ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ, МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТИ ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ DSc.27.06.2017.FM.01.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТИ

ДЖАМАЛОВ СИРОЖИДДИН ЗУХРИДДИНОВИЧ

МАТЕМАТИК ФИЗИКАНИНГ НОКЛАССИК ТЕНГЛАМАЛАРИ УЧУН НОЛОКАЛ ЧЕГАРАВИЙ ВА ТЕСКАРИ МАСАЛАЛАР

01.01.02 – Дифференциал тенгламалар ва математик физика

(физика-математика фанлари)

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ ДОКТОРИ (DOCTOR OF SCIENCE) ДИССЕРТАЦИЯСИ

АВТОРЕФЕРАТИ

Тошкент – 2019 йил

УДК: 517.956.6

Фан доктори (DSc) диссертацияси автореферати мундарижаси

Оглавление автореферата диссертации доктора наук (DSc)

Contents of the abstract of dissertation doctor of science (DSc)

ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ, МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТИ ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ DSc.27.06.2017.FM.01.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТИ

ДЖАМАЛОВ СИРОЖИДДИН ЗУХРИДДИНОВИЧ

МАТЕМАТИК ФИЗИКАНИНГ НОКЛАССИК ТЕНГЛАМАЛАРИ УЧУН НОЛОКАЛ ЧЕГАРАВИЙ ВА ТЕСКАРИ МАСАЛАЛАР

01.01.02 – Дифференциал тенгламалар ва математик физика

(физика-математика фанлари)

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ ДОКТОРИ (DSc) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

Тошкент – 2019 йил

Фан доктори (Doctor of Science) диссертацияси мавзуси Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамаси ҳузуридаги Олий аттестация комиссиясида B2017.3.DSc/FM86 рақам билан рўйхатга олинган.

Диссертация Ўзбекистон Республикаси Фанлар Академияси В.И.Романовский номидаги Математика институтида бажарилган.

Диссертация автореферати уч тилда (ўзбек, рус, инглиз (резюме)) Илмий кенгаш веб-саҳифасида (http://fti-kengash.uz/) ва «ZiyoNet» Ахборот таълим порталида (www.ziyonet.uz) жойлаштирилган.

Илмий маслаҳатчи:	**Ашуров Равшан Раджабович** физика-математика фанлари доктори, профессор
Расмий оппонентлар:	**Садыбеков Махмуд Абдысаметович** физика-математика фанлари доктори, профессор
	Холмухамедов Олимжон Рахимович физика-математика фанлари доктори, профессор
	Фаязов Қудратулло Садриддинович физика-математика фанлари доктори, профессор
Етакчи ташкилот:	**Урганч давлат университети**

Диссертация ҳимояси Ўзбекистон Миллий университети, Математика институти ҳузуридаги DSc27.06.2017/FM 01.01 рақамли Илмий кенгашнинг «___»___________ 2019 йил соат____ даги мажлисида бўлиб ўтади. (Манзил: 100174, Тошкент ш., Олмазор тумани, Университет кўчаси, 4-уй. Тел.: (+99871) 227-12-24, факс: (+99871) 246-53-21, 246-02-24, e-mail: nauka@nuu.uz).

Диссертация билан Ўзбекистон Миллий университетининг Ахборот-ресурс марказида танишиш мумкин (___ рақами билан рўйхатга олинган). (Манзил: 100174, Тошкент ш., Олмазор тумани, Университет кўчаси, 4-уй. Тел.: (+99871) 246-02-24).

Диссертация автореферати 2019 йил «____» _______________куни тарқатилди.
(2019 йил «____» ___________ даги _______ рақамли реестр баённомаси).

А.С.Саъдуллаев
Илмий даражалар берувчи
илмий кенгаш раиси, ф.-м.ф.д., академик.

Ғ.И. Ботиров
Илмий даражалар берувчи
илмий кенгаш илмий котиби, ф.-м.ф.н.

А.Азамов
Илмий даражалар берувчи
илмий кенгаш ҳузуридаги илмий семинар
раис ўринбосари, ф.-м.ф.д., академик.

КИРИШ (докторлик диссертацияси аннотацияси)

Диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати. Жаҳон миқёсида олиб борилаётган кўплаб илмий-амалий тадқиқотлар ҳусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар учун математик физиканинг классик масалалари орқали ифодаланган. Амалий масалаларни тадқиқ қилишда ноклассик тенгламалар, хусусан аралаш типдаги тенгламалар учун нолокал чегаравий ва тескари масалаларни тадқиқ қилиш долзарб эканлигини кўрсатмоқда. Жумладан, гидродинамика ва аэродинамиканинг баъзи масалалари тезлиги товуш тезлигига ва ундан юқори бўлган тезликларни акс эттирувчи жараёнлар орқали аралаш типдаги тенгламалар учун нолокал масалаларни тадқиқ қилиш билан ифодаланади. Нолокал масалаларни тадқиқ қилиш жараёнида нолакал ва тескари масалалар орасида яқин боғланиш борлиги аниқланди. Уларнинг узвий боғлиқ эканлигидан, геофизика, сейсмология, томография масалаларини хал қилишда аралаш типдаги тенгламалар учун тескари масалаларни тадқиқ қилиш муҳим вазифалардан бири бўлиб қолмоқда.

Ҳозирги кунда жаҳонда аралаш типдаги тенгламалар учун, нолокал ва тескари масалаларнинг ечимини Адамар маъносида корректлигини аниқлаш билан боғлиқ муаммоларни тадқиқ қилиш муҳим масалалардан бири ҳисобланади. Нолокал ва тескари масалаларни тадқиқ қилиш жараёнида учинчи тартибли ва қўшма таркибли тенгламаларнинг тақрибий ечимларини қуриш орқали изоҳланади. Бу борада, аралаш типдаги тенламалар учун янги бўлган нолокал масалалар ечимининг ягоналиги, мавжудлиги ва силлиқлигини исботлаш жараёнида ечимлар учун априор баҳоларини олиш, ε-регуляризация ва Галёркин усуллари ёрдамида тақрибий ечимларини қуриш мақсадли илмий тадқиқотлардан ҳисобланади.

Мамлакатимизда фундаментал фанларнинг илмий ва амалий татбиққа эга бўлган хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар учун турли чегаравий масалаларни тадқиқ қилиш, уларни ечишнинг самарали усулларини топишга алоҳида эътибор кучайтирилди. Жумладан, реал объектлардаги жараёнларни моделлаштирувчи аралаш типдаги тенгламалар учун нолокал чегаравий ва тескари масалаларни тадқиқ қилиш ҳамда уларнинг бир қийматли ечилишига доир салмоқли натижаларга эришилди. “Дифференциал тенгламалар ва математик физика, функционал анализ, динамик системалар назарияси, амалий математика ва математик моделлаштириш” фанлари бўйича ҳалқаро стандартлар даражасида илмий тадқиқотлар олиб бориш асосий вазифалар ва фаолият йўналишлари этиб белгиланган[1]. Қарор ижросини таъминлаш мақсадида ноклассик тенгламалар назариясини ривожлантириш, улар учун коррект нолокал чегаравий масалаларни қўйиш ва уларни тескари масалалар билан боғлаш ва тадқиқ этишни ривожлантириш муҳим аҳамиятга эга.

Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2017 йил 7 февралдаги №ПФ-4947 “Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантириш бўйича харакатлар

[1] Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамасининг 2017 йил 18 майдаги №292 «Ўзбекистон республикаси фанлар академиясининг янгидан ташкил этилган илмий-тадқиқот муассасалари фаолиятини ташкил этиш чора-тадбирлари тўғрисида»ги қарори.

стратегияси тўғрисидаги” Фармони, 2017 йил 17 февралдаги № ПҚ-2789 “Фанлар академияси фаолияти, илмий тадқиқот ишларини ташкил этиш, бошқариш ва молиялаштиришни янада такомиллаштириш чора тадбирлари тўғрисида”ги, 2017 йил 20 апрелдаги № ПҚ-2909 “Олий таълим тизимини янада ривожлантириш чора-тадбирлари тўғрисида” ги ва 2018 йил 27 апрелдаги № ПҚ-3682 “Инновацион ғоялар, технологиялар ва лойиҳаларни амалиётга жорий қилиш тизимини янада такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги қарорлари ҳамда мазкур фаолиятга тегишли бошқа норматив-ҳуқуқий ҳужжатларда белгиланган вазифаларни амалга оширишда ушбу диссертация тадқиқоти муайян даражада хизмат қилади.

Тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устувор йўналишларига боғлиқлиги. Мазкур тадқиқот республика фан ва технологиялар ривожланишининг IV. «Математика, механика ва информатика» устувор йўналиши доирасида бажарилган.

Диссертация мавзуси бўйича хорижий илмий-тадқиқотлар шарҳи[2]. Ҳусусий ҳосилали ноклассик дифференциал тенгламалар учун, хусусан, аралаш типдаги тенгламалар учун нолокал чегаравий ва тескари масалаларни тадқиқ қилиш бўйича илмий изланишлар етакчи хорижий давлатларнинг илмий марказлари ва олий таълим муассасалари, жумладан, Калифорния университети (АҚШ), Эдинбург университети (Буюк Британия), Токио университети (Япония), Сантьяго-де-Компостела университети (Испания), Рошель университети (Франция), София университети (Болгария), University of Bologna, University of Turinto (Италия), Вильнюс университети (Литва), Москва давлат университети, Новосибирск давлат университети, Башқирдистон давлат университети, Шимолий-Шарқий федерал университети ва Кабардин-Болкар давлат университети, Россия Фанлар академиясининг Математика институти ва унинг Сибир бўлими, Амалий математика ва автоматлаштириш институти Россия Фанлар академиясининг Кабардин-Болкар илмий маркази, Қозоғистон Фанлар академиясининг Математика ва математик моделлаштириш институтларида олиб борилмоқда.

Аралаш типдаги дифференциал тенгламалар назариясига оид дунёда олиб борилган тадқиқотлар натижасида қатор долзарб масалалар ечилган, жумладан қуйидаги илмий натижалар олинган: аралаш эллиптик-параболик типли тенгламар учун чегаравий масалалар ечиш назарияси яратилган (University Turinto, Италия); чегарада бузилувчи эллиптик-гиперболик тенгламалар учун чегаравий масалалар ечилган (Uppsala University, Швеция); аралаш эллиптико-гиперболик тенглама учун Трикоми масаласининг экстремум принципи исботланган (Москва давлат университети, Россия Фанлар академияси Математика институти); аралаш эллиптик-гиперболик тенглама учун нолокал чегаравий масалалар ўрганилган (Амалий математика ва автоматлаштириш институти Россия Фанлар академиясининг Кабардин-

[2] Диссертация мавзуси бўйича хорижий илмий-тадқиқотлар шарҳи: Arkiv Mathematics Astronomis, www.springer.com/mathematics/journal/11512; www.springer.com; www.mathnet.ru; www.scopus.com; www.scholar.google.com ва бошқа манбалар асосида ишлаб чиқилган

Болкар илмий маркази, Москва давлат университети, Новосибирск давлат университети, Самара давлат университети); аралаш типли тенгламалар учун спектрал масаланинг хос сон ва хос функциялари топилган (Москва давлат университети, Россия Фанлар Академияси Математика институти, Қозоғистон Фанлар Академиясининг Математика ва математик моделлаштириш институти); юқори тартибли қўшма ва аралаш-қўшма типдаги тенгламалар учун чегаравий масалаларни ечишнинг усуллари ишлаб чиқилган (Россия Фанлар академияси Математика институтининг Сибир бўлими, Амалий математика ва автоматлаштириш институти Кабардин-Болкар илмий маркази); аралаш эллиптик-параболик ва параболик-гиперболик тенгламалар учун чегаравий масалаларни ечиш усуллари топилган (Россия Фанлар академияси Математика институтининг Сибир бўлими, Амалий математика ва автоматлаштириш институти Кабардин-Болкар илмий маркази, Математика ва математик моделлаштириш институти); уч ўлчовли чекли соҳада аралаш эллиптик-гиперболик тенглама учун чегаравий масалалар ечилган (University of California, University of state Merilin), Россия Фанлар академияси Математика институти Сибир бўлими; аралаш эллиптик-гиперболик тенглама учун уч ўлчовли чексиз соҳада чегаравий масалаларни Фурье интеграл алмаштириши ёрдамида ечиш усули ишлаб чиқилган (Россия Фанлар академияси Математика институти Сибир бўлими, Кабардин-Болкар давлат университети, Москва давлат университети, Самара давлат университети).

Дунёда бугунги кунда ноклассик ва аралаш типдаги хусусий ҳосилали дифференциал тенгламаларга қўйилган тўғри чегаравий ва тескари масалалар бўйича, муайян жараёнларни янада мутаносиб равишда ўзида акс эттирувчи математик моделларни яратиш ва уларни ифодаловчи масалаларни ечиш; чегаравий масалаларни аналитик ечиш усулларини қуриш; сонли моделларнинг турғун алгоритмларини тузиш каби устивор йўналишларда илмий-тадқиқот ишлари олиб борилмоқда.

Муаммонинг ўрганилганлик даражаси. Нолокал масалалар биринчи бўлиб эллиптик тенгламалар учун А.В.Бицадзе ва А.А. Самарский томонидан ўрганилган. Ҳозирда ушбу масалалар уларнинг номлари билан аталмоқда. Ҳусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар учун нолокал чегаравий масалалар назарияси А.В.Бицадзе, А.А.Самарский, А.А.Дезин, В.А.Ильин, М.С.Салахитдинов, Е.И.Моисеев, Т.Д.Джураев, А.И.Кожанов, Т.Ш.Кальменов, М.А.Садыбеков ва бошқа олимларнинг илмий ишларида ривожлантирилган. Ҳусусий ҳосилали ноклассик дифференциал тенгламалар учун, хусусан аралаш типдаги тенгламалар учун нолокал чегаравий ва тескари масалаларни тадқиқ қилиш бўйича илмий изланишларга оид дунёда олиб борилган тадқиқотлар натижасида қатор долзарб масалалар ечилган, жумладан қуйидаги илмий натижалар олинган:

Чизиқли биринчи тур аралаш типдаги тенгламалар учун бир қатор нолокал масалаларнинг ечимини ягоналиги ва мавжудлиги функционал усуллар ёрдамида Т.Ш.Кальменов, М.А.Садыбеков, К.Б.Сабитов, Б.Н.Цыбиковлар ва С.З.Джамаловлар томонидан, иккинчи тур аралаш типдаги тенгламаларга АН.Терехов, СН.Глазатов, Г.Каратопроклиев, МГ.Каратопроклиева ва

С.З.Джамаловлар томонидан ўрганилган. Функционал усуллар ёрдамида масалаланинг ягоналигини априор баҳолаш, мавжудлиги Галёркин, априор баҳолаш, “ε-регуляризация”, учинчи тартибли ва қўшма типдаги тенгламаларнинг ечиш усуллари ёрдамида амалга оширилмокда. Қўшма типдаги тенгламалар учинчи тартибли тенгламаларнинг асосий вакиллари ҳисобланади. Учинчи тартибли тенгламалар назариясининг асослари А.В.Бицадзе, М.С.Салахиддинов, Т.Д.Джураев, В.Н.Врагов, Т.Ш.Кальменов, А.И. Кожанов, М.Т.Дженалиев ва уларнинг ўқувчилари томонидан ишлаб чиқилган.

Нолокал масалаларни тадқиқ қилиш жараёнида нолокал ва тескари масалалар орасида яқин боғланиш борлиги аниқланди. Тескари масалалар ҳусусий ҳосилали классик тенгламалар учун нокоррект масалалар бўлиб, масалалар ечимининг ягоналиги ва турғунлигини текисликдаги соҳаларда тадқиқ қилиш А.Н.Тихонов, М.М.Лаврентьев, В.Я.Арсенин, В.Г.Романов, С.И. Кабанихин, А.Хайдаров, Ш.Ярмухамедов, К.С.Фаёзов, А.Бегматов, Д.Дурдиев ва бошқалар томонидан амалга оширилган. Кўп ўлчовли фазоларда модел тенгламар учун тескари масалаларнинг ечимини корректлиги В.Г.Романов томонидан, иккинчи тартибли умумий кўринишдаги классик тенламаларга Б.А.Бубнов томонидан, юқори тартибли умумий кўринишдаги классик тенгламаларга АИ.Кожанов ва С.Г.Пятковлар томонидан функционал усуллар ёрдамида тадқиқ килинмокда. Аралаш типдаги модел тенгламалар учун тескари масалар тўтбурчак соҳаларда профессор К.Б. Сабитов ва унинг ўқувчилари томонидан ўрганиляпти. Уч ва кўп ўлчовли фазоларда нолокал чегаравий ва тескари масалалар Р.Р.Ашуров ва С.З.Джамаловлар томонидан тадқиқ қилинмоқда.

Диссертация тадқиқотининг диссертация бажарилган олий таълим муассасасининг илмий-тадқиқот ишлари режалари билан боғлиқлиги. Диссертация тадқиқоти Математика Институти илмий татқиқот ишлари режасидаги ОТ-Ф4-88 рақамли «Иккинчи ва юқори тартибли аралаш типдаги тенгламалар учун тўғри ва тескари масалаларнинг тадқиқи» ҳамда MRU-OT-1/2017 рақамли Россия ва Ўзбекистон қўшма «Ноклассик тенгламалар учун нолокал ва тескари масалалар» мавзусидаги илмий тадқиқот лойиҳалари доирасида бажарилган.

Тадқиқотнинг мақсади: Соболев фазоларида иккинчи тартибли биринчи ва иккинчи тур аралаш типдаги тенгламалар ва юкланган аралаш типдаги тенгламалар учун нолокал ва тескари масалаларнинг Адамар маъносидаги корректлигини исботлашдан иборат.

Тадқиқотнинг вазифалари: чизиқли иккинчи тартибли биринчи тур кўп ўлчовли аралаш типдаги тенгламалар учун даврий кўринишдаги нолокал масалаларнинг ечимининг ягоналиги, мавжудлиги ва силлиқлигини Соболев фазоларида исбот қилиш;

чизиқли ва чизиқсиз иккинчи тартибли иккинчи тур кўп ўлчовли аралаш типдаги тенгламалар учун ярим нолокал масалаларнинг ечимини ягоналиги, мавжудлиги ва силлиқлигини Соболев фазоларида исбот қилиш;

чизиқли иккинчи тартибли биринчи ва иккинчи тур кўп ўлчовли юкланган аралаш типдаги тенгламалар учун даврий кўринишдаги нолокал ва ярим нолокал масалаларнинг ечимининг ягоналиги ва мавжудлигини Соболев фазосида исбот қилиш;

иккинчи тартибли чизиқли биринчи ва иккинчи тур кўп ўлчовли аралаш типдаги тенгламалар учун тескари масалаларнинг ечимини Адамар маносидаги корректлигини исбот қилиш.

Тадқиқотнинг объекти иккинчи тартибли биринчи ва иккинчи тур кўп ўлчовли аралаш типдаги юкланган ва юкланмаган тенгламалар, кичик параметрли учинчи ва қўшма типдаги тенгламалардан иборат.

Тадқиқотнинг предмети иккинчи тартибли биринчи ва иккинчи тур кўп ўлчовли аралаш типдаги тенгламалар учун нолокал ва тескари масалаларни ечишдан иборат.

Тадқиқотнинг усуллари. Тадқиқот ишида функционал анализ, математик физика, дифференциал операторларнинг спектрал назарияси усулларидан фойдаланилган.

Тадқиқотнинг илмий янгилиги қуйидагилардан иборат:

иккинчи тартибли чизиқли биринчи тур, кўп ўлчовли аралаш типдаги тенглама учун даврий кўринишдаги нолокал масалалар ечимининг ягоналиги, мавжудлиги ва силлиқлиги Соболев фазоларида исботланган;

чизиқли ва чизиқсиз иккинчи тартибли иккинчи тур, кўп ўлчовли аралаш типдаги тенгламалар учун ярим нолокал масалалар ечимининг ягоналиги, мавжудлиги ва силлиқлиги Соболев фазоларида исботланган;

Соболев фазосида иккинчи тартибли чизиқли биринчи ва иккинчи тур кўп ўлчовли юкланган аралаш типдаги тенгламалар учун нолокал масалалар ечимининг ягоналиги, мавжудлиги исботланган;

иккинчи тартибли чизиқли биринчи ва иккинчи тур кўп ўлчовли аралаш типдаги тенгламалар учун тескари масалалар ечимининг Адамар маносидаги корректлиги исботланган.

Тадқиқотнинг амалий натижалари қуйидагилардан иборат:

Кичик параметрли учинчи тартибли тенгламалардан иккинчи тартибли биринчи ва иккинчи тур кўп ўлчовли аралаш типдаги тенгламалар учун нолокал чегаравий масалалар ечимининг ягоналиги, мавжудлиги ва силлиқлигини тадқиқ қилишда қўлланилган.

Кичик параметрли қўшма типдаги тенгламалардан иккинчи тартибли биринчи ва иккинчи тур кўп ўлчовли аралаш типдаги тенгламалар учун тескари масалаларнинг Адамар маъносида корректлигини исбот қилишда фойдаланилган.

Тадқиқот натижаларининг ишончлилиги иккинчи тартибли биринчи ва иккинчи тур, кўп ўлчовли аралаш типдаги тенгламалар учун нолокал чегаравий ва тескари масалаларнинг ечимининг ягоналиги, мавжудлиги ва силлиқлигини Соболев фазоларида исбот қилишда математик ва функционал анализ, математик физика, чизиқли дифференциал операторларнинг спектрал назарияси, қаторлар назарияси усулларини қўллаш ҳамда математик мулоҳазаларнинг ва исботларнинг қатъийлиги билан асосланган.

Тадқиқот натижаларининг илмий ва амалий аҳамияти. Тадқиқот натижаларининг илмий аҳамияти иккинчи тартибли биринчи ва иккинчи тур кўп ўлчовли аралаш типдаги тенгламалар назарияси учун нолокал ва тескари масалалар ечимининг ягоналиги мавжудлиги ва силлиқлигини исботлаш билан изоҳланади.

Тадқиқот натижаларининг амалий аҳамияти олинган илмий натижаларнинг биринчи ва иккинчи тур, иккинчи тартибли кўп ўлчовли аралаш типдаги тенгламалар орқали ифодаланувчи тебранувчи жараёнларни бошқариш, иссиқлик ва ёнғин тарқалиши жараёнларини ўрганиш, сейсмологик жараёнларни прогноз қилиш ва бошқа ҳодисаларнинг моделларини тадбиқ этилиши билан изоҳланади.

Тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши. Математик физиканинг ноклассик тенгламалари учун нолокал чегаравий ва тескари масалаларга оид олинган натижалар асосида:

иккинчи тартибли биринчи ва иккинчи тур кўп ўлчовли аралаш типдаги тенгламларга қўйилган нолокал чегаравий масалаларнинг ечими 0824/ГФ4 рақамли «Нолокал чегаравий масалалар ва уларни тақрибий ечиш» хорижий грантда фрактал муҳитлар жараёнларини моделлаштиришда юзага келадиган классик бўлмаган дифференциал тенгламаларни тадқиқ қилиш ва масалалар ечимларининг ягоналиги ва мавжудлигини исботлашда қўлланилган (Қозоғистон Миллий академияси Математика ва моделлаштириш илмий-текшириш институтининг 2018 йил 20 ноябрдаги 01-04/195-сон маълумотномаси). Илмий натижаларнинг қўлланилиши ноклассик тенгламаларга қўйилган нолокал ва интеграл кўринишидаги масалаларнинг регуляр ечимларини топиш имконини берган;

биринчи ва иккинчи тур иккинчи тартибли кўп ўлчовли аралаш типдаги тенгламаларга қўйилган тескари масалаларнинг ечими «Фрактал ҳисоб ва унинг татбиқи» мавзусидаги хорижий грантда ноклассик тенгламалар учун тескари масалаларни ечишда қўлланилган (В.Беринг номидаги Камчатка давлат университетиниг 2018 йил 20 ноябрдаги 55-06-сон маълумотномаси). Илмий натижаларнинг қўлланилиши ноклассик тенгламалар учун фрактал муҳитда, радоннинг масса узатиш жараёнларини аниқлаш имконини берган;

аралаш, аралаш-таркибли иккинчи ва учинчи тартибли тенгламалар учун тадқиқ қилинаётган нолокал чегаравий шартли тескари масалаларнинг ечими IG/DSI/DOMS/18/06 рақамли хорижий грантда аралаш типдаги тенгламалар учун чегаравий шартларида янги нолокал чегаравий шартлар билан берилган тескари масалаларни ечишда қўлланилган («Sultanate of Oman, Sultan Qaboos University»нинг 2019 йил 1 январдаги малумотномаси). Илмий натижаларнинг қўлланилиши аралаш типдаги тенгламалар учун янги нолокал чегаравий шартлар билан берилган масалаларнинг тақрибий ечимларини топиш имконини берган.

Тадқиқот натижаларининг апробацияси. Мазкур тадқиқот натижалари 30 илмий-амалий анжуманларда, жумладан 22 та халқаро ва 8 та республика илмий-амалий анжуманларида муҳокамадан ўтказилган.

Тадқиқот натижаларининг эълон қилинганлиги.

Диссертация мавзуси бўйича жами 55 та илмий иш чоп этилган, жумладан, 25 та илмий мақола, шулардан Ўзбекистон Республикаси Олий аттестатция комиссиясининг докторлик диссертациялари асосий илмий натижаларини чоп этишга тавсия этилган илмий нашрларда 18 та мақола, жумладан, 8 таси хорижий ва 10 таси республика журналларида нашр этилган, бундан ташқари 7 та илмий мақола периодик журналларда чоп қилинган.

Диссертациянинг тузилиши ва ҳажми. Диссертация кириш қисми, тўртта боб, хулоса ва фойдаланилган адабиётлар рўйхатидан иборат. Диссертациянинг ҳажми 194 бетни ташкил этган.

ДИССЕРТАЦИЯНИНГ АСОСИЙ МАЗМУНИ

Кириш қисмида диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати асосланган, тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устувор йўналишларига мослиги кўрсатилган, мавзу бўйича хорижий илмий-тадқиқотлар шарҳи, муаммонинг ўрганилганлик даражаси келтирилган, тадқиқот мақсади, вазифалари, объекти ва предмети тавсифланган, тадқиқотнинг илмий янгилиги ва амалий натижалари баён қилинган, олинган натижаларнинг назарий ва амалий аҳамияти очиб берилган, тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши, нашр этилган ишлар ва диссертация тузилиши бўйича маълумотлар келтирилган.

Диссертациянинг **“Кўп ўлчовли биринчи тур, иккинчи тартибли аралаш типдаги тенгламалар учун даврий кўринишидаги нолокал чегаравий масалалар”** деб номланувчи **биринчи бобида** кўп ўлчовли биринчи тур, иккинчи тартибли аралаш типдаги хусусий ҳосилали тенгламалар учун даврий кўринишдаги нолокал чегаравий масалалар ўрганилган.

Ушбу бобнинг *биринчи параграфида* диссертацияни асосий натижаларини олишда зарур ва маълум бўлган, таърифлар, функционал фазолар, тенгсизликлар, леммалар ва ҳусусий ҳосилали тенгламалар назариясига доир баъзи маълумотлар, шунингдек келгуси боб ва параграфларда фойдаланиладиган аралаш типдаги тенгламаларга таъриф ва уларнинг коэффицентларига қўйиладиган баъзи шартлар келтирилган. Диссертацияда асосан икки кўринишдаги соҳаларда ва берилган икки турга мансуб бўлган аралаш типдаги тенгламалар тадқиқ қилинади. Шу сабабли ушбу соҳалар ва тенгламаларнинг тавсифини қуйида келтирамиз.

$Q=(0,T)\times\prod_{i=1}^{n}(\alpha_i,\beta_i),$ орқали $(n+1)-$ўлчовли $\mathbb{R}^{n+1}$ Евклид фазосидаги параллелепипед кўринишидаги соҳани белгилаймиз, бунда $(t,x_1,...,x_n)$, $0<\alpha_i<\beta_i<+\infty,\ \ \forall i=\overline{2,n},\ \ \alpha_1<0<\beta_1.$

$D=\Omega\times(0,T),$ орқали $\mathbb{R}^{n+1}$ Евклид фазосидаги бўлакли-силлиқ чегарали цилиндрик соҳани белгилаймиз, бунда Ω - бир боғламли, силлиқ чегарали $\mathbb{R}^{n}$ фазосидаги соҳа.

Қуйида ушбу соҳаларнинг бирида берилган хусусий ҳосилали иккинчи тартибли дифференциал тенгламани қараймиз.

$$Lu=K(x,t)u_{tt}-\left(a_{ij}(x)u_{x_i}\right)_{x_j}+\alpha(x,t)u_t+c(x,t)u=f(x,t). \qquad (1)$$

Кейинги параграфларда (1) тенгламанинг барча коэффициентларини хақиқий ва етарлича силлиқ функциялар деб ва тенгламада қатнашаётган йиғиндининг индексларини 1 дан n гача ўзгаради деб ҳисоблаймиз.

(1) тенглама қаралаётган соҳаларнинг ичида $K(x,t)$ функциянинг ўзгарувчи лари бўйича ишора алмашишига қараб икки ҳил гуруҳга бўлинади.

А) агар $K(x,t)=K(x)$ функция қуйидаги шартни қаноатлантирса $x_1\cdot K(x)>0,$ бунда $x_1\neq 0,$ $x_1\in(\alpha_1,\beta_1),$ $\alpha_1<0<\beta_1,$ яъни қаралаётган соҳа ичида x_1 ўзгарувчи бўйича ишорасини ўзгартирса, у ҳолда (1) тенглама қаралаётган соҳада биринчи тур аралаш типдаги тенгламалар гуруҳига мансуб бўлади.

В) агар $K(x,t)$ функция барча $x\in\overline{\Omega}$ лар учун қуйидаги $K(x,0)\leq 0\leq K(x,T)$ шартни қаноатлантириб, қаралаётган соҳа ичида t ўзгарувчиси бўйича ишорасини ўзгартирса, у ҳолда (1) тенглама қаралаётган соҳада иккинчи тур аралаш типдаги тенгламалар гуруҳига мансуб бўлади.

Фараз қилайлик: $a_{ij}(x)=a_{ji}(x),\ a_{ij}(\alpha_k)=a_{ji}(\beta_k),\forall i,j,k=\overline{1,n};\ x\in\overline{\Omega},\ \xi\in\mathbb{R}^{n},\ |\xi|^2=\sum_{i=1}^{n}\xi_i^2,$

бундан ташқари ихтиёрий $\xi\in\mathbb{R}^{n}$ ва $x\in\overline{\Omega}$ лар учун қуйидаги шартлардан бири ўринли бўлсин деб ҳисоблаймиз.

$(a).\ a_{ij}(x)\xi_i\xi_j\geq a_0|\xi|^2,$ бунда $a_0=const>0,$

$(b).\ a_{ij}(x)\xi_i\xi_j\leq a_1|\xi|^2,$ бунда $a_1=const<0.$

Келгусида ушбу тенгсизликлардан теоремаларнинг матинларида (a) ва (b) шартлар сифатида фойдаланамиз.

Иккинчи параграфида кўп ўлчовли биринчи тур, иккинчи тартибли аралаш типдаги ҳусусий ҳосилали тенгламалар учун даврий кўринишдаги нолокал чегаравий масалалар ечимининг ягоналиги, мавжудлиги ва ечимнинг силлиқлиги $W_2^{m+2}(Q),(0\leq m-$чекли бутун сон) Соболев фазоларида ўрганилган.Қаралаётган масалалар ечимининг мавжудлиги, ягоналиги ва силлқлигига доир теоремалар априор баҳолаш, Галёркин, “ε-регуляризация” усуллари ёрдамида исботланган.

Ушбу параграфда келтирилган натижалар янги натижалардир.

Ушбу Q-$(n+1)-$ўлчовли параллелепипед кўриншидаги соҳада биринчи тур, иккинчи тартибли ҳусусий ҳосилали аралаш типдаги тенгламани қараймиз.

$$Lu=K(x)u_{tt}-\left(a_{ij}(x)u_{x_i}\right)_{x_j}+\alpha(x,t)u_t+c(x,t)u=f(x,t), \qquad (2)$$

бунда, агар $x_1 \neq 0,$ бўлса $x_1 \cdot K(x) > 0, \quad x_1 \in (\alpha_1, \beta_1), \alpha_1 < 0 < \beta_1.$

Даврий кўринишдаги нолокал чегаравий 1-масала. $W_2^2(Q)$ Соболев фазосида (2) тенгламани ва қуйидаги шартларни қаноатлантирувчи ечимини топинг:

$$\gamma D_t^p u\big|_{t=0} = D_t^p u\big|_{t=T}, \tag{3}$$

$$\eta_i D_{x_i}^p u\big|_{x_i=\alpha_i} = D_{x_i}^p u\big|_{x_i=\beta_i}, \tag{4}$$

бунда $p = 0,1; \quad \gamma$ и $\eta_i - const \neq 0, \forall i = \overline{1,n};$ $D_z^p u = \dfrac{\partial^p u}{\partial z^p},$ $D_z^0 u = u.$

$V_1(Q)-$орқали $W_2^2(Q)$ Соболев фазосидаги (3),(4) шартларни қаноатлантирувчи синфни белгилаймиз.

Таъриф 1. (2)-(4) масаланинг $W_2^2(Q)$ фазосидаги ечими деб, $u(x,t) \in V_1(Q)$ бўлган, (2) тенгламани ва (3)-(4) шартларни қаноатлантирувчи $u(x,t)$ функцияга айтилади.

Теорема 1. Фараз қилайлик, (2) тенгламанинг коэффициентлари қуйидаги шартларни қаноатлантирсин, $2\alpha + \lambda K(x) > 0$; $\lambda c - c_t > 0,$ ихтиёрий $(x,t) \in \overline{Q}$ учун, бунда $\lambda = \dfrac{2}{T}\ln|\gamma| > 0, \quad |\gamma| > 1$ агар (a)-шарт бажарилган бўлса ва $\lambda = \dfrac{2}{T}\ln|\gamma| < 0, \quad |\gamma| < 1,$ агар (b)-шарт бажарилган бўлса, $|\eta_i| \geq 1, \forall i = \overline{1,n};$ $c(x,0) \leq c(x,T),$ ихтиёрий $x \in \overline{\Omega}$ учун. Агар ихтиёрий $f \in L_2(Q)$ функция учун, (2)-(4) масаланинг ечими $W_2^2(Q)$ фазосида мавжуд бўлса, у ҳолда у ягона бўлади.

Теорема 2. Фараз қилайлик, (2) тенгламанинг коэффициентлари қуйидаги шартларни қаноатлантирсин, $2\alpha + \lambda K(x) > 0, \lambda c - c_t > 0$ иҳтиёрий $(x,t) \in \overline{Q}$ учун, бунда $\lambda = \dfrac{2}{T}\ln|\gamma| > 0, \quad |\gamma| > 1$ агар (a)-шарт бажарилган бўлса ва $\lambda = \dfrac{2}{T}\ln|\gamma| < 0, \quad |\gamma| < 1,$ агар (b)-шарт бажарилган бўлса, $|\eta_i| \geq 1, \forall i = \overline{1,n};$ $c(x,0) = c(x,T), \alpha(x,0) = \alpha(x,T)$ иҳтиёрий $x \in \overline{\Omega}$ учун. У ҳолда қуйидаги шартни қанотлантиручи $\gamma \cdot f(x,0) = f(x,T),$ иҳтиёрий $f \in W_2^1(Q)$ функция учун (2)-(4) масаланинг ечими $W_2^2(Q)$ фазосида мавжуд ва ягона бўлади.

Энди (2)-(4) масала ечимининг силиқлилигини ўрганамиз.

Теорема 3. Фараз қилайлик, теорема 2 нинг барча шартлари бажарилган бўлсин, ва $D_t^p a\big|_{t=0} = D_t^p a\big|_{t=T}$; $D_t^p c\big|_{t=0} = D_t^p c\big|_{t=T}$. У ҳолда қуйидаги шартни қанотлантирувчи $\gamma D_t^p f\big|_{t=0} = D_t^p f\big|_{t=T}, (p = 0,1,2,3,...m)$ ихтиёрий $f \in W_2^{m+1}(Q)$ функция учун (2)-(4) масаланинг ечими $W_2^{m+2}(Q), (0 \leq m -$чекли бутун сон) Соболев фазоларида мавжуд ва ягона бўлади.

Ушбу бобнинг *учинчи параграфида* кўп ўлчовли Чаплыгин тенгламаси учун нолокал чегаравий масала ечимининг ягоналиги, мавжудлиги ва ечимнинг силлиқлиги $W_2^{m+2}(Q),(0\le m-$чекли бутун сон) Соболев фазоларида ўрганилган.Қаралаётган масала ечимининг мавжудлиги, ягоналиги ва силлқлигига доир теоремалар априор баҳолаш, Фурье, Галёркин, “ε-регуляризация” усуллари ва Парсевал тенглиги ёрдамида исботланган.

$$Q=\prod_{i=1}^{n}(\alpha_i,\beta_i)\times(0,T)\times(0,\ell)=Q_1\times(0,\ell)=\{(x,t,y);x\in\Omega,0<y<\ell,0<t<T<+\infty\}$$

орқали бўлакли-силлиқ чегарали соҳани белгилаймиз, бунда

$$\partial Q=\partial Q_1\times(0,\ell),\ \partial Q_1=\partial\Omega\times(0,T).$$

Ушбу Q-$(n+2)-$ўлчовли параллелепипед кўринишидаги соҳада биринчи тур, иккинчи тартибли ҳусусий ҳосилали аралаш типдаги тенгламани қараймиз:

$$Lu=K(x)u_{tt}-(a_{ij}(x)u_{x_i})_{x_j}-a(x,t)u_{yy}+\alpha(x,t)u_t+c(x,t)u=f(x,t,y), \qquad (5)$$

бунда, агар $x_1\ne 0,$ бўлса $x_1\cdot K(x)>0,\ x_1\in(\alpha_1,\beta_1),\ \alpha_1<0<\beta_1.$

Нолокал чегаравий 2-масала. $W_2^2(Q)$ Соболев фазосида (5) тенгламани ва қуйидаги шартларни қаноатлантирувчи ечимини топинг:

$$\gamma D_t^p u\big|_{t=0}=D_t^p u\big|_{t=T}, \qquad (6)$$

$$\eta_i D_{x_i}^p u\big|_{x_i=\alpha_i}=D_{x_i}^p u\big|_{x_i=\beta_i}, \qquad (7)$$

$$u(x,t,0)=u(x,t,\ell)=0, \qquad (8)$$

бунда $p=0,1;\quad \gamma\ \text{и}\ \eta_i-const\ne 0,\forall i=\overline{1,n};$

Теорема 4. Фараз қилайлик, (5) тенгламанинг коэффициентлари қуйидаги шартларни қаноатлантирсин, $2\alpha(x,t)+\lambda K(x)>0$; $\lambda c(x,t)-c_t(x,t)>0,$ $\lambda a(x,t)-a_t(x,t)>0$ ихтиёрий $(x,t)\in\overline{Q}$ учун, бунда $\lambda=\dfrac{2}{T}\ln|\gamma|>0,\ |\gamma|>1$ агар (a)-шарт бажарилган бўлса ва $\lambda=\dfrac{2}{T}\ln|\gamma|<0,\ |\gamma|<1,$ агар (b)-шарт бажарилган бўлса, $|\eta_i|\ge 1,\forall i=\overline{1,n};$ $c(x,0)\le c(x,T),\ a(x,0)\le a(x,T),$ ихтиёрий $x\in\overline{\Omega}$ учун. У холда ихтиёрий $f(x,t,y)\in L_2(Q)$функция учун, (5)-(8) масаланинг ечими $W_2^2(Q)$фазосида мавжуд бўлса, у ҳолда у ягона бўлади.

Теорема 5. Фараз қилайлик, (5) тенгламанинг коэффициентлари қуйидаги шартларни қаноатлантирсин, $2\alpha(x,t)+\lambda K(x)>0,\lambda c(x,t)-c_t(x,t)>0,$ $\lambda a(x,t)-a_t(x,t)>0$ ихтиёрий $(x,t)\in\overline{Q}$ учун, бунда $\lambda=\dfrac{2}{T}\ln|\gamma|>0,\ |\gamma|>1$ агар (a)-шарт бажарилган бўлса ва $\lambda=\dfrac{2}{T}\ln|\gamma|<0,\ |\gamma|<1,$ агар (b)-шарт бажарилган бўлса, $|\eta_i|\ge 1,\forall i=\overline{1,n};$ $c(x,0)=c(x,T),\ \alpha(x,0)=\alpha(x,T),\ a(x,0)=a(x,T)$ ихтиёрий $x\in\overline{\Omega}$ учун. У холда қуйидаги шартни қанотлантирувчи

$\gamma \cdot f(x,0,y) = f(x,T,y),$ ихтиёрий $f \in W_2^1(Q)$ функция учун (5)-(8) масаланинг ечими $W_2^2(Q)$ фазосида мавжуд ва у ягона бўлади.

Энди (5)-(8) масала ечимининг силиқлилигини ўрганамиз.

Теорема 6. Фараз қилайлик, теорема 5 нинг барча шартлари бажарилган бўлсин, ва $D_t^p a\big|_{t=0} = D_t^p a\big|_{t=T}$, $D_t^p c\big|_{t=0} = D_t^p c\big|_{t=T}$, $D_t^q a\big|_{t=0} = D_t^q a\big|_{t=T}$. У холда қуйидаги шартни қанотлантирувчи $\gamma D_t^p f\big|_{t=0} = D_t^p f\big|_{t=T}$, $(p = 0,1,2,3,...m)$ ихтиёрий $f \in W_2^{m+1}(Q)$ функция учун (5)-(8) масаланинг ечими $W_2^{m+2}(Q)$, ($0 \le m -$чекли бутун сон) Соболев фазоларида мавжуд ва у ягона бўлади.

Диссертациянинг **“Кўп ўлчовли иккинчи тур, иккинчи тартибли аралаш типдаги тенгламалар учун нолокал чегаравий масалалар”** номли **иккинчи бобида** кўп ўлчовли иккинчи тур, иккинчи тартибли аралаш типдаги тенгламалар учун ярим нолокал чегаравий ва даврий кўринишидаги нолокал чегаравий масалалар ечимининг ягоналиги, мавжудлиги ва ечимнинг силлиқлиги ўрганилган.

Ушбу бобнинг *биринчи параграфида* кўп ўлчовли иккинчи тур, иккинчи тартибли аралаш типдаги ҳусусий ҳосилали тенгламалар учун ярим нолакал чегаравий масалалар ечимининг ягоналиги, мавжудлиги ва ечимнинг силлиқлиги $W_2^{m+2}(D), (0 \le m -$бутун, чекли сон) Соболев фазоларида ўрганилган. Қаралаётган масала ечимининг мавжудлиги, ягоналиги ва силлиқлигига доир теоремалар априор баҳолаш, “ε-регуляризация”, Галёркин усуллари ёрдамида исботланган.

Ушбу цилиндрик $D = \Omega \times (0,T),$ соҳада иккинчи тур, иккинчи тартибли ҳусусий ҳосилали аралаш типдаги тенгламани қараймиз.

$$Lu = K(x,t)u_{tt} - \left(a_{ij}(x)u_{x_i}\right)_{x_j} + \alpha(x,t)u_t + c(x,t)u = f(x,t). \qquad (9)$$

бунда, $K(x,0) \le 0 \le K(x,T),$ ихтиёрий $x \in \overline{\Omega}$ учун. $K(x,t)$ функцияга t ўзгарувчиси бўйича соҳа ичида ҳеч кандай шарт қуйилмайди. Шунинг учун (9) тенглама иккинчи тур аралаш типдаги тенгламалар гуриҳига мансуб бўлади.

Ярим нолокал чегаравий 3-масала. $W_2^2(D)$ Соболев фазосида (9) тенгламани ва қуйидаги шартларни қаноатлантирувчи ечимини топинг:

$$\gamma \cdot u(x,0) = u(x,T) \qquad (10)$$

$$u\big|_S = 0 \qquad (11)$$

бунда $\gamma -$нолдан фарқли ўзгармас сон.

Теорема 7. Фараз қилайлик, (9) тенгламанинг коэффициентлари қуйидаги шартларни қаноатлантирсин, $2\alpha - |K_t| + \lambda K > 0,$ $\lambda c(x,t) - c_t(x,t) > 0,$ ихтиёрий $(x,t) \in \overline{D}$ учун, бунда $\lambda = \dfrac{2}{T}\ln|\gamma| > 0,$ $|\gamma| > 1$ агар (a)-шарт бажарилган бўлса ва $\lambda = \dfrac{2}{T}\ln|\gamma| < 0,$ $|\gamma| < 1,$ агар (b)-шарт бажарилган бўлса,

$c(x,0)=c(x,T),\ \alpha(x,0)=\alpha(x,T),$ ихтиёрий $x\in\overline{\Omega}$ учун. У ҳолда қуйидаги шартни қанотлантиручи $\gamma\cdot f(x,0)=f(x,T)$ ихтиёрий $f\in W_2^1(D)$ функция учун (9)-(11) масаланинг ечими $W_2^2(D)$ фазосида мавжуд ва у ягона бўлади.
Энди (9)-(11) масала ечимининг силиқлилигини ўрганамиз.

Теорема 8. Фараз қилайлик, теорема 7 нинг барча шартлари бажарилган бўлсин, ва $p=1,2,3,...,m$ и $q=0,1,2,3,...,m;$ $2(\alpha+m\cdot K_t)-|K_t|+\lambda K\geq\delta>0$ ихтиёрий $(x,t)\in\overline{D}$ учун, $K(x,0)=K(x,T)=0,$ $D_t^pK\big|_{t=0}=D_t^pK\big|_{t=T},$ $D_t^q\alpha\big|_{t=0}=D_t^q\alpha\big|_{t=T},$ $D_t^qc\big|_{t=0}=D_t^qc\big|_{t=T}$ ихтиерий $x\in\overline{\Omega}$ учун. У ҳолда қуйидаги шартларни қанотлантиручи $\gamma D_t^pf\big|_{t=0}=D_t^pf\big|_{t=T},$ $(p=0,1,2,3,...m)$ ихтиёрий $f\in W_2^{m+1}(D)$ функция учун (9)-(11) масаланинг ечими $W_2^{m+2}(D),(1\leq m-$чекли бутун сон) Соболев фазоларида мавжуд ва у ягона бўлади.

Ушбу бобнинг *иккинчи параграфида* кўп ўлчовли иккинчи тур, иккинчи тартибли чизиқсиз аралаш типдаги ҳусусий ҳосилали тенглама учун ярим нолокал чегаравий масаланинг ечимини ягоналиги ва мавжудлиги $W=W_2^2(D)\cap L_{p,\beta}(D)$ фазосида ўрганилган. Бу ерда

$L_{p,b}(D)$ орқали $b(t)$ і 0 вазн функцияси билан берилган ўлчамли функциялар синфидан ташкил топган Банах фазосини белгилаймиз, фазодаги нормани қуйидагича аниқлаймиз.

$$\|u\|_{L_{p,b}(D)}=\left(\int_D b(t)|u|^p\,dxdt\right)^{\frac{1}{p}}.$$

Қаралаётган масала ечимининг мавжудлиги ва ягоналигига доир теоремалар махсус априор баҳолаш, Галёркин, “ε-регуляризация” усуллари ва монотон операторлар назарияси ёрдамида исботланган.
Цилиндрик $D=\Omega\times(0,T)$ соҳада иккинчи тур, иккинчи тартибли ҳусусий ҳосилали чизиқсиз аралаш типдаги тенгламани қараймиз:

$$Lu=K(x,t)u_{tt}-\left(a_{ij}(x)u_{x_j}\right)_{x_i}+\alpha(x,t)u_t+c(x,t)u+\beta(\mathrm{t})|u_t|^{\rho}u_t=f(x,t),\quad(12)$$

бунда, $K(x,0)\leq0\leq K(x,T),$ $x\in\overline{\Omega},$ $\beta(t)\geq0,$ $0<\rho\leq\dfrac{2}{n-2}$, агар $n\geq3$ бўлса, $\rho-$ ихтиёрий чекли сон, агар $n=1,2$ бўлса.

Ярим нолокал чегаравий 4-масала. $W=W_2^2(D)\cap L_{p,\beta}(D),p=\rho+2$ фазода (12) тенгламани ва қуйидаги шартларни қаноатлантирувчи ечими топилсин:

$$\gamma\cdot u(x,0)=u(x,T)\quad(13)$$

$$u\big|_S=0\quad(14)$$

бунда $\gamma-$нолдан фарқли ўзгармас сон.

C_L орқали $W = W_2^2(D) \cap L_{p,\beta}(D), p = \rho + 2$ фазодаги (13), (14) шартларни қаноатлантирувчи синфни белгилаймиз.

Таъриф 3. (12)-(14) масаланинг $W = W_2^2(D) \cap L_{p,\beta}(D), p = \rho + 2$ фазодаги ечими деб, $u(x,t) \in C_L$ бўлган ва (12) тенгламани қаноатлантирувчи $u(x,t)$ функцияга айтилади.

Теорема 9. Фараз қилайлик, (12) тенгламанинг коэффициентлари қуйидаги шартларни қаноатлантирсин, $2\alpha - |K_t| + \lambda K > 0, \quad \lambda\, c(x,t) - c_t(x,t) > 0,$ ихтиёрий $(x,t) \in \overline{D}$ учун, бунда $\lambda = \dfrac{2}{T}\ln|\gamma| > 0, \quad |\gamma| > 1$ агар (a)-шарт бажарилган бўлса ва $\lambda = \dfrac{2}{T}\ln|\gamma| < 0, \quad |\gamma| < 1,$ агар (b)-шарт бажарилган бўлса, $c\,(x,0) = c(x,T), \quad \alpha\,(x,0) = \alpha\,(x,T),$ ихтиёрий $x \in \overline{\Omega}$ учун, $\beta(T) = \beta(0) = 0.$ У ҳолда қуйидаги шартни қанотлантиручи $\gamma \cdot f\,(x,0) = f\,(x,T)$ ихтиёрий $f \in W_2^1(D)$ функция учун (12)-(14) масаланинг ечими $W = W_2^2(D) \cap L_{p,\beta}(D)$ фазосида мавжуд, ягона бўлади ва ечим учун қуйидаги априор бахолар ўринли.

I) $\|u\|_1^2 + \|u_t\|_{L_{p,\beta}(Q)}^P \le c_1 \| f \|_0^2;$

II)
$$\|u\|_2^2 + \frac{(\rho+1)}{(0.5\rho+1)^2}\left[\left\|\frac{\partial}{\partial t}(|u_t|^{\rho/2}\,\mathrm{u}_t)\right\|_{L_{2,\beta}(\mathrm{Q})}^2\right] + \left\|\nabla(|u_t|^{\rho/2}\,\mathrm{u}_t)\right\|_{L_{2,\beta}(\mathrm{Q})}^2 +$$
$$+\left\||u_t|^{\rho/2}\,\mathrm{u}_t\right\|_{L_{2,\beta}(\mathrm{Q})}^2 \le c_2 \cdot \| f \|_1^2 .$$

Ушбу бобнинг *учинчи параграфида* кўп ўлчовли иккинчи тур, иккинчи тартибли аралаш типдаги ҳусусий ҳосилали тенгламалар учун даврий кўринишдаги нолокал чегаравий масала ечимининг ягоналиги, мавжудлиги ва ечимнинг силлиқлиги $W_2^{m+2}(Q), (0 \le l -$ бутун,чекли сон) Соболев фазоларида ўрганилган. Қаралаётган масаланинг ечимини мавжудлиги, ягоналиги ва силлиқлигига доир теоремалар априор баҳолаш, Галёркин, “ε-регуляризация” усуллари ёрдамида исботланган.

Q-$(n+1)-$ўлчовли параллелепипед кўринишидаги $Q = \Omega \times (0,T)$ соҳада иккинчи тур, иккинчи тартибли ҳусусий ҳосилали аралаш типдаги тенгламани қараймиз:

$$Lu = K(x,t)u_{tt} - \left(a_{ij}(x)u_{x_i}\right)_{x_j} + \alpha\,(x,t)u_t + c\,(x,t)u = f\,(x,t). \qquad (15)$$

бунда, агар $x \in \overline{\Omega}$ бўлса, у ҳолда $K\,(x,0) \le 0 \le K\,(x,T).$

Даврий кўринишдаги нолокал чегаравий 5-масала. $W_2^2(Q)$ Соболев фазосида (15) тенгламани ва қуйидаги шартларни қаноатлантирувчи ечимини топинг

$$\gamma \cdot u(x,0) = u(x,T), \qquad (16)$$

$$\eta_i D^p_{x_i} u\Big|_{x_i=\alpha_i} = D^p_{x_i} u\Big|_{x_i=\beta_i} \qquad (17)$$

бунда $p=0,1;$ γ $u\,\eta_i - const \neq 0, \forall i=\overline{1,n}.$

Теорема 10. Фараз қилайлик, (15) тенгламанинг коэффициентлари қуйидаги шартларни қаноатлантирсин,

$2a-|K_t|+\lambda K>0,\ \lambda c-c_t>0,$ ихтиёрий $(x,t)\in\overline{Q}$ учун, бунда $\lambda=\frac{2}{T}\ln|\gamma|>$ $|\gamma|>1$ агар (a)-шарт бажарилган бўлса ва $\lambda=\frac{2}{T}\ln|\gamma|<0$ $|\gamma|<1,$ агар (b)-шарт бажарилган бўлса, $|\eta_i|\geq 1, \forall=\overline{1,n};$ $c(x,0)=c(x,T),$ $a(x,0)=a(x,T),$ ихтиёрий $x\in\overline{\Omega}$ учун, $a(\alpha_i,t)=a(\beta_i,t)$, $K(\alpha_i,t)=K(\beta_i,t)$, $\forall i=\overline{1,n}$, ихтиёрий $t\in[0,T]$ учун. У ҳолда қуйидаги шартни қанотлантирувчи $\gamma\cdot f(x,0)=f(x,T)$ ихтиёрий $f\in W_2^1(Q)$ функция учун (15)-(17) масаланинг ечими $W_2^2(Q)$ Соболев фазосида мавжуд ва у ягона бўлади.

Энди (15)-(17) масала ечимининг силиқлилигини ўрганамиз.

Теорема 11. Фараз қилайлик, теорема 10 нинг барча шартлари бажарилган бўлсин, ва $p=1,2,3,...,m$ и $q=0,1,2,3,...,m;$ $2(\alpha+m\cdot K_t)-|K_t|+\lambda K\geq\delta>0,$ ихтиерий $(x,t)\in\overline{Q}$ учун, $K(x,0)=K(x,T)=0,$ $D_t^pK\big|_{t=0}=D_t^pK\big|_{t=T}$, $D_t^q\alpha\big|_{t=0}=D_t^q\alpha\big|_{t=T}$, $D_t^qc\big|_{t=0}=D_t^qc\big|_{t=T}$ ихтиёрий $x\in\overline{\Omega}$ учун. У ҳолда қуйидаги шартларни қаноатлантирувчи $\gamma D_t^pf\big|_{t=0}=D_t^pf\big|_{t=T}$, $(p=0,1,2,3,...m)$ ихтиёрий $f\in W_2^{m+1}(Q)$ функция учун (15)-(17) масаланинг ечими $W_2^{m+2}(Q),(1\leq m-$чекли бутун сон) Соболев фазоларида мавжуд ва у ягона бўлади.

Ушбу бобнинг *тўртинчи параграфида* кўп ўлчовли иккинчи тур, иккинчи тартибли аралаш типдаги ҳусусий ҳосилали тенгламалар учун ярим нолакал чегаравий масала ечимининг ягоналиги, мавжудлиги ва ечимнинг силлиқлиги $W_2^{m+2}(D),(0\leq m-$бутун,чекли сон) Соболев фазоларида ўрганилган. Қаралаётган масала ечимининг мавжудлиги, ягоналиги ва силлиқлигига доир теоремалар априор баҳолаш, Фурье, Галёркин, “ε-регуляризация” усуллари ва Парсевал тенглиги ёрдамида исботланган.

$D=\Omega\times(0,T)\times(0,\ell)-(n+2)-$ўлчовли цилиндрик кўринишидаги соҳада иккинчи тур, иккинчи тартибли хусусий ҳосилали аралаш типдаги тенгламани қараймиз.

$$Lu=K(x,t)u_{tt}-(a_{ij}(x)u_{x_i})_{x_j}-a(x,t)u_{yy}+\alpha(x,t)u_t+c(x,t)u=f(x,t,y), \qquad (18)$$

бунда, $K(x,0)\leq 0\leq K(x,T),$ ихтиёрий $x\in\overline{\Omega}$ учун.

Ярим нолокал чегаравий 6-масала. $W_2^2(D)$ Соболев фазосида (18) тенгламани ва қуйидаги шартларни қаноатлантирувчи ечимини топинг:

$$\gamma\cdot u(x,0,y)=u(x,T,y) \qquad (19)$$

$$u\big|_S = 0 \tag{20}$$
$$u(x,t,0) = u(x,t,\ell) = 0, \tag{21}$$

Теорема 12. Фараз қилайлик, (18) тенгламанинг коэффициентлари қуйидаги шартларни қаноатлантирсин,
$2a - |K_t| + \lambda K > 0,\ \lambda\, c(x,t) - c_t(x,t) > 0,\ \lambda\, a(x,t) - a_t(x,t) > 0$ ихтиёрий $(x,t) \in \overline{D}$ учун, бунда $\lambda = \dfrac{2}{T}\ln|\gamma| > 0,\ |\gamma| > 1$ агар (a)-шарт бажарилган бўлса ва $\lambda = \dfrac{2}{T}\ln|\gamma| < 0,\quad |\gamma| < 1,$ агар (b)-шарт бажарилган бўлса, $c(x,0) = c(x,T),$ $\alpha(x,0) = \alpha(x,T),\ a(x,0) = a(x,T)$, ихтиёрий $x \in \overline{\Omega}$ учун. У ҳолда қуйидаги шартни қанотлантирувчи $\gamma \cdot f(x,0,y) = f(x,T,y),$ ихтиёрий $f \in W_2^1(D)$ функция учун (18)-(21) масаланинг ечими $W_2^2(D)$ Соболев фазосида мавжуд ва у ягона бўлади.

Энди (18)-(21) масала ечимининг силиқлилигини ўрганамиз.

Теорема 13. Фараз қилайлик, теорема 12 нинг барча шартлари бажарилган бўлсин, ва $p = 1,2,3,...,m$ и $q = 0,1,2,3,...,m;$ $2(\alpha + mK_t) - |K_t| + \lambda K \ge \delta > 0$ ихтиёрий $(x,t) \in \overline{D}$ учун, $K(x,0) = K(x,T) = 0,$ $D_t^p K\big|_{t=0} = D_t^p K\big|_{t=T},\ D_t^q \alpha\big|_{t=0} = D_t^q \alpha\big|_{t=T},\ D_t^q c\big|_{t=0} = D_t^q c\big|_{t=T},\ D_t^q a\big|_{t=0} = D_t^q a\big|_{t=T},$ ихтиёрий $x \in \overline{\Omega}$ учун. У ҳолда қуйидаги шартларни қаноатлантирувчи $\gamma D_t^q f\big|_{t=0} = D_t^q f\big|_{t=T}$ ихтиёрий $f(x,t,y) \in W_2^{m+1}(D),$ функция учун (18)-(21) масаланинг ечими $W_2^{m+2}(D), (1 \le m -$ чекли бутун сон) Соболев фазоларида мавжуд ва у ягона бўлади.

Диссертациянинг **“Кўп ўлчовли иккинчи тартибли юкланган аралаш типдаги тенгламалар учун нолокал чегаравий масалалар”** деб аталувчи **учинчи бобида** кўп ўлчовли биринчи ва иккинчи тур, иккинчи тартибли юкланган аралаш типдаги ҳусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар учун нолокал чегаравий масалалар ечимининг ягоналиги ва мавжудлиги $W_2^3(Q)$ Соболев фазосида ўрганилган.

Қаралаётган масалалар ечимининг мавжудлиги ва ягоналигига доир теоремалар априор баҳолаш, Галёркин, “ε-регуляризация”, кетма-кет яқинлашишлар ва қисқартириб акс эттириш усуллари ёрдамида исботланган.

Ушбу бобнинг *биринчи параграфида* кўп ўлчовли биринчи тур, иккинчи тартибли юкланган аралаш типдаги ҳусусий ҳосилали дифференциал тенглама учун даврий кўринишдаги нолокал чегаравий масаланинг ечимини ягоналиги ва мавжудлиги $W_2^3(Q)$ Соболев фазосида ўрганилган.

Ушбу параграфда келтирилган натижалар янги натижалардир.

Q- $(n+1)-$ўлчовли параллелепипед кўринишидаги соҳада биринчи тур, иккинчи тартибли ҳусусий ҳосилали юкланган аралаш типдаги тенгламани қараймиз.

$$Lu = K(x)u_{tt} - \left(a_{ij}(x)u_{x_i}\right)_{x_j} + \alpha(x,t)u_t + c(x,t)u = f(x,t) + P[u(x,0)], \quad (22)$$

бунда, $x_1 \neq 0,$ бўлса $x_1 \cdot K(x) > 0,$ $x_1 \in (\alpha_1, \beta_1),$ $\alpha_1 < 0 < \beta_1,$

$$P[u(x,0)] = \sum_{i=0}^{2} b_i(x,t)\frac{\partial^i u(x,0)}{\partial x^i}.$$

Даврий кўринишдаги нолокал чегаравий 7-масала. $W_2^3(Q)$ Соболев фазосида (22) тенгламани ва қуйидаги шартларни қаноатлантирувчи ечимини топинг

$$\gamma D_t^p u\big|_{t=0} = D_t^p u\big|_{t=T}, \quad (23)$$

$$\eta_i D_{x_i}^p u\big|_{x_i=\alpha_i} = D_{x_i}^p u\big|_{x_i=\beta_i} \quad (24)$$

бунда $p = 0,1;$ γ и $\eta_i - const \neq 0, \forall i = \overline{1,n}.$

Теорема 14. Фараз қилайлик, (22) тенгламанинг коэффициентлари қуйидаги шартларни қаноатлантирсин, $2\alpha(x,t) + \lambda K(x) > 0,$ $\lambda c(x,t) - c_t(x,t) > 0$ ихтиёрий $(x,t) \in \overline{Q}$ учун, бунда $\lambda = \frac{2}{T}\ln|\gamma| > 0,$ $|\gamma| > 1$ агар (a)-шарт бажарилган бўлса ва $\lambda = \frac{2}{T}\ln|\gamma| < 0,$ $|\gamma| < 1,$ агар (b)-шарт бажарилган бўлса, $|\eta_i| \geq 1, \forall i = \overline{1,n};$ $D_t^p a\big|_{t=0} = D_t^p a\big|_{t=T},$ $D_t^p c\big|_{t=0} = D_t^p c\big|_{t=T},$ $(p = 0,1)$ ихтиёрий $x \in \overline{\Omega}$ учун. Бундан ташқари, шундай кичик мусбат s сон мавжуд бўлсинки, унинг учун қуйидаги тенгсизликлар ўринли бўлсин:

$$d_0 - s \geq d_* > 0; \qquad 2\rho \cdot M \cdot \|b\|^2_{C^{0,1}_{x,t}(\overline{Q})} < d_*,$$ бунда $(d_0 = \min\{d_i, i = 1,2; \lambda a_k\},$ $\|b\|^2_{C^{0,1}_{x,t}(\overline{Q})} = \max\{|b_i|, |b_{it}|\}, i = 0,1,2\},$ M $(s^{-1}, \lambda, T, \gamma)$ параметрларга боғлиқ ўзгармас сон). У ҳолда қуйидаги шартларни қаноатлантирувчи $\gamma \cdot D_t^p f\big|_{t=0} = D_t^p f\big|_{t=T}, (p = 0,1),$ ихтиёрий $f \in W_2^2(Q)$ функция учун (22)-(24) масаланинг ечими $W_2^3(Q)$ Соболев фазосида мавжуд ва у ягона бўлади.

Ушбу бобнинг *иккинчи параграфда* кўп ўлчовли иккинчи тур, иккинчи тартибли юкланган аралаш типдаги ҳусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар учун ярим нолокал чегаравий масала ечимининг ягоналиги ва мавжудлиги $W_2^3(D)$ Соболев фазосида ўрганилган.

Цилиндрик $D = \Omega \times (0,T)$ соҳада иккинчи тур, иккинчи тартибли ҳусусий ҳосилали юкланган аралаш типдаги тенгламани қараймиз.

$$Lu = K(x,t)u_{tt} - \left(a_{ij}(x)u_{x_j}\right)_{x_i} + \alpha(x,t)u_t = c(x,t)u = f(x,t) + P\left[u(x,0)\right] \quad (25)$$

бунда, агар $x \in \overline{\Omega}$ бўлса, у холда $K(x,0) = K(x,T) = 0$,

$$P[u(x,0)] = \sum_{i=0}^{2} b_i(x,t)\frac{\partial^i u(x,0)}{\partial x^i}.$$

Ярим нолокал чегаравий 8-масала. $W_2^3(D)$ Соболев фазосида (25) тенгламанинг қуйидаги шартларни қаноатлантирувчи ечимини топинг

$$g\text{Ч}u(x,0) = u(x,T), \quad (26)$$

$$u\big|_S = 0, \quad (27)$$

бунда, $\gamma -$ нолдан фарқли ўзгармас сон.

Теорема 15. Фараз қилайлик, (25) тенгламанинг коэффициентлари қуйидаги шартларни қаноатлантирсин, $2(\alpha + K_t) - |K_t| + \lambda K > 0$, $\lambda c(x,t) - c_t(x,t) > 0$ ихтиёрий $(x,t) \in \overline{D}$ учун, бунда $\lambda = \dfrac{2}{T}\ln|\gamma| > 0$, $|\gamma| > 1$ агар (a)-шарт бажарилган бўлса ва $\lambda = \dfrac{2}{T}\ln|\gamma| < 0$, $|\gamma| < 1$, агар (b)-шарт бажарилган бўлса, $K_t(x,0) = K_t(x,T)$, $D_t^p a\big|_{t=0} = D_t^p a\big|_{t=T}$, $D_t^p c\big|_{t=0} = D_t^p c\big|_{t=T}$, $(p = 0,1)$ ихтиёрий $x \in \overline{\Omega}$ учун. Бундан ташқари, шундай кичик мусбат s сон мавжуд бўлсинки, унинг учун қуйидаги тенгсизликлар ўринли бўлсин:

$d_0 - s\ \mathrm{i}\ d_* > 0;$ $2r\ є\ M\,\text{Ч}\|b\|^2_{C^{0,1}_{x,t}(\overline{Q})} < d_*,$ бунда $(d_0 = \min\{d_i, i = 1,2; l\,a_k\},$ $\|b\|^2_{C^{0,1}_{x,t}(\overline{Q})} = \max\{|b_i|, |b_{it}|\}, i = 0,1,2\},$ M (s^{-1}, l, T, g) параметрларга боғлиқ ўзгармас сон). У ҳолда қуйидаги шартларни қаноатлантирувчи $\gamma \cdot D_t^p f\big|_{t=0} = D_t^p f\big|_{t=T}, (p = 0,1)$, ихтиёрий $f \in W_2^2(D)$ функция учун (25)-(27) масаланинг ечими $W_2^3(D)$ Соболев фазосида мавжуд ва у ягона бўлади.

Диссертациянинг **“Кўп ўлчовли иккинчи тартибли аралаш типдаги тенгламалар учун тескари масалалар”** деб аталувчи **тўртинчи бобида** кўп ўлчовли биринчи ва иккинчи тур, иккинчи тартибли аралаш типдаги ҳусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар учун тескари масалаларнинг ечимини ягоналиги ва мавжудлиги Соболевнинг махсус интегралланучи функциялар $U = \{(u,h)\,|\, u(x,t,y) \in W_2^2(Q), D_y^3 u \in L_2(Q), h(x,t) \in L_2(Q_1)\}$ фазосида ўрганилган. Қаралаётган масалалар ечимларининг мавжудлиги ва ягоналигига доир теоремалар априор баҳолаш, Галёркин, “ε-регуляризация”, кетма-кет яқинлашишлар ва қисқартириб акс эттириш усуллари ёрдамида исботланган. *Ушбу бобда келтирилган натижалар янги натижалардир.*

Ушбу бобнинг *биринчи параграфида* кўп ўлчовли биринчи тур, иккинчи тартибли аралаш типдаги ҳусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар учун нолокал чегаравий шартли тескари масала ечимининг ягоналиги ва мавжудлиги $U-$ фазосида ўрганилган.

$\mathbb{R}^{n+2}$ Евклид фазосида қуйидаги $Q=\prod_{i=1}^{n}(\alpha_i,\beta_i)\times(0,T)\times(0,1)$ - $(n+2)-$ўлчовли параллелепипед берилган бўлсин, бу ерда $(t,x_1,...,x_n),\ 0<\alpha_i<x_i<\beta_i<+\infty,\quad \forall i=\overline{2,n},$ $\alpha_1<0<\beta_1$. Ушбу Q соҳада биринчи тур, иккинчи тартибли хусусий ҳосилали аралаш типдаги тенгламани қараймиз:

$$Lu=K(x)u_{tt}+\left(a_{ij}(x)u_{x_j}\right)_{x_i}-a(x,t)u_{yy}+\alpha(x,t)u_t+c(x,t)u=\psi(x,t,y). \quad (28)$$

бунда, $x_1\neq 0,$ бўлганда $x_1\cdot K(x)>0,\ x_1\in(\alpha_1,\beta_1),\ \alpha_1<0<\beta_1,$

Фараз қилайлик, тенгламанинг ўнг томони қуйидаги кўринишда бўлсин: $\psi(x,t,y)=g(x,t,y)+h(x,t)\cdot f(x,t,y),$ бунда $g(x,t,y)$ ва $f(x,t,y)-$ берилган маълум функциялар, $h(x,t)$ номаълум функция. $h(x,t)$ ни топиш учун нолокал чегаравий шартга қўшимча шарт қўшилади.

Нолокал чегаравий шартли биринчи тескари масала. (28) тенгламани ва қуйидаги шартларни қаноатлантирувчи

$$\gamma D_t^p u\big|_{t=0}=D_t^p u\big|_{t=T} \quad (29)$$

$$D_{x_i}^p u\big|_{x_i=\alpha_i}=D_{x_i}^p u\big|_{x_i=\beta_i}, \quad (30)$$

$$u(x,t,0)=u(x,t,1)=0, \quad (31)$$

бунда $p=0,1,\quad \gamma-const\neq 0,$

$$u(x,t,\ell_0)=\varphi(x,t),\quad 0<\ell_0<1, \quad (32)$$

ва

$$U=\{(u,h)\big|\,u(x,t,y)\in W_2^2(Q),D_y^3u\in L_2(Q),h(x,t)\in L_2(Q_1)\}$$

фазога тегишли $u(x,t,y)$ ва $h(x,t)$ функциялари топилсин.

Тенгламанинг коэффициентларига қўйилган шартлар диссертациянинг биринчи боб биринчи параграфида келтирилган бўлиб, тенгламанинг коэффицентларга ва ўнг томонига ҳамда қўшича шартда берилган $\phi(x,t)$ функцияга қуйидаги қўшимча шартларни бажарилишини талаб қиламиз:

1-шарт.

$\alpha(x,0)=\alpha(x,T),\ c(x,0)=c(x,T),\ a(x,0)=a(x,T);$

$D_y^p f(x,t,1)=D_y^p f(x,t,0)=0;\quad p=0,2;$

$\gamma\cdot g(x,0,y)=g(x,T,y);\gamma\cdot f(x,0,y)=f(x,T,y);$

$f(x,t,\ell_0)=f_0(x,t)\in C_{x,t}^{0,1}(Q_1),\ f\in C_{x,t,y}^{0,1,4}(Q);\big|f_0(x,t)\big|\geq\eta,0<\eta<1;$

$g(x,t,\ell_0)=g_0(x,t)\in W_2^1(Q_1),\ g\in W_2^1(Q),D_y^3g\in L_2(Q).$

2-шарт.

$\phi(x,t)\in W_2^3(Q_1);\quad \gamma\cdot D_t^q\phi\big|_{t=0}=D_t^q\phi\big|_{t=T},q=0,1,2;\ D_{x_i}^p\phi\big|_{x_i=\alpha_i}=D_{x_i}^p\phi\big|_{x_i=\beta_i},p=0,1.$

Теорема 16. Фараз қилайлик, (28) тенгламанинг коэффициентлари қуйидаги шартларни қаноатлантирсин, $2\alpha+\lambda K(x)\geq B_1>0$, $\lambda c-c_t\geq b_2>0$, $\lambda a-a_t\geq b_3>0$, ихтиёрий $(x,t)\in\overline{Q}$ учун, бунда $\lambda=\dfrac{2}{T}\ln|\gamma|>0$, $|\gamma|>1$. Бундан ташқари, шундай кичик мусбат s сон мавжуд бўлсинки, унинг учун қуйидаги тенгсизликлар ўринли бўлсин: $b_0-16\sigma=\delta_*>0$, $B_1-c(\sigma)>b_0>0$,

бунда $b_0=\min\{B_1, l\,a_0, b_2+p^4 b_3\}$, $c(\sigma)=\sigma^{-1}\lambda^2\max\{|K(x)|, \|a_{ij}(x)\|_{C^1(\Omega)}\}$

ва $M_1\cdot\|a\|^2_{C(Q_1)}<\dfrac{1}{2}$, бунда $M_1=\dfrac{(1+5\lambda^2)\,\|f\|^2_{C^{0,1,4}_{x,t,y}(Q)}\,(1+\|f_0\|^2_{C^1(Q_1)})}{\sigma\eta^4\delta_*}$.

У ҳолда қуйидаги функциялар

$$u(x,t,y)=\sqrt{2}\cdot\sum_{s=1}^{\infty}u_s(x,t)\sin\mu_s y, \qquad (33)$$

$$h(x,t)=\frac{1}{f_0}[\Phi+a\cdot\sqrt{2}\cdot\sum_{s=1}^{\infty}\mu_s^2u_s(x,t)\sin\mu_s\ell_0]. \qquad (34)$$

нолокал чегаравий шартли биринчи тескари масаланинг $U-$фазосидаги ягона ечими бўлади.

Ушбу бобнинг *иккинчи параграфда* кўп ўлчовли биринчи тур, иккинчи тартибли аралаш типдаги ҳусусий ҳосилали дифференциал тенглама учун даврий чегаравий шартли тескари масаланинг ечимини ягоналиги ва мавжудлиги $U-$ фазосида ўрганилган.

Ушбу Q- $(n+2)-$ўлчовли параллелепипед кўринишидаги соҳада биринчи тур, иккинчи тартибли хусусий ҳосилали аралаш типдаги (28) тенглама учун қуйидаги масалани қараймиз.

Даврий чегаравий шартли иккинчи тескари масала. (28) тенгламани ва қуйидаги шартларни қаноатлантирувчи

$$D_t^p u\big|_{t=0}=D_t^p u\big|_{t=T} \qquad (35)$$

$$D_{x_i}^p u\big|_{x_i=\alpha_i}=D_{x_i}^p u\big|_{x_i=\beta_i}, \qquad (36)$$

$$u_y\big|_{y=0}=u_y\big|_{y=\ell}=0. \qquad (37)$$

бунда $p=0,1;$

$$u(x,t,\ell_0)=\varphi(x,t),\quad 0<\ell_0<\ell, \qquad (38)$$

ва $U=\{(u,h)\,|\,u(x,t,y)\in W_2^2(Q), D_y^3u\in L_2(Q), h(x,t)\in L_2(Q_1)\}$

фазосига тегишли бўлган $u(x,t,y)$ ва $h(x,t)$ функциялар топилсин.

Тенгламанинг коэффициентларига қуйилган шартлар диссертациянинг биринчи боб биринчи параграфида келтирилган бўлиб тенгламанинг коэффицентларга ва ўнг томонига ва қўшича шартда берилган $\phi(x,t)$ функцияга қуйидаги қўшимча шартларни бажарилишини талаб қиламиз:

3-шарт.

$$g\in W_2^1(Q), D_y^3 g\in L_2(Q);\;\; g(x,0,y)=g(x,T,y); g(x,t,\ell_0)=g_0(x,t)\in W_2^1(Q_1).$$

$$f\in C_{x,t,y}^{0,1,4}(Q);\;\; f(x,0,y)=f(x,T,y); D_y^p f(x,t,0)=D_y^p f(x,t,\ell)=0; p=1,3;$$

$$f(x,t,\ell_0)=f_0(x,t)\in C_{x,t}^{0,1}(Q_1), \left|f_0(x,t)\right|\ge\eta>0, 0<\eta<1$$

4-шарт.

$$\phi(x,t)\in W_2^3(Q_1);\; D_t^q\phi\Big|_{t=0}=D_t^q\phi\Big|_{t=T}; q=0,1,2;\; D_{x_i}^p\phi\Big|_{x_i=\alpha_i}=D_{x_i}^p\phi\Big|_{x_i=\beta_i}; p=0,1.$$

Қуйидаги теоремаларни изоҳлаш жараёнида Штурм- Лиувил спектр масаласининг Нейман шартларини қаноатлатирувчи хос функциялардан фойдаланамиз:

$\{Y_s(y)\}=\{\sqrt{\frac{1}{\ell}},\sqrt{\frac{2}{\ell}}\cos\mu_s y,\;\; \mu_s=(\frac{2\pi s}{\ell}),\;\; s\in\mathbb{N}$ ($\mathbb{N}$ – натурал сонлар тўплами), маълумки ушбу функциялар $\{Y_s(y)\}$ $L_2(0,\ell)$-фазосида ортонормаллашган базисни ташкил қилади.

Теорема 17. Фараз қилайлик, (28) тенгламанинг коэффициентлари қуйидаги шартларни қаноатлантирсин, $2\alpha+\lambda K(x)\ge B_1>0,\; -(\lambda c+c_t)\ge\delta_2>0,$ $-(\lambda a+a_t)\ge\delta_3>0,$ ихтиёрий $(x,t)\in\overline{Q}$ учун, бунда $\lambda=const>0.$ Бундан ташқари, шундай кичик мусбат s сон мавжуд бўлсинки, унинг учун қуйидаги тенгсизликлар ўринли бўлсин:

$b_0-16\sigma=\delta_*>0,\qquad B_1-c(\sigma)>b_0>0,\qquad$ бунда $\quad b_0=\min\{B_1, l\,a_0, b_2+(2p/l)^2 b_3\},$
$c(\sigma)=\sigma^{-1}\lambda^2\max\{|K(x)|,\|a_{ij}(x)\|_{C^1(\Omega)}\}$

ва

$$M_1\cdot\|a\|_{C(Q_1)}^2<\frac{1}{2},\quad \text{бунда}\qquad M_1=\frac{(1+5\lambda^2)\,\|f\|_{C_{x,t,y}^{0,1,4}(Q)}^2\,(1+\|f_0\|_{C^1(Q_1)}^2)}{\sigma\eta^4\delta_*}.$$

У ҳолда қуйидаги функциялар

$$u(x,t,y)=\sum_{s=0}^{\infty}u_s(x,t)Y_s(y), \tag{39}$$

$$h(x,t)=\frac{1}{f_0}[\Phi+a\cdot\sum_{s=0}^{\infty}\mu_s^2 u_s(x,t)Y_s(\ell_0)], \tag{40}$$

даврий чегаравий шартли иккинчи тескари масаласини $U-$фазосидаги ягона ечими бўлади.

Ушбу бобнинг *учинчи параграфида* кўп ўлчовли иккинчи тур, иккинчи тартибли аралаш типдаги ҳусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар учун ярим нолокал чегаравий шартли тескари масала ечимининг ягоналиги ва мавжудлиги $U-$ фазосида ўрганилган.

Фараз қилайлик, $\mathbb{R}^n$ $(n \geq 1)$ фазосида Ω- чегараланган бир боғламли, силлиқ чегарали $\partial\Omega$ соҳа берилган бўлсин. Қуйидаги белгилашни киритамиз: $D = \Omega \times (0,T) \times (0,\ell)$, $S = \partial\Omega \times (0,T) \times (0,\ell)$.
Ушбу $D - (n+2) -$ўлчовли цилиндрик кўринишидаги соҳада иккинчи тур, иккинчи тартибли ҳусусий ҳосилали аралаш типдаги тенгламани қараймиз.

$$Lu = K(x,t)u_{tt} - \left(a_{ij}(x) u_{x_j} \right)_{x_i} - a(x,t)u_{yy} + \alpha(x,t)u_t + c(x,t)u = \psi(x,t,y), \quad (41)$$

бунда $K(x,0) \leq 0 \leq K(x,T)$ $x \in \overline{\Omega}$ учун. $K(x,t)$ функцияга t ўзгарувчиси бўйича соҳа ичида хеч кандай шарт қуйилмайди. Шунинг учун (41) тенглама иккинчи тур аралаш тенгламалар гуруҳига киради.
Фараз қилайлик, тенгламани ўнг томони қуйдаги кўринишда бўлсин: $\psi(x,t,y) = g(x,t,y) + h(x,t) \cdot f(x,t,y)$, бунда $g(x,t,y)$ ва $f(x,t,y) -$ берилган маълум функциялар, $h(x,t)$ номаълум функция. $h(x,t)$ни топиш учун ярим нолокал чегаравий шартга қўшимча шарт қўшилади.
Ярим нолокал чегаравий шартли учинчи тескари масала. (41) тенгламани ва қуйидаги шартларни қаноатлантирувчи

$$\gamma u(x,0,y) = u(x,T,y), \quad (42)$$

$$u\big|_S = 0, \quad (43)$$

$$u(x,t,0) = u(x,t,1) = 0, \quad (44)$$

бунда $\gamma - const \neq 0$,

$$u(x,t,\ell_0) = \varphi(x,t), \quad 0 < \ell_0 < \ell, \quad (45)$$

ва $U = \{(u,h) \big| u(x,t,y) \in W_2^2(D), D_y^3 u \in L_2(D), h(x,t) \in L_2(D_1)\}$
фазосига тегишли $u(x,t,y)$ ва $h(x,t)$ функциялари топилсин.
Тенгламанинг коэффициентларига қуйилган шартлар диссертациянинг биринчи боб биринчи параграфида келтирилган бўлиб тенгламанинг коэффицентларга ва ўнг томонига ва қўшича шартда берилган $\phi(x,t)$ функцияга қуйидаги қўшимча шартларни бажарилишини талаб қиламиз:
5-шарт.
$\alpha(x,0) = \alpha(x,T)$, $c(x,0) = c(x,T)$, $a(x,0) = a(x,T)$;
$D_y^p f(x,t,\ell) = D_y^p f(x,t,0) = 0$; $\quad p = 0,2$;
$\gamma \cdot g(x,0,y) = g(x,T,y); \gamma \cdot f(x,0,y) = f(x,T,y)$;
$f(x,t,\ell_0) = f_0(x,t) \in C_{x,t}^{0,1}(D_1)$, $f \in C_{x,t,y}^{0,1,4}(D)$; $|f_0(x,t)| \geq \eta, 0 < \eta < 1$;
$g(x,t,\ell_0) = g_0(x,t) \in W_2^1(D_1)$, $g \in W_2^1(D), D_y^3 g \in L_2(D)$.

6-шарт. $f(x,t) \in W_2^2(D_1)$, $\gamma f(x,0) = f(x,T)$, $f\big|_S = 0$.

Теорема 18. Фараз қилайлик, (41) тенгламанинг коэффициентлари қуйидаги шартларни қаноатлантирсин, $2\alpha - |K_t| + \lambda K \geq \delta_1 > 0$, $\lambda c - c_t \geq \delta_2 > 0$,

$\lambda\, a - a_t \geq b_3 > 0,$ ихтиёрий $(x,t)\in \overline{D}$ учун, бунда $\lambda = \frac{2}{T}\ln|\gamma| > 0,\quad |\gamma| > 1.$

Бундан ташқари, шундай кичик мусбат s сон мавжуд бўлсинки, унинг учун қуйидаги тенгсизликлар ўринли бўлсин:

$b_0 - 16\sigma = \delta_* > 0,\ B_1 - c(\sigma) > b_0 > 0,$ бунда $b_0 = \min\{B_1, l\, a_0, b_2 + (2p/l)^2 b_3\},$

$c(\sigma) = \sigma^{-1}\lambda^2 \max\{|K(x)|, \| a_{ij}(x)\|_{C^1(\Omega)}\}$

ва

$$M_1 \cdot \| a\|^2_{C(Q_1)} < \frac{1}{2},\quad \text{бунда}\quad M_1 = \frac{(1+5\lambda^2)\,\| f\|^2_{C^{0,1,4}_{x,t,y}(Q)}\,(1+\| f_0\|^2_{C^1(Q_1)})}{\sigma\eta^4\delta_*}.$$

У холда қуйидаги функциялар

$$u(x,t,y) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sum_{s=1}^{\infty} u_s(x,t)\sin \mu_s y, \tag{46}$$

$$h(x,t) = \frac{1}{f_0}\Big[\Phi + a \times \sqrt{\frac{2}{l}} \sum_{s=1}^{\infty} \mu_s^2 u_s(x,t)\sin \mu_s l_0\Big] \tag{47}$$

ярим нолокал чегаравий шартли учинчи тескари масаланинг $U-$фазосидаги ягона ечими бўлади.

Ушбу бобнинг *тўртинчи параграфда* кўп ўлчовли иккинчи тур, иккинчи тартибли аралаш типдаги ҳусусий ҳосилали дифференциал тенглама учун нолокал чегаравий шартли тескари масаланинг ечимини ягоналиги ва мавжудлиги $U-$ фазосида ўрганилган.

Фараз қилайлик, $\Omega = \prod_{i=1}^{n}(a_i, b_i),\ n$ - ўлчовли R^n - Евклид фазосининг бўлакли-силлиқ чегарали соҳаси бўлсин, бунда $(x_1,\ldots,x_n),\ 0 < a_i \le x_i \le b_i < +\infty$, $\forall i = \overline{1,n}.$ Қуйидаги белгилашни киритамиз:

$Q = \Omega \times (0,T) \times (0,l) = Q_1 \times (0,l) = \{(x,t,y); x\in\Omega, 0 < y < l, 0 < t < T < +\infty\},$

бўлакли силлиқ чегарали $\partial Q = \partial Q_1 \times [0,l],\quad \partial Q_1 = \partial\Omega \times [0,T]$ соҳа.

Ушбу Q-$(n+2)-$ўлчовли параллелепипед кўринишидаги соҳада иккинчи тур, иккинчи тартибли хусусий ҳосилали аралаш типдаги (41) тенглама учун қуйидаги масалани қараймиз қараймиз.

Нолокал чегаравий шартли тўртинчи тескари масала. (41) тенгламани ва қуйидаги шартларни қаноатлантирувчи

$$\gamma u(x,0,y) = u(x,T,y), \tag{48}$$

$$D^p_{x_i} u\big|_{x_i=\alpha_i} = D^p_{x_i} u\big|_{x_i=\beta_i}, \tag{49}$$

$$u_y\big|_{y=0} = u_y\big|_{y=\ell} = 0. \tag{50}$$

бунда $p = 0,1,\ \gamma - const \neq 0;$

$$u(x,t,\ell_0) = \varphi(x,t),\quad 0 < \ell_0 < \ell, \tag{51}$$

ва $\quad U=\{(u,h)\big|\, u(x,t,y)\in W_2^2(Q), D_y^3 u\in L_2(Q), h(x,t)\in L_2(Q_1)\}$

фазога тегишли бўлган $u(x,t,y)$ ва $h(x,t)$ функциялар топилсин.

Тенгламанинг коэффициентларига қўйилган шартлар диссертациянинг биринчи боб биринчи параграфида келтирилган бўлиб тенгламанинг коэффицентларга ва ўнг томонига ва қўшича шартда берилган $\phi(x,t)$ функцияга қуйидаги қўшимча шартларни бажарилишини талаб қиламиз:

7-шарт.

$$\alpha(x,0)=\alpha(x,T),\ c(x,0)=c(x,T),\ a(x,0)=a(x,T);$$

$$(1+D_y)g\in W_2^1(Q);\ \ \gamma g(x,0,y)=g(x,T,y);\ g(x,t,\ell_0)=g_0(x,t)\in W_2^1(Q_1).$$

$$f\ \mathrm{O}C_{x,t,y}^{0,1,4}(Q);\ \ gf(x,0,y)=f(x,T,y);\ D_y^p f(x,t,0)=D_y^p f(x,t,1)=0; p=1,3;$$

$$f(x,t,1_0)=f_0(x,t)\ \mathrm{O}C_{x,t}^{0,1}(Q_1),\ \left|f_0(x,t)\right|\ \mathrm{i}\ \ h>0, 0<h<1.$$

8-шарт.

$$\phi(x,t)\in W_2^3(Q_1);\ \ \gamma\cdot D_t^q\phi\Big|_{t=0}=D_t^q\phi\Big|_{t=T}, q=0,1,2;\ D_{x_i}^p\phi\Big|_{x_i=\alpha_i}=D_{x_i}^p\phi\Big|_{x_i=\beta_i}, p=0,1.$$

Теорема 19. Фараз қилайлик, (41) тенгламанинг коэффициентлари қуйидаги шартларни қаноатлантирсин,

$2\alpha-\left|K_t\right|+\lambda K\ge\delta_1>0, \qquad \lambda c-c_t\ge\delta_2>0,\ \lambda a-a_t\ge\delta_3>0,$ ихтиёрий $(x,t)\in\overline{Q}$ учун, бунда $\lambda=\dfrac{2}{T}\ln\left|\gamma\right|>0,\ \left|\gamma\right|>1.$ Бундан ташқари, шундай кичик мусбат s сон мавжуд бўлсинки, унинг учун қуйидаги тенгсизликлар ўринли бўлсин:

$b_0-16\sigma=\delta_*>0,\ B_1-c(\sigma)>b_0>0,$ бунда $b_0=\min\{B_1, l\,a_0, b_2+(2p/l)^2 b_3\},$

$c(\sigma)=\sigma^{-1}\lambda^2\max\{|K(x)|,\|a_{ij}(x)\|_{C^1(\Omega)}\}$

ва $M_1\cdot\|a\|_{C(Q_1)}^2<\dfrac{1}{2},$ бунда $\quad M_1=\dfrac{(1+5\lambda^2)\,\|f\|_{C_{x,t,y}^{0,1,4}(Q)}^2\,(1+\|f_0\|_{C^1(Q_1)}^2)}{\sigma\eta^4\delta_*}.$

У ҳолда қуйидаги функциялар

$$u(x,t,y)=\sum_{s=0}^{\infty}u_s(x,t)Y_s(y), \tag{52}$$

$$h(x,t)=\frac{1}{f_0}[\Phi+a\cdot\sum_{s=0}^{\infty}\mu_s^2 u_s(x,t)Y_s(\ell_0)], \tag{53}$$

нолокал чегаравий шартли тўртинчи тескари масаласининг $U-$фазосидаги ягона ечими бўлади.

ХУЛОСА

Диссертация иши иккинчи тартибли биринчи ва иккинчи тур аралаш типдаги тенгламалар учун даврий кўринишидаги нолокал чегаравий шартли масалаларни тадқиқ қилиш, яъни кўп ўлчовли фазода аралаш типдаги тенгламалар учун нолокал чегаравий масалаларнинг бир қийматли ечимга эга эканлиги ва ечимнинг силлиқлигини ўрганишга ва назариясини ривожлантиришга, ҳамда ушбу назарияни юкланган ва тескари масалаларни Адамар маъносидаги корректлигини ўрганишга татбиқ қилишга бағишланган.

Диссертация ишида олинган натижалари бўйича қуйидагиларни хулоса қилиш мумкин:

1. Биринчи тур иккинчи тартибли аралаш типдаги чизиқли тенгламалар учун даврий кўринишдаги нолокал масалалар ечимининг ягоналиги, мавжудлиги ва ечимнинг силлиқлиги $W_2^m(Q)$,(бунда $2 \leq m -$чекли бутун сон) Соболев фазоларида исботланган.

2. Иккинчи тур иккинчи тартибли аралаш типдаги чизиқли ва чизиқсиз тенгламалар учун ярим нолокал масалалар ечимининг ягоналиги, мавжудлиги ва ечимнинг силлиқлиги $W_2^m(D)$,(бунда $2 \leq m -$чекли бутун сон) Соболев фазоларида исботланган.

3. Биринчи ва иккинчи тур иккинчи тартибли юкланган аралаш типдаги чизиқли тенгламалар учун даврий кўринишдаги нолокал ва ярим нолокал масалалар ечимининг ягоналиги ва мавжудлиги $W_2^3(Q)$ Соболев фазосида исботланган.

4. Биринчи ва иккинчи тур иккинчи тартибли аралаш типдаги чизиқли тенгламалар учун даврий кўринишдаги нолокал ва ярим нолокал чегаравий шартлар билан берилган тескари масалалар ечимининг ягоналиги ва мавжудлиги интеграланувчи фукциялар фазосида исботланган.

Диссертация ишида фойдаланилган усуллар ва олинган натижалардан дифференциал ва интеграл тенгламалар, математик физика тенгламалари, ҳисоблаш математикаси каби илмий йўналишлар бўйича назарий тадқиқотларда фойдаланиш, диссертация бўлимлари эса “Математика, механика ва математик моделлаштириш” мутахассисликлари бўйича таълим олаётган талабаларга махсус курс сифатида киритилиши мумкин.

НАУЧНЫЙ СОВЕТ DSc.27.06.2017.FM.01.01 ПО ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЕНЫХ СТЕПЕНЕЙ ПРИ НАЦИОНАЛЬНОМ УНИВЕРСИТЕТЕ УЗБЕКИСТАНА, ИНСТИТУТЕ МАТЕМАТИКИ

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ

ДЖАМАЛОВ СИРОЖИДДИН ЗУХРИДДИНОВИЧ

НЕЛОКАЛЬНЫЕ КРАЕВЫЕ И ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ НЕКЛАССИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

01.01.02 – Дифференциальные уравнения и математическая физика (физико-математические науки)

АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ ДОКТОРА (DSc) ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК

г. Ташкент – 2019 год

Тема докторской (DSc) диссертации зарегистрирована в Высшей аттестционной комиссии при Кабинете Министров Республики Узбекистан за № B2017.3.DSc/FM86

Диссертация выполнена в Институте математики.

Автореферат диссертации на трёх языках (узбекский, русский, английский (резюме)) размещён на веб-странице по адресу http://fti-kengash.uz/ и на Информационно-образовательном портале «ZiyoNet» по адресу www.ziyonet.uz.

Научный консультант:	**Ашуров Равшан Раджабович** доктор физико-математических наук, профессор
Официальные оппоненты:	**Садыбеков Махмуд Абдысамедович** доктор физико-математических наук, профессор
	Халмухамедов Олимжан Рахимович доктор физико-математических наук, профессор
	Фаязов Кудратулла Садриддинович доктор физико-математических наук, профессор
Ведущая организация:	**Ургенчский государственный университет**

Защита диссертации состоится «___» _________ 2019 г. в _______ часов на заседании научного совета DSc.27.06.2017.FM.01.01 при Национальном университете Узбекистана. (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 4. Тел.: (99871)227-12-24, факс: (99871) 246-53-21, e-mail: nauka@nu.uz.)

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Национального университета Узбекистана (регистрационный номер ______). (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 4. Тел.: (99871)246-02-24).

Автореферат диссертации разослан «___» _________ 2019 г.
(протокол рассылки № ___ от «___» _________ 2019 г.).

А.С.Садуллаев
Председатель научного совета по присуждению учёных степеней, д.ф.-м.н., академик

Г.И.Ботиров
Ученый секретарь научного совета по присуждению учёных степеней, к.ф.-м.н.

А.Азамов
Зам. председателя научного семинара при научном совете по присуждению учёных степеней, д.ф.-м.н., академик

ВВЕДЕНИЕ (аннотация докторской диссертации)

Актуальность и востребованность темы диссертации. Множество научно-практических исследований, проводимых в мировом масштабе, показывает актуальность исследования краевых задач для неклассических уравнений математической физики, в частности для уравнений смешанного типа. Основные понятия теории уравнений смешанного типа сформировались при исследовании классических задач математической физики и к настоящему времени нашли широкое применение при решении практических задач. Однако современные проблемы естествознания приводят к необходимости постановки и исследования качественно новых задач, ярким примером которых является класс нелокальных задач.

В последние десятилетия нелокальные задачи для дифференциальных уравнений в частных производных активно изучаются многими математиками. В этих работах было указано на важность изучения нелокальных задач для уравнения смешанного типа учитывая их связь с вопросами трансзвуковой газовой динамикой, магнито-гидродинамическими течениями с переходом через скорость звука и скорость Альфена и другими вопросами механики.

В процессе исследования нелокальных задач была выявлена их тесная взаимосвязь с нелокальными условиями и обратными задачами. Отметим, что интерес к исследованию обратных задач для уравнения математической физики обусловлен важностью их приложений в различных разделах механики, сейсмологии, медицинской томографии, геофизики, также обратные задачи возникают при изучении краткосрочного прогноза цунами, сейсмики и в задачах томографии. К настоящему времени достаточно хорошо изучены нелокальные краевые и обратные задачи для классических уравнений математической физики. На данном этапе менее изученными являются такие задачи для неклассических уравнений математической физики, в частности для уравнений смешанного типа как первого, так и второго рода. В связи с широкой востребованностью для решения нелокальных краевых и обратных задач в ряде областей повседневной научной и практической жизни их решение представляет одно из приоритетных направлений.

В нашей стране особое внимание уделяется фундаментальным наукам. Перед наукой ставится задача сближения фундаментальных исследований с практикой. В решении поставленной задачи теория уравнений неклассического рода, в частности уравнений смешанного типа, призвана играть ведущую роль. Научные исследования на уровне международных стандартов по приоритетным направлениям математических наук, а именно функциональному анализу, дифференциальным уравнениям и математической физике, включая теорию динамических систем, а также по прикладной математике и математическому моделированию являются основными задачами и направлениями деятельности Института математики[3].

---

[1]Постановление Кабинета Минстров Республики Узбекистан от 18 мая 2017 года №292 «О мерах по организации деятельности вновь созданных научно-исследовательских учреждений Академии наук Республики Узбекистан».

Тема и объект исследования настоящей диссертации находятся в русле задач, обозначенных в Указах Президента Республики Узбекистан № УП-4947 от 7 февраля 2017 года «О стратегии действия по дальнейшему развитию Республики Узбекистан», № УП-2789 от 17 февраля 2017 года «О мерах по дальнейшему совершенствованию деятельности Академии наук, организации, управления и финансирования научно-исследовательской деятельности», № ПП-2909 от 20 апреля 2017 года «О мерах по дальнейшему развитию системы высшего образования» и № ПП-3682 от 27 апреля 2018 года «О мерах по дальнейшему совершенствованию системы практического внедрения инновационных идей, технологий и проектов», а также в других нормативно-правовых актах, относящихся или касающихся фундаментальной науки.

Соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологии республики. Данное исследование выполнено в соответствии с приоритетным направлением развития науки и технологий в Республике Узбекистан IV. «Математика, механика и информатика».

Обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации[1] . Научные исследования по изучению различных прямых и обратных краевых задач для уравнений в частных производных ведутся в крупных научных центрах и высших учебных заведениях мира, в частности: в Калифорнийском университете (США), Эдинбургском университете (Великобритания), Токийском университете (Япония), Университете Сантьяго-де-Компостела (Испания), Болонском университете (Италия), Университете Рошель (Франция), Софийском университете (Болгария), Московском, Ленинградском и Новосибирском государственных Университетах, Институте математики РАН (г.Москва), Институте математики СО.РАН (г.Новосибирск), Институте геофизики и вычислительной математики СО.РАН, Северо-Восточном Федеральном Университете им.М.К.Амосова, Стерлитамакском филиале Башкирского государственного университета, г.Стерлитамак (Россия), Институте прикладной математики и автоматизации, Кабардино-Балкарском научном центре Российской академии наук (Россия), Институте математики НАН Казахстана, Институте математики и математического моделирования и в Международном казахско-турецком университете им. Х.А. Ясави (Казахстан).

В результате исследований уравнений смешанного типа в мире получен ряд важных результатов, в частности разработана теория решения краевых задач для уравнения смешанного типа (Туринский университет, Италия); изучены локальные и нелокальные краевые задачи для уравнений смешанного типа (Софийский государственный университет (Болгария), в Московском, Новосибирском государственных университетах, Математическом институте Российской академия наук, в Институте прикладной математики и автоматизации Кабардино - Балкарского научного центра Российской академии наук, способы решения краевых задач для уравнений составного и

[4] Обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации: Arkiv Mathematics Astronomis, www.springer.com/mathematics / journal/11512; www.mathnet.ru; www.scopus.com; www.scholar.google.com, также были использованы и другие источники.

смешанно-составного типов (Математический институт Сибирского отделения Российской академии наук, Институт прикладной математики и автоматизации Кабардино - Балкарского научного центра Российской академии наук).

В мировой практике в настоящее время осуществляется ряд научных исследований по приоритетным направлениям, а именно: по созданию математической модели, более адекватно отражающей реальные процессы и решению полученных граничных задач, построению регулярных решений граничных задач и созданию устойчивых алгоритмов числовых моделей.

Степень изученности проблемы.

К числу первых исследований нелокальных краевых задач для уравнений в частных производных можно отнести статью А.В. Бицадзе и А.А. Самарского. В этой работе были поставлены и исследованы пространственно-нелокальные задачи для определенного класса эллиптических уравнений, которые привели к изучению несамосопряженных спектральных задач. Впоследствии эта сформулированная задача была названа задачей Бицадзе–Самарского. Различным аспектам теории нелокальных краевых задач посвящены работы А.В.Бицадзе, А.А.Самарского, А.А.Дезина, В.А.Ильина, М.С.Салахитдинова, Е..И.Моисеева, Т.Д.Джураева, А.И.Кожанова, Т.Ш.Кальменова, М.А.Садыбекова и многих других ученых.

Как известно, в работе А.В.Бицадзе показано, что задача Дирихле для уравнения смешанного типа некорректна. Естественно возникает вопрос: нельзя ли заменить условия задачи Дирихле другими условиями, охватывающими всю границу, которые обеспечивают корректность задачи? Впервые такие краевые задачи (нелокальные краевые задачи) для уравнения смешанного типа были предложены и изучены в работе Ф.И.Франкля при изучении газодинамической задачи об обтекании профилей потоком дозвуковой скорости со сверхзвуковой зоной, оканчивающейся прямым скачком уплотнения. Как близкие по постановке к изучаемым задачам для уравнения смешанного типа первого рода имеются в работах Т.Ш.Кальменова, М.А.Садыбекова, К.Б.Сабитова, Б.Н.Цыбикова и С.З.Джамалова, а для уравнения смешанного типа второго рода в работах А.Н.Терехова, С.Н.Глазатова, Г.Каратопараклиева, М.Г.Каратопараклиевой и С.З.Джамалова. В этих работах для уравнения смешанного типа как первого, так и второго рода поставлены и изучены задачи по однозначной разрешимости некоторых нелокальных краевых задач в весовых пространствах Соболева и в пространстве Лакса. В процессе исследования нелокальных задач была выявлена тесная взаимосвязь задач с нелокальными условиями и обратными задачами.

Обратные задачи для дифференциальных уравнений в частных производных относятся к некорректным задачам математической физики. Общий подход к решению некорректных задач был сформулирован А. Н. Тихоновым и развит в работах А. Н. Тихонова , М. М. Лаврентьева, В. А. Морозова, В. Я Арсенина, В. Г Романова, С. И. Кабанихина, Ш. Ярмухамедова, А.Хайдарова, К.С. Фаязова, А.Бегматова, Д.Дурдиева и др. Методы решения многомерных обратных задач изложены в работах В. Г Романова, в частности он применил метод шкал банаховых пространств аналитических функций к решению многомерных обратных задач. В работах Б.А.Бубнова с помощью методов функционального анализа доказаны теоремы однозначной разрешимости локальных краевых задач для многомерных параболических, эллиптических и геперболических уравнений. В работах А.И.Кожанова и С.Г.Пяткова такие задачи изучаются для уравнения высокого порядка без вырождения.

Отметим, что в работах К.Б.Сабитова и его учеников методами спектрального анализа изучены обратные задачи с локальными и нелокальными условиями для модельных уравнений смешанного типа по определению правой части в плоскости. В этих работах доказаны теоремы существования, единственности и устойчивости решения. Далее в работах Р.Р.Ашурова и С.З. Джамалова в трехмерном пространстве для уравнений смешанного типа как первого, так и второго рода второго порядка были изучены некоторые линейные обратные задачи с нелокальными краевыми условиями. В этих работах методами функционаного анализа доказаны теоремы однозначной разрешимости некоторых обратных задач по определению правой части в определенных классах.

В данной диссертации для исследования разрешимости обратных задач для многомерного уравнения смешанного типа как первого, так и второго рода предлагается метод, который основан на сведении обратной задачи к прямым нелокальным краевым задачам для бесконечных нагруженных систем дифференциальных уравнений смешанного типа.

Нагруженным уравнением принято называть уравнение с частными производными, содержащее в коэффициентах или в правой части значения тех или иных функционалов от решения уравнения.

Связь темы диссертации с научно-исследовательскими работами высшего образовательного учреждения, где выполнена диссертация.

Диссертационная работа выполнена в соответствии с плановой темой научно-исследовательских работ ОТ-Ф4-88 «Исследования прямых и обратных задач для уравнений смешанного типа второго и высокого порядков» в Институте Математики АН РУЗ и с научным грантом MRU-OT-1/2017 «Нелокальные краевые и обратные задачи для неклассических дифференциальных и операторно-дифференциальных уравнений» совместного Института математики СО РАН и Национального Университета им. М.Улугбека.

Цель исследования. Целью настоящей диссертационной работы является развитие теории нелокальных краевых и обратных задач для неклассических уравнений математической физики, в частности для уравнений смешанного типа.

Задачи исследования:

доказательство однозначной разрешимости и гладкости решения нелокальных краевых задач в пространствах Соболева для многомерных линейных уравнений смешанного типа первого рода второго порядка;

доказательство однозначной разрешимости и гладкости решения нелокальных краевых задач в пространствах Соболева для многомерных линейных и нелинейных уравнений смешанного типа второго рода второго порядка;

доказательство однозначной разрешимости нелокальных краевых задач в пространствах Соболева для многомерного нагруженного уравнения смешанного типа как первого, так и второго рода;

доказательство корректности по Адамару обратных задач с нелокальными краевыми условиями в пространствах Соболева для многомерного уравнения смешанного типа как первого, так и второго рода.

Объектом исследования: являются уравнения смешанного типа первого и второго рода второго порядка, уравнения третьего и составного типов с малым параметром, нагруженные уравнения для перечисленных уравнений.

Предметом исследования: являются прямые и обратные задачи для уравнений смешанного типа как первого, так и второго рода второго и высоких порядков.

Методы исследования: В диссертации использованы методы функционального анализа, математической физики, спектральной теории операторов и рядов.

Научная новизна исследования заключается в следующем:

доказаны однозначная разрешимость и гладкость решения некоторых нелокальных краевых задач для многомерных линейных уравнений смешанного типа первого рода;

доказаны однозначная разрешимость и гладкость решения некоторых нелокальных краевых задач для многомерных линейных и нелинейных уравнений смешанного типа второго рода;

доказана однозначная разрешимость некоторых нелокальных краевых задач для многомерных нагруженных уравнений смешанного типа как первого, так и второго рода;

доказана корректность решения некоторых обратных задач с нелокальными краевыми условиями для многомерных уравнений смешанного типа как первого, так и второго рода.

Практические результаты исследования состоят в следующем:

Для решения нелокальных краевых и обратных задач для уравнений смешанного типа предложен алгоритим использования методов априорных оценок, Галеркина “ε-регуляризации”, последовательных приближений и метода сжимающих отображений.

Достоверность результатов исследования: Достоверность результатов подтверждается строгим использованием методов функционального анализа, математической физики, спектральной теории операторов и рядов для решения прямых и обратных задач для уравнений смешанного типа.

Научная и практическая значимость результатов исследования:

Научное значение результатов исследования заключается в том, что полученные в работе научные результаты могут быть использованы в теории дифференциальных уравнений и спектральной теории операторов.

Практическое значение диссертационного исследования определяется применением полученных в работе научных результатов в изучении физических, химических, биологических, медицинских, сейсмологических процессов, описываемых при помощи уравнений смешанного типа.

Внедрение результатов исследования: Полученные результаты по нелокальным краевым и обратным задачам для неклассических уравнений математической физики были внедрены на практике в следующих проектах:

нелокальные краевые задачи для многомерного уравнения смешанного типа второго порядка были использованы в зарубежном гранте по теме проекта №0824/ГФ4 «Нелокальные краевые задачи, построение устойчивых аналитических и численных методов решения» в 2015-2017 гг. (Институт математики и математического моделирования Республики Казахстан, справка №01-04/195 от 20.11.2018г). Применение этих результатов позволило исследовать корректность нелокальных краевых задач для дифференциальных операторов смешанного типа, построения регулярных решений исследуюмых задач и создания устойчивых алгоритмов числовых моделей;

обратные задачи для многомерного уравнения смешанного типа были использованы в работах научно-исследовательской лабаротории «Дробные исчисления и их применение» (Камчатсий государственний университет имени В.Беринга, справка №55-06 от 20.11.2018г), что позволило решить обратные задачи для неклассических уравнений математической физики, процессов массопереноса радона (Rn^{222}) во фрактальных средах, установления корректности краевых задач для дифференциальных уравнений математической физики;

для уравнений смешанного, смешанно-составного типов второго и третьего порядков предложенные методы решения нелокальных краевых и обратных задач были использованы при решении новых нелокальных краевых и обратных задач для уравнений смешанного типа в зарубежных грантах project IG/DSI/DOMS/18/06 (Sultan Qaboos University, College of science, Sultanate of Oman, справка от 1 января 2019 года). Применение этих научных результатов способствовало построению приближенных решений поставленных задач.

Апробация результатов исследования. Результаты данного исследования были обсуждены на 30 научно-практических конференциях, в том числе на 22 международных и 8 республиканских научно-практических конференциях.

Опубликованность результатов исследования.

По теме диссертации опубликовано всего 55 научных работ, в том числе 18 научных статей: 8 в зарубежных и 10 в республиканских журналах, рекомендованных Высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан для публикации основных научных результатов докторских диссертаций, 7 научных работ опубликовани в периодических журналах.

Объем и структура диссертации.

Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения и списка использованной литературы. Объем диссертации составляет 194 стр.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обоснованы актуальность и востребованность темы диссертации, определено соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики, приведены обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации и степень изученности проблемы, сформулированы цели и задачи, выявлены объекты и предмет исследования, изложены научная новизна и практические результаты исследования, раскрыта теоретическая и практическая значимость полученных результатов, даны сведения о внедрении результатов исследования, об опубликованных работах и о структуре диссертации.

В первой главе диссертации, названной **«Нелокальные краевые задачи для многомерного уравнения смешанного типа первого рода второго порядка»,** изучены некоторые нелокальные краевые задачи периодического типа для уравнений смешанного типа первого рода второго порядка.

В *первом параграфе* этой главы приводятся некоторые общеизвестные факты из теории функционального анализа и теории краевых задач для уравнений в частных производных, необходимые для получения основных результатов, а также условия для коэффициентов уравнений смешанного типа, накладываемые на коэффициенты уравнений в последующих параграфах, где мы рассматриваем два вида областей.

Через $Q=(0,T)\times\prod_{i=1}^{n}(\alpha_i,\beta_i)$ обозначим $(n+1)-$мерный параллелепипед Евклидова пространства $\mathbb{R}^{n+1}$ точек $(t,x_1,...,x_n),\ 0<\alpha_i<\beta_i<+\infty,\ \forall i=\overline{2,n},$ где $x_1\in(\alpha_1,\beta_1),\ \ \alpha_1<0<\beta_1.$

Через $D=\Omega\times(0,T)$ обозначим $(n+1)-$мернную цилиндрическую область с кусочно - гладкой границей $S=\partial\Omega\times(0,T),$ где Ω- ограниченная односвязная область в пространстве $\mathbb{R}^n, n\geq 1,$ с гладкой границей $\partial\Omega$.

В этих областях будем изучать прямые и обратные задачи для многомерных уравнений смешанного типа как первого, так и второго рода второго порядка, а именно в областях, указанных выше, рассмотрим дифференциальное уравнение второго порядка:

$$Lu=K(x,t)u_{tt}-\left(a_{ij}(x)u_{x_i}\right)_{x_j}+\alpha(x,t)u_t+c(x,t)u=f(x,t). \qquad (1)$$

В дальнейшем всюду ниже по повторяющимся индексам предполагается суммирование от 1до nи что все коэффициенты уравнения (1), встречающиеся в диссертации, вещественнозначные и достаточно гладкие функции. В зависимости от знака функции $K(x,t)$ уравнение (1) меняет свой тип, а именно, в случае

А) если функция $K(x,t)=K(x)$ по переменной x_1 меняет знак внутри области Q, т.е. $x_1\cdot K(x)>0$ при $x_1\neq 0$, где $x_1\in(\alpha_1,\beta_1), \alpha_1<0<\beta_1$, то уравнение (1) относится к уравнениям смешанного типа первого рода и является обобщением уравнения Трикоми и Чаплыгина.
В) если функция $K(x,t)$ по переменной t меняет знак внутри области D, т.е. $K(x,0)\leq 0\leq K(x,T)$, при $x\in\overline{\Omega}$, то уравнение (1) относится к уравнениям смешанного типа второго рода.

Предположим: $a_{ij}(x)=a_{ji}(x)$, $a_{ij}(\alpha_k)=a_{ji}(\beta_k), \forall i,j,k=\overline{1,n}$; $x\in\overline{\Omega}$, $\xi\in\mathbb{R}^n, |\xi|^2=\sum_{i=1}^{n}\xi_i^2$.

Кроме того, пусть выполнено одно из следующих условий для любых $\xi\in\mathbb{R}^n$ и $x\in\overline{\Omega}$:

(a). $a_{ij}(x)\xi_i\xi_j\geq a_0|\xi|^2$, где $a_0=const>0$,

(b). $a_{ij}(x)\xi_i\xi_j\leq a_1|\xi|^2$, где $a_1=const<0$.

В дальнейшем в формулировках теорем мы будем пользоваться этими условиями ((a) и (b)), не приводя их повторно в каждой теореме.

Во *втором параграфе* рассматриваются вопросы корректности нелокальных краевых задач периодического типа для многомерного уравнения смешанного типа первого рода второго порядка. Для этой задачи методами априорных оценок, Галеркина, и “ε-регуляризация” доказаны теоремы однозначной разрешимости и гладкости решений в пространствах Соболева $W_2^{m+2}(Q)$, (где $1\leq m-$целое конечное число).

В области Q $-$ $(n+1)-$мерный параллелепипед Евклидова пространства $\mathbb{R}^{n+1}$, где будем рассматривать уравнение смешанного типа первого рода:

$$Lu=K(x)u_{tt}-\left(a_{ij}(x)u_{x_i}\right)_{x_j}+\alpha(x,t)u_t+c(x,t)u=f(x,t), \tag{2}$$

где $x_1\cdot K(x)>0$ при $x_1\neq 0$, где $x_1\in(\alpha_1,\beta_1), \alpha_1<0<\beta_1$.

Нелокальная краевая задача периодического типа 1. Найти решение уравнения (2) из пространства Соболева $W_2^2(Q)$, удовлетворяющее следующим краевым условиям:

$$\gamma D_t^p u\big|_{t=0}=D_t^p u\big|_{t=T} \tag{3}$$

$$\eta_i D_{x_i}^p u\big|_{x_i=\alpha_i}=D_{x_i}^p u\big|_{x_i=\beta_i} \tag{4}$$

при $p=0,1;$ γ и $\eta_i-const\neq 0, \forall i=\overline{1,n};$ где $D_z^p u=\dfrac{\partial^p u}{\partial z^p}$, $D_z^0 u=u$.

Обозначим через $V_1(Q)-$класс функций из пространства $W_2^2(Q)$, удовлетворяющих условиям (3), (4).

Определение 1. Назовем функцию $u(x,t)$ решением задачи (2)-(4) из $W_2^2(Q)$, если $u(x,t)\in V_1(Q)$ и удовлетворяет уравнению (2) почти всюду в области Q.

Теорема 1. Пусть выполнены следуюшие условия для коэффициентов уравнения (2) $2\alpha+\lambda K(x)>0$; $\lambda c-c_t>0$ для всех $(x,t)\in\overline{Q}$, где $\lambda=\frac{2}{T}\ln|\gamma|>0$ при $|\gamma|>1$ в случае (a) и $\lambda=\frac{2}{T}\ln|\gamma|<0$ при $|\gamma|<1$ в случае (b), $|\eta_i|\geq 1, \forall i=\overline{1,n}$; $c(x,0)\leq c(x,T)$ для всех $x\in\overline{\Omega}$. Тогда для любой функции $f\in L_2(Q)$, если существует решение задачи (2)-(4) из пространства $W_2^2(Q)$, то оно единственно.

Теорема 2. Пусть выполнены следующие условия для коэффициентов уравнения (2) $2\alpha+\lambda K(x)>0, \lambda c-c_t>0$ для всех $(x,t)\in\overline{Q}$, где $\lambda=\frac{2}{T}\ln|\gamma|>0$ при $|\gamma|>1$ в случае $a)$ и $\lambda=\frac{2}{T}\ln|\gamma|<0$ при $|\gamma|<1$ в случае $b)$, $|\eta_i|\geq 1, \forall i=\overline{1,n}$; $c(x,0)=c(x,T), \alpha(x,0)=\alpha(x,T)$ для всех $x\in\overline{\Omega}$. Тогда для любой функции $f\in W_2^1(Q)$, такой, что $\gamma\cdot f(x,0)=f(x,T)$, существует единственное решение задачи (2)-(4) из пространства $W_2^2(Q)$.

Теперь изучим гладкость решения задачи (2)-(4) из пространства Соболева $W_2^{m+2}(Q)$ в случае, когда $1\leq m-$целое конечное число.

Теорема 3. Пусть выполнены условия теоремы 2, кроме того, пусть $D_t^p a\big|_{t=0}=D_t^p a\big|_{t=T}$; $D_t^p c\big|_{t=0}=D_t^p c\big|_{t=T}$. Тогда для любой функции $f(x,t)$, такой, что $f\in W_2^{m+1}(Q)$, $\gamma D_t^p f\big|_{t=0}=D_t^p f\big|_{t=T}$, $(p=0,1,2,3,...m)$ существует, и притом единственное, решение задачи (2)-(4) из пространства $W_2^{m+2}(Q)$ где $1\leq m-$ целое конечное число.

В *третьем параграфе* рассматриваются вопросы корректности нелокальной краевой задачи для многомерного уравнения Чаплыгина. Для этой задачи методами априорных оценок, Фурье, Галеркина, и “ε-регуляризация” и равенств Парсеваля доказаны теоремы однозначной разрешимости и гладкости решения в постранствах Соболева $W_2^{m+2}(Q)$ (где $1\leq m-$целое конечное число).

Пусть $\Omega=\prod_{i=1}^{n}(\alpha_i,\beta_i)$, $n-$мерный параллелепипед Евклидова пространства $\mathbb{R}^n$ точек $(x_1,...,x_n)$, $\alpha_1<0<\beta_1, 0<\alpha_i<x_i<\beta_i<+\infty, \forall i=\overline{2,n}.$

Обозначим через:

$Q=\Omega\times(0,T)\times(0,\ell)=Q_1\times(0,\ell)=\{(x,t,y); x\in\Omega, 0<y<\ell, 0<t<T<+\infty\}$

область с кусочно-гладкой границей $\partial Q=\partial Q_1\times(0,\ell)$, $\partial Q_1=\partial\Omega\times(0,T)$.

В области Q рассмотрим многомерное уравнение Чаплыгина:

$$Lu=K(x)u_{tt}-(a_{ij}(x)u_{x_i})_{x_j}-a(x,t)u_{yy}+\alpha(x,t)u_t+c(x,t)u=f(x,t,y), \qquad (5)$$

где $x_1 \cdot K(x) > 0$ при $x_1 \neq 0$, где $x_1 \in (\alpha_1, \beta_1)$.

Нелокальная краевая задача 2.

Найти решение $u(x,t,y)$ уравнения (5) из пространства Соболева $W_2^2(Q)$, удовлетворяющее нелокальным краевым условиям

$$\gamma D_t^p u\big|_{t=0} = D_t^p u\big|_{t=T}, \tag{6}$$

$$\eta_i D_{x_i}^p u\big|_{x_i=\alpha_i} = D_{x_i}^p u\big|_{x_i=\beta_i}, \tag{7}$$

$$u(x,t,0) = u(x,t,\ell) = 0, \tag{8}$$

при $p = 0,1$, где η_i, $\forall i = \overline{1,n}$ и $\gamma -$некоторые постоянные числа, отличные от нуля, величины которых будут уточнены ниже.

Теорема 4. Пусть выполнены следуюшие условия для коэффициентов уравнения (5) $2\alpha(x,t) + \lambda K(x) > 0, \lambda\, c(x,t) - c_t(x,t) > 0, \lambda\, a(x,t) - a_t(x,t) > 0$ для всех $(x,t) \in \overline{Q},$ где $\lambda = \dfrac{2}{T}\ln|\gamma| > 0$ при $|\gamma| > 1$ в случае (a) и $\lambda = \dfrac{2}{T}\ln|\gamma| < 0$ при $|\gamma| < 1$ в случае (b), $|\eta_i| \geq 1, \forall i = \overline{1,n},$ $c\,(x,0) \leq c(x,T), a\,(x,0) \leq a(x,T)$ для всех $x \in \overline{\Omega}$. Тогда, если для любой функции $f(x,t,y) \in L_2(Q)$ существует решение задачи (5)-(8) в пространстве $W_2^2(Q),$ то оно единственно.

Теорема 5. Пусть выполнены следуюшие условия для коэффициентов уравнения (5) $2\alpha(x,t) + \lambda K(x) > 0, \lambda\, c(x,t) - c_t(x,t) > 0, \lambda\, a(x,t) - a_t(x,t) > 0$ для всех $(x,t) \in \overline{Q},$ где $\lambda = \dfrac{2}{T}\ln|\gamma| > 0$ при $|\gamma| > 1$ в случае (a) и $\lambda = \dfrac{2}{T}\ln|\gamma| < 0$ при $|\gamma| < 1$ в случае $(b), |\eta_i| \geq 1, \forall i = \overline{1,n},$ $\alpha(x,0) = \alpha(x,T),$ $c\,(x,0) = c(x,T),$ $a\,(x,0) = a(x,T)$ для всех $x \in \overline{\Omega}$. Тогда для любой функции $f(x,t,y) \in W_2^1(Q),$ такой, что $\gamma \cdot f(x,0,y) = f(x,T,y),$ существует единственное решение задачи (5)-(8) из пространства $W_2^2(Q)$.

Теперь обратимся к исследованию гладкости решения задачи (5)-(8) в $W_2^{m+2}(Q),$ когда $1 \leq m -$целое конечное число.

Теорема 6. Пусть выполнены условия теоремы 5, кроме того, пусть $D_t^q\alpha\big|_{t=0} = D_t^q\alpha\big|_{t=T},$ $D_t^q c\big|_{t=0} = D_t^q c\big|_{t=T},$ $D_t^q a\big|_{t=0} = D_t^q a\big|_{t=T},$ $(q = 0,1,2,3,...,m)$.

Тогда для любых $f \in W_2^{m+1}(Q),$ таких, что $D_t^q f\big|_{t=0} = \gamma \cdot D_t^q f\big|_{t=T},$ существует, причем единственное, решение задачи (5)-(8) в пространствах Соболева $W_2^{m+2}(Q)$.

Во второй главе диссертации, названной **«Нелокальные краевые задачи для многомерного уравнения смешанного типа второго рода второго порядка»** изучены некоторые полунелокальные и нелокальные краевые задачи периодического типа для уравнений смешанного типа второго рода второго поядка. Для этих задач методами априорных оценок, Галеркина, и “ε-регуляризация” доказаны теоремы однозначной разрешимости и гладкости решения в постранствах Соболева $W_2^{m+2}(D)$ (где $1 \le m -$целое конечное число). В *первом параграфе* второй главы рассматриваются вопросы корректности полунелокальной краевой задачи для линейного многомерного уравнения смешанного типа второго рода второго поядка.

В цилиндрической области $D = \Omega \times (0,T)$ рассмотрим уравнение смешанного типа второго рода, второго порядка

$$Lu = K(x,t)u_{tt} - \left(a_{ij}(x)u_{x_i}\right)_{x_j} + \alpha(x,t)u_t + c(x,t)u = f(x,t). \qquad (9)$$

Здесь $K(x,0) \le 0 \le K(x,T)$, при $x \in \overline{\Omega}$. Уравнение (9) в этом случае относится к уравнениям смешанного типа второго рода, так как на знак функции $K(x,t)$ по переменной t внутри области D не налагается никаких ограничений.

Полунелокальная краевая задача 3.

Найти решение уравнения (9) из пространства Соболева $W_2^2(D)$, удовлетворяющее полунелокальным краевым условиям

$$\gamma \cdot u(x,0) = u(x,T), \qquad (10)$$

$$u\big|_S = 0, \qquad (11)$$

где, $\gamma -$некоторое постоянное число, отличное от нуля, величина которого будет уточнена ниже.

Теорема 7. Пусть выполнены следуюшие условия для коэффициентов уравнения (9) $2\alpha - |K_t| + \lambda K > 0, \lambda c - c_t > 0$ для всех $(x,t) \in \overline{D}$, $c(x,0) = c(x,T)$, $\alpha(x,0) = \alpha(x,T)$ для всех $x \in \overline{\Omega}$, где $\lambda = \dfrac{2}{T}\ln|\gamma|$, причем $|\gamma| > 1$ в случае (a) и $|\gamma| < 1$ в случае (b). Тогда для любой функции $f(x,t) \in W_2^1(D)$ такой, что $\gamma \cdot f(x,0) = f(x,T)$, существует единственное решение задачи (9)-(11) из пространства $W_2^2(D)$.

Теперь обратимся к исследованию гладкости решения задачи (9)-(11) в пространствах Соболева $W_2^{m+2}(D)$, когда $1 \le m -$целое конечное число.

Теорема 8. Пусть выполнены условия теоремы 7, кроме того, пусть $p = 1,2,3,...,m$ и $q = 0,1,2,3,...,m;$ $2(\alpha + m \cdot K_t) - |K_t| + \lambda K \ge \delta >$ для всех $(x,t) \in \overline{D}$, $K(x,0) = K(x,T) = 0$, $D_t^p K\big|_{t=0} = D_t^p K\big|_{t=T}$, $D_t^q \alpha\big|_{t=0} = D_t^q \alpha\big|_{t=T}$, $D_t^q c\big|_{t=0} = D_t^q c\big|_{t=T}$.

Тогда для любой функции $f(x,t)$, такой, что $f \in W_2^{m+1}(D)$, $D_t^q f\big|_{t=0} = \gamma \cdot D_t^q f\big|_{t=T}$ для всех $x \in \overline{\Omega}$ существует, причем единственное, решение задачи (9)-(11) в пространствах Соболева $W_2^{m+2}(D)$, где ($1 \le m -$целое конечное число).

Во *втором параграфе* второй главы рассматриваются вопросы корректности полунелокальной краевой задачи для нелинейного многомерного уравнений смешанного типа второго рода второго поядка. Для этой задачи методами априорных оценок, Галеркина, и “ε-регуляризация” доказаны теоремы однозначной разрешимости в пространстве $W = W_2^2(D) \cap L_{p,\beta}(D),$ где через $L_{p,b}(D)$ обозначим весовое банахово пространство, состоящее из всех определенных и измеримых (по Лебегу) на D функций с весом $b(t) \geq 0$, имеющих конечную норму

$$\|u\|_{L_{p,b}(D)} = \left(\int_D b(t)|u|^p \, dxdt \right)^{\frac{1}{p}}.$$

В цилиндрической области D рассмотрим нелинейное уравнение смешанного типа второго рода, второго порядка

$$Lu = K(x,t)u_{tt} - \left(a_{ij}(x)u_{x_j}\right)_{x_i} + \alpha(x,t)u_t + c(x,t)u + \beta(\mathrm{t})|u_t|^{\rho} u_t = f(x,t), \tag{12}$$

где $K(x,0) \le 0 \le K(x,T)$ при $x \in \overline{\Omega},$ $\beta(t) \ge 0,$ $0 < \rho \le \dfrac{2}{n-2}$ при $n \ge 3,$ при $n = 1,2$ $\rho -$произвольное конечное число .

Полунелокальная краевая задача 4.

Найти решение уравнения (12) из пространства Соболева $W_2^2(D),$ такое, что $u_t \in L_{p,\beta}(D)$ удовлетворяет краевым условиям:

$$\gamma \cdot u(x,0) = u(x,T), \tag{13}$$

$$u\big|_S = 0, \tag{14}$$

где $\gamma -$ некоторое постоянное число, отличное от нуля, величина которого будет уточнена ниже.

Обозначим через C_L класс функций из пространства $W = W_2^2(D) \cap L_{p,\beta}(D);$ $p = \rho + 2,$ удовлетворяющих условиям (12),(13).

Определение 3. Назовем функцию $u(x,t)$ решением задачи (12)-(14), если $u \in C_L$ и удовлетворяет уравнению (12) почти всюду в области $D.$

Теорема 9. Пусть выполнены следуюшие условия для коэффициентов уравнения **(12),** $2\alpha - K_t + \lambda K > 0;$ $\lambda c - c_t > 0$ для всех $(x,t) \in \overline{D},$ где $\lambda = \dfrac{2}{T}\ln|\gamma| > 0$, при $|\gamma| > 1$ в случае $(a),$ и $\lambda = \dfrac{2}{T}\ln|\gamma| < 0$, при $|\gamma| < 1$ в случае $(b),$ $c(x,0) \le c(x,T)$ для всех $x \in \overline{\Omega}.$ Тогда для любой функции $f(x,t) \in L_2(D),$ если существует решение задачи (12)-(14) из пространства $W,$ то оно единственно и для него справедливо следующее неравенство

$$\|u\|_1^2 + \|u_t\|_{L_{p,\beta}}^p \le c_1 \|f\|_0^2.$$

Теорема 10. Пусть выполнены следующие условия для коэффициентов уравнения (12) всюду в области $\overline{D}$, $2\alpha - |K_t| + \lambda K > 0, \lambda c - c_t > 0$ для всех $(x,t) \in \overline{D}$, где $\lambda = \frac{2}{T}\ln|\gamma| > 0$, при $|\gamma| > 1$ в случае (a) и $\lambda = \frac{2}{T}\ln|\gamma| < 0$, при $|\gamma| < 1$ в случае (b), $c(x,0) = c(x,T), \alpha(x,0) = \alpha(x,T)$ для всех $x \in \overline{\Omega}$, $\beta(T) = \beta(0) = 0.$ Тогда для любой функции $f \in W_2^1(D)$, такой, что $\gamma f(x,0) = f(x,T)$, существует единственное решение задачи (12)-(14) из пространства W, и для него справедливы следующие оценки:

I) $\|u\|_1^2 + \|u_t\|_{L_{p,\beta}(Q)}^P \le c_1 \|f\|_0^2$;

II)
$$\|u\|_2^2 + \frac{(\rho+1)}{(0.5\rho+1)^2}\left[\left\|\frac{\partial}{\partial t}(|u_t|^{\rho/2}\mathrm{u}_t)\right\|_{L_{2,\beta}(Q)}^2\right] + \left\|\nabla(|u_t|^{\rho/2}\mathrm{u}_t)\right\|_{L_{2,\beta}(Q)}^2 +$$
$$+\left\||u_t|^{\rho/2}\mathrm{u}_t\right\|_{L_{2,\beta}(Q)}^2 \le c_2 \cdot \|f\|_1^2 .$$

В третьем параграфе второй главы рассматриваются вопросы корректности нелокальной краевой задачи периодического типа для многомерного уравнения смешанного типа второго рода второго поядка. Пусть $\Omega = \prod_{i=1}^{n}(\alpha_i, \beta_i)$; $n-$мерный параллелепипед Евклидова пространства $\mathbb{R}^n$ точек $(x_1,...,x_n)$, $0 < \alpha_i < \beta_i < +\infty$, $\forall i = \overline{1,n}.$

В области $Q = \Omega \times (0,T)$ рассмотрим уравнение смешанного типа второго рода второго порядка
$$Lu = K(x,t)u_{tt} - \left(a_{ij}(x)u_{x_i}\right)_{x_j} + \alpha(x,t)u_t + c(x,t)u = f(x,t). \qquad (15)$$

Пусть $K(x,0) \le 0 \le K(x,T)$ при $x \in \overline{\Omega}$.

Нелокальная краевая задача периодического типа 5. Найти решение уравнения (15) из пространства Соболева $W_2^2(Q)$, удовлетворяющее следующым краевым условиям

$$\gamma \cdot u(x,0) = u(x,T), \qquad (16)$$

$$\eta_i D_{x_i}^p u\big|_{x_i=\alpha_i} = D_{x_i}^p u\big|_{x_i=\beta_i}. \qquad (17)$$

при $p = 0,1$, где γ и $\eta_i, \forall i = \overline{1,n}$ - некоторые постоянные числа, отличные от нуля, величины которых будут уточнены ниже.

Теорема 11. Пусть выполнены следуюшие условия для коэффициентов уравнения (15), $2a - |K_t| + \lambda K > 0,\ \lambda c - c_t > 0$ для всех $(x,t) \in \overline{Q}$, где

$\lambda = \dfrac{2}{T}\ln|\gamma| > 0$ при $|\gamma| > 1$ в случае выполнения условия (a) и $\lambda = \dfrac{2}{T}\ln|\gamma| < 0$ при $|\gamma| < 1$ в случае выполнения условия (b), $|\eta_i| \geq 1, \forall = \overline{1,n};$ $c(x,0) = c(x,T),$ $a(x,0) = a(x,T)$ для всех $x \in \overline{\Omega}.$ $a(\alpha_i, t) = a(\beta_i, t)$, $K(\alpha_i, t) = K(\beta_i, t)$, $\forall i = \overline{1,n}$ для всех $t \in [0,T].$ Тогда для любой функции $f \in W_2^1(Q),$ такой, что $\gamma \cdot f(x,0) = f(x,T),$ существует единственное решение задачи (15)-(17) из $W_2^2(Q).$

Теперь изучим гладкость решения задачи из пространств Соболева $W_2^{m+2}(Q),$ где $1 \leq m -$ целое конечное число.

Теорема 12. Пусть выполнены условия теоремы 11, кроме того, пусть $p = 1,2,3,...,m$ и $q = 0,1,2,3,...,m;$ $2(\alpha + mK_t) - |K_t| + \lambda K > 0$, для всех $(x,t) \in \overline{Q},$ $K(x,0) = K(x,T) = 0,$ $D_t^p K\big|_{t=0} = D_t^p K\big|_{t=T}$, $D_t^q \alpha\big|_{t=0} = D_t^q \alpha\big|_{t=T}$, $D_t^q c\big|_{t=0} = D_t^q c\big|_{t=T}$.
Тогда для любой функции $f(x,t)$, такой, что $f \in W_2^{m+1}(Q),$ $D_t^q f\big|_{t=0} = \gamma \cdot D_t^q f\big|_{t=T}$ существует, причем единственное, решение задачи (15)-(17) в пространствах Соболева $W_2^{m+2}(Q),$ (где $1 \leq m -$ целое конечное число).

В четвёртом параграфе второй главы рассматриваются вопросы корректности полунелокальной краевой задачи для многомерного уравнения смешанного типа второго рода второго поядка.

Пусть Ω - ограниченная односвязная область в пространстве $\mathbb{R}^n, n \in \mathbb{N}$ с гладкой границей $\partial\Omega$. Обозначим через
$D = \Omega \times (0,T) \times (0,\ell) = D_1 \times (0,\ell) = \{(x,t,y); x \in \Omega, 0 < y < \ell, 0 < t < T < +\infty\}$
область с кусочно-гладкой границей $\partial D = \partial D_1 \times (0,\ell),$ $\partial D_1 = \partial\Omega \times (0,T).$
В цилиндрической области D рассмотрим уравнение смешанного типа второго рода**,** второго порядка

$$Lu = K(x,t)u_{tt} - (a_{ij}(x)u_{x_i})_{x_j} - a(x,t)u_{yy} + \alpha(x,t)u_t + c(x,t)u = f(x,t,y). \qquad (18)$$

Пусть $K(x,0) \leq 0 \leq K(x,T)$ для всех $x \in \overline{\Omega}.$

Полунелокальная краевая задача 6.

Найти решение $u(x,t,y)$ уравнения (18) из пространства Соболева $W_2^2(D),$ удовлетворяющее следующим краевым условиям

$$\gamma \cdot u(x,0,y) = u(x,T,y) \qquad (19)$$

$$u\big|_S = 0, \qquad (20)$$

$$u(x,t,0) = u(x,t,\ell) = 0, \qquad (21)$$

где, $\gamma -$ некоторое постоянное число, отличное от нуля, величина которого будет уточнена ниже.

Теорема 13. Пусть выполнены следующие условия для коэффициентов уравнения (18) $2\alpha - |K_t| + \lambda K > 0$, $\lambda\, c(x,t) - c_t(x,t) > 0,$ $\lambda\, a(x,t) - a_t(x,t) > 0$ для всех $(x,t)\in\overline{D},$ где $\lambda=\frac{2}{T}\ln|\gamma|>0$ и $|\gamma|>1$ в случае (a) и $\lambda=\frac{2}{T}\ln|\gamma|<0$ и $|\gamma|<1$ в случае (b), $\alpha(x,0)=\alpha(x,T),$ $c(x,0)=c(x,T),$ $a(x,0)=a(x,T)$ для всех $x\in\overline{\Omega}.$ Тогда для любой функции $f\in W_2^1(D),$ такой, что $\gamma\cdot f(x,0,y)=f(x,T,y),$ существует единственное решение задачи (18)-(21) из $W_2^2(D).$

Теперь обратимся к исследованию гладкости решения задачи (18)-(21) в пространствах Соболева $W_2^{m+2}(D),$ когда $1\le m-$целое, конечное число.

Теорема 14. Пусть выполнены условия теоремы 13, кроме того, пусть $p=1,2,3,...,m;$ $q=0,1,2,3,...,m;$ $2(\alpha+mK_t)-|K_t|+\lambda K>0$, для всех $(x,t)\in\overline{D},$ $K(x,0)=K(x,T)=0,$ $D_t^pK\big|_{t=0}=D_t^pK\big|_{t=T}$, $D_t^q\alpha\big|_{t=0}=D_t^q\alpha\big|_{t=T}$, $D_t^qc\big|_{t=0}=D_t^qc\big|_{t=T}$. $D_t^qa\big|_{t=0}=D_t^qa\big|_{t=T}$. Тогда для любой функции $f(x,t,y)$, такой, что $f\in W_2^{m+1}(D),$ $\gamma\cdot D_t^qf\big|_{t=0}=D_t^qf\big|_{t=T}$, существует, причем единственное, решение задачи (18)-(21) в пространствах Соболева $W_2^{m+2}(D).$

В третьей главе диссертации, названной **«Нелокальные краевые задачи для многомерного нагруженного уравнения смешанного типа второго порядка»,** изучены некоторые полунелокальные и нелокальные краевые задачи периодического типа для нагруженного уравнения смешанного типа как первого, так и второго рода второго поядка. Для этих задач методами априорных оценок, “ε-регуляризация”, Галеркина и последовательных приближений доказаны теоремы однозначной разрешимости в пространстве Соболева $W_2^3(Q).$

В *первом параграфе* третьей главы рассматриваются вопросы однозначной разрешимости нелокальной краевой задачи периодического типа для многомерного нагруженного уравнения смешанного типа первого рода.

В области $Q-(n+1)-$мерный параллелепипед Евклидова пространства $\mathbb{R}^{n+1}$, где рассмотрим уравнение смешанного типа первого рода, второго порядка

$$Lu=K(x)u_{tt}-\left(a_{ij}(x)u_{x_i}\right)_{x_j}+\alpha(x,t)u_t+c(x,t)u=f(x,t)+P[u(x,0)],\quad(22)$$

где $x_1\cdot K(x)>0$ при $x_1\neq0$ и где $x_1\in(\alpha_1,\beta_1),\ \alpha_1<0<\beta_1,$

$$P[u(x,0)]=\sum_{i=0}^{2}b_i(x,t)\frac{\partial^iu(x,0)}{\partial x^i}.$$

Нелокальная краевая задача периодического типа 6. Найти решение уравнения (22) из пространства Соболева $W_2^3(Q)$, удовлетворяющее следующим нелокальным краевым условиям

$$\gamma D_t^pu\big|_{t=0}=D_t^pu\big|_{t=T}\qquad(23)$$

$$\eta_i D_{x_i}^p u\big|_{x_i=\alpha_i} = D_{x_i}^p u\big|_{x_i=\beta_i}\,. \qquad (24)$$

при $p=0,1,$ где γ и $\eta_i - const \neq 0, \forall i=\overline{1,n};$

Теорема 15. Пусть выполнены следуюшие условия для коэффициентов уравнения (22), $2\alpha+\lambda K(x)\geq\delta_1>0,\ \lambda c-c_t\geq\delta_2>0$ для всех $(x,t)\in\overline{Q},$ где $\lambda=\dfrac{2}{T}\ln|\gamma|>0$ при $|\gamma|>1$ в случае (a) и $\lambda=\dfrac{2}{T}\ln|\gamma|<0$ при $|\gamma|<1$ в случае (b), $|\eta_i|\geq 1, \forall i=\overline{1,n};$ $D_t^p\alpha\big|_{t=0}=D_t^p\alpha\big|_{t=T}$; $D_t^p c\big|_{t=0}=D_t^p c\big|_{t=T}$, $(p=0,1)$ для всех $x\in\overline{\Omega},$ и пусть существует положительное число s такое, что

d_0 - s i $d_*>0$, $\qquad 2r$ є M Ч$\|b\|^2_{C^{0,1}_{x,t}(\overline{Q})}<d_*$, $\qquad$ где $d_0=\min\{d_i, i=1,2; l\,a_k\},$

$\|b\|^2_{C^{0,1}_{x,t}(\overline{Q})}=\max\{|b_i|,|b_{it}|\}, i=0,1,2\},$ $\quad M$ - постоянное число, зависящее от $(s^{-1}, l, T, g))$. Тогда для любой функции f О$W_2^2(Q)$, такой, что $\gamma D_t^p f\big|_{t=0}=D_t^p f\big|_{t=T}$, $(p=0,1)$ существует единственное решение задачи (22)-(24) в пространстве Соболева $W_2^3(Q)$.

Во *втором параграфе* третьей главы рассматриваются вопросы однозначной разрешимости полунелокальной краевой задачи для многомерного нагруженного уравнения смешанного типа второго рода.

В цилиндрической области $D=\Omega\times(0,T)$ рассмотрим уравнение смешанного типа второго рода второго порядка

$$Lu=K(x,t)u_{tt}-\left(a_{ij}(x)u_{x_j}\right)_{x_j}+\alpha(x,t)u_t+c(x,t)u=f(x,t)+P[u(x,0)]\ . \qquad (25)$$

Здесь $K(x,0)=K(x,T)=0$ при $x\in\Omega$ где, $P[u(x,0)]=\sum\limits_{i=0}^{2}b_i(x,t)\dfrac{\partial^i u(x,0)}{\partial x^i}.$

Полунелокальная краевая задача 7.

Найти решение уравнения (25) из пространства Соболева $W_2^3(D),$ удовлетворяющее следующим краевым условиям

$$g\,Чu(x,0)=u(x,T), \qquad (26)$$

$$u\big|_S=0 \qquad (27)$$

где $\gamma-$некоторое постоянное число, отличное от нуля, величина которого будет уточнена ниже.

Теорема 16. Пусть выполнены следуюшие условия для коэффициентов уравнения (25) $2(\alpha+K_t)-|K_t|+\lambda K>0$; $\lambda c-c_t>0,$ для всех $(x,t)\in\overline{D},$ где $l=\dfrac{2}{T}\ln|g|>0,$ причем $|g|>1$ в случае (a) и $|g|<1$ в случае (b),

$K_t(x,0)=K_t(x,T),\ D_t^p\alpha(x,0)=D_t^p\alpha(x,T),\ D_t^p c(x,0)=D_t^p c(x,T),\quad (p=0,1)$ для всех $x\in\overline{\Omega},$ и пусть существует положительное число σ такое, что $\delta_0-\sigma\geq\delta_*>0,\ 2r$ є M Ч $\|b\|^2_{C^{0,1}_{x,t}(\overline{D})}<d_*,$ (где $\delta_0=\min\{\lambda,\delta_i,i=1,2\},$

$\|b\|_{C^{0,1}_{x,t}(\overline{D})}=\max\{|b_i|,|b_{it}|,i=0,1,2\},\ M-$постоянное число, зависящее от $(\sigma^{-1},\lambda,T,\gamma)).$ Тогда для любой функции $f\in W_2^2(D),$ такой, что g Ч$D_t^p f\Big|_{t=0}=D_t^p f\Big|_{t=T}$, $(p=0,1)$, существует единственное решение задачи (25) - (27) в пространстве Соболева $W_2^3(D).$

В четвёртой главе диссертации, названной **«Обратные задачи для многомерного уравнения смешанного типа второго порядка»,** изучена корректность по Адамару обратной задачи для многомерного уравнения смешанного типа как первого, так и второго рода с нелокальными краевыми условиями. Для этих задач методами априорных оценок, “ε-регуляризация” и сжимаюших отображений доказаны теоремы однозначной разрешимости в определенных классах.

В *первом параграфе* четвёртой главы доказывается однозначная разрешимость обратной задачи с нелокальными краевыми условиями для многомерного уравнения смешанного типа первого рода.

Пусть $\Omega=\prod_{i=1}^{n}(\alpha_i,\beta_i),\ n-$мерный параллелепипед Евклидова пространства Р^n точек $x=(x_1,\ldots,x_n),\ \alpha_1<0<\beta_1,\ 0<\alpha_i<\beta_i<+\infty,\ i=2,3,\ldots,n.$ Обозначим через $Q=\Omega\times(0,T)\times(0,1)=Q_1\times(0,1)=\{(x,t,y);x\in\Omega,0<t<T<+\infty,0<y<1\}$ область с кусочно-гладкой границей $\partial Q=\partial Q_1\times[0,1],\partial Q_1=\partial\Omega\times[0,T].$

В области Q рассмотрим уравнение смешанного типа первого рода второго порядка

$$Lu=K(x)u_{tt}+\left(a_{ij}(x)u_{x_j}\right)_{x_i}-a(x,t)u_{yy}+\alpha(x,t)u_t+c(x,t)u=\psi(x,t,y).\qquad(28)$$

Здесь $x_1\cdot K(x)>0$ при $x_1\neq0$, где $x_1\in(\alpha_1,\beta_1)$.

В этом параграфе исследуется нелокальная краевая задача для уравнения (28); при этом неизвестными являются как само решение, так и часть правой части уравнения. А именно, предположим, что правая часть имеет вид: $\psi(x,t,y)=g(x,t,y)+h(x,t)\cdot f(x,t,y),$ где $g(x,t,y)$ и $f(x,t,y)-$ заданные функции, а функция $h(x,t)$ подлежит определению. При этом для нахождения функции $h(x,t)$ к обычной постановке нелокальной задачи добавляется еще одно условие.

Сформулируем обратную задачу с нелокальными условиями:

Найти пару функций $(u(x,t,y),h(x,t)),$ удовлетворяющих уравнению (28) в области Q, таких, что функция $u(x,t,y)$ удовлетворяет краевым условиям

$$\gamma D_t^p u\big|_{t=0} = D_t^p u\big|_{t=T}, \tag{29}$$

$$D_{x_i}^p u\big|_{x_i=\alpha_i} = D_{x_i}^p u\big|_{x_i=\beta_i}, \tag{30}$$

$$u(x,t,0) = u(x,t,1) = 0, \tag{31}$$

при $p = 0,1,\quad \gamma - const \neq 0$, дополнительному условию

$$u(x,t,\ell_0) = \phi(x,t), \quad 0 < \ell_0 < 1, \tag{32}$$

и вместе с функций $h(x,t)$ принадлежит классу

$$U = \{(u,h)\big| u(x,t,y) \in W_2^2(Q), D_y^3 u \in L_2(Q), h(x,t) \in L_2(Q_1)\}.$$

Пусть коэффициенты уравнения (28) достаточно гладкие функции и пусть выполнены следующие условия относительно коэффициентов, правой части и заданной функции $\phi(x,t)$:

Условие 1.

периодичность: $\alpha(x,0) = \alpha(x,T), c(x,0) = c(x,T), a(x,0) = a(x,T)$;

граничное условие: $D_y^p f(x,t,1) = D_y^p f(x,t,0) = 0; \quad p = 0,2$;

нелокальное условие: $\gamma \cdot g(x,0,y) = g(x,T,y); \gamma \cdot f(x,0,y) = f(x,T,y)$;

гладкость: $f(x,t,\ell_0) = f_0(x,t) \in C_{x,t}^{0,1}(Q_1), f \in C_{x,t,y}^{0,1,4}(Q); |f_0(x,t)| \geq \eta, 0 < \eta < 1$;

$g(x,t,\ell_0) = g_0(x,t) \in W_2^1(Q_1), g \in W_2^1(Q), D_y^3 g \in L_2(Q)$.

Условие 2.

$\phi(x,t) \in W_2^3(Q_1);\ \gamma \cdot D_t^q \phi\big|_{t=0} = D_t^q \phi\big|_{t=T}, q = 0,1,2; D_{x_i}^p \phi\big|_{x_i=\alpha_i} = D_{x_i}^p \phi\big|_{x_i=\beta_i}, p = 0,1.$

Сформулируем основной результат.

Теорема 17. Пусть выполнены вышеуказанные условия 1 и 2 для коэффициентов задачи (28)-(32); кроме того, пусть $2\alpha + \lambda K(x) \geq B_1 > 0$, $\lambda c - c_t \geq b_2 > 0, \quad \lambda a - a_t \geq b_3 > 0,$ где $\lambda = \dfrac{2}{T}\ln|\gamma| > 0, |\gamma| > 1$, и пусть далее существует положительное число σ такое, что для $b_0 = \min\{B_1, \lambda a_0, b_2 + b_3 \cdot \pi^4\}$ имеют место оценки $b_0 - 16\sigma = \delta_* > 0$, $B_1 - c(\sigma) > b_0 > 0$, где $c(\sigma) = \sigma^{-1}\max\{\lambda^2 \,|\, K(x)\,|, \lambda \,\|\, a_{ij}(x)\,\|_{C^1(\Omega)}\}$ и

$$M_1 \cdot \| a \|_{C(Q_1)}^2 < \frac{1}{2},$$

где

$$M_1 = \frac{(1+5\lambda^2)\,\| f \|_{C_{x,t,y}^{0,1,4}(Q)}^2 \,(1 + \| f_0 \|_{C^1(Q_1)}^2)}{\sigma \eta^4 \delta_*}.$$

Тогда функции

$$u(x,t,y) = \sqrt{2} \cdot \sum_{s=1}^{\infty} u_s(x,t) \sin \mu_s y, \tag{33}$$

$$h(x,t) = \frac{1}{f_0}[\Phi + a \cdot \sqrt{2} \cdot \sum_{s=1}^{\infty} \mu_s^2 u_s(x,t) \sin \mu_s \ell_0] \tag{34}$$

являются единственным решением линейной обратной задачи (28)-(32) из указанного класса U.

Во *втором параграфе* четвёртой главы доказывается однозначная разрешимость обратной задачи с периодическими условиями для многомерного уравнения смешанного типа первого рода.

Сформулируем обратную задачу с периодическими условиями:

Найти пару функций $(u(x,t,y), h(x,t))$, удовлетворяющих уравнению (28) в области Q, таких, что функция $u(x,t,y)$ удовлетворяет краевым условиям

$$D_t^p u\Big|_{t=0} = D_t^p u\Big|_{t=T};\ p=0,1, \tag{35}$$

$$D_{x_i}^p u\Big|_{x_i=\alpha_i} = D_{x_i}^p u\Big|_{x_i=\beta_i}, \tag{36}$$

$$u_y\Big|_{y=0} = u_y\Big|_{y=\ell} = 0. \tag{37}$$

при $p=0,1,\quad \gamma - const \neq 0$, дополнительному условию

$$u(x,t,\ell_0) = \phi(x,t) \quad \text{где} \quad 0<\ell_0<\ell<+\infty \tag{38}$$

и вместе с функций $h(x,t)$ принадлежит классу

$$U = \{(u,h)\big|\, u(x,t,y)\in W_2^2(Q), D_y^3 u \in L_2(Q), h(x,t)\in L_2(Q_1)\}.$$

Пусть коэффициенты уравнения (28) достаточно гладкие функции и пусть выполнены следующие условия относительно коэффициентов, правой части и заданной функции $\phi(x,t)$:

Условие 3.

$$g\in W_2^1(Q), D_y^3 g\in L_2(Q);\ \ g(x,0,y)=g(x,T,y);\ g(x,t,\ell_0)=g_0(x,t)\in W_2^1(Q_1).$$

$$f\in C_{x,t,y}^{0,1,4}(Q);\ \ f(x,0,y)=f(x,T,y);\ D_y^p f(x,t,0)=D_y^p f(x,t,\ell)=0;\ p=1,3;$$

$$f(x,t,\ell_0)=f_0(x,t)\in C_{x,t}^{0,1}(Q_1), \left|f_0(x,t)\right|\geq\eta>0, 0<\eta<1$$

Условие 4. Предположим, что заданная функция $\phi(x,t)$ удовлетворяет следующим условиям

$$\phi(x,t)\in W_2^3(Q_1);\ \ D_t^q\phi\Big|_{t=0} = D_t^q\phi\Big|_{t=T};q=0,1,2;\ D_{x_i}^p\phi\Big|_{x_i=\alpha_i} = D_{x_i}^p\phi\Big|_{x_i=\beta_i};p=0,1.$$

В формулировании следующих теорем мы используем собственные функции $\{Y_s(y)\}=\{\sqrt{\dfrac{1}{\ell}},\sqrt{\dfrac{2}{\ell}}\cos\mu_s y,\quad \mu_s=(\dfrac{2\pi s}{\ell}),\quad s\in\mathbb{N}$ ($\mathbb{N}$ – множество натуральных чисел), которые являются решениями спектральной задачи Штурма- Лиувиля с условиями Неймана, а система собственных функций $\{Y_s(y)\}$ образует ортонормированный базис в $L_2(0,\ell)$.

Сформулируем основной результат.

Теорема 18. Пусть выполнены вышеуказанные условия 3 и 4 для коэффициентов задачи (28), (35)-(38); кроме того, пусть $2\alpha+\lambda K(x)\geq B_1>0$, $-(\lambda c+c_t)\geq\delta_2>0$, $-(\lambda a+a_t)\geq\delta_3>0$, где $\lambda=const>0$, и пусть далее существует положительное число σ такое, что для $b_0 = \min\{B_1, \lambda a_0, b_2 + \pi^4 b_3\}$ имеют место оценки $\lambda b_0 - 16\sigma = \delta_* > 0,\ \ B_1 - c(\sigma) > b_0 > 0,$ где

$c(\sigma) = \sigma^{-1}\lambda^2 \max\{|K(x)|, \|a_{ij}(x)\|_{C^1(\Omega)}\}$ и $M_1 \cdot \|a\|^2_{C(Q_1)} < \dfrac{1}{2}$, где

$$M_1 = \frac{(1+5\lambda^2)\|f\|^2_{C^{0,1,4}_{x,t,y}(Q)}(1+\|f_0\|^2_{C^1(Q_1)})}{\sigma\eta^4\delta_*}.$$

Тогда функции

$$u(x,t,y) = \sum_{s=0}^{\infty} u_s(x,t)Y_s(y), \tag{39}$$

$$h(x,t) = \frac{1}{f_0}[\Phi + a\cdot\sum_{s=0}^{\infty}\mu_s^2 u_s(x,t)Y_s(\ell_0)] \tag{40}$$

являются единственным решением обратной задачи (28), (35)-(38) из указанного класса U.

В *третьем параграфе* четвёртой главы доказывается однозначная разрешимость обратной задачи с полунелокальными условиями для многомерного уравнения смешанного типа второго рода.

Пусть Ω – ограниченная односвязная область в пространстве R^n, с гладкой границей $\partial\Omega$. Обозначим:

$D = \Omega\times(0,T)\times(0,1) = D_1\times(0,1) = \{(x,y,t); x\in\Omega, 0<y<1, 0<t<T<+\infty\}$ и

$S = \partial\Omega\times(0,T)$.

В области D рассмотрим уравнение смешанного типа второго рода второго порядка

$$Lu = K(x,t)u_{tt} - \left(a_{ij}(x)u_{x_j}\right)_{x_i} - a(x,t)u_{yy} + \alpha(x,t)u_t + c(x,t)u = \psi(x,t,y). \tag{41}$$

Кроме того, пусть $K(x,0)\le 0\le K(x,T)$ при $x\in\bar{\Omega}$ и на знак функции $K(x,t)$ по переменной t внутри области $\bar{D}$ не накладываем никаких ограничений, то есть функция $K(x,t)$ внутри области может менять знак. Уравнение (41) - эллиптическое, параболическое или гиперболическое в $\bar{D}$, если соответственно $K(x,t)>0, K(x,t)=0$ и $K(x,t)<0$. Такие уравнения называются уравнениями смешанного типа второго рода.

В этом параграфе исследуется нелокальная краевая задача для уравнения (41); при этом неизвестными являются как само решение, так и часть правой части уравнения. А именно, предположим, что правая часть имеет вид: $\psi(x,t,y) = g(x,t,y) + h(x,t)\cdot f(x,t,y)$, где $g(x,t,y)$ и $f(x,t,y)$ – заданные функции, а функция $h(x,t)$ подлежит определению. При этом для нахождения функции $h(x,t)$ к обычной постановке нелокальной задачи добавляется еще одно условие.

Сформулируем обратную задачу с полунелокальными условиями:

Найти пару функций $(u(x,t,y), h(x,t))$, удовлетворяющих уравнению (41) в области Q, таких, что функция $u(x,t,y)$ удовлетворяет краевым условиям

$$\gamma \cdot u(x,0,y) = u(x,T,y), \tag{42}$$

$$u\big|_S = 0, \tag{43}$$

$$u(x,t,0) = u(x,t,1) = 0, \tag{44}$$

при $p = 0,1$, $\gamma - const \neq 0$, дополнительному условию

$$u(x,t,\lambda_0) = f(x,t), \quad \text{где } 0 < \lambda_0 < l < +\infty \tag{45}$$

и вместе с функций $h(x,t)$ принадлежит классу

$$U = \{(u,h) \big| u(x,t,y) \in W_2^2(D), D_y^3 u \in L_2(D), h(x,t) \in L_2(D_1)\}.$$

Пусть коэффициенты уравнения (41) достаточно гладкие функции и пусть выполнены следующие условия относительно коэффициентов, правой части и заданной функции $\phi(x,t)$:

Условие 5. $a(x,0) = a(x,T)$, $c(x,0) = c(x,T)$, $a(x,0) = a(x,T)$;

$(1 + D^3_{x_{n+1}})g \in W^1_2(D)$; $\gamma g(x,0,y) = g(x,T,y)$; $g(x,t,\lambda_0) = g_0(x,t) \in W^1_2(D_1)$.

$(1 + D^3_{x_{n+1}})f \in W^1_2(D)$; $\gamma f(x,0,y) = f(x,T,y)$; $f(x,t,\lambda_0) = f_0(x,t) \in W^1_2(D_1)$, $|f_0(x,t)| \geq h > 0$.

Условие 6. $f(x,t) \in W^2_2(D_1)$, $\gamma f(x,0) = f(x,T)$, $f\big|_S = 0$.

Сформулируем основной результат.

Теорема 19. Пусть выполнены вышеуказанные условия 5 и 6 для коэффициентов задачи (41)-(45); кроме того, пусть $2a - |K_t| + \lambda K \geq \delta_1 > 0$, $\lambda c - c_t \geq \delta_2 > 0$, $\lambda a - a_t \geq \delta_3 > 0$, где $\lambda = \dfrac{2}{T}\ln|\gamma| > 0$, $|\gamma| > 1$, и пусть существует положительное число σ такое, что $\delta_0 - \sigma \geq \delta_* > 0$;

$$2r \leq M \sum_{s=1}^{\infty} (1 + \mu_s^6) \|f_s\|^2_{W_2^1(Q_1)} < \delta_*, \text{ где } \delta_0 = \min\{\delta_i, i = 1,2; \lambda a_0, \delta_3 \cdot (\frac{\pi}{l})^2\},$$

M - постоянное число, зависящее от $(h; \sigma^{-1}; \|a\|_{C^1(D_1)}; \|g_0\|_{W_2^1(D_1)}; mes(D_1))$.

Тогда функции

$$u(x,t,y) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sum_{s=1}^{\infty} u_s(x,t) \sin \mu_s y, \tag{46}$$

$$h(x,t) = \frac{1}{f_0}[\Phi + \alpha \cdot \sqrt{\frac{2}{\ell}} \cdot \sum_{s=1}^{\infty} \mu_s^2 u_s(x,t) \sin \mu_s \ell_0] \qquad (47)$$

являются единственным решением линейной обратной задачи (41)-(45) из указанного класса U.

В *четвертем параграфе* четвёртой главы доказывается однозначная разрешимость обратной задачи с нелокальными граничными условиями для многомерного уравнения смешанного типа второго рода.

Пусть $\Omega = \prod_{i=1}^{n} (a_i, b_i)$, n - мерный параллелепипед Евклидова пространства $\mathbb{R}^n$ точек $(x_1,...,x_n)$, $0 < a_i \leq x_i \leq b_i < +\infty$, $\forall i = \overline{1,n}$.

Обозначим через

$Q = \Omega \times (0,T) \times (0,\ell) = Q_1 \times (0,\ell) = \{(x,t,y); x \in \Omega, 0 < y < \ell, 0 < t < T < +\infty\}$

область с кусочно-гладкой границей $\partial Q = \partial Q_1 \times [0,\ell]$, $\partial Q_1 = \partial\Omega \times [0,T]$.

В области Q рассмотрим дифференциальное уравнение второго порядка

$$Lu = K(x,t)u_{tt} - \left(a_{ij}(x)u_{x_j}\right)_{x_i} - a(x,t)u_{yy} + \alpha(x,t)u_t + c(x,t)u = \psi(x,t,y). \qquad (48)$$

Здесь $K(x,0) \leq 0 \leq K(x,T)$ при $x \in \overline{\Omega}$

Сформулируем обратную задачу нелокальными условиями:

Найти пару функций $(u(x,t,y), h(x,t))$, удовлетворяющих уравнению (48) в области Q, таких, что функция $u(x,t,y)$ удовлетворяет краевым условиям

$$\gamma \cdot u(x,0,y) = u(x,T,y), \qquad (49)$$

$$D_{x_i}^p u\Big|_{x_i=\alpha_i} = D_{x_i}^p u\Big|_{x_i=\beta_i}, \qquad (50)$$

$$u_y\Big|_{y=0} = u_y\Big|_{y=\ell} = 0 \qquad (51)$$

при $p = 0,1$, $\gamma - const \neq 0$, дополнительному условию

$$u(x,t,\ell_0) = f(x,t), \quad \text{где } 0 < \ell_0 < \ell < +\infty \qquad (52)$$

и вместе с функций $h(x,t)$ принадлежит классу

$$U = \{(u,h) \big| u(x,t,y) \in W_2^2(Q), D_y^3 u \in L_2(Q), h(x,t) \in L_2(Q_1)\}.$$

Пусть коэффициенты уравнения (48) достаточно гладкие функции и пусть выполнены следующие условия относительно коэффициентов, правой части и заданной функции $\phi(x,t)$:

Условие 7. $\alpha(x,0) = \alpha(x,T)$, $c(x,0) = c(x,T)$, $a(x,0) = a(x,T)$;

$(1 + D_y)g \in W_2^1(Q)$; $\gamma g(x,0,y) = g(x,T,y)$; $g(x,t,\ell_0) = g_0(x,t) \in W_2^1(Q_1)$.

$f\ \mathrm{O}C^{0,1,4}_{x,t,y}(Q);\quad gf(x,0,y) = f(x,T,y);\ D^p_y f(x,t,0) = D^p_y f(x,t,1) = 0; p = 1,3;$

$f(x,t,l_0) = f_0(x,t)\ \mathrm{O}C^{0,1}_{x,t}(Q_1),\ |f_0(x,t)|$ i $h > 0, 0 < h < 1.$

Условие 8. $\phi(x,t) \in W^3_2(Q_1);\ \gamma \cdot D^q_t\phi\big|_{t=0} = D^q_t\phi\big|_{t=T}, q = 0,1,2;\ D^p_{x_i}\phi\big|_{x_i=\alpha_i} = D^p_{x_i}\phi\big|_{x_i=\beta_i}, p = 0,1.$

Сформулируем основной результат.

Теорема 20. Пусть выполнены вышеуказанные условия 7 и 8 для коэффициентов задачи (48)-(52); кроме того, пусть $2\alpha - |K_t| + \lambda K \ge B_1 > 0,$ $\lambda c - c_t \ge b_2 > 0,\quad \lambda a - a_t \ge b_3 > 0,$ где $\lambda = \frac{2}{T}\ln|\gamma| > 0,\quad |\gamma| > 1,$ и пусть далее существует положительное число σ такое, что для $b_0 = \min\{B_1, \lambda a_0, b_2 + b_3(\frac{2\pi}{\ell})^2\}$ имеют место оценки $b_0 - 16\sigma = \delta_* > 0,\quad B_1 - c(\sigma) > b_0 > 0$ и $M \cdot \|a\|^2_{C(Q_1)} < \frac{1}{2},$ где $c(\sigma) = \sigma^{-1}\lambda\max\{\|K\|_{C^1(Q_1)}, \|a_{ij}(x)\|_{C^1(\Omega)}\}$ и

$$M = \frac{(1+5\lambda^2)\|f\|^2_{C^{0,1,4}_{x,t,y}}(1+\|f_0\|^2_{C^1(Q_1)})}{\sigma\eta^4\delta_*}.$$

Тогда функции

$$u(x,t,y) = \sum_{s=0}^{\infty} u_s(x,t)Y_s(y), \tag{53}$$

$$h(x,t) = \frac{1}{f_0}[\Phi + a \cdot \sum_{s=0}^{\infty} \mu_s^2 u_s(x,t)Y_s(\ell_0)] \tag{54}$$

являются единственным решением обратной задачи (48)-(52) из указанного класса U.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Диссертационная работа посвящена развитию теории и общих методов решения нелокальных краевых задач для уравнений смешанного типа как первого, так и второго рода второго порядка, а также для нагруженных уравнений смешанного и составного типов, применению к изучению вопросов корректности по Адамару обратных задач для смешанных и нагруженных уравнений смешанного и составного типов.

В заключение можно сделать следующие выводы по результатам исследований:

1. Доказаны теоремы о единственности, существовании и гладкости решения нелокальных краевых задач для линейного многомерного уравнения смешанного типа первого рода второго порядка в пространствах Соболева $W_2^m(Q)$, где $2 \le m$ – целое конечное число.

2. Доказаны теоремы о единственности, существовании и гладкости решения нелокальных краевых задач для линейных и нелинейного многомерных уравнений смешанного типа второго рода второго порядка в пространствах Соболева $W_2^m(Q)$, где $2 \le m$ – целое конечное число.

3. Доказаны теоремы о единственности, существовании и гладкости решения нелокальных краевых задач для многомерных нагруженных уравнений смешанного типа как первого, так и второго рода второго порядка в пространстве Соболева $W_2^3(Q)$.

4. Доказаны теоремы об однозначной разрешимости некоторых обратных задач для многомерных уравнений смешанного типа как первого рода, так и второго рода второго порядка в определенных классах Соболева.

5. Методы и результаты диссертационной работы могут быть использованы в теоретических исследованиях в таких математических дисциплинах, как дифференциальные и интегральные уравнения, уравнения математической физики, а разделы диссертации могут составить содержание специальных курсов для студентов, обучающихся по специальности «Математика».

SCIENTIFIC COUNCIL AWARDING OF THE SCIENTIFIC DEGREES DSc.27.06.2017.FM.01.01 AT NATIONAL UNIVERSITY OF UZBEKISTAN, INSTITUTE OF MATHEMATICS

INSTITUTE OF MATHEMATICS

DZAMALOV SIROJIDDIN ZUXRIDDINOVICH

NONLOCAL BOUNDARY AND INVERSE PROBLEMS FOR NONCLASSICAL EQUATIONS OF MATHEMATICAL PHYSICS

01.01.02 – Differential equations and mathematical physics
(Physical and mathematical sciences)

DISSERTATION ABSTRACT OF DOCTORAL DISSERTATION (DSc)
ON PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

Tashkent – 2019

The theme of doctoral dissertation (DSc) was registered at the Supreme Attestation Commission at the Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan under number B2017.3.DSc/FM86

Dissertation has been prepared at Institute of Mathematics.

The abstract of the dissertation is posted in three languages (Uzbek, Russian, English (summary)) on the website http://fti-kengash.uz/ and an the website of "ZiyoNet" information and educational portal http://www.ziyonet.uz/.

Scientific consultant:	**Ashurov Ravshan Radjapovich** doctor of physical and mathematical sciences, professor
Official opponents:	**Sadybekov Maxmud Abdisametovich** doctor of physical and mathematical sciences, professor
	Holmuxamedov Olimjan Raximovich doctor of physical and mathematical sciences, professor
	Fayazov Kudratullo Sadriddinovich doctor of physical and mathematical sciences
Leading organization:	**Urgench State University**

Defense will take place «____» __________ 2019 at ____ at the meeting of Scientific council number DSc.27.06.2017.FM.01.01 at National University of Uzbekistan (Address: 100174, Uzbekistan, Tashkent city, Almazar area, University str.,4, Ph.: (99871) 227-12-24, fax: (99871) 246-53-21, 246-02-24, e-mail: nauka@nuu.uz).

Doctoral dissertation is possible to review in Information-resource centre at National University of Uzbekistan (is registered № _____) (Address: 100174, Uzbekistan, Tashkent city, Almazar area, University str., 4. Ph.: (99871) 246-02-24).

Abstract of dissertation sent out on « ___ » _________ 2019.
(mailing report № __ on « ___ » ____________ 2019).

A.S.Sadullaev
Chairman of Scientific Council
on award of scientific degrees,
D.Ph.M.S., academician

G.I. Botirov
Scientific secretary of Scientific Council
on award of scientific degrees, C.Ph.M.S.

A.Azamov
V.Chairman of Scientific Seminar under Scientific
Council on award of scientific degrees,
D.Ph.M.S., academician

INTRODUCTION (abstract of DSc thesis)

The urgency and relevance of the dissertation topic. The study of non-local boundary value and inverse problems for non-classical equations of mathematical physics, in particular, for equations of mixed type, has various and important applications. Therefore, the development of the theory of non-local and inverse problems of mixed type equations and their application is one of the important tasks.

The aim of the research work is to solve non-local boundary value and inverse problems for equations of the mixed type of both the first and second kind.

The tasks of research work:

prove unique solvability and smoothness in Sobolev spaces of non-local boundary value problems for multidimensional linear equations of the second order of mixed type of the first kind;

prove unique solvability and smoothness in Sobolev spaces of non-local boundary value problems for multidimensional linear and non-linear equations of the second order of mixed type of the second kind;

prove unique solvability in Sobolev spaces of non-local boundary value problems for a multidimensional loaded equation of mixed type of the first kind;

prove unique solvability in Sobolev spaces of non-local boundary value problems for a multidimensional loaded equation of mixed type of the second kind;

prove Hadamard correctness in Sobolev spaces of inverse problems with nonlocal boundary conditions for a multidimensional mixed equation of the first kind.

prove Hadamard correctness in Sobolev spaces of inverse problems with nonlocal boundary conditions for a multidimensional mixed equation of the second kind.

The object of the research work is the equations of the second orderof mixed type of the first and second kind, equations of the third and composite types with a small parameter, loaded equations for the listed equations.

Scientific novelty of the research work

We have proved the unique solvability and smoothness of the solution of some non-local boundary value problems for multidimensional linear equations of mixed type of the first kind;

unique solvability and smoothness of the solution of some non-local boundary value problems for multidimensional linear and nonlinear equations of mixed type of the second kind;

unique solvability of some non-local boundary value problems for multidimensional loaded equations of mixed type of the first kind;

unique solvability of some non-local boundary value problems for multidimensional loaded equations of mixed type of the second kind;

the correctness of the solution of some inverse problems with nonlocal boundary conditions for multidimensional equations of mixed type of the first kind.

The correctness of the solution of some inverse problems with nonlocal boundary conditions for multidimensional equations of mixed type of the second kind.

Summary of the dissertation. The thesis is devoted to the study of non-local boundary value and inverse problems for non-classical equations of mathematical physics, in particular, for equations of the mixed type of both the first and second kind.

Implementation of research results: The results obtained in the thesis have been used in the following research projects:

- the results obtained for a multidimensional mixed-type equation of the second order have been used in a foreign grant No. 0824 / GF4 “Non-local boundary value problems, construction of stable analytical and numerical methods ” in 2015-2017 (Institute of Mathematics and Mathematical Modeling of the Republic of Kazakhstan, reference number 01-04 / 195 of 11/20/2018). The use of these results has allowed investigating the correctness of boundary value problems for differential operators of mixed type.

- the results obtained for the multidimensional equation of mixed type have been used in the works of the research laboratory “Fractional calculus and their application” (Kamchatca State University named after V. Bering, reference No. 55-06 dated 11/20/2018). The results obtained have allowed solving the boundary value problems of non-classical equations of mathematical physics, processes of radon mass transfer in fractal media, establishing the correctness of boundary value problems for differential equations of mathematical physics;

The outline of the thesis:

1. The theorems on uniqueness, existence and smoothness of the solution of non-local boundary value problems for a linear multidimensional mixed type equation of the first kind of second order in Soboev spaces $W_2^m(Q)$, are proved where $m \geq 2$ is an integer;

2. The theorems on uniqueness, existence and smoothness of the solution of non-local boundary value problems for linear and non-linear multidimensional mixed-type equations of the second kind of second order in Soboev spaces $W_2^m(Q)$, are proved where $m \geq 2$ is an integer;

3. Theorems on uniqueness, existence and smoothness of second order of the solution of non-local boundary value problems for a multidimensional loaded equation of mixed type of both first and second kind in Sobolev space $W_2^3(Q)$, are proved

4. We have proved theorems on unique solvability of certain inverse problems for a multidimensional mixed type equation of the first kind of second order in certain classes of Sobolev spaces;

5. Methods and results of the thesis can be used in theoretical studies in such mathematical disciplines as fractional calculus, differential and integral equations, equations of mathematical physics and theses sections can make up the content of special courses for students studying in the specialty "Mathematics".

ЭЪЛОН ҚИЛИНГАН ИШЛАР РЎЙХАТИ
СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ
LIST OF PUBLISHED WORKS

I бўлим (I часть; I part)

1. Джамалов С.З. Линейные задачи управления для уравнения смешанного типа второго в многомерном случае. // Доклады Академии Наук Республики Узбекистан. - Ташкент, 2011, № 5.С.14-16. (01.00.00; № 7)
2. Джамалов С.З. О гладкости решения одной нелокальной краевой задачи для уравнения смешанного типа второго рода в пространстве. // Доклады Академии Наук Республики Узбекистан. - Ташкент, 2012, № 2, С.12-14. (01.00.00; № 7)
3. Джамалов С.З. Об одной нелокальной краевой задачи для уравнения смешанного типа второго рода второго порядка. // Узбекский математический журнал. - Ташкент, 2014г, № 1, С.5-14. (01.00.00; № 6)
4. Джамалов С.З. Об одной линейной обратной задаче для уравнения смешанного типа второго рода, второго порядка в трехмерном пространстве. // Узбекский математический журнал. - Ташкент, 2014г, № 4, с.29-35. (01.00.00; № 6)
5. С.З.Джамалов. О разрешимости нелокальной краевой задаче с переменными коэффициентами для уравнения смешанного типа второго порядка в прямоугольнике. // Доклады Академии Наук Республики Узбекистан. - Ташкент, 2015, № 1, С.12-14. (01.00.00; № 7)
6. С.З.Джамалов. О разрешимости нелокальной и интегральной краевой задаче с переменными коэффициентами для уравнения смешанного типа второго порядка в прямоугольнике. // Доклады Академии Наук Республики Узбекистан. - Ташкент,2015, № 5. С.3-4. (01.00.00; № 7)
7. Джамалов С.З. Об одной нелокальной краевой задаче с постоянными коэффициентами для уравнения Трикоми. // Узбекский математический журнал. - Ташкент, -2016.г, №-2, С.51-60. (01.00.00; № 6)
8. Djamalov S.Z. On the correctness of a nonlocal problem for the second order mixed type equations of the second kind in a rectangle. // IIUM, engineering journal. –Malaysia, 2016,-vol. 17, № 2,-pp.95-104. (№3.Scopus.IF=0,33)
9. Джамалов С.З. О корректности одной нелокальной краевой задачи с постоянными коэффициентами для уравнения смешанного типа второго рода второго порядка в пространстве. // Математические заметки СВФУ, 2017. №4, С.17-28. (РИНЦ.IF=0,178).
10. Джамалов С.З. Об одной нелокальной краевой задаче с постоянными коэффициентами для многомерного уравнения смешанного типа первого рода // Вестник Самарского государственного технического университета, Серия «Физико-математические науки». -Самара, 2017. т.21, №4,- С.1-14. (5.Global Impact Factor.IF=0,876).

11. Джамалов С.З. Об одной линейной обратной задаче для уравнения смешанного типа первого рода второго порядка в трехмерном пространстве // Узбекский математический журнал.-Ташкент, 2017 №2 с.58-65. (01.00.00;№ 6)
12. Джамалов С.З. Об одной нелокальной краевой задаче с постоянными коэффициентами для уравнения смешанного типа второго рода, второго порядка в прямоугольнике//Журнал Средне волжского Математического Общества. - Саранск, 2017. - том19, №4,-С.12-21. (2015, 01.00.00: №134)
13. Dzhamalov S.Z. The nonlocal boundary value problem with constant coefficients for the mixed type of equation of the first kind in a plane. // Malaysian Journal of Mathematical Sciences. - Kuala-Lumpur, 2018, v.12, №1, pp.49-62 (41. SCImago. IF. = 0.30).
14. Dzhamalov S.Z. The nonlocal boundary value problem with constant coefficients for the multidimensional equation of the mixed type of the second kind, the second order // Journal of Siberian Federal University.2018, v.11, № 4, pp.472-481. (№59.Scopus. IF= 0,26)
15. Dzhamalov S.Z. Ashurov. R.R. On a nonlocal boundary-value problem for second kind second-order mixed type loaded equation in a rectangle // Uzbek Mathematical Journal. 2018, no.3, pp.63-72.(01.00.00; № 6)
16. С.З.Джамалов. Р.Р.Ашуров. Об одной линейной обратной задаче для многомерного уравнения смешанного типа второго рода, второго порядка. // Дифференциальные уравнения - Минск, 2019, т.55. № 1, С.34-44. (11.Springer.IF=0,431)
17. Dzhamalov S.Z. Ashurov R.R. On a nonlocal boundary value problem for Chaplygin's loaded equation in a rectangle // Uzbek Mathematical Journal.-2018, №4, pp.6-14. (01.00.00; № 6)
18. С.З.Джамалов. О корректности одной нелокальной краевой задачи с постоянными коэффициентами для нелинейного уравнения смешанного типа второго рода второго порядка в пространстве. // Украинский. Мат журн.2019г, т.71, №1, С.17-31. (40.Research Gate.IF=0.30)

II бўлим (II часть; II part)

19. Djamalov S.Z. Linear inverse problem for Trikomy equation in three-dimensional space. // Bulletin KRASES. Phys. &Math.Sci.-2016.v.13.no2, pp.10-15.
20. Джамалов С.З. Линейная обратная задача для уравнения смешанного типа второго рода, второго порядка с нелокальными граничными условиями в трёхмерном пространстве. // Вестник КРАУНЦ.2017, Т1, №13, с. 7–13с.
21. Джамалов С.З., АшуровР.Р. О гладкости одной нелокальной краевой задачи для многомерного уравнения Чаплыгина в пространстве. // Казахский математический журнал. -2018г, Т18, №2, с59-70.

22. Джамалов С.З. Об одной обратной задаче для многомерного уравнения смешанного типа первого рода, второго порядка с периодическими условиями. // Вестник КРАУНЦ, 2018, №4, с.10-18.
23. Джамалов С.З. Об одной нелокальной краевой задаче для уравнения смешанного типа второго рода в пространстве // Бюллетень ИМ АН РУз,2018, №1, с.1-8**.**
24. Джамалов С.З. Об одной обратной задаче для многомерного уравнения смешанного типа первого рода, второго порядка с полупериодическими условиями. // Бюллетень ИМ АН РУз,2018, №2, с.9-15.
25. Джамалов С.З., АшуровР.Р. Обратная задача для многомерного уравнения смешанного типа второго рода, второго порядка с нелокальными граничными условиями. // Бюллетень ИМ АН РУз,2018, №3, с.5-11.
26. Джамалов С.З. Об одной линейной задаче управления для уравнения смешанного типа второго типа в модельном случае. // Международной научной конференции «Дифференциальные уравнения и их приложения.» г. Самара. 2011г. с.39-40.
27. Джамалов С.З. О корректности одной нелокальной краевой задачи для уравнения смешанного типа второго рода второго порядка в плоскости. // Второй международный Российско-Узбекский симпозиум. «Уравнения смешанного типа и родственные проблемы анализа». г.Нальчик.2012 с.86-88.
28. Джамалов С.З. О корректности одной нелокальной краевой задачи для уравнения смешанного типа второго порядка в пространстве. // Международная конференция, посвященная 80-летию со дня рождения академика Лаврентьева М.М. г.Новосибирск.5.08-12.08. 2012г. С.362-363
29. Джамалов С.З. Об одной нелокальной краевой задачи для уравнения смешанного типа высокого порядка. // 7-Международная конференция по математическому моделированию. Якутск.30.06-04.07. 2014г. с.95-98
30. Джамалов С.З. Об одной линейной обратной задаче для уравнения смешанного типа второго порядка в трехмерном пространстве. // Материалы международной научной конференции «Краевые задачи для дифференциальных уравнений. Казань. 29.09-1.10.2014г с.152-154.
31. Джамалов С.З. О некоторых прямых и обратных задач для уравнения смешанного типа в пространстве. // Республиканская научная конференция с участием зарубежных ученных.г.Ташкент.23.10-25.10.2014г.с.133-134.
32. Джамалов С.З. О корректности некоторых обратных задач для уравнения смешанного типа первого рода второго порядка в трехмерном пространстве. // Республиканская научная конференция с участием зарубежных ученных.г.Ташкент.15.04-17.04.2015г. С.272-274.
33. Джамалов С.З. О корректности некоторых прямых и обратных задачах для уравнения смешанного типа первого рода, второго порядка в пространстве. // Международная научная конференция «Дифференциальные уравнения и математическое моделирование». г. Улан-Удэ, Байкал. 22.06-27.06. 2015г.С.100-101.

34. Джамалов С.З. О корректности некоторых прямых и обратных задачах для уравнения смешанного типа второго рода, второго порядка в пространстве. // Международная научная конференция «Дифференциальные уравнения и математическое моделирование». г. Улан-Удэ, Байкал. 22.06-27.06.2015г. С.98-99.
35. Джамалов С.З. О корректности некоторых обратных задачах для уравнения смешанного типа в пространстве. // Международная научная конференция «Актуальные проблемы вычислительной и прикладной математики». г. Новосибирск, 19.10-23.10.2015г. С.88-89.
36. Джамалов С.З. О корректности некоторых обратных задач для уравнения Трикоми. // Респуб.науч. конф.с участием зарубежных ученых «Математическая физика и родственные проблемы современного анализа» г. Бухара. 26-27.11.2015г.
37. Джамалов С.З. Обратная задача с интегральным условием переопределения для вырождающегося гиперболо-параболического уравнения в пространстве. // Международная научная конференция «Актуальные проблемы теории уравнений в частных производных». г. Москва, 16.06-18.06.2016г. С.20.
38. S.Z.Dzhamalov.The univalent resolvability of one nonlocal boundary value problem with variable coefficients for the mixed type equation of the second kind of the second order in a rectangle. // «24^{th} International Conference on on Finite or Infinite Dimensional Complex Analysis and Applications», Jaipur, India, August 22-26, 2016.p.206.
39. S.Z.Dzhamalov. About the correctness to some nonlocal boundary value problem for the equation of the mixed type of the first kind, the second order in space. // «International Conference on Analysis and Applied Mathematics» (ICAAM), Kazaxistan, 7-10.09.2016.p.68.
40. S.Z.Dzhamalov. About the correctness, some direct and inverse problems for the mixed type equation of the second kind, the second order in three-dimensional space. // The International Conference "Nonlinear Analysis and its Applications" Samarkand, Uzbekistan, 19-21.09.2016.p.90.
41. Джамалов С.З. О корректности некоторой прямой и обратной задачи для уравнения смешанного типа первого рода, второго порядка в трехмерном пространстве // Международная научная конференция «Актуальные проблемы прикладной математики и информационных технологий». г. Бухара.9-11.11.2016г.с.148-149.
42. Джамалов С.З. О разрешимости одной нелокальной и интегральной краевой задачи с переменными коэффициентами для уравнения смешанного типа второго рода второго порядка. // Международная научная конференция «Актуальные проблемы прикладной математики и информатики». г. Нальчик. Кабардино-Балкарская Республика.17-21. 10.2016г, с.92-95.
43. Джамалов С.З. О корректности некоторых прямых и обратных задач для уравнения смешанного типа второго рода второго порядка. // Республиканская научная конференция с участием зарубежных ученных.г.Ташкент.1.05-3.05.2017г

44. Джамалов С.З. О корректности одной нелокальной краевой задачи с постоянными коэффициентами для уравнения смешанного типа второго рода второго порядка в прямоугольнике. // Международная научная конференция «Актуальные проблемы прикладной математики и физики». г. Нальчик. 17.05-21.05.2017г.
45. Джамалов С.З. О корректности некоторых обратных задач для уравнения смешанного типа второго рода в пространстве. // Международная научная конференция «Математика в современном мире». г. Новосибирск. 19.08-19.08.2017г.
46. Джамалов С.З. Об однозначной разрешимости одной нелокальной и интегральной краевой задачи с переменными коэффициентами для уравнения смешанного типа второго рода, второго порядка. // Международная научная конференция «Математика в современном мире». г. Новосибирск. 19.08-19.08.2017г.
47. Джамалов С.З. О корректности некоторой периодической краевой задачи для нелинейного уравнения смешанного типа первого рода, второго порядка в пространстве. // VI- Конгресс Математического общества тюркского мира, 2-5.10.2017г.
48. Джамалов С.З. О корректности одной нелокальной краевой задачи с постоянными коэффициентами для нелинейного уравнения смешанного типа второго рода, второго порядка в пространстве. // VIII- Международная конференция по математическому моделированию, с 4 по 8 июля, г. Якутск, с.37.
49. Джамалов С.З. Обратная задача с интегральным условием переопределения для вырождающегося гиперболо-параболического уравнения в пространстве. // Международная научная конференция «Дифференциальные уравнения и смежные проблемы», посвященная 110-летию проф. Пулькина С.П. и 90-летию проф. Волкодавова В.Ф., с 9 по 13 октября 2017 года.
50. Джамалов С.З. Нелокальная краевая задача для нагруженного уравнения смешанного типа второго рода второго порядка в плоскости. //Международная конференция "Комплексный анализ, математическая физика, нелинейные уравнения» с 12 по 16 марта,2018г, г. Башкортостан. с.27.
51. Джамалов С.З, Ашуров Р.Р. Об одной нелокальной краевой задаче для нагруженного уравнения смешанного типа первого рода второго порядка в прямоугольнике. // Международная конференция «Актуальные проблемы прикладной математики» с 22 по 26 мая,2018г, г. Нальчик.с.91.
52. Джамалов С.З, Ашуров Р.Р. Об одной линейной обратной задаче для многомерного уравнения смешанного типа первого рода, второго порядка // Международная конференция «Дифференциальные уравнения и смежные вопросы» с 25 по 29 июня,2018г, г. Стерлитамак. Россия.с.191.
53. S.Z.Dzhamalov, R.R.Ashurov, A.Nishonbaev. About a correctness of some inverse problems with nonlocal boundary conditions for Chaplygin's equation in three-dimensional space. // Of the International Conference «Modern problems of

applied mathematics and information technology-al khorezmiy 2018» Tashkent, Uzbekistan, 13-15.09.2018.p.200

54. S.Z.Dzhamalov, R.R.Ashurov. About a correctness of some inverse problems with periodic conditions for the equation of Trisomy in three-dimensional space. // The International Conference «Mathematical Analysis and its Application to Mathematical Physics» Samarkand, Uzbekistan, 17-20.09.2018.p.90.
55. С.З.Джамалов, Р.Р.Ашуров. Об одной нелокальной краевой задаче для ногомерного нагруженного уравнения смешанного типа первого рода // V-Международная конференция «Нелокальные краевые задачи и родственные проблемы математической биологии, информатики и физики» с 4 по 7 декабря,2018г, г. Нальчик. С.68

Автореферат «Ўзбекистон математика журнали» таҳририятида таҳрирдан ўтказилди (декабрь 2018 йил).

Босишга рухсат этилди: 24.12.2018 йил
Бичими 60x84 $^{1}/_{16}$, «Times New Roman»
гарнитурада рақамли босма усулида босилди.
Шартли босма табоғи 3,7. Адади: 100. Буюртма: № _____.
Ўзбекистон Республикаси Фанлари Академияси,
«ФАН» нашриёти давлат корхонаси босмахонасида чоп этилди.
100047, Тошкент ш, Яҳё Ғуломов кўчаси, 70-уй.