость пространственной задачи для произвольного эллиптического уравнения, а затем В.К.Ивановым был разработан новый подход для получения оценок в бесконечной полосе.

Функция Карлемана для уравнений Лапласа и Гельмгольца построена Ш.Ярмухамедовым в случае, когда часть границы области является поверхностью конуса, и А.А.Шлапуновым, когда часть границы есть поверхность сферы. В работе Н.Н.Тарханова и А.А.Шлапунова построены функции Карлемана для общих эллиптических систем в терминах базисов с двойной ортогональностью, а в работе А.Л.Бухгейма и Э.В.Арбузова - для уравнения Гельмгольца и для системы уравнений электродинамики на плоскости. В работах Т.Ишанкулова, О.И.Махмудова и И.Э.Ниёзова - для системы уравнений теории упругости в многомерном пространстве изучена задача Коши.

Теория краевых задач для эллиптических операторов в гладких областях была развита во второй половине двадцатого века в работах И.Г.Петровского, Я.Б.Лопатинского, М.И.Вишика, С.Агмона, А.Дуглиса, Л.Ниренберга, И.Н.Векуа, М.З.Соломяка, А.В.Бицадзе, А.А.Дезина, А.П.Солдатова, В.С.Виноградова, Г.К.Моисила и Н.Теодореско, И.Р.Шафаревича, А.Д.Джураева, Н.Н.Тарханова, А.Н.Полковникова, А.А.Шлапунова, Т.Ишанкулова, О.И.Махмудова, И.Э.Ниёзова и других.

Изучение задачи Коши для уравнения Лапласа и Гельмгольца в нашей республике началось в семидесятых годах XX столетия и развивалось в работах Ш. Ярмухамедова и его учеников.

Связь темы диссертации с научно – исследовательскими работами высшего учебного заведения, в которой выполнена диссертация. Диссертационная работа выполнена в соответствии с плановой темой научно-исследовательских работ ОТ-Ф-4-03 “Конкретные динамические системы с непрерывными и дискретными временами, спектры частично интегральных операторов” (2017 и н.в.) Каршинского государственного университета.

Целью исследования является построение формулы Карлемана и на их основе получение регуляризованных решений некорректной задачи Коши для матричных факторизаций уравнения Гельмгольца в ограниченных и неограниченных областях.

Задачи исследования:

построение матрицы Карлемана для матричных факторизаций уравнения Гельмгольца в двумерных и трехмерных ограниченных областях;

получение интегральных формул для матричных факторизаций уравнения Гельмгольца в двумерных и трехмерных неограниченных областях с растущими решениями;

построение регуляризованных решений задачи Коши для матричных факторизаций уравнения Гельмгольца в двумерных ограниченных и неограниченных областях;

построение регуляризованных решений задачи Коши для матричных факторизаций уравнения Гельмгольца в трехмерных ограниченных и неограниченных областях.

Объектом исследования являются системы линейных уравнений эллиптического типа первого порядка с постоянными коэффициентами, факторизующими оператор Гельмгольца.

Предметом исследования является регуляризация задачи Коши для матричных факторизаций уравнения Гельмгольца.

Методы исследования. В диссертации использованы методы действительного, комплексного анализа, методы теории дифференциальных уравнений и уравнений математической физики.

Научная новизна исследования состоит в следующем:

построены матрицы Карлемана для матричных факторизаций уравнения Гельмгольца в двумерных и трехмерных ограниченных областях;

получены интегральные формулы для матричных факторизаций уравнения Гельмгольца в двумерных и трехмерных неограниченных областях с растущими решений;

построены регуляризованные решения задачи Коши для матричных факторизаций уравнения Гельмгольца в двумерных ограниченных и неограниченных областях;

построены регуляризованные решений задачи Коши для матричных

факторизаций уравнения Гельмгольца в трехмерных ограниченных и неограниченных областях.

Практические результаты исследования состоит в следующем:

полученные приближенные и точные решения для матричных факторизаций уравнения Гельмгольца были использованы для решений краевых задач;

полученные результаты использованы при нахождение регуляризованных решений некорректной задачи Коши для системы эллиптических уравнений в ограниченных и неограниченных областях.

Достоверность результатов исследования обоснована строгостью математических рассуждений и доказательств, использованием методов теории дифференциальных уравнений с частными производными, теории некорректных задач, матричного анализа.

Научная и практическая значимость результатов исследования. Научная значимость результатов исследования заключается в том, что получены оценки устойчивости для матричных факторизаций уравнения Гельмгольца при нахождение регуляризованных решений задачи Коши.

Практическая значимость диссертации состоит в том, что результаты диссертации можно применить к моделям геофизических исследований, в задачах физических процессов, описываемых при помощи некорректных задач для матричных факторизаций уравнения Гельмгольца.

Внедрение результатов исследования. Результаты, полученные для регуляризации задачи Коши для матричных факторизаций уравнений Гельмгольца, были внедрены на практике в следующих направлениях:

результаты исследования по регуляризации некорректной задачи Коши для матричных факторизаций оператора Гельмгольца используются в научных исследованиях кафедры теории функций Института математики и фундаментальной информатики Сибирского федерального университета при изучении начально-краевых задач для эллиптических и параболических дифференциальных уравнений в частных производных (Сибирский федеральный университет, Красноярск, справка от 01 июня 2018 года под номером 33/11-3634). В частности, они применяются для исследования задачи Коши для эллиптических и параболических дифференциальных уравнений в частных производных;

полученные результаты диссертационной работы относительно о регуляризации некорректной задачи Коши для матричных факторизаций уравнения Гельмгольца были использованы в рамках научных исследований проекта ОТ-Ф-044 «Теория задачи Коши для линейных эллиптических систем первого и второго порядков с постоянными коэффициентами» при решений краевых задач (справка Министерства высшего и средне-специального образования Республики Узбекистан, справка от 6 июня 2018 года под номером 89-03-2210). Применение этих результатов позволило получить регуляризованное решение некорректной задачи Коши в ограниченных и неограниченных областях.

Апробация результатов исследования. Результаты данного

исследования были обсуждены на 15 научно-практических конференциях, в том числе на 11 международных и 4 республиканских научно - практических конференциях.

Публикация результатов исследования. По теме диссертации опубликовано 20 научных работ, из них 5 входят в перечень научных изданий, предложенных Высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан для защиты диссертаций на соискание ученой степени доктора философии (PhD), в том числе 3 опубликованы в зарубежных журналах и 2 в республиканских научных изданиях.

Объём и структура диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка использованной литературы. Объем диссертации составляет 88 страниц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обоснованы актуальность и востребованность темы диссертации, определено соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики, приведены обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации и степень изученности проблемы, сформулированы цели и задачи, выявлены объект и предмет исследования, изложены научная новизна и практические результаты исследования, раскрыта теоретическая и практическая значимость полученных результатов, даны сведения о внедрении результатов исследования, об опубликованных работах и о структуре диссертации.

Первая глава диссертации называется **«Интегральная формула для матричных факторизаций уравнения Гельмгольца»**.

В первом параграфе первой главы речь идет о предварительных сведениях и постановке задачи Коши для матричных факторизаций уравнения Гельмгольца.

Пусть $\mathbb{R}^2$ – двумерное вещественное евклидово пространство,

$$x=(x_1,x_2)\in\mathbb{R}^2,\ y=(y_1,y_2)\in\mathbb{R}^2.$$

$G\subset\mathbb{R}^2$ – ограниченная односвязная область с кусочно-гладкой границей, состоящей из гладкой кривой $S=\partial G,\ \overline{G}=S\bigcup G$.

Введем следующие обозначения:

$$r=|y-x|,\alpha=|y_1-x_1|,\ w=i\sqrt{u^2+\alpha^2}+y_2,\ \ u\geq 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial x}=\left(\frac{\partial}{\partial x_1},\frac{\partial}{\partial x_2}\right)^T,\ \frac{\partial}{\partial x}\to\xi^T,\ \xi^T=\begin{pmatrix}\xi_1\\ \xi_2\end{pmatrix}-\text{транспонированный вектор } \xi,$$

$$U(x)=(U_1(x),...,U_n(x))^T,\ u^0=(1,...,1)\in\mathbb{R}^n,\ n=2^m,\ m=2,$$

$$E(z)-\text{диагональная матрица},\ z=(z_1,...,z_n)\in\mathbb{R}^n.$$

Пусть $\mathbb{R}^3$ – трехмерное вещественное евклидово пространство,

$$x=(x_1,x_2,x_3)\in\mathbb{R}^3,\ y=(y_1,y_2,y_3)\in\mathbb{R}^3,\ x'=(x_1,x_2)\in\mathbb{R}^2,\ y'=(y_1,y_2)\in\mathbb{R}^2.$$

$G\subset\mathbb{R}^3$ – ограниченная односвязная область с кусочно-гладкой

границей, состоящей из гладкой поверхности $S = \partial G,\ \overline{G} = S \bigcup G$.

Аналогично введем следующие обозначения:

$$r = |y - x|, \alpha = |y' - x'|,\ w = i\sqrt{u^2 + \alpha^2} + y_3, u \geq 0,\ \frac{\partial}{\partial x} = \left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2}, \frac{\partial}{\partial x_3}\right)^T,$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \to \xi^T,\ \xi^T = \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{pmatrix} - \text{транспонированный вектор } \xi,$$

$$U(x) = (U_1(x),...,U_n(x))^T,\ u^0 = (1,...,1) \in \mathbb{R}^n,\ n = 2^m,\ m = 3,$$

$$E(z) - \text{диагональная матрица},\ z = (z_1,...,z_n) \in \mathbb{R}^n.$$

Пусть $D(\xi^T), (n \times n) -$ матрица с элементами, состоящими из множества линейных функций с постоянными коэффициентами комплексной плоскости, для которых выполняется условие:

$$D^*(\xi^T)D(\xi^T) = E((|\xi|^2 + \lambda^2)u^0),$$

где $D^*(x^T) -$ эрмитово сопряженная матрица $D(x^T)$, $\lambda -$ вещественное число.

Рассмотрим в области G систему дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка

$$D\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)U(x) = 0, \tag{1}$$

где $D\left(\frac{\partial}{\partial x}\right) -$ матрица дифференциальных операторов первого порядка.

Обозначим через $A(G)$ класс вектор-функций в области G, непрерывных на $\overline{G} = G \bigcup \partial G$ и удовлетворяющих системе (1).

Постановка задачи. Пусть $U(y) \in A(G)$ и

$$U(y)\big|_S = f(y), y \in S. \tag{2}$$

Здесь $f(y) -$ заданная непрерывная вектор-функция на S.

Требуется восстановить вектор-функцию $U(y)$ в области G, исходя из ее значений $f(y)$ на S.

Во втором параграфе первой главы рассмотрено семейство фундаментальных решений уравнения Гельмгольца в двумерных и трехмерных областях.

Обозначим через $K(w),\ w = u + iv -$ целую функцию, принимающую вещественные значения при вещественном w ($u, v -$ действительные числа) и удовлетворяющую условиям:

$$\text{В } \mathbb{R}^2,\ K(u) \neq 0,\ \sup_{v \geq 1}\left|v^p K^p(w)\right| = \mathrm{M}(u, p) < \infty,\ -\infty < u < \infty,\ p = 0,1,2. \tag{3}$$

$$\text{В } \mathbb{R}^3,\ K(u) \neq 0,\ \sup_{v \geq 1}\left|v^p K^p(w)\right| = \mathrm{M}(u, p) < \infty,\ -\infty < u < \infty,\ p = 0,1,2,3. \tag{4}$$

Функцию $\Phi(y, x)$ при $y \neq x$ определим следующими равенствами:

В $\mathbb{R}^2$, $\Phi(y,x) = -\dfrac{1}{2\pi K(x_2)} \int\limits_0^\infty \operatorname{Im} \dfrac{K(w)}{w - x_2} \dfrac{u I_0(\lambda u)}{\sqrt{u^2 + \alpha^2}} du,\ w = i\sqrt{u^2 + \alpha^2} + y_2$, (5)

здесь $I_0(\lambda u)$ – функция Бесселя первого рода нулевого порядка.

В $\mathbb{R}^3$, $\Phi(y,x) = -\dfrac{1}{2\pi^2 K(x_3)} \int\limits_0^\infty \operatorname{Im} \dfrac{K(w)}{w - x_3} \dfrac{\cos \lambda u}{\sqrt{u^2 + \alpha^2}} du,\ w = i\sqrt{u^2 + \alpha^2} + y_3$ (6)

В третьем параграфе первой главы приведены интегральные формулы для матричных факторизаций уравнения Гельмгольца в двумерных и трехмерных ограниченных областях. Сначала рассмотрим интегральную формулу в двумерной ограниченной области.

Если G ограничена и $U(y) \in A(G)$, то верна следующая интегральная формула типа Коши

$$U(x) = \int\limits_{\partial G} N(y,x) U(y) ds_y,\ x \in G, \tag{7}$$

где

$$N(y,x) = \left(E\left(\Phi(y,x) u^0\right) D^*\left(\frac{\partial}{\partial y}\right)\right) D(t^T).$$

Здесь $t = (t_1, t_2)$ – единичная внешняя нормаль, проведенная в точке y, кривой ∂G.

Теперь рассмотрим интегральную формулу в трехмерной ограниченной области пространства $\mathbb{R}^3$.

Если G ограничена и $U(y) \in A(G)$, то верна следующая интегральная формула типа Коши

$$U(x) = \int\limits_{\partial G} N(y,x) U(y) ds_y,\ x \in G, \tag{8}$$

где

$$N(y,x) = \left(E\left(\Phi(y,x) u^0\right) D^*\left(\frac{\partial}{\partial y}\right)\right) D(t^T).$$

Здесь $t = (t_1, t_2, t_3)$ – единичная внешняя нормаль, проведенная в точке y, поверхности ∂G.

Во второй главе диссертации, названной **«Задача Коши для матричных факторизаций уравнения Гельмгольца на плоскости»**, найдены регуляризированные решения задачи Коши для матричных факторизаций уравнения Гельмгольца в двумерных ограниченных и неограниченных областях на плоскости.

В первом параграфе второй главы найдено в явном виде регуляризованное решение задачи Коши для матричных факторизаций уравнения Гельмгольца в ограниченной области.

Пусть $G \subset \mathbb{R}^2$ – ограниченная односвязная область, граница которой состоит из отрезка $a \le y_1 \le b$ и некоторой гладкой кривой S, лежащей в полуплоскости $y_2 > 0$, т.е. $\partial G = S \bigcup T$.

Задача 1. Пусть $U(y) \in A(G)$ и

$$U(y)\big|_S = f(y), y \in S. \tag{9}$$

Требуется восстановить вектор-функцию $U(y)$ в области G, исходя из её значений $f(y)$ на S.

В формуле (5) выбирая

$$K(w) = \exp(\sigma w^2), K(x_2) = \exp(\sigma x_2^2), \sigma > 0, \tag{10}$$

получим

$$\Phi_\sigma(y,x) = -\frac{e^{-\sigma x_2^2}}{2\pi}\int_0^\infty \operatorname{Im}\frac{\exp(\sigma w^2)}{w - x_2}\frac{uI_0(\lambda u)}{\sqrt{u^2+\alpha^2}}du, \quad \sigma \ge \lambda + \sigma_0, \sigma_0 > 0. \tag{11}$$

Тогда интегральная формула (7) имеет вид:

$$U(x) = \int_{\partial G} N_\sigma(y,x)U(y)ds_y, \ x \in G. \tag{12}$$

Теорема 1. Пусть $U(y) \in A(G)$ удовлетворяет неравенству

$$|U(y)| \le 1, y \in T. \tag{13}$$

Если

$$U_\sigma(x) = \int_S N_\sigma(y,x)U(y)ds_y, \ x \in G, \tag{14}$$

то справедлива оценка

$$|U(x) - U_\sigma(x)| \le C(\lambda,x)\sigma e^{-\sigma x_2^2}, \sigma > 1, x \in G. \tag{15}$$

Здесь и ниже функции, ограниченные на компактных подмножествах области G, обозначим через $C(\lambda,x)$.

Следствие 1. Предельное равенство

$$\lim_{\sigma\to\infty} U_\sigma(x) = U(x)$$

имеет место равномерно на каждом компакте из области G.

Теорема 2. Пусть $U(y) \in A(G)$ удовлетворяет условию (13), а на гладкой кривой S неравенству

$$|U(y)| \le \delta, 0 < \delta < e^{-\sigma \bar{y}_2^2}, \tag{16}$$

где $\bar{y}_2^2 = \max\limits_{y\in S} y_2^2$.

Тогда верна оценка

$$|U(x)| \le C(\lambda,x)\sigma\delta^{\frac{x_2^2}{\bar{y}_2^2}}, \sigma > 1, x \in G. \tag{17}$$

Пусть $U(y) \in A(G)$ и вместо $U(y)$ на S заданы ее непрерывные приближения $f_\delta(y)$ соответственно, с погрешностью $0 < \delta < e^{-\sigma \bar{y}_2^2}$, $\max\limits_S |U(y) - f_\delta(y)| \le \delta$.

Положим

$$U_{\sigma(\delta)}(x) = \int_S N_\sigma(y,x) f_\delta(y)ds_y, x \in G. \tag{18}$$

Теорема 3. Пусть $U(y) \in A(G)$ на части плоскости $y_2 = 0$ удовлетворяет неравенству (13). Тогда справедлива оценка

$$\left|U(x)-U_{\sigma(\delta)}(x)\right| \le C(\lambda,x)\sigma\delta^{\frac{x_2^2}{y_2^2}}, \sigma>1, x\in G. \qquad (19)$$

Следствие 2. Предельное равенство

$$\lim_{\delta\to 0} U_{\sigma(\delta)}(x) = U(x)$$

имеет место равномерно на каждом компакте из области G.

Во втором параграфе второй главы построена интегральная формула в области типа полосы.

Пусть, $G\subset\mathbb{R}^2$ – неограниченная односвязная область с кусочно-гладкой границей ∂G (∂G простирается до бесконечности). Обозначим через G_R часть G, лежащую внутри круга радиуса R с центром в нуле:

$$G_R = \{y : y\in G, |y|<R\}, G_R^\infty = G\setminus G_R, R>0.$$

Теорема 4. Пусть $U(y)\in A(G)$. Если при каждом фиксированном $x\in G$ имеет место равенство

$$\lim_{R\to\infty}\int_{G_R^\infty} N(y,x)U(y)ds_y = 0, \qquad (20)$$

то верна формула (7).

Обозначим через $A_\rho(G)$ класс вектор-функций из $A(G)$, удовлетворяющих следующему условию роста:

$$A_\rho(G) = \{U(y) : U(y)\in A(G), |U(y)| \le \exp[o(\exp\rho|y_1|)], y\to\infty, y\in G\}. \qquad (21)$$

В третьем параграфе второй главы рассмотрено регуляризированное решение задачи Коши для матричных факторизаций уравнения Гельмгольца в области типа полосы. В формуле (5) выбирая

$$K(w) = \frac{\exp(\sigma w)}{w-x_2+3h}, K(x_2) = \frac{\exp(\sigma x_2)}{3h}, 0<x_2<h, h=\frac{\pi}{\rho}, \qquad (22)$$

получим

$$\Phi_\sigma(y,x) = -\frac{e^{-\sigma x_2}}{2\pi(3h)}\int_0^\infty \operatorname{Im}\frac{\exp(\sigma w)}{(w-x_2+3h)(w-x_2)}\frac{uI_0(\lambda u)}{\sqrt{u^2+\alpha^2}}du. \qquad (23)$$

Тогда интегральная формула (7) имеет следующий вид:

$$U(x) = \int_{\partial G} N_\sigma(y,x)U(y)ds_y, \quad x\in G. \qquad (24)$$

Пусть $G\subset\mathbb{R}^2$ – неограниченная односвязная область лежит внутри полосы $0<y_2<h, h=\pi/\rho, \rho>0$, граница которой состоит из плоскости $T: y_2=0$ и гладкой кривой S, заданной уравнением $y_2=\psi(y_1)$ и удовлетворяющей условиям

$$0<\psi(y_1)\le h, |\psi'(y_1)|\le const<\infty. \qquad (25)$$

Задача 2. Пусть $U(y)\in A_\rho(G)$ и

$$U(y)|_S = f(y), y\in S. \qquad (26)$$

Требуется восстановить вектор-функцию $U(y)$ в области G, исходя из её значений $f(y)$ на S.

Теорема 5. Пусть $U(y) \in A_\rho(G)$ удовлетворяет неравенству

$$|U(y)| \le 1, y \in T. \tag{27}$$

Если

$$U_\sigma(x) = \int_S N_\sigma(y,x) U(y) ds_y, \quad x \in G, \tag{28}$$

то справедлива оценка

$$|U(x) - U_\sigma(x)| \le C_\rho(\lambda, x) \sigma e^{-\sigma x_2}, \sigma > 1, x \in G. \tag{29}$$

Здесь и ниже функции, ограниченные на компактных подмножествах области G, обозначим через $C_\rho(\lambda, x)$.

Следствие 3. Предельное равенство

$$\lim_{\sigma \to \infty} U_\sigma(x) = U(x)$$

имеет место равномерно на каждом компакте из области G.

Теорема 6. Пусть $U(y) \in A_\rho(G)$ удовлетворяет на части плоскости $y_2 = 0$ условию (27), а на гладкой кривой S неравенству

$$|U(y)| \le \delta, 0 < \delta < 1. \tag{30}$$

Тогда верна оценка

$$|U(x)| \le C_\rho(\lambda, x) \sigma \delta^{\frac{x_2}{h}}, \sigma > 1, x \in G. \tag{31}$$

Пусть $U(y) \in A_\rho(G)$ и вместо $U(y)$ на S заданы ее непрерывные приближения $f_\delta(y)$ соответственно, с погрешностью $0 < \delta < 1$,

$$\max_S |U(y) - f_\delta(y)| \le \delta. \tag{32}$$

Положим

$$U_{\sigma(\delta)}(x) = \int_S N_\sigma(y,x) f_\delta(y) ds_y, x \in G. \tag{33}$$

Теорема 7. Пусть $U(y) \in A_\rho(G)$ удовлетворяет на части плоскости $y_2 = 0$ условию (27). Тогда справедлива оценка

$$|U(x) - U_{\sigma(\delta)}(x)| \le C_\rho(\lambda, x) \sigma \delta^{\frac{x_2}{h}}, \sigma > 1, x \in G. \tag{34}$$

Следствие 4. Предельное равенство

$$\lim_{\delta \to 0} U_{\sigma(\delta)}(x) = U(x)$$

имеет место равномерно на каждом компакте из области G.

В третьей главе диссертации, названной **«Задача Коши для матричных факторизаций уравнения Гельмгольца в пространстве»**, построены регуляризированные решения задачи Коши для матричных факторизаций уравнения Гельмгольца в пространстве $\mathbb{R}^3$.

В первом параграфе третьей главы найдено регуляризированное решение задачи Коши для матричных факторизаций уравнения Гельмгольца в трехмерной ограниченной области.

Пусть $G \subset \mathbb{R}^3$ – ограниченная односвязная область с кусочно-гладкой границей, состоящей из плоскости T: $y_3 = 0$ и гладкой поверхности S,

лежащей в полупространстве $y_3 > 0$, т.е. $\partial G = S \bigcup T$.

Задача 3. Пусть $U(y) \in A(G)$ и

$$U(y)\big|_S = f(y), y \in S. \tag{35}$$

Требуется восстановить вектор-функцию $U(y)$ в области G, исходя из её значений $f(y)$ на S.

В формуле (6) выбирая

$$K(w) = \exp(\sigma w^2), K(x_3) = \exp(\sigma x_3^2), \sigma > 0, \tag{36}$$

получим

$$\Phi_\sigma(y,x) = -\frac{e^{-\sigma x_3^2}}{2\pi^2}\int_0^\infty \operatorname{Im}\frac{\exp(\sigma w^2)}{w - x_3}\frac{\cos\lambda u}{\sqrt{u^2+\alpha^2}}du. \tag{37}$$

Тогда интегральная формула (8) имеет вид

$$U(x) = \int_{\partial G} N_\sigma(y,x)U(y)ds_y,\ x \in G. \tag{38}$$

Теорема 8. Пусть $U(y) \in A(G)$ удовлетворяет неравенству

$$|U(y)| \le 1, y \in T. \tag{39}$$

Если

$$U_\sigma(x) = \int_S N_\sigma(y,x)U(y)ds_y,\ x \in G, \tag{40}$$

то справедлива оценка

$$|U(x) - U_\sigma(x)| \le C(x)\sigma e^{-\sigma x_3^2}, \sigma > 1, x \in G. \tag{41}$$

Здесь и ниже функции, ограниченные на компактных подмножествах области G, обозначим через $C(x)$.

Следствие 5. Предельное равенство

$$\lim_{\sigma\to\infty} U_\sigma(x) = U(x)$$

имеет место равномерно на каждом компакте из области G.

Теорема 9. Пусть $U(y) \in A(G)$ удовлетворяет условию (39), а на гладкой поверхности S неравенству

$$|U(y)| \le \delta, 0 < \delta < e^{-\sigma \bar{y}_3^2}, \tag{42}$$

где $\bar{y}_3^2 = \max\limits_{y\in S} y_3^2$. Тогда верна оценка

$$|U(x)| \le C(x)\sigma\delta^{\frac{x_3^2}{\bar{y}_3^2}}, \sigma > 1, x \in G. \tag{43}$$

Пусть $U(y) \in A(G)$ и вместо $U(y)$ на S заданы ее непрерывные приближения $f_\delta(y)$, соответственно, с погрешностью $0 < \delta < e^{-\sigma \bar{y}_3^2}$, $\max\limits_S |U(y) - f_\delta(y)| \le \delta$.

Положим

$$U_{\sigma(\delta)}(x) = \int_S N_\sigma(y,x) f_\delta(y)ds_y, x \in G. \tag{44}$$

Теорема 10. Пусть $U(y) \in A(G)$ на части плоскости $y_3 = 0$ удовлетворяет условию (39). Тогда справедлива оценка

$$\left|U(x)-U_{\sigma(\delta)}(x)\right| \le C(x)\sigma\delta^{\frac{x_3^2}{\bar{y}_3^2}}, \sigma>1, x\in G. \qquad (45)$$

Следствие 6. Предельное равенство

$$\lim_{\delta\to 0} U_{\sigma(\delta)}(x) = U(x)$$

имеет место равномерно на каждом компакте из области G.

Во втором параграфе третьей главы приведена интегральная формула для матричных факторизаций уравнения Гельмгольца в области типа слоя.

Пусть, $G\subset\mathbb{R}^3$ – неограниченная односвязная область с кусочно-гладкой границей ∂G (∂G простирается до бесконечности). Обозначим через G_R часть G, лежащую внутри круга радиуса R с центром в нуле:

$$G_R = \{y : y\in G, |y|<R\}, G_R^\infty = G\setminus G_R, R>0.$$

Теорема 11. Пусть $U(y)\in A(G)$. Если при каждом фиксированном $x\in G$ имеет место равенство

$$\lim_{R\to\infty}\int_{G_R^\infty} N(y,x)U(y)ds_y = 0, \qquad (46)$$

то верна формула (8).

Обозначим через $A_\rho(G)$ класс функций из $A(G)$, удовлетворяющих следующему условию роста:

$$A_\rho(G) = \{U(y) : U(y)\in A(G), |U(y)| \le \exp[o(\exp\rho|y'|)], y\to\infty, y\in G\}. \qquad (47)$$

В третьем параграфе третьей главы найдено регуляризированное решение задачи Коши для матричных факторизаций уравнения Гельмгольца в трехмерной неограниченной области. В формуле (6) выбирая

$$K(w) = \frac{\exp(\sigma w)}{(w-x_3+3h)^2}, K(x_3) = \frac{\exp(\sigma x_3)}{(3h)^2}, 0<x_3<h, h=\frac{\pi}{\rho}, \qquad (48)$$

получим

$$\Phi_\sigma(y,x) = -\frac{e^{-\sigma x_3}}{2\pi^2(3h)^2}\int_0^\infty \mathrm{Im}\frac{\exp(\sigma w)}{(w-x_3+3h)^2(w-x_3)}\frac{\cos\lambda u}{\sqrt{u^2+\alpha^2}}du. \qquad (49)$$

Тогда интегральная формула (8) имеет следующий вид:

$$U(x) = \int_{\partial G} N_\sigma(y,x)U(y)ds_y, \quad x\in G. \qquad (50)$$

Пусть $G\subset\mathbb{R}^3$ – неограниченная односвязная область лежит внутри слоя $0<y_3<h,\ h=\pi/\rho, \rho>0$, граница которой состоит из плоскости $T: y_3=0$ и гладкой поверхности S, заданной уравнением $y_3=\psi(y_1,y_2)$ и удовлетворяющей условиям

$$0<\psi(y_1,y_2)\le h,\ |\mathrm{grad}\,\psi(y_1,y_2)|\le const<\infty,\ (y_1,y_2)\in\mathbb{R}^2. \qquad (51)$$

Задача 4. Пусть $U(y)\in A_\rho(G)$ и

$$U(y)|_S = f(y), y\in S. \qquad (52)$$

Требуется восстановить вектор-функцию $U(y)$ в области G, исходя из её значений $f(y)$ на S.

Теорема 12. Пусть $U(y) \in A_\rho(G)$ удовлетворяет неравенству

$$|U(y)| \le 1, y \in T. \tag{53}$$

Если

$$U_\sigma(x) = \int_S N_\sigma(y,x) U(y) ds_y, \quad x \in G. \tag{54}$$

то справедлива оценка

$$|U(x) - U_\sigma(x)| \le C_\rho(x) \sigma e^{-\sigma x_3}, \sigma > 1, x \in G. \tag{55}$$

Здесь и ниже функции, ограниченные на компактных подмножествах области G, обозначим через $C_\rho(x)$.

Следствие 7. Предельное равенство

$$\lim_{\sigma \to \infty} U_\sigma(x) = U(x)$$

имеет место равномерно на каждом компакте из области G.

Теорема 13. Пусть $U(y) \in A(G)$ удовлетворяет на части плоскости $y_3 = 0$ условию (53), а на гладкой поверхности S неравенству

$$|U(y)| \le \delta, 0 < \delta < 1. \tag{56}$$

Тогда верна оценка

$$|U(x)| \le C_\rho(x) \sigma \delta^{\frac{x_3}{h}}, \sigma > 1, x \in G. \tag{57}$$

Пусть $U(y) \in A_\rho(G)$ и вместо $U(y)$ на S заданы ее непрерывные приближения $f_\delta(y)$, соответственно, с погрешностью $0 < \delta < 1$,

$$\max_S |U(y) - f_\delta(y)| \le \delta. \tag{58}$$

Положим

$$U_{\sigma(\delta)}(x) = \int_S N_\sigma(y,x) f_\delta(y) ds_y, x \in G. \tag{59}$$

Теорема 14. Пусть $U(y) \in A_\rho(G)$ удовлетворяет на части плоскости $y_3 = 0$ условию (53). Тогда справедлива оценка

$$|U(x) - U_{\sigma(\delta)}(x)| \le C_\rho(x) \sigma \delta^{\frac{x_3}{h}}, \sigma > 1, x \in G. \tag{60}$$

Следствие 8. Предельное равенство

$$\lim_{\delta \to 0} U_{\sigma(\delta)}(x) = U(x)$$

имеет место равномерно на каждом компакте из области G.

Таким образом, функционал $U_{\sigma(\delta)}(x)$ является регуляризацией решения задачи.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Диссертационная работа посвящена регуляризации некорректной задачи Коши для матричных факторизаций уравнения Гельмгольца.

Основные результаты исследования состоят в следующем:

1. Найдено регуляризованное решение задачи Коши для матричных факторизаций уравнения Гельмгольца в двумерной ограниченной области.
2. Доказана интегральная формула для матричных факторизаций уравнения Гельмгольца в двумерной неограниченной области.
3. Найдено регуляризованное решение задачи Коши для матричных факторизаций уравнения Гельмгольца в области типа полосы.
4. Найдено регуляризованное решение задачи Коши для матричных факторизаций уравнения Гельмгольца в трехмерной ограниченной области.
5. Доказана интегральная формула для матричных факторизаций уравнения Гельмгольца в трехмерной неограниченной области.
6. Найдено регуляризованное решение задачи Коши для матричных факторизаций уравнения Гельмгольца в трехмерной неограниченной области.

SCIENTIFIC COUNCIL AWARDING SCIENTIFIC DEGREES DSc.27.06.2017.FM.01.01 AT NATIONAL UNIVERSITY OF UZBEKISTAN INSTITUTE OF MATHEMATICS

KARSHI STATE UNIVERSITY

JURAEV DAVRON ASLONKULOVICH

REGULARIZATION OF THE CAUCHY PROBLEM FOR MATRIX FACTORIZATIONS OF THE HELMHOLTZ EQUATION

01.01.01-Differential equations and mathematical physics
(Physical and mathematical sciences)

ABSTRACT OF DISSERTATION OF THE DOCTOR OF PHILOSOPHY (PhD) ON PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

Tashkent – 2018

The theme of dissertation of doctor of philosophy (PhD) on physical and mathematical sciences was registered at the Supreme Attestation Commission at the Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan under number B2018.2.PhD/FM218.

Dissertation has been prepared at Karshi State University.

The abstract of the dissertation is posted in three languages (uzbek, russian, english (resume)) on the website (http://ik-fizmat@nuu.uz) and the «Ziyonet» Information and educational portal (www.ziyonet.uz).

Scientific supervisor:	**Tarkhanov Nikolay Nikolayevich** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor
Official opponents:	**Khalmukhamedov Alimdjan Rakhimovich** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor
	Niyozov Ikbol Ergashevich Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Docent
Leading organization:	**Institute of Mathematics and Fundamental Informatics of the Siberian Federal University»**

Defense will take place «____» _____2018 at _____ at the meeting of Scientific Council number DSc.27.06.2017.FM.01.01 at National University of Uzbekistan. (Address: 100174, Uzbekistan, Tashkent city, Almazar area, University str., 4, Ph.: (+99871) 227-12-24, fax: (+99871) 246-53-21, 246-02-24, e-mail: nauka@nnu.uz).

Dissertation is possible to review in Information-resource centre at National University of Uzbekistan (is registered №_____) (Address: 100174, Uzbekistan, Tashkent city, Almazar area, University str., 4, Ph.: (+99871) 246-02-24.

Abstract of dissertation sent out on «____» _____2018.
(Mailing report № _____on «____» _____2018).

S.S. Sadullaev
Chairman of Scientific Council on award of scientific degrees, D.Ph.M.S., academician

G.I. Botirov
Scientific secretary of Scientific Council on award of scientific degrees, C.Ph.M.S.

A.A. Azamov
V. Chairman of Scientific Seminar under Scientific Council on award of scientific degrees, D.Ph.M.S., academician

INTRODUCTION (abstract of PhD thesis)

The aim of the research work is to construct the Carleman formula and, on its basis, to obtain regularized solutions of the ill-posed Cauchy problem for the matrix factorization of the Helmholtz equation in bounded and unbounded domains.

The object of the research work are systems of linear equations of elliptic type of the first order with constant coefficients, factorizing the Helmholtz operator.

The scientific novelty of the research work is as follows:

a Carleman matrices for matrix factorizations of the Helmholtz equation in two-dimensional and three-dimensional bounded domains are constructed;

the validity of integral formulas for matrix factorizations of the Helmholtz equation in two-dimensional and three-dimensional unbounded domains with growing solutions are proved;

a regularized solution of the Cauchy problem for matrix factorizations of the Helmholtz equation in two-dimensional bounded and unbounded domains is constructed;

a regularized solution of the Cauchy problem for matrix factorizations of the Helmholtz equation in three-dimensional bounded and unbounded domains is constructed.

Implementation of the research results. The results obtained in the thesis were implemented in practice in the following areas:

the results on the regularization of an ill-posed Cauchy problem for matrix factorizations of the Helmholtz operator are used in the scientific research of the Department of Function Theory of the Institute of Mathematics and Fundamental Informatics of the Siberian Federal University in the study of initial-boundary value problems for elliptic and parabolic partial differential equations (Siberian Federal University, Krasnoyarsk, June 1 2018, Russia). In particular, they are used to study the Cauchy problem for elliptic and parabolic partial differential equations;

the obtained results of the thesis on the regularization of the ill-posed Cauchy problem for matrix factorizations of the Helmholtz equation were used in the framework of the scientific research OT-F-044 "Theory of the Cauchy problem for linear first-order and second-order linear elliptic systems with constant coefficients" in 2007-2011 (reference Ministry of Higher and Secondary Special Education of the Republic of Uzbekistan dated June 6, 2018 under the number 89-03-2210). The application of these results made it possible to solve the regularized solution of the Cauchy problem for the matrix factorization of the Helmholtz equation.

The structure and volume of the thesis. The thesis consists of an introduction, three chapters, conclusion and bibliography. The volume of the thesis is 88 pages.

ЭЪЛОН ҚИЛИНГАН ИШЛАР РЎЙХАТИ
СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ
LIST OF PUBLISHED WORKS

I бўлим (Часть I; Part I)

1. Жураев Д.А. Конструкция фундаментального решения уравнения Гельмгольца // Доклады Академии наук Республики Узбекистан, 2012 г. №4, С. 14-17. (01.00.00; №7)
2. Жураев Д.А. Регуляризация задачи Коши для систем уравнений эллиптического типа первого порядка // Узбекский математический журнал. - Ташкент 2016. - №2, - С. 61-71. (01.00.00; №6)
3. Жураев Д.А. Задача Коши для матричных факторизаций уравнения Гельмгольца в неограниченной области // Сибирские электронные математические известия. -Новосибирск 2017, том 14, С. 752–764. (№3. Scopus. IF=0,31)
4. Жураев Д.А. Задача Коши для матричных факторизаций уравнения Гельмгольца // Украинский математический журнал. -Украина 2017, Т. 69, № 10, С. 1364-1371. (№11. Springer. IF=0,343)
5. Жураев Д.А. О задаче Коши для матричных факторизаций уравнения Гельмгольца в ограниченной области // Сибирские электронные математические известия. -Новосибирск 2018, том 15, С. 11–20. (№3. Scopus. IF=0,31).

II бўлим (Часть II; Part II)

6. Жураев Д.А. Регуляризированное решение задачи Коши для систем уравнений эллиптического типа первого порядка с постоянными коэффициентами, факторизуемым оператором Гельмгольца в трехмерной ограниченной области // Международная конференция “Обратные и некорректные задачи математической физики”, посвященная 80-летию со дня рождения академика М.М.Лаврентьева, Новосибирск, Россия, 5-12 августа 2012 г. С. 124-125.
7. Жураев Д.А. О регуляризованном решении задачи Коши для системы уравнений эллиптического типа первого порядка в трехмерной неограниченной области // Математиканинг долзарб муаммолари. Республика илмий анжуман материаллари, 1 қисм. 9-10 ноябрь 2012 й. Урганч. С. 84-86.
8. Juraev D.A. On the Cauchy problem for systems elliptic equations type of first order in a bounded domain // Фундаментальная математика и ее приложения в естествознании. Тезисы докладов Международной школы-конференции для студентов, аспирантов и молодых ученых. 17-18 ноября 2012 г. Уфа. С. 244-245.
9. Juraev D.A. Regularization of the Cauchy problem for systems of elliptic type equations of the first order in three-dimensional unbounded domain // Scientific enquiry in the contemporary world: theoretical basics and innovative

approach. Vol. 1. Physics and mathematics. L&L Publishing. Titusville, FL, USA. 2012. P. 10-13.

10. Жураев Д.А. Регуляризация задачи Коши для систем уравнений эллиптического типа первого порядка в ограниченной области // Республиканская конференция «Актуальные вопросы комплексного анализа», посвященная 95-летию НУУз, 75-летию кафедры «Математического анализа» и 100-летию со дня рождения известного ученого профессора Льва Израилевича Волковысского. Ташкент, 19-21 сентября 2013 г. С. 60-62.

11. Жураев Д.А. Регуляризация задачи Коши для систем уравнений эллиптического типа // Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика. Сборник научных трудов по материалам международной заочной научно-практической конференции. Международная открытая конференция. Современные проблемы анализа динамических систем. Приложения в технике и технологиях. Воронеж. 18 июня – 19 июня 2014 г. С. 69-72.

12. Juraev D.A. The Cauchy problem for systems of elliptic type equations of the first order // Международный молодежный симпозиум “Современные проблемы математики. Методы, модели, приложения”. Воронеж. 18 – 19 ноября 2014 г. С. 9-11.

13. Жураев Д.А. Задача Коши для систем уравнений эллиптического типа первого порядка в неограниченной области // Материалы научной конференции «Актуальные вопросы геометрии и её приложения». 27-28 октября 2014. Ташкент. С. 97-100.

14. Жураев Д.А. Задача Коши для систем уравнений эллиптического типа на плоскости // VIII международная научная конференция «Инновации в технологиях и образовании». Белово, 5-6 марта 2015 г. С. 69-73.

15. Жураев Д.А. Регуляризация задача Коши для систем уравнений эллиптического типа первого порядка // Тезисы докладов республиканской научной конференции «Современные методы математической физики и их приложения». 15-17 апреля 2015 г. Ташкент. Т. №1., С. 161-163.

16. Жураев Д.А. Задача Коши для систем уравнений эллиптического типа первого порядка // Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика. Сборник научных трудов по материалам международной заочной научно практической конференции. Второй международный молодежный симпозиум «Современные проблемы математики. Методы, модели, приложения». 17–20 ноября 2015 г., г. Воронеж (РФ), № 5 часть 1 (16-1). С. 29-32.

17. Жураев Д.А. Интегральная формула для систем уравнений эллиптического типа первого порядка // Международная математическая конференция. “Шестые Богдановские чтения по обыкновенным дифференциальным уравнениям”. 7-10 декабря 2015 г., г. Минск. С. 68-69.

18. Жураев Д.А. О задаче Коши для эллиптических уравнений. // Тезисы докладов IX Международной школы-конференции для студентов,

аспирантов и молодых ученых «Фундаментальная математика и ее приложения в естествознании», 3-7 октября 2016 г., г. Уфа. С. 336-337.

19. Жураев Д.А. Задача Коши для систем уравнений эллиптического типа первого порядка на плоскости // International scientific conference «Algebraic and geometric methods of analysis» May 31 - June 5, 2017. Odessa. Ukraine. Book of abstracts. С. 114-115.

20. Жураев Д.А. Регуляризация задачи Коши для систем уравнений эллиптического типа первого порядка // 8-я международная конференция по Дифференциальным и функционально-дифференциальным уравнениям. Москва, Россия, 13-20 августа 2017 г. С. 205-206.

Автореферат «Ўзбекистон математика журнали» таҳририятида
таҳрирдан ўтказилди. (04.12.2018 йил)

Босишга рухсат этилди: 04.12.2018. Ҳажми 2,75 босма табоқ.
Бичими 60x45 1/16 , «Times New Roman»
гарнитурада рақамли босма усулида босилди.
Адади: 70. Буюртма: № 27

Ўзбекистон Республикаси Фанлар академияси
«Фан» нашриёти давлат корхонаси босмахонасида чоп этилди.
100047, Тошкент ш., Яҳё Ғуломов кўчаси, 70-уй