ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ
ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ
DSc.03/30.12.2019.FM.01.02 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТИ

ТИЛАВОВ АСЛИДДИН МАХМУДОВИЧ

МОДЕЛЬ ДИНАМИК СИСТЕМАНИНГ БИФУРКАЦИЯЛАРИ УЧУН ДИСКРЕТ-СОНЛИ КУЗАТУВ МЕТОДИ ВА ИНТЕРАКТИВ ДАСТУРЛАР МАЖМУАСИ

05.01.07 – Математик моделлаштириш. Сонли усуллар ва дастурлар мажмуи (физика-математика фанлари)

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

Тошкент – 2020

УДК: 517.639.3

Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD) диссертацияси автореферати мундарижаси

Оглавление автореферата диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам

Content of dissertation abstract of doctor of philosophy (PhD) on physical-mathematical sciences

ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ DSc.03/30.12.2019.FM.01.02 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТИ

ТИЛАВОВ АСЛИДДИН МАХМУДОВИЧ

МОДЕЛЬ ДИНАМИК СИСТЕМАНИНГ БИФУРКАЦИЯЛАРИ УЧУН ДИСКРЕТ-СОНЛИ КУЗАТУВ МЕТОДИ ВА ИНТЕРАКТИВ ДАСТУРЛАР МАЖМУАСИ

05.01.07 – Математик моделлаштириш. Сонли усуллар ва дастурлар мажмуи (физика-математика фанлари)

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

Тошкент – 2020

Физика-математика фанлари бўйича фалсафа доктори (Doctor of Philosophy) диссертацияси мавзуси Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамаси ҳузуридаги Олий аттестация комиссиясида B2018.4.PhD/FM11 рақам билан рўйхатга олинган.

Диссертация Узбекистон Республикаси Фанлар академияси В.И.Романовский номидаги Математика институтида бажарилган.

Диссертация автореферати уч тилда (ўзбек, рус, инглиз (резюме)) Илмий кенгаш веб-саҳифасида (http://ik-fizmat.nuu.uz/) ва «Ziyonet» таълим ахборот тармоғида (www.ziyonet.uz) жойлаштирилган.

Илмий раҳбар:	**Азамов Абдулла** физика-математика фанлари доктори, профессор, академик
Расмий оппонентлар:	**Тўхтасинов Муминжон** физика-математика фанлари доктори, профессор
	Абдуғаниев Абдували Абдулхайевич физика-математика фанлари номзоди
Етакчи ташкилот:	**Самарқанд давлат университети**

Диссертация ҳимояси Ўзбекистон Миллий университети ҳузуридаги DSc.03/30.12.2019.FM.01.02 рақамли Илмий кенгашнинг 2020 йил «25» январь соат 16^{00} даги мажлисида бўлиб ўтади. (Манзил: 100174, Тошкент ш., Олмазор тумани, Университет кўчаси, 4-уй. Тел.: (99871) 227-12-24, факс: (99871) 246-53-21, e-mail: nauka@nuu.uz).

Диссертация билан Ўзбекистон Миллий университетининг Ахборот-ресурс марказида танишиш мумкин (__ рақами билан рўйхатга олинган). Манзил: 100174, Тошкент ш., Олмазор тумани, Университет кўчаси, 4-уй. Тел.: (99871) 246-02-24.

Диссертация автореферати 2020 йил «10» январь куни тарқатилди.

(2019 йил «24» декабрдаги 16 рақамли реестр баённомаси).

А.Р. Марахимов
Илмий даражалар берувчи Илмий кенгаш раиси, т.ф.д., профессор

З.Р. Рахмонов
Илмий даражалар берувчи Илмий кенгаш илмий котиби, ф.-м.ф.д.

М.М. Арипов
Илмий даражалар берувчи Илмий кенгаш қошидаги илмий семинар раиси, ф.-м.ф.д., профессор

КИРИШ (фалсафа доктори (PhD) диссертациясининг аннотацияси)

Диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати. Жаҳон миқёсида олиб борилаётган кўплаб илмий-амалий тадқиқотларда динамик системалар кенг ўрин эгаллайди. Динамик системалар назарияси замонавий математиканинг муҳим соҳаларидан бири эканлиги, биринчидан, у математиканинг турли соҳалари ўртасидаги чуқур боғланишларни очиш имконини бериши, иккинчидан, реал механик, физик, химик, биологик ва иқтисодий жараёнлар асосан динамик системалар воситасида моделлаштирилиши билан изоҳланади. Динамик системалар назариясининг хусусияти шундан иборатки, муайян жараённинг математик модели дифференциал тенгламалар системаси ёрдамида ифодаланади ва бундай системани тадқиқ этиш дифференциал тенгламалар назариясидан ташқари топология, дифференциал геометрия, функционал анализ, ҳаттоки, замонавий алгебранинг методларига мурожаат этишни талаб этади. Шу сабабдан ҳисоблаш математикаси ва компьютер технологияларининг замонавий методлари орқали динамик системаларни тадқиқ этиш математик моделлаштиришнинг долзарб йўналишларидан ҳисобланади.

Ҳозирги кунда жаҳонда олиб борилаётган илмий тадқиқотлар квадратик динамик системаларда бифуркацияларни ва ёпиқ траекторияларни топиш бошқарилувчи жараёнларни моделлаштириш ва дифференциал тенгламалар назарияси билан боғлиқ тадқиқотларда муҳим аҳамиятга эга эканлигини кўрсатмоқда. Текисликда динамик системаларнинг бифуркацияларини топиш усуллари қатор соҳаларнинг турли масалаларига татбиқ қилиш, шу жумладан экологик, физик ва кимёвий жараёнларни моделлаштириш ҳамда оптимал бошқарув назарияси масалаларини ечишда фойдаланиш мақсадли илмий тадқиқотлардан ҳисобланади.

Мамлакатимизда табиий ва аниқ фанларга эътибор сезиларли даражада кучайтирилди, хусусан, математика таълимини ва фанларини янада ривожлантириш, фундаментал ва амалий илмий тадқиқотлар олиб бориш, олинган натижаларни илм-фаннинг турдош соҳаларида ва иқтисодиёт тармоқларида фойдаланишга алоҳида эътибор қаратилди. Бу борада техник, кимёвий, иқтисодий жараёнларни моделлаштирувчи динамик системаларнинг сифат хоссаларини исботлашга DN-кузатув методини ва компьютер дастурларини қўллаш бўйича салмоқли натижаларга эришилди. Бугунги кунда мамлакатимизда "Дифференциал тенгламалар ва математик физика, динамик системалар назарияси, алгебра ва функционал анализ, геометрия ва топология, амалий математика ва математик моделлаштириш фанларининг устувор йўналишлари бўйича халқаро стандартлар даражасидаги илмий тадқиқотлар олиб бориш асосий вазифалар ва фаолият йўналишлари" этиб белгиланди[1]. Қарор ижросини таъминлашда динамик системаларнинг сифат хоссаларини тадқиқ этиш методларини ривожлантириш муҳим аҳамиятга эга.

---

[1]Ўзбекистон Республикаси Вазирлар маҳкамасининг 2017 йил 18 майдаги «Ўзбекистон Республикаси Фанлар академиясининг янгидан ташкил этилган илмий тадқиқот муассасалари фаолиятини ташкил этиш тўғрисидаги»ги 292-сонли қарори.

Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2017 йил 7 февралдаги №ПФ-4947 “Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантириш бўйича харакатлар стратегияси тўғрисидаги” Фармони, 2017 йил 17 февралдаги №ПҚ-2789 “Фанлар академияси фаолияти, илмий тадқиқот ишларини ташкил этиш, бошқариш ва молиялаштиришни янада такомиллаштириш чора тадбирлари тўғрисида”ги, 2017 йил 20 апрелдаги №ПҚ-2909 “Олий таълим тизимини янада ривожлантириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги, 2018 йил 27 апрелдаги №ПҚ-3682 “Инновацион ғоялар, технологиялар ва лойиҳаларни амалиётга жорий қилиш тизимини янада такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида”ги, 2019 йил 6 июндаги №ПҚ-4358 “2019-2023 йилларда Мирзо Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий университетида талаб юқори бўлган малакали кадрлар-тайёрлаш тизимини тубдан такомиллаштириш ва илмий салоҳиятни ривожлантириш чора тадбирлари тўғрисида”ги ва 2019 йил 9 июлдаги №ПҚ-4387 «Математика таълими ва фанларини янада ривожлантиришни давлат томонидан қўллаб-қувватлаш, шунингдек, Ўзбекистон Республикаси Фанлар академиясининг В.И.Романовский номидаги математика институти фаолиятини тубдан такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида»ги қарорлари ҳамда мазкур фаолиятга тегишли бошқа норматив-ҳуқуқий ҳужжатларда белгиланган вазифаларни амалга оширишда ушбу диссертация тадқиқоти муайян даражада хизмат қилади.

Тадқиқотнинг республика фан ва технологияларни ривожлантиришнинг устувор йўналишларига боғлиқлиги. Мазкур тадқиқот иши республика фан ва технологияларни ривожлантиришнинг IV. “Математика, механика ва информатика” устувор йўналиши доирасида бажарилган.

Муаммонинг ўрганилганлик даражаси. Динамик системалар тушунчасига математик объект сифатида А.Пуанкаренинг илмий ишларида асос солинган ва кейинчалик Дж.Биркгоф томонидан ривожлантирилган. Шунингдек динамик системалар назариясининг ривожланишига А.А.Андроновнинг илмий мактаби салмоқли ҳисса қўшган. Мазкур илмий мактаб вакилларининг илмий ишларида асосан текисликдаги динамик системалар ўрганилган. Бу йўналиш кейинчалик М.Фроммер, Н.Н.Баутин, Н.П.Еругин, Л.А.Черкас, Ю.С.Ильяшенко, А.Ф.Андреев, италия илмий мактабининг бир қатор вакиллари, С.Лефшец, Ф.Хартман, шунингдек 1960-80 йилларда И.С.Куклес раҳбарлигидаги Самарқанд илмий мактаби томонидан ривожлантирилган.

Динамик системаларнинг бифуркациялари муаммоси татбиқий нуқтаи-назардан муҳим масалалардан биридир. Бу борада Пуанкаре-Андронов-Хопф ва эгар-тугун бифуркациялари етарлича ўрганилган, кейинроқ эса В.И.Арнольд ва Богданов-Такенс бифуркациялари кашф этилди. Бифуркацияларнинг яна бир типи – гомоклиник сиртмоқдан ҳосил бўлувчи цикллар нисбатан кам ўрганилган. Бу соҳада В.К.Мельниковнинг илмий ишлари асосий ўрин тутади. Мельников функциялари методи ҳосил бўлган циклларнинг турғунлигини текширишда самарали восита, лекин у локал табиатли бўлгани учун бифуркация зонасидан четроқда яроқли эмас.

Динамик системалар назариясининг юқори даражада ривожланганлигига қарамай ёпиқ траекторияларни топиш муаммоси, ҳатто текисликдаги динамик системалар учун ҳам ҳали тўлиқ ҳал этилмаган. Бу борада охирги йилларда J.-H.He (ХХР) ва А.Н.Пчелинцев (РФ) янги тақрибий сонли усулларни таклиф этишди. Сўнгги йилларда Ўзбекистонда А.Азамов томонидан, сонли усуллар асосида динамик системаларнинг конкрет хоссаларини қатъий исботлаш имконини берувчи траекторияларни DN-кузатиш методи таклиф этилди.

Диссертация мавзусининг диссертация бажарилган илмий тадқиқот муассасасининг илмий-тадқиқот ишлари режалари билан боғлиқлиги. Диссертация тадқиқоти Математика институти илмий-тадқиқот ишлари режасидаги Ф4-ФА-Ф014 “Динамик ва бошқарилувчи системалар траекторияларини кузатув ва бошқарув стратегияларининг синтез методларини ривожлантириш ҳамда уларнинг иссиқлик ва кимёвий жараёнларнинг математик моделларига татбиқлари” (2012-2016) ва ОТ-Ф4-84 “Полиномиал системалар учун дискрет-сонли метод ҳамда унинг циклик ва бошқарилувчи жараёнларни моделлаштиришга татбиқлари” (2017-2020) фундаментал лойиҳалари доирасида бажарилган.

Тадқиқотнинг мақсади текисликдаги модель квадратик динамик системаларнинг сифат тадқиқотига DN-кузатув методини қўллаш, ва бифуркацион картинасини қуриш ва шунга қаратилган компьютер дастурлари мажмуини яратишдан иборат.

Тадқиқотнинг вазифалари:

модель квадратик динамик система учун параметрларнинг тайин қийматларида ёпиқ траекторияси мавжудлигини исботлаш;

модель квадратик динамик системанинг гомоклиник сиртмоқ бифуркацияси зонасига яқин соҳада лимит цикли мавжудлигини DN-кузатув методи орқали исботлаш;

модель квадратик динамик система учун бифуркацион харита тузиш;

текисликдаги квадратик динамик системаларнинг сифат хоссаларини визуал аниқлаш имконини берувчи компьютер дастурлари мажмуини яратиш.

Тадқиқот объекти текисликдаги квадратик динамик системалардан иборат.

Тадқиқот предмети – текисликда битта квадратик ҳадга эга бўлган квадратик динамик системанинг бифуркацияларига DN-кузатув методини қўллашдан иборат.

Тадқиқот усуллари. Тадқиқот ишида динамик системалар назарияси, компьютерда моделлаштириш, DN-кузатув, дифференциал тенгламаларни ечишнинг сонли усулларидан фойдаланилган.

Тадқиқотнинг илмий янгилиги қуйидагилардан иборат:

модель квадратик динамик система учун параметрларнинг Пуанкаре-Андронов-Хопф бифуркацияси зонасидан ташқаридаги қийматида ёпиқ траекторияси мавжудлиги исботланган;

модель квадратик динамик системанинг гомоклиник сиртмоқ бифуркацияси зонаси яқинида лимит цикли мавжуд эканлигини исботлашда DN-кузатув методининг самарали эканлиги кўрсатилган;

текисликдаги квадратик динамик системанинг сифат хоссаларини ёритишга мўлжалланган дастурий мажмуа яратилган;

дастурий мажмуа ёрдамида модель динамик системанинг гомоклиник бифуркация чизиқлари қурилган;

модель квадратик динамик системанинг бифуркацион хоссалари ўрганилган ва бифуркацион харитаси қурилган.

Тадқиқотнинг амалий натижалари DN-кузатув методи ва дастурий таъминот ёрдамида текисликдаги квадратик динамик системаларнинг ёпиқ ва гомоклиник сиртмоқ траекториялари топилган.

Тадқиқот натижаларининг ишончлилиги. Диссертацияда олинган натижалар математикада қабул қилинган дедуктив хулосаларга, шу жумладан, теоремаларнинг қатъий ва тўлиқ исботланганлигига, ҳамда сонли усулларнинг қатъий исботланган аниқлилик баҳоларига асосланган.

Тадқиқот натижаларининг илмий ва амалий аҳамияти. Тадқиқот натижаларининг илмий аҳамияти дифференциал тенгламалар ва динамик системалар назарияларини ривожлантиришда қўлланиши билан изоҳланади.

Тадқиқот натижаларининг амалий аҳамияти динамик системалар соҳасидаги илмий-тадқиқот ишларида, экологик, кимёвий, иқтисодий жараёнларнинг математик моделларини қуриш ва моделларнинг сифат хоссаларини аниқлашда қўлланилиши билан изоҳланади.

Тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши. Модель динамик системаларнинг бифуркациялари ва интерактив дастурлар мажмуасига оид олинган натижалар қуйидаги йўналишларда амалиётга татбиқ этилган:

Полиномиал системаларни Пуанкаре сферасига (ёки дискига) давом эттириш методикасидан 01-01-17-1921FR рақамли грант лойиҳасида қувиш-қочиш масаласидаги динамик система ечимларини сифатий таҳлил қилишда фойдаланилган (Малайзия Путра университетининг 2019 йил 19 ноябрдаги PM.11.19/1/7-сон маълумотномаси). Илмий натижаларнинг қўлланилиши қочувчи ва қувувчиларнинг динамик системалар билан ифодаланувчи ҳаракат тенгламаларининг ечимлари траекторияларининг чексизликдаги сифат хоссаларини таҳлил қилиш имконини берган.

Дифференциал тенглама ечимининг портретини интерактив қуриш дастуридан 01-01-17-1921FR рақамли грант лойиҳасида қувиш ва қочиш ҳаракат тенгламларининг ечимларини тақрибий ҳисоблашда фойдаланилган (Малайзия Путра университетининг 2019 йил 19 ноябрдаги PM.11.19/1/7-сон маълумотномаси). Илмий натижаларнинг қўлланилиши қочувчи ва қувувчиларнинг динамик системалар билан ифодаланувчи ҳаракат тенгламаларининг траекторияларини интерактив қуриш имконини берган.

Тадқиқот натижаларининг апробацияси. Диссертациянинг асосий натижалари 5 та халқаро ва 5 та республика миқёсидаги илмий анжуманларда муҳокамадан ўтказилган.

Тадқиқот натижаларининг эълон қилинганлиги. Тадқиқот мавзуси бўйича жами 19 та илмий иш чоп этилган, шулардан, 5 таси Ўзбекистон

Республикаси Олий аттестация комиссиясининг докторлик диссертациялари (PhD) асосий илмий натижаларини чоп этишга тавсия этилган илмий нашрларда, жумладан 2 таси хорижий ва 3 таси республика журналларида нашр этилган, шунингдек 4 та ЭҲМ учун дастурга муаллифлик гувоҳномаси олинган.

Диссертациянинг тузилиши ва ҳажми. Диссертация кириш қисми, учта боб, хулоса ва фойдаланилган адабиётлар рўйхатидан ташкил топган. Диссертациянинг ҳажми 82 бетни ташкил этган.

ДИССЕРТАЦИЯНИНГ АСОСИЙ МАЗМУНИ

Ишнинг **Кириш** қисмида мавзунинг долзарблиги ва зарурати асосланган, тадқиқотнинг республика фан ва технологиялар ривожланишининг устувор йўналишларига мувофиқлиги баён қилинган, диссертация мавзуси бўйича хорижий илмий тадқиқотларнинг таҳлили берилган, муаммонинг ўрганилганлик даражаси ёритилган, тадқиқотнинг мақсад ва вазифалари, объекти ва предмети кўрсатилган, тадқиқот натижаларининг илмий янгилиги очиб берилган, олинган натижаларнинг назарий ва амалий аҳамияти кўрсатилган, тадқиқот натижаларининг татбиғи, шунингдек нашр этилган илмий ишлар ва диссертациянинг структураси ҳақидаги маълумотлар келтирилган.

Диссертациянинг “**Лимит циклли модель системанинг сифат тадқиқоти**” деб номланган биринчи боби ёрдамчи характерга эга бўлиб: бу бобнинг биринчи параграфида динамик системаларга оид диссертация мавзуси бўйича тадқиқотларнинг қисқа шарҳи келтирилган. Иккинчи параграфда модель системаларни каноник кўринишга келтириш ва параметрлар текислигининг бирламчи бўлиниши баён этилган. Бу параграфда ночизиқли модель системага мисол сифатида битта квадрат ҳадли ушбу

$$\dot{\bar{x}} = c\bar{x} + d\bar{y} + e\bar{x}^2, \quad \dot{\bar{y}} = f\,\bar{x} + g\bar{y}, \tag{1}$$

дифференциал тенгламалар системаси қаралган. Шуни алоҳида таъкидлаш керакки, (1) система содда кўринишга эга бўлганига қарамай симметрияга эга эмас ва ошкор кўринишда интегралланмайди.

(1) системада ўзгарувчиларни аффин алмаштириш орқали қуйидаги

$$\dot{x} = ax + y + x^2, \;\; \dot{y} = bx + y, \tag{2}$$

каноник шаклга келтириш мумкин, бу ерда $a = c/g$, $b = fd/g^2$. Шунинг учун (2) система диссертация ишининг тадқиқот объекти қилиб олинган.

(2) система $a = b$ бўлганда фақат битта махсус нуқтага эга ва унинг фазавий портретини ўрганиш динамик системаларнинг маълум усуллари билан содда амалга оширилади, ҳаттоки махсус нуқтанинг характеристик секторлари типигача аниқлаш қийин эмас. $a \neq b$ бўлган ҳолда эса (2) система иккита $O = (0,0)$ ва $P = (b-a,\; b(a-b))$ махсус нуқтага эга бўлади. Бунда $a = b$ тўғри чизиқ (a, b) параметрлар текислигини иккита $a > b$ ва $a < b$ қисмларга ажратади ва бу қисмлар фазавий портрет нуқтаи назаридан ўзаро

изоморф бўлади, яни ўзгарувчиларни аффин алмаштириш ёрдамида бир яримтекисликни иккинчисига алмаштириш мумкин. Бунда яна система (2) кўринишга эга бўлади. Шу боис $a > b$ бўлган ҳолни қараш кифоя. У ҳолда P эгар типидаги махсус нуқта, $O = (0,0)$ махсус нуқта эса антиэгар (яни тугун ёки фокус) бўлади. Бундан ташқари $a = -1, \ b < -1$ нур Пуанкаре-Андронов-Хопф бифуркация чизиғи бўлади: (a, b) нуқта бу нурдан ўнг томонда ва унга жуда яқин жойлашса, (2) система лимит циклга эга бўлади. Аммо бу хоссалар фазавий портретларни тўлиқ қуриш учун етарли эмас, сабаби қуйидаги саволларга жавоб берилиши лозим:

1. $a, \ b$ параметрларнинг қандай қийматларида (2) система ёпиқ траекторияга эга бўлади?
2. (2) системада гомоклиник сиртмоқ бифуркацияси мавжудми?
3. (2) системада гомоклиник сиртмоқ бифуркацияси рўй берадиган (a, b), параметрларнинг қийматлар мажмуаси қандай кўринишда бўлади?

Бу саволларга жавоб беришда амалдаги методлар кифоя эмас эди. Диссертация ишида DN-кузатув методи юқоридаги саволларга жавоб излашда самарали эканлиги кўрсатилади.

DN-кузатув методининг асосий ғояси тақрибий ҳисобланган траектория ҳақидаги маълумотлар асосида реал траектория ҳолати ҳақида аниқ хулосалар чиқаришдан иборат.

DN-кузатув усулини динамик системаларга татбиқ этишда

$$\dot{z} = f(z), \quad z(0) = z_0 \tag{3}$$

Коши масаласи дастлаб $z_{n+1} = z_n + hF(z_n, h)$ дискрет система билан алмаштирилади. Бу ердаги F функция сонли ечиш схемаси деб юритилади.

Биринчи бобнинг учинчи параграфида иккинчи ва учинчи тартибли Рунге-Кутта методига мос тайин схемалар қўлланилади ҳамда квадратик динамик системалар учун бу методларнинг аниқлилигига оид қатъий исботланган баҳолар келтирилади.

Диссертациянинг **“Модель системанинг локал бифуркациялари”** деб номланган иккинчи боби (2) системанинг локал бифуркацияларини, асосан, эгар-тугун типидаги ва Пуанкаре-Андронов-Хопф бифуркацияларини ўрганишга бағишланган.

(2) система учун $a = -1, \ b < -1$ чизиғи (a, b) параметрлар текислигида Пуанкаре-Андронов-Хопф бифуркацияси чизиғи бўлади. Ҳозирги кунда мазкур бифуркациянинг Арнольдга тегишли қисқа ва Марсден-Мак-Кракен томонидан берилган атрофлича баёни мавжуд.

Диссертация ишида қуйидаги тавсиф асос қилиб олинган.

Айтайлик

$$\dot{x} = f(x, y, \mu), \quad \dot{y} = g(x, y, \mu) \tag{4}$$

система берилган бўлсин, бу ерда f, g функциялар $(0,0,0)$ нуқтанинг бирор атрофида узлуксиз-дифференциалланувчи функциялар бўлиб, $f(0,0,0) = 0$, $g(0,0,0) = 0$ ўринли, μ – кичик параметр бўлсин. Фараз қилайлик

$$f(x, y, \mu) = 0, \quad g(x, y, \mu) = 0$$

тенгламалар системаси $|\mu|<\varepsilon,$ бўлганда узлуксиз-дифференциалланувчи $x=x(\mu),\ y=y(\mu)$ ечимга эга бўлсин, у ҳолда бу эгри чизиқнинг ҳар бир нуқтаси (x,y) текислигида (4) динамик система учун μ нинг ҳар бир қийматида $(x(\mu),y(\mu))$ махсус нуқтага эга бўлади.

Пуанкаре-Андронов-Хопф бифуркациясининг регулярлиги ҳақидаги қуйидаги шарт ўринли бўлсин: (4) *системанинг чизиқли қисми* μ *нинг* $(-\varepsilon,\ \varepsilon)$ *интервалдаги қийматларига мос* $(x(\mu),y(\mu))$ *махсус нуқтада бир жуфт* $\lambda(\mu)=\alpha(\mu)\pm i\beta(\mu)$ *комплекс-қўшма хос сонларга эга бўлиб,* $\alpha'(0)\neq 0.$ Бу шарт бажарилганда (4) система Пуанкаре-Андронов-Хопф бифуркациясига эга бўлади: $\alpha'(0)>0$ бўлганда, $\mu<0$ учун $\alpha(\mu)<0$ ва $\mu>0$ да $\alpha(\mu)>0,$ яъни μ ўсиш мобайнида $\mu=0$ қийматдан ўтса, (4) системанинг махсус нуқтаси турғун фокусдан нотурғун фокусга ўзгаради; $\alpha'(0)<0$ бўлган ҳолда эса тескари ҳодиса содир бўлади: $\mu<0$ учун $\alpha(\mu)>0$ ва $\mu>0$ учун $\alpha(\mu)<0,$ яъни μ параметрнинг ўсиши мобайнида $\mu=0$ дан ўтса, (4) системанинг махсус нуқтаси нотурғун фокусдан турғун фокусга айланади.

Симметрияга кўра $\alpha'(0)>0$ бўлган ҳолни қараш кифоя.

$a>b$ учун шундай хулоса чиқади: $O=(0,\ 0)$ махсус нуқта антиэгар ва $b<-\dfrac{1}{4}(a-1)^2$ бўлганда эса – фокус бўлганлиги сабабли (2) системани мана шу икки ҳолда қараймиз ва Пуанкаре-Андронов-Хопф бифуркацияси ҳақидаги теоремани (2) системага татбиқ этамиз.

Бунда (2) система чизиқли қисмининг хос сонлари

$$\lambda=\alpha\pm i\beta\text{, бу ерда } \alpha=\frac{a+1}{2},\quad \beta=\frac{\sqrt{(a-1)^2+4b}}{2},$$

шунинг учун $a=-1, b<-1$ нур Пуанкаре-Андронов-Хопф бифуркация чизиғи бўлади. b нинг қийматини махкамлаб, a ни бифуркация параметри сифатида қараймиз, яъни $\mu=a.$ У ҳолда бифуркация ҳақидаги теоремадан қуйидаги натижа келиб чиқади: ҳар бир $b\in(-\infty,\ -1)$ учун шундай $\varepsilon(b)>0$ мавжудки, $a\in(-1,\ -1+\varepsilon(b))$ учун (2) система ягона ёпиқ траекторияга эга бўлади ва бу ёпиқ траектория турғун лимит цикл бўлади.

Табиий равишда $\varepsilon(b)$ функциясини ҳисоблаш ҳақидаги масала пайдо бўлади.

Даставвал таъкидлаш лозимки, бифуркация ҳақидаги теоремани тўғридан-тўғри қўллаш $\varepsilon(b)$ учун қуйидан дағал баҳо беради. Ҳақиқатан, қаралаётган ҳолда қўзғалмас O нуқтанинг хос векторлари

$$e_1=\begin{pmatrix}1\\ \alpha-a\end{pmatrix},\quad e_2=\begin{pmatrix}0\\ \beta\end{pmatrix}$$

бўлади. $x=\xi,\quad y=(\alpha-a)\xi+\beta\eta$ алмаштириш натижасида (2) система бифуркациянинг каноник кўринишга келтирилади:

$$\dot{\xi} = \alpha\xi + \beta\eta + \xi^2, \quad \dot{\eta} = -\beta\xi + \alpha\eta + \frac{\alpha - 1}{\beta}\xi^2.$$

$\bar{a}(b) = -1 + \varepsilon(b)$ нинг қийматини қуйидан баҳолаш учун $b \in (-\infty, 1)$ нинг қийматини маҳкамлаб, a параметрнинг $a = -1 + 0$ атрофидаги қийматларини қараймиз.

DN-кузатув методи шуни кўрсатдики, бифуркация ҳақидаги Пуанкаре-Андронов-Хопф теоремасидан $b = -2$ учун $a \in (-1,\ -1 + 0.05)$ бўлганда (2) система лимит циклга эга. Шундай қилиб, Пуанкаре-Андронов-Хопф бифуркация назарияси $\bar{a}(-2) \geq -0,95$ баҳони беради.

(2) системада поляр координаталарга ўтиб, нисбатан яхшироқ $\bar{a}(-2) \geq -0.93$ баҳосини келтириб чиқариш мумкин.

Таъкидлаш лозимки, $\bar{a}(b)$ функция учун юқори баҳо олишга доир умумий усул мавжуд эмас. DN-кузатув методи қуйи баҳодан ташқари b параметр қийматларининг муайян диапазони учун юқоридан баҳолаш имконини ҳам беради.

Бу кўпдан-кўп ҳисоблашлар ва компьютер экспериментларини талаб этади. Бундай ҳисоблашларни енгиллаштириш, яъни муайян даражада автоматлаштириш мақсадида В.И.Романовский номидаги Математика институтининг "Динамик системалар ва уларнинг татбиқлари" лабораториясида махсус компьютер дастури пакети яратилди. Пакет динамик система фазавий портретини интерактив тарзда бошқариш имконини беради. §2.2 да яратилган дастурлар пакетининг функционал имкониятлари ва унинг қўлланишига мисоллар келтирилган. Дастурлар пакети қуйидаги тўртта турдаги дифференциал тенгламаларни сифат ва миқдорий жиҳатдан ўрганишга мўлжалланган:

1-тартибли нормал тенглама $y' = f(x, y)$;

Симметрик шаклдаги 1-тартибли тенглама $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$;

2-тартибли динамик система $\begin{cases} \dot{x} = f(x, y), \\ \dot{y} = g(x, y); \end{cases}$

Қутб координаталардаги 2-тартибли динамик система $\begin{cases} \dot{r} = f(r, \varphi), \\ \dot{\varphi} = g(r, \varphi). \end{cases}$

Мавжуд дастурий пакетлардан фарқли, диссертация доирасида яратилган дастурлар пакети айнан бифуркацияларни, жумладан гомоклиник цикл ва бошқа нолокал бифуркацияларни ўрганишга мослашган.

Дастурлар пакетининг функционал имкониятлари қуйидагича:

– нормал ва симметрик шаклдаги, шунингдек Декарт ва қутб координаталар системаларида берилган дифференциал тенгламаларнинг фазавий портретларини интерактив йўсинда қуриш имконияти;

– дифференциал тенгламалар ҳақидаги элементар функциялар ёрдамида берилган маълумотларни TEX форматида киритиш имконияти;

– дифференциал тенгламанинг фазавий портретини интерактив таҳрир қилиш, жумладан чизиқларнинг рангини ва қалинлигини ўзгартириш, ўчириш ва қайта қуриш, траекторияларнинг йўналишини кўрсатиш, координаталар системасини катталаштириш, координата бошини кўчириш ва масштабни ўзгартириш имконияти;

– Декарт координаталар системасида берилган дифференциал тенгламаларнинг аниқланиш соҳасини тасвирлаш имконияти;

– Декарт координаталар системасида берилган дифференциал тенгламаларнинг йўналишлар майдонини тасвирлаш имконияти;

– Декарт ва қутб координаталар системаларида берилган, текисликдаги динамик системаларнинг қўзғалмас нуқталарини топиш, уларнинг типини аниқлаш ва қўзғалмас нуқта атрофида траекторияларнинг сифат хоссаларини ўрганиш имконияти;

– инсон-машина мулоқотини максимал визуаллаштириш мақсадида интерфейс режими мавжудлиги;

– барча оралиқ ва якуний натижаларни алоҳида файл шаклида сақлаш имконияти.

§2.3 да (2) системада (a, b) нуқта Пуанкаре-Андронов-Хопф бифуркацияси зонасидан ташқарида жойлашган ҳолда, $a = -0.9,\ b = -2.005$ қийматлар учун (бундай танлов алохида ҳисоблашларни соддалаштириш мақсадида қилинган) DN-кузатув методи татбиқ этилган. Бу параграфнинг асосий натижаси қуйидаги тасдиқдан иборат.

Теорема 1. *Ушбу*

$$\dot{x} = -0.9x + y + x^2, \quad \dot{y} = -2.005x + y \tag{5}$$

система лимит циклга эга.

Диссертациянинг “**Модель ночизиқли системаларда глобал бифуркациялар**” деб номланган учинчи бобида (2) динамик система $a = -0.74,\ b = -2.005$ қийматларда, яъни (a, b) нуқта гомоклиник сиртмоқ бифуркацияси зонасига яқин жойлашган ҳолда ўрганилган ва ёпиқ траекторияси мавжуд эканлиги исботланган. Ўрганилаётган модель системанинг тўлиқ бифуркацион фазавий картинасини қуриш учун a ва b параметрларни гомоклиник сиртмоқ ҳосил қилувчи қийматларини аниқлаш лозим.

Таъриф. *Ушбу*

$$\dot{z} = f(z)$$

динамик системанинг $z(t)$ *траекторияси махсус нуқта ва ёпиқ траекториядан фарқ қилсин.*

Агар исталган мусбат ε *ва* T *учун шундай* t_1, t_2 *мавжуд бўлиб,* $t_1 - t_2 > T;\quad |z(t_1) - z(t_2)| < \varepsilon$ *шартлар ўринли бўлса,* $z(t)$ *гомоклиник траектория деб аталади*.

Бошқа сўз билан айтганда гомоклиник траектория етарлича катта вақтда ўз-ўзига исталганча кичик яқинлашарди.

Гомоклиник траекторияларнинг энг содда тури – бу гомоклиник цикллардир. Бундай траекториялар учун қуйидаги муносабат ўринли

$$\lim_{t \to -\infty} z(t) = \lim_{t \to +\infty} z(t) = z_0,$$

бу ерда z_0 – махсус нуқта.

Учинчи бобнинг биринчи параграфида (2) система ҳақиқатдан ҳам гомоклиник цикл бифуркациясига эга эканлиги исботланган.

Теорема 2. *Ҳар бир* $b \in (-\infty, -1)$ *учун* $a_*(b) \in (-1, \; -1+\varepsilon)$ *мавжуд бўлиб,* $a = a_*(b)$ *бўлганда* (2) *система эгар типидаги гомоклиник сиртмоққа эга бўлади.*

Бу ерда ҳам табиий равишда $a_*(b)$ қийматни баҳолаш масаласи ўртага чиқади. Бу масала §3.2 да қаралган бўлиб, *DN*-кузатув методи ёрдамида параметрларнинг $a = -0.74, b = -2.005$ бўлганда, яъни

$$\begin{cases} \dot{x} = -0.74x + y + x^2, \\ \dot{y} = -2.005x + y. \end{cases} \tag{6}$$

системанинг ёпиқ траекторияси ҳақида масала қаралган.

Параметрларнинг қаралаётган қийматларида (6) системанинг чизиқли қисми $\lambda_{\pm} = 0.13 \pm i\sqrt{1.2481}$ хос қийматларга эга бўлади, шунинг учун O мувозанат ҳолати нотурғун фокус бўлади.

Теорема 3. (6) *система лимит циклга эга.*

Бу теоремани исботлашга DN-кузатув усулини татбиқ этиш учун иккинчи тартибли Рунге-Кутта усули яроқсиз бўлганлиги сабабли учинчи тартибли Рунге-Кутта усулига мурожаат қилинди.

$(-0.74; \; -2.005)$ нуқта $a = a_*(b)$ бифуркацион чизиққа етарлича яқин жойлашган (параметрларнинг $a = -0.72$, $b = -2.005$ қийматларида (2) система ёпиқ траекторияга эга эмаслигини кўрсатиш мумкин). Яъни $-0.74 < a_*(-2.005) < -0.72$ хосса ўринли.

Учинчи бобнинг учинчи параграфида (2) системанинг тўлиқ бифуркацион картинаси келтирилган, шу жумладан, a, b параметрларининг қийматларида сифат ҳолатининг ҳар бир тури учун фазавий картиналар тасвирланган (1-шакл). Шунингдек полиномиал системаларни Пуанкаре сферасига (ёки дискига) давом эттириш методикасига мувофиқ траекторияларнинг чексизликдаги ҳолати ҳақидаги масала ўрганилган. (2) система учун Лефшец схемаси бўйича давом эттириш

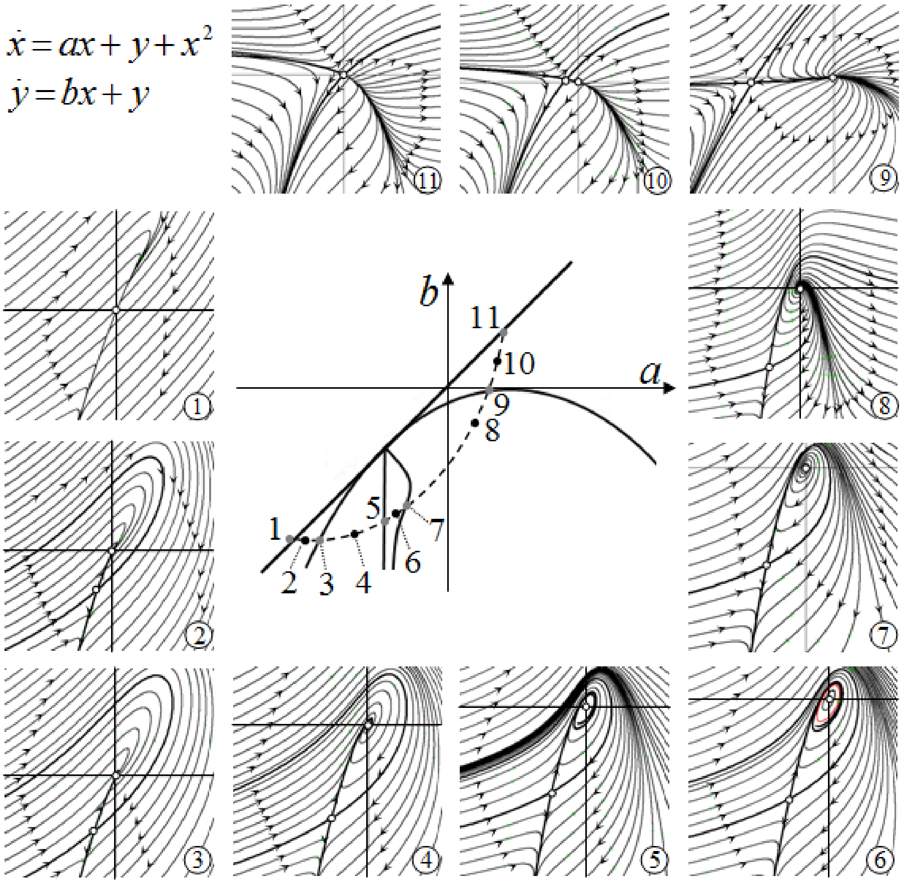
$$\begin{gathered} -ZQ^* dX + ZP^* dY + (XQ^* - YP^*)dZ = 0, \\ XdX + YdY + ZdZ = 0, \end{gathered}$$

экваторда бузилган махсус нуқтани беради, шунинг учун қуйидаги янги давом эттириш схемаси қўлланилди:

$$\begin{gathered} -Q^* dX + P^* dY + (Q^* - P^*)dZ = 0, \\ XdX + YdY + ZdZ = 0, \end{gathered} \tag{7}$$

бу ерда $P^* = aXZ + YZ + X^2, \;\; Q^* = bXZ + YZ.$

Ниҳоят қуйидагича натижа олинди: ($x = X/Z, \;\; y = Y/Z$) ёрдамида проектив текисликка давом эттирилган (7) вектор майдон, a, b параметрларнинг барча қийматларида эгар-тугун типидаги махсус нуқтага эга бўлади. Бундан (2) система чексизликда бифуркацияга эга эмас деган хулоса келиб чиқади.



1-шакл

1 $O = P$ – эгар-тугун ($a = -2$);
2 O – турғун тугун ($a = -1{,}94$);
3 O –турғун критик тугун $\left(a = -\left(5 + 2\sqrt{15}\right)/7\right)$;
4 O – турғун фокус ($a = -1{,}4$);
5 Андронов-Хопф бифуркацияси ($a = -1$);
6 нотурғун фокус атрофида турғун цикл ($a = -0{,}92$);
7 гомоклиник сиртмоқ бифуркацияси ($a = -0{,}825$);
8 фокусга ўралувчи сеператриса ($a = 0$);
9 O – нотурғун тугун $\left(a = \dfrac{-5 + 2\sqrt{15}}{7}\right)$;
10 O – нотурғун тугун ($a = 0{,}7$);
11 $O = P$ – эгар-тугун ($a = 1$).

ХУЛОСА

Диссертация иши сонли усуллар асосида динамик системаларнинг конкрет хоссаларини қатъий исботлаш имконини берувчи DN-кузатув методини ночизиқли модель системани тўлиқ ўрганиш, хусусан, бифуркацияларини текширишга татбиқ этишга бағишланган.

Тадқиқотнинг асосий натижалари қуйидагилардан иборат.

1. Модель квадратик динамик система учун параметрлар қиймати Пуанкаре-Андронов-Хопф бифуркацияси зонасидан ташқаридаги қийматларида ётганда ёпиқ траектория мавжуд эканлиги исботланди.

2. Модель квадратик динамик системанинг гомоклиник сиртмоқ бифуркацияси зонаси яқинида лимит цикли мавжуд эканлигини исботлашда DN-кузатув методининг самарали эканлиги кўрсатилди.

3. Динамик системалар бўйича илмий-тадқиқот ишларини автоматлаштиришга мўлжалланган, тасвирларни интерактив бошқариш орқали икки ва уч ўлчовли динамик системаларнинг сифат хоссаларини ёритиш имконини берувчи компьютер дастурлари пакети яратилди;

4. Яратилган компьютер дастури ёрдамида модель динамик системанинг гомоклиник бифуркация чизиғи қурилди;

5. Модель квадратик динамик системанинг бифуркацион хоссалари ўрганилди ва бифуркацион харитаси қурилди.

Диссертация тадқиқоти натижалари текисликдаги квадратик динамик системаларга оид илмий тадқиқот ишларини ривожлантиришга хизмат қилади. Яратилган компьютер дастурлари пакетидан динамик системалар назарияси ва унинг татбиқлари соҳасида илмий тадқиқот ишлари билан шуғулланувчи тадқиқотчилар, олий таълим муассасалари ўқитувчилари “Дифференциал тенгламалар” курсидан ва дифференциал тенгламалар бобини ўз ичига олувчи “Олий математика” курсидан маъруза ва амалий машғулотларга инновацион педагогик технологияларни қўллашда, шунингдек, механика, физика, химия, биология ва иқтисодиёт соҳаларида махсус маърузалар ўқувчи профессор-ўқитувчилар фойдаланишлари мумкин.

НАУЧНЫЙ СОВЕТ DSc.03/30.12.2019.FM.01.02
ПО ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЁНЫХ СТЕПЕНЕЙ ПРИ
НАЦИОНАЛЬНОМ УНИВЕРСИТЕТЕ УЗБЕКИСТАНА

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ

ТИЛАВОВ АСЛИДДИН МАХМУДОВИЧ

МЕТОД ДИСКРЕТНО-ЧИСЛЕННОГО СЛЕЖЕНИЯ И ПАКЕТ ИНТЕРАКТИВНЫХ ПРОГРАММ ДЛЯ БИФУРКАЦИЙ МОДЕЛЬНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

05.01.07 – Математическое моделирование. Численные методы и комплексы программ (физико-математические науки)

АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ ДОКТОРА ФИЛОСОФИИ (PhD) ПО ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИМ НАУКАМ

Ташкент – 2020

Тема диссертации доктора философии (PhD) по физико-математическим наукам зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Кабинете Министров Республики Узбекистан за №B2018.4.PhD/FM11.

Диссертация выполнена в Институте математики им. В.И.Романовского Академии наук Республики Узбекистан.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, русский, английский (резюме)) размещен на веб-странице Научного совета (http://ik-fizmat.nuu.uz/) и на Информационно-образовательном портале «Ziyonet» (www.ziyonet.uz)

Научный руководитель:	**Азамов Абдулла Азамович** доктор физико-математических наук, профессор, академик
Официальные оппоненты:	**Тухтасинов Муминжон** доктор физико-математических наук, профессор
	Абдуганиев Абдували Абдулхайевич кандидат физико-математических наук
Ведущая организация:	**Самаркандский государственный университет**

Защита диссертации состоится «25» января 2020 года в 16^{00} часов на заседании Научного совета DSc.03/30.12.2019.FM.01.02 при Национальном университете Узбекистана (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 4. Тел.: (+99871)227-12-24, факс: (+99871) 246-53-21, e-mail: nauka@nuu.uz).

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Национального университета Узбекистана (зарегистрирована за №____). (Адрес: 100174, г. Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 4.Тел.: (+99871) 246-02-24).

Автореферат диссертации разослан «10» января 2020 года.
(протокол рассылки №16 от «24» декабря 2019 года).

А.Р. Марахимов
Председатель Научного совета по присуждению научных степеней, д.т.н., профессор

З.Р. Рахмонов
Ученый секретарь Научного совета по присуждению научных степеней, д.ф.-м.н.

М.М. Арипов
Председателя Научного семинара при научном совете по присуждению научных степеней, д.ф.-м.н., профессор

ВВЕДЕНИЕ (аннотация диссертации доктора философии (PhD))

Актуальность и востребованность темы диссертации. Многие научно-прикладные исследования, проводимые на мировом уровне, во многих случаях преимущественно приводятся к рассмотрению динамических систем. Теория динамических систем – одна из наиболее важных областей современной математики, что объясняется, с одной стороны, возможностью выявления глубоких связей между различными областями математики и, с другой стороны, возможностью моделирования реальных механических, физических, химических, биологических и экономических процессов посредством динамических систем. Особенность теории динамических систем состоит в том, что хотя задачи являются специфическими, связанными с поведением системы при росте времени, т.е. системой дифференциальных уравнений, но для их решения приходится обращаться к методам топологии, дифференциальной геометрии, функционального анализа, теории вероятностей, даже современной алгебры. В современных условиях применение методов вычислительной математики и компьютерных технологий для исследования динамических систем является одной из актуальных задач математического моделирования.

В настоящее время в мире качественное исследование динамических систем, в том числе доказательства существования бифуркации и замкнутых траекторий квадратичных динамических систем, имеет важное значение в научных исследованиях, связанных с математическим моделированием управляемых систем и теорией дифференциальных уравнений. Разработка методов исследования бифуркационной картины квадратичных динамических систем на плоскости и их применение к моделированию экологических, физических, химических процессов, а также при решении задач оптимального управления являются целевыми задачами научных исследований.

В нашей стране особое внимание уделяется естественным и точным наукам. Реализуются комплексные меры по дальнейшему развитию математического образования и науки, проведению фундаментальных и прикладных научных исследований, использованию научных результатов в смежных областях науки и отраслях экономики. Проведение научных исследований по приоритетным направлениям математических наук, а именно по дифференциальным уравнениям и математической физике, включая теорию динамических систем, алгебре и функциональному анализу, теории вероятностей и математической статистике, прикладной математике и математическому моделированию представляют основные направления и задачи деятельности Института математики[1]. Развитие методов исследований динамических систем играет важную роль в реализации указанного постановления.

[1]Постановление Кабинета Министров Республики Узбекистан №292 «О мерах по организации деятельноти вновь созданных научно-исследовательских учреждений Академии наук Республики Узбекистан» от 18 мая 2017 года.

Тема и объект исследования настоящей диссертации соответствуют задачам, обозначенным в Указах Президента Республики Узбекистан №УП-4947 от 7 февраля 2017 года «О стратегии действия по дальнейшему развитию Республики Узбекистан», №УП-2789 от 17 февраля 2017 года «О мерах по дальнейшему совершенствованию деятельности Академии наук, организации, управления и финансирования научно-исследовательской деятельности», №ПП-2909 от 20 апреля 2017 года «О мерах по дальнейшему развитию системы высшего образования», №ПП-3682 от 27 апреля 2018 года «О мерах по дальнейшему совершенствованию системы практического внедрения инновационных идей, технологий и проектов», №ПП-4358 от 17 июня 2019 года «О мерах по коренному совершенствованию системы подготовки востребованных квалифицированных кадров и развитию научного потенциала в Национальном университете Узбекистана имени Мирзо Улугбека в 2019-2023 годах» и №ПП-4387 от 9 июля 2019 года «О мерах государственной поддержки дальнейшего развития математического образования и науки, а также коренного совершенствования деятельности Института математики имени В.И. Романовского Академии наук Республики Узбекистан», а также в других нормативно-правовых актах, касающихся фундаментальной науки.

Соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики. Данное исследование выполнено в соответствии с приоритетным направлением развития науки и технологий в Республике Узбекистан: IV. «Математика, механика и информатика».

Степень изученности проблемы. Понятие динамической системы в качестве математического объекта обосновано в работах А.Пуанкаре, затем было развито Дж.Биркгофом. В развитие теории динамических систем на плоскости огромный вклад внесла научная школа А.А.Андронова. Это направление затем было развито М.Фроммером, Н.Н.Баутиным, Ю.С.Ильяшенко, А.Ф.Андреевым, Н.П.Еругиным, Л.А.Черкасом, С.Лефшецем, Ф.Хартманом, и многочисленными представителями созданных ими научных школ, в том числе научной школой во главе с И.С.Куклесом, действовавшей в 1960-80 гг. Самарканде.

Важной, с точки зрения приложений, является проблема бифуркаций динамических систем. Досконально изучены бифуркации седло-узла и Андронова-Хопфа, несколько позже были открыты бифуркации Арнольда и Богданова-Такенса. Сравнительно мало был изучен еще один тип бифуркации – рождение цикла из гомоклинической петли седла и здесь основным достижением остается работа В.К.Мельникова. Метод функций Мельникова успешно применяется к изучению устойчивости рождаемых циклов, но его возможности ограничены малой окрестностью бифуркации.

Несмотря на высокую степень развития теории, далеко до полного решения остается проблема нахождения замкнутых траекторий даже для динамических систем на плоскости. Среди работ последних лет, посвященных этой проблеме, отметим цикл работ J.-H.He и А.Н.Пчелинцева, где развиты новые приближенные методы построения замкнутых траекторий.

В последние годы А.Азамовым предложен новый метод, названный DN-слежением траекторий, который в определенных условиях позволяет строго доказать конкретные свойства динамических систем на основе численных методов.

Связь темы диссертации с научно-исследовательскими работами учреждения высшего образования, где выполнялась диссертация. Диссертационная работа выполнена в соответствии с планом научного исследования фундаментального проекта Ф4-ФА-Ф014 «Развитие методов слежения траекторий и синтеза стратегий в динамических и управляемых системах и их приложения к математическим моделям тепловых и химических процессов» (2012-2016), ОТ-Ф4-84 «Дискретно-численный метод для полиномиальных систем и его приложения к моделированию циклических и управляемых процессов» Института математики им. В.И.Романовского АН РУз (2017-2020).

Целью исследования является применение метода DN-слежения для качественного изучения модельной квадратичной динамической системы на плоскости и разработка комплекса программ для построения бифуркационной картины.

Задачи исследования:

доказательство существования замкнутой траектории модельной квадратичной динамической системы;

применение метода DN-слежения для доказательства существования предельного цикла с большим периодом, близкого к зоне бифуркации гомоклинической петли модельной квадратичной динамической системы;

построение бифуркационной карты для модельной квадратичной динамической системы;

разработка комплекса компьютерных программ, приспособленного для визуального выявления качественных свойств квадратичных динамических систем на плоскости.

Объектом исследования являются квадратичные динамические системы на плоскости.

Предмет исследования – применимость метода DN-слежения к бифуркациям модельной квадратичной динамической системы с одним квадратичным членом на плоскости.

Методы исследования. В работе используются методы теории динамических систем, численные методы решения дифференциальных уравнений, метод DN-слежения, компьютерное моделирование.

Научная новизна исследования состоит в следующем:

показано, что модельная квадратичная динамическая система имеет замкнутую траекторию, когда параметры системы лежат за бифуркационной зоной Пуанкаре-Андронова-Хопфа;

показана эффективность метода DN-слежения для доказательства существования предельного цикла, близкого к зоне бифуркации гомоклинической петли модельной квадратичной динамической системы;

изучены буфуркационные свойства модельной квадратичной системы и построена ее бифуркационная карта;

разработан комплекс компьютерных программ для выявления качественных свойств квадратичных динамических систем на плоскости;

с применением созданного комплекса программ построена линия гомоклинической бифуркации модельной системы.

Практические результаты исследования состоят в том, что метод DN-слежения и комплекс компьютерных программ применены при доказательстве качественных свойств квадратичных динамических систем на плоскости.

Достоверность результатов исследования обоснована принятыми в математике дедуктивными выводами, в том числе строгими и подробными доказательствами теорем, и оценками точности численных методов.

Научная и практическая значимость результатов исследования. Научное значение результатов исследования заключается в том, что они могут быть использованы в развитии теории динамических систем и дифференциальных уравнений.

Практическая значимость диссертации состоит в том, что полученные научные результаты могут быть использованы в научных исследованиях в области динамических систем и при проведении специальных курсов для студентов и магистров в ВУЗах, а также при разработке и исследовании математических моделей в экологии, химии, экономике.

Внедрение результатов исследования. Полученные результаты по методу дискретно-численного слежения и комплекс интерактивных программ для бифуркаций модельной динамической системы внедрены в практику по следующим направлениям:

Метод продолжения полиномиальных систем на сфере Пуанкаре был использован для качественного анализа решений динамической системы в задаче преследования-уклонения в проекте 01-01-17-1921FR (справка от Университета Путра Малайзии, 19 ноября 2019 г., PM.11.19/1/7). Применение научных результатов позволило проанализировать качественные свойства траекторий решений уравнений движения убегающего и преследователей на бесконечности, движения которых описываются динамическими системами.

Интерактивная программа для построения портрета решения дифференциальных уравнений использовалась в проекте 01-01-17-1921FR для расчета приближенных решений уравнений движения убегающего и преследователя (справка от Университета Путра Малайзии, 19 ноября 2019 г. PM.11.19/1/7). Применение научных результатов позволило в интерактивном режиме построить траектории уравнений движения убегающего и преследователей, движения которых описываются динамическими системами.

Апробация результатов исследования. Основное содержание диссертации доложено в научных докладах на 5 международных и 5 республиканских научно-практических конференциях.

Публикация результатов исследования. По теме диссертации опубликовано 19 научных работ, из них 5 статей опубликованы в журналах, входящих в перечень научных изданий, предложенных Высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан для защиты диссертаций на соискание ученой степени доктора философии (PhD), в том числе 2 статьи опубликованы в зарубежных с импакт-фактором изданиях, 3 – в республиканских научных изданиях, получены 4 авторских свидетельства на программы для ЭВМ.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, приложения и списка использованной литературы. Объем диссертации составляет 82 страницы.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во **Введении** обоснованы актуальность и востребованность темы диссертации, отмечено соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики, дан обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации, описана степень изученности проблемы, сформулированы цели и задачи, указаны объект и предмет исследования, изложены научная новизна и практические результаты исследования, раскрыта теоретическая и практическая значимость полученных результатов, даны сведения о внедрении результатов исследования, об опубликованных работах и о структуре диссертации.

Первая глава диссертации, названная «**Качественное исследование модельной системы с предельным циклом**», имеет вступительный характер. В первом параграфе приводится обзор результатов по исследованию динамических систем. Во втором параграфе изложены приведение к каноническому виду модельной системы и первичное разбиение плоскости по характерам особых точек модельной системы:

$$\dot{\bar{x}} = c\bar{x} + d\bar{y} + e\bar{x}^2, \quad \dot{\bar{y}} = f\,\bar{x} + g\bar{y}, \tag{1}$$

характеризующейся тем, что содержит минимальное, в определенном смысле, слово нелинейность. Целью диссертации, как уже было отличено, является апробация метода DN-слежения на данном примере. Особо следует подчеркнуть, что несмотря на простой вид, система (1) не имеет симметрию, и не интегрируется в явном виде.

После замены переменных система (1) приводится к виду

$$\dot{x} = ax + y + x^2, \ \ \dot{y} = bx + y, \tag{2}$$

где $a = c/g$, $b = fd/g^2$, которую назовем канонической формой.

В случае $a = b$ система (2) имеет лишь одну особую точку и фазовый портрет легко исследуется, вплоть до выяснения рода характеристических секторов особой точки. В случае $a \neq b$ система имеет две особые точки $O = (0,0)$ и $P = (b-a,\ b(a-b))$ Прямая $a = b$ разбивает плоскость параметров (a, b) на две полуплоскости $a > b$ и $a < b$, которые оказываются изоморфными с точки зрения фазового портрета: с помощью аффинной замены переменных одну полуплоскость можно превратить в другую. При этом система по-прежнему будет иметь форму (2), что позволяет ограничиться рассмотрением случая $a > b$. Тогда особая точка P будет седлом, а особая точка $O = (0,0)$ антиседлом (т.е. узлом или фокусом). Кроме того, луч $a = -1,\ b < -1$ будет линией бифуркации Пуанкаре-Андронова-Хопфа: когда точка $(a,\, b)$ будет лежать справа от этого луча и достаточно близко к нему, система (2) будет иметь предельный цикл. Эти свойства системы (2) вытекают из общей теории динамических систем. Но они недостаточны для построения фазового портрета в целом, так как остаются открытыми следующие вопросы:

1. При каких значениях $a,\ b$ система (2) вообще имеет замкнутую траекторию?

2. Имеет ли система (2) бифуркацию гомоклинической петли?

3. Что собой представляет совокупность (a, b), при которой система (2) имеет бифуркацию гомоклинической петли?

Чтобы ответить на эти вопросы, известных методов недостаточно. В диссертации показано, что метод DN-слежения является эффективным средством для получения ответа на сформулированные вопросы.

Идея метода DN-слежения состоит в использовании информации о приближенно вычисленной траектории для заключения конкретных выводов о поведении реальной траектории.

Для применения метода DN-слежения к динамической системе задача Коши

$$\dot{z} = f(z), \quad z(0) = z_0 \tag{3}$$

сначала заменяется дискретным уравнением $z_{n+1} = z_n + hF(z_n, h)$.

В третьем параграфе первой главы применяются конкретные схемы второго и третьего порядков метода Рунге-Кутта и выводятся строгие оценки точности этих методов для квадратичных динамических систем.

Вторая глава диссертации, названная «**Локальные бифуркации в модельной системе**», посвящена изучению локальных бифуркаций в системе (2), а именно бифуркаций седло-узла и Пуанкаре-Андронова-Хопфа.

Для системы (2) линия $a = -1,\ b < -1$ на плоскости параметров (a, b) является линией бифуркации Пуанкаре-Андронова-Хопфа. В §2.1 эта бифуркация рассмотрена более подробно. В настоящее время существуют разные формулировки этой бифуркации. В диссертационной работе рассмотрена следующая формулировка.

Пусть дана система

$$\dot{x} = f(x, y, \mu), \quad \dot{y} = g(x, y, \mu) \tag{4}$$

где $f,\ g$ – непрерывно-дифференцируемые функции в некоторой окрестности точки $(0,0,0) \in \boldsymbol{R}^3$, причем $f(0,0,0) = 0,\ g(0,0,0) = 0,\ \mu$ – малый параметр. Предполагается, что система уравнений

$$f(x, y, \mu) = 0$$

$$g(x, y, \mu) = 0$$

имеет гладкое решение $x = x(\mu),\ y = y(\mu)$ при $|\mu| < \varepsilon$, так что каждая точка этой кривой на плоскости (x, y) служит особой точкой для динамической системы (4) при соответствующем значении μ.

Пусть выполнено следующее условие (о регулярности бифуркации Пуанкаре-Андронова-Хопфа): линеаризованная часть системы (4) при значениях μ из интервала $(-\varepsilon, \varepsilon)$ имеет пару комплексно-сопряженных собственных чисел $\lambda(\mu) = \alpha(\mu) \pm i\beta(\mu)$ в особой точке $(x(\mu), y(\mu))$, такую, что $\alpha'(0) \neq 0.$ При выполнении этого условия, по определению, в системе (4) имеет место бифуркация Пуанкаре-Андронова-Хопфа: в случае $\alpha'(0) > 0$ имеет место такое свойство, что $\alpha(0) < 0$ при $\mu < 0$ и $\alpha(\mu) > 0$ при $\mu > 0,$ которое означает, что при переходе параметра μ через значение $\mu = 0$ с возрастанием особая точка системы (4) превращается в неустойчивый фокус, а в случае $\alpha'(0) < 0$ имеет место обратное явление: $\alpha(\mu) > 0$ при $\mu < 0$ и $\alpha(\mu) < 0$ при $\mu > 0,$ которое означает, что при переходе параметром μ значения $\mu = 0$ с возрастанием особая точка системы (4) из неустойчивого фокуса превращается в устойчивый фокус.

В виду полной аналогии обычно рассматривается случай $\alpha'(0) > 0$ (случай $\alpha'(0) < 0$ сведется к нему простой заменой μ на $-\mu$).

Применим теорему о бифуркации Пуанкаре-Андронова-Хопфа к системе (2). Поскольку при $a > b$ особая точка $O = (0,\, 0)$ является антиседлом и при $b < -\dfrac{1}{4}(a-1)^2$ – фокусом, то рассмотрим систему (2) при этих двух предположениях.

При этом собственные числа линейной части имеют вид

$$\lambda = \alpha \pm i\beta \text{, где } \alpha = \frac{a+1}{2}, \quad \beta = \frac{\sqrt{(a-1)^2 + 4b}}{2},$$

так что луч $a = -1,\ b < -1$ будет линией бифуркации Пуанкаре-Андронова-Хопфа. Зафиксировав значение b, примем a в качестве параметра бифуркации, т.е. $\mu = a.$ Тогда из теоремы о бифуркации вытекает следующее следствие: для каждого $b \in (-\infty, -1)$ существует $\varepsilon(b) > 0,$ такое, что при $a \in (-1, -1 + \varepsilon(b))$ система (2) имеет единственную замкнутую траекторию, которая в данном случае будет устойчивым предельным циклом.

Естественно возникает задача о вычислении функции $\varepsilon(b)$.

Прямое применение теоремы о бифуркации дает лишь очень грубые оценки снизу для $\varepsilon(b)$.

Чтобы улучшить нижнюю оценку для $\varepsilon(b)$, применим метод доказательства теоремы о бифуркации к нашему случаю.

Собственными векторами неподвижной точки O являются

$$e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ \alpha - a \end{pmatrix}, \quad e_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ \beta \end{pmatrix}.$$

После замены $x = \xi, \quad y = (\alpha - a)\xi + \beta\eta$ система (2) приводится к следующему каноническому виду

$$\dot{\xi} = \alpha\xi + \beta\eta + \xi^2, \quad \dot{\eta} = -\beta\xi + \alpha\eta + \frac{\alpha-1}{\beta}\xi^2.$$

Оценка значения $\bar{a}(b)$. Зафиксируем значение $b \in (-\infty, 1)$ и будем считать, что a принимает значения из окрестности $a = -1$.

Соответствующие расчеты показывают, что из теоремы Пуанкаре-Андронова-Хопфа о бифуркации для $b = -2$ следует, что при $a \in (-1, \ -1 + 0.05)$ система (2) будет иметь предельный цикл. Таким образом, теория бифуркаций Пуанкаре-Андронова-Хопфа дает оценку $\bar{a}(-2) \ge -0{,}95$.

Несколько лучшую оценку $\bar{a}(-2) \ge -0.93$ можно получить, непосредственно – переходя к полярным координатам в системе (2).

В обоих случаях мы имеем только нижнюю оценку, к тому же довольно грубую. Метод DN-слежения позволяет как уточнить нижнюю оценку, так и вывести верхнюю оценку для определенного диапазона значений b.

В лаборатории «Динамические системы и их приложения» Института математики им. В.И.Романовского разработан пакет компьютерных программ с целью автоматизации научно-исследовательской работы по динамическим системам, позволяющий строить фазовые портреты двумерных, трехмерных динамических систем посредством интерактивного управления изображением. В §2.2 описаны функциональные возможности разработанного пакета программ с визуализацией и приведены примеры его применения. Пакет программ предназначен для качественного и количественного изучения четырех видов дифференциальных уравнений, а именно,

нормального уравнения 1-го порядка: $y' = f(x, y)$;

уравнения 1-го порядка в симметричной форме (поля направлений): $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$;

динамической системы 2-го порядка: $\begin{cases} \dot{x} = f(x, y); \\ \dot{y} = g(x, y); \end{cases}$

динамической системы в полярной системе координат: $\begin{cases} \dot{r} = f(r, \varphi), \\ \dot{\varphi} = g(r, \varphi). \end{cases}$

В отличие от существующих пакетов программ, созданный нами пакет приспособлен именно для изучения бифуркаций, в том числе нелокальной и негиперболической бифуркаций гомоклинического цикла.

Пакет программ имеет следующие функциональные возможности:

– интерактивное построение фазового портрета дифференциальных уравнений в нормальной и симметрической формах, о также в заданных в декартовой и полярной системах координатах;

– возможность ввода информации о дифференциальном уравнении, задающемся элементарными функциями в специальном формате TEX;

– интерактивное редактирование фазового портрета дифференциального уравнения:изменение цвета и толщины линий, удаление и перестройка, задание направления траектории, перемещение координатной системы и изменение масштаба;

– изображение области определения дифференциального уравнения, заданного в декартовой системе координат;

– изображение поля направлений дифференциального уравнения, заданного в декартовой системе координат;

– нахождение неподвижных точек динамической системы на плоскости, заданной в декартовой и полярной системах координат, определение их типов и изучение качественных свойств траекторий в окрестности неподвижных точек;

– интерфейсный режим с целью максимальной визуализации для создания удобств человеко-машинного взаимодействия;

– возможность сохранения всех промежуточных и окончательных результатов в отдельном файле.

В §2.3 метод DN-слежения применяется к системе (2) для точек (a, b), лежащих за зоной бифуркации Пуанкаре-Андронова-Хопфа. Метод демонстрируется на конкретно выбранных значениях a и b, а именно, $a = -0.9$, $b = -2.005$ (такой выбор делается лишь с целью упрощения отдельных вычислений). Основной результат этого параграфа состоит в следующем утверждении.

Теорема 1. *Система*

$$\dot{x} = -0.9x + y + x^2, \quad \dot{y} = -2.005x + y \tag{5}$$

имеет предельный цикл.

В третьей главе диссертации, названной «**Локальные бифуркации в модельной системе**», изучается динамическая система (2) при $a = -0.74$, $b = -2.005$ когда она оказывается близкой к зоне бифуркации гомоклинической петли, и доказывается существование предельного цикла. Затем строится бифуркационная фазовая картина изучаемой модельной системы в целом.

Определение. *Траектория* $z(t)$ *динамической системы*

$$\dot{z} = f(z)$$

называется гомоклинической, если она отличается от особой точки и замкнутой траектории, но для любых положительных ε *и* T *существуют* t_1, t_2 *такие, что* $t_1 - t_2 > T$; *б)* $|z(t_1) - z(t_2)| < \varepsilon$.

Таким образом, гомоклиническая траектория сколь угодно приближается к самой себе за сколь угодно большие отрезки времени.

Простейший тип гомоклинических траекторий – это гомоклинические циклы. Для таких траекторий имеет место соотношение

$$\lim_{t \to -\infty} z(t) = \lim_{t \to +\infty} z(t) = z_0,$$

где z_0 – особая точка.

В §3.1 доказано, что в системе (2) действительно имеет место бифуркация гомоклинического цикла.

Теорема 2. *Для каждого* $b \in (-\infty, -1)$ *существует* $a_*(b) \in (-1, -1+\varepsilon)$, *такое, что система* (2) *имеет гомоклиническую петлю седла.*

Методом DN-слежения можно доказать, что при некотором ε, $\varepsilon > 0$, система (2) имеет замкнутую траекторию для $a \in (a_*(b)+\varepsilon, \ a^*(b)-\varepsilon)$. Этот вопрос рассмотрен в параграфе §3.2 Методом *DN*-слежения доказывается существование замкнутой траектории (2) при $a = -0.74, b = -2.005$, т.е. в системе

$$\begin{cases} \dot{x} = -0.74x + y + x^2, \\ \dot{y} = -2.005x + y. \end{cases} \tag{6}$$

В случае рассматриваемых значений линейная часть системы (6) имеет собственные числа $\lambda_{\pm} = 0.13 \pm i\sqrt{1.2481}$, поэтому положение равновесия O является неустойчивым фокусом.

Теорема 3. *Система* (6) *имеет предельный цикл.*

Для доказательства теоремы методом DN-слежения метод Рунге-Кутта второго порядка оказался непригодным и поэтому применен метод Рунге-Кутта третьего порядка.

Точка $(-0.74; \ -2.005)$ достаточно близка к бифуркационной линии $a = a_*(b)$ (можно доказать, что уже при $a = -0.72$, $b = -2.005$ система (2) не имеет замкнутой траектории). Тогда следующее свойство $-0.74 < a_*(-2.005) < -0.72$ верно.

В §3.3 третьей главы приведена бифуркационная картина системы (2) в целом, в том числе дана фазовая картина (Рис.1) для каждого типа качественного поведения для значения параметров a, b. Для полноты рассмотрен также вопрос о поведении на бесконечности в соответствии с методикой продолжения полиномиальных систем на сферу (или диск) Пуанкаре. Для системы (2) продолжение по схеме Лефшеца

$$-ZQ^*dX + ZP^*dY + (XQ^* - YP^*)dZ = 0,$$
$$XdX + YdY + ZdZ = 0,$$

дает сверх вырожденную особую точку на экваторе, в связи с этим использована новая схема продолжения

$$\begin{gathered} -Q^*dX + P^*dY + (Q^* - P^*)dZ = 0, \\ XdX + YdY + ZdZ = 0, \end{gathered} \tag{7}$$

где $P^* = aXZ + YZ + X^2$, $Q^* = bXZ + YZ$.

В итоге получен следующий результат: Векторное поле (7), продолженное на проективную плоскость посредством ($x = X/Z$, $y = Y/Z$), при всех значениях a, b имеет одну особую точку типа седло-узла. Как следствие получается, что система (2) не имеет бифуркаций на бесконечности.

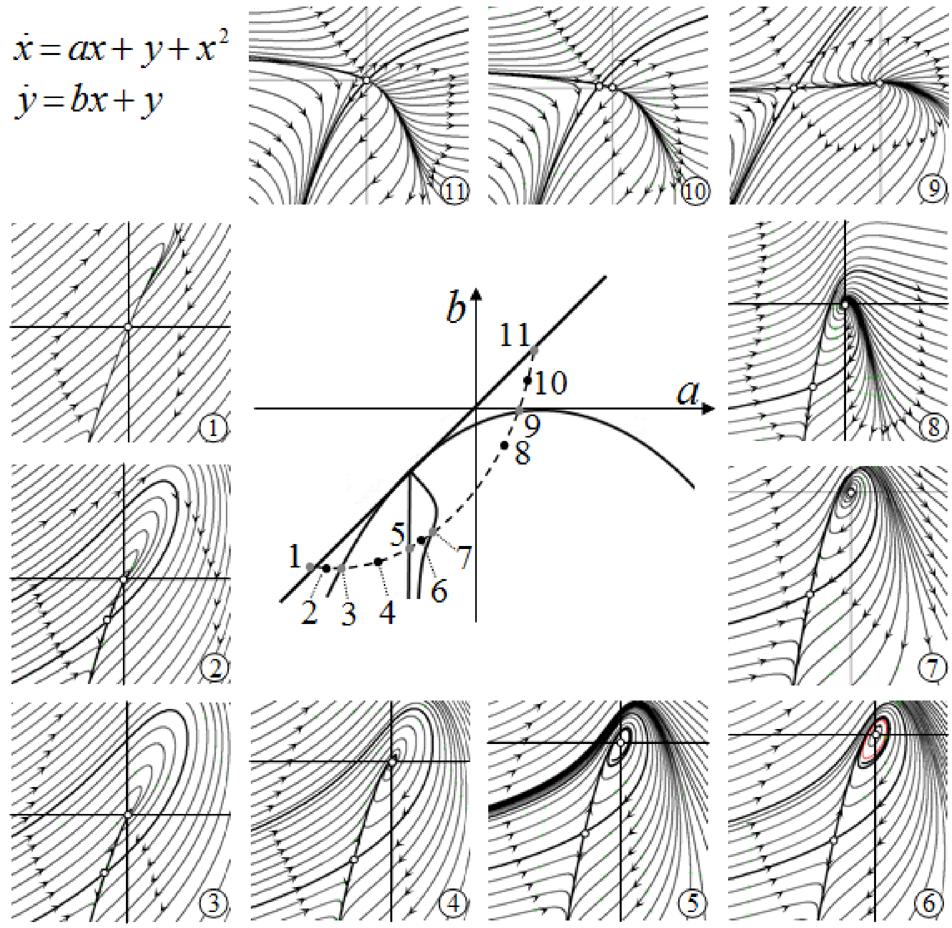


Рис.1

① $O = P$ – седло-узел ($a = -2$);

② O – устойчивый узел ($a = -1{,}94$);

③ O – устойчивый критический узел $\left(a = -\dfrac{5 + 2\sqrt{15}}{7} \right)$;

④ O – устойчивый фокус ($a = -1{,}4$);

⑤ Бифуркация Андронова-Хопфа ($a = -1$);

⑥ Устойчивый цикл около неустойчивого фокуса ($a = -0{,}92$);

⑦ Бифуркация гомоклинической петли ($a = -0{,}825$);

⑧ Раскручивающаяся с фокуса сеператриса ($a = 0$);

⑨ O – неустойчивый узел $\left(a = \dfrac{-5 + 2\sqrt{15}}{7} \right)$;

⑩ O – неустойчивый узел ($a = 0{,}7$);

⑪ $O = P$ – седло-узел ($a = 1$).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Диссертация посвящена применению метода DN-слежения, позволяющего доказывать конкретные свойства динамических систем на основе численных методов, к полному исследованию нелинейной модельной системы, включая бифуркации.

Основные выводы исследования заключаются в следующем.

1. Доказано существование замкнутой траектории модельной квадратичной динамической системы, когда значения параметров системы лежат вне зоны от бифуркации Пуанкаре-Андронова-Хопфа.

2. Показана эффективность метода DN-слежения для доказательства того, что модельная квадратичная динамическая система имеет предельный цикл вблизи зоны бифуркации гомоклинической петли седла.

3. Разработан пакет компьютерных программ, предназначенных для автоматизации исследований динамических систем, позволяющих выявлять качественные характеристики двух и трехмерных динамических систем посредством интерактивного управления фазовым портретом;

4. С помощью созданного пакета программ построена линия гомоклинической бифуркации модельной нелинейной системы;

5. Изучены буфуркационные свойства модельной квадратичной системы и построена ее бифуркационная карта;

Результаты диссертационного исследования будут способствовать развитию научных исследований по квадратичным динамическим системам на плоскости созданный пакет компьютерных программ может быть использован в научных исследованиях в области теории динамических систем и ее приложений в механике, физике, химии, биологии и экономике, в инновационных педагогических технологиях, в лекциях и практических занятиях по курсу «Дифференциальные уравнения» и по курсу «Высшая математика», содержащему главу по дифференциальным уравнениям, а также при чтении специальных курсов.

SCIENTIFIC COUNCIL AWARDING SCIENTIFIC DEGREES DSc.03/30.12.2019.FM.01.02 NATIONAL UNIVERSITY OF ZBEKISTAN

INSTITUTE OF MATHEMATICS

TILAVOV ASLIDDIN MAXMUDOVICH

THE DISCRETE-NUMERICAL TRACKING METHOD AND AN INTERACTIVE SOFTWARE PACKAGE FOR BIFURCATION OF A MODEL DYNAMICAL SYSTEM

05.01.07 – Mathematical simulation. Numerical methods and software

ABSTRACT OF DISSERTATION OF THE DOCTOR OF PHILOSOPHY (PhD) ON PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

Tashkent – 2020

The theme of dissertation of doctor of philosophy (PhD) on physical and mathematical sciences was registered at the Supreme Attestation Commission at the Cabinet of Ministersof of the Republic of Uzbekistan under number №B2018.4.PhD/FM11.

Dissertation has been prepared at V.I.Romanovskiy Institute of Mathematics, Uzbekistan Academy of Sciences.

The abstract of the dissertation is posted in three languages (uzbek, russian, english (resume)) on the website (http://ik-fizmat.nuu.uz/) and the "Ziyonet" information and educational portal (www.ziyonet.uz).

Scientific supervisor:	**Azamov Abdulla** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Academician
Official opponents:	**Tuxtasinov Muminjon** Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor
	Abduganiev Abduvali Candidate of Physical and Mathematical Sciences
Leading organization:	**Samarkand State University**

Defense will take place «25» january 2020 at «16^{00}» at the meeting of Scientific Council number DSc.03/30.12.2019.FM.01.02 at National University of Uzbekistan, Institute of Mathematics (Address:University str., 4, Almazar area, Tashkent, 100174, Uzbekistan, Ph: (99862) 224-66-11, fax: (99862) 224-67-00, e-mail: nauka@nuu.uz).

Dissertation is possible to review in Information-resource centre at National University of Uzbekistan (is registered №__). (Address: University str., 4, Tashkent, Uzbekistan, 100174. Phone: (99871) 246-02-24, e-mail: nauka@nuu.uz).

Abstract of dissertation sent out on «10» january 2020 year.

(Mailing report №16 on «24» december 2019 year).

A.R. Marakhimov
Chairman of Scientific Council on award of scientific degrees, D.T.S.,Professor

Z.R. Rakhmonov
Scientific secretary of Scientific Council on award of scientific degrees, D.F.-M.S.

M.M. Aripov
Chairman of Scientific Seminar under Scientific Council on award of scientific degrees, D.F.M.S., Professor

INTRODUCTION (abstract of the PhD thesis)

The aim of the study is to use the DN-tracking method for a qualitative study of a model quadratic dynamical system on the plane and to design a software package for constructing a bifurcation diagram.

The object of research work is quadratic dynamical systems on the plane.

The scientific novelty of the research work consists of the following:

- an existence of a closed trajectory of the model dynamic system is proved when the system parameters lie behind the Poincaré-Andronov-Hopf bifurcation zone;
- an effectiveness of the DN-tracking method is shown to prove existence of a limit cycle close to the bifurcation zone of the homoclinic loop of the model quadratic dynamical system;
- a software package has been designed to identify the qualitative properties of quadratic dynamical systems on the plane;
- a homoclinic bifurcation line of the model system is constructed, using the designed software package;
- bifurcation properties of the quadratic model system are studied, and its bifurcation diagram is built.

Implementations of the research results. The results of the dissertation were obtained by the method of discrete-numerical tracking and the package of interactive programs for bifurcations of a model dynamic system were used in practice in the following directions.

The method of continuation polynomial systems onto the Poincaré sphere was used for qualitative analysis the solutions of dynamic system in the pursuit-evasion problem in the project 01-01-17-1921FR (The certificate from Putra Malaysia University, November 19, 2019, PM.11.19/1/7). The application of the scientific results allowed to analyze the qualitative properties of trajectories of the solutions of the evader and pursuers' motion equations at infinity, which the motions are described by dynamic systems.

The interactive program for constructing the portrait of the solution of differential equations was used in the project 01-01-17-1921FR for calculation the approximate solutions of the evader and pursuers' motion equations (The certificate from Putra Malaysia University, November 19, 2019, PM.11.19/1/7). The application of the scientific results allowed to construct the trajectories of evader and pursuers' motion equations interactively, which the motions are described by dynamic systems.

Эълон қилинган ишлар рўйхати
Список опубликованных работ
List of published works

I бўлим (1 часть; part 1)

1. Азамов А.А., Тилавов А.М. Простейшая динамическая система с предельным циклом. // Узбекский математический журнал. 2009, №2, С. 35-41. (01.00.00, №6).

2. Тилавов А.М. О предельном цикле модельной нелинейной системы около бифуркации гомоклинической петли седла. // Узбекский математический журнал. 2010, №3, С. 131-137. (01.00.00, №6).

3. Тилавов А.М. О простейшей квадратичной динамической системе с тремя классическими бифуркациями. // Доклады АН РУз, 2011, №5, С. 3-5. (01.00.00, №7).

4. Abdulla Azamov, Shakhzod Suvanov, Asliddin Tilavov. Studying of Behavior at Infinity of Vector Fields on Poincaré's Sphere: Revisited.//*Qualitative Theory of Dynamical Systems.*15(2016), No.1, pp. 211-220. (№3, Scopus: IF=0.89).

5. Abdulla Azamov, Akhmedov Odiljon and Tilavov Asliddin. Discrete-Numerical Tracking Method for Constructing a Poincaré Map // Differential Equations and Dynamical Systems. USUZCAMP 2017.Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, 2018, vol.268. Springer, Cham. pp. 41-54. (№41. SCImago: IF=0.23).

II бўлим (2 часть; part 2)

6. Азамов А., Ахмедов О.С., Тилавов А.М., Бекимов М.А. Интерактивная программа построения фазового портрета 2D-систем (2D-sistemalarning fazaviy portretini quruvchi interaktiv dastur) // ЭҲМ учун дастурга гувоҳнома, №DGU 03106, 2015 й.

7. Азамов А., Ахмедов О.С., Тилавов А.М., Бекимов М.А. Программа численного решения с высокой точностью для квадратичных динамических систем (Kvadratik dinamik sistemalarning yuqori darajali aniqlikda sonli yechimini topish dasturi) // ЭҲМ учун дастурга гувоҳнома, №DGU 03766, 2016й.

8. Азамов А., Абдуганиев А.А., Ахмедов О.С., Тилавов А.М. Программа построения фазового портрета трехмерных квадратичных систем (Uch oʻlchovli kvadratik sistemalarning fazaviy portretlarini quruvchi dastur) // ЭҲМ учун дастурга гувоҳнома, №DGU 03767, 2016 й.

9. Ахмедов О.С., Азамов А., Бекимов М.А., Тилавов А.М. Программа для интерактивного построения портрета решения дифференциального уравнения (Differensial tenglama yechimining portretini interaktiv quruvchi dastur) // ЭҲМ учун дастурга гувоҳнома, №DGU 06778, 2019 й.

10. Тилавов А.М. О поведении траекторий в целом динамической системы с одним нелинейным членом // Тезисы международной научной

конференции. «Современные проблемы дифференциальных уравнений, теории операторов и космических технологий». Алматы, 20-22 сентября, 2006 г., С.220-221.

11. Азамов А., Тилавов А.М. Одна нелинейная система с предельным циклом // Материалы международной конференции. «Новые направления в теории динамических систем и некорректных задач». Самарканд, 19-20 октября, 2007 г., С.23-25.

12. Азамов А.А., Ахмедов О.С., Тилавов А.М. Установление существования замкнутой траектории динамических систем методом DN-слежения // Международная конференция. «Актуальные проблемы теории устойчивости и управления» (APSCT’2009). Екатеринбург, Россия, 21-26 сентября 2009 г. С.23-24.

13. Тилавов А.М. Рахманов А.Р. О бифуркациях в простейшей нелинейной динамической системе // Тезисы международной конференции «Управление и оптимизация динамических систем – CODS-2009». Ташкент, 28-30 сентября, 2009 г. С.98-99.

14. Тилавов А.М., Сувонов Ш.Ш. О доказательстве существования бифуркации гомоклинического цикла в системе с простейшей нелинейностью // Республиканской научной конференции с участием зарубежных ученых. «Операторные алгебры и смежные проблемы». Ташкент, 12-14 сентября, 2012 г. С. 214-215.

15. Azamov A., Tilavov A. Continuing polynomial vector fields from $\mathbf{R}^d$ to Poincare sphere //Abstracts of the Republic scientific with participation foreign scientists. «Modern problems of dynamical systems and their Applications». 1-3 May 2017, Tashkent, Uzbekistan. pp. 184.

16. Тилавов А.М. О бифуркациях в простейшей нелинейной системе // Тезисы докладов конференции с участием зарубежных учёных. Проблемы современной топологии и её приложения. 11-12 Май 2017 й, Ташкент, Узбекистан. С. 269-270.

17. ТилавовА.М. On Hyperbolicity of Extension of a Model Nonlinear Dynamical System // The Second USA-Uzbekistan Conference on Analysis and Mathematical Fhysics/ August 08-12, 2017 y., Urgench, Uzbebekistan. pp. 43-44.

18. Tilavov A.M. On a model example of bifurcations at infinity // Международной конференции «Актуальные проблемы прикладной математики и информационных технологий – аль-Хорезми 2018». Ташкент. 13-15 сентября, 2018 г. С.158.

19. Tilavov A. On Behavior of a Model Dynamical System at Infinity // Республиканская научная конференция с участием зарубежных ученых «Управление, оптимизация и динамические системы – CODS-2019» Андижан. 17-19 октября, 2019 г. С.68-69.

Автореферат “Ўзбекистон математика журнали” таҳририятида
таҳрирдан ўтказилди (30.12.2019 йил)

Босишга рухсат этилди: 06.01.2020. Ҳажми 2,25 босма табоқ.
Бичими 60x84 1/16, «Times New Roman»
гарнитурада рақамли босма усулида босилди.
Адади: 70. Буюртма: №

Ўзбекистон Республикаси Фанлар академияси
«Фан» нашриёти давлат корхонаси босмахонасида чоп этилди.
100047, Тошкент ш., Яҳё Ғуломов кўчаси, 70-уй