**ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ ҲУЗУРИДАГИ
ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ DSc.30.09.2019.FM.01.01 РАҚАМЛИ
ИЛМИЙ КЕНГАШ**

МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТИ

САТТАРОВ ИСКАНДАР АБУ-АЛИЕВИЧ

p-АДИК (2, 1)–РАЦИОНАЛ ВА (3, 2)–РАЦИОНАЛ ФУНКЦИЯЛАРНИНГ ДИНАМИК СИСТЕМАЛАРИ

01.01.01 – Математик анализ

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD)
ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ**

ТОШКЕНТ–2019

УДК: 517.98

Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD) диссертацияси автореферати мундарижаси

Content of the abstract of doctor of philosophy (PhD) dissertation on physical-mathematical sciences

Оглавление автореферата диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам

ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ DSc.30.09.2019.FM.01.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТИ

САТТАРОВ ИСКАНДАР АБУ-АЛИЕВИЧ

p-АДИК (2, 1)–РАЦИОНАЛ ВА (3, 2)–РАЦИОНАЛ ФУНКЦИЯЛАРНИНГ ДИНАМИК СИСТЕМАЛАРИ

01.01.01 – Математик анализ

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

ТОШКЕНТ–2019

Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (Doctor of Philosophy) диссертацияси мавзуси Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамаси ҳузуридаги Олий аттестация комиссиясида B2017.3.PhD/FM131 рақам билан рўйхатга олинган.

Диссертация Ўзбекистон Республикаси Фанлар Академияси В.И.Романовский номидаги Математика институтида бажарилган.

Диссертация автореферати уч тилда (ўзбек, инглиз, рус (резюме)) Илмий кенгаш веб-саҳифасида (www.ik-fizmat.nuu.uz) ва «Ziyonet» Ахборот таълим порталида (www.ziyonet.uz) жойлаштирилган.

Илмий раҳбар:	**Розиков Уткир Абдуллоевич** физика-математика фанлари доктори, профессор
Расмий оппонентлар:	**Рахимов Абдуғофур Абдумажидович** физика-математика фанлари доктори, профессор
	Хатамов Носиржон Муйдинович физика-математика фанлари номзоди, доцент
Етакчи ташкилот:	**Самарқанд давлат университети**

Диссертация ҳимояси Ўзбекистон Миллий университети ҳузуридаги DSc.30.09.2019.FM.01.01 рақамли Илмий кенгашнинг 2019 йил «___»_________ соат____ даги мажлисида бўлиб ўтади. (Манзил: 100174, Тошкент ш., Олмазор тумани, Университет кўчаси, 4-уй. Тел.: (+99878) 227-12-24, факс: (+99878) 246-53-21, 246-02-24, e-mail: nauka@nuu.uz).

Диссертация билан Ўзбекистон Миллий университетининг Ахборот-ресурс марказида танишиш мумкин (___ рақами билан рўйхатга олинган). (Манзил: 100174, Тошкент ш., Олмазор тумани, Университет кўчаси, 4-уй. Тел.: (+99878) 246-02-24).

Диссертация автореферати 2019 йил «____» _______________куни тарқатилди.
(2019 йил «____» ___________ даги _______ рақамли реестр баённомаси).

А. Садуллаев
Илмий даражалар берувчи Илмий кенгаш раиси, ф.-м.ф.д., профессор, академик

Н.К. Мамадалиев
Илмий даражалар берувчи Илмий кенгаш илмий котиби, ф.-м.ф.ф.д.

В.И. Чилин
Илмий даражалар берувчи Илмий кенгаш қошидаги илмий семинар раиси, ф.-м.ф.д., профессор

КИРИШ (фалсафа доктори (PhD) диссертацияси аннотацияси)

Диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати. Жаҳон миқёсида олиб борилаётган кўплаб илмий-амалий тадқиқотлар аксарият ҳолларда Архимед ёки ноархимед майдонларда аниқланган функцияларнинг динамикасини тадқиқ қилишга келтирилади. *p*-Адик рационал функциялар ёрдамидаги дискрет вақтли динамик системалар информатикада, рақамли таҳлил ва криптографияда, психодинамика ва автоматика назариясида ҳамда генетик кодлаш ва популяцияни бошқаришда муҳим аҳамиятга эга. Шунинг учун, *p*-адик сонлар майдонидаги рационал функцияларнинг дискрет вақтли динамикасини тадқиқ этиш *p*-адик динамик системалар назариясида долзарб ва муҳим вазифалардан бири бўлиб қолмоқда.

Ҳозирги кунда жаҳонда *p*-адик динамик системалар назариясидаги асосий масалалардан бири берилган функцияга мос дискрет вақтли динамик системанинг тортиш соҳаси ва Зигел дискларини аниқлашдир. Берилган функцияга мос динамик системанинг тортиш соҳалари, Зигел дисклари ва траекторияларнинг қўзғалмас нуқталардан қочиш соҳаларини аниқлаш динамик системани таснифлашда муҳим аҳамият касб этмоқда. Бу борада, параметрларнинг қўзғалмас нуқталар сони ўзгарадиган шартларини топиш, бу шартлар асосида қўзғалмас нуқталар ва уларнинг характерини аниқлаш, тортувчи қўзғалмас нуқталар учун тортиш соҳасини аниқлаш, бетараф қўзғалмас нуқталар учун Зигел дискларини топиш, берилган функцияга нисбатан инвариант тўпламларни топиш, бу инвариант тўпламлардаги траекторияларнинг асимптотик ўзини тутишини ўрганиш мақсадли илмий тадқиқотлардан ҳисобланади.

Мамлакатимизда фундаментал фанларниниг илмий ва амалий тадбиқига эга бўлган информатика, рақамли иқтисодиёт, популяцион биология ва когнитив фанларга эътибор кучайтирилди. Жумладан, дастурлаш, криптография, психодинамика ва генетикада учрайдиган асосий объектлардан бири бўлган ноархимед динамик системалар назариясини ривожлантиришга алоҳида эътибор қаратилди. *p*-Адик рационал функцияларнинг динамикасини ўрганиш борасида салмоқли натижаларга эришилди. «Функционал анализ, математик физика ва статистик физика» фанларининг устивор йўналишлари бўйича халқаро стандартлар даражасида илмий тадқиқотлар олиб бориш математика фанининг асосий вазифалари ва фаолият йўналишлари этиб белгиланди[1]. Қарор ижросини таъминлашда *p*-адик динамик системалар назариясини ривожлантириш муҳим аҳамиятга эга.

---

[1] Ўзбекистон Республикаси Вазирлар маҳкамаси 2017 йил 18 майдаги «Ўзбекистон Республикаси Фанлар академиясининг янгидан ташкил этилган илмий тадқиқот муассасалари фаолиятини ташкил этиш тўғрисида»ги 292-сонли қарори.

Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2017 йил 7 февралдаги ПФ-4947 «Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантириш бўйича ҳаракатлар стратегияси тўғрисида»ги Фармони, 2017 йил 17 февралдаги ПҚ-2789 «Фанлар академияси фаолияти, илмий тадқиқот ишларини ташкил этиш, бошқариш ва молиялаштиришни янада такомиллаштириш чора тадбирлари тўғрисида»ги, 2018 йил 27 апрелдаги ПҚ-3682 «Инновацион ғоялар, технологиялар ва лойиҳаларни амалиётга жорий қилиш тизимини янада такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида»ги ва 2019 йил 9 июлдаги ПҚ-4387 «Математика таълими ва фанларини янада ривожлантиришни давлат томонидан қўллаб-қувватлаш, шунингдек, Ўзбекистон Республикаси Фанлар Академиясининг В.И. Романовский номидаги Математика институти фаолиятини тубдан такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида »ги қарорлари ҳамда мазкур фаолиятга тегишли бошқа норматив-ҳуқуқий хужжатларда белгиланган вазифаларни амалга оширишда ушбу диссертация тадқиқоти муайян даражада хизмат қилади.

Тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланиши устувор йўналишларига боғлиқлиги. Мазкур тадқиқот республика фан ва технологиялар ривожланишининг IV. «Математика, механика ва информатика» устувор йўналиши доирасида бажарилган.

Муаммонинг ўрганилганлик даражаси. С.Албеверио, А.Ю.Хренниковлар томонидан мономиал $(n,0)$–рационал функциянинг дискрет вақтли динамикаси $\mathbb{Q}_p$ ва $\mathbb{C}_p$ p-адик сонлар майдонида тадқиқ қилинган ва кам параметрли аналитик функциялар ёрдамидаги дискрет вақтли динамик системаларнинг аттракторлари ва Зигел дискларини топиш усули келтирилган.

С.Албеверио, П.Клоден ва А.Ю.Хренниковлар томонидан эслаш вақтида мумкин бўлган мия ҳаракатларини тавсифлайдиган бир параметрли (2,0)–рационал функциянинг p-адик динамик системаси $\mathbb{Z}_p$– p-адик бутун сонлар тўпламида тадқиқ этилган. А.Ю.Хренников ва М.Нилссонларнинг ишларида $f_q(x) = x^n + q(x)$ кўринишдаги функциялар динамик системалари ўрганилган, бу ерда $q(x)$ кичик коеффициентли кўпхад кўринишидаги функциядир.

Ф.М.Мухамедов ва Ж.Ф.Ф.Мендеснинг ишларида p-адик сонлар майдонида аниқланган $f(x) = x^3 + ax^2$ кўринишдаги функциянинг дискрет динамик системаси тадқиқ қилинган ва параметрнинг барча қийматларида динамик система тўлиқ таснифи берилган. Умумийроқ кўринишдаги, яъни $f(x) = x^{2n+1} + ax^{n+1}$ кўрингишдаги функцияларнинг динамикаси У.А.Розиков ва Ф.М.Мухамедовларнинг ишларида қаралган.

А.Фан, С.Фан, Л.Лиао, Й.Ванг, Ф.М.Мухамедов ва У.А.Розиковлар томонидан $(1,1)$–рационал функцияларнинг p-адик динамик системалари тадқиқ этилиб, аттракторлар, Зигел дисклари ва барча инвариант сфералар топилган ҳамда динамик система эргодик бўладиган шартлар аниқланган.

Диссертация тадқиқотининг диссертация бажарилган олий таълим муассасасининг илмий-тадқиқот ишлари режалари билан боғлиқлиги.

Диссертация тадқиқоти Математика институтининг ЁФА-Фтех-2018-78 “Аменабел бўлмаган графларда динамик ва термодинамик системалар” (2018-2019 йиллар) мавзусидаги илмий тадқиқот лойиҳаси доирасида бажарилган.

Тадқиқотнинг мақсади *p*-адик комплекс сонлар майдонида аниқланган (2,1)–рационал ва (3,2)–рационал функцияларнинг дискрет вақтли динамик системаларини тадқиқ қилишдан иборат.

Тадқиқотнинг вазифалари:

p-Адик комплекс сонлар майдонида аниқланган (2,1)–рационал ва (3,2)–рационал функциялар қўзғалмас нуқталарини топиш;

Қўзғалмас нуқта ягона бўлган ҳолда бу қўзғалмас нуқтанинг характерига мос равишда динамикани тадқиқ этиш;

Қўзғалмас нуқта мавжуд бўлмаган ҳолда даврий нуқталарни топиш ва бу даврий нуқталарнинг характерига мос равишда динамикани тадқиқ этиш;

Қўзғалмас нуқталарнинг сони биттадан кўп бўлган ҳолларда барча қўзғалмас нуқталарнинг характерини аниқлаш ва мос равишда тортиш соҳаси, Зигел дискларини ва траекторияларнинг қўзғалмас нуқталардан қочиш соҳаларини топиш ва бу соҳаларнинг ўзаро вазиятини аниқлаш.

Тадқиқотнинг объекти *p*-адик комплекс сонлар майдони, (2,1)–рационал функциялар ва (3,2)–рационал функциялардан иборат.

Тадқиқотнинг предмети: Функционал анализ, *p*-адик анализ, дискрет вақтли динамик системалар назарияси.

Тадқиқотнинг усуллари: Тадқиқот ишида функционал анализ, *p*-адик анализ ва дискрет динамик системалар назарияси усулларидан фойдаланилган.

Тадқиқотнинг илмий янгилиги қуйидагилардан иборат:

p-Адик (2,1)–рационал функция қўзғалмас нуқтага эга бўлганда қўзғалмас нуқталарнинг ҳарактерига мос равишда тортиш соҳаси, Зигел дисклари, траекторияларнинг қўзғалмас нуқтадан қочиш соҳалари топилган ва бу соҳаларнинг ўзаро вазияти аниқланган;

p-Адик (2,1)–рационал функция қўзғалмас нуқтага эга бўлмаган ҳолда даври иккига тенг бўлган нуқталар топилиб, уларнинг ҳарактерига мос равишда тортиш соҳаси ва Зигел дисклари аниқланган;

p-Адик (3,2)–рационал функция ягона қўзғалмас нуқтага эга бўладиган ҳолда қўзғалмас нуқтанинг ҳарактерига мос равишда тортиш соҳаси, Зигел диски ва траекториянинг қўзғалмас нуқтадан қочиш соҳаси топилган;

p-Адик (3,2)–рационал функция биттадан ортиқ қўзғалмас нуқтага эга бўлган ҳолларда қўзғалмас нуқталарнинг ҳарактерига мос равишда тортиш соҳаси, Зигел дисклари ва траекторияларнинг қўзғалмас нуқтадан қочиш соҳалари топилган ҳамда бу соҳаларнинг ўзаро вазияти аниқланган.

Тадқиқотнинг амалий натижалари:

Кучли учбурчак тенгсизлиги ёрдамида *p*-адик рационал функциянинг дискрет вақтли динамикасини ҳақиқий функцияларнинг дискрет вақтли динамикаси орқали таснифлаш мумкинлиги исботланган;

Номанфий ҳақиқий сонлар тўпламини ўзини ўзига акслантирувчи бўлакли узлуксиз баъзи функцияларнинг дискрет вақтли динамикаси ёрдамида мос *p*-адик рационал функциянинг дискрет вақтли динамикаси таснифланган.

Тадқиқот натижаларининг ишончлилиги функционал анализ, *p*-адик анализ, дискрет динамик системалар назарияси ва қўзғалмас нуқталар ҳақидаги теоремалар ҳамда математик мулоҳазаларнинг қатъийлиги билан асосланган.

Тадқиқот натижаларининг илмий ва амалий аҳамияти. Тадқиқот натижаларининг илмий аҳамияти *p*-адик рационал функциялар дискрет динамик системалари назариясини ривожлантиришда қўлланилиши билан изоҳланади.

Тадқиқот натижаларининг амалий аҳамияти рақамли таҳлил ва криптография, шунингдек, телекомуникациянинг баъзи масалаларини ечиш имконини берганлиги билан изоҳланади.

Тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши. *p*-Адик комплекс сонлар майдонида (2.1)–рационал ва (3.2)–рационал функцияларнинг дискрет динамик системаларини тадқиқ этишда олинган натижалар асосида:

Қўзғалмас нуқтага эга бўлган *p*-адик (2,1)–рационал функция учун топилган Зигел дисклари ва траекторияларнинг қўзғалмас нуқтадан қочиш соҳалари LabEx Bezout ANR-10-LABX-58 рақамли “Ҳақиқий/*p*-адик динамик системалар ва Гиббс ўлчовлари” хорижий илмий лойиҳада рационал ва кўпҳад кўринишидаги функцияларнинг динамик системасини ҳақиқий функцияларнинг дискрет вақтли динамикаси орқали таснифлашда фойдаланилган (Париж-шарқий Вал-де-Марн университетининг 2019 йил 19 июндаги маълумотномаси, Франция). Илмий натижанинг қўлланилиши динамик системаларда инвариант сфераларни топиш имконини берган;

p-Адик (3,2)–рационал функциялар қўзғалмас нуқталарининг тўлиқ таснифидан UAEU, Grant, 31S259 рақамли “Чексиз ўлчамли, ортогоналликни сақловчи квадратик стохастик операторлар” мавзусидаги хорижий тадқиқот лойиҳада чексиз ўлчамли операторларнинг қўзғалмас нуқталари ва лимит тўпламини аниқлашда фойдаланилган (Бирлашган Араб Амирликлари университетининг 2019 йил 12 сентябрдаги маълумотномаси). Илмий натижанинг қўлланилиши ахборот узатиш хавфсизлигини таъминлаш имконини берган;

Комплекс *p*-адик сонлар майдонида аниқланган (2,1)–рационал ва (3,2)–рационал функцияларнинг дискрет динамик системаларини тадқиқ этиш усуллари хорижий илмий журналларда (Advances in Mathematics, 2014; P-Adic Numbers, Ultrametric Analysis, and Applications, 2014; Journal of Mathematical Analysis and Applications, 2015; International Journal of

Theoretical Physics, 2015; Chaos, Solitons and Fractals, 2016; Fractals, 2016; Dynamical Systems, 2016; Theoretical and Mathematical Physics, 2016; Journal of Difference Equations and Applications 2017; Discrete and Continuous Dynamical Systems, Series A, 2017-2018; Science China Mathematics, 2018; International Journal of Network Security, 2019) ноархимед фазоларда аниқланган динамик ситемаларни тавсифлашда фойдаланилган. Илмий натижанинг қўлланилиши инвариант тўпламларни ажратиш имконини берган.

Тадқиқот натижаларининг апробацияси. Мазкур тадқиқот натижалари 1 та халқаро ва 5 та республика илмий-амалий анжуманларида муҳокамадан ўтказилган.

Тадқиқот натижаларининг эълон қилинганлиги. Тадқиқот мавзуси бўйича жами 11 та илмий иш чоп этилган, шулардан, Ўзбекистон Республикаси Олий Аттестация комиссиясининг фалсафа доктори диссертациялари асосий илмий натижаларини чоп этиш тавсия этилган илмий нашрларда 5 та мақола, жумладан, 3 таси хорижий ва 2 таси республика журналларида нашр этилган.

Диссертациянинг тузилиши ва ҳажми. Диссертация кириш қисм, учта боб, хулоса ва фойдаланилган адабиётлар рўйхатидан ташкил топган. Диссетациянинг умумий ҳажми 106 бетни ташкил этган.

ДИССЕРТАЦИЯНИНГ АСОСИЙ МАЗМУНИ

Кириш қисмда диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати асосланган, тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устувор йўналишларига мослиги кўрсатилган, мавзу бўйича хорижий илмий-тадқиқотлар шарҳи, муаммонинг ўрганилганлик даражаси келтирилган, тадқиқот мақсади, вазифалари, объекти ва предмети тавсифланган, тадқиқотнинг илмий янгилиги ва амалий натижалари баён қилинган, олинган натижаларнинг назарий ва амалий аҳамияти очиб берилган, тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши, нашр этилган ишлар ва диссертация тузилиши бўйича маълумотлар келтирилган.

Диссертациянинг **“*p*-адик анализ ва *p*-адик динамик системалар ҳақида”** деб номланувчи биринчи бобида диссертация ишини ёритиш ва мавзуни тадқиқ этиш учун зарур бўлган муҳим тушунчалар келтирилган. Шунингдек, диссертация мавзуси доирасидаги тадқиқотлар бошлангунга қадар шу соҳада тадқиқ этилган ишлар ва олинган натижалар шарҳи батафсил келтириб ўтилган. Биринчи бобнинг учинчи параграфи дискрет p-адик динамик системалар нариясидаги асосий тушунчаларга бағишланган.

X бирор тўла ноархимед майдон, $f : X \to X$ функция ва $f^m(x) = \underbrace{f(f(\ldots f}_{m}(x)\ldots))$ бўлсин. $\left\{ f^m\left(x_0\right); m \in N \right\}$ тўплам x_0 нуқтанинг траекторияси ёки орбитаси дейилади. $\omega\left(x_0\right)$ билан x_0 нуқта орбитасининг барча лимит нуқталари тўпламини белгилаймиз. Агар шундай $r \in \mathbb{N}$ натурал сон топилиб, $f^r(x_0)=x_0$ бўлса, у ҳолда $x_0\in X$ *даврий нуқта* ва бундай r натурал сонларнинг энг кичиги x_0 нуқтанинг даври дейилади. Агар x_0 нуқта r даврга эга бўлса, у ҳолда у *r-даврий нуқта,* 1-даврий нуқта эса *қўзғалмас нуқта* дейилади. r-Даврий x_0 нуқтанинг орбитаси $\{x_0,x_1,...,x_{r-1}\}$ тўплам бўлади, бу ерда $x_j=f^j(x_0)$, $0\le j\le r-1$. Бу орбита *r-цикл* дейилади.

Таъриф 1. x_0 нуқта f функци учун r-даврий нуқта ва $g(x)=f^r(x)$ бўлсин. Агар x_0 нуқтанинг шундай $U_\rho(x_0)$ атрофи топилиб, ихтиёрий $x\in U_\rho(x_0)$ учун $\lim_{n\to\infty} g^n(x)=x_0$ бўлса, у ҳолда x_0 *тортувчи нуқта* дейилади.

Ушбу

$$A(x_0)=\left\{x\in X;\ \lim_{n\to\infty} g^n(x)=x_0\right\}$$

тўплам x_0 нуқтанинг *тортиш соҳаси* дейилади.

Агар x_0 нуқтанинг бирор $U_\rho(x_0)$ атрофи топилиб, ихтиёрий $x\in U_\rho(x_0),\ x\ne x_0$ учун $|x-x_0|_p<|g(x)-x_0|_p$ бўлса, у ҳолда x_0 *итарувчи нуқта* дейилади.

Таъриф 2. x_0 нуқта f функци учун r-даврий нуқта ва $g(x)=f^r(x)$ бўлсин. Агар шундай $U_\rho(x_0)$ очиқ шар мавжуд бўлиб, барча $\rho'<\rho$ лар учун $S_{\rho'}(x_0)$ сфера g функцияга нисбатан инвариант бўлса, у ҳолда $U_\rho(x_0)$ шар *Зигел диск* ва x_0 нуқта Зигел дискнинг маркази дейилади. Барча x_0 марказли Зигел дискларининг бирлашмаси *максимал Зигел диск* дейилади ва $SI(x_0)$ каби белгиланади.

Диссертациянинг **“*p*-адик (2,1)-рационал функцияларнинг динамик системалари”** деб номланувчи иккинчи боби *p*-адик комплекс сонлар майдонида аниқланган ихтиёрий (2,1)-рационал функциялар ёрдамидаги дискрет динамик системаларни ўрганишга бағишланган.

Маълумки (2,1)-рационал функция қуйидаги кўринишда бўлади:

$$f(x)=\frac{x^2+ax+b}{cx+d},\ a,b,c,d\in\mathbb{C}_p,\ c\ne 0,\ d^2-acd+bc^2\ne 0 \qquad (4)$$

бу ерда $x\ne\tilde{x}=-\frac{d}{c}$.

Агар $a=b=0$ бўлса, у ҳолда (4) функция ушбу [М.Хамраев, Ф.М.Мухамедов, J.Math.Anal.Appl. 2006.] ишда қаралган функцияни беради. Аммо, бу ишда $c=1,\ d\ne 0$ бўлган ҳол, яъни функция қўзғалмас нуқтага эга бўлмаган ҳол қаралмаган. Бизда қуйидаги ҳоллар мавжуд:

1) $c=1,\ a\ne d$; 2) $c=1,\ a=d,\ b\ne 0$;

3) $c=1$, $a=d$, $b=0$; 4) $c\neq 1$.

Изоҳ 1. 3) ҳолда, яъни $c=1$, $a=d$, $b=0$ бўлганда (4) функция тривиал $f(x)=x$ кўринишига келади.

Иккинчи бобнинг биринчи параграфи $c=1$ ва $a\neq d$ бўлган ҳолга бағишланган. Бу ҳолда (4) функция ягона x_0 қўзғалмас нуқтага эга бўлади. Қуйидагича белгилаш киритайлик:

$$\delta=|x_0+d|_p \text{ ва } \mathcal{P}_1=\{x\in \mathbb{C}_p : \exists n\in\mathbb{N}\cup\{0\}, f^n(x)=\tilde{x}\}.$$

Теорема 1. Агар $c=1$ ва $|f'(x_0)|_p=1$ бўлса, у ҳолда барча $r\neq\delta$ учун $S_r(x_0)$ сфера (4) функцияга нисбатан инвариант ҳамда

$$SI(x_0)=U_\delta(x_0)$$

бўлади.

Теорема 2. Агар $c=1$ ва $|f'(x_0)|_p<1$ бўлса, у ҳолда:

1) барча $\mu>\delta$ учун $S_\mu(x_0)$ сфера (4) функцияга нисбатан инвариант бўлади, яъни $f(S_\mu(x_0))\subset S_\mu(x_0)$.

2) $A(x_0)=U_\delta(x_0)$.

3) $\mathcal{P}_1\subset S_\delta(x_0)$.

4) Агар $x\in S_\delta(x_0)\setminus\mathcal{P}_1$ бўлса, у ҳолда қуйидагилардан бири юз бериши мумкин:

4.1) Шундай $k\in\mathbb{N}$ ва $\mu_k>\delta$ сонлар мавжудки, барча $m\geq k$ учун $f^m(x)\in S_{\mu_k}(x_0)$ бўлади.

4.2) $\{f^k(x),\ k\geq 1\}\subset S_\delta(x_0)$.

Теорема 3. Агар $c=1$, $|f'(x_0)|_p=q>1$ ва $x\in S_\mu(x_0)\setminus\mathcal{P}_1$ бўлса, у ҳолда қуйидагилар ўринли:

(a) Агар $\mu<\delta$ бўлса, у ҳолда:

(a.1) Иҳтиёрий $m\in\mathbb{N}$ учун $\mu q^m\neq\delta$ бўлса, у ҳолда шундай энг кичик $k\in\mathbb{N}$ сон топиладики, $\mu q^k>\delta$ ҳамда $f^n(x)\in S_{\mu q^n}(x_0),\ n=1,\dots,k;$ $f^{k+1}(x)\in S_{\delta q}(x_0);$ $f^{k+2}(x)\in S_\nu(x_0)$ бўлади, бу ерда $\nu\leq\delta q$ (яъни траектория k та қадамдан кейин $U_\delta(x_0)$ шардан чиқиб кетади).

(a.2) Агар бирор $m\in\mathbb{N}$ учун $\mu q^m=\delta$ бўлса, у ҳолда $f^n(x)\in S_{\frac{\delta}{q^{m-n}}}(x_0), n=1,\dots,m$ ва $f^{m+1}(x)\in S_\nu(x_0)$ бўлади, бу ерда $\nu\geq\delta q.$

(b) $\mu>\delta$ бўлсин.

(b.1) Агар $\mu>\delta q$ бўлса, у ҳолда $f(x)\in S_\mu(x_0)$ бўлади;

(b.2) Агар $\mu<\delta q$ бўлса, у ҳолда $f(x)\in S_{\delta q}(x_0)$ бўлади;

(b.3) Агар $\mu=\delta q$ бўлса, у ҳолда $f(x)\in S_\nu(x_0)$ бўлади, бу ерда $\nu\leq\delta q$.

Иккинчи бобнинг иккинчи параграфида $c=1$, $a=d$, $b\neq 0$ бўлган ҳол қаралган. Бунда (4) функция қўзғалмас нуқтага эга бўлмайди ва ушбу

$$g(x)\equiv f(f(x))=x \tag{5}$$

тенгламани ечиб, $t_{1,2}$ 2-даврий нуқталарга эга бўламиз. g функциянинг бу нуқталардаги ҳосиласи параметрларга боғлиқ бўлмаган ҳолда $g'(t_1)=g'(t_2)=9$ бўлади. Маълумки, g функция $\mathbb{C}_p\setminus\{\tilde{x},\ \tilde{\tilde{x}}_{\pm}\}$ тўпламда аниқланган, бу ерда $\tilde{\tilde{x}}_{\pm}$ нуқталар $f(x)=\tilde{x}$ тенгламанинг ечимлари.

Қуйидагича белгилашларни киритамиз:

$$\mathcal{P}_2=\{x\in\mathbb{C}_p:\exists n\in\mathbb{N},\ f^n(x)\in\{\tilde{x},\tilde{\tilde{x}}_-,\tilde{\tilde{x}}_+\}\}\text{ ва } h=|t_1+a|_p=|t_2+a|_p.$$

Теорема 4. Агар $p\neq 3$ бўлса, у ҳолда ҳар қандай $r>0$ учун $f(S_r(t_1)\setminus\mathcal{P}_2)\subseteq S_r(t_2)$ ва $f(S_r(t_2)\setminus\mathcal{P}_2)\subseteq S_r(t_1)$ муносабатлар ўринли.

Теорема 5. $p=3$ бўлсин, у ҳолда:

(a) Агар $r<h$ бўлса, у ҳолда ихтиёрий $x\in S_r(t_1)\setminus\mathcal{P}_2$ учун $\lim\limits_{n\to\infty}f^{2n}(x)=t_1$ ва $\lim\limits_{n\to\infty}f^{2n+1}(x)=t_2$; ихтиёрий $x\in S_r(t_2)\setminus\mathcal{P}_2$ учун $\lim\limits_{n\to\infty}f^{2n}(x)=t_2$ ва $\lim\limits_{n\to\infty}f^{2n+1}(x)=t_1$ тенгликлар ўринли бўлади.

(b) Агар $r>h$ бўлса, у ҳолда $f(S_r(t_1)\setminus\mathcal{P}_2)\subseteq S_r(t_2)$ ва $f(S_r(t_2)\setminus\mathcal{P}_2)\subseteq S_r(t_1)$ муносабатлар ўринли бўлади.

(c) Агар $r=h$ бўлса, у ҳолда ихтиёрий $x\in S_h(t_1)\setminus\mathcal{P}_2$ учун шундай $\nu=\nu(x)\geq h$ топилиб, $f^{2n}(x)\in S_\nu(t_1)$ ва $f^{2n+1}(x)\in S_\nu(t_2)$ муносабатлар; ихтиёрий $y\in S_h(t_2)\setminus P_2$ учун шундай $\mu=\mu(y)\geq h$ топилиб, $f^{2n}(y)\in S_\mu(t_2)$ ва $f^{2n+1}(y)\in S_\mu(t_1)$ муносабатлар ўринли бўлади.

Иккинчи бобнинг учинчи параграфида $c\neq 1$ бўлган ҳол, яъни (4) функция иккита $x_{1,2}$ қўзғалмас нуқталарга эга бўлган ҳол қаралган. Бунда

$$\mathcal{P}_3=\{x\in\mathbb{C}_p:\exists n\in\mathbb{N}\cup\{0\},\ f^n(x)=\tilde{x}\}.$$

Ҳар бир $x\in\mathbb{C}_p$, $x\neq\tilde{x}$ учун қуйидаги тенгликни ёзиш мумкин

$$|f(x)-x_i|_p=\frac{|x-x_i|_p}{|c|_p}\cdot\frac{|\alpha(x_i)+x-x_i|_p}{|\beta(x_i)+x-x_i|_p},\ i=1,2$$

бу ерда $\alpha(x)=\dfrac{cx^2+2dx+ad-bc}{cx+d}$, $\beta(x)=\dfrac{cx+d}{c}$.

Қуйидагича белгилашларни киритамиз

$$\alpha_i=|\alpha(x_i)|_p,\ \beta_i=|\beta(x_i)|_p,\ i=1,2.$$

Бунда учта ҳол бўлиши мумкин $\alpha_i<\beta_i$, $\alpha_i>\beta_i$ ва $\alpha_i=\beta_i$. Бу ишда барча ҳолларда (4) функциянинг динамикаси тўлиқ тадқиқ этилган. Ҳусусан, $\alpha_i=\beta_i$ бўлганда қуйидагича натижа олинган:

Теорема 6. Агар $\alpha_i=\beta_i$ ва $x\in S_r(x_i)$, $i=1,2$ бўлса, у ҳолда (4) функция ёрдамидаги динамик система қуйидаги ҳоссаларга эга:

(i) Агар $|c|_p=1$ бўлса, у ҳолда иҳтиёрий $r\neq\alpha_i$ учун $S_r(x_i)$ сфера f функцияга нисбатан инвариант ва $r=\alpha_i$ учун $f\left(S_\alpha(x_i)\setminus\mathcal{P}_3\right)\subset S_{\alpha_i^*(x)}(x_i)$ бўлади.

(ii) Агар $|c|_p>1$ $\left(|c|_p<1\right)$ бўлса, у ҳолда $r\in H=\{|c|_p^k\,\alpha_i:k\geq 0\}$ учун шундай $k_r\in\mathbb{N}$ топиладики, $f^{k_r}(x)\in S_{\alpha_i}(x_i)$ бўлиб, агар $\alpha_i^*\left(f^{k_r}\left(x\right)\right)\notin H$ бўлса, у холда $\lim\limits_{n\to\infty}f^n(x)=x_i$ $\left(\lim\limits_{n\to\infty}\left|f^n(x)-x_i\right|_p=+\infty\right)$ бўлади. Шунингдек, $r\notin H$ учун $\lim\limits_{n\to\infty}f^n(x)=x_i$ $\left(\lim\limits_{n\to\infty}\left|f^n(x)-x_i\right|_p=+\infty\right)$ бўлади.

Диссертациянинг **“*p*-адик (3, 2)–рационал функцияларнинг динамик системалари”** деб номланувчи учинчи бобида, *p*-адик комплекс сонлар майдонида аниқланган (3,2)–раци онал функцияларнинг динамикаси қаралган.

Учинчи бобнинг биринчи параграфида ушбу

$$f(x)=\frac{x^3+ax^2+bx+c}{x^2+ax+d},\ a,b,c,d\in\mathbb{C}_p,\ b\neq d,\ x\neq\tilde{x}_{1,2}=\frac{-a\pm\sqrt{a^2-4d}}{2}\qquad(6)$$

ягона $x_0=\dfrac{c}{d-b}$ қўзғалмас нуқтага эга бўлган (3,2)–рационал функциялар динамикаси тадқиқ этилган. Қуйидагича белгилашлар киритамиз:

$$\mathcal{P}=\{x\in\mathbb{C}_p:\exists n\in\mathbb{N},\, f^n(x)=\tilde{x}_{1,2}\},\ \alpha(x)=d-\frac{a^2}{4}+\frac{bd-ac-d^2}{x^2+ax+d},$$

$$\alpha=\left|\alpha(x_0)\right|_p,\ \beta=\left|d-\frac{a^2}{4}\right|_p\ \text{ва}\ \delta=\left|x_0+\frac{a}{2}\right|_p.$$

Бу α, β ва δ миқдорлар учун $\delta\leq\min\{\sqrt{\alpha},\sqrt{\beta}\}$ ёки $\sqrt{\alpha}\leq\min\{\delta,\sqrt{\beta}\}$ ёки $\sqrt{\beta}\leq\min\{\sqrt{\alpha},\delta\}$ муносабатлардан бири ўринли бўлади, бу параграфда ушбу ҳолларнинг ҳар бирида динамик системани тадқиқ этиб тегишли натижалар олинган. Жумладан $\delta\leq\min\{\sqrt{\alpha},\sqrt{\beta}\}$ ҳолда қуйидаги теорема ўринли:

Теорема 7. Агар $\delta\leq\min\{\sqrt{\alpha},\sqrt{\beta}\}$ ва $x\in S_r(x_0)\setminus\mathcal{P}$ бўлса, у ҳолда (6) функциянинг p-адик динамик системаси қуйидаги хоссаларга эга:

1. Қуйидаги сфералар (6) функцияга нисбатан инвариант:

$$S_r(x_0),\ r>\sqrt{\max\{\alpha,\beta\}},\quad \text{агар } \alpha\neq\beta \text{ бўлса,}$$
$$S_r(x_0),\ r\neq\sqrt{\alpha},\quad \text{агар } \alpha=\beta \text{ бўлса.}$$

2. Агар $\alpha<\beta$ бўлса, у ҳолда $r<\sqrt{\beta}$ учун $\lim_{n\to\infty} f^n(x)=x_0$ бўлади ва $r=\sqrt{\beta}$ бўлганда

$$\omega(x)\subset\begin{cases} S_{\varphi_1\circ\beta^*(x)}(x_0), & \delta<\sqrt{\alpha},\\ S_{\varphi_3\circ\beta^*(x)}(x_0), & \delta=\sqrt{\alpha},\end{cases}$$

муносабатлар ўринли.

3. Агар $\alpha=\beta$ бўлса, у ҳолда $r=\sqrt{\alpha}$ учун $\omega(x)\subset S_{\varphi_2\circ\alpha^*(x)}(x_0)$ муносабат ўринли.

4. Агар $\alpha>\beta$ бўлса, у ҳолда $0<r\leq\sqrt{\alpha}$ учун $\omega(x)\subset S_\rho(x_0),\quad \rho\in\Lambda$ муносабат ўринли бўлади, бу ерда $\Lambda=\left(\sqrt{\alpha},\dfrac{\alpha}{\sqrt{\beta}}\right)\cup\{\beta^*\}$.

Учинчи бобнинг иккинчи параграфида p-адик комплекс сонлар майдонида аниқланган, иккита $x_{1,2}$ қўзғалмас нуқтага эга бўлган қуйидаги

$$f(x)=\frac{x^3+ax^2+bx+c}{x^2+dx+e},\ a,b,c,d,e\in\mathbb{C}_p,\ a\neq d,\ x\neq\tilde{x}_{1,2}=\frac{-d\pm\sqrt{d^2-4e}}{2}\quad (7)$$

функциянинг дискрет динамик системаси тадқиқ этилган.

Қуйидагича белгилашлар киритилган:

$$\alpha_1(x)=x+\frac{a}{2},\ \alpha_2(x)=\frac{ex^2+(ae-c)x+be-cd}{x^2+dx+e}-\frac{a^2}{4},\ \beta_1(x)=x+\frac{d}{2},$$

$$\alpha_{1,i}=|\alpha_1(x_i)|_p,\ \alpha_{2,i}=|\alpha_2(x_i)|_p,\ \beta_{1,i}=|\beta_1(x_i)|_p,\ \beta_2=\left|e-\frac{d^2}{4}\right|_p,\ i=1,2,$$

$$\alpha_i=\max\{\alpha_{1,i},\sqrt{\alpha_{2,i}}\},\ \beta_i=\max\{\beta_{1,i},\sqrt{\beta_2}\}.$$

Бу миқдорлар учун $\alpha_{1,i}\neq\sqrt{\alpha_{2,i}}$ ва $\beta_{1,i}\neq\sqrt{\beta_2}$, ёки $\alpha_{1,i}=\sqrt{\alpha_{2,i}}$ ва $\beta_{1,i}\neq\sqrt{\beta_2}$, ёки $\alpha_{1,i}\neq\sqrt{\alpha_{2,i}}$ ва $\beta_{1,i}=\sqrt{\beta_2}$, ёки $\alpha_{1,i}=\sqrt{\alpha_{2,i}}$ ва $\beta_{1,i}=\sqrt{\beta_2}$ муносабатлардан бири ўринли бўлади, бу параграфда ушбу ҳолларнинг ҳар бирида динамик системани тадқиқ этиб тегишли натижалар олинган. Жумладан $\alpha_{1,i}\neq\sqrt{\alpha_{2,i}}$ ва $\beta_{1,i}\neq\sqrt{\beta_2}$ ҳолда қуйидаги теорема ўринли:

Теорема 8. Агар $\alpha_{1,i}\neq\sqrt{\alpha_{2,i}}$, $\beta_{1,i}\neq\sqrt{\beta_2}$ ва $x\in S_r(x_i)\setminus\mathcal{P}$, $i=1,2$ бўлса, у ҳолда (7) функциянинг p-адик динамик системаси қуйидаги хоссаларга эга:

1. Агар $\alpha_i<\beta_i$ бўлса, у ҳолда

1.1) $r > \beta_i$ учун $S_r(x_i)$ сфера (7) функцияга нисбатан инвариант;

1.2) $A(x_i) = U_{\beta_i}(x_i)$;

1.3) $r = \beta_i$ учун $\omega(x) \subset S_{\hat{\beta}_i(x)}(x_0)$ муносабат ўринли.

2. Агар $\alpha_i > \beta_i$ бўлса, у ҳолда

2.1) $r > \alpha_i$ учун $S_r(x_i)$ сфера (7) функцияга нисбатан инвариант;

2.2) $0 < r \le \alpha_i$ учун $|f(x) - x_i|_p > |x - x_i|_p$ тенгсизлик ўринли.

3. Агар $\alpha_i = \beta_i$ бўлса, у ҳолда

3.1) $r \ne \alpha_i$ учун $S_r(x_i)$ сфера (7) функцияга нисбатан инвариант;

3.2) $r = \alpha_i$ учун $\omega(x) \subset S_{\hat{\alpha}_i(x)}(x_0)$ муносабат ўринли.

Учинчи бобнинг учинчи параграфида учта қўзғалмас нуқтага эга бўлган (3,2)–рационал функцияларнинг қуйидагича оиласи қаралган:

$$f(x) = ax\left(\frac{x+b}{x+c}\right)^2, \ a(a-1)(b-c)(ab^2-c^2) \ne 0, a, b, c \in \mathbb{C}_p, \ x \ne \tilde{x} = -c \quad (8)$$

Бу функция $x_0 = 0$, $x_1 = -\dfrac{b\sqrt{a} - c}{\sqrt{a} - 1}$ ва $x_2 = -\dfrac{b\sqrt{a} + c}{\sqrt{a} + 1}$ кўринишидаги қўзғалмас нуқталарга эга. (8) функциянинг b ва c параметрлари учун қуйидагича ҳолларга эгамиз: $|b|_p < |c|_p$ ёки $|b|_p = |c|_p$ ёки $|b|_p > |c|_p$. Бу ҳолларнинг ҳар бирида динамик система тўлиқ тадқиқ этилган. Ҳусусан, $|b|_p = |c|_p$ бўлганда қуйидагича натижага эгамиз:

Теорема 9. Агар $|b|_p = |c|_p$ ва $x \in S_r(0)$ бўлса, у ҳолда (8) функциянинг p-адик динамик системаси қуйидаги ҳоссаларга эга:

A. $|a|_p < 1$ бўлсин:

A.a) Агар $r \notin H$ бўлса, у ҳолда $\lim_{n\to\infty} f^n(x) = 0$ бўлади.

A.b) Агар $r \in H$ бўлса, у ҳолда шундай $k \ge 0$ топилиб, $r = |a^{-k}b|_p$ ва $f^k(x) \in S_{|b|_p}(0)$ муносабатлар ўринли бўлади.

A.c) Агар $x \in S_{|b|_p}(0)$ ва $b^*(x) \notin H$ бўлса, у ҳолда $\lim_{n\to\infty} f^n(x) = 0$ бўлади.

A.d) Агар $x \in S_{|b|_p}(0)$ ва $b^*(x) \in H$ бўлса, у ҳолда шундай $k \ge 0$ топилиб, $b^*(x) = |a^{-k}b|_p$ ва $f^{k+1}(x) \in S_{|b|_p}(0)$ муносабатлар ўринли бўлади.

A.e) x_1 ва x_2 қўзғалмас нуқталар итарувчи нуқталар бўлиб, $x_i \in S_{|b|_p}(0)$, $i = 1, 2$ бўлади.

B. $|a|_p = 1$ бўлсин. У ҳолда $r \ne |b|_p$ учун $S_r(0)$ сфера (8) функцияга нисбатан инвариант бўлади. Агар $x \in S_{|b|_p}(0)$ бўлса, у холда қуйидаги тасдиқлардан биттаси ўринли бўлади:

B.a) шундай $k\in N$ ва $\mu_k \neq |b|_p$ сонлар топилиб, барча $n\geq k$ учун $f^n(x)\in S_{\mu_k}(0)$, барча $m\leq k-1$ учун $f^m(x)\in S_{|b|_p}(0)$ муносабат ўринли;

B.b) $\{f^k(x),\ k\geq 1\}\subset S_{|b|_p}(0)$.

C. $|a|_p>1$ бўлсин. У ҳолда:

C.a) $r\notin H$ бўлса $\lim\limits_{n\to\infty}|f^n(x)|_p=+\infty$ бўлади.

C.b) $r\in H$ бўлса, шундай $k\geq 0$ сон топилиб, $r=|a^{-k}b|_p$ ва $f^k(x)\in S_{|b|_p}(0)$ муносабатлар ўринли бўлади.

C.c) $x\in S_{|b|_p}(0)$ ва $b^*(x)\notin H$ бўлса, $\lim\limits_{n\to\infty}|f^n(x)|_p=+\infty$ бўлади.

C.d) $x\in S_{|b|_p}(0)$ ва $b^*(x)\in H$ бўлса, шундай $k\geq 0$ сон топилиб, $b^*(x)=|a^{-k}b|_p$ ва $f^{k+1}(x)\in S_{|b|_p}(0)$ муносабатлар ўринли бўлади.

C.e) x_1 ва x_2 қўзғалмас нуқталар итарувчи нуқталар бўлиб, $x_i\in S_{|b|_p}(0),\ i=1,2$ бўлади. Бу ерда $H=\{|a^{-k}b|_p: k=0,1,2,\ldots\}$.

ХУЛОСА

Диссертация иши *p*-адик комплекс сонлар майдони устида (2,1)–рационал ва (3,2)–рационал функцияларнинг дискрет динамик системаларини тадқиқ этишга бағишланган.

Тадқиқотнинг асосий натижалари қуйидагилардан иборат:

1. *p*-Адик (2,1)–рационал функция қўзғалмас нуқтага эга бўлганда қўзғалмас нуқталарнинг характерига мос равишда тортиш соҳаси ва Зигел дисклари ва траекторияларнинг қўзғалмас нуқтадан қочиш соҳалари топилган ва бу соҳаларнинг ўзаро вазияти аниқланган.
2. *p*-Адик (2,1)–рационал функция қўзғалмас нуқтага эга бўлмаган ҳолда даври иккига тенг бўлган нуқталар ва уларнинг характерига мос равишда тортиш соҳаси ва Зигел дисклари топилган.
3. *p*-Адик (3,2)–рационал функция ягона қўзғалмас нуқтага эга бўладиган ҳолда қўзғалмас нуқтанинг характерига мос равишда тортиш соҳаси, Зигел диски ва траекториянинг қўзғалмас нуқтадан қочиш соҳаси топилган.
4. *p*-Адик (3,2)–рационал функция биттадан ортиқ қўзғалмас нуқтага эга бўлган ҳолларда қўзғалмас нуқталарнинг характерига мос равишда тортиш соҳаси, Зигел дисклари ва траекторияларнинг қўзғалмас нуқтадан қочиш соҳалари топилган ҳамда бу соҳаларнинг ўзаро вазияти аниқланган.

SCIENTIFIC COUNCIL AWARDING SCIENTIFIC DEGREES
DSc.30.09.2019.FM.01.01 NATIONAL UNIVERSITY OF UZBEKISTAN

INSTITUTE OF MATHEMATICS

SATTAROV ISKANDAR ABU-ALIEVICH

DYNAMICAL SYSTEMS OF (2,1)–RATIONAL AND (3,2)–RATIONAL FUNCTIONS

01.01.01-Mathematical analysis

ABSTRACT OF DISSERTATION OF THE DOCTOR OF PHILOSOPHY (PhD) ON PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

TASHKENT-2019

The theme of dissertation of doctor of philosophy (PhD) on physical and mathematical sciences was registered at the Supreme Attestation Commission at the Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan under number B2017.3.PhD/FM131

Dissertation has been prepared at Uzbekistan Academy of Sciences V.I. Romanovsky Institute of Mathematics.

The abstract of the dissertation is posted in three languages (uzbek, english, russian (resume)) on the website (www.ik-fizmat.nuu.uz) and the "Ziyonet" Information and educational portal (www.ziyonet.uz).

Scientific supervisor:	**Rozikov Utkir Abdulloevich** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor
Official opponents:	**Rakhimov Abdugofur Abdumajidovich** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor
	Khatamov Nasirjon Muydinovich Candidate of Physical and Mathematical Sciences
Leading organization:	**Samarkand State University**

Defense will take place «____» _____________2019 at _____ at the meeting of Scientific Council number DSc.30.09.2019.FM.01.01 at National University of Uzbekistan. (Address: University str. 4, Almazar area, Tashkent, 100174, Uzbekistan, Ph.: (+99878) 227-12-24, fax: (+99878) 246-53-21, e-mail: nauka@nuu.uz).

Dissertation is possible to review in Information-resource centre at National University of Uzbekistan (is registered №____) (Address: University str. 4, Almazar area, Tashkent, 100174, Uzbekistan, Ph.: (+99878) 246-02-24).

Abstract of dissertation sent out on «____» _______________2019 year
(Mailing report № ___________on «____» _______________2019 year)

A. Sadullaev
Chairman of scientific council
on award of scientific degrees,
d.f.-m.s., Academician

N.K. Mamadaliyev
Scientific secretary of scientific council
on award of scientific degrees, PhD.

V.I.Chilin
Chairman of scientific Seminar under Scientific
Council on award of scientific degrees,
d.f.-m.s., professor

INTRODUCTION (abstract of PhD thesis)

Actuality and demand of the theme of dissertation. In the world many scientific and applied research are reduced to the studies that have focused on discrete-time dynamics of the functions defined in Archimedean or non-Archimedean fields. *p*-Adic dynamical systems generated by rational functions are effective in informatics, digital analysis and cryptography, psychodynamics and automation theory, genetic coding and population management. In *p*-adic analysis, rational functions play an important role similar to those of analytical functions in complex analysis. Therefore, the study of the dynamics of rational functions in the field of *p*-adic numbers is one of the most important tasks in the theory of dynamical systems.

Nowadays in the world, one of the central problems in the theory of *p*-adic dynamical systems is to describe the limiting points of the trajectory of a discrete-time dynamical system corresponding to the given function and the basin of attraction, Siegel disks and area of escape of trajectory from the fixed points are important. In this regard, the important tasks of this scientific research are the following: finding the conditions on parameters for changing the number of fixed points, to determine the fixed points and their character under these conditions, to determine the basin of attraction for attractive fixed points, finding Siegel discs for indifferent fixed points and for the repelling fixed points, to define the set of escape of trajectory from the fixed points. The above-mentioned research activities are important areas of the research.

In our country much attention has been paid to develop important directions of informatics, digital economics, cognitive sciences, and population biology, which have applications to the applied and fundamental sciences. As a result, special attention for the development of the theory of dynamical systems of *p*-adic rational functions in which one of the main subjects of informatics, digital economics, cognitive sciences, and population biology are paid. Taken useful results on studying the set of limiting points of trajectory of rational functions on the field of complex *p*-adic numbers and these results have been admitted by foreign scientists. Investigations on the international level in such important areas as the functional analysis, mathematical physics, theory of probability and theory of dynamical systems considered as the main task of fundamental research[2]. At the present time, the development of investigations on the theory of *p*-adic dynamical systems plays an important role in the implementation of this decree.

---

[2] Decree of Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan at the 2017 year 18 May « On measures on the organization of activities of the first created scientific research institutions of the Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan» № 292 dated May 17, 2017.

The subject and object of research of this dissertation are in line with tasks identified in the Decrees of the President of the Republic of Uzbekistan PD-4947 of February 7, 2017 “On the strategy of action for the further development Of the Republic of Uzbekistan”, PD-2789 dated February 17, 2017 “On measures to further improvement of the activities of the Academy of Sciences, organization, management and financing of research activities, PD-3682 from April 27, 2018 “On measures to further improve the system of practical implementation of innovative ideas, technologies and projects” and PD-4387 from July 9, 2019 “On measures to further development of mathematical education and science, and also root improvement of the activity of the Uzbekistan Academy of Sciences V.I. Romanovsky Institute of Mathematics”, as well as in other regulations related to basic science.

Connection of research to priority directions of development of science and technologies of the Republic. This study was performed in accordance with the priority areas of science and technology of Republic of Uzbekistan IV, “Mathematics, Mechanics and Computer Science”.

The degree of scrutiny of the problem. In works of S.Albeverio, A.Yu.Khrennikov and others the properties of a discrete-time dynamical systems of the monomial $(n,0)$-rational function in the fields of p-adic numbers $\mathbb{Q}_p$ and $\mathbb{C}_p$ are studied, and given the methods of finding the Siegel discs, the attractors of the discrete-time dynamical systems generated by analytic functions with low-parameters.

The properties of the nonlinear p-adic dynamical system of $(2,0)$–rational function on the integer p-adic numbers $\mathbb{Z}_p$ are investigated in works of S.Albeverio, P.E.Kloeden and A.Yu.Khrennikov. This dynamical system illustrates possible brain behaviors during remembering. In the works of A.Yu.Khrennikov and M.Nilsson studied dynamical systems defined by the functions $f_q(x) = x^n + q(x)$, where $q(x)$ is a polynomial whose coefficients have small p-adic absolute value.

The dynamical systems associated with the function $f(x) = x^3 + ax^2$ on the set of p-adic numbers is studied in works of F.M.Mukhamedov and J.F.F.Mendes. More general form of this function, i.e., $f(x) = x^{2n+1} + ax^{n+1}$, is considered by U.A.Rozikov and F.M.Mukhamedov.

A. Fan, S. Fan, L. Liao, Y. Wang, FM Mukhamedov and U. Rozikov investigated p-adic dynamical systems of $(1,1)$-rational functions and found attractors, Siegel discs and all invariant spheres, also defined the conditions in which the dynamical system is ergodic.

Connection of the theme of the dissertation with the research works of higher education, where the dissertation is carried out. The dissertation work is done in accordance with the planned theme of scientific research "YoOT-Ftex-2018-78, Dynamical and thermodynamical systems on non-amenable graphs" Institute of Mathematics (2018–2019 y).

The aim of research work is to study of discrete time dynamical systems of (2,1)–rational and (3,2)–rational functions defined in the field of complex *p*-adic numbers.

Research problems:

To find fixed points for (2,1) –rational and (3,2)–rational functions on the field of complex *p*-adic numbers;

in the case of unique fixed point, to investigate the dynamics respectively to the character of the fixed point;

in the case of no fixed point, to find the periodic points of the given function and to investigate the dynamical system respectively to the character of the periodic points;

in the case of fixed points more than one to define the character of all fixed points and respectively finding the basin of attraction for attractive points, Siegel discs for indifferent points and for the repelling fixed points to define the set of escape of trajectory from the fixed points, moreover, to determine the mutual situation of these areas.

The research object: Field of complex *p*-adic numbers, (2,1)–rational functions, (3,2)–rational functions.

The research subject: Functional analysis, *p*-adic analysis, discrete time dynamical systems.

Research methods: in the research the methods of functional analysis, *p*-adic analysis and theory of discrete dynamical systems are used.

Scientific novelty of the research work consists of the following:

In case when the *p*-adic (2,1)–rational function has fixed points, the basin of attraction, Siegel discs and the set of escape of trajectory from the fixed points are found, moreover, relations between these sets are given;

In the case when *p*-adic (2,1)–rational function has not fixed point, two periodic points and basin of attraction are found and Siegel discs are defined respectively to the character of the periodic points;

In the case when *p*-adic (3,2)–rational function has unique fixed points, the basin of attraction, Siegel discs and the set of escape of trajectory from the fixed point are obtained;

In the case when *p*-adic (3,2)–rational function has more than one fixed points, the characters of all fixed points are defined and respectively the basin of attraction for attractive points, Siegel discs for indifferent points are obtained and for the repelling fixed points the set of escape of trajectory from the fixed points is found, moreover, the relations of these sets are studied.

Practical results of the research. It is proved that the discrete-time dynamics of *p*-adic rational function can be classified by the discrete-time dynamics of real functions using the strong triangle inequality.

The discrete-time dynamics of the corresponding *p*-adic rational function is classified by the discrete-time dynamics of piecewise continuous functions, which mapping nonnegative real numbers to itself.

The reliability of the results of the study. Our results have been obtained by using the methods of functional analysis, *p*-adic analysis, theory of discrete time dynamical systems and fixed point theorems. The obtained results are proved mathematically correct.

Scientific and practical significance of the research results. The scientific significance of the research results lies in the facts that they can be applied in the theory of discrete dynamical systems of *p*-adic rational functions.

The practical significance of the thesis is that in the digital analysis and cryptography, also to getting the solutions of some problems of telecommunications.

Implementation of the research results. In according to obtained results in research of discrete time dynamical systems of (2.1)–rational and (3.2)–rational functions, defined on the field of complex *p*-adic numbers:

Siegel discs and trajectory avoidance areas found for the *p*-adic (2,1)–rational function with fixed point have been used to classify *p*-adic dynamical system of rational and polynomial functions on the set *p*-adic integers through discrete time dynamics of real functions in the foreign scientific project "Real/*p*-adic dynamical systems and Gibbs measures" with number LabEx Bezout ANR-10-LABX-58 (Paris-Est Créteil Val-de-Marne University, France, certificate dated June 19, 2019). The application of the scientific result allowed finding invariant spheres in dynamical systems;

The results obtained in the dissertation on dynamical systems *p*-adic (2,1)–rational and (3,2)–rational functions were used to determine the fixed points and limit sets of infinite dimensional operators in the foreign scientific project “Infinite-dimensional orthogonal preserving quadratic stochastic operators” with number UAEU Grant, 31S259 (Al Ain, UAE University Certificate of September 12, 2019). The use of scientific results has ensured data security;

Methods of research of discrete dynamic systems of (2,1)–rational and (3,2)–rational functions defined on the field of complex *p*-adic numbers have been used in the description of dynamical systems on non-Archimedean space in the foreign scientific journals (Advances in Mathematics, 2014; *p*-Adic Numbers, Ultrametric Analysis, and Applications, 2014; Journal of Mathematical Analysis and Applications, 2015; International Journal of Theoretical Physics, 2015; Chaos, Solitons and Fractals, 2016; Fractals, 2016; Dynamical Systems, 2016; Theoretical and Mathematical Physics, 2016; Journal of Difference Equations and Applications 2017; Discrete and Continuous Dynamical Systems, Series A, 2017-2018; Science China Mathematics, 2018; International Journal of Network Security, 2019). The application of the scientific result allowed the separation of invariant sets.

Approbation of the research results. The main results of the research have been discussed at 1 international and 5 national scientific conferences.

Publications of the research results. On the topic of the dissertation 11 research papers have been published in the scientific journals, 5 of them are included in the list of journals proposed by the Higher Attestation Commission of the Republic of Uzbekistan for defending the PhD thesis, in addition 3 of them were published in international journals of mathematics and physics and 2 papers published in national mathematical journal.

The structure and volume of the dissertation. The dissertation consists of an introduction, three chapters, conclusion and bibliography. The general volume of the thesis is 106 pages.

THE MAIN CONTENT OF THE DISSERTATION

In the introduction the motivation of research theme and correspondence to the priority research areas of science and technology of the Republic are given, we present a review of international research on the theme of the dissertation and degree of scrutiny of the problem, formulate our goals and objectives, identify the object and subject of study, and state scientific novelty and practical results of the research. Moreover, we give the theoretical and practical importance of the obtained results, and also give information on the implementation of the research results, the published works and the structure of dissertation.

In the first chapter of the thesis, titled **"On *p*-adic analysis and *p*-adic dynamical systems"** we give main definitions and important insights necessary to cover the dissertation and research the subject, it also provides a detailed overview of the studies and results obtained in this area before the research on the topic. The third section of the first chapter deals with the basic notions of *p*-adic dynamical systems.

Let X be a complete non-Archimedean field, $f : X \to X$ be a function and $f^m(x) = \underbrace{f(f(...f}_{m}(x)...))$. For a given point x_0 the set of points $\left\{ f^m(x_0); m \in N \right\}$ is called the trajectory or orbit through x_0. The set all limiting points of orbit of point x_0 is denote by $\omega(x_0)$. A point $x_0 \in X$ is said to be a *periodic point* if there exists $r \in \mathbb{N}$ such that $f^r(x_0) = x_0$. The least r with this property is called the *period* of x_0. If x_0 has period r, it is called an *r-periodic point*. A 1-periodic point is called a *fixed point*. The orbit of an r-periodic point x_0 is $\{x_0, x_1, ..., x_{r-1}\}$, where $x_j = f^j(x_0)$, $0 \le j \le r-1$. This orbit is called an *r-cycle*.

Definition 1. Let x_0 be a r-periodic point and let $g(x) = f^r(x)$. If there exists a ball $U_\rho(x_0)$ such that for every $x \in U_\rho(x_0)$ we have $\lim_{n\to\infty} g^n(x) = x_0$, then we say that x_0 is an *attractor*. The set

$$A(x_0) = \left\{ x \in X;\ \lim_{n\to\infty} g^n(x) = x_0 \right\}$$

is called the *basin of attraction* of x_0.

Let x_0 be an r-periodic point. If there exists a ball $U_\rho(x_0)$ such that $|x - x_0|_p < |g(x) - x_0|_p$ for every $x \in U_\rho(x_0), x \ne x_0$ then x_0 is said to be a *repeller*.

Definition 2. Let x_0 be a r-periodic point. If there exists an open ball $U_\rho(x_0)$ such that for every $\rho' < \rho$ the spheres $S_{\rho'}(x_0)$ are invariant under the map $g = f^r$ then $U_\rho(x_0)$ is said to be a *Siegel disk* and x_0 is said to be a center of a Siegel disk. The union of all Siegel disks with center at x_0 is said to a *maximum Siegel disk* and is denoted by $SI(x_0)$.

The second chapter , titled **“Dynamical systems of *p*-adic (2,1)–rational functions**” is devoted to study the discrete time dynamical systems of (2,1)–rational functions on the field of complex *p*-adic numbers.

Note that any (2,1)–rational function has the following form:

$$f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{cx + d},\ a,b,c,d \in \mathbb{C}_p,\ c \ne 0,\ d^2 - acd + bc^2 \ne 0 \qquad (4)$$

where $x \ne \tilde{x} = -\dfrac{d}{c}$.

If we take $a = b = 0$ then the function coincides with the function considered in [Khamraev M., Mukhamedov F.M. Journal of Mathematical Analysis and

Applications. 2006]. But the authors did not consider the case $c=1, d\neq 0$ in which case the function has no fixed point. We have the following cases:

1) $c=1$, $a\neq d$; 2) $c=1$, $a=d$, $b\neq 0$; 3) $c=1$, $a=d$, $b=0$; 4) $c\neq 1$.

Remark 1. In the case 3) the function (4) is the id-function i.e., $f(x)=x$.

The first section of chapter two is devoted to the case $c=1$, $a\neq d$. In this case function (4) has a unique fixed point x_0. Denote

$$\delta=|x_0+d|_p \text{ and } \mathcal{P}_1=\{x\in \mathbb{C}_p : \exists n\in\mathbb{N}\cup\{0\}, f^n(x)=\tilde{x}\}.$$

Theorem 1. If $c=1$ and $|f'(x_0)|_p=1$, then the sphere $S_r(x_0)$ is invariant with respect to function (4) for any $r\neq\delta$. Moreover, $SI(x_0)=U_\delta(x_0)$.

Theorem 2. If $c=1$, $|f'(x_0)|_p<1$, then

1) for any $\mu>\delta$ the sphere $S_\mu(x_0)$ is invariant with respect to function (4), i.e. $f(S_\mu(x_0))\subset S_\mu(x_0)$.

2) $A(x_0)=U_\delta(x_0)$.

3) $\mathcal{P}_1\subset S_\delta(x_0)$.

4) If $x\in S_\delta(x_0)\setminus\mathcal{P}_1$, then there exist the following two possibilities:

4.1) There exists $k\in\mathbb{N}$ and $\mu_k>\delta$ such that $f^m(x)\in S_{\mu_k}(x_0)$, for any $m\geq k$.

4.2) The trajectory $\{f^k(x), k\geq 1\}$ is a subset of $S_\delta(x_0)$.

Theorem 3. If $c=1$, $|f'(x_0)|_p=q>1$ and $x\in S_\mu(x_0)\setminus\mathcal{P}_1$, then the following properties hold:

(a) If $\mu<\delta$, then:

(a.1) If $\mu q^m\neq\delta$ for all $m\in\mathbb{N}$ then there exists $k\in\mathbb{N}$ such that $\mu q^k>\delta$ and $f^n(x)\in S_{\mu q^n}(x_0),\ n=1,\dots,k;\ f^{k+1}(x)\in S_{\delta q}(x_0);\ f^{k+2}(x)\in S_\nu(x_0),$ where $\nu\leq\delta q,$ i.e. the trajectory after k steps leaves $U_\delta(x_0)$.

(a.2) If $\mu q^m=\delta$ for some $m\in\mathbb{N}$ then $f^n(x)\in S_{\frac{\delta}{q^{m-n}}}(x_0),\ n=1,\dots,m;$

$f^{m+1}(x)\in S_\nu(x_0),$ where $\nu\geq\delta q.$

(b) If $\mu>\delta$ then

(b.1) If $\mu>\delta q$ then $f(x)\in S_\mu(x_0)$;

(b.2) If $\mu<\delta q$ then $f(x)\in S_{\delta q}(x_0)$;

(b.3) If $\mu=\delta q$ then $f(x)\in S_\nu(x_0)$ where $\nu\leq\delta q$.

The second section of chapter two considered the case $c=1$, $a=d$, $b\neq 0$. In this case function (4) has not a fixed point. Therefore, we solve the following equation

$$g(x)\equiv f(f(x))=x \tag{5}$$

and it has the 2-periodic points $t_{1,2}$. It is a surprise that $g'(t_1)=g'(t_2)=9$, i.e. the value does not depend on parameters a and b. Note that the function g is defined in $\mathbb{C}_p\setminus\{\tilde{x}=-a,\ \tilde{\tilde{x}}_{\pm}\}$, where $\tilde{\tilde{x}}_{\pm}$ are the solutions to the equation $f(x)=\tilde{x}$. Denote

$$\mathcal{P}_2=\{x\in \mathbb{C}_p:\exists n\in\mathbb{N},\ \text{such that}\ \ f^n(x)\in\{\tilde{x},\tilde{\tilde{x}}_-,\tilde{\tilde{x}}_+\}\},\ \text{and}\ h=|t_1+a|_p=|t_2+a|_p.$$

Theorem 4. If $p\neq 3$ then $f(S_r(t_1)\setminus\mathcal{P}_2)\subseteq S_r(t_2)$, $f(S_r(t_2)\setminus\mathcal{P}_2)\subseteq S_r(t_1)$, for any $r>0$.

Theorem 5. If $p=3$ then:

(a) If $r<h$ then for any $x\in S_r(t_1)\setminus\mathcal{P}_2$, $\lim\limits_{n\to\infty} f^{2n}(x)=t_1$ and $\lim\limits_{n\to\infty} f^{2n+1}(x)=t_2$;

for any $x\in S_r(t_2)\setminus\mathcal{P}_2$, $\lim\limits_{n\to\infty} f^{2n}(x)=t_2$ and $\lim\limits_{n\to\infty} f^{2n+1}(x)=t_1$.

(b) If $r>h$ then $f(S_r(t_1)\setminus\mathcal{P}_2)\subseteq S_r(t_2)$, $\quad f(S_r(t_2)\setminus\mathcal{P}_2)\subseteq S_r(t_1)$.

(c) If $r=h$ then for any $x\in S_h(t_1)\setminus\mathcal{P}_2$ there exists $\nu=\nu(x)\geq h$ such that $f^{2n}(x)\in S_\nu(t_1)$ and $f^{2n+1}(x)\in S_\nu(t_2)$;

for any $y\in S_h(t_2)\setminus P_2$ there exists $\mu=\mu(y)\geq h$ such that $f^{2n}(y)\in S_\mu(t_2)$ and $f^{2n+1}(y)\in S_\mu(t_1)$.

In the third section of chapter two considered the case $c\neq 1$, i.e., function (4) has two distinct fixed points. This case

$$\mathcal{P}_3=\{x\in \mathbb{C}_p:\exists n\in\mathbb{N}\cup\{0\},\ f^n(x)=\tilde{x}\}.$$

For any $x\in \mathbb{C}_p$, $x\neq\tilde{x}$, by simple calculations we get

$$|f(x)-x_i|_p=\frac{|x-x_i|_p}{|c|_p}\cdot\frac{|\alpha(x_i)+x-x_i|_p}{|\beta(x_i)+x-x_i|_p},\ i=1,2$$

where $\alpha(x)=\dfrac{cx^2+2dx+ad-bc}{cx+d}$, $\beta(x)=\dfrac{cx+d}{c}$.

Denote $\alpha_i=|\alpha(x_i)|_p$, $\beta_i=|\beta(x_i)|_p$, $i=1,2$.

We have the three cases: $\alpha_i<\beta_i$, $\alpha_i>\beta_i$ and $\alpha_i=\beta_i$. In this thesis all cases was investigated. Specifically, the case $\alpha_i=\beta_i$ taken the following result:

Theorem 6. If $\alpha_i=\beta_i$, and $x\in S_r(x_i)$, $i=1,2$, then the dynamical system generated by function (4) has the following properties:

(i) If $|c|_p=1$, then for all $r\neq\alpha_i$ the sphere $S_r(x_i)$ is invariant with respect to f and for $r=\alpha_i$ we have $f\left(S_\alpha(x_i)\setminus\mathcal{P}_3\right)\subset S_{\alpha_i^*(x)}(x_i)$.

(ii) If $|c|_p>1$ $\left(|c|_p<1\right)$, then for $r\in H=\{|c|_p^k\,\alpha_i:k\geq 0\}$ there exists $k_r\in\mathbb{N}$ such that $f^{k_r}(x)\in S_{\alpha_i}(x_i)$, and if $\alpha_i^*\left(f^{k_r}(x)\right)\notin H$, then $\lim\limits_{n\to\infty} f^n(x)=x_i$

$\left(\lim_{n\to\infty}\left|f^n(x)-x_i\right|_p=+\infty\right)$. Moreover, for $r\notin H$ we have $\lim_{n\to\infty} f^n(x)=x_i$ $\left(\lim_{n\to\infty}\left|f^n(x)-x_i\right|_p=+\infty\right)$.

In the third chapter of the thesis titled "**Dynamical systems of *p*-adic (3,2)–rational functions**", we considered p-adic dynamical systems generated by $(3,2)$–rational functions on the field of complex p-adic numbers $\mathbb{C}_p$.

In the first section of chapter three investigate the behavior of trajectories of a $(3,2)$-rational p-adic dynamical systems with unique fixed point $x_0=\dfrac{c}{d-b}$. Such functions has the following form:

$$f(x)=\frac{x^3+ax^2+bx+c}{x^2+ax+d},\ a,b,c,d\in\mathbb{C}_p,\ b\neq d,\ x\neq\tilde{x}_{1,2}=\frac{-a\pm\sqrt{a^2-4d}}{2} \qquad (6)$$

Denote

$$\mathcal{P}=\{x\in\mathbb{C}_p:\ \exists n\in\mathbb{N},\ f^n(x)=\tilde{x}_{1,2}\},\ \alpha(x)=d-\frac{a^2}{4}+\frac{bd-ac-d^2}{x^2+ax+d},$$

$$\alpha=\left|\alpha(x_0)\right|_p,\ \beta=\left|d-\frac{a^2}{4}\right|_p,\ \text{and}\ \delta=\left|x_0+\frac{a}{2}\right|_p.$$

We have that α, β and δ satisfy one of the following relations:

$$\delta\leq\min\{\sqrt{\alpha},\sqrt{\beta}\}\ \text{or}\ \sqrt{\alpha}\leq\min\{\delta,\sqrt{\beta}\}\ \text{or}\ \sqrt{\beta}\leq\min\{\sqrt{\alpha},\delta\}.$$

In this thesis all cases was investigated. Specifically, the case $\delta\leq\min\{\sqrt{\alpha},\sqrt{\beta}\}$ taken the following result:

Theorem 7. If $\delta\leq\min\{\sqrt{\alpha},\sqrt{\beta}\}$ and $x\in S_r(x_0)$, then the p-adic dynamical system generated by function (6) has the following properties:

1. The following spheres are invariant with respect to function (6):

$S_r(x_0)$, if $r>\sqrt{\max\{\alpha,\beta\}}$ and $\alpha\neq\beta$,

$S_r(x_0)$, if $r\neq\sqrt{\alpha}$, and $\alpha=\beta$,

2. For $\alpha<\beta$, we have $\lim_{n\to\infty} f^n(x)=x_0$, for all $r<\sqrt{\beta}$, and $f\left(S_r(x_0)\setminus\mathcal{P}\right)\subset S_r(x_0)$, for all $r>\sqrt{\beta}$,

$$\omega(x)\subset\begin{cases} S_{\varphi_1(\beta^*(x))}(x_0), & \text{if } \delta<\sqrt{\alpha},\\ S_{\varphi_3(\beta^*(x))}(x_0), & \text{if } \delta=\sqrt{\alpha},\end{cases} \qquad \text{for } r=\sqrt{\beta}.$$

3. If $\alpha=\beta$, then $f\left(S_r(x_0)\setminus\mathcal{P}\right)\subset S_r(x_0)$, for all $r\neq\sqrt{\alpha}$, and $\omega(x)\subset S_{\varphi_2(\alpha^*(x))}(x_0)$, if $r=\sqrt{\alpha}$;

4. If $\alpha > \beta$, then $\omega(x) \subset S_\rho(x_0)$, $\rho \in \Lambda$, for all $0 < r \le \sqrt{\alpha}$, and $f\left(S_r(x_0) \setminus \mathcal{P}\right) \subset S_r(x_0)$, for all $r > \sqrt{\alpha}$, where $\Lambda = \left(\sqrt{\alpha}, \frac{\alpha}{\sqrt{\beta}} \right) \cup \{\beta^*\}$.

The second section of chapter three, investigate the behavior of trajectories of a $(3,2)$-rational p-adic dynamical systems with two fixed points. Such functions has the following form

$$f(x) = \frac{x^3 + ax^2 + bx + c}{x^2 + dx + e}, \ a,b,c,d,e \in \mathbb{C}_p, a \ne d, \ x \ne \tilde{x}_{1,2} = \frac{-d \pm \sqrt{d^2 - 4e}}{2}. \quad (7)$$

Denote

$$\alpha_1(x) = x + \frac{a}{2}, \ \alpha_2(x) = \frac{ex^2 + (ae - c)x + be - cd}{x^2 + dx + e} - \frac{a^2}{4}, \ \beta_1(x) = x + \frac{d}{2},$$

$$\alpha_{1,i} = |\alpha_1(x_i)|_p, \ \alpha_{2,i} = |\alpha_2(x_i)|_p, \ \beta_{1,i} = |\beta_1(x_i)|_p, \ \beta_2 = \left| e - \frac{d^2}{4} \right|_p, \ i = 1,2,$$

$$\alpha_i = \max\{\alpha_{1,i}, \sqrt{\alpha_{2,i}}\}, \ \beta_i = \max\{\beta_{1,i}, \sqrt{\beta_2}\}.$$

One of the relationships is hold $\alpha_{1,i} \ne \sqrt{\alpha_{2,i}}$ and $\beta_{1,i} \ne \sqrt{\beta_2}$, or $\alpha_{1,i} = \sqrt{\alpha_{2,i}}$ and $\beta_{1,i} \ne \sqrt{\beta_2}$, or $\alpha_{1,i} \ne \sqrt{\alpha_{2,i}}$ and $\beta_{1,i} = \sqrt{\beta_2}$, or $\alpha_{1,i} = \sqrt{\alpha_{2,i}}$ and $\beta_{1,i} = \sqrt{\beta_2}$ for these quantities. In this section, the dynamical system in each of these cases is studied and the corresponding results are obtained. In particular $\alpha_{1,i} \ne \sqrt{\alpha_{2,i}}$ and $\beta_{1,i} \ne \sqrt{\beta_2}$ the following theorem is hold

Theorem 8. If $\alpha_{1,i} \ne \sqrt{\alpha_{2,i}}$, $\beta_{1,i} \ne \sqrt{\beta_2}$ and $x \in S_r(x_i) \setminus \mathcal{P}$, $i = 1,2$, then the p-adic dynamical systems of function (7) has the following properties:

1. If $\alpha_i < \beta_i$, then

1.1) for $r > \beta_i$ the sphere $S_r(x_i)$ is invariant with respect to function (7);

1.2) $A(x_i) = U_{\beta_i}(x_i)$;

1.3) for $r = \beta_i$ we have $\omega(x) \subset S_{\hat{\beta}_i(x)}(x_0)$.

2. If $\alpha_i > \beta_i$, then

2.1) for $r > \alpha_i$ the sphere $S_r(x_i)$ is invariant with respect to function (7);

2.2) for $0 < r \le \alpha_i$ we have $\left| f(x) - x_i \right|_p > \left| x - x_i \right|_p$.

3. If $\alpha_i = \beta_i$, then

3.1) for $r \ne \alpha_i$ the sphere $S_r(x_i)$ is invariant with respect to function (7);

3.2) for $r = \alpha_i$ we have $\omega(x) \subset S_{\hat{\alpha}_i(x)}(x_0)$.

The third section of chapter three, considered the following family of (3,2)–rational functions:

$$f(x)=ax\left(\frac{x+b}{x+c}\right)^2,\ a(a-1)(b-c)(ab^2-c^2)\neq 0, a,b,c\in\mathbb{C}_p,\ x\neq\tilde{x}=-c \quad (8)$$

This function has three fixed points the following form

$$x_0=0,\ x_1=-\frac{b\sqrt{a}-c}{\sqrt{a}-1} \text{ and } x_2=-\frac{b\sqrt{a}+c}{\sqrt{a}+1}.$$

For the parameters b and c of function (8) we have the following cases: $|b|_p<|c|_p$ or $|b|_p=|c|_p$ or $|b|_p>|c|_p$. In each of these cases, the dynamical system is fully explored. In particular, the case $|b|_p=|c|_p$ we have the following results:

Theorem 9. If $|b|_p=|c|_p$ and $x\in S_r(0)$, then the p-adic dynamical system generated by f has the following properties:

A. Let $|a|_p<1$. Then:

A.a) If $r\notin H=\{|a^{-k}b|_p : k=0,1,2,\ldots\}$, then $\lim_{n\to\infty} f^n(x)=0$.

A.b) If $r\in H$, then there exists $k\geq 0$ such that $r=|a^{-k}b|_p$ and $f^k(x)\in S_{|b|_p}(0)$.

A.c) If $x\in S_{|b|_p}(0)$ and $b^*(x)\notin H$ then $\lim_{n\to\infty} f^n(x)=0$.

A.d) If $x\in S_{|b|_p}(0)$ and $b^*(x)\in H$ then there exists $k\geq 0$ such that $b^*(x)=|a^{-k}b|_p$ and $f^{k+1}(x)\in S_{|b|_p}(0)$.

A.e) The fixed points x_1, x_2 are repeller and $x_i\in S_{|b|_p}(0)$, $i=1, 2$.

B. Let $|a|_p=1$. Then the sphere $S_r(0)$ is invariant for f if $r\neq|b|_p$. If $x\in S_{|b|_p}(0)$, then one of the following two possibilities holds:

B.a) There exists $k\in N$ and $\mu_k\neq|b|_p$ such that $f^n(x)\in S_{\mu_k}(0)$ for any $n\geq k$ and $f^m(x)\in S_{|b|_p}(0)$ for any $m\leq k-1$.

B.b) The trajectory $\{f^k(x),\ k\geq 1\}$ is a subset of $S_{|b|_p}(0)$.

C. Let $|a|_p>1$. Then:

C.a) If $r\notin H$, then $\lim_{n\to\infty}|f^n(x)|_p=+\infty$.

C.b) If $r\in H$, then there exists $k\geq 0$ such that $r=|a^{-k}b|_p$ and $f^k(x)\in S_{|b|_p}(0)$.

C.c) If $x\in S_{|b|_p}(0)$ and $b^*(x)\notin H$ then $\lim_{n\to\infty}|f^n(x)|_p=+\infty$.

C.d) If $x\in S_{|b|_p}(0)$ and $b^*(x)\in H$ then there exists $k\geq 0$ such that $b^*(x)=|a^{-k}b|_p$ and $f^{k+1}(x)\in S_{|b|_p}(0)$.

C.e) The fixed points x_1, x_2 are repeller and $x_i\in S_{|b|_p}(0)$, $i=1, 2$.

CONCLUSION

The thesis is devoted to the study of discrete dynamical systems of (2,1)-rational and (3,2) - rational functions on the field of complex *p*-adic numbers.

The main results of the research are as follows:

1. In case when the *p*-adic (2,1)–rational function has fixed points, the basin of attraction, Siegel discs and the set of escape of trajectory from the fixed points are found, moreover, relations between these sets are given;
2. In the case when *p*-adic (2,1)–rational function has not fixed point, two periodic points and basin of attraction are found and Siegel discs are defined respectively to the character of the periodic points;
3. In the case when *p*-adic (3,2)–rational function has unique fixed point, the basin of attraction, Siegel discs and the set of escape of trajectory from the fixed point are obtained;
4. In the case when *p*-adic (3,2)–rational function has more than one fixed points, the characters of all fixed points are defined and respectively the basin of attraction for attractive points, Siegel discs for indifferent points are obtained and for the repelling fixed points the sets of escape of trajectory from the fixed points are found, moreover, the relations between these sets are studied.

НАУЧНЫЙ СОВЕТ DSc.30.09.2019.FM.01.01 ПО ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЕНЫХ СТЕПЕНЕЙ ПРИ НАЦИОНАЛЬНОМ УНИВЕРСИТЕТЕ УЗБЕКИСТАНА

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ

САТТАРОВ ИСКАНДАР АБУ-АЛИЕВИЧ

ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ *p*-АДИЧЕСКИХ (2,1)-РАЦИОНАЛЬНЫХ И (3,2)-РАЦИОНАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ

01.01.01– Математик анализ

АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ ДОКТОРА ФИЛОСОФИИ (PhD) ПО ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИМ НАУКАМ

ТАШКЕНТ–2019

Тема диссертации доктора философии (Doctor of Philosophy) по физико-математическим наукам зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Кабинете Министров Республики Узбекистан за № B2017.3.PhD/FM131.

Диссертация выполнена в Институте математики имени В.И.Романовского АН РУз.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, английский, русский (резюме)) размещен на веб-странице Научного совета (www.ik-fizmat.nuu.uz) и на Информационно-образовательном портале «Ziyonet» (www.ziyonet.uz).

Научный руководитель:	**Розиков Уткир Абдуллоевич** доктор физико-математических наук, профессор
Официальные оппоненты:	**Рахимов Абдугофур Абдумажидович** доктор физико-математических наук, профессор
	Хатамов Носиржон Муйдинович кандидат физико-математических наук, доцент
Ведущая организация:	**Самаркандский государственный университет**

Защита диссертации состоится «____» _____________2019 года в ____ часов на заседании Научного совета DSc.30.09.2019.FM.01.01 при Национальном университете Узбекистана. (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 4. Тел.: (+99878)227-12-24, факс: (+99878) 246-53-21, e-mail: nauka@nuu.uz).

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Национального университета Узбекистана (зарегистрирована за №_____). (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 4. Тел.: (+99878) 246-02-24).

Автореферат диссертации разослан «____» _______________2019 года.
(протокол рассылки №________ от «____» _______________2019 года).

А.Садуллаев
Председатель Научного совета по
присуждению ученых степеней,
д.ф.-м.н., профессор, академик

Н.К. Мамадалиев
Ученый секретарь Научного совета по
присуждению ученых степеней, д.ф.ф.-м.н.

В.И.Чилин
Председатель научного семинара при Научном
совете по присуждению ученых степеней,
д.ф.-м.н., профессор

ВВЕДЕНИЕ (аннотация диссертации доктора философии(PhD))

Целью исследования является изучение дискретных динамических систем (2,1) -рациональных и (3,2)-рациональных функций, определенных на поле комплексных *p*-адических чисел.

Объект исследования: Поле комплексных *p*-адических чисел, (2,1)-рациональные функции, (3,2)-рациональные функции.

Научная новизна исследования состоит в следующем:

Если *p*-адическая (2,1)-рациональная функция имеет неподвижные точки, найдены бассейн притяжения, диски Зигеля и множество отклонений траектории от неподвижных точек, более того, определяется взаимная ситуация этих областей;

в случае, когда *p*-адическая (2,1)-рациональная функция не имеет неподвижной точки, найдены 2-периодические точки и область притяжения, диски Зигеля определяются соответственно характеру периодических точек;

в случае, когда *p*-адическая (3,2)-рациональная функция имеет единственную неподвижную точку, найдены бассейн притяжения, диск Зигеля и множество отклонений траектории от неподвижной точки;

в случае *p*-адической (3,2)-рациональной функции, когда она имеет более одной неподвижной точки, определен характер всех неподвижных точек и соответственно найдены бассейн притяжения, диски Зигеля и для отталкивающих неподвижных точек определено множество отклонений траектории от неподвижных точек, кроме того, определяется взаимное положение этих областей.

Внедрение результатов исследования. В соответствии с полученными результатами при исследовании дискретных динамических систем (2.1)-рациональных и (3.2)-рациональных функций, определенных на поле комплексных *p*-адических чисел:

Диски Зигеля и бассейн притяжения, найденные для *p*-адической (2,1)-рациональной функции с фиксированной точкой, использовались в зарубежном научном проекте «Вещественные / *p*-адические динамические системы и меры Гиббса» по программе LabEx Bezout № ANR-10-LABX-58 для классификации динамической системы рациональных функций через динамику с дискретным временим вещественных функций (Справка от 19 июня 2019 года Университета Париж - Эст Кретей Валь-де-Марн, Франция). Применение научного результата позволило найти инвариантные сферы в динамических системах.

Результаты, полученные в диссертации о динамических системах *p*-адических (2,1)-рациональных и (3,2)-рациональных функциях использовались в зарубежном научном проекте № 31S259 «Бесконечномерные ортогональные, сохраняющие квадратичные стохастические операторы» для определения неподвижных точек и предельного множества бесконечномерных операторов (Справка от 12 сентября 2019 года Университета Объединенных Арабских Эмиратов, ОАЭ). Применение научных результатов позволило обеспечить информационную безопасность;

Методы исследования дискретных динамических систем (2,1)-рациональных и (3,2)-рациональных функций, определенных на поле комплексных *p*-адических чисел, были использованы при описании динамических систем на неархимедовом пространстве в зарубежных научных журналах (Advances in Mathematics, 2014; P-Adic Numbers, Ultrametric Analysis, and Applications, 2014; Journal of Mathematical Analysis and Applications, 2015; International Journal of Theoretical Physics, 2015; Chaos, Solitons and Fractals, 2016; Fractals, 2016; Dynamical Systems, 2016; Theoretical and Mathematical Physics, 2016; Journal of Difference Equations and Applications 2017; Discrete and Continuous Dynamical Systems, Series A, 2017-2018; Science China Mathematics, 2018; International Journal of Network Security, 2019), применение научного результата позволило разделить инвариантные множества.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка использованной литературы. Общий объем диссертации составляет 106 страниц.

ЭЪЛОН ҚИЛИНГАН ИШЛАР РЎЙҲАТИ
LIST OF PUBLISHED WORKS
СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ

I бўлим (1 часть; part 1)

1. Albeverio S., Rozikov U.A., Sattarov I.A. *p*-adic (2,1)–rational dynamical systems // Journal of Mathematical Analysis and Applications – 2013. – V.398, №.2, – pp.553-566. (Scopus. IF=1.362).
2. Rozikov U.A., Sattarov I.A. On a non-linear *p*-adic dynamical systems // *p*-Adic Numbers, Ultrametric Analysis and Applications – 2014. – V.6, №.1, – pp.53-64. (Scopus. IF=0.414).
3. Sattarov I.A. *p*-adic (3,2)–rational dynamical systems // *p*-Adic Numbers, Ultrametric Analysis and Applications – 2015. – V.7, №.1, – pp.39-55. (Scopus. IF=0.345).
4. Sattarov I.A. *p*-adic (3,2)–rational dynamical systems with two fixed points // Uzbek Mathematical Journal – 2015. №.1, – pp.86-94.
5. Sattarov I.A. *p*-Adic (3,2)–rational dynamical systems with three fixed points // Uzbek Mathematical Journal – 2019. №.3, p.133-145.

II бўлим (2 часть; part 2)

6. Rozikov U.A., Sattarov I.A. On a *p*-adic (2,1)–rational dynamical systems // Conference “New Theorems of Young mathematicians - 2013”, Namangan, Uzbekistan, p.163-166.
7. Rozikov U.A., Sattarov I.A. On a *p*-adic (2,1)–rational dynamical systems // Conference “Algebra, Applied Mathematics and Information technologies”, 20-21 December, 2016. Namangan, Uzbekistan, N.I, p.349-352.
8. Rozikov U.A., Sattarov I.A. On the ergodicity of *p*-adic dynamical systems // ABSTRACTS of the VI International Scientific Conference Modern Problems of Applied Mathematics and Information Technologies-Al-Khorezmiy 2018, 13-15 September, 2018 p.152.
9. Sattarov I.A. On a *p*-adic dynamical systems // International conference “Operators algebras and related topics”, 12-14 September. 2012, Tashkent, Uzbekistan. p.70-72.
10. Sattarov I.A. On character of fixed points of *p*-adic nonlinear functions // Conference ”Limit theorems of probability theory and their applications”. Namangan, Uzbekistan, 2015, 11-12 May. p. 188-190.
11. Sattarov I.A. On a rational *p*-adic dynamical systems // Conference “Problems of modern topology and its applications”, 5-6 May 2016, Tashkent, Uzbekistan. p. 87-88.

Автореферат «Ўзбекистон математика журнали» таҳририятида

таҳрирдан ўтказилди (_______________.2019 йил).

Босишга рухсат этилди: ____________2019.
Ҳажми 2,2 шартли босма табоқ.
Бичими 60x84 1/16, «Times New Roman»
гарнитурада рақамли босма усулида босилди.
Адади: 100. Буюртма: №__.

Ўзбекистон Республикаси Фанлар академияси
«Фан» нашриёти давлат корхонаси босмахонасида чоп этилди.
100047, Тошкент ш., Яҳё Ғуломов кўчаси, 70-уй