O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI AXBOROT TEXNOLOGIYALARI VA KOMMUNIKATSIYALARNI RIVOJLANTIRISH VAZIRLIGI

TOSHKENT AXBOROT TEXNOLOGIYALARI UNIVERSITETI

Elektronika va Radiotexnika kafedrasi

Signallar va tizimlar fanidan

MUSTAQIL ISH

Mavzu: Fur'ening diskret almashtirishi yordamida signallarning amplituda va faza spektrlari tahlili. Fur'ening diskret almashtirishi asosida diskret tasodifiy signallarni spektral analizi usullari.

Bajardi: 411-14 guruh talabasi

A'zamov I.I

Tekshirdi: Shoyusupova H.H

Toshkent-2016

Fur'ening diskret almashtirishi yordamida signallarning amplituda va faza spektrlari tahlili. Fur'ening diskret almashtirishi asosida diskret tasodifiy signallarni spektral analizi usullari.

Reja:

1 Fur'e qatori va almashtirishi

2 Nodavriy signallar uchun Fur'e almashtirishi

3 Fur'e diskret almashtirishi (FDA) va teskari FDA

4 Fur'e tezkor va diskret kosinus almashtirishi

MUNDARIJA

1. *Fur'e qatori va almashtirishi*

Har qanday davriy signal S(t) cheksiz ko'p sinusoidal va kosinusoidal argumenti karrali tashkil etuvchilar va doimiy tashkil etuvchi yig'indisi ko'rinishida ifodalash mumkin. Bunday ifodalash Fure qatoriga yoyish deb ataladi va quyidagi matematik ifoda orqali ifodalanadi.

$$S(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega T) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(n\omega T),$$

bunda t - mustaqil o'zgaruvchi bo'lib, odatda vaqtni anglatadi, ammo u masofa yoki har qanday boshqa kattalik bo'lishi mumkin; S(t) - ko'p hollarda kuchlanish funksiyasining argument vaqtga bog'liqligini bildiradi, ammo har qanday boshqa signalni ham bildirishi mumkin; $\omega = 2\pi/T$ - siklik chastota asosiy (birinchi) garmonikasi bo'lib, asosiy davriy chastota f bilan $\omega = 2\pi f$ ko'rinishida bog'liq,
T - signal takrorlaish davri.

$$a_0 = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} S(t)dt$$ Fur'e qatorining doimiy tashkil etuvchisi

Signalning doimiy tashkil etuvchisi S(t) signalning bir davr vaqt bo'yicha o'rtacha qiymatiga mos keladi. Misol uchun o'zgarmas kuchlanish sathi

$$a_k = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} S(t)\cdot\cos\ (n\omega t)\ dt \qquad в_k = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} S(t)\cdot\sin\ (n\omega t)\ dt$$

nω chastota to chastotaning n-chi garmonikasi deyiladi. Demak cheksiz qator chastotaga bog'liq bo'lgan turli amplitudali a va b kosinusoidal va sinusoidal chastolalari musbat nω garmonikali tashkil etuvchilardan iborat.

Signalning kompleks va trigonometrik shakldagi ifodalari bir-biri bilan quyidagicha bog'langan:

$$|d| = (a + b) \qquad \varphi = -arctg(b / a)$$

bunda φ n-chi garmonikali tashkil etuvchisi boshlang‘ich fazasi bo‘lib, uni d ning mavhum va haqiqiy tashkil etuvchilarining arktangensi sifatida aniqlanadi. Demak, signalning har bir garmonikasi o‘zining amplitudasi va fazasi siljishi bilan xarakterlanadi.

Davriy signal spektrlari quyidagi turlarga bo’linadi:

1 Amplituda spektri

2 Faza spektri

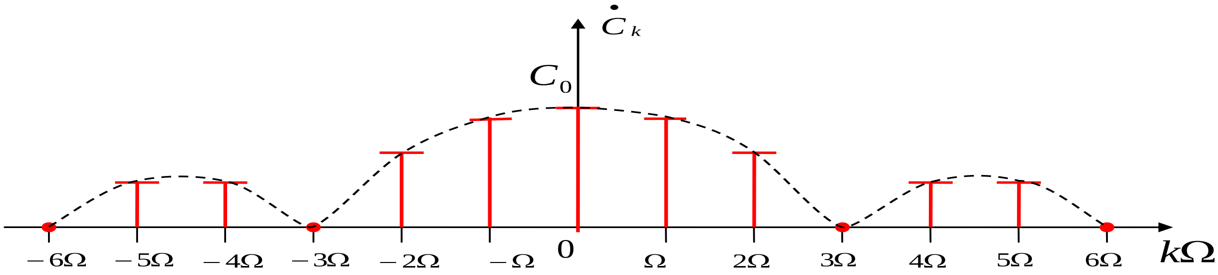
3 Quvvat spektri

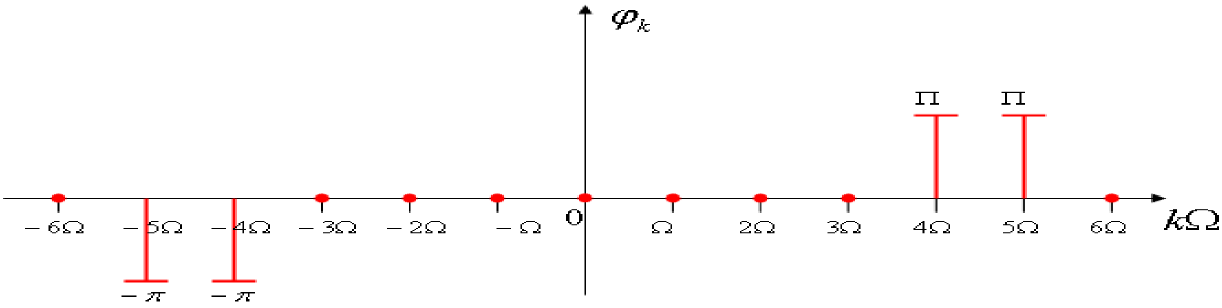
Davriy bo’lgan signallarni kompleks ko’rinishdagi Fur’e qatoriga yoyish mumkin.

$$S(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \dot{C}_n \cdot e^{jk\Omega t} \qquad \dot{C}_n = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} S(t) \cdot e^{-jk\Omega t} dt$$

$$\dot{C}_k = \frac{A}{q} \cdot \frac{\sin k\pi / q}{k\pi / q} \qquad \dot{C}_n = a_k + jbk \qquad \dot{C}_n = A_k / 2$$

q=3 da amplituda va faza spektri





2. *Nodavriy signallar uchun Fur'e almashtirishi*

Agar signal davriy bo‘lmasa, u holda Fure qatoriga yoyish moslashtiriladi. Misol tariqasida to‘g‘ri burchakli impulslar ketma- ketligidan impulslar takrorlanish davri T ni cheksizlikkacha davom ettirish natijasida yagona to'rtburchakli impulsni hosil bo‘lishini ko‘rib chiqamiz. T ni kattalashtirib borilsa garmonikalar orasidagi 1/T= $\omega/2\pi$ bo‘lgan masofa $\frac{d\omega}{2\pi}$ gacha kichiklashib boradi va nolga teng bo‘ladi. Bu o‘zgaruvchi diskret chastota nω dan uzluksiz o‘zgaruvchi ω ga o‘tishga, shu bilan bir vaqtda fazaviy va amplitudaviy spektr ham uzluksiz bo‘lishiga olib keladi. Demak, T→ ∞ bo’lganda d→ $d\omega$ bo‘ladi.

F(jω) ni haqiqiy va mavhum qismlari yig‘indisi shaklida quyidagicha

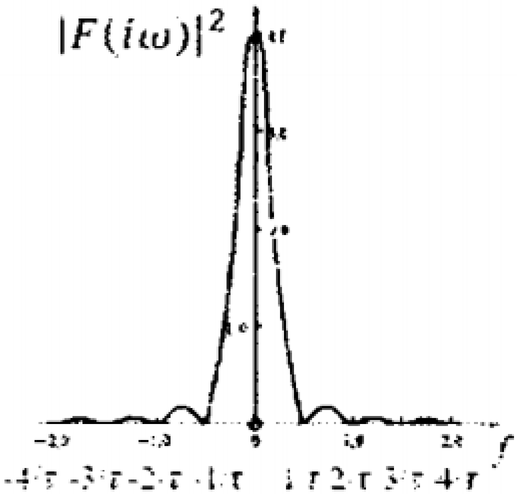
ifodalash mumkin, agar

$$F(j\omega) = \mathrm{Re}(j\omega) + j\,\mathrm{Im}(j\omega) = |F(j\omega)|e^{\varphi(\omega)j}$$ bo’lsa, u holda

$$|F(j\omega)| = \left[\mathrm{Re}^2(j\omega) + \mathrm{Im}^2(j\omega)\right]$$ bo‘ladi va bu kattalik voltda emas V/Hz larda baholanadi. F(jω) ni amplituda zichligi, ba’zan esa amplituda spektri zichligi yoki amplituda spektri deb ataladi. Amplituda spektriga mos ravishda faza siljishi $\varphi(\omega)$ quyidagicha aniqlanadi:

$$\varphi(\omega) = arctg[\mathrm{Im}(j\omega)/\mathrm{Re}(j\omega)]$$

F(jω) funksiya uzluksiz bo‘lib, uning A = 1 V, T =10s va x = 2s qiymatlari uchun grafigi quyidagi rasmda keltirilgan. Bu amplituda spektri oniy qiymatlar funksiyasiga proporsional bo‘lib, hamma vaqt ideal past chastota filtriga to‘g‘riburchakli impuls ta’sirida hosil bo’ladi, shu bilan birga har qanday davomiyligi t bilan cheklangan impuls ta’sirida ham yuzaga kelishi mumkin.



Bu rasmda impuls amplitudasi 2 V bo’lganda amplituda va energiya spektri ko’rsatilgan.

Nodavriy signal uchun Fur’e almashtirishi $S(j\omega) = S_1(\omega) - jS_2(\omega)$

$$S_1(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} S(t) \cdot \cos \omega t dt \qquad S_2(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} S(t) \cdot \sin \omega t dt$$

$$S(\omega) = |S(j\omega)| = \sqrt{S_1^{\,2}(\omega) + S_2^{\,2}(\omega)} \qquad \varphi(\omega) = arctg - \frac{S_2(\omega)}{S_1(\omega)}$$

3. *Fur'e diskret almashtirishi (FDA) va teskari FDA*

Amalda signal Fure tashkil etuvchilari, unga analog ishlov berish natijasida emas, raqamli hisoblashlar natijasi orqali aniqlanadi. Analog signal cheksiz ko'p bir-biriga yaqin nuqtalardan iborat bo'lganligi uchun, uning hamma qiymatlarini ifodalash mumkin emas. Shuning uchun raqamli tizimlardan foydalanish uchun analog signalni bir xil vaqt oraliqlarida diskretlash kerak bo'ladi va bu oniy qiymat(o'lchov)larni ikkilik raqamli signal shakliga keltirish kerak bo'ladi. Bu oniy qiymatni o'lchash xotirada saqlash konturi yordamida amalga oshiriladi, so'ngra analog-raqamli o'zgartirish amalga oshiriladi. Analog signalni yuqori aniqlik bilan tiklash uchun bu bir sekund davomida olingan oniy qiymat(o'lchash)lar soni yetarli darajada. Nazariy nuqtai nazardan diskretlash kerakli tezligi Naykvist chastotasi deb ataladi va 2f ga teng, f-signalning amplitudasi sezilarli darajada katta eng yuqori chastotali sinusoidal ko'rinishdagi tashkil etuvchisi chastotasi. Shunday qilib. o'zgartirilishi kerak boMgan hamma ma'lumotlar endi diskret va nodavriy ham bo'lishi mumkin. Shuning uchun Fure almashtirishidan foydalanish mumkin emas, chunki u uzluksiz ma'lumotlar uchun mo'ljallangan. Ammo, shunday analog almashtirish borki, uni diskret ma'lumotlarga ham qo'llash mumkin - bu Fure diskret almashtirishi (FDA). Faraz qilaylik, analog signalni bir xil vaqt T oraliqlarida diskretlash

natijasida N ta oniy qiymat(o'lchash)ga ega bo'lgan quyidagi diskret ketma-ketlik

olingan bo' lsin

$\{x(nT)\} = x(0), x(t), \ldots, x[(N-1)T]$, bunda n - olingan oniy qiymat

tartib raqami bo'lib, n= 0 dan n = N - 1 gacha qiymatlami qabul qiladi. x(nT) qiymati faqat kuchlanish spektriga tegishli vaqt qatoriga tegishli qiymatlami

ifodalaganda haqiqiy kattalik bo'ladi. Shuning uchun signalning vaqt bo'yicha haqiqiy bo'lgan N ta qiymatlari FDAning chastota bo'yicha N ta kompleks qiymatlariga aylanadi.

$$X(k) = F_D[x(nT)] = \sum_{n=0}^{N-1} x(nT)e^{-ik\Omega nT}, \quad k = 0, 1, \ldots, N-1$$

bunda F orqali Fure diskret almashtirishi belgilangan. Teskari Fure diskret almashtirishi (TFDA) quyidagicha aniqlanadi.

$$x(nT) = F_D^{-1}[X(k)] = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} X(k)e^{ik\Omega nT}, n = 0, 1, \ldots, N-1$$

bunda F- orqali teskari Fure diskret almashtirishi belgilangan.

$$S(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} S(t)\cdot e^{-j\omega t}dt \qquad S(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S(j\omega)\cdot e^{j\omega t}d\omega$$

To'g'ri va teskari FDA

4. Fur'e tezkor va diskret kosinus almashtirishi

Fure diskret almashtirishidan foydalanib katta davomiylikka ega impulslar

ketma-ketligiga ishlov berishda katta hajmdagi arifmetik amallar (ko'paytirish, qo'shish va kechiktirish)ui real vaqt oralig'ida bajarish talab etiladi. Hozirda katta tezlikda arifmetik amallami bajaruvchi maxsus signal protsessorlari mavudligiga qaramasdan katta hajmdagi signallarga raqamii ishlov berishni real vaqt davomida bajarishda qiyinchiliklar mavjud. Misol uchun x(n) ketma-ketlik uchun N = 10 bo'lgan holat uchun Fure diskret almashtirishini

$$\dot{G}(k) = \sum x(n)e \quad , \quad \text{bunda} \quad k = 0, 1, 2, \ldots, N-1$$

formula orqali aniqlashda va x(n) kompleks kattalik bo’lganda (N-1)=10 ta kompleks ko‘paytirish va N(N-1)=10 ta kompleks qo‘shish amallarini bajarish kerak bo’ladi. Fure tezkor almashtirishi (FTA)dan foydalanish asosida bajariladigan arifmetik amallar sonini bir necha tartibga keskin kamaytirish mumkin.

FTAning asosini bir o’lchamli sonlar massivini ko’p o‘ lchamli bilan

almashtirish tashkil etadi. Bir o’lchamli sonlar massivini ko‘p sonliga

aylantirishning bir necha usullari mavjud, ya’ni TFAning bir necha algoritmlari mavjud. Ushbu FTA algoritmlaridan birini ko'rib chiqamiz. N nuqtali x(n) ketma- ketlik uchun FTAni aniqlaymiz. Buning uchun N deb hisoblaymiz. N nuqtali x(n) ketma-ketlikni ikki (N/2) nuqtali juft x (n) va toq x (n) kelma-ketliklarga ajratamiz.

$$x\ (n) = x(2n), \quad n = 0, 1, \ldots, \frac{N}{2} - 1,$$

$$x\ (n) = x(2n + 1), \quad n = 0, 1, \ldots, \frac{N}{2} - 1.$$

$$\dot{G}(k) = \dot{G}\ (k) + W\ \dot{G}\ (k).$$

bunda, G (k) va G (k) mos ravishda x(n) va x (n) ketma-ketliklaming (N/2) nuqtali FDAga teng. Agar (N12) nutali FDAni oddiy usulda hisoblanganda N nuqtali FDAni aniqlash uchun (N /2 + n) ta kompleks ko‘paytirish amalini bajarish kerak bo'ladi. N katta bo’lganda, ya’ni (N /2 + N)= N /2 bo‘lgan holat uchun G(k) ni aniqlashda bajariladigan ko'paytirish amallari soni taxminan 2 marta kamayadi. G(k) ni $0 \leq k \leq$N -1 lar uchun aniqlash kerakligini va G (k), G (k) larni esa $0 \leq k \leq$N/2 -1 uchun aniqlash kerakligini e’tiborga olib ifodani k > N/ 2 uchun aniqlaymiz:

$$\dot{G}(k)=\dot{G}(k)+W\ \dot{G}(k),\quad agar\quad 0\le k\le N/2-1,$$
$$\dot{G}(k)=\dot{G}(k-N/2)+W\ \dot{G}(k-N/2),\quad agar\quad N/2\le k\le N-1.$$

Diskret kosinus almashtirishlardan korrelyatsiya va svertka (o‘ram)ni hisoblashni tezlashtirishda va spektr tahlilida foydalaniladi. Bundan tashqari bu usullardan ma’lumotlami siqish, misol uchun ovozni (tovush) yoki tasvirni uzatish, elektrokardiogramma va elektroensenogramma kabi medisina signallarini yozish uchun foydalaniladi. Shuningdek DKAdan tasvir va nusxa (shablon)larni tanishda ham foydalaniladi. Buning natijasida signallami uzatish uchun kodlashda talab etiladigan “bit”lar soni kamayadi, bu signal uzatish tezligini oshiradi. Bu esa nisbatan tor polosali aloqa liniyalaridan foydalanish imkoniyatini keltirib chiqaradi, shuningdek nusxa (shablon)larni tanishni osonlashtiradi (bu axborot

hajmi kamaytirilishi hisobiga ro‘y beradi).

DKAning ushbu xususiyatlari uni signallami siqish nuqtai nazaridan samaradorligini bildiradi, bu signal energiyasining past chastotalarda to‘planishi natijasida ro‘y beradi. Bundan tashqari hisoblashlarning soddaligi va o‘rtacha kvadratik xatolikning kichik (minimal) bo'lishini ta’minlaydi.

Yuqoridagi fikrlar Fure diskret kosinus almashtirishdan (FDKA) foydalanishni taqozo etadi. Umuman olganda FDKA Fure diskret almashtirishining haqiqiy qismidan iborat, chunki Fure qatori haqiqiy va juft qismi faqat kosinusoidal tashkil etuvchilardan iborat bo‘lib, misol uchun kuchlanishning diskret qiymatlaridan foydalanilganda ma’lumotlar haqiqiy bo‘ladi, ularni ikki marta ko‘p qilish uchun ularga aks tashkil etuvchilarini qo'shish kerak bo‘ladi.

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-2\pi i n k/N}, \quad k = 0, 1, \ldots, N-1$$

Ushbu almashtirishning haqiqiy qismi DKA ni anglatadi.

$$X_c(k) = \mathrm{Re}[X(k)] = \sum_{n=0}^{N-1} x_n \cos\left(\frac{k2\pi n}{N}\right), \quad k = 0, 1, \ldots, N-1$$

Bu DKA ning bir xususiy ko'rinishi. DKAning umumiy ko'rinishi quyidagicha aniqlanadi

$$X_c(k) = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x_n \cos\left(\frac{k2\pi n + k\pi}{2N}\right) =$$
$$= \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x_n \cos\left[\frac{k\pi(2n+1)}{2N}\right], \quad k = 0, 1, \ldots, N-1.$$

Foydalanilgan adabiyotlar

1. A.Abduazizov . Elektr aloqa nazariyasi

2. Abduazizov, I.R. Faziljanov, Ya.T. Yusupov . Signallarga raqamli ishlov berish

3. A.Xoliqov , F.Umarov. Radiotexnik tizimlar asoslari