

**ТОШКЕНТ АХБОРОТ ТЕХНОЛОГИЯЛАРИ
УНИВЕРСИТЕТИ**

РЕФЕРАТ

**Мавзу: Уч ўлчовли моделлаштиришнинг
математик моҳияти.**

Бажарди: Х.Купайсинов

Тошкент 2016

УЧ ЎЛЧОВЛИ МОДЕЛЛАШТИРИШНИНГ МАТЕМАТИК МОҲИЯТИ

Режа:

1. Декарт координаталари билан боғлиқлик
2. Сфера тенгламаси
3. Сиртни параметрик ифодалаш
4. Иккинчи тартибли сиртлар

Иккинчи тартибли сиртлар

Квадрика — $n+1$ ўлчовли фазода (евклид ёки аффин фазосида) $\{x_1, x_2, \dots, x_{n+1}\}$ координаталар берилган бўлса, иккинчи даражали кўп ҳадларнинг нуллари тўплами.

Квадриканинг умумий тенгламаси қуйидаги кўринишда бўлади:

$$\sum_{i,j=1}^{n+1} x_i Q_{ij} x_j + \sum_{i=1}^{n+1} P_i x_i + R = 0. \quad (1.1)$$

Бу тенгламани матрица кўриниши:

$$xQx^T + Px^T + R = 0 \quad (1.2)$$

бу ерда $x = \{x_1, x_2, \dots, x_{n+1}\}$ — [вектор](#)-қатор, x^T — [транспонирланган](#) вектор, Q — $(n+1) \times (n+1)$ ўлчамли матрица (ҳеч бўлмаганда битта нулдан фарқли элементга эга), P — вектор-қатор, R — ўзгармас.

Иккинчи тартибли тенглама кўринишидаги эгри чизиқли сирт аналитик моделлари иккинчи тартибли сиртларни (квадрик) ифодалаш учун фойдаланилади: эллипсоида (хусусий ҳолда сфера), параболаида, гиперболоида, цилиндр, конус.

Сиртлар математик ошкора, умумий ва параметрик шаклларда берилиши мумкин.

Сиртларнинг каноник тенгламалари, мисол учун, сфера тенгламаси маълум:

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2 \quad (1.3)$$

- бу ерда R – радиус қиймати.

Умумий шакл:

$$F(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - R^2 = 0, \quad (1.4)$$

ошкора шакл:

$$z(x, y) = \pm \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}.$$

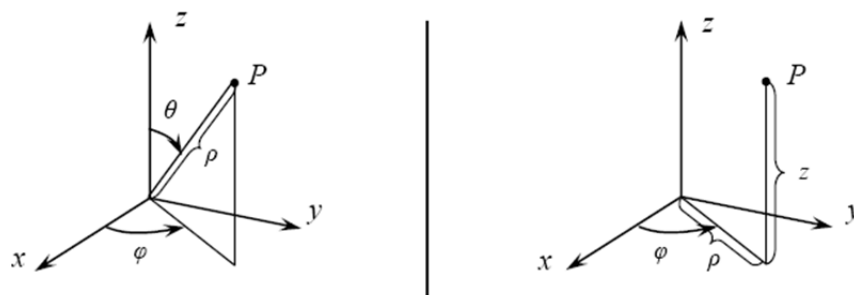
Сиртни параметрик ифодалаш

Битта сиртни параметрик ифодалашнинг вариантлари бир нечта бўлиши мумкин. Буларнинг барчаси сиртни айланиб чиқишнинг танланган қонуниятига боғлиқ. Мисол учун, квадрикни ифодалаш учун аргумент-параметр сифатида сферик ёки цилиндрик координаталар танланиши мумкин.

- **Сферик координаталар ρ, φ, θ**
- **Цилиндрик координаталар ρ, φ, z**

ρ - радиус, φ, θ – поляр координаталар, z – баландлик.

Нуқтани тасвирлаш



1.1-расм.

Сфера тенгламаси

Сиртни параллел ёки меридиан бўйлаб айланиб чиқиш

$$\rho = R, \varphi = 0..2\pi, \theta = 0..\pi. \quad (1.5)$$

Сиртни z ўқига перпендикуляр бўлган кесим бўйича айланиб чиқиш

$$\rho = \sqrt{R^2 - z^2}, \varphi = 0..2\pi, z = -R..R \quad (1.6)$$

Декарт координаталари билан боғлиқлик

Сферик координаталарда

$$x = \rho \sin \theta \cos \varphi, \quad (1.7)$$

$$y = \rho \sin \theta \sin \varphi, \quad (1.8)$$

$$z = \rho \cos \theta \quad (1.9)$$

Цилиндрик координаталарда

$$x = \rho \cos \varphi \quad (1.10)$$

$$y = \rho \sin \varphi \quad (1.11)$$

$$z = z \quad (1.12)$$

Компьютерда тригонометрик функция қийматларини ҳисоблаш анча вақт талаб қиладиган амаллар ҳисобланади, шу сабабли графикада ундан қочишга ҳаракат қилинади, мисол учун орттормалар билан ишлашдан фойдаланиб сиртнинг жорий нуқтаси бирор бир тартибда ҳисобланади ва кетма-кет ҳисобланган икки нуқта қўшни бўлади. Бу кейинги нуқтанинг координаталари олдинги нуқтанинг функцияси сифатида қарашга имкон беради.

Хусусан, тригонометрик функциянинг навбатдаги қиймати (φ_{i+1} бурчак учун) ни аргументнинг олдинги қиймати φ_i ва унинг орттирмаси $\Delta\varphi$ (қадам) орқали топиш мумкин:

$$\sin \varphi_{i+1} = \sin(\varphi_i + \Delta\varphi) = \sin \varphi_i \cdot \cos \Delta\varphi + \cos \varphi_i \cdot \sin \Delta\varphi, \quad (1.13)$$

$$\cos \varphi_{i+1} = \cos(\varphi_i + \Delta\varphi) = \cos \varphi_i \cdot \cos \Delta\varphi - \sin \varphi_i \cdot \sin \Delta\varphi. \quad (1.14)$$

Танланган $\Delta\varphi$ қадамда $\sin \Delta\varphi$, $\cos \Delta\varphi$ қийматлар ўзгармас бўлади

Агарда квадриклар параметрик шаклда ифодаланган бўлса, у ҳолда сирт нормалларини аниқлаш мураккаблашади. Маълумки, эгри чизиқли сиртларни ёритилганлигини топиш учун унинг ҳар бир нуқтаси нормали йўналишини аниқлаш талаб қилинади.

Параметрик берилган сиртнинг i -чи нуқтасидан ўтказилган нормал векторнинг компоненталари кузатувчи координаталар тизимида қуйидаги ифода билан аниқланади

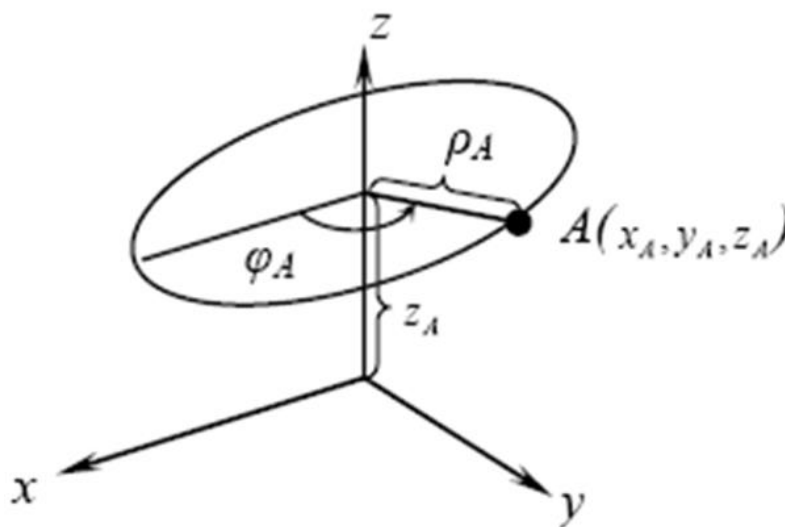
$$n_{xi} = \begin{vmatrix} \left(\frac{\partial y}{\partial u}\right)_i & \left(\frac{\partial z}{\partial u}\right)_i \\ \left(\frac{\partial y}{\partial v}\right)_i & \left(\frac{\partial z}{\partial v}\right)_i \end{vmatrix}, n_{yi} = \begin{vmatrix} \left(\frac{\partial z}{\partial u}\right)_i & \left(\frac{\partial x}{\partial u}\right)_i \\ \left(\frac{\partial z}{\partial v}\right)_i & \left(\frac{\partial x}{\partial v}\right)_i \end{vmatrix}, n_{zi} = \begin{vmatrix} \left(\frac{\partial x}{\partial u}\right)_i & \left(\frac{\partial y}{\partial u}\right)_i \\ \left(\frac{\partial x}{\partial v}\right)_i & \left(\frac{\partial y}{\partial v}\right)_i \end{vmatrix} \quad (1.15)$$

Агарда нормал йўналиши сиртнинг математик ифодаланиш шаклига эмас балки сиртни ўзининг кўринишига боғлиқ эканлиги ҳисобга олинса масалани соддалаштириш мумкин бўлади.

У ҳолда нормалнинг координаталарини топиш учун квадрикнинг ифодаланишнинг умумий шаклидан фойдаланиш мумкин бўлади:

Мисол учун, сферада нормалнинг координаталари пропорционал иккига бўлингандан сўнг қуйидаги кўринишни олади: $n_x = x$, $n_y = y$, $n_z = z$.

Цилиндрик координаталар тизимида нуқтани аниқлайлик



1.2-расм

Умумий ҳолда квадрикни параметрик ифодаси қуйидаги кўринишга эга:

$$\left. \begin{aligned} x &= f_x \cos \varphi \\ y &= f_y \sin \varphi \\ z &= z, \quad z = -z_{\max}, \dots, z_{\max}, \quad \varphi = 0, \dots, 2\pi \end{aligned} \right\} \quad (1.17)$$

Бу ерда f_x, f_y лар сиртнинг геометрик параметрларини аниқловчи функционал (z га боғлиқ) коэффициентлар.

