

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

ГУЛИСТОН ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ



НАЗАРИЙ МЕХАНИКА
(статика)

ЎҚУВ ҚЎЛЛАНМА

ГУЛИСТОН 2019

Муаллиф: Давлатов П.

“Назарий механика (статика)” фани ўқув қўлланма. Гулистон, ГулДУ,
2019. – 134 б.

Масъул мухаррир: **Рахматов О., т.ф.д., доцент**

Такризчилар: **Нуриев К.К., т.ф.д., профессор**

Қурбонов Э.С., т.ф.н., доцент

Ушбу ўқув қўлланма фанни ўзлаштиришда Назарий механиканинг статика бўлимидан иборат.

Ўқув қўлланма 5410500-“Қишлоқ хўжалиги маҳсулотларини сақлаш ва дастлабки ишлаш технологияси”, 5321000-“Озиқ-овқат технологияси” ва 5112100-“Технологик таълим” йўналишларидаги талабалар учун мўлжалланган.

Ўқув қўлланма замонавий педагогик технологиялар асосида ёзилган бўлиб, унда назарий маълумотлар содда ва тушунарли тарзда ёритилган.

Ҳозирги замон фани ва техникасининг тез суръатлар билан ўсиши талабалардан умумтехника фанларининг асоси бўлган “Назарий механика” фанини чуқур ўрганишни талаб этади.

ГулДУ ўқув-услубий Кенгаши раиси:

Шарипов Ф.Г., доцент

ГулДУ ўқув-услубий Кенгашида муҳокама қилинган ва тасдиқланган.

“ ___ ” _____ 20__ йил _____ -сонли баённомаси

КИРИШ

Вақт ўтиши билан жисмларнинг ҳаракатини ўрганувчи фан назарий механика фани бўлади.

У материаллар қаршилиги пластиклик назарияси, механизм ва машиналар назарияси каби техника йўналишидаги фанларга асосий таянч бўлиб хизмат қилади. Физик объектларнинг миқдори куч бўлади.

Куч вектор катталиқ бўлиб, миқдори йўналиши ва қўйилган нуқтаси билан характерланади.

Кўпчилик ҳолатларда ҳаракатланувчи жисмларнинг шакли ва ўлчамлари унчалик муҳим рол ўйнамайди, шунинг учун материал нуқта тушунчаси киритилади, унинг албатта массаси бўлади.

Механика курси уч бўлимдан иборат:

- Статика
- Кинематика
- Динамика.

Назарий механиканинг ривожланиши билан, техниканинг барча йўналишлари ривожлана бошлади.

Мувозанат механик ҳаракатнинг хусусий ҳолидир. Бинобарин, назарий механика мувозанат қонуниятларини ҳам ўрганувчи фандир. Ҳаракат ва мувозанат тушунчаларидан уларнинг нисбийлиги ҳақида хулоса чиқаришимиз мумкин. Механика фани математика фани сингари қадимийдир. Назарий механикада изланишнинг математик усуллари кенг тадбиқ қилинади. Жисмнинг ҳолати бошқа кўзғалмас деб олинган жисмга бириктирилган координата ўқларига нисбатан кузатилади. Одатда кўпгина муҳандислик масалаларини ҳал қилишда ерни кўзғалмас деб қаралади. Ҳозирги замон назарий механика фанининг асосий қонунларини 1687-йилда Иссак Ньютон ўзининг “Табиий фанлар фалсафасининг математик асослари” номли асарида баён қилиб берган.

Статика қисмидан жисмларнинг мувозанатига оид қонунларни ўрганади. Кинематика жисм ҳаракати қонунларини бу ҳаракатни вужудга келтирувчи сабабларга боғламай текширади.

Динамика жисмлар ҳаракатини бу ҳаракатни вужудга келтирувчи, ўзгартирувчи сабабга боғлаб текширади.

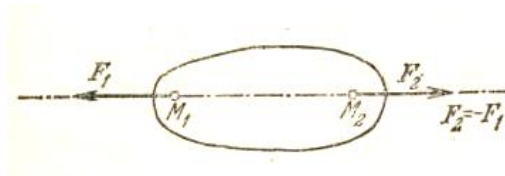
СТАТИКАНИНГ АСОСИЙ ҚОНУНЛАРИ.

Статика – назарий механиканинг бўлими бўлиб, унда жисмларнинг мувозанати, бир кучлар системаси билан ўзгартиришни ёки унга эквивалент бўлган кучлар системаси билан алмаштиришни асосий масала қилиб қўяди.

Назарий механиканинг асосида тажрибалар асосида тасдиқланган қонунлар ётади.

I – қонун. Ташқи ажратилган материал нукта ўзининг текис ва тўғри чизиқли ҳаракатини сақлаб қолади.

Текис ва тўғри чизиқли ҳаракат материал нуктанинг ҳаракатини инерционлиги бўлади.



1.1-расм.

II – қонун. Абсолют қаттиқ жисм икки куч таъсирида мувозанатда бўлиши учун етарли ва зарурий шарти, бу кучлар миқдор жиҳатидан тенг ва умумий тўғри чизиқ бўйича қарама-қарши томонга йўналган бўлиши керак.

III-қонун. Қаттиқ жисмнинг ҳолатини ўзгартирмасдан унга мувозанатловчи кучлар системасини кўшсак ёки айрсак, жисмнинг мувозанати ўзгармайди.

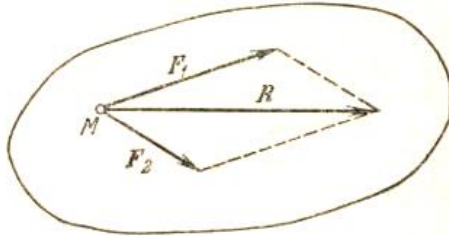
Хулоса. Қаттиқ жисмнинг ҳолатини ўзгартирмасдан, ихтиёрий нуктасига қўйилган кучни ўз таъсир чизиғи бўйлаб кўчириш мумкин, унда жисмнинг мувозанати ўзгармайди. Жисмга таъсир қилаётган кучлар системани таъсирини ўзгартирмасдан ун бошқа кучлар системаси билан ўзгартириш мумкин бўлса, улра ўзаро эквивалент бўлади. Системага эквивалент бўлган кучга тенг таъсир этувчи куч дейилади.

IV – қонун. Абсолют жисмнинг ихтиёрий бир нуктасига қўйилган ва турли томонга йўналтирилган икки кучнинг тенг таъсир этувчиси шу кучлардан

қурилган параллелограммнинг диаграммасига миқдор жиҳатдан тенг бўлиб, йўналиши мазкур диоганал бўйича йўналгандир.

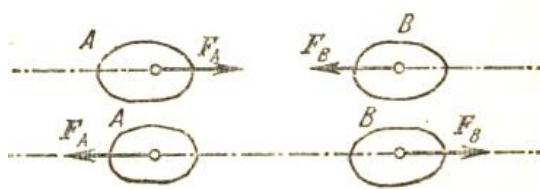
Модул жиҳатидан тенг таъсир этувчи

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \alpha}$$



1.2-расм.

V – қонун. (таъсир ва акс таъсир қонуни). Икки жисмнинг ўзаро таъсир кучи миқдор жиҳатидан тенг ва қарама-қарши томонга бир тўғри чизик бўйлаб йўналгандир.



1.3-расм.

$F_A = F_B$, лекин бу кучлар мувозанатловчи кучлар бўлмайди, чунки улар бошқа-бошқа жисмларга қўйилган.

VI-қонун. (қаттиқланиш қонуни)- қаттиқ бўлмаган жисмнинг мувозанати у қаттиқ бўлганда ҳам сақланиб қолади.

Агарда жисмнинг ҳаракати бирон-бир жисм билан чекланмаган бўлса, бу жисм эркин жисм дейилади. Шу сабабли техник масалаларнинг кўпчилигида эрксиз жисм учрайди. Агарда жисмнинг ҳаракати бирон-бир жисм билан чекланган бўлса, бундай жисм эрксиз жисм бўлади. Лампанинг шнурга осилган ҳолатида шнур боғланиш вазифасини ўтайди, стол устида ётган китобнинг боғланиш у ётган текислик ҳисобланади, нарвоннинг деворга таянган ҳолатида, пол ва девор боғланиш вазифасини ўтайди. Биллиард столидаги шарнинг

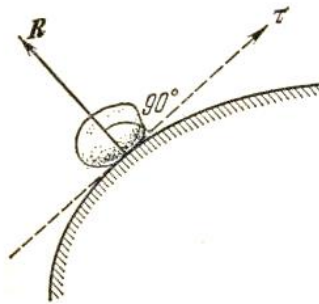
боғланиш стол ва борт ҳисобланади. Боғланишнинг абсолют қаттиқ жисмга таъсири, реакция кучи ёки боғланиш реакцияси дейилади. Боғланиш реакцияси таъсир қилувчи ташқи кучга акс таъсир қилувчи кучларни икки гуруҳга бўлинади: актив кучлар ва боғланиш реакциялари.

Актив кучларга боғланиш реакцияси бўлмаган барча кучлар киради.

VII-қонун. Жисмнинг боғланишини реакция кучи билан алмаштирсак, эрксиз жисм эркли ҳисобланади.

Ушбу қонун эркли жисм учун мувозанат шартларини эрксиз жисм учун қўллаш имконини беради. Кўпчилик масалаларда реакция кучини йўналишини кўрсатиб сўнгра унинг миқдорини аниқлаш мумкин.

1. Агарда жисм ишқаланишсиз юзага таянса, унинг реакция кучи юзага ўтказилган нормалга тик равишда йўналтирилади.



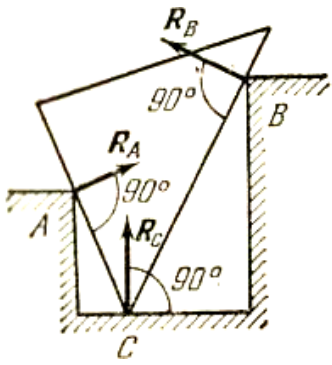
1.4-расм.

2. Агар жисм нуқталари билан таяниб турса, A ва B нуқталарда жисмга нисбатан, C нуқтада эса юзага нисбатан 90° бурчак остида йўналган бўлади.

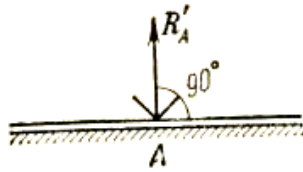
Таъсир ва акс таъсир қонунига асосан $R_A = -R_A^1$, $R_B = -R_B^1$ бўлади.

3. Агарда жисм бурчакки учи билан тегиб турса, у ҳолда реакция кучи иккита қабул қилиниши керак.

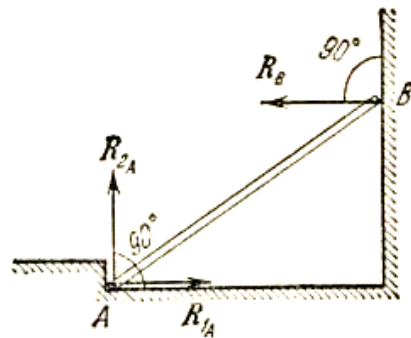
A бурчак жисмни горизонтал ва вертикал йўналишлардаги ҳаракатини чегаралайди. Шунинг учун R_{1A} ва R_{2A} реакция кучларини ўша йўналишларга қарама-қарши йўналтириш талаб қилинади. АВ бўйича йўналтириш нотўғри бўлади.



1.5-расм.

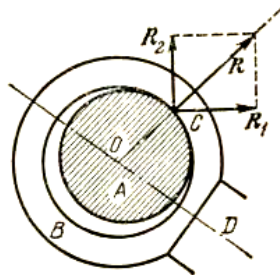


1.6-расм.



1.7-расм

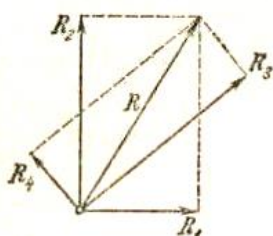
4. Цилиндрик шарнир B^I втулка ичига жойлаштирилган A шарнирнинг D абсолют қаттиқ жисм билан ҳосилган бирикмаси C нуктада A валик билан реакция кучи ҳосил бўлади. R реакция кучини R_1 ва R_2 ташкил этувчиларига ажратамиз ёки R_3 ва R_4 ларга.



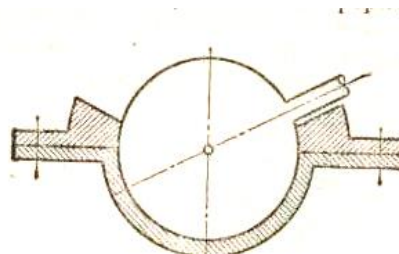
1.8.-расм

Валикни диаметри ва бошқа геометрик ўлчамларни ҳисобга олмасдан R_1 ва R_2 ташкил этувчиларни O нуктага қўйишади.

5. Агарда жисмлар сферик шарнир билан боғланган бўлса, унинг боғланиш реакциясини учта ўзаро перпендикуляр бўлган ташкил этувчиларга ажратамиз, яъни R_1 , R_2 ва R_3 ларга.



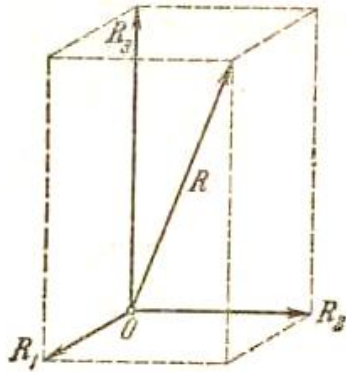
1.9-расм.



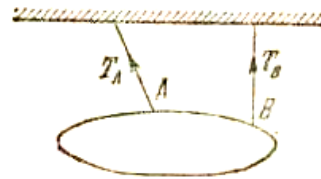
1.10-расм

6. Агарда абсолют қаттиқ жисм конструкция элементлари билан ип, занжир ва стержен воситаси билан боғланган бўлса, боғланиш реакцияларини ўша элементлар бўйича йўналтириш керак.

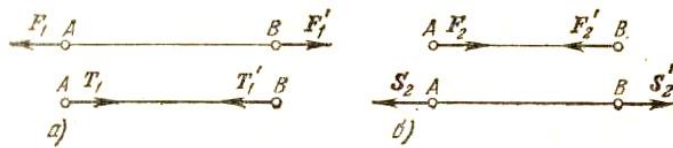
Ҳақиқатдан ҳам стерженга конструкция элементлари томонидан кучлар таъсир қилган бўлса, у ҳолдаги шарнирларда биттадан куч қўйилган бўлади. Натижада стержен икки куч таъсирида мувозанат ҳолатида бўлади. Иккинчи қонунга асосан бўлар миқдор жиҳатидан тенг ва қарама-қарши томонга бир тўғри чизиқ бўйлаб йўналгандир. Унда F_1 ва F_1^1 кучлари таъсирида чўзилади, F_2 ва F_2^1 кучлари таъсирида сиқилади.



1.11-расм



1.12-расм



1.13-расм.

Абсолют каттиқ жисмнинг мувозанат ҳолатига доир масалалар қуйидаги тартибда ечилади:

- 1) номаълумларни аниқлаш учун жисмни ажратиб оламиз;
- 2) актив кучларни қўйиш керак;
- 3) агарда жисм эрксиз бўлса, 7-қонунни қўллаб реакция кучларини қўрсатиш керак;
- 4) актив ва реакция кучлари таъсиридаги эрксиз жисмни эркин ҳолатда деб мувозанатини аниқлаш керак.
- 5) Жисмни мувозанатини аниқлаш учун мувозанат тенгламаларининг етарли ва зарурий шартидан фойдаланиб, тегишли реакция кучларини аниқлаш керак.

Кучнинг бирлиги техник системада килограмм халқаро *СИ* системасида ньютон қабул қилинган.

$$1 \text{ кг} = 9,81 \text{ н}$$

$1 \text{ н} = 0,102 \text{ кг}$ кучга тенг эканлиги маълумдир.

I – БОБ

ТЕКИСЛИҚДАГИ КУЧЛАР СИСТЕМАСИ.

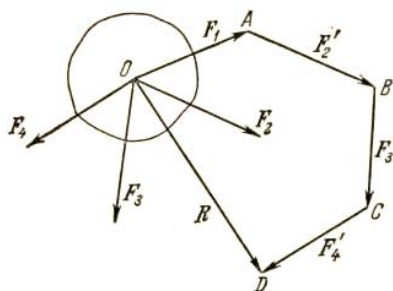
§ 1. Кесишувчи кучлар системаси.

1-теорема: кесишувчи кучлар системаси таъсирида жисмнинг мувозанати. Кесишувчи кучлар деб, таъсир чизиқлари бир нуқтада кесишувчи кучларга айтилади. Барча кучларни бир нуқтага таъсир чизиқлари бўйича кўчирсак, бир нуқтага қўйилган эквивалент кучлар системаси ҳосил бўлади.

R – тенг таъсир этувчи куч ўша O нуқтага қўйилган бўлиб, ташкил этувчи кучларнинг геометрик йиғиндисига тенг бўлади.

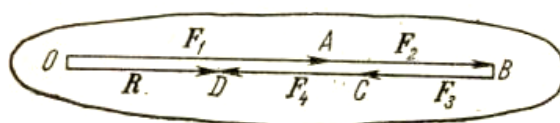
Кучлар кўпбурчагини ёпувчиси бўлади.

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \vec{F}_n = \sum_1^n k\vec{F}_k$$



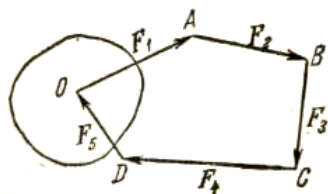
1.14-расм.

Векторлар йиғиндисини тузишда F_1 куч учига F_2^1 миқдори ва йўналиши F_2 ташкил этувчидай сўнгра унинг учидан F_3^1 миқдори ва йўналиши F_3 ташкил этувчидай, сўнгра унинг учидан F_4^1 миқдори ва йўналиши F_4 ташкил этувчи кучдай ва ҳоказо. Ушбу векторларнинг тенг таъсир этувчиси R вектор бўлади. $OABCD$ кўпбурчак кучлар кучлар кўпбурчаги OD эса тенг таъсир этувчи R бўлади. Агарда ташкил этувчи кучлар бир тўғри чизиқда ётса, у ҳолда тенг таъсир этувчи куч R ҳам ўша тўғри чизиқда ётади.

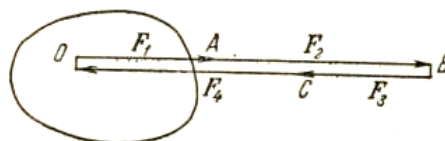


1.15-расм.

Жисм кесишувчи кучлар таъсирида геометрик мувозанатда бўлиши учун етарли ва зарурий шарт, шу кучлар системасининг тенг таъсир этувчи кучи $R=0$ нолга тенг бўлаши керак ёки кучлар кўпбурчаги ёпиқ бўлиши керак. Натижада охириги ташкил этувчи кучнинг учи, биринчи ташкил этувчи куч қўйилган нуқтасида бўлиши керак. Кесувчи кучлар бир тўғри чизикда ётса, уларнинг тенг таъсир этувчиси нолга тенг бўлади.



1.16-расм



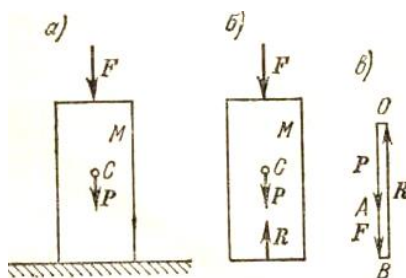
1.17-расм

Абсолют қаттиқ жисмнинг ҳар қандай куч таъсиридаги мувозанатини аниқлаш талабларининг тўрттасига биринчи, иккинчи, учинчи ва тўртинчи пунктларга яна иккита қўйилади:

- 5) ёпиқ кучлар кўпбурчагини қуриш керак, уни модули ва йўналиши маълум бўлган кучдан бошлаш керак;
- б) куч кўпбурчагини ечиб, тегишли номаълумларини аниқланг.

Агарда актив ва реакция кучларининг сони 3 га тенг бўлса, кучлар учбурчагини тузиш билан масала ечилади.

1.1.- масала. Бир жинсли M цилиндр оғирлиги $P=20$ кг, горизонтал текисликда ётибди. Юқоридан цилиндрга $F=50$ кг куч билан босилади. Унинг таъсир чизиғи оғирлик марказидан ўтади. Цилиндрнинг горизонтал текисликка босим кучи аниқлансин.

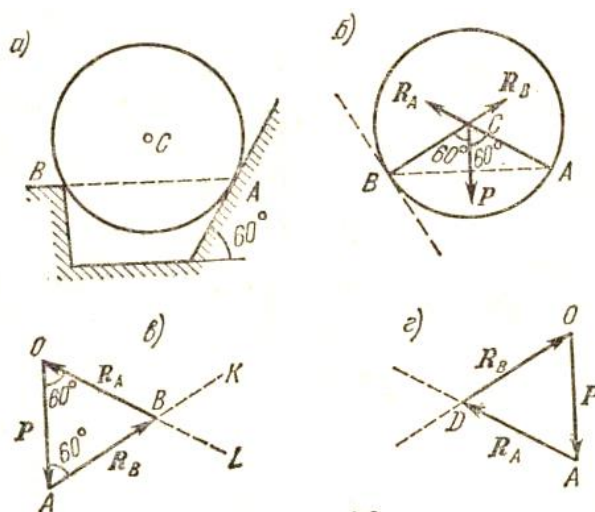


1.1-расм.

Ечиш: эрксиз жисм жисмнинг мувозанатини текширамиз. Цилиндр M га иккита актив куч қўйилган: P - оғирлик кучи, F - вертикал босим кучи C нукта оғирлик марказига қўйилган. Босим кучи F оғирлик кучи билан бир хил йўналишда.

Цилиндр вертикал йўналишда чеклаб қўйган горизонтал текислик билан боғланиш реакцияси R бор. Боғланиш таъсири ва акс таъсир қонунига асосан вертикал равишда, горизонтал текисликка нисбатан перпендикуляр йўналтирамиз. Бу эрксиз цилиндрни эркин деб қарасак, унга актив кучлар P ва F_1 реакция кучи R қўйилган бўлади. Бу учта куч бир тўғри чизикда ётади. Демак, ташкил этувчи кучларнинг тенг таъсир этувчи кучи шу тўғри чизикда ётади. У ҳолда, $R=P+F$ бўлади, яъни $R=20+50=70$ кг бу босим кучига тенг бўлади, йўналиш вертикал бўйича пастга, тенг таъсир этувчи кучга қарама-қарши йўналган бўлади.

1.2-масала. Бир жинсли шар $P=20$ кг бўлган оғирлиги билан горизонтга 60° бўлган юзага A нуктаси билан тегиб турибди, B нуктаси билан эса қиррага таянмоқда, шу сабабли шу жойларда ҳосил бўлувчи таянч реакцияларни аниқланг.



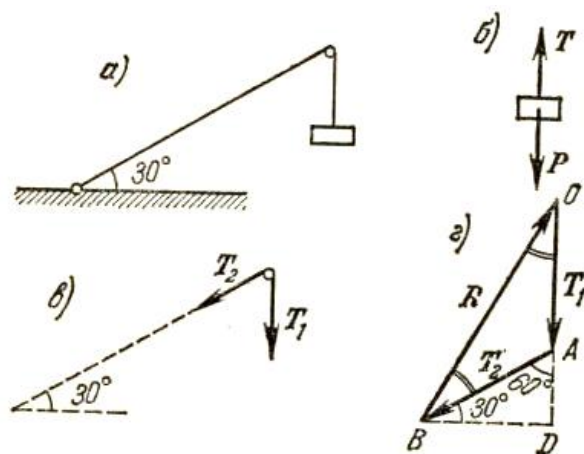
1.2-расм.

Ечиш: Шарнинг мувозанатини текширамиз. Шарга битта актив куч P - оғирлик кучи таъсир қилади, у вертикал пастга йўналгандир. Шар иккита

боғланиш реакцияси орқали мувозанатда бўлади. Бу боғланишни реакция кучи билан алмаштирамиз. R_A реакция текис юзага нисбатан перпендикуляр йўналгандир B нуктасида уринма ўтказиб R_B реакция кучини йўналишини оғирлик марказидан ўтадиган қилиб йўналтирамиз. Энди шарни эркин жисм деб, у P , R_A ва R_B кучлари таъсирида мувозанат ҳолатида бўлиб, уларнинг таъсир чизиқлари бир нуктада C да кесишади.

Шарнинг мувозанатда бўлиши учун етарили ва зарурий шарти учта кучларнинг геометрик йиғиндиси нолга тенг бўлиши керак. Шунинг учун бу кучлар учбурчагини ташкил қилади. кучлар учбурчагини йўналиш ва миқдори маълум бўлган P кучдан бошлаймиз. Ихтиёрий O нуктадан P кучга тенг ва параллел бўлган векторни ўтказамиз, сўнгра P кучнинг охиридан R_A ёки R_B реакция кучларини ўтказамиз. A нуктадан AK тўғри чизиқни R_B га параллел қилиб, O нуктадан эса OL тўғри чизиқни R_A га параллел қилиб ўтказамиз. R_A ва R_B реакцияларнинг модуллари аниқлаш учун OAB кучлар учбурчагини ечиш керак. P кучнинг таъсир чизиғи билан R_A ва R_B реакция кучларининг таъсир чизиқлари 60° бурчакни ташкил қилади. шу сабабли OAB учбурчак тенг томонли бўлади, у ҳолда $R_A=R_B=P=20$ кг бўлади.

1.3-масала: Мих орқали, трос ташлаб қўйилган унинг бир учи горизонтга нисбатан нолга 30° бурчак остида маҳкамланган. Трос учига $P=100$ кг юк осилган, у вертикал текисликда жойлашган. Деворнинг R реакция кучи аниқлансин.



1.3-расм.

Ечиш: Аввало жисмни мувозанатини текшираимиз. Жисмга вертикал пастга йўналган P -оғирлик кучи ва троснинг реакция кучи T таъсир қилади. Абсолют қаттиқ жисмга таъсир қилувчи икки кучнинг мувозанати тўғрисидаги иккинчи қонунга асосан $T=P=100\text{кг}$ бўлади.

Энди михнинг мувозанатини текшираимиз. Михнинг чап ва ўнг томонини фикран ташлаб юбориб, уни T_1 ва T_2 реакция кучлари билан алмаштираимиз. Модул жиҳатидан $|T_1|=|T_2|=|T|$ бўлади.

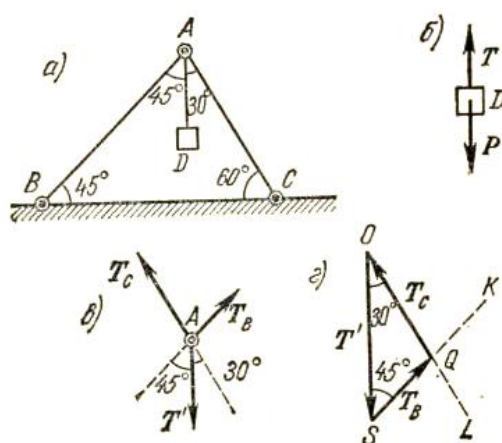
Мих T_1 T_2 ва R кучлари таъсирида мувозанат ҳолатида бўлади.

R – реакция кучини йўналиш номаълум. Мазкур кучларнинг таъсир чизиқлари бир нуктада кесишгани учун, кучлар кўпбурчагини яшаш мумкин. T_1 ва T_2 кучларининг миқдори ва йўналиши аниқ бўлганлиги сабабли, ихтиёрий O нуктасидан T_1 ва T_2 кучларини ўтказамиз, унда T_1 ни учи ва T_2 ни охири ёки O ва B нукталарини бирлаштирсак, деворнинг R реакциясини аниқлаймиз. Унда OAB учбурчак ёпиқ бўлиб қолади.

$$R = BO = BA \cos 30^\circ + AO \cos 30^\circ = 2T \cos 30^\circ = 2 \cdot 100 \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 173 \text{ кг}$$

1.4-масала. AB ва BC бикр стержен A нуктада шарнир воситаси билан боғланган. Улар полга B ва C нукталари билан 45° ва 60° қилиб маҳкамланган. Валикнинг A шарнирида D юк осилган бўлиб, унинг оғирлиги $P=100\text{кг}$ га тенг. Стержен оғирлигини ҳисобга олмасдан AB ва AC стерженлардаги зўриқиш кучини аниқланг.

Ечиш: AB ва AC стерженлардаги зўриқишни аниқлаш учун A шарнирнинг мувозанатини текшираимиз. Аммо A шарнир учта номаълум кучларга эга булар AB ва AC стерженларнинг реакция кучлари ва AD ипнинг реакцияси. Шунинг учун D ипнинг осилган юкнинг мувозанатини текшираимиз. D юк P оғирлик кучи билан ипнинг T реакция кучи таъсирида бўлади.



1.4-расм.

Ушбу кучлар қарама-қарши томонга йўналгандир, юкни мувозанатини эътиборга олсак, $T=P=100$ кг.

Энди учта кучдан бири маълум бўлса, А шарнирни мувозанатини текширсак бўлади. А шарнирга миқдори ва йўналиши маълум бўлган T^1 вертикал йўналишда пастга йўналгандир.

АВ ва ВС стерженлар бўйича эса T_B ва T_C реакция кучлари йўналгандир. А шарнир мувозанатда бўлиши учун T^1 , T_B ва T_C реакция кучлар ёпиқ кучлар учбурчагини ташкил қилиб, уларнинг тенг таъсир таъсир этувчиси нолга тенг бўлиши керак. Ёпиқ кучлар учбурчагини T^1 кучидан бошлаймиз, чунки унинг миқдори ва йўналиши бизга маълум. Ихтиёрий O нуқтадан T^1 кучини ўтказамиз., унинг учи ва охиридан OL ва SK тўғри чизиқларини ўтказамиз, улар AC ва AB стерженларга параллел бўлади, натижада OSQ кучлар учбурчагини ҳосил қиламиз. Учбурчакни ечишга киришганимизда $\angle SOQ = \angle DAC = 30^\circ$ ва $\angle OSQ = \angle BAD = 45^\circ$ шу билан бирга $\angle SQO = 105^\circ$ у ҳолда синуслар теоремасини қўллаб

$$\frac{T_B}{\sin 30^\circ} = \frac{T_C}{\sin 45^\circ} = \frac{T^1}{\sin 105^\circ} \text{ бўлади.}$$

$$T_B = T^1 \frac{\sin 30^\circ}{\sin 105^\circ}, \quad T_C = T^1 \frac{\sin 45^\circ}{\sin 105^\circ}$$

бўлади.

$$T_B = 51,8 \text{ кг}, \quad T_C = 13,2 \text{ кг}$$

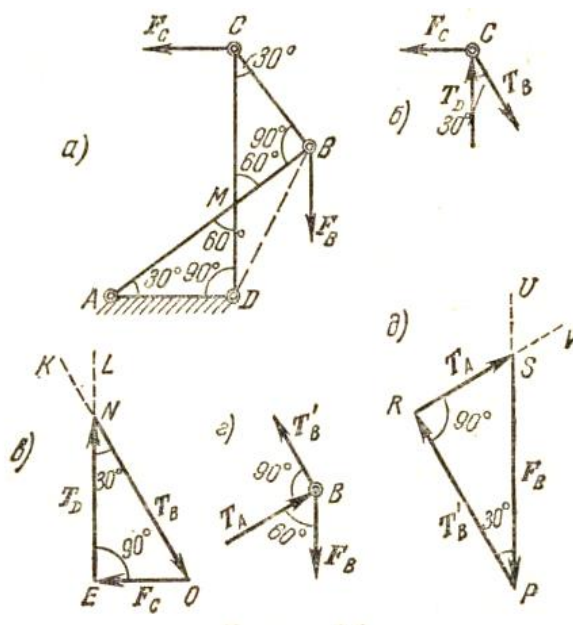
1.5-масала. а-расмда $ABCD$ антипараллелограмм кўрсатилган бўлиб, унинг AB , BC ва CD стерженлари шарнирлар воситаси билан боғланган.

Унда $AD=BC$, $AB=CD$. C шарнирга горизонтал йўналган $F_c=10$ кг юк қўйилган. B шарнирга вертикал пастга йўналган F_B - кучни аниқлаш керак. Унда $\angle BAD = 30^\circ$ ва $\angle ADC = 90^\circ$. Стерженлар оғирлиги ҳисобга олинмасин.

Ечиш: F_B кучини аниқлаш учун B шарнирни мувозанатини текшириш керак, лекин буни иложи йўқ, чунки F_B AB ва BC стерженнинг миқдори номаълум.

Шунинг учун C шарнирли мувозанатини текширишдан бошлаймиз. C шарнирга F_c актив куч ва CD , CB стерженларнинг реакцияси кучлари қўйилган.

Ихтиёрий O нуқтадан F_c кучини қўямиз, сўнгра унинг учидан ва охиридан OK ва EL тўғри чизиқларни ўтказамиз, булар CB ва CD стерженларга параллел бўлади. OEN ёпиқ кучлар учбурчаги ҳосил бўлади. T_D ва T_B кучларни шундай йўналтирамизки, F_c , T_D ва T_B кучларнинг геометрик йиғиндиси нолга тенг бўлсин. OEN учбурчақтаги бурчакларни аниқлаш учун а-чизмага мувожаз қиламиз. ABD ва DCB учбурчакни кўриб чиқамиз, масалани шартига кўра, $AD=BC$, $AB=CD$, BD томон умумий ҳисобланади.



1.5-расм

Учбурчакларнинг тенглигидан фойдаланиб, $\angle DCB = \angle DAB = 30^\circ$.

Энди $\angle AMD = \angle CMB$ учбурчакларни тенглигини исботлаш мумкин.

Ҳақиқатдан ҳам $AD=BC$ $\angle DAM = \angle MCB = 30^\circ$ $\angle AMD = \angle CMB = 60^\circ$ натижада $\angle CBM = \angle ADM = 90^\circ$ бўлади.

OEN учбурчакка мувожаат қилсак, $\angle ENO = \angle MCB = 30^\circ$ чунки $F_C \perp F_D$ у ҳолда $T_B = \frac{F_c}{\sin 30^\circ} = 2F_c$ бўлади.

B шарнирни мувозанат шартидан F_B кучини аниқлаш мумкин. B шарнирга F_B актив куч ва AB, BC стерженларнинг реакция кучлари қўйилган. $T_B = -T_B$ га тенг. OEN кучлар учбурчагидан B шарнир учун кучлар учбурчагини тузамиз. Унинг учун ихтиёрий P нуқтасидан T_B реакция кучини қўйиб, унинг учу ва охиридан PI ва PV тўғри чизиқларни F_B кучи ва AB стерженга параллел қилиб ўтказамиз, улар кесишган жойда S нуқтасини аниқлаймиз, у ҳолда PRS кучлар учбурчаги ҳосил бўлади. У ҳолда $\angle PRS = \angle MBC = 90^\circ$, $\angle PRS = \angle BAD = 30^\circ$ бўлади.

PRS учбурчагидан

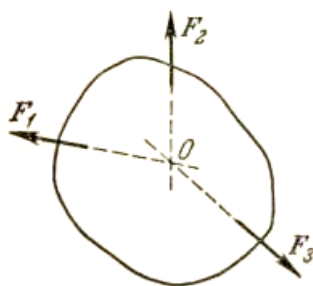
$$F_B = \frac{T_B^1}{\cos 30^\circ} = \frac{2}{3} \sqrt{3} T_B$$

бўлади.

$$F_B = \frac{4}{3} \sqrt{3} F_C = 23,1 \text{ кг}$$

И.В.Мешерский назарий механика фанидан масалалар тўплами дан 20, 24, 28, 31 масалаларни мустақил ечишни таклиф этамиз.

2-теорема: агарда каттик жисм учта параллел бўлмаган кучлар таъсирида мувозанатда бўлса, уларнинг таъсир чизиқлари бир нуқтада кесишади. Шу билан бирга улар ёпиқ кучлар учбурчагини ташкил қилиши керак, унда бир шарт етарли ва зарурий бўлади. Мазкур теорема уч кучлардан бири номаълум бўлганда масалани ечишга имкон беради.



1.18-расм

1.6-масала. а-чизмада универсал металл қирқувчи станокнинг суппорти берилган, унда қисқич резец маҳкамланган. Резецга N босим кучи таъсир қилмоқда. Вертикал билан 30° бурчак остида $N=300\text{кг}$. A таянчда цилиндрик шарнир B таянчда эса суппорт пружина билан ушлаб турилади.

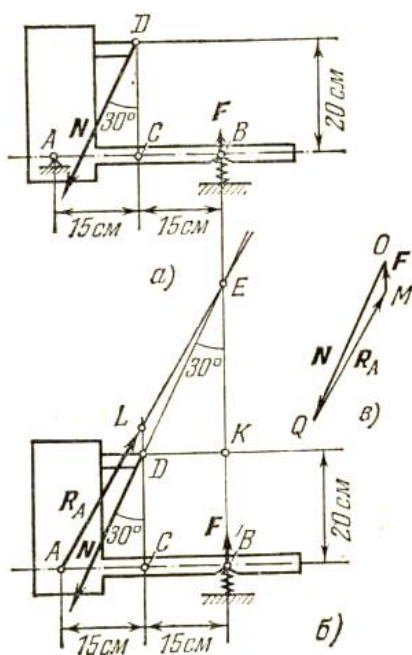
Суппортнинг оғирлигини ҳисобга олмасдан таянч реакцияларини ва пружинанинг эластиклик кучини аниқланг.

Ўлчамлар чизмада кўрсатилган.

Ечиш: Суппортнинг мувозанатини текшираимиз, унга N –деталнинг резецга босим кучи, F -пружинанинг эластиклик кучи қўйилган.

Боғланиш реакцияларини алмаштирсак, R_A ни йўналишини анилаштира олмаймиз.

Лекин бу ҳолда суппорт N , F ва R_A ўзаро параллел бўлмаган кучлар таъсирида мувозанатда бўлади.



1.6-расм.

Уч куч теоремасига асосан N_I , F ва R_A кучларининг таъсир чизиқлари бир нуқтада кесишишлари керак. Унда N_I , ва F кучлари E нуқтада кесишар экан, у ҳолда R_A ҳам шу нуқтадан ўтиши керак. OMQ куч учбурчаги ҳосил бўлади. Уни ечиш учун қўшимча куч кўпбурчагини ташкил қилишимиз керак. D нуқтадан L нуқта билан кесишувчи вертикал чизиқ чизамиз. AE тўғри чизиқ ҳосил бўлади. Кўриниб турибдики OMQ учбурчаги DLE учбурчагига ўхшаш.

DLE учбурчакни томонларини аниқлаймиз.

$$DKE \text{ учбурчакдан } DK=CD=15\text{см}, \text{ у ҳолда } DE = \frac{DK}{\sin 30^\circ} = 30\text{см}$$

$$KE = DK \operatorname{ctg} 30^\circ = 15\sqrt{3}\text{см} \text{ шунинг учун } BE = BK + KE = (20 + 15\sqrt{3})\text{см} \text{ яъни } BE = 46\text{см}.$$

$$CL = \frac{1}{2} BE = 23\text{см} \text{ } BAE \text{ учбурчакдан демак, } DL = CL - CD = 3\text{см}.$$

$$AE = \sqrt{AB^2 + BE^2} = \sqrt{30^2 + 46^2} = 55\text{см}, \text{ } LE = 27,5\text{см}$$

DLE учбурчак томонлари $DE=30$ см, $DL=3$ см, $LE=27,5$ см учбурчак OMQ ва DLE ўхшашлигидан

$$\frac{R_A}{LE} = \frac{F}{DL} = \frac{N}{DE} \text{ бўлади}$$

бундан

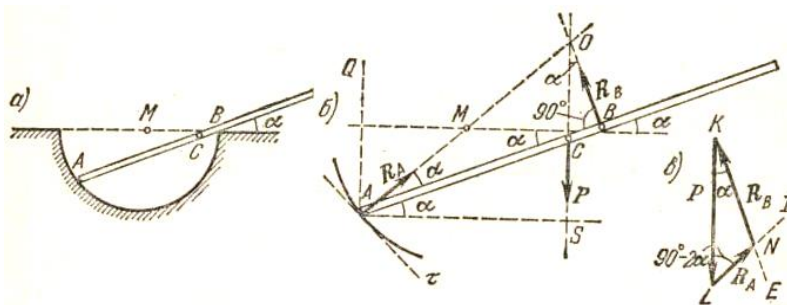
$$R_A = N \frac{LE}{DE}, \quad F = N \frac{DL}{DE}$$

$$R_A = 275 \text{ кг}, \quad F = 30 \text{ кг} \text{ экан.}$$

1.7-масала: бир жинсли стерженнинг оғирлиги P ва узунлиги 2α бўлган, радиуси η га тенг бўлган сферик сиртга A ва B нуқталари билан тиралиб туради.

A ва B нуқталардаги таянч реаукиялари ва стерженнинг горизонт билан ҳосил қилган α бурчагини аниқлансин.

Ечиш: агарда стерженни сферик идишга қўйсақ, у α -бурчагининг маълум бир қийматида мувозанат ҳолатида бўлади.



1.7-расм.

α -бурчаги стерженнинг узунлиги ва идишнинг η радиусига боғлиқ. α бурчагининг шундай қийматида стержен мувозанат ҳолатида бўлса, R_A ва R_B ларнинг таъсир чизиқлари бир нуқтада кесишади.

R_A реакция кучи нормал бўйича йўналса, R_B реакция кучи стерженга перпендикуляр йўналгандир.

AMB учбурчакдан $AM = MB = \eta$, $\angle BAM = \angle ABM$, чунки $\angle MBA = \angle BAS = \alpha$, у ҳолда $\angle BAM = \angle ABM = \alpha$ бўлади.

$$AO = 2\eta \quad AOS \text{ учбурчагидан } AS = AC \cos \alpha = a \cos \alpha, \quad AC = a$$

$$AS = 2\eta \cos 2\alpha = a \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 \quad \text{бўлгани учун}$$

$$2\eta(2\cos^2 \alpha - 1) = a \cos \alpha$$

$$4\eta \cos^2 \alpha - a \cos \alpha - 2\eta = 0$$

$$\cos \alpha = \frac{a \pm \sqrt{a^2 + 32\eta^2}}{8\eta}$$

R_A ва R_B реакция кучларини аниқлаш учун куч учбурчагини ҳосил қиламиз.

KLN учбурчагидан

$$\frac{P}{\sin(90^\circ + \alpha)} = \frac{R_A}{\sin \alpha} = \frac{R_B}{\sin(90^\circ - 2\alpha)};$$

бу ерда

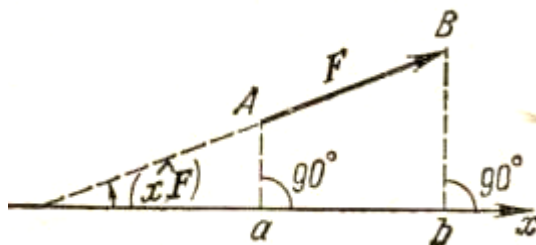
$$R_A = P \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

$$R_B = P \frac{\cos 2\alpha}{\cos \alpha}$$

И.В.Мешчерский “Назарий механика”дан масалалар тўпламидан 37, 38, 40, 41-масалаларини ечишга тавсия этамиз.

3-теорема: проекциялар методи. Кучни ҳар қандай ўққа ортогонал проекцияси шу кучнинг миқдори билан координата ўқи орасидаги бурчак косинусининг кўпайтмасига тенг бўлади.

$$\eta_{\rho_x} F = ab = F \cdot \cos(x \wedge F)$$



1.19-расм

Кучни координата ўқиға проекцияси алгебрик миқдор бўлади.

Агарда кучни проекцияси ўқнинг йўналиши билан бир хил ёки 0° то 90° гача ёхуд 270° дан то 360° гача бўлса, мусбат ишорада олинади. Агарда кучни проекцияси 90° дан то 270° гача бурчак орасида бўлса, унинг ишораси манфий бўлади. Агарда куч координата ўқиға перпендикуляр йўналган бўлса, у ҳолда унинг проекцияси нолга тенг бўлади. Шу асосда кучни координата x ва y ўқларига нисбатан проекцияси олинади.

$$\eta_{\rho_x} F = ab = F \cdot \cos(x \wedge F)$$

$$\eta_{\rho_y} F = a_1 b_1 = F \cos(y \wedge F)$$

Кейинчалик қисқароқ қилиб,

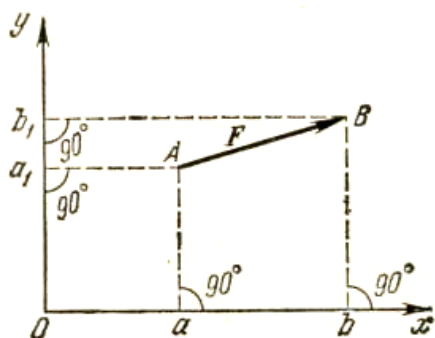
$$\begin{array}{ll} \eta_{\rho_x} F = F_x, & \eta_{\rho_y} (F) F_y \\ \eta_{\rho_x} F = X, & \eta_{\rho_y} F = Y \end{array} \text{ деб қабул қиламиз.}$$

у ҳолда

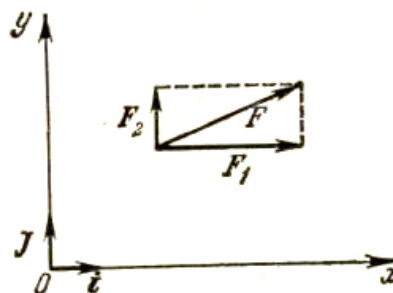
$$F_x = X = F \cos(x \wedge F),$$

$$F_y = Y = F \cos(y \wedge F)$$

Ушбу формулалар билан кучни миқдори ва йўналиши берилган бўлса, унинг координата ўқларидаги проекцияларини аниқлаш мумкин.



1.20-расм



1.21-расм

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{X^2 + Y^2} \text{ куч модули}$$

$$\left. \begin{aligned} \cos(x \wedge F) &= \frac{F_x}{F} = \frac{X}{F} \\ \cos(y \wedge F) &= \frac{F_y}{F} = \frac{Y}{F} \end{aligned} \right\} \text{ йўналтирувчи косинуслар}$$

Кучни координата ўқлари бўйича ташкил этувчилари

$$F_1 = F_x \cdot i = X \cdot i, \quad F_2 = F_y \cdot j = Y \cdot j$$

у ҳолда

бўлади.

$$F = F_x i + F_y \cdot j = X \cdot i + Y \cdot j$$

Текисликдаги кесишувчи кучлар системасининг тенг таъсир этувчисини топишга киришамиз.

F_1, F_2, \dots, F_n кучлар системаси берилган. Уларни ташкил этувчиларга ажратамиз.

$$F_1 = F_{1x} \cdot i + F_{1y} \cdot j, \quad F_2 = F_{2x} \cdot i + F_{2y} \cdot j, \dots,$$

$$F_n = F_{nx} \cdot i + F_{ny} \cdot j$$

У ҳолда тенг таъсир этувчи куч

$$R = R_x \cdot i = R_y \cdot j$$

бунда: R_x, R_y -тенг таъсир этувчи кучларни x ва y ўқларига нисбатан проекциялари.

У ҳолда Декарт координата ўқларидаги проекцияси

$$\left. \begin{aligned} R_x &= F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx} = \sum_{k=1}^n F_{kx} \\ R_y &= F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{ny} = \sum_{k=1}^n F_{ky} \end{aligned} \right\}$$

Ушбу формулалар орқали тенг таъсир этувчи кучларнинг проекцияларини миқдорини аниқлагандан кейин унинг модулини аниқлаймиз.

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

Йўналишини йўналтирувчи косинуслари орқали топамиз.

$$\left. \begin{array}{l} \sin(x^{\wedge}R) = \frac{R_x}{R} \\ \cos(y^{\wedge}R) = \frac{R_y}{R} \end{array} \right\} \text{co}$$

Қаттиқ жисмнинг кесишувчи кучлар таъсиридаги мувозанат шарти.

Кесишувчи кучлар системаси таъсирида жисм аналитик мувозанатда бўлиши учун етарли ва зарурий шарти шу кучлар системасининг координата ўқларига нисбатан проекцияларининг алгебраик йиғиндиси нолга тенг бўлиши шарт.

$$\left. \begin{array}{l} F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx} = 0 \\ F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{ny} = 0 \end{array} \right\} \text{ёки}$$

$$\sum_{k=1}^n F_{kx} = 0 \quad \sum_{k=1}^n F_{ky} = 0$$

Статиканинг масаласи.

1. Статик аниқ
2. Статик аниқмас

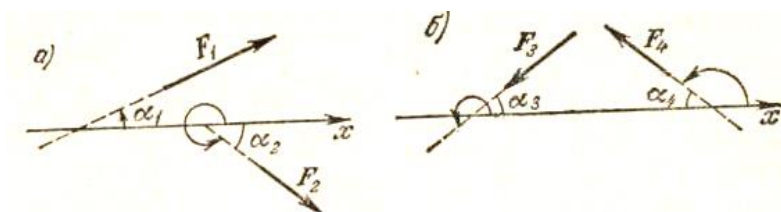
Агарда масалада ноаниқлар сони тенгламалар сонига тенг бўлса, ушбу масала статик аниқ бўлади.

Агарда масалада номаълумлар сони мувозанат тенгламаларидан кўп бўлса, ушбу масала статик аниқмас бўлади.

Кесишувчи кучлар таъсирида жисмнинг геометрик мувозанатда бўлиши учун етарли ва зарурий шарти кесишувчи кучлар системасининг тенг таъсир этувчи кучи нолга тенг бўлиши ёки кучлар кўпбурчаги ёпиқ бўлиши керак. Демак, берилган масалани ҳам аналитик ҳам геометрик усулда ишлаб, таққослашимиз мумкин экан.

Анатилик усулда ечиш учун

- номаълумлар сони тенгламалар сониغا тенглигига ишонч ҳосил қилишимиз керак;
- хоу Декарт координата ўқларини танлашимиз керак;
- Декарт координата ўқларига нисбатан проекциялари мувозанат тенгламаларини тузиш керак;
- мувозанат тенгламаларини ечиб, номаълумларни топиш керак;
- тенг таъсир этувчи кучларни модулларини аниқлаш керак;
- йўналишини, йўналтирувчи косинусларини аниқлаш керак.



1.22-расм

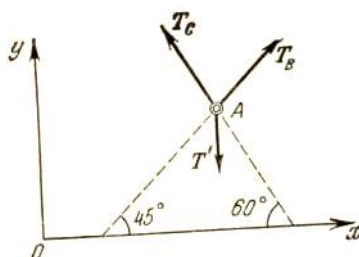
$$F_{1x} = F_1 \cos \alpha_1, \quad F_{2x} = F_2 \cos \alpha_2$$

$$F_{2x} = F_2 \cos(360^\circ - \alpha_2) = F_2 \cos \alpha_2$$

$$F_{3x} = -F_3 \cos \alpha_3, \quad F_{4x} = -F_4 \cos \alpha_4$$

1.8-масала

1.4 масалани аналитик усулда ечинг.



1.8-расм

A шарнирнинг мувозанат тенгламаларини тузамиз, унинг учун барча кучларни координата ўқлари x ва y га проекцияларининг алгебраик йиғиндисини оламиз:

$$\sum_1^n kF_{kx} = T_B \cos 45^\circ - T_c \cos 60^\circ$$

$$\sum_1^n kF_{ky} = T_B \cos 45^\circ + T_c \cos 30^\circ - T^1 = 0$$

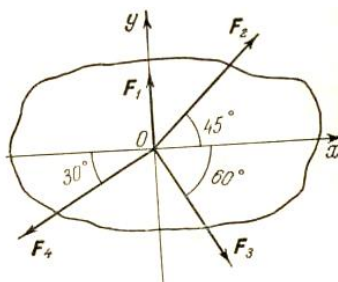
Тегишли сонларни ўрнига қўйиб, тенгламани ечсак,

$$T_c = 73,2 \text{ кг}, T_B = 51,8 \text{ кг} \text{ экан.}$$

1.9-масала:

Берилган: $F_1 = 2\text{Н}$, $F_2 = F_3 = 4\text{Н}$, $F_4 = 6\text{Н}$, F_5 – кучни топиб шундай

йўналтириш керакки, жисм мувозанат ҳолатида бўлсин.



1.9-расм

Мувозанат тенгламаларини тузамиз.

$$\sum_1^n kF_{kx} = 0, \quad \sum_1^n kF_{ky} = 0$$

ёки

$$F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + F_{4x} + F_{5x} = 0$$

$$F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + F_{4y} + F_{5y} = 0$$

Номалумлар сони тенгламалари сонига тенг бўлгани учун масала статик аниқ бўлади.

Берилган F_1, F_2, F_3, F_4 кучларни координата ўқларига нисбатан проекцияларини миқдорини аниқлаймиз.

$$F_{1x} = 0, F_{2x} = F_2 \cos 45^\circ = 2\sqrt{2}$$

$$F_{3x} = F_3 \cos 60^\circ = 2, \quad F_{4x} = -F_4 \cos 30^\circ = -3\sqrt{3}$$

тегишли миқдорларни мувозанат тенгламасига қўйсак.

$$F_{1y} = F_1 = 2, F_{2y} = F_2 \cos 45^\circ = 2\sqrt{2}$$

$$F_{3y} = F_3 \cos 30^\circ = -2\sqrt{3}, \quad F_{4y} = -F_4 \cos 60^\circ = -3$$

$$2\sqrt{2} + 2 - 3\sqrt{3} + F_{5x} = 0 \quad 2 + 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3} - 3 + F_{5y} = 0$$

булардан

$$F_{5x} = 0,37$$

$$F_{5y} = 1,64$$

$$F_5 = \sqrt{F_{5x}^2 + F_{5y}^2} = 1,68H$$

Йўналтирувчи косинуслари

$$\cos(x_1 \wedge F_5) = \frac{F_{5x}}{F_5} = \frac{0,37}{1,68} = 0,22$$

$$\cos(y_1 \wedge F_5) = \frac{F_{5y}}{F_5} = \frac{1,64}{1,68} = 0,98$$

$$(x_1 \wedge F_5) \approx 77^\circ, \quad (y_1 \wedge F_5) = 13^\circ$$

1.10-масала: MN колоннани монтаж қилишда оғирлиги P бўлган C юкни кўтаришда иккита крандан фойдаланишган. Юк BCA трос ёрдамида кўтарилади, троснинг B томони чап кранга A билан тележкага ўнг қаранга маҳкамланган.

Троснинг узунлиги L , $BN=l$ C юк мувозанатда деб, троснинг таранглиги ва юкнинг колоннага босими аниқлансин. Троснинг оғирлиги ва юкнинг колоннага нисбатан ишқаланишини инобатга олинмасин.

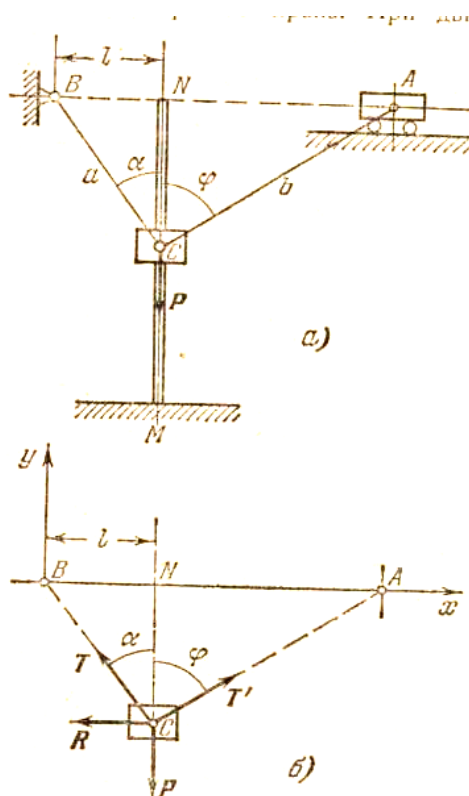
Ечиш: номаълумларни аниқлаш учун C юкни мувозанатини текшираемиз.

Юкка битта актив куч ва BCA трос ва MN колоннанинг боғланиши қўйилган. R реакция кучи колоннани ўқига перпендикуляр йўналгандир. Масалани шартига кўра:

$$|T| = |T^1| = T$$

T , ва T^1 трос бўйича йўналгандир.

$\angle NCA = \varphi$ билан белгилаймиз.



1.10-расм.

C юкка таъсир қилувчи кучларнинг мувозанат тенгламасини x ва y ўқларига нисбатан ёзамиз.

$$\sum F_{kx} = T \sin \varphi - T \sin \alpha - R = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_{ky} = T \cos \varphi - T \cos \alpha - P = 0 \quad (2)$$

Ушбу (2) тенгламадан:

$$T = \frac{P}{\cos \varphi + \cos \alpha} \quad (3)$$

Бу тенгликни (1) тенгламага қўйсак,

$$R = \frac{P(\sin \varphi - \sin \alpha)}{\cos \varphi + \cos \alpha} \quad (4)$$

$\cos \varphi$, $\cos \alpha$, $\sin \varphi$ ларни L , l ва α орқали ифодаласак, $BC = a$, $AC = b$ билан белгиласак, шартга асосан

$$\alpha + b = L \quad (5)$$

BCN - учбурчакдан

$$\alpha = \frac{l}{\sin \alpha}, \quad CN = l \cdot \operatorname{ctg} \alpha \quad (6)$$

ACN- учбурчакдан

$$\cos \varphi = \frac{CN}{b} = \frac{l \cdot \operatorname{ctg} \alpha}{L-a} = \frac{l \cos \alpha}{L \sin \alpha - l} \quad (7)$$

$$\sin \varphi = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi}$$

$$\sin \varphi = \frac{\sqrt{(L^2 + l^2) \sin^2 \alpha - 2L \cdot l \cdot \sin \alpha}}{L \sin \alpha - l} \quad (8)$$

$\cos \varphi, \sin \varphi$ – қийматларини (3) ва (4) тенгламаларга қўйсақ,

$$T = 2P \frac{L \sin \alpha - l}{L \sin 2l},$$

$$R = 2P \frac{\sqrt{(L^2 + l^2) \sin^2 \alpha - 2L \cdot l \sin \alpha - (L \sin \alpha - l) \sin \alpha}}{L \sin 2\alpha}$$

бўлади, C юкни кўтариш билан α бурчак кўтарила боради, демак $\sin 2\alpha \rightarrow 0$. Ушбу масалани геометрик усулда ечиш анча мураккаб, чунки ёпиқ тўртбурчак ҳосил бўлади.

Назарий механика масалалар тўпламидан 21, 26 масалаларни мустақил равишда ечишга тавсия этамиз.

Ихтиёрий нуктага нисбатан куч моменти.

Бир нуктаси билан маҳкамланган жисмнинг мувозанати.

F кучини O нуктага нисбатан $m_0(F)$ ёзилади, деб куч миқдорини куч елкаси кўпайтмасига айтилади.

Куч елкаси h қайси нуктага нисбатан момент олаётган бўлсак, ўша нуктадан кучнинг бевосита ўзига ёки унинг таъсир чизиғига ўтказилган перпендикуляр энг қисқа масофадир.

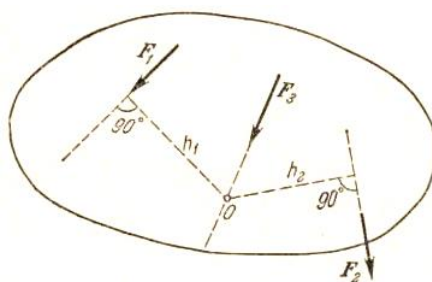
Агарда F кучи жисмни соат стрелкасига нисбатан бўйича ҳаракат қилса, куч моментининг ишораси манфий олинади. Агарда F кучи жисмни соат стрелкаси йўналишига тескари айлантурса, куч моментининг ишораси мусбат олинади.

$$m_0(F_1) = F_1 \cdot h_1$$

$$m_0(F_2) = -F_2 \cdot h_2$$

Техник системада ўлчов бирлиги кг. метр.

Си системасида –ньютон*метр=жоуль.



1.23-расм.

h нуктадан кучнинг таъсир чизиғига ўтказилган кесмадир.

Агарда кучнинг таъсир чизиғи нуктани кесиб ўтса, куч моментининг миқдори нолга тенг бўлади, чунки куч елкаси нол.

$$m_0(F_3) = 0$$

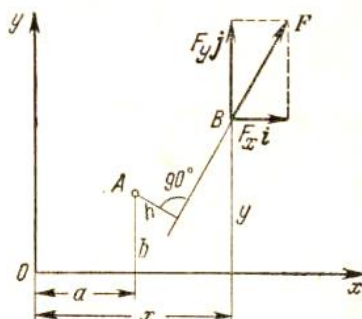
Кесишувчи кучлар системаси учун Варинион теоремаси:

Тенг таъсир этувчи куч R нинг ихтиёрий нуктага нисбатан олинган моменти уни ташкил этувчи F_1, F_2, \dots, F_n кучлардан бир текисликда ётувчи ихтиёрий мазкур нуктага нисбатан олинган моментларининг алгебраик йиғиндисига тенг бўлади.

$$m_0(R) = m_0(F_1) + m_0(F_2) + \dots + m_0(F_n) = \sum_{k=1}^n m_0(F_k) \quad (8^*)$$

$$R = \sum_{k=1}^n F_k$$

Варинион теоремасининг қулайлиги, ташкил этувчиларнинг моментлари аниқ бўлса, тенг таъсир этувчини топмаса ҳам бўлаверади.



1.24-расм

F кучи моментини проекциялари орқали ифодаласак,

$$m_A(F) = (x-a)F_y - (y-b)F_x \quad (9^*)$$

$F_x, F_y - F$ кучини координата ўқларига нисбатан проекцияси а ва в лар А нуқтанинг координаталари

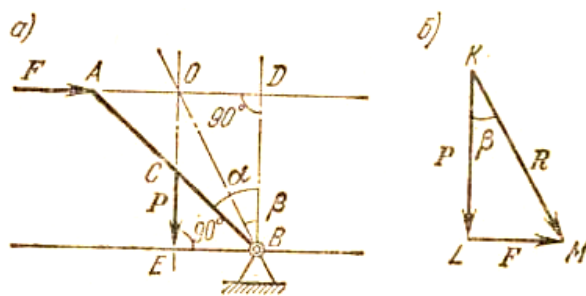
$$m_0(F) = xF_y - y \cdot F_x \quad (10^*)$$

координата бошига нисбатан куч моменти.

Агарда жисм шарнир воситаси билан, бир нуқтаси билан боғланган бўлса, унинг реакция кучи бошқаактив кучлар билан мувозанатлашиши керак.

У ҳолда тенг таъсир этувчи кучнинг тенг таъсир чизиғи ихтиёрий кўзгалмас нуқтадан ўтказиш керак.

1.11-масала. оғирлиги P бўлган AB стержен B шарнир атрофида айланма ҳаракат қилиши мумкин. F кучини миқдорини аниқлаш керакки, стержен мувозанат ҳолатида бўлсин, стержен вертикал билан α бурчаги ҳосил қилсин.



1.11-расм.

Ечиш: АВ стерженни мувозанат шартини кўриб чиқамиз. Стерженга P ва F актив кучлари қўйилган, уларнинг таъсир чизиқлари O нуқтада кесишади. В шарнирнинг N реакцияси параллел бўлмаган уч куч теоремасига асосан O нуқтадан ўтиши керак. Демак, стержен параллел бўлмаган P, F ва N кесишувчи кучлардан иборат бурчак $ОВД = \beta$ билан белгилаймиз.

$AC = CB, AO = OD$, чунки

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{AD}{DB} = \frac{2OD}{DB}, \operatorname{tg} \beta = \frac{OD}{DB}, \text{ у ҳолда}$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{1}{2} \operatorname{tg} \alpha$$

KLM учбурчакдан

$$F = \frac{P}{2} \operatorname{tg} \alpha$$

Агарда $F > \frac{P}{2} \operatorname{tg} \alpha$ бўлса, стержен В шарнир атрофида соат стерлкаси йўналиши бўйича силжийди, $F < \frac{P}{2} \operatorname{tg} \alpha$ бўлса, соат стрелкасига тескари равишда силжийди экан.

Ушбу масалани аналитик равишда ечилса, мақсадга мувофиқ бўлади.

$$m_B(P) + m_B(F) = 0$$

$$m_B(P) = P \cdot BE = \frac{1}{2} P \cdot AB \sin \alpha,$$

$$m_B(F) = -F \cdot BD = -F \cdot AB \cos \alpha$$

$$\frac{1}{2} P \cdot AB \sin \alpha - F \cdot AB \cos \alpha = 0$$

Мешчерский И.В. $F = \frac{P}{2} \operatorname{tg} \alpha$ бўлади.

Назарий механика масалалар тўпламидан 62, 63, 64 масалаларни мустақил ечишга тавсия этамиз.

Текисликдаги ихтиёрый жойлашган кучлар системаси.

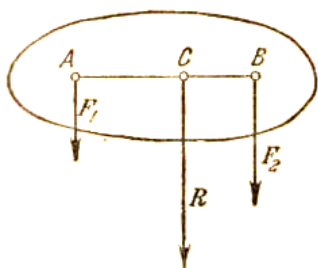
Параллел кучлар системаси.

1. Мувозанат шарти.

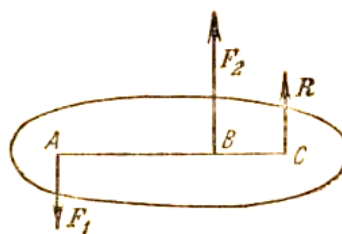
Аввало, таъкилдаймиз иккита парррел кучларни тенг таъсир этувчиси, шу икки кучнинг модулининг йиғиндисига тенг бўлиб, йўналиши шу томонга йўналган бўлади.

Тенг таъсир этувчини таъсир чизиғи икки кучнинг тескари пропорционалигида бўлади.

$$R = F_1 + F_2, \quad \frac{F_1}{F_2} = \frac{BC}{AC}$$



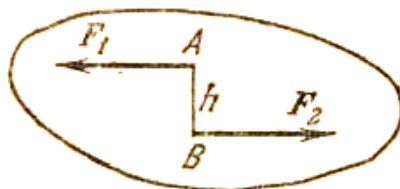
1.25-расм



1.26-расм

Агарда $F_2 > F_1$ бўлиб, қарама-қарши томонга йўналган бўлиб, у ҳолда тенг таъсир этувчи куч уларнинг айирмасига тенг бўлиб, йўналиши катта куч томонга йўналган бўлади.

$$R = F_2 - F_1, \quad \frac{F_1}{F_2} = \frac{BC}{AC}$$



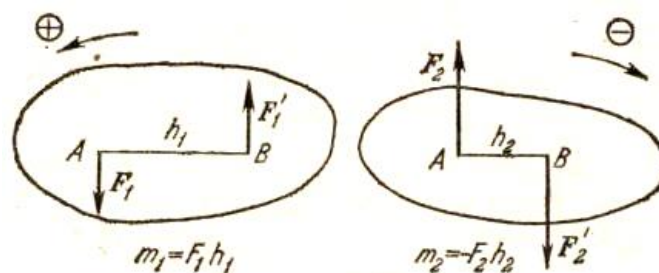
1.27-чизма

Миқдор жиҳатидан тенг ва маълум оралиқда қарама-қарши томонга параллел йўналган кучлар системасига жуфт кучлар дейилади.

Икки куч орасидаги энг қисқа масофа жуфт кучларнинг елкаси дейилади.

Жуфт кучлари абсолют қаттиқ жисмни ихтиёрий нукта ёки ихтиёрий ўқ атрафида айлантиришга ҳаракат қилади.

Жуфт кучларидан бири билан улар орасидаги энг қисқа масофага кўпайтмаси унинг моменти дейилади.



1.28-расм

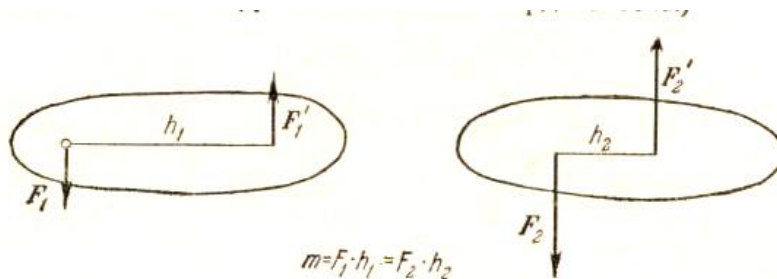
Агарда жуфт кучи жисмни соат стрелкаси йўналишига тескари равишда айлантиришга ҳаракат қилса, унинг моментини ишораси мусбат олинади, соат стрелкаси бўйича манфий олинади. Жуфт кучи координата ўқларига нисбатан проекция бермайди.

Жуфт кучлар назарияси тўртта теоремага асосланади:

1-теорема: жуфт кучларини ташкил қилган кучлар моментларининг алгебраик йиғиндиси текисликдаги олинган нуктага боғлиқ бўлмайди ва у жуфт кучининг моментига тенг бўлади.

2-теорема: абсолют қаттиқ жисмни ҳолатини ўзгартирмасдан жуфт кучини таъсир доирасида кўчириш мумкин.

3-теорема: жуфт кучларининг моменти миқдори ва йўналиши бир хил бўлса, улар эквивалент бўлади.



1.29-расм

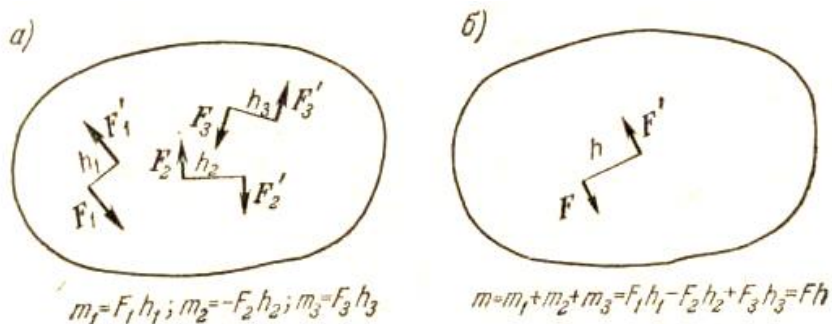
$$m_1 = F_1 \cdot h_1$$

$$m_2 = F_2 \cdot h_2$$

4-теорема: (текисликдаги жуфтларни қўйиш).

Текисликдаги жўфтларни қўйишда тенг таъсир этувчи жуфт ҳосил бўлади, унинг моменти ташкил этувчи жуфт кучларининг моментларининг йиғиндисига тенг бўлади.

$$m = m_1 + m_2 + \dots + m_n = \sum_{k=1}^n m_k = \sum_k 1 \pm F_k \cdot h_k$$



1.30-расм

а-чизмада

$$m_1 = F_1 \cdot h_1$$

$$m_2 = F_2 \cdot h_2$$

$$m_3 = F_3 \cdot h_3$$

жуфт кучлари моментлари билан кўрсатилган. Уларнинг тенг таъсир этувчиси моменти билан б-чизмада

$$m = F_1 \cdot h_1 - F_2 \cdot h_2 + F_3 \cdot h_3 = F \cdot h$$

Бир текисликда ётувчи жуфт кучлари таъсирида жисм мувозанатда бўлиши учун етарли ва зарурий шарти, жуфт кучлари моментларининг алгебраик йиғиндиси нолга тенг бўлиши мумкин.

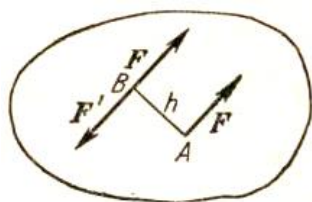
$$\text{яъни: } \sum_1^n km_k = 0 \quad \sum_1^n k \pm F_k \cdot h_k = 0$$

Кучни бир марказга келтириш. Кучни бир марказга келтиришда қўшимча жуфт кучи ҳосил бўлади, унинг momenti мазкур кучни ўша нуқтага нисбатан моментига тенгдир.

Бу дегани жисмнинг ҳолатини ўзгартирмасдан F кучини B нуқтага келтириш мумкинки, унга қўшимча жуфт кучи ҳосил бўлсин, унинг momenti, F кучининг B нуқтага нисбатан моментига тенг бўлади.

Бош вектор. Қаттиқ жисмга таъсир этувчи кучлар системасининг геометрик йиғиндиси бош вектор дейилади. V – билан белгилаймиз.

$$V = \sum_1^n k \overline{F_k}$$



1.31-расм

Бош векторни координата ўқларига нисбатан проекцияси

$$V_x = \sum_1^n k F_{kx}, \quad V_y = \sum_1^n k F_{ky}$$

проекцияларининг йиғиндисига тенг бўлар экан.

Бош вектор модули

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$$

йўналиши йўналтирувчи косинуслари орқали топилади.

$$\cos(x \wedge V) = \frac{V_x}{V}$$

$$\cos(y \wedge V) = \frac{V_y}{V}$$

Бир марказга нисбатан кучларнинг моментларининг йиғиндиси бош момент дейилади.

$$m_0 = \sum_{k=1}^n m_0(F_k)$$

Бош векторнинг миқдори ва йўналиши келтириш марказига боғлиқ бўлмас экан. Бош момент эса келтириш маркази ўзгарса, унинг қиймати умуман ўзгариб кетади.

$$m_A = m_0 + m_0(F_0)$$

Текисликда ихтиёрий жойлашган кучлар системасини бир марказга келтиришда унинг бош вектори V ва жуфт кучи ҳосил бўладиким, жуфт кучининг momenti бош моментга m_0 тенг бўлар экан.

V билан тенг таъсир этувчи R кучини бирлаштириш мумкин эмас. R – бу битта куч, V эса қўшимча жуфт кучи билан кучлар системасига эквивалент бўлган кучдир.

Ихтиёрий кучлар системасини бир марказга келтиришнинг хусусий ҳоллари.

а) бош вектор нолга тенг, лекин бош момент нолга тенг эмас.

$$\text{яъни: } V = 0, \quad m_0 \neq 0$$

Моменти бош моментга тенг бўлган кучлар системаси жуфт кучига келтирилади.

б) бош момент нолга тенг, бош вектор нолга тенг эмас.

$$\text{яъни: } V \neq 0, \quad m_0 = 0$$

Кучлар системаси $R=V$ мазкур марказга тенг таъсир этувчи қўйилади.

в) бош вектор ҳам, бош момент ҳам нолга тенг эмас.

$$\text{яъни: } V \neq 0, \quad m_0 \neq 0$$

Кучлар системаси тенг таъсир этувчига келтирилади, унинг таъсир чизиғи

V дан $h = \frac{m_0}{V}$ масофада ётади.

R ва m_0 ларнинг ишоралари бир хил бўлади.

$R=V$ ва параллелдир.

Ихтиёрий кучлар системаси учун Вариньон теоремаси.

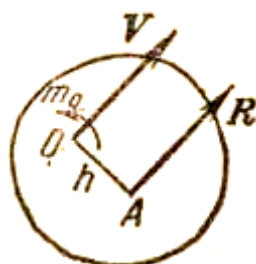
Агарда кучлар системаси тенг таъсир этувчига келтирилса, уҳолда тенг таъсир этувчиларидан мазкур нуқтага нисбатан олинган моментларининг йиғиндисига тенг бўлади.

$$m_0(R) = \sum_1^n m_0(F_k)$$

г) агарда бош вектор $R=0$, бош момент $m_0=0$ бўлса, жисм кучлар системаси таъсирида мувозанат ҳолатида бўлади.

Ихтиёрий кучлар системаси таъсирида жисмнинг мувозанат шарти.

Абсолют қаттиқ жисмнинг ихтиёрий кучлар системаси таъсирида мувозанатда бўлиши учун етарли ва зарурий шарти шу кучлар системасининг ихтиёрий танлаб олинган координата ўқларига нисбатан проекцияларининг алгебраик йиғиндиси нолга тенг бўлиши ва шу ҳисоблаш системасида ётувчи ихтиёрий нуқтага нисбатан моментларининг алгебраик йиғиндиси нолга тенг бўлиши шарт.



1.32-расм

$$\sum_1^n kF_{kx} = 0, \quad \sum_1^n kF_{ky} = 0, \quad \sum_1^n km_0(F_k) = 0$$

Ушбу ҳолатда берилган масала статик аниқ бўлади, бунда номаълумлар учтадан ошмаслиги керак. Шу билан бирга битта ўққа, иккита нуқтага нисбатан моментлар тенгламасини тузиш мумкин.

$$\sum_1^n kF_{kx} = 0, \quad \sum_1^n km_A(F_k), \quad \sum_1^n km_B(F_k) = 0$$

A ва B нуқталарни бирлаштирувчи тўғри чизик, координата X ўқига перпендикуляр бўлмаслиги керак.

Ихтиёрий учта нуқтага нисбатан моментларинингалгебраик йиғиндиси нолга тенг бўлиши керак, чунки битта тенглама қолган иккитасини такрорлаган бўлади.

$$\sum_1^n km_A(F_k) = 0, \quad \sum_1^n km_B(F_k) = 0, \quad \sum_1^n km_C(F_k) = 0$$

Агарда кучлар системаси параллел бўлса,

$$\sum_1^n kF_{kx} = 0, \quad \sum_1^n km_0(F_k) = 0$$

чунки кучлар системаси y ўқиға перпендикуляр йўналган бўлади.

Иккита нуқтага нисбатан моментларининг алгебраик йиғиндиси нолга тенг бўлиши мумкин, бу ҳолатда танланган иккита нуқтани бирлаштирувчи тўғри чизик, кучлар системасига параллел бўлмаслиги керак.

$$\sum_1^n km_A(F_k) = 0, \quad \sum_1^n km_B(F_k) = 0$$

Берилган масалани ечишда қуйидаги кетма-кетликни амалга ошириш талаб этилади:

- 1) номаълумларни аниқлаш учун абсолют қаттиқ жисмни ажратиш керак;
- 2) актив кучларни кўрсатиш;
- 3) жисм эркин бўлмаса, унга боғланиш реакцияларни қўйиш керак;
- 4) жисмни эркин деб қараб, актив ва реакция кучларини қўйиш;
- 5) берилган масала статик аниқ эканлигига ишонч ҳосил қилинг, номаълумлар иккитадан ошмасин;
- 6) Декарт координата ўқларини танланг;
- 7) Параллел кучлар системаси учун мувозанат тенгламаларини тузинг;
- 8) Мувозанат тенгламаларини ечиб, реакция кучларини аниқланг.

Координата ўқларини шундай танлаш керакки, битта ўқ кучлар системасига параллел бўлсин.

1.12-масала: автомашинанинг оғирлиги P , унда D юк оғирлиги $Q = \frac{P}{2}$

ётибди.

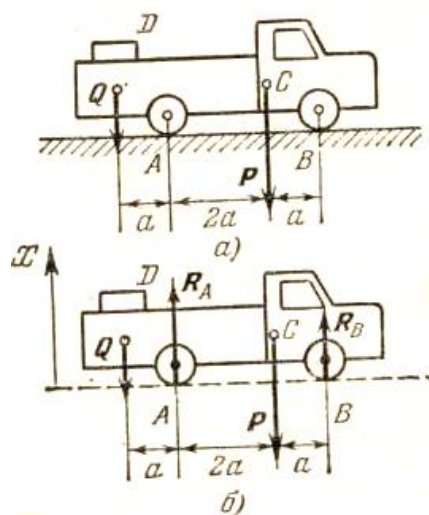
Ишқаланиш кучларини ҳисобга олмасдан, автомашина ғилдиракларини шоссега бўлган босим кучини аниқланг.

Ечиш: автомашинани мувозанатини кўриб чиқамиз. Унга машинанинг оғирлиги Q актив кучлар таъсир қилмоқда. R_A , R_B шоссенинг реакция кучлари, улар вертикал бўйича йўналгандир.

Шундай қилиб, автомашина текисликдаги параллел кучлар системаси P , Q , R_A ва R_B лар таъсирида мувозанат ҳолатида бўлади.

Масала, статик аниқ, чунки унда номаълумлар сони иккита.

У ҳолда X ўқини юқорига йўналтириб, A нуқтага нисбатан моментлар тенгламасини тузамиз.



1.12-рasm

$$\sum F_{kx} = 0 \quad R_A + R_B - P - Q = 0 \quad (1)$$

$$\sum m_A(F_k) = R_B \cdot 3a - P \cdot 2a + Q \cdot 3a = 0 \quad (2)$$

(2) тенгламадан $Q = \frac{P}{2}$ эканлигини ҳисобга олсак, $R_B = \frac{P}{2}$ экан.

(1) тенгламага R_B ни ўрнига қўйсак $R_A = P$ бўлади.

$$\text{Демак, } R_B = \frac{P}{2}, \quad R_A = P \quad (3)$$

Ушбу масалани бошқача қилиб ечсак ҳам белаверади.

$$\sum m_B(F_k) = -R_A \cdot 3a + P \cdot a + Q \cdot 4a = 0 \quad (4)$$

Ушбу тенгламадан $Q = \frac{P}{2}$ эканлиги учун (3) тенгламага асосан $R_A = P$

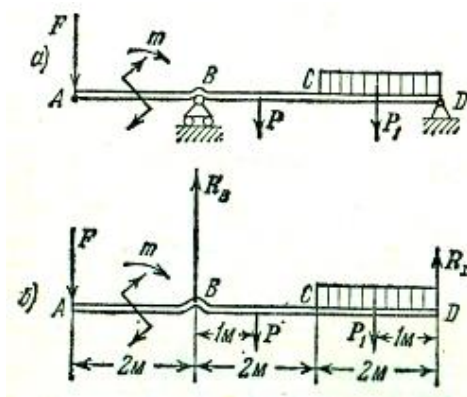
бўлади.

1.13-масала: оғирлиги $P=4m$ бўлган AD балка берилган. B таянч кўзгалувчан шарнирда, D таянч кўзғалмас шарнирда, A нуқтада $F=8m$ куч қўйилган. CD қисмда интенсивлиги $q=0,5T/M$ кучлар тўплами қўйилган. AB участкада балкага моменти $m=6\text{ т.м}$ бўлган жуфт кучи таъсир этмоқда.

B ва D таянчлардаги реакция кучлари аниқлансин.

Ечиш: AD балкани мувозанатини текшираимиз.

Балкага балканинг оғирлиги – P , вертикал куч – F , интенсив кучларнинг тенг таъсир этувчиси P ва моменти m бўлган жуфт кучи – актив кучлар таъсир қилади. B таянч реакция кучи R_B ни вертикал равишда юқорига йўналтирамиз. Балканинг мувозанат ҳолатида бош вектор ва бош момент нолга тенг бўлади. Бош вектор F, P, P_1, R_B ва R_D кучларининг йиғиндисига тенг бўлади. У ҳолда балка параллел кучлар системаси таъсирида бўлди. Иккита номаълум R_B ва R_D бўлгани учун масала статик аниқ бўлади.



1.13-расм

$$\sum m_B(F_k) = F \cdot 2 - m - P \cdot 1 - P_1 \cdot 3 + R_D \cdot 4 = 0$$

$$\sum m_D(F_k) = F \cdot 6 - m - R_B \cdot 4 + P \cdot 3 + P_1 \cdot 1 = 0$$

ушбу тенгламалардан

$$R_D = 0,75m \quad R = 13,75m$$

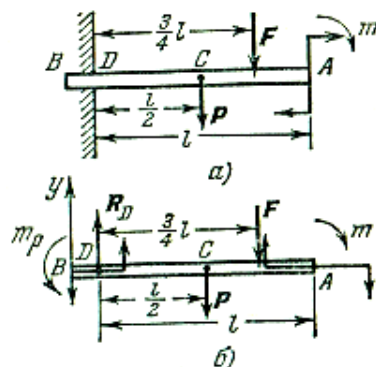
R_D - манфий бўлгани учун, чизмага нисбатан R_D -тескари, вертикал пастрга йўналган бўлади.

1.14-масала: бир жинсли горизонтал АВ балка, оғирлиги $P=800\text{н}$ деворга киргизиб маҳкамланган. Балкага $F=1200\text{н}$ вертикал куч таъсир қиляпти ва балкани соат стрелкаси бўйича айлантиришга ҳаракат қилувчи жуфт кучи таъсирида унинг моменти $m=600\cdot l$ ж, l – балка узунлиги, 2 метр.

Киргизиб маҳкамланган жойдаги реакция кучлари ва реактив моментни аниқланг.

Ечиш: Берилган балкани мувозанатини текшираимиз. Унга P , F -актив кучлари ва моменти m бўлган жуфт кучи таъсир қилади.

Киргизиб маҳкамланган жой балкани айланиб кетмаслиги ва силжишига тўсқинлик қилади. Шунинг учун реактив моментни йўналишини соат стрелкаси йўналишига тескари равишда йўналтираимиз. Боғланишдан эркин ҳолатга ўтказиб, реакция кучларини қўямиз. Бош вектор P , F ва R_D реакция кучларидан иборат.



1.14-расм

Булар R_D ва m_{Dp} - лар масала статик аниқ.

D нуктага нисбатан момент ва y ўқиға нисбатан проекциясини оламиз, яъни мувозанат тенгламасини тузамиз:

$$\sum F_{ky} = R_D - P - F = 0$$

$$\sum m_D(F_k) = m_p - m - P \frac{l}{2} - F \frac{3}{4}l = 0$$

биринчидан $R_D = P + F = 2000\text{н}$, иккинчи тенгламадан $m_p = 3800$ жоуль .

И.В.Мишчерский “Назарий механика” фанидан масалалар тўпламидан 78, 87, 89, 90 масалаларни ечишга тавсия берамиз.

Ихтиёрий кучлар системаси таъсиридаги жисмнинг мувозанат ҳолатига масалаларни ечишда қуйидаги кетма-кетликка риоя қилиш, олдинги тўрттаси:

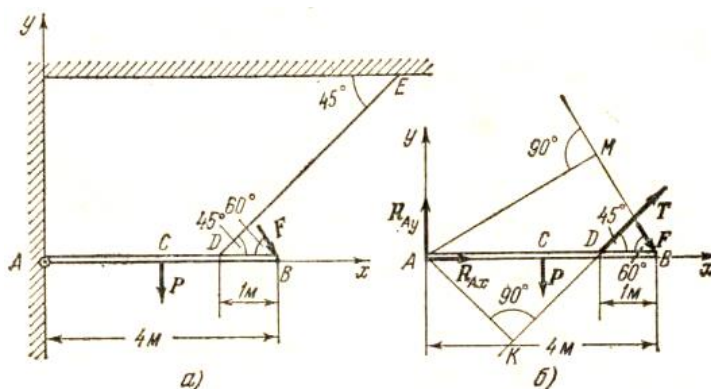
- 5) масалани статик аниқ эканлигига ишонч ҳосил қилинг, номаълумлар учтадан кўп бўлмасин;
- 6) ҳисоблаш системасини танланг, ихтиёрий нуқтани ҳам;
- 7) мувозанат тенгламаларини тузинг;
- 8) мувозанат тенгламаларини ечиб, номаълумларини аниқланг.

Мувозанат тенгламаларини хоҳлаган ҳолатда тузишингиз мумкин. шундай мувозанат тенгламасини тузингки, унда фақат битта номаълум бўлсин. Моментлар тенгламасини тузаётганда, шундай нуқта танлашингиз керак, шу нуқтада номаълумларнинг таъсир чизиқлари кесишадиган бўлсин.

Агарда бирон-бир реакция кучининг йўналиши номаълум бўлса, у реакция кучини ташкил этувчиларига ажратиш керак.

1.15-масала: узунлиги $l=4\text{ м}$, оғирлиги $P=1\text{ т}$ бўлган горизонтал бир жинсли AB балка берилган.

Балка A шарнир билан деворга DE трос билан ушлаб турилади. 45° бурчак остида $DB=1\text{ м}$, B нуқтада 60° бурчак остида $F=2\text{ т}$ куч қўйилган бўлса, DE троснинг таранглиги ва шарнирнинг девор босим кучини аниқланг.



1.15-расм

Балкани мувозанатини текшираамиз. Балкага балканинг оғирлиги P ва юклама куч F таъсир қиляпти. $AC=CB=2\text{ м}$.

Шу билан бирга балкага иккита боғланиш қўйилган, A шарнир ва DE трос.

Тросни T таранглик кучи билан A шарнирдаги реакция кучларини координата ўқлари бўйича ташкил этувчиларига ажратиб, йўналтирамиз.

R_{AX} ва R_{AY} – ташкил этувчиларга шу сабабли жисм бешта кучлар таъсирида бўлади, уларнинг учтаси номаълум бўлгани учун масала статик аниқ.

Балкани мувозанат тенгламаларини тузамиз.

$$\sum F_{kx} = R_{AX} + T \cos 45^\circ + F \cos 60^\circ = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_{ky} = R_{AY} - P + T \cos 45^\circ - F \cos 30^\circ = 0 \quad (2)$$

$$\sum m_A(F_k) = F \cdot AK - P \cdot AC - F \cdot AM = 0 \quad (3)$$

(3) тенгламадан

$$T = P \frac{AC}{AK} + F \frac{AM}{AK}$$

$$AC = 2\text{ м}, \quad AK = AD \sin 45^\circ = \frac{3}{2} \sqrt{2} \text{ м}$$

у холда

$$T = 1 \frac{2\sqrt{2}}{3} + 2 \frac{2}{3} \sqrt{6} = \frac{2\sqrt{2}}{2} (1 + 2\sqrt{3}) = 4,2T$$

$$R_{AX} = -3,96T, \quad R_{AY} = -0,23T$$

1.16-масала: узунлиги $l=10\text{ м}$, оғирлиги $P=12$ тонна A ва B шарнирларда боғланган ферма берилган.

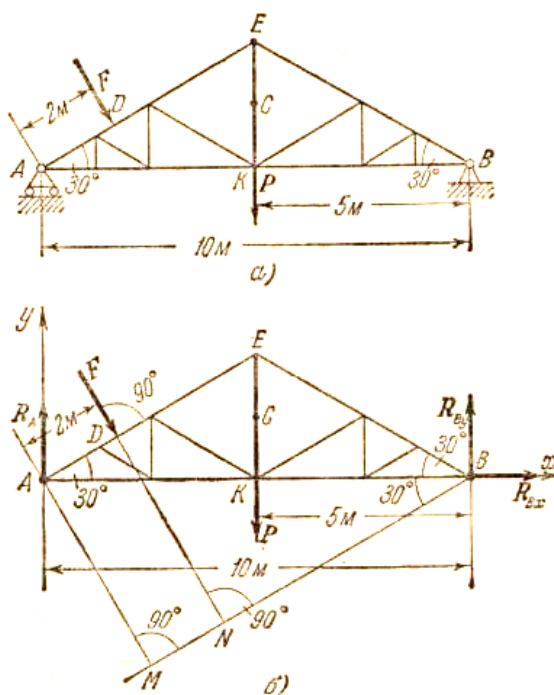
A шарнир қўзғалувчан B шарнир қўзғалмас. AE га перпендикуляр D нуқтада $AD=2$ метр масофада $F=4$ тонна куч қўйилган. $\angle EAB = 30^\circ$.

A ва B таянч нуқталаридаги реакция кучларини аниқланг.

Ечиш: ферманинг мувозанатини текширамиз, унга иккита актив кучлар ферманинг оғирлиги P ва F кучи.

A ва B таянчлар фермани горизонтал текисликда силжишга йўл қўйилмаганлиги сабабли R_A таянч реакцияси горизонтал текисликка перпендикуляр йўналади. B шарнирдаги реакция кучини координата ўқлари бўйича йўналган R_{BX} , R_{BY} – ташкил этувчиларига ажратамиз. Демак, фермага бешта кучлар таъсир қилади, улардан учтаси модул жиҳатидан номаълум бўлгани учун масала статик аниқ масала бўлади. Ферма учун мувозанат

тенгламаларини тузамиз, яъни X ва Y ўқларига нисбатан кучларни проекцияларини алгебраик йиғиндисини ва A нуқтага нисбатан кучларни моментлар йиғиндисини нолга тенглаштириб оламиз.



1.16-расм

$$\sum F_{kx} = F \cdot \cos 60^\circ + R_{Bx} = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_{ky} = R_A + R_{By} - F \cos 30^\circ - P = 0 \quad (2)$$

$$\sum m_A(F_k) = -F \cdot AD - P \cdot AK + R_{By} \cdot R_{By} \cdot AB = 0 \quad (3)$$

(3) тенгламадан

$$R_{By} = F \cdot \frac{AD}{AB} + P \frac{AK}{AB}$$

$$AD = 2\text{м}, AK = 5\text{м}, AB = 10\text{м}, F = 4\text{т}$$

$$P = 12\text{т} \text{ эканлигини хисобга олсак}$$

$$R_{By} = 6,8\text{ т булади}$$

(2) тенгламадан

$$R = 8,66\text{т}$$

(1)тенгламадан

$$R_{Bx} = -F \cos 60^\circ = -2\text{т} \text{ экан}$$

Манфий ишора R_{Bx} ни йўналиш чизмага нисбатан тескари йўналганлигини кўрсатади.

(2) тенгламани ўрнига B нуқтага нисбатан моментлар тенгламасини тузсак, тенгламада битта номаълум бўлишига эришамиз.

$$\sum m_B(F_k) = -R_A \cdot AB + P \cdot KB + F \cdot NB = 0$$

бу тенгламадан

$$R_A = P \frac{KB}{AB} + F \frac{NB}{AB}$$

$$KB = 5M, AB = 10M, NB = MB - MN = AB \cos 30^\circ - AD = 5\sqrt{3} - 2 = 6,65M, P = 12m, F = 4m$$

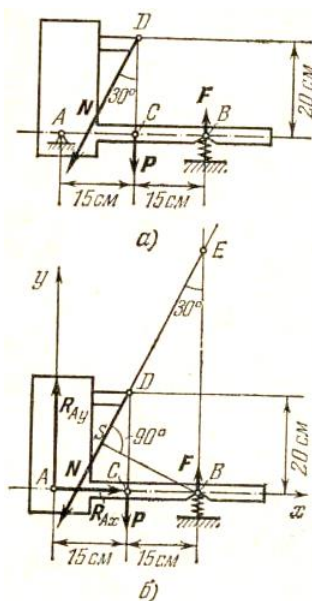
эканлигини инобатга олсак,

$$R_A = 8,66T \text{ бўлади.}$$

1.17-масала: 1.6-масалани берилиши ва шарти билан танишиб, суппортнинг оғирлиги $P=60 \text{ кг}$ ни ҳисобга олиб, R_A, F ларни аниқланг.

1.6-масалада суппорт N, F ва R_A кучлари таъсирида мувозанатда эди, учта параллел бўлмаган кучлар назарияси билан ишлаган эдик, энди бу кучларга P кучи ҳам қўшилди. Шунинг учун бу теоремани қўллаб бўлмайди. A цилинрик шарнирни R_A реакция кучини координата x ва y ўқлари бўйича R_{Ax}, R_{Ay} ташкил этувчи реакция кучларига ажратамиз.

Шундай қилиб суппорт бешта N, P, F, R_{Ax}, R_{Ay} кучлари таъсирида мувозанат ҳолатида бўлади. Масала статик аниқ, чунки номаълумлар сони учта F, R_{Ax}, R_{Ay} координата ўқлари x ва y га нисбатан проекцияларини ва B нуқтага нисбатан моментлар системасини тузамиз. B нуқтани танлаганимизни боиси унда R_{Ax}, F номаълум кучларининг таъсир чизиқлари кесишади, уларнинг B нуқтага нисбатан моментлари нолга тенг бўлади. Шунинг учун тенгламада R_{Ay} номаълум бўлади.



1.17-расм

Мувозанат тенгламаси:

$$\sum F_{kx} = -N \cos 60^\circ + R_{Ax} = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_{ky} = R_{Ay} - P - N \cos 30^\circ + F = 0 \quad (2)$$

$$\sum m_B(F_k) = P \cdot BC - R_{Ay} \cdot AB + N \cdot BS = 0 \quad (3)$$

(3) тенгламадан

$$R_{Ay} = \frac{P \cdot BC + N \cdot BS}{AB} \quad (4)$$

Масалани шартига кўра

$$P=60\text{кг} \quad N=300\text{кг}, \quad BC=15\text{см}, \quad AB=30\text{ см}.$$

BSE учбурчагидан

$$BS = BE \cdot \sin 30^\circ = 46 \cdot \frac{1}{2} = 23\text{см}$$

(4) тенгламани қўйсак

$$R_{Ay} = 260\text{кг} \quad (5)$$

(1) ва (2) тенгламалардан

$$R_{Ax} = N \cos 60^\circ = 300 \cdot \frac{1}{2} = 150\text{кг}$$

$$F = P + N \cos 30^\circ - R_{Ay} = 60 + 150\sqrt{3} - 260 = 60\text{кг}$$

демак

$$R_{Ax} = 150\text{кг}, \quad F = 60\text{ кг} \quad (6)$$

(5) ва (6) ишлатиб, R_A ни модули

$$R_A = \sqrt{R_{Ax}^2 + R_{Ay}^2}$$

$$R_A = 300\text{кг}$$

И.В.Мешчерский “Назарий механикадан масалалар” тўпламидан 122, 123, 129, 133, 135, 136, 140 масалаларни ечишни тасия этамиз.

Қаттиқ жисмнинг оғиши. Қаттиқ жисм ёки конструкциясини мувозанатини текширганимизда, унинг мувозанатини сақлаш учун кучларнинг чегаравий миқдорини ёки ўлчамларини аниқлашга тўғри келиб қолади.

Айрим ҳолатларда миқдор ёки унинг ўлчамлари ошиб кетса, ихтиёрий нукта атрофида жисмнинг оғиши вужудга келади. Шунинг учун Варьнион теоремасига асосан таянч нуктасига нисбатан актив кучларнинг моменти нолга тенг бўлади.

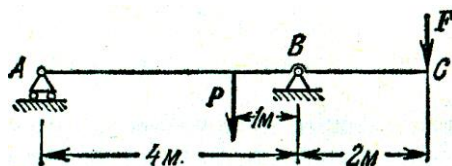
$$\sum_{k=1}^n m_0(F_k) = 0$$

Ушбу формула билан чегаравий кучлар ёки жисмнинг ўлчамлари аниқланади.

Ушбу мавзуга доир масалалар қуйидагича ечилади:

- 1) Актив кучларни кўрсатиш;
- 2) Оғиши кутилаётган таянч нуқтасини аниқлаш;
- 3) Таянч нуқтасига нисбатан актив кучларнинг моментлар тенгламасини аниқлаш;
- 4) Тенгламани ечиб, чегаравий куч ёки чегаравий ўлчамларни аниқлаш.

1.18-масала: AC горизонтал балка, унинг оғирлиги P A ва B таянчларда ётибди. A шарнир қўзғалувчан C нуқтада F кучи қўйилган. F кучини шундай миқдорини аниқлангки, унда балка мувозанат ҳолатида қолсин.



1.18-расм

Ечиш: балкага иккита актив куч таъсир қилади. Балканинг ўртасига қўйилган P оғирлик кучи, B шарнирдан 1 метр масофада F кучи.

B таянчда оғиш вужудга келади, шунинг учун B нуқтага нисбатан актив кучларнинг моментлар тенгламасини тузамиз:

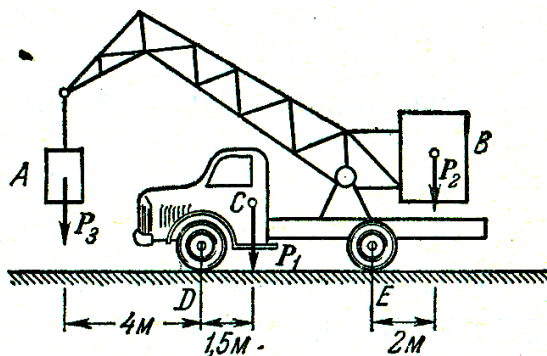
$$\sum m_B(F_k) = P \cdot 1 - F \cdot 2 = 0$$

$$F \frac{P}{2} \text{ бўлади, } \text{ агарда } F > \frac{P}{2} \text{ бўлса,}$$

балканинг оғиши соат стрелкаси йўналиши бўйича бўлади.

1.19-масала: юк кўтариш крани берилган B посангининг оғирлиги $P_2=2$ тонна. Кран билан автомашинанинг оғирлиги $P_1=5$ тонна C нуқтага қўйилган.

DE масофани ва P_3 кучини аниқланг, шу ҳолда автомашина оғиб кетмасин.



1.19-расм

Ечиш: юк кўтарувчи автомашинага унинг оғирлиги P_1 , посангининг оғирлиги P_2 ва юу оғирлиги P_3 актив кучлар қўйилган.

D нуқтада кўтарувчи юк таъсирида автомашинанинг оғиши бор. Агар юк бўлмаса посангининг оғирлиги таъсирида E таянчда автомашина соат стрелкаси йўналиши бўйлаб, орқага оғиб кетиши мумкин.

P_3 ни энг катта миқдорини DE масофани кичик миқдорини аниқлаш учун:

- 1) D нуқтага нисбатан актив кучларнинг моментлар тенгласини,
- 2) P_3 ни ҳисобга олмасдан.

E нуқтага нисбатан моментлар тенгласини тузиш керак, яъни

$$P_3 \cdot 4 - P_1 \cdot 1,5 = P_2 (DE + 2) = 0$$

$$P_1 (DE - 1,5) - P_2 \cdot 2 = 0$$

Ушбу тенгламалар системасини ишласак,

$$P_2 = 5m, \quad P_2 = 2m, \quad P_3 = 4m, \quad DE = 2,3\text{метр}$$

$$P_3 > 4m$$

бўлса, автомашина D нуқтада соат стрелкаси йўналишига тескари равишда оғади, $DE < 2,3\text{метр}$ бўлса, автомашина P_3 ни ҳисобга олмаганда соат стрелкаси йўналиши бўйича оғади.

И.В.Мешчерский “Назарий механикадан масалалар тўплами”дан 94, 95, 96 масалаларни ечишни тавсия этамиз.

3⁰. Ихтиёрий кучлар системасини оддий ҳолга келтириш

Қуйидаги кетма-кетликда ечиш тавсия этилади:

- 1) Ҳисоблаш Декарт координаталар системасини танлаш;
- 2) Кучлар системасини бир марказга келтириш марказини аниқлаш;
- 3) Кучлар системаси бош вектори проекциясини аниқлаш.

$$V_x = \sum_{k=1}^n F_{kx}, \quad V_y = \sum_{k=1}^n F_{ky}$$

- 4) Бош векторни модулини аниқлаш;

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$$

йўналиш

$$\cos(x^{\wedge}V) = \frac{V_x}{V}, \quad \cos(y^{\wedge}V) = \frac{V_y}{V};$$

- 5) Кучлар системаси бош моментини келтириш марказига нисбатан аниқлаш;

$$m_0 = \sum_{k=1}^n m_0(F_k)$$

б) Бош вектор ва бош моментни боғланишини тўртта хусусий ҳоли мавжуд:

- а) агарда $V \neq 0$, $m_0 \neq 0$ бўлса, системани тенг таъсир этувчи куч R га келтириш керак;
- б) агарда $V \neq 0$, $m_0 \neq 0$ бўлса, V билан тенг бўлувчи тенг таъсир этувчига келтирилади;
- в) агарда $V = 0$, $m_0 \neq 0$ бўлса, моменти m_0 бўлган жуфт кучига келтирилади;
- г) $V = 0$, $m_0 = 0$ бўлса, кучлар системаси мувозанатда бўлади.

a ва b шартлар учун тенг таъсир этувчи тенгламаси

$$x \cdot R_y - y \cdot R_x = \sum_{k=1}^n m_0(F_k) \quad \text{бўлади.}$$

$$R_x = V_x, \quad R_y = V_y$$

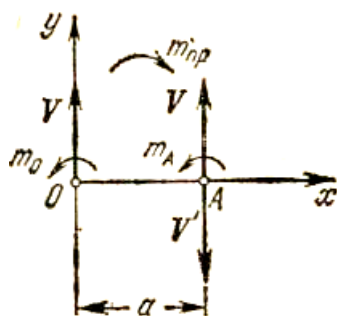
x ва y тенг таъсир этувчининг координаталари.

Координата ўқларини шундай ўтказиш керакки, кўпчилик ҳолларда кучлар координата ўқларига нисбатан параллел ёки перпендикуляр қолсин.

Келтириш марказини ҳам шундай танлаш керак, унда кучларнинг моментлари мазкур марказга нисбатан нолга айланиб кетсин.

1.20-масала: текисликдаги ихтиёрий кучлар системаси O марказга келтирилганю натижада бош вектор V ва momenti $m_0 = 4Va$ га тенг бўлган жуфт кучи ҳосил бўлган. Кучлар системасини A нуктага кўчиргандаги бош моментини аниқланг. $OA = a$ координата x ўқи бўйича бўлган масофада.

Ечиш: координата ўқларини танлаймиз. Ушбу масалани икки усулда ишлаш мумкин.



1.20-расм

1-усул. V кучни A нуктага келтирамиз. Бунинг учун A нуктага V , V' мувозанатловчи кучларни қўямиз. Уларнинг бири V ни вектор қийматига тенг бўлсин. Унда V A нуктага келтирилган бўлади. Унда V , V' жуфт кучи ҳосил бўлди. $m_{\text{келт.э.к.}} = -V \cdot a$ демак, A нуктада V кучдан ташқари икки жуфт ҳосил бўлди, уларнинг моментлари m_0 ва $m_{\text{келт.}}$ бу икки момент тенг таъсир этувчини моментига эквивалент бўлади.

$$m_A = m_0 + m_{\text{келт.}} = 4V \cdot a - V \cdot a = 3V \cdot a$$

m_A A марказга нисбатан кучлар системасининг бош momenti бўлади.

Демак, бош момент ўзгарар экан.

2-усул. Кучлар системасини бош вектори статик инвариант, яъни марказни танлашга боғлиқ эмас, фақат бош момент ўзгаради.

$$m_A = m_0 + m_A(V_0) \quad \text{бўлган учун}$$

$$m_0 = 4V_j \cdot a$$

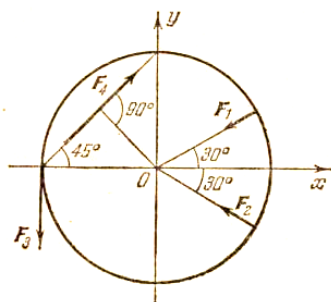
$$m_A(V_0) = -V \cdot a$$

$$m_A = 3 \cdot V \cdot a \quad \text{бўлади}$$

1.21-масала: диска тўртта куч қўйилган

$A_1 = F_2 = F$, $F_3 = F\sqrt{3}$, $F_4 = F\sqrt{6}$ бу кучлар системасини оддий ҳолга келтиринг.

Ечиш: координата бошини O нуқтани диск маркази деб қабул қилиб, координата ўқларини ўтказамиз.



1.21-расм

O нуқта келтириш маркази бўлади.

Кучлар системаси бош вектори ва бош моментини аниқлаймиз.

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}, \quad m_0 = \sum_{k=1}^n m_0(F_k) \quad (1)$$

V_x ва V_y бош вектори координата ўқларига нисбатан проекцияларини, моментлар йиғиндисини аниқлаймиз.

$$V_x = \sum_{k=1}^n F_{kx} = -F_1 \cos 30^\circ - F_2 \cos 30^\circ + F_4 \cos 45^\circ$$

$$V_y = \sum F_{ky} = -F_1 \cos 60^\circ + F_2 \cos 60^\circ - F_3 + F_4 \cos 45^\circ$$

$$\sum m_0(F_k) = F_3 \cdot a - F_4 \cdot a \sin 45^\circ$$

бу ерда a – диск радиуси.

(2) ва (4) тенгламалардан

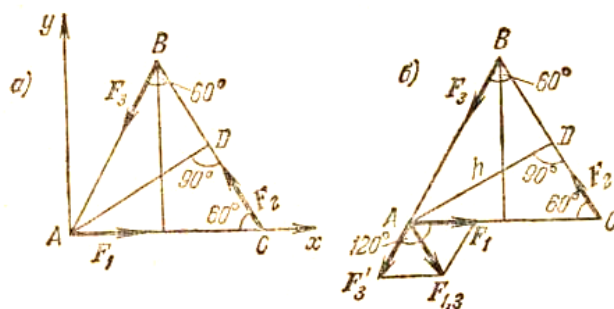
$$V_x = 0, \quad V_y = 0, \quad \sum m_0(F_k) = 0$$

$$(1) \text{ дан } \quad V = 0, \quad m_0 = 0$$

Бош вектор ва бош момент нолга тенг, жисмининг етарли ва зарурий шarti.

Диск кучлар системаси таъсирида мувозанатда бўлар экан.

1.22-масала: тенг томонли учбурчакда модуллари бир-бирига тенг бўлган $|F_1|=|F_2|=|F_3|=F$ кучлар йўналтирилган. Унинг томонлари узунлиги a га тенг. Кучлар системаисни оддий ҳолга келтиринг.



1.22-расм

Ечиш: келтириш марказини A нуқтани қабул қилиб, координата ўқларини ўтказамиз.

Кучлар системасининг бош векторини ва бош моментини аниқлаймиз.

Бош вектор модули

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$$

$$V_x = \sum F_{kx} = F_1 - F_2 \cos 60^\circ - F_3 \cos 60^\circ = 0$$

$$V_y = \sum F_{ky} = F_2 \cos 30^\circ - F_3 \cos 30^\circ = 0$$

бош вектор $V=0$ экан.

A марказга нисбатан бош момент

$$m_A(F_1) = m_A(F_3) = 0$$

$$m_A(F_2) = F_2 \cdot AD = \frac{\sqrt{3}}{2} F \cdot a$$

$$m_A = m_A(F_1) + m_A(F_2) + m_A(F_3) = \frac{\sqrt{3}}{2} F \cdot a$$

$$\text{демак, } V = 0, \quad m_A = \frac{\sqrt{3}}{2} F \cdot a$$

Демак, кучлар системаси жуфт кучга келтириб, унинг моменти $m = \frac{\sqrt{3}}{2} F \cdot a$

бўлар экан.

Ушбу масалани бошқача йўл билан ишлаш мумкин эди, яъни F_3 кучини A нуқтага келтириб, F_1 ва F_2 ларни қўшиб, $F_{113} = F$ бўлар эди.

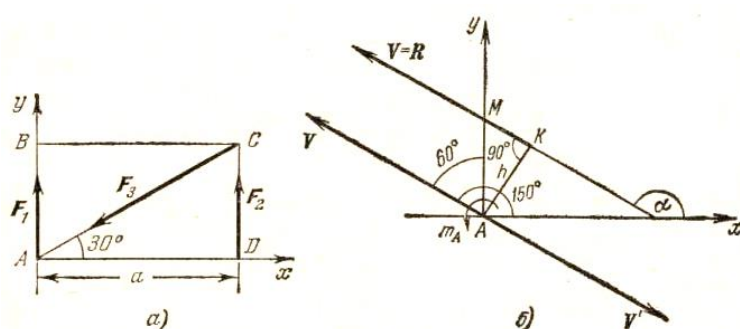
$$h = AD = a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad m = F \cdot h = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot F \cdot a \text{ бўлади.}$$

1.23-масала: F_1 , F_2 ва F_3 кучлар системасини содда ҳолга келтиринг.

F_1 ва F_2 кучлари маълум ораликда қарама-қарши томонга йўлланган, F_3 эса $ABCD$ тўғри тўртбурчакнинг диагонали бўйича йўналгандир.

$$AD = a, \quad |F_1| = |F_2| = \frac{1}{2}|F_3| = F \text{ масалани шарти бўйича.}$$

Ечиш: A нуқта координата боши деб белгилаб, координата ўқларини ўтказамиз. y - вертикал ўқ, x - горизонтал ўқ.



1.23-расм

Кучлар системасини бош вектор ва бош моментга келтирамиз. Келтириш марказини A нуқта деб белгилаймиз. Координата ўқларига нисбатан бош векторни проекцияларини оламиз.

$$V_x = \sum F_{ky} = -F_3 \cos 30^\circ = -F\sqrt{3}$$

$$V_y = \sum F_{ky} = F_1 + F_2 = F_3 \cos 60^\circ = F$$

бош вектор модули V

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = 2F \quad (1)$$

йўналиш йўналтирувчи косинуслари орқали топилди.

$$\cos(x^{\wedge}v) = \frac{V_x}{V} = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \cos(y^{\wedge}v) = \frac{V_y}{V} = \frac{1}{2}$$

яъни

$$(x^{\wedge}v) = 150^{\circ}, \quad (y^{\wedge}v) = 60^{\circ}$$

A келтириш марказига нисбатан кучлар системасининг бош моменти

$$\begin{aligned} m_A(F_1) = m_A(F_a) = 0, \quad m_A(F_2) = F_2 \cdot AD = F \cdot a \\ m_A = m_A(F_1) + m_A(F_2) + m_A(F_3) = F \cdot a \end{aligned} \quad (2)$$

Демак, кучлар системаси *V* бош векторига ва соат стрелкаси йўналишига нисбатан тескари равишда йўналган, моменти m_A га тенг бўлган жуфт кучига келтирилди.

Лекин, маълумки $V \neq 0$ ва $m_A \neq 0$ бўлса, кучлар системасини *R*- тенг таъсир этувчи кучга келтириш мумкин.

Бунинг учун жуфт кучни моментини бош момент m_A га тенг, бу жуфтлардан бири модуль жиҳатидан *V* га тенг ва у билан бир тўғри чизикда ётиб, қарама-қарши томонга йўналган бўлсин, иккинчи куч эса *K* нуқтага қўйилган бўлиб, вектор жиҳатидан *V* га тенг. Жуфт кучининг елкаси $h = AK$ шундай танлаш керакки, унинг моменти бош момент m_A га тенг бўлсин,

$$\text{яъни } m_A = V \cdot h, \quad h = AK = \frac{m_A}{V}, \quad (1) \quad \text{ва} \quad (2) \quad \text{формулардан фойдаланиб, } h = \frac{a}{2}$$

экан.

У ҳолда биз учта кучдан иборат системани ташкил қилдик.

Ҳар бир кучнинг модули бош вектор *V* модулига тенгдир.

A нуқтага миқдори тенг ва қарама-қарши томонга йўналган кучлар қўйилган, улар ўзаро мувозанатлашади, ушба кучларни жисмни мувозанатини ўзгартирмасдан ташлаб юборсак бўлади, у ҳолда битта *V* кучи қолади. *K* нуқтага қўйилган кучлар системасига эквивалент бўлган куч $V \infty R$ бўлади.

$$xR_y - y \cdot R_x = \sum_{k=1}^n m_A(F_k) \quad (3)$$

$$R_x = -F\sqrt{3}$$

$$R_y = F \quad \text{булади}$$

Бош момент эса

$$\sum m_A(F_k) = m_A = F \cdot a \quad \text{бўлади}$$

$R_x, R_y, \sum m_A(F_k)$ миқдорларини (3) тенгламага қўйсак,

$$y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{\sqrt{3}}{3}a$$

Бу тўғри чизиқнинг тенгламаси.

Тенг таъсир этувчини координата ўқлари билан кесиши нуқталари

$$x = 0 \text{ да} \quad y = \frac{\sqrt{3}}{3}a \text{ бўлса}$$

$$y = 0 \text{ да} \quad x = a \text{ булади}$$

демак, тенг таъсир этувчи куч $ABCD$ тўғри тўртбурчакнинг диаганали DB бўйича йўналган бўлар экан.

§3. ҚАТТИҚ ЖИСМЛАР СИСТЕМАСИНИНГ МУВОЗАНАТИ

Қаттиқ жисм статикасида битта жисмнинг мувозанатини текшириш билан бир каторда шарнир, эластик воситалар билан ўзаро боғланган, юза текисликлари билан тегиб турувчи қаттиқ жисмлар системасининг мувозанати ҳам ўрганилади. Қаттиқ жисмлар системасининг статикаси реакция кучларини аниқлашдан иборатдир.

Бунда аниқлашнинг асосий услуби бўлакларга ажратишдир. Системанинг бир қисми фикран ташлаб юборилади. Унинг таъсири реакция кучи билан алмаштирилади.

Қаттиқ жисм системасига доир масалаларни кучлар системаси таъсирида бўлса, қаттиқ жисм мувозанат тенгламалари каби §2 да ((1*), (2*) ёки (3*)) ечилади. Мисол учун кривошип-шатунли механизмни оладиган бўлсак, у учта қаттиқ жисмдан иборат: OA – кривошип, AB – шатун ва B – ползундан, бу жисмлар ўзаро A ва B шарнирлар воситаси билан боғланган, ундан ташқари O нуқтада шарнирли ва B ползунни вертикал йўналишда ҳаракатини чекловчи йўналтирувчи билан боғланган.



1.33-расм

Цилиндрик станокнинг ичида иккита шар мувозанат ҳолатида турибди. Бу система учта қаттиқ жисмдан иборат O_1 – шар ва станокдан бу системага битта ташқи боғланиш қўйилган, текис горизонтал пол.

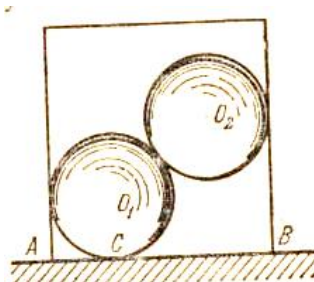
Бундай масалаларни ечишда жисмлар системасини бир бутун деб қаралмайди, бунинг учун жисмлар системасини учта текисликдаги кучлар системасига ёки иккита текисликдаги параллел кучлар системасига келтирилади. Бу ҳолда номаълумлар сонидан кўп бўлиши мумкин, лекин бу дегани системани ноаниқ деб бўлмайди, чунки системани алоҳида бўлакларга ажратиб мувозанат тенгламалари тузсак, номаълумлар сони камаяди, масала

статик аниқ ҳолга айланади. Мисол тариқасида уч шарнирли орқани олиб қарайлик.

Аркка иккита ярим аркадан иборат бўлиб, C нуктада шарнир воситаси билан боғлангандир. A ва B нукталарида шарнир воситаси билан фундаментга маҳкамлангандир.

Аркага горизонт бўйича йўналган Q D нуктасига қўйилган, P вертикал актив кучлар таъсир қилмоқда. E нуктасига қўйилган.

A ва B шарнирлардаги боғланишларни F_{Ax} , F_{Ay} , F_{Bx} , F_{By} реакция кучлари билан алмаштирамиз.



1.34-расм

Агарда аркани ўзи учун мувозанат тенгламаларини тузадиган бўлсак, номаълумлар сони тўртта бўлиб кетади.

AC ярим арка учун текширадиган бўлсак, унга Q кучи таъсир қилади, A ва C шарнирлардаги боғланишни реакция кучлари билан алмаштириб, уларни координата ўқлари бўйича йўналтирамиз, натижада A шарнирда F_{Ax} ва F_{Ay} , C шарнирда F_{Cx} , F_{Cy} номаълумлардан ташкил қилади. бу ярим арка учун учта мувозанат тенгламалари тузсак, иккита янги номаълумлар, F_{Cx} , F_{Cy} лар ҳосил бўлади, демак арка учун олтига мувозанат тенгламасини тузсак, олтига номаълум бўлади, масала статик аниқ экан.

Ушбу масалани бошқа усулда ҳам ечса бўлади, яъни аркаларга ажратиб, улар учун алоҳида-алоҳида мувозанат тенгламалари тузсак, бешинчи қонунга асосан F_{Cx} , F_{Cy} чап ва ўнг ярим аркалар учун реакция кучлари модул жиҳатидан тенг ва қарама-қарши томонга бир тўғри чизик бўйлаб йўналган бўлади.

Қаттиқ жисм системасига доир масалани ечишда олдинги тўртта пунктни инобатга олган ҳолда қуйидаги кетма-кетликда ечилади:

- 5) агарда масала статик аниқ бўлса, тенгламалар сони ва номабулмлар сони солиштирилади, улар сони тенг бўлиши керак;
- 6) энг қулай ҳисоблаш координаталар системасини танлаш керак, бунда бутун система учун алоҳида танлаш мумкин;
- 7) ҳар бир жисм учун алоҳида мувозанат тенгламаларини тузиш керак;
- 8) система мувозанат тенгламаларини ечиш.

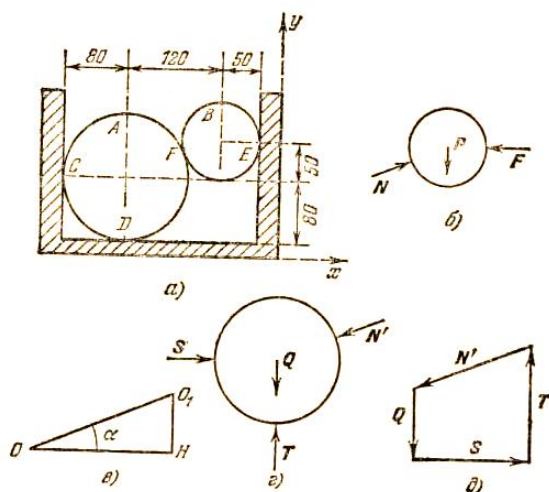
Агарда жисмлар системаси алоҳида жисмларга ажратиб текширилса, реакция кучлари 5-қонунга асосан (таъсир ва акс таъсирига) иккинчи жисмга ҳам таъсир этипти деб қабул қилиниши керак. Агарда реакция кучлари манфий ишорада чиқса, чизмага нисбатан, яъни олдинги ҳолига нисбатан қарама-қарши томонга йўналтириб олинниши керак.

Координата ўқларини ва момент олувчи нуқтани шундай танлаш керакки, тенглама тузганингизда ҳар бир тенгламада биттадан номабулм бўлсин. Агарда масалани шартида қайси номабулмларни топиш айtilган бўлса, ўшани аниқлаш тенгламасини тузиш керак.

1.24-масала: яшикка A ва B цилиндрлар жойлаштирилган.

A цилиндрнинг оғирлиги $Q=40\text{кг}$, унинг радиуси $R=80\text{мм}$, B цилиндр эса $P=30\text{кг}$ ва унинг радиуси $r=50\text{мм}$.

Вертикал деворга C ва E нуқталарда ва горизонтал полнинг D нуқтасида ҳамда цилиндрларнинг босим кучи аниқлансин, агарда яшик эни 250мм бўлса,



1.24-расм

Ечиш: фикран деворларни ва яшик полини ташлаб юборамиз. B цилиндр учта кучлар, булар P оғирлик кучи, F горизонтал реакция кучи ва A цилиндрнинг N реакция кучи таъсирида мувозанат ҳолатида бўлади. OO бўйича йўналгандир.

L – бурчакни аниқлаш учун OO_1H учбурчакни текширамиз, бунда $OO_1=R+r=130\text{мм}$, $OH=120\text{мм}$ бўлади, у ҳолда Пифагор теоремасини қўлласак, $O_1H=50\text{мм}$, шундай қилиб,

$$\sin \alpha = \frac{5}{13}, \quad \cos \alpha = \frac{12}{13}$$

В цилиндр учун тенглама тузамиз.

$$\begin{aligned} \sum F_{kx} &= N \cos \alpha - F = 0 \\ \sum F_{ky} &= N \sin \alpha - P = 0 \end{aligned}$$

$P=30\text{ кг}$ эканлигин инобатга олсак, $N=78\text{кг}$, $F=72\text{ кг}$ бўлар экан.

A цилиндр эса тўртта куч таъсирида мувозанатда бўлади, булар Q -оғирлик кучи, S – деворнинг горизонтал реакция кучи, T – полнинг вертикал реакция кучи ва B цилиндрнинг N^l реакция кучи, барча кучлар O нуқтада кесишади. x ва y ўқларига нисбатан проекцияларининг йиғиндисини оламиз.

$$\begin{aligned} \sum F_{kx} &= S - N \cos \alpha = 0 \\ \sum F_{ky} &= T - Q - N \sin \alpha = 0 \end{aligned}$$

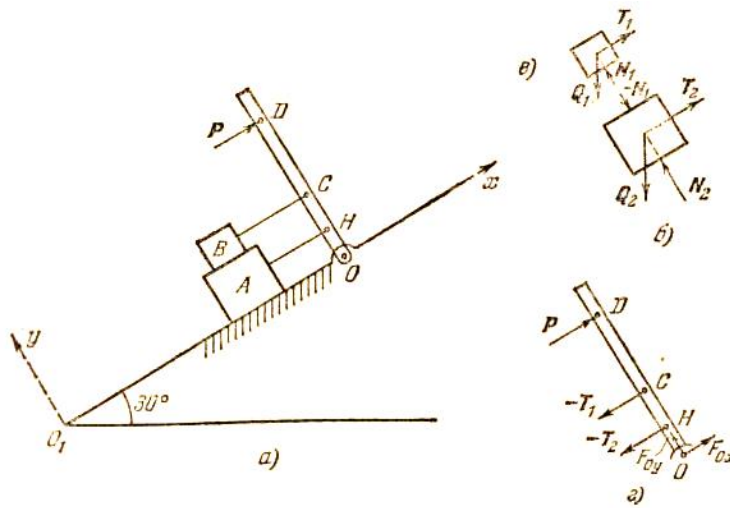
бундан $S=72\text{ кг}$, $T=70\text{ кг}$ экан.

Ушбу масалани бошқа усул, график усулда ҳам ечса бўлади. P кучни йўналиши ва миқдорини билган ҳолда N ва F кучларини йўналишини билсак, ёпиқ кучлар учбурчагини O_1H ни P кучи билан ифодаласак, OH масштабда F кучини, OO_1 эса N кучини ифодалайди.

A цилиндрга таъсир этувчи кучлардан кучлар кўпбурчагини тузамиз, бунда йўналиши ва миқдори маълум бўлган N^l ва Q кучларидан бошлаймиз, Q кучини охиридан S га параллел, N^l кучини бошидан T га параллел ўтказиб кучлар кўпбурчагини ташкил қилдик, унинг томонлари ихтиёрий масштабда номаълумларни миқдорини беради.

1.25-масала: Оғирлиги 600 кг бўлган A блок ва оғирлиги 300 кг бўлган B блок горизонтга 30° бурчак остида бўлган текисликда P кучи билан мувозанат ҳолатида ушлаб турилибди, OD ричаг билан у қия текисликка нисбатан перпендикуляр йўналган, BC ва AH трослар ҳам OO_1 га параллел.

Троснинг таранглик кучини ва P мувозанатловчи кучини аниқланг. $OH=8\text{ см}$, $HC=8\text{ см}$, $CD=16\text{ см}$.



1.25-расм

Ечиш: ҳар бир блокни ва ричагни мувозанатини текшираимиз. A блок тўртта куч таъсирида мувозанатда бўлади, булар Q_2 -оғирлик кучи, T_2 -таранглик кучи, N_1 -реакция кучи OO_1 га перпендикуляр йўналган N_2 – реакция кучи. x ва y координата ўқларини ўтказиб, мувозанат тенгламаларини тузамиз:

$$\left. \begin{aligned} \sum F_{kx} &= T_2 - Q_2 \sin 30^\circ = 0 \\ \sum F_{ky} &= N_2 - Q_2 \cos 30^\circ - N_1 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Биринчи тенгламадан

$$T_2 - Q_2 \sin 30^\circ = 300\text{кг}$$

B блок учта куч таъсирида мувозанатда бўлади, булар Q_1 -оғирлик кучи, N_1 - OO_1 текисликка нисбатан перпендикуляр йўналган реакция кучи ва OO_1 га параллел равишда йўналган троснинг таранглик кучи – T_1 . Шулар учун мувозанат тенгламаларини тузамиз:

$$\begin{aligned} \sum F_{kx} &= T_1 - Q_1 \sin 30^\circ = 0 \\ \sum F_{ky} &= N_1 - Q_1 \cos 30^\circ = 0 \end{aligned}$$

Ушбу тенгламалардан

$$T_1 = Q_1 \sin 30^\circ = 150 \text{ кг}, \quad N_1 = 150\sqrt{3} \text{ кг}$$

(1) системанинг иккинчи тенгламасидан

$$N_2 = N_2 \cos 30^\circ + N_1 = 300\sqrt{3} + 150\sqrt{3} = 400\sqrt{3} \text{ кг}$$

Троснинг таранглик кучини аниқлаганимиздан кейин, ричагнинг мувозанатини (г-расм) кўрамиз, у P , T_1 , T_2 ва гарнирнинг реакция кучлари F_{ox} , F_{oy} проекцияларидан иборат.

Ричаг учун мувозанат тенгламаларини қуйидагича бўлади:

$$\sum F_{kx} = F_{ox} + P - T_1 - T_2 = 0$$

$$\sum F_{ky} = F_{oy} = 0$$

$$\sum m_0(F_k) = T_2 \cdot 8 + T_1 \cdot 16 - P \cdot 32 = 0$$

бу ердан

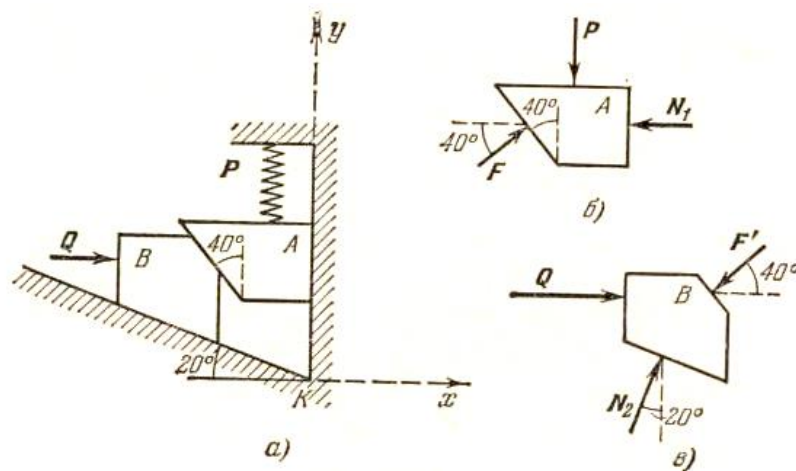
$$P = \frac{8 \cdot 300 + 16 \cdot 150}{32} = 150 \text{ кг}$$

$$F_{ox} = T_1 + T_2 - P = 150 + 300 - 150 = 300 \text{ кг экан}$$

1.26-масала. мосламада A ва B жисмлар K бурчакка нисбатан сирпанишда бўлади, битта томони вертикал, иккинчи томони эса горизонт билан 20° бурчак ташкил қилган. Тегишиб турадиган қия текислик вертикал билан 40° бурчакда жойлашган.

Қисилган пружина $P=10\text{кг}$ куч билан A жисмга пастга қараб босади.

Оғирликни ҳисобга олмасдан системани мувозанатда ушлаб турувчи горизонтал Q кучини аниқланг.



1.26-расм.

Ечиш: фикран k бурчакка боғлиқ бўлган томонларни ташлаб юбориб, A ва B жисмларнинг мувозанатини кўриб чиқамиз. A жисмга (б-расм) учта куч таъсир қилади. P -пружинанинг босим кучи, вертикал бўйича пастга йўналган, N_1 -вертикал деворнинг реакция кучи горизонтал бўйича чапга йўналган ва жисм B нинг F реакция кучи қия текисликка перпендикуляр йўналган. Мазкур кучларнинг таъсир чизиқлари бир нуқтада кесишади.

A жисм бир текисликда ётувчи параллел бўлмаган учта куч таъсирида мувозанат ҳолатида бўлади. Шунга асосан булар учун иккита мувозанат тенгламасини тузсак етарли бўлади, яъни координата x ва y ўқларига нисбатан проекцияларини алгебраик йиғиндисини олишимиз керак.

$$\begin{aligned}\sum F_{kx} &= F \cos 40^\circ - N_1 = 0 \\ \sum F_{ky} &= F \sin 40^\circ - P = 0\end{aligned}$$

P кучи ни миқдорини кўйиб, $F=15,88\text{кг}$, $N_1=12\text{ кг}$ экан.

B жисмга (в-расм) учта куч таъсир этади: A жисмнинг F^1 реакция кучи миқдори F га тенг эканлиги бизга маълум, лекин таъсир ва акс таъсири қонунига асосантескари йўналган бўлади, номаълум горизонтал Q кучи ва N_2 реакция кучи қия томонга нисбатан перпендикуляр йўналган бўлади. Уларнинг таъсир чизиқлари бир нуқтада кесишади. Мувозанат тенгламаларини тузамиз:

$$\begin{aligned}\sum F_{kx} &= Q + N_2 \sin 20^\circ - F \cos 40^\circ = 0 \\ \sum F_{ky} &= N_2 \cos 20^\circ - F \sin 40^\circ = 0\end{aligned}$$

F кучини миқдорини ушбу тенгламаларга қўйсак, $Q=8,3\text{ кг}$, $N_2=10,6\text{ кг}$ эканлиги келиб чиқади.

1.27-масала: икки қисмдан иборат AD (a -расм) балка A ва C шарнирлар воситаси билан боғланган. B ва D нуқталар эса горизонтал йўналишда катокларга таянган.

Агарда балкага $M=20\text{ кГм}$ га тенг бўлган жуфт кучи, $P=8\text{ кг}$ куч, $Q=12\text{ кг}$ куч таъсир қилса, A , B , D таянчлардаги реакция кучлари ва C шарнирдаги зўриқиш кучини аниқланг.

Ўлчамлари: $AE=4\text{м}$, $EB=2\text{м}$, $BC=3\text{м}$

$$CH=HD=2\text{м}$$

Жисмлар системаси иккита балкадан иборат бўлгани учун уларни алоҳида-алоҳида мувозанатини текшириш керак бўлади.

Ечиш: (б-расм) AC балкага P актив куч ва актив жуфт кучи моменти M билан. Ундан ташқари балкага A ва C шарнир B таянч боғланган. Фикран боғланишларни олиб ташлаб, уни реакция кучлари билан алмаштирамиз. A шарнирдаги реакция кучларининг йўналишлари номаълум бўлганлиги сабабли уларни R_{Ax} ва R_{Ay} ташкил этувчиларга ажратамиз. Шунга асосан C шарнирдаги реакция кучларини ҳам R_{Cx} ва R_{Cy} ташкил этувчиларига ажратамиз. B таянчнинг реакция кучини вертикал бўйича йўналтирамиз. Кейин AC балкани мувозанатини текширишда уни эркин жисм деб қараймиз, унга олтига куч ва битта жуфт куч таъсир этади. Координата бошини A нуқтадан ўтади деб қабул қиламиз.

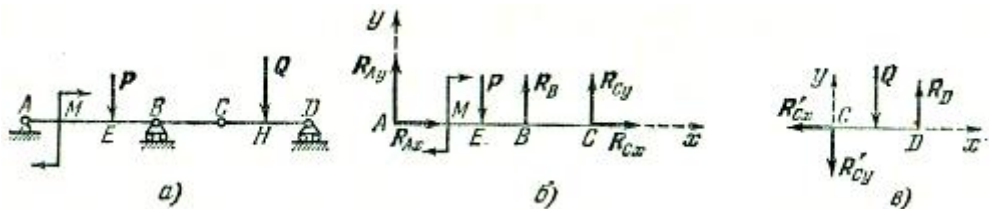
AC балка учун мувозанат тенгламасини тузамиз:

$$\sum F_{kx} = R_{Ax} + R_{Cx} = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_{ky} = R_{Ay} + R_B + R_{Cy} - P = 0 \quad (2)$$

$$\sum m_A(F_k) = R_B \cdot AB + R_{Cy} \cdot AC - P \cdot AE - \mu = 0 \quad (3)$$

Шу билан бирга C нуқтага нисбатан кучлар системасининг моментлар тенгламасини тузсак ҳам бўлар эди. Бу тенгламага R_{Cx} ва R_{Cy} иккита номаълум кирган бўлар эди, қолган кучларни таъсир чизиқлари бир нуқтада кесишар эди. Лекин ҳар иккала ҳолатда ҳам номаълумларни топиб бўлмайди. (1), (2) ва (3) тенгламаларда ҳам номаълумлар сони кўп бўлганни учун топиш мумкин эмас. Шунинг учун иккинчи балка CD ни мувозанатини текширамиз (в-расм).



1.27-расм.

Балкага Q - битта актив куч таъсир қилади. шунинг учун шарнирлар реакция кучлари билан алмаштирамиз.

C шарнирнинг реакцияси микдори ва йўналиши жиҳатидан номаълум. Таъсир ва акс таъсир қонунига асосан AC балканинг C шарнирига қўйилган реакция кучлари CD балканинг C шарнирида қарама-қарши томонга йўналган бўлади. Шундай қилиб, CD балка эркин жисм бўлиб, унга бешта куч таъсир қилади.

Координата ўқларини ўтказиб, мувозанат тенгламаларини тузамиз:

$$\sum F_{kx} = -R_{Cx} = 0 \quad (4)$$

$$\sum F_{ky} = R_D - Q - R_{Cy} = 0 \quad (5)$$

$$\sum m_C(F_k) = R_D \cdot CD - Q \cdot CH = 0 \quad (6)$$

Учта тенгламадан фақат битта R_D номаълум. Олтита тенгламадан олтита номаълум. (4) ва (1) тенгламадан:

$$R_{Cx} = R_{Ax} = 0$$

(6) тенгламадан

$$R_D = Q \cdot \frac{CH}{CD} = 12 \cdot \frac{2}{4} = 6 \text{ кГ}$$

(5) тенгламадан

$$R_{Cy} = R_D - Q = 6 - 12 = 6 \text{ кГ}$$

Манфий ишора R_{Cy} ва R_{Cy} реакция кучлари, чизмадагига нисбатан қарама-қарши томонга йўналган экан.

(2) тенгламадан

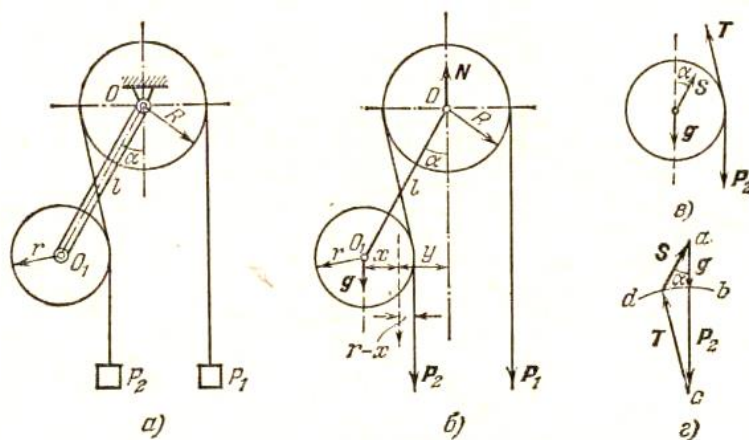
$$R_B = P \frac{AE}{AB} + \frac{M}{AB} - R_{Cy} \frac{AC}{AB} = 8 \cdot \frac{4}{8} + \frac{20}{6} + \frac{6 \cdot 9}{6} = 17,66 \text{ кГ}$$

Манфий ишора шуни кўрсатадики, R_{Ay} реакция кучи вертикал бўйича юқорига эмас, балки пастга йўналган экан.

1.28-масала. қўзғалмас O ўқиға бўлган R радиуси блок орқали ишга оғирликлари P_1 ва P_2 га тенг бўлган юклар осилган. Ипнинг ўнг томони вертикал бўйича оғиб туради. Чап тарафи қўзғалувчан O_1 ўқи ва радиуси r_1 бўлган блок орқали эғиб туради. Блокнинг қўзғалмас ўқ билан оғирлиги q га тенг. Пастки блокнинг ўқи l узунликли стерженга ўрнатилган, унинг бошқа учи юқориги блок ўқиға тиркалган.

Стерженни оғирлигини ҳисобга олмасдан, α бурчак ва OO_1 стерженда ҳосил бўладиган зўриқишни аниқланг, агарда:

$P_1 = P_2 = 10 \text{ кг}$, $q = 4 \text{ кг}$, $R = 4 \text{ см}$, $\eta = 3 \text{ см}$, $l = 10 \text{ см}$ берилган бўлса.



1.28-расм

Ечиш: иккита блок ва стержендан иборат бўлган қаттиқ жисмнинг мувозанатини кўриб чиқамиз (*б-расм*). Бунинг учун фикран O ўқни ташлаб юбориб уни N реакция кучи билан алмаштирамиз. Ундан ташқари системага P_1 , P_2 , q ташқи кучлар таъсир қилади. N реакция кучи вертикал, қолган кучлар ҳам вертикал равишда йўналгандир. Параллел кучлар системаси учун мувозанат тенгламасини тузамиз:

$$\sum F_{iy} = N = P_1 + P_2 + q = 0$$

$$\sum m_0(F_i) = P_1 R - P_2 (l \sin \alpha - \eta) - q \cdot l \sin \alpha = 0$$

Биринчи тенгламадан N реакция кучини аниқлаймиз:

$$N = P_1 + P_2 + q = 24 \text{ кг}$$

Иккинчи тенгламадан α бурчагини аниқлаймиз:

$$10 \cdot 4 - 10(10 \cdot \sin \alpha - 3) - 4 \cdot 10 \sin \alpha = 0$$

бундан

$$\sin \alpha = \frac{1}{2}, \quad \alpha = 30^\circ \text{ экан}$$

Стержендаги зўриқишни аниқлаш учун қўзғалувчан ўқ билан блокни мувозанатини кўриб чиқамиз. У тўртта куч таъсирида мувозанатда бўлади, q -оғирлик кучи, ипнинг таранглик кучлари P_2 ва T стерженнинг реакция кучи S , унинг йўналиши стержен бўйлаб йўналгандир, миқдори эса номаълум.

Шундай қилиб, бу тўртта кучларнинг геометрик йиғиндиси нолга тенг бўлади:

$$P_2 + T + q + S = 0$$

α - бурчак маълум бўлгани учун $T = P_2$, S ни график усулда аниқлаш осон бўлади.

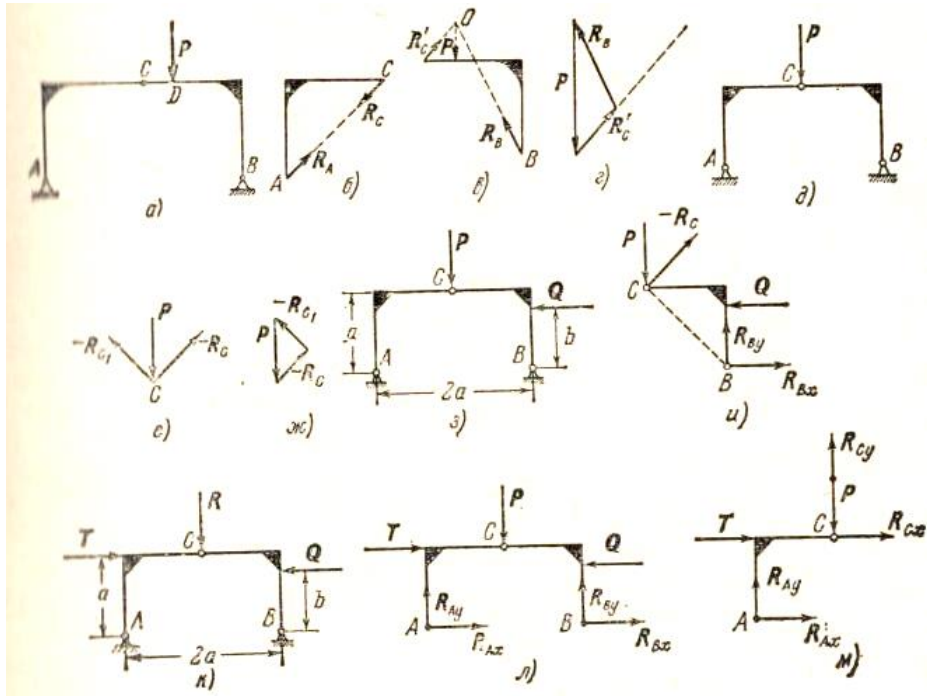
(а) нуктасидан вертикал q ва P_2 кучларни қўйиб йўналтирамиз, ихтиёрий масштабда. сўнгра (С) нуктадан P_2 нинг миқдorigа тенг бўлган ёйни ўтказамиз.бу ёйда T кучининг охири ва S кучининг охири $\alpha = 30^\circ$ бурчак остида ётиши керак. da –кесма стерженнинг зўриқишини беради. Бу кесмани ихтиёрий масштабда ўлчасак, $S=5$ кг экан.

1.29-масала: фундаментга A ва B шарнирли таянчлар билан маҳкамланган ва C шарнир билан туташган AC ва BC мустаҳкам қисмлардан иборат рама берилган.

D нуктага $p=1$ твeртикал куч таъсир қилса, A , B ва C шарнирлардаги реакция кучи аниқлансин. Масала график усулда ечилсин.

Ечиш: A ва B шарнирлардаги реакция кучлари миқдор ва йўналиши жиҳатидан номаълум. Шунга асосан ACB системани бир бўлак деб қарасак, реакция кучлари тўртта тенгламалар сони учта бўлиб қолади. Шунинг учун раманинг чап томонини мувозанатини текширамиз, унга ҳеч қандай актив кучлар таъсир қилмайди.

Боғланишларни эркинлик қонунига асосан A ва C шарнирларни фикран ташлаб юбориб, реакция кучлари билан алмаштирамиз.



1.29-расм

R_B реакция кучининг йўналиши параллел бўлмаган учкуч теоремаси орқали аниқланилади. Ҳақиқатдан ҳам раманинг BC қисми бир текисликда ётувчи параллел бўлмаган уч куч таъсирида мувозанат ҳалотида бўлади. Икки кучнинг таъсир чизиқлари маълум, улар O нуқтада кесишади.

Теоремага асосан учинчи куч R_B нинг ҳам таъсир чизиғи O нуқтадан ўтиши керак. P , R'_c ва R_B кучларининг таъсир чизиқлари бир нуқтада кесишса, улар мувозанат ҳолатида бўлишади, демак улар ёпиқ кучлар учбурчагини ташкил қилиши керак. Миқдори ва йўналиши маълум бўлган P кучини ихтиёрий нуқтадан қўямиз, унинг учидан AC га параллел равишда ўтказамиз, бу чизиқ R'_c реакция кучининг таъсир чизиғи бўлади. P кучининг бошидан OB га параллел ўтказамиз. Бу чизиқ ўз навбатида R_B реакция кучини таъсир чизиғини беради (г-расм). Натижада ёпиқ кучлар учбурчагини ташкил қилдик, унда R'_c ва R_B реакция кучларини ҳақиқий миқдорларини аниқладик. Масалани ечимини учта вариантини кўриб чиқамиз:

Биринчи вариантда (д-чизма) P кучи жарнирга таъсир қилмоқда аркнинг бошқа қисмларига бошқа кучлар таъсир қилмайди. Бу шаритотда аркнинг бошқа қисмларига кучли таъсир қилмайди. Бу шароитда аркнинг чап қисмига R_A ва R_C

тенг кучлар таъсир қилади (б-чизма), уларнинг йўналиши AC бўйлаб қарама-қарши томонга йўналгандир. Шунга асосан аркнинг ўнг томонига R_B ва R_{C1} ўзаро бир-бирини мувозанатловчи кучлар системаси бўлади, улар BC бўйича йўналгандир. Шарнирли болт C ни мувозанатини текшираемиз, унга P кучи чап ва ўнг арklar реакцияси $-R_C$, $-R_{C1}$ (е-чизма) лар таъсирида бўлади. Бу ҳолатда P кучининг миқдори ва йўналиши аниқ бўлса, реакция кучларининг фақат йўналиш аниқ.

Ёпиқ кучлар учбурчагини тузиб (ж-чизма) R_C , R_{C1} реакция кучларини миқдорини аниқлаймиз, шунга асосан R_A , R_B реакция кучларини ҳам.

Иккинчи вариант бўйича (з-чизма) ярим аркнинг ўнг тарафига Q актив куч таъсир этади. Чап ярим аркнинг мувозанатини текшираемиз (б-чизма). R_C ва R_A реакция кучлари AC тўғри чизиққа мос бўлади.

C шарнирини бирлаштириб, P актив кучларни юқлаб унинг мувозанатини текшираемиз (и-чизма) унга P , Q , $-R_C$ ва ташкил этувчилари R_{Bx} , R_{By} бўлган R_B реакция кучлар таъсирини ҳисобга оламиз. $-R_C$ горизонт билан 45° бурчак ташкил қилади.

Мувозанат тенгламаларини тузамиз:

$$\begin{aligned} 1. \Sigma F_{kx} &= R_C \cos 45^\circ - Q + R_{Bx} = 0 \\ 2. \Sigma F_{ky} &= R_C \sin 45^\circ - P + R_{By} = 0 \\ 3. \Sigma \text{mom}_B(F_k) &= R_C \cdot a\sqrt{2} - P \cdot a - Q \cdot b = 0 \end{aligned}$$

Бу тенгламалардан номаълум реакция кучлари аниқланилади.

Учинчи вариантда (к-чизма) актив кучлар шарнирдан ташқари иккала ярим аркка ҳам таъсир қилади.

A ва B шарнирлардаги реакция кучини аниқлаймиз (л-чизма). Учта мувозанат тенгламасини тузамиз:

$$\begin{aligned} 1. \Sigma F_{kx} &= T + R_{Ax} + R_{Bx} - Q = 0 \\ 2. \Sigma F_{ky} &= R_C + R_{Ay} + R_{By} - P = 0 \\ 3. \Sigma \text{mom}_A(F_k) &= Q \cdot b - T \cdot a - P \cdot a + R_{By} \cdot 2a = 0 \end{aligned}$$

R_{Ax} , R_{Ay} , R_{Bx} , R_{By} – реакция кучлари номаълум уларни аниқлаш учун қўшимча тўртинчи тенгламани тузиш учун чап томонини мувозанатини текшираемиз. C шарнир учун моментлар йиғиндиси:

$$\Sigma \text{mom}_C(F_k) = R_{Ax} \cdot a - R_{Ay} \cdot a = 0$$

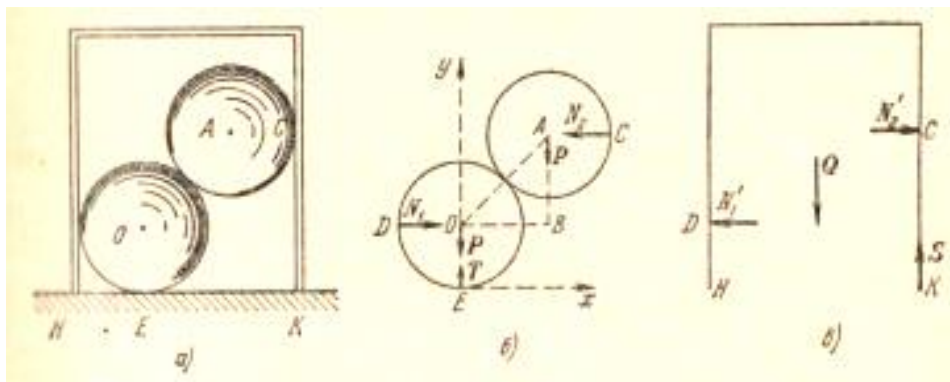
Шу асосда аркнинг барча реакция кучлари аниқланилади.

1.30-масала: радиуси R бўлган стакан очик юзаси билан горизонтал текисликка жойлаштирилган. Стаканнинг ичида радиуси η ва оғирлиги P бўлган бир хил шар бор.

Цилиндрик стаканнинг оғиб кетмаслиги керак бўлган Q оғирлиги аниқлансин.

Ечиш: Ушбу оғирлик Q ни аниқлаш учун икки шарнинг мувозанатини (б-чизма) ва стаканнинг мувозанатини (в-чизма) алоҳида текшираемиз.

Икки шарлар системасига ҳар бир шарнинг оғирлиги P , T -текис юза реакция кучи ва вертикал бўйича юқорига йўналган N_1 ва N_2 стакан сиртларининг реакцияси D ва C нукталарга қўйилган.



1.30-чизма

x ва y координата ўқларини ўтказамиз, икки шар системаси учун мувозанат тенгламаларини тузамиз:

1. $\Sigma F_{kx} = N_1 - N_2 = 0$
2. $\Sigma F_{ky} = T - 2P = 0$
3. $\Sigma \text{mom}_O(F_k) = N_2 \cdot AB - P \cdot OB = 0$

Учинчи тенглама O нуктага нисбатан моментлар тенгламаси бўлиб, ушбу нуктада учта кучнинг таъсир чизиқлари кесишади.

Биринчи тенгламадан

$$4. N_1 - N_2 = N$$

Учинчи тенгламадан

$$5. N = \frac{P \cdot OB}{AB}$$

Цилиндрик стаканни мувозанатини текшираимиз:

Стаканга Q оғирлик кучи, C ва D нукталардаги N'_1 ва N'_2 реакция кучлари, P ва K нукталардаги полнинг реакцияси таъсир қилади. $N'_1 = N_1$, $N'_2 = N_2$ эканлиги тушунарли. Стаканнинг оғишида H нуктадаги реакция кучи нол бўлади. K нуктага нисбатан момент олиб тенглама тузамиз:

$$6. \sum \text{mom}_0(F_k) = N'_2 \cdot CK - N'_1 \cdot DH - Q \cdot R = 0$$

Ушбу тенгламадан

$$N \cdot AB - Q \cdot R = 0.$$

(5) тенглама ўрнига қўйсақ,

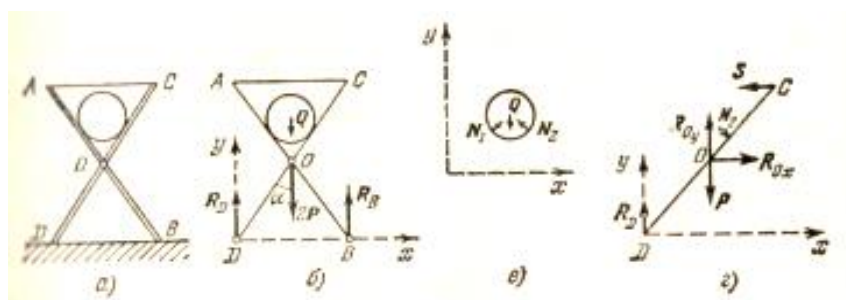
$$Q = N \frac{AB}{R} = \frac{P \cdot O \cdot AB}{R \cdot AB} = \frac{P \cdot OB}{R}; \quad OB = 2R - 2r$$

эканлиги учун мувозанатда бўлади.

$$Q \geq 2P \left(1 - \frac{r}{R}\right)$$

бўлиши керак.

1.31-масала: Оғирлик P , узунлиги $2l$ бўлган иккита бир хил жинсли AB ва CD стержен D ва B нукталари билан текис горизонтал юзага таяниб туради, улар O нуктасида шарнир воситасида боғланган стерженнинг A ва C нукталари ип билан тортиб қўйилган. Шу билан бирга оғирлиги Q ва радиуси r бўлган шар стерженнинг юқори қисмида ётибди. Ипнинг таранглиги аниқлансин.



1.31.-чизма

Ечиш: D ва B нукталардаги таянч реакцияларини аниқлаш учун иккита стержен, ип ва дискнинг мувозанатини текшираемиз. Бунинг учун полни фикран олиб ташлаб R_D , R_B реакция кучлари билан алмаштираемиз. Қаттиқ жисмлар системасига диск марказига қўйилган унинг оғирлиги Q , O шарнирда стержен оғирлиги $2l$ координата ўқлари чизмада кўрсатилган.

Мувозанат тенгламасини тузамиз:

$$1. \Sigma F_{ky} = R_D + R_B - 2P - Q = 0$$

$$2. \Sigma m_D(F_k) = R_B \cdot BD - (2P + Q) \frac{BD}{2} = 0$$

Ушбу тенгламаларни биргаликда ечиб

$$R_D - R_B = P + \frac{Q}{2}$$

Демак полнинг реакцияси ўзаро тенг экан.

Дискни мувозанатини текшираемиз стерженни фикран ташлаб юбориб дисска бшлган таъсирларини N_1 ва N_2 реакция кучлари билан алмаштираемиз.

N_1 ва N_2 лар AB ва CD ларга нисбатан перпендикуляр йўналгандир. N_1 ва N_2 реакция кучлари горизонт билан (α) бурчак ташкил қилади, дисска Q кучи ҳам таъсир қилади. Учта кучларнинг ҳам таъсир чизиқлари дисс марказида кесишади.

Диск учун мувозанат тенгламаси:

$$\Sigma F_{kx} = N_1 \cdot \cos \alpha - N_2 \cos \alpha = 0$$

$$\Sigma F_{ky} = N_1 \sin \alpha + N_2 \sin \alpha - Q = 0$$

Тенгламаларини биргаликда ечамиз.

$$N = N_1 = N_2 = \frac{Q}{2 \cdot \sin \alpha}$$

Демак шундай қилиб стерженларнинг реакция кучлари ўзаро миқдорлари тенг экан.

Стерженларни бирини мувозанатини текшираемиз. Полнинг таъсирини R_D реакция кучи ва дисс босимини маълум бўлган N реакцияси билан (Γ -чизма) алмаштираемиз. Шу билан бирга стерженга номаълум ипнинг таранглиги S , O шарнирнинг реакция кучлари R_{ox} ва R_{oy} ҳамда стержен оғирлиги P қўйилгандир.

R_D ва N_2 реакция кучларини аниқлаганимиз сабабли, номаълумлар сони учтага тенг бўлгани учун масала статик аниқ бўлади. O нуқтага нисбатан барча кучларни моментлар тенгламасини тузамиз:

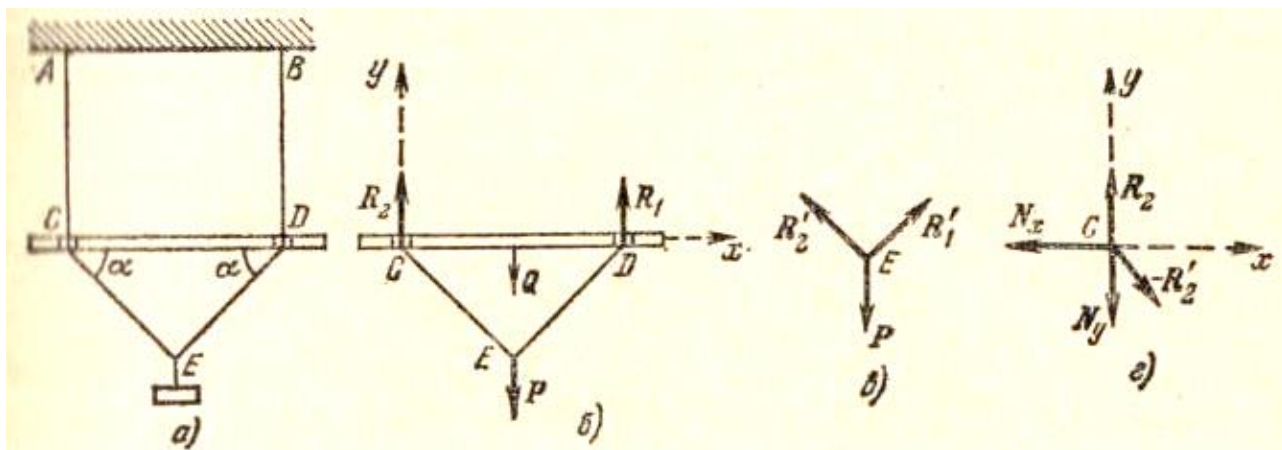
$$\sum mom_o(F_k) = S \cdot l \cdot \cos \alpha - R_D \cdot l \cdot \sin \alpha - N_2 \frac{r}{\operatorname{tg} \alpha} = 0$$

бу ердан

$$S = (P + 0,5Q) \operatorname{tg} \alpha + \frac{Q \cdot r}{2l \cdot \sin^2 \alpha}$$

1.32-масала: AEB ип ва A ва B нуқталари билан юқорига маҳкамланган. C ва D нуқталарида CD оғирлиги P бўлган балка осилган. CD балканинг оғирлиги Q га тенг.

Ип ва балкани абсолют текис деб, балка ва EC ва ED иплар орасида ҳосил бўлган α бурчакни аниқланг.



1.32-чизма.

Ипнинг таранглигини аниқлаш учун AC ва BD фикран кесиб пастки қисмини мувозанатини текшираимиз. Унга юкнинг оғирлиги P балканинг оғирлиги Q ва ипнинг реакция кучлари R_1 ва R_2 лар таъсир қилади (б-чизма). Мувозанат тенгламаларини тузамиз:

$$1. \sum F_{ky} = R_1 + R_2 - P - Q = 0$$

$$2. \sum mom_C(F_k) = R_1 \cdot CD - (Q + P) \frac{CD}{2} = 0$$

Биргаликда ушбу тенгламаларни ечиб,

$$R_1 = R_2 = R = \frac{P+Q}{2}$$

ҳосил қиламиз.

a -бурчакни аниқлаш учун E нуқтага қўйилган кучлар системаси мувозанатини текшираамиз. Шунинг таъкидлаш керак, ипнинг таранглиги барча қисмларда бир хил, чунки C ва D нуқталардаги ип ўтган тешикларда ишқаланиш йўқ деб қабул қилинган.

E - нуқтага P оғирлик кучи ва ипнинг R_1^1 R_2^1 тарангликлари таъсир қилади. Вертикал ўққа нисбатан барча кучларнинг проекцияларини алгебраик йиғиндиси нолга тенг бўлиши керак.

$$2R \sin \alpha - P = 0$$

бу ердан

$$\sin \alpha = \frac{P}{2R}$$

Билка ва иплардаги реакция кучларини аниқлаш учун C нуқтадаги ипнинг мувозанатини текшираамиз. Балкани ташлаб юбориб, уни N_x ва N_y ташкил этувчи реакция кучлари билан алмаштираамиз. Ундан ташқари ипга $R_2 - R_2^1$ реакциялари таъсир этади.

Мувозанат тенгламалари тузамиз:

$$1. \Sigma F_{kx} = R \cos \alpha - N_x = 0$$

$$2. \Sigma F_{ky} = R - N_y - R \sin \alpha = 0$$

иккинчи тенгламадан

$$N_y R (1 - \sin \alpha) = \frac{Q}{2}$$

биринчи тенгламадан

$$N_x = 0,5 \sqrt{Q_2 + 2PQ}$$

Масалаларни ечиш бўйича кўникма ва малакаларни ошириш учун И.В.Мешчерский Назарий механика масалалар тўпламидан 3.34, 3.35, 3.36, 3.38, 4.34, 4.35, 4.38, 4.49, 4.50, 4.52, 4.55, 4.57, 4.58 масалаларни ечишни тавсия этамиз.

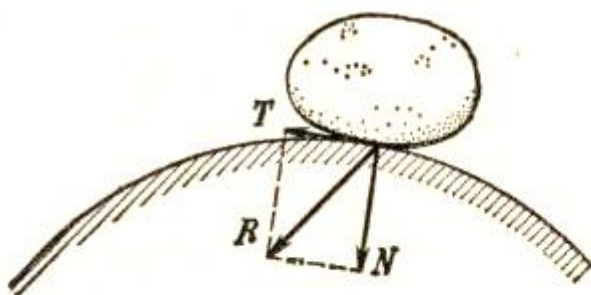
§4. ЖИСМЛАРНИНГ ИШҚАЛАНИШ ТАЪСИРИДАГИ МУВОЗАНАТИ

1⁰. Жисмнинг сирпаниш ишқаланишдаги мувозанати

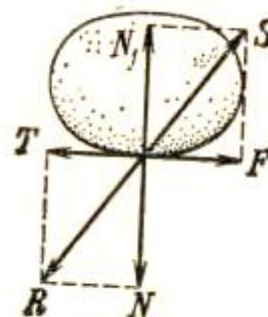
Сирпанувчи жисм ва сирпаниш юзасидаги ҳосил бўлувчи кучга ишқаланиш кучи дейилади, бунда актив кучларнинг тенг таъсир этувчи кучи R юзага нормал бўйича йўналмаган бўлади. Жисм мувозанатда бўлиши учун юзанинг реакция кучи S миқдор жиҳатидан R га тенг бўлиб, йўналиш қарама-қарши томонга бир тўғри чизик бўйлаб йўналган бўлиши керак.

Актив куч R ни N нормал ва T -уринма ташкил этувчи кучларга ажратамиз. Юзанинг реакция кучини эса N_1 нормал ва F уринма кучларга ажратамиз бу куч сирпаниш ишқаланиш кучи дейилади.

Мувозанатда қуйидаги тенглик сақланиши керак:



1.36-расм



1.37-расм

Тажрибалар шуни кўрсатадики, T ташкил этувчи куч маълум бир чегарада ўзгарса, жисмнинг мувозанати ўзгармайди. Демак ишқаланиш кучи ҳам шу чегараларда ўзгаради.

Шундай қилиб, мувозанат ҳолатида сирпаниш ишқаланиш кучи актив кучлар таъсирида ҳосил бўладиган боғланиш реакцияларидан ташкил топгандир. Шу ташкил этувчи реакция кучи жисмни қўзғатишга ҳаракат қилиб йўналиши шу ҳаракатга қарама қарши бўлади. Актив кучларнинг миқдори ва йўналишига қараб ишқаланиш кучининг миқдори нолдан маълум бир қийматли чегарагача ўзгариши мумкин. Бу жисмнинг ҳаракатига тўсқинлик қила олади. Ишқаланиш кучининг миқдори маълум бир чегарадан ошмайди. Ишқаланиш кучи ва нормал босим орасидаги боғланишни француз олими Кулон кашф

қилган. Унга кўра максимал сирпаниш ишқаланиш кучи юзага бўлган нормал босим кучига пропорционал бўлади.

$$F_{\max} = f \cdot N$$

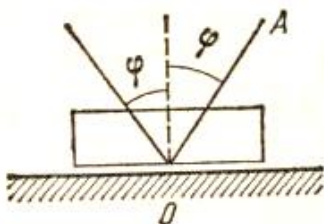
Ишқаланиш кучи мумкин бўлган ҳаракат йўналишига тескари йўналган бўлади.

f - сирпаниш ишқаланиш коэффициенти, у жисм материалига ва ишлов бериш юзасига боғлиқ. Абсолют текис юзалар учун $f = 0$ бўлади.

Реал жисмлар учун $f > 0$ бўлади. (4*)

Ишқаланиш коэффициенти нормал босим кучига ва юзалар майдонига боғлиқ эмас.

$F = F_{\max}$ ҳолатида юзага бўлган нормал билан тўла реакция кучи орасидаги φ бурчак ишқаланиш бурчаги дейилади.



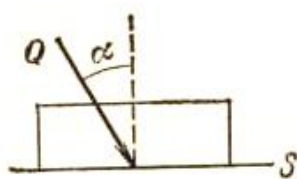
1.38-расм.

$$\operatorname{tg} \varphi = f \text{ ёки } \varphi = \operatorname{arctg} f \quad (5^*)$$

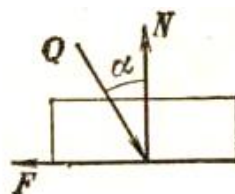
Ишқаланиш нуқтасида юзанинг нормали ва ОА тўғри чизикни φ бурчак билан ўтказиб айлантириб конус шаклини ҳосил қиламиз, уни ишқаланиш конуси деб атаймиз.

Агарда актив кучларнинг тенг таъсир этувчисини таъсир чизиғи ишқаланиш конуси ичида ётса, жисм тинч ҳолатида бўлади. Бу ҳолда ҳаракатлантирувчи куч чегаравий ишқаланиши кучидан кичик бўлади.

Ҳақиқатдан S юзадаги жисмнинг мувозанатини текширамиз.



1.39-расм



1.40-расм

Жисмга a бурчак остида актив кучларнинг тенг таъсир этувчиси — таъсир қилади, у ҳолда сирпаниш ишқаланиш коэффициентини $f = \operatorname{tg} \varphi$ маълум.

$\alpha < \varphi$ деб мувозанат тенгламасини нормал йўналишда оламиз.

$$N - Q \cos \alpha = 0 \text{ ёки } N = Q \cos \alpha \quad (6^*)$$

Горизонтал йўналишда барча кучларни проекциясини олсак,

$$Q \cdot \sin \alpha - F = 0 \text{ ёки } Q \cdot \sin \alpha = F \quad (7^*)$$

Максимал ишқаланиш кучи $F_{\max} = fQ \cdot \cos \alpha$ эканлигини (8*)

ҳисобга олсак ва $\operatorname{tg} \alpha < \operatorname{tg} \varphi$ $Q \cdot \sin \alpha < fQ \cos \alpha$ (9*)

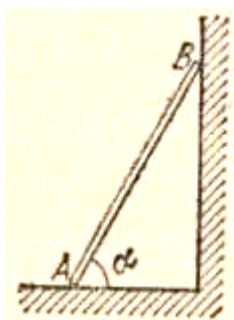
Жисм оғирлиги P орқали ифодаласак 9^* тенглик қуйидагича бўлади:

$$Q_1 \sin \alpha < f(P + Q_1 \cos \alpha) \quad (10^*)$$

Q_1 кучи жисмнинг мувозанатини ўзгартира олмайди.

$$f > \operatorname{tg} \varphi > \frac{Q_1 \cdot \sin \alpha}{P + Q_1 \cos \alpha} \quad (11^*)$$

Ишқаланиш кучи нолдан катта миқдорларга эга бўлиши мумкин. Шунинг учун масалаларни ечишда максимал ишқаланиш кучларини кўриб, сўнгра бошқа кучларни максимал ва минимал миқдорларини мувозанат тенгламаларидан аниқланилади. Масалан, АВ нарваон силлиқ юзаларга таяниб турганда биз минимал α бурчагини аниқлаймиз, бу ҳолда нарвон тинч ҳолатида бўлиши керак. $\alpha \leq 90^\circ$ бўлганда минимал ишқаланиш кучи талаб қилинар экан.



1.41-расм.

Ишқаланиш кучи мавжуд бўлганда жисмнинг мувозанатини текширишда тўртта пунктни бажариш талаб қилинади, бу ҳолда текис юзанинг реакция

кучини нормал реакция кучи ва ишқаланиш кучидан иборат деб қаралиши керак.

5) номаълум миқдорлар билан мувозанат тенгламаларини таққослаб унга,

$$F_{\max} = fN \text{ боғланишни қўшиш керак;}$$

6) координаталар схемасини танлаш

7) мувозанат тенгламалар системасини тузиш керак;

8) мувозанат тенгламаларини ечиб, тегишли номаълум миқдорларни аниқлаш керак.

1.33-масала. Блокни ҳаракатга келтирувчи P кучини миқдорини аниқланг (а-чизма).

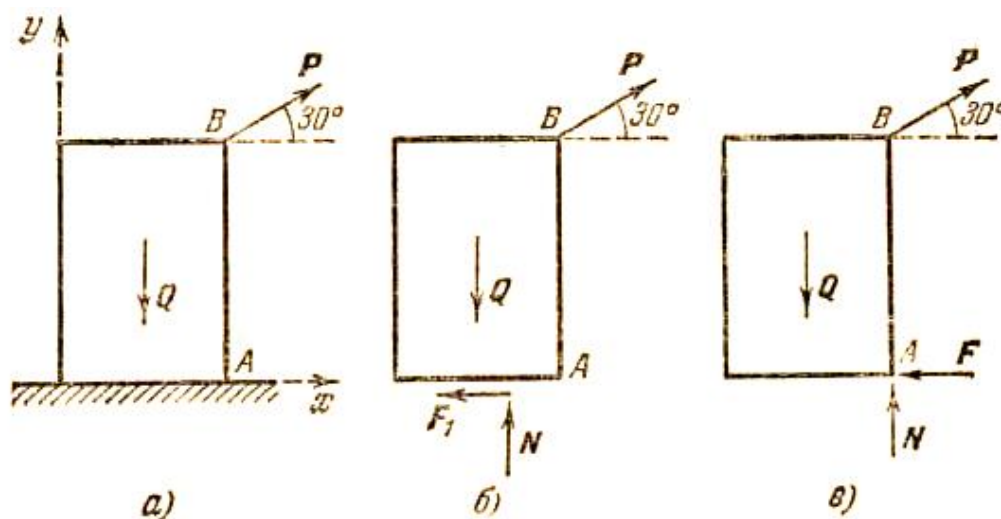
$$\text{Блок оғирлиги } Q=200 \text{ кг}$$

$$\text{Баландлиги } h=0,8 \text{ м}$$

$$\text{Эни } b=0,6 \text{ м}$$

P кучи B нуқтага қўйилган бўлиб, горизонт билан $\alpha = 30^\circ$ ташқил қилган.

Горизонтал пол ва блок орасидаги ишқаланиш кучлар $f=0,2$.



1.33-расм.

Ечиш: Блокнинг ҳаракати икки ҳолатда бошланиши мумкин.

а) блокнинг юза бўйича ўнгга ҳаракати бошланса (б-чизма);

б) агарда блок A қирраси билан ағдарилмоқчи бўлса (в-чизма).

Биринчи вариантни кўриб чиқамиз. Бу ҳолда пол юзасининг N реакция кучи номаълум координата ўқларига нисбатан проекцияларининг алгебраик йиғиндисини полга тенглаштириб, мувозанат тенгламасини тузамиз:

$$\Sigma F_{kx} = P \cos 30^\circ - F_1 = 0$$

$$\Sigma F_{ky} = N + P \sin 30^\circ - Q = 0$$

Ундан ташқари $F_1 = f \cdot N$ эканлигини унутмаслигимиз керак.

Юқоридаги тенгликлардан P ни аниқлаймиз:

$$P = \frac{fQ}{\cos 30^\circ + f \sin 30^\circ} = \frac{40}{0,965} = 41,5 \text{ кг}$$

Агарда P ушбу миқдордан ошса, блок ўнгга силжийди.

Иккинчи вариантни кўриб чиқамиз. A қиррада блокни ағдарилишида N нормал реакция кучи ва F_1 ишқаланиш кучлари ушбу қиррага қўйилган бўлади (в-чизма). Тўртта мувозанат тенгламасини тузамиз:

$$1) \Sigma F_{kx} = P \cos 30^\circ - F = 0$$

$$2) F_{ky} = N - Q + P \sin 30^\circ = 0$$

$$3) \Sigma \text{mom}_A(F_k) = \frac{Q \cdot b}{2} - P \cos 30^\circ \cdot h = 0$$

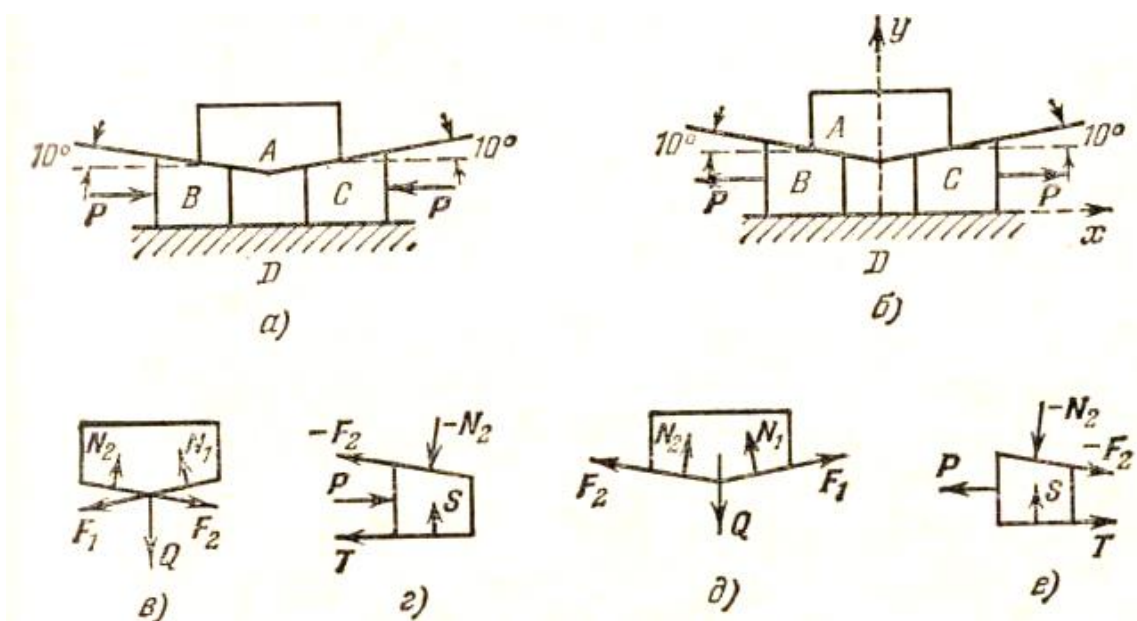
$$4) F = f \cdot N$$

учинчи тенгламадан

$$P = \frac{Q \cdot b}{2h \cdot \cos 30^\circ} = \frac{200 \cdot 0,6 \cdot 2}{2 \cdot 0,8 \cdot \sqrt{3}} = 86,6 \text{ кг}$$

Агарда P кучининг миқдори натижасида катта бўлса, блок A қиррада ағдарилади. P нинг миқдори нолдан максимал миқдоригача ўзгарса, блок олдин силжийди, ағдарилмайди.

1.34-масала: Оғирлиги 2000 кг бўлган тошли блокни кўтариш ва тушириш учун B , C поналари ишлатилди. AB ва BC юзалардаги ишқаланиш коэффициенти $f=0,2$ BD ва CD юзалар учун эса $f_1=0,25$ A блокни кўтаришда клин (пона) ларни қисиш учун керак бўладиган P куч миқдорини A блокни туширишда клин (пона)ларни чўзувчи P куч миқдорини аниқлаш керак. Блокнинг клин (пона) лар билан ҳосил қилган бурчаги горизонт билан $\alpha=10^\circ$ ҳосил қилади.



1.34-расм

Ечиш: *A* блок, *B* ва *C* клинлардан иборат жисмлар системасини мувозанатини текшираимиз. Блокни кўтаришда P кучи клинларни қисади. U ҳолда блокларни мувозанатини ва клинларни мувозанатини алоҳида равишда кўриб чиқамиз.

Клинларни фикран олиб ташлаб уларни N нормал реакция кучи ва F ишқаланиш кучлари билан алмаштирамиз (в-чизма). Ундан ташқари блокка миқдори маълум бўлган Q кучи ҳам таъсир қилади.

X ва y ўқларига нисбатан барча кучларни проекцияларини йиғиндиси нолга тенглаштириб мувозанат тенгламаларини тузамиз.

$$\Sigma F_{kx} = N_2 \sin 10^\circ - N_1 \sin 10^\circ + F_2 \cos 10^\circ - F_1 \cos 10^\circ = 0$$

$$\Sigma F_{ky} = N_1 \cos 10^\circ + N_2 \cos 10^\circ - Q - F_1 \sin 10^\circ - F_2 \sin 10^\circ = 0$$

ундан ташқари

$$F_1 = f \cdot N_1, \quad F_2 = f \cdot N_2$$

y ҳолда

$$N_1 = N_2 = 1050 \text{ кг} \quad F_1 = F_2 = 210 \text{ кг}$$

B клин (пона)ни (г-чизма) мувозанатини текшираимиз, унга блокнинг реакцияси y ўз навбатида N_2 ва F_2 ишқаланиш кучларидан ташкил топган, P актив куч ва S Энди нормал куч ишқаланиш кучи T дан ташкил этувчиларидан иборат полнинг реакция кучи таъсир қилади.

В клин учун мувозанат тенгламасини ёзамиз:

$$\Sigma F_{kx} = N_2 \sin 10^\circ - F_2 \cos 10^\circ - T + P = 0$$

$$\Sigma F_{ky} = S + F_2 \sin 10^\circ - N_2 \cos 10^\circ = 0$$

Нормал босим кучидан ҳосил бўладиган ишқаланиш кучи $T=f_1 \cdot S$

Юқоридаги тенгламалардан

$$S=996 \text{ кг}, T=249 \text{ кг}, P=641 \text{ кг}.$$

Блокни юқорига кўтаришда системанинг мувозанатда бўлиши учун $P=641$ кг бўлиши талаб этилар экан. Агарда $P>641$ кг бўлса, блок ҳаракатга келиб блок кўтарила бошлайди. Энди блок пастга тушаётгандаги ҳолатда P кучи қанчага тенг бўлишини аниқлаймиз.

А-блокка актив куч Q_1 нормал реакция кучлари N_1 ва N_2 ва ишқаланиш кучи F_1 F_2 лар таъсир қилади. Ишқаланиш кучи бу ҳолатда қия текислик бўйича юқорига йўналган бўлади. P актив кучининг йўналишини ўзгариши билан T ва F_2 кучлари ҳам олдинги ҳолатга нисбатан қарама-қарши томонга йўналган бўлади (г-чизма).

А блок учун мувозанат тенгламаси қуйидагича бўлади:

$$\Sigma F_{kx} = F_1 \cos 10^\circ - F_2 \cos 10^\circ - N_1 \sin 10^\circ + N_2 \sin 10^\circ = 0$$

$$\Sigma F_{ky} = N_1 \cos 10^\circ + N_2 \cos 10^\circ + F_1 \sin 10^\circ + F_2 \sin 10^\circ - Q = 0$$

Нормал босим кучидан ҳосил бўладиган ишқаланиш кучлари $F_1=fN_1$

$$F_2=fN_2$$

Бу ердан $N_1=N_2=980$ кг, $F_1=F_2=196$ кг (е-чизма). В клин

$$\Sigma F_{kx} = T + F_2 \cos 10^\circ - N_2 \sin 10^\circ - P = 0$$

$$\Sigma F_{ky} = S - N_2 \cos 10^\circ - F_2 \sin 10^\circ = 0$$

ишқаланиш кучи эса

$$T = f_1 \cdot S$$

N_1 , F_2 миқдорлари олдин топилгани сабабли $S=999$ кг, $T=250$ кг, $P=273$

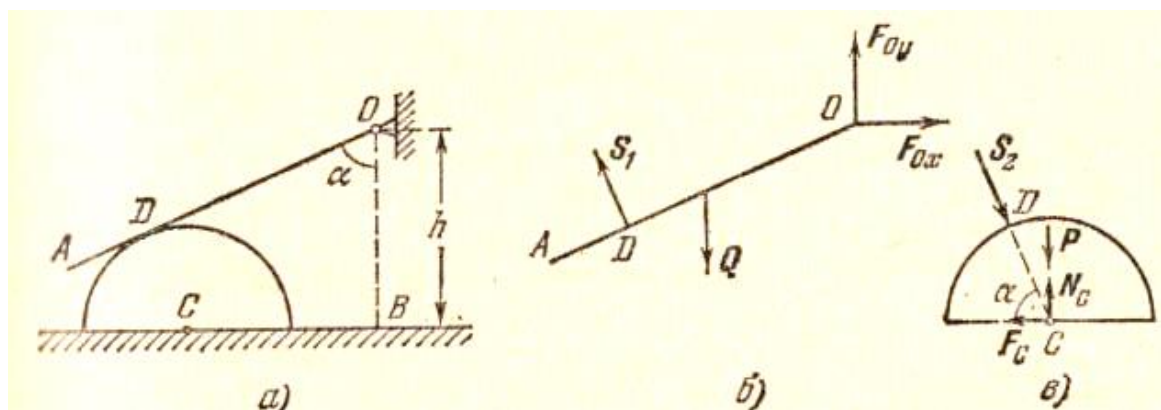
кг.

P нинг миқдори блокни пастга туширишда чегаравий ҳисобланади.

Шундай қилиб система мувозанат ҳолатида бўлиши учун P нинг проекцияси $-273 \text{ кг} \leq P_x \leq 641 \text{ кг}$ оралиғида бўлиши керак. Агарда $P \geq 641 \text{ кг}$ бўлса, блок кўтарилади. Блок пастга тушиши учун $P \leq 273 \text{ кг}$ бўлиши керак.

1.35-масала: текисмас горизонтал юзада оралиғи P ва радиуси R бўлган ярим цилиндр ётибди. O нуқтада узунлиги l ва оғирлиги Q бўлган бир жинсли OA стержен шарнир воситаси билан боғланган. Стержен α бурчак билан $OB=h$ вертикалга таянган.

Горизонтал текислик ва ярим цилиндр орасидаги f сирпаниш ишқаланиш коэффициентини аниқлансин.



1.35-расм.

Ечиш: ярим цилиндр ва стержен мувозанат ҳолатида бўлган қаттиқ жисмлар системасидир. Стерженнинг оғирлиги таъсирида ярим цилиндр ўнг томонга ҳаракатлана бошлайди (ярим цилиндр ва пол ўртасида ишқаланиш кучи жуда кам бўлгани учун).

Ишқаланиш коэффициентини минимал миқдорини аниқлаш учун стержен ва ярим цилиндрни мувозанатини алоҳида кўриб чиқамиз. OA (б-чизма) стерженни мувозанатини текширганда, O шарнирни фикран ташлаб юбориб, уни реакция кучлари билан алмаштирамиз. Ушбу реакция кучи миқдор ва йўналиши жиҳатидан бизга номаълум. Шунинг учун уни F_{0x} ва F_{0y} ташкил этувчиларига ажратамиз.

Ярим цилиндрни фикран ташлаб юбориб, унинг стерженга таъсирини S_1 реакция кучи билан алмаштирамиз, бу стерженга перпендикуляр равишда йўналган бўлади, чунки стержен ва ярим цилиндр орасида ишқаланиш ҳи мавжуд эмас.

B -чизмада мувозанат ҳолатида ярим цилиндрга таъсир этувчи кучлар кўрсатилган.

Ярим цилиндр учта куч таъсирида мувозанат ҳолатида бўлади, булар P -оғирлик кучи, S_2 -стерженнинг реакция кучи ва нотекис горизонтал текислик реакцияси P кучи ярим цилиндр симметрия ўқи бўйича вертикал равишда йўналган бўлиб, унинг таъсир чизиғи цилиндр ўқида ётувчи C -нуқта орқали ўтади.

S_2 реакция кучи таъсир ва акс таъсир қонунига асосан S_1 миқдорига тенг бўлиб йўналиши бунга қарама-қарши йўналган бўлади. Демак S_2 реакция кучи стерженга перпендикуляр бўлиб, DC радиус бўйича йўналгандир. Мазкур радиус ярим цилиндрнинг горизонтал диаметри билан a бурчак ҳосил қилади. Чунки AO ва BO лар a бурчак ҳосил қилиб, DC га перпендикуляр бўлади.

Нотекис горизонтал текисликнинг реакция кучларининг тенг таъсир этувчи кучи C нуқтага қўйилгандир. Ҳақиқатдан ҳам ярим цилиндр параллел бўлмаган учта куч таъсирида мувозанат ҳолатида бўлади. Шунга асосан учта кучнинг таъсир чизиқлари бир нуқтада кесишади. Лекин S_2 ва P кучлари C нуқтада кесишади. U ҳолда нотекис горизонтал текисликнинг реакция кучларининг тенг таъсир этувчиси ҳам C нуқтадан ўтиши керак. Бу реакция кучи C нуқтага қўйилган бўлиши керак.

Горизонтал текислик реакция кучини N_C нормал реакция кучи ва F_C ишқаланиш кучи ташкил этувчиларига ажратамиз.

Стержен учун барча кучларни x ва y координата ўқларига нисбатан проекцияларининг алгебраик йиғиндисини олиб мувозанат тенгламасини тузамиз:

$$F_{ox} - S_1 \cos \alpha = 0 \quad (1)$$

$$F_{oy} - Q + S_1 \sin \alpha = 0 \quad (2)$$

O нуктага нисбатан моментлар тенгламасига эга:

$$Q \frac{AO}{2} \sin \alpha - S_1 \cdot OD = 0 \quad (3)$$

O нукта моментлар маркази қилиб олинган, шу сабабли ташкил этувчи реакция кучлари тенгламага кирмайди.

Учинчи тенгламадан S_1 реакция кучи аниқланилади.

Биринчи ва иккинчи тенгламалардан F_{ox} ва F_{oy} номаълумлар аниқланилади.

(3) тенгламадан

$$OD \cdot \cos \alpha = h - r \cdot \sin \alpha \quad (4)$$

У холда

$$S_1 = Q_2 \frac{AO}{OD} \sin \alpha = Q \frac{l \cos \alpha \cdot \sin \alpha}{2(h - r \cdot \sin \alpha)} \quad (5)$$

Ярим цилиндр учун мувозанат тенгламаларини тузамиз:

Ярим цилиндрга қўйилган кучларни проекцияларини олиб иккита мувозанат тенгламасини тузамиз:

$$S_2 \cos \alpha - F_c = 0 \quad (6)$$

$$N_c - S_2 \sin \alpha - P = 0 \quad (7)$$

Нормал проекция кучи билан боғлиқ бўлган ишқаланиш кучи

$$F_c = f \cdot N_c \quad (8)$$

$S_1 = S_2$ эканлигини ҳисобга олиб тўртта тенгламада тўртта номаълумни ҳосил қилдик, булар S_1 F_c N_c f . f -ишқаланиш коэффициентини минимал қийматини аниқлаш учун қолган номаълумларни тенгламадан йўқотамиз.

$$Q \frac{l \cdot \sin 2\alpha \cdot \cos \alpha}{4(h - r \cdot \sin \alpha)} - f \cdot N_c = 0 \quad (9)$$

(5) ва (7) тенгламага қўйсак,

$$N_c P + Q \frac{l \sin 2\alpha \cdot \cos \alpha}{4(h - r \cdot \sin \alpha)} \quad (10)$$

(9) ва (10) тенгламалардан N_C ни йўқотсак,

$$f = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha + \frac{2P}{Q} \left(\frac{2h}{l \cdot \sin 2\alpha} - \frac{r}{\cos \alpha} \right)}$$

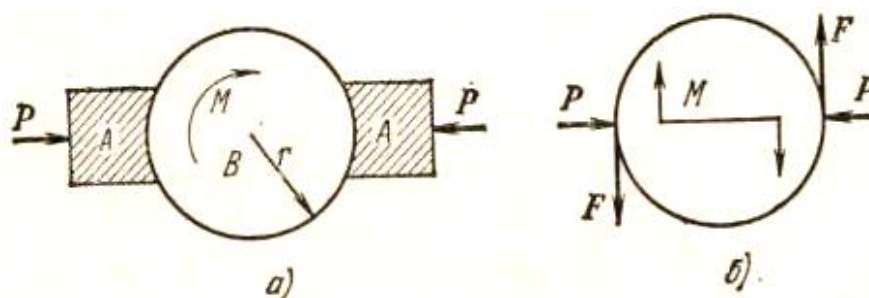
Бу қийматда ярим цилиндр ва стержен мувозанат ҳолатида бўлади.

1.36-масала: электр лебедка моторининг буровчи моменти $M_6=120 \text{ кз/м}$.

Моторни тўхтатиш учун тормоз колодкалари ишлатилинади А. (а-чизма). В тормоз диски Р қисувчи куч таъсирида қисилади.

Тормоз дискини радиуси $r=600\text{мм}$. Роторни мувозанат ҳолатида ушлаб турувчи Р босим кучини аниқлаш керак.

Ёғоч колодка ва чўян тормоз диски орасидаги ишқаланиш коэффиценти $f=0,5$.



1.36-расм.

Ечиш: В-тормоз диски (б-чизма) мувозанатини кўриб чиқамиз. Диска M_6 буровчи актив момент таъсир қилади. Тормоз колодкаларини фикран ташлаб юбориб, уларнинг таъсирини реакция кучлари билан алмаштирамиз ва уни P -нормал босим кучи ва F ишқаланиш кучлари ташкил этувчиларига алмаштирамиз.

Ишқаланиш кучи

$$F=fP \quad (1)$$

Диск мувозанатда бўлиши учун дисска таъсир этувчи кучларнинг моментларини алгебраик йиғиндиси нолга тенг бўлиши керак. P кучлари ўзаро мувозанатлашганлиги сабабли моментлар тенгламасига қирмайди.

Ишқаланиш кучлари жуфт кучни ташкил қилса, буровчи момент ҳам жуфт кучини ташкил қилади. Кучларнинг жуфт кучининг моментига тенг бўлади.

У ҳолда

$$F \cdot 2r - M = 0 \quad (2)$$

ёки

$$Fp \cdot 2r - M = 0$$

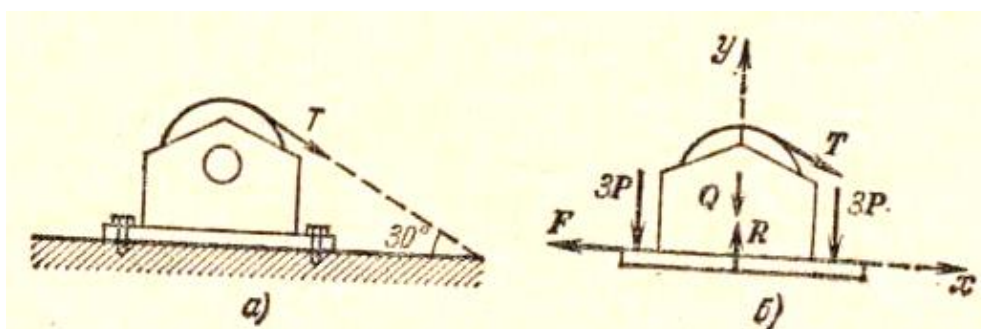
Бу ердан

$$P = \frac{M}{2 \cdot r \cdot f} = \frac{120}{2 \cdot 0,6 \cdot 0,5} = 200 \text{ кг}$$

1.37-масала: оғирлиги $Q=2t$ бўлган электр лебёдка олтига болт билан фундаментга маҳкамланган (а-чизма).

Болтнинг максимал тортишиш кучи $T_{max}=8 \text{ т}$ га тенг ва у горизонтга нисбатан $\alpha=30^\circ$ бўйича йўналган. Лебедканинг асоси ва фундамент орасидаги ишқаланиш коэффициентини $f=0,5$.

Болтларнинг буралиш кучини аниқланг. Бу ҳолатда қирқилиш нол бўлиши ва лебедка битта ишқаланиш кучи таъсирида силжишдан сақланиб туради.



1.37-расм.

Ечиш: лебедкани мувозанатини кўриб чиқамиз. Унга иккита актив куч: Q -оғирлик кучи ва T -тортишиш кучлари таъсир қилади. Болт ва фундаментни

орасидаги боғланишни фикран ташлаб юбориб, уни реакция кучлари билан алмаштирамиз (б-чизма).

Олтита болтнинг тортишиш кучини бир хил деб қабул қилиб, уларнинг таъсирини иккита куч ҳар бири $3P$ деб қабул қиламиз. Фундаментни реакциясини нормал куч R ва ишқаланиш кучи F бўлган ташкил этувчиларига ажратамиз.

Ишқаланиш кучи F нинг йўналиши лебедканинг ҳар эҳтимолдаги ҳаракат йўналишига тескари йўналган бўлади. Болтлардаги кесувчи кучлар нолга тенг бўлса, лебедкани мувозанатни эркин қаттиқ жисмнинг мувозанати ҳолатида қабул қилсак бўлади.

Q , T , $3P$, $3P$, R ва F кучлари таъсирида бўлади. Координата ўқларини қабул қилиб, (y) ўқига нисбатан кучларнинг проекцияларининг йиғиндисини оламиз:

$$R - GP - Q - T \sin 30^\circ = 0$$

бу тенгламадан фундаментнинг нормал реакция кучи

$$R - GP - Q - T \sin 30^\circ = 6P + 2 + 8 \cdot 0,5 = 6P + 6 \quad (1)$$

X ўқига нисбатан проекцияларнинг йиғиндисини эса

$$T \sin 30^\circ - F = 0$$

Бундан ишқаланиш кучи

$$F = T \cos 30^\circ = 8 \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 6,92T$$

Нормал куч ва ишқаланиш кучлари орасидаги боғланиш

$$F = fR$$

Тегишли миқдорларни ўрнига қўйсак,

$$6,92 + (6P + 6) f = (6P + 6) \cdot 0,5$$

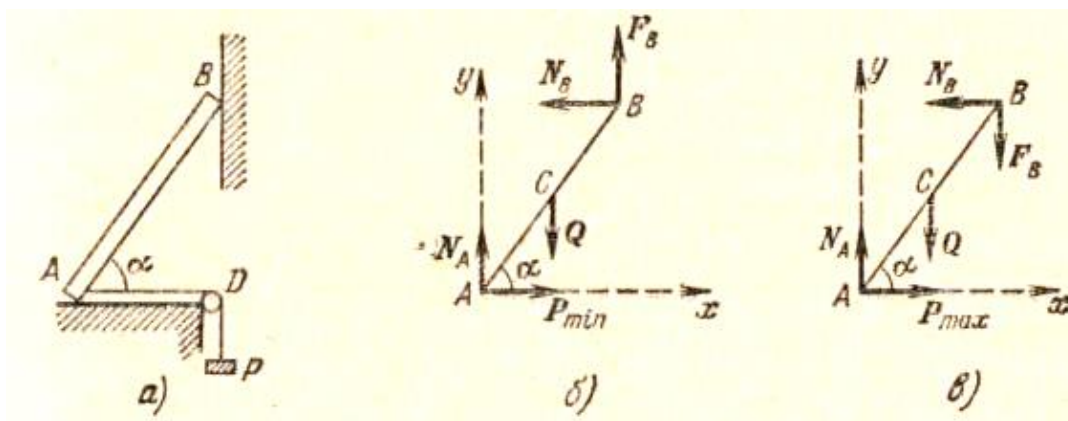
Бу ерда болтларнинг тортишиш кучи

$$P = \frac{6,92 - 6 \cdot 0}{6 \cdot 0,5} \approx 1,3T$$

Шундай қилиб болтлар кесувчи кучлар таъсирида бўлмаслиги ва лебёдка ишқаланиш кучи таъсирида силжimasлиги учун қуйидаги шарт бажарилиши лозим ва керак:

$$P \geq 1,3T$$

1.38-масала: оғирлиги Q бўлган бир жинсли AB стержен силлик юзага B нуқтаси билан таяниб турибди. Стержен ва девор орасидаги ишқаланиш коэффициентини f . A нуқтада стержен горизонтал полга таянади. Стержен D блок орқали ўтувчи AD ип билан мувозанат ҳолатида ушлаб турилади. Ипга P юк осилган. Стерженни мувозанатини бузмасдан P кучининг чегаравий миқдорларни аниқланг.



1.38-расм.

Ечиш: AB стерженни мувозанатини кўриб чиқамиз. Унга C нуқтага қўйилган вертикал бўйича пастга йўналган стержен оғирлиги Q актив куч таъсир этади. Шу билан бирга стерженга урта боғланиш реакцияси таъсир этади, булар горизонтал пол, вертикал девор ва AD ипнинг реакцияси. Боғланишни реакция кучлари билан алмаштираемиз. N_A –горизонтал полнинг реакцияси полга нисбатан перпендикуляр йўналади, ипнинг P таранглиги горизонтал бўйича ўнгга йўналади, вертикал деворнинг реакцияси N_B - нормал реакция кучи горизонтал бўйича чапга йўналган ва F_B -ишқаланиш кучи ташкил этувчиларидан иборат, у вертикал бўйича йўналгандир.

1. P юк минимал миқдорда пастга йўналса, F_B юқорига йўналади;

2. P юк минимал миқдорда юқорига йўналса F_B пастга йўналади, демак ҳаракатга қарама-қарши томонга йўналган бўлади.

AB стерженни мувозанатини эркин қаттиқ жисм деб кўрамиз, у $Q, N_A, N_B, F_B, P_{min}$ кучлар таъсирида бўлади. P_{min} куч миқдорини аниқлаймиз. Координата ўқларини ўтказиб, улар учун мувозанат тенгламаларини тузамиз (б-чизма).

$$\Sigma F_{kx} = P_{min} - N_B = 0$$

$$\Sigma F_{ky} = N_A + F_B - Q = 0$$

$$\Sigma m_B(F_k) = P_{min} \cdot l \cdot \sin \alpha + Q \cdot 0,5 \cdot l \cdot \cos \alpha - N_A \cdot l \cdot \cos \alpha = 0$$

l бу AB стерженнинг узунлиги

ишқаланиш кучини нормал босим кучи орқали боғланиши

$$F_B = f \cdot N_B$$

Ушбу масала статик аниқ бўлади, чунки тўртта тенгламада N_A, N_B, F_B, P_{min} тўртта номаълум ўзаро тенгламалар системасини ечсак,

$$P_{min} = \frac{Q}{2(\operatorname{tg} \alpha + f)}$$

P ни максимал миқдорини аниқлаш учун AB стерженни мувозанатини текшираимиз.

AB стержен эркин қаттиқ жисм деб қолади, унга $N_B, F_B, Q, N_A, P_{max}$ кучлар таъсир қилади. У ҳолда мувозанат тенгламалари қуйидагича бўлади:

$$\Sigma F_{kx} = P_{max} - N_B = 0$$

$$\Sigma F_{ky} = N_A - F_B - Q = 0$$

$$\Sigma m_B(F_k) = P_{max} \cdot l \cdot \sin \alpha + Q \cdot 0,5 \cdot l \cdot \cos \alpha - N_A \cdot l \cdot \cos \alpha = 0$$

$$F_B = f \cdot N_B$$

Тенгламалар системасини биргаликда ечсак,

$$P_{max} = \frac{Q}{2(\operatorname{tg} \alpha + f)}$$

(1) бўлади.

(1) Тенгламадан агарда $\operatorname{tg} \alpha \rightarrow f$ P_{max} чексиз миқдорга эга бўлади. $\operatorname{tg} \alpha < f$ бўлса, Q юқорига кўтарилади. Бу эса мумкин эмас. Шунинг учун ҳам P_{max} куч мавжуд эмас.

Шундай қилиб стерженнинг мувозанатини бузилиши P ни ўзгаришига боғлиқ.

$$\frac{Q}{2(\operatorname{tg} \alpha - f)} \geq P \geq \frac{Q}{2(\operatorname{tg} \alpha + f)} \quad (2)$$

Ушбу масалани бошқача усул билан ишласа бўлади. Масалани шартига кўра N_A полнинг реакция кучини аниқламаса ҳам бўлади. Шунинг учун мувозанат тенгламаларидан N_A йўқ тенгламаларни олиб қараймиз. A нуктага нисбатан моментлар тенгламасини тузамиз:

$$\Sigma m_A(F_k) = N_B \cdot l \cdot \sin \alpha + F_B \cdot l \cdot \cos \alpha - Q \frac{l}{2} \cos \alpha = 0 \quad (3)$$

X ўқига проекцияларнинг алгебраик йиғиндиси нолга тенг бўлиши керак, чунки бу тенгламада N_A номаълумга кирмайди.

$$\Sigma F_{kx} = P \sin - N_B = 0 \quad (4)$$

Юқоридаги тенгламаларга B нуктадаги нормал ва ишқаланиш кучлари қўшилади.

$$F_B = f \cdot N_B \quad (5)$$

(3) тенгламага қўйсақ (4) тенгламадан

$$P_{\min} = \frac{Q}{2(\operatorname{tg} \alpha + f)} \quad (6)$$

P ни максимал қийматини аниқлаш учун мувозанат тенгламаларини тузамиз: (в-чизма).

$$\begin{aligned} \Sigma m_A(F_k) &= N_B \cdot l \cdot \sin \alpha - F_B \cdot l \cdot \cos \alpha - Q \frac{l}{2} \cos \alpha = 0 \\ \Sigma F_{ky} &= P_{\max} - N_B = 0 \\ F_B &= f \cdot N_B \end{aligned}$$

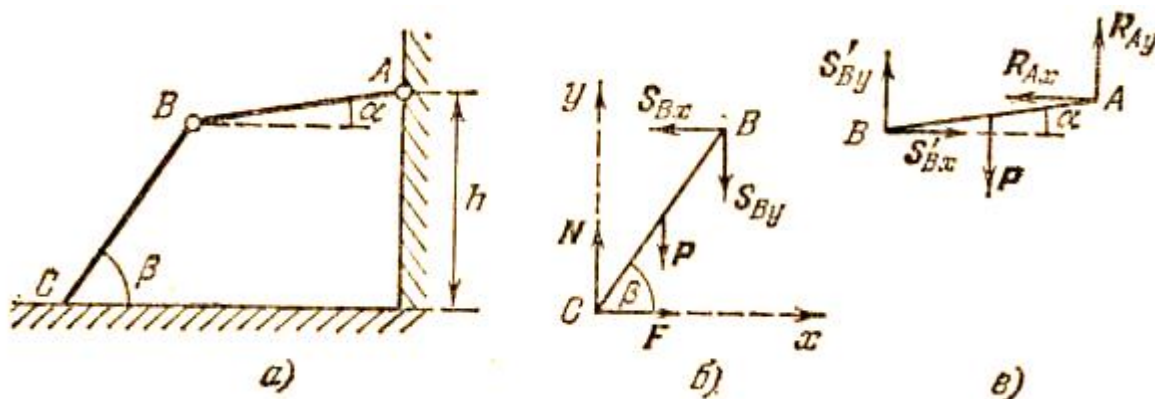
Тенгламалар системасини биргаликда ечсак, P ни максимал миқдорини аниқлаймиз:

$$P_{\max} = \frac{Q}{2(\operatorname{tg} \alpha - f)} \quad (7)$$

Иккала масалани ечиш услубини солиштирсак, биринчи усулда қаттиқ жисм учун мувозанат тенгламаларини туздик, иккинчи усулда N_A реакция кучини ҳисобга олмаганимизда тенгламалар сони кам бўлди, ишланиши ҳам оддий, лекин иккала усулда ҳам натижа ва мақсадга эришилди.

1.39-масала: оғирлиги P ва узунлиги l , AB ва BC бир хил жинсли стержен ўзаро шарнир воситаси билан боғланган. A нуктада стержен AB деворга шарнир воситаси билан маҳкамланган.

A нукта горизонтдан h баландликда жойлашган. C нуктада BC стержен таянади. Стержен BC ва горизонтал пол β бурчак аниқлансин, улар орасидаги ишқаланиши f .



1.39-расм.

Ечиш: BC ва AB стерженларнинг мувозанатини алоҳида-алоҳида кўриб чиқамиз (б, в-чизмалар).

Боғланишларни фикран ташлаб юбориб уларни реакция кучлари билан алмаштирамиз.

BC стерженга P -оғирлик кучи горизонтал полнинг N реакция кучи ҳаракатга қарама-қарши йўналган N ишқаланиш кучлари қўйилгандир. B шарнирнинг реакция кучи ҳам миқдор ҳам йўналиш жиҳатидан номаълум бўлгани учун уни S_{Bx}^P , S_{By}^P ташкил этувчиларига ажратамиз.

AB стерженга P оғирлик кучи B шарнирнинг ташкил этувчи реакция кучлари BC дагига нисбатан қарама-қарши йўналган S_{Bx}^1 , S_{By}^1

A шарнирнинг R_{Ax} R_{Ay} ташкил этувчи реакциялари таъсир этади.

BC стержен учун мувозанат тенгламаларини тузамиз:

$$F - S_{Bx} = 0 \quad (1)$$

$$N - P - S_{By} = 0 \quad (2)$$

$$F \cdot l \cdot \sin \beta - N \cdot l \cdot \cos \beta + P \frac{l}{2} \cdot \cos \beta = 0 \quad (3)$$

(3) тенглама B нуқтага нисбатан моментлар тенгламаси тузилган.

AB стержен учун мувозанатлар тенгламасини тузамиз:

$$\Sigma F_{kx} = S_{Bx}^1 - R_{Ax} = 0 \quad (5)$$

$$\Sigma F_{ky} = S_{By}^1 - P + R_{Ay} = 0 \quad (6)$$

$$\Sigma m_A(F_k) = S_{Bx}^1 \cdot l \cdot \sin \alpha - S_{By}^1 \cdot l \cdot \cos \alpha + P \frac{l}{2} \cos \alpha = 0 \quad (7)$$

(5) ва (6) масалаларним ҳисобга олмасдан чунки масалани шартига кўра R_{Ax} R_{Ay} реакция кучларини топмаса ҳам бўлади. (1), (2) ва (4) тенгламалардан

$$S_{Bx} = f(P + S_{By}) \quad (8)$$

(3) тенгламадан ___ ларни йўқотсак,

$$S_{Bx} \cdot l \cdot \sin \beta - (P + S_{By}) + \frac{P \cdot l}{2} \cos \beta = 0 \quad (9)$$

Ушбу тенгликни $l \cos \beta$ га бўлиб юборсак,

$$f(P + S_{By}) \operatorname{tg} \beta - S_{By} - \frac{P}{2} = 0 \quad (10)$$

(7) тенгламани $l \cos \alpha$ га бўлиб, (8) тенгламага асосан

$$f(P + S_{By}) \operatorname{tg} \alpha - S_{By} + \frac{P}{2} = 0 \quad (11)$$

(10) ва (11) тенгламалардан S_{By} ни йўқотсак,

$$3 \operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{f} \quad (12)$$

ҳосил бўлади. Бу α , β ни аниқловчи биринчи тенглама бўлди. Иккинчи тенгламани геометрик таенгликдан аниқлаймиз.

$$l \cdot \sin \beta + l \cdot \sin \alpha = h \quad (13)$$

бу ердан

$$\sin \beta + \sin \alpha = \frac{h}{l} \quad (14)$$

(12) ва (14) тенгламалардан α бурчакни йўқотсак,

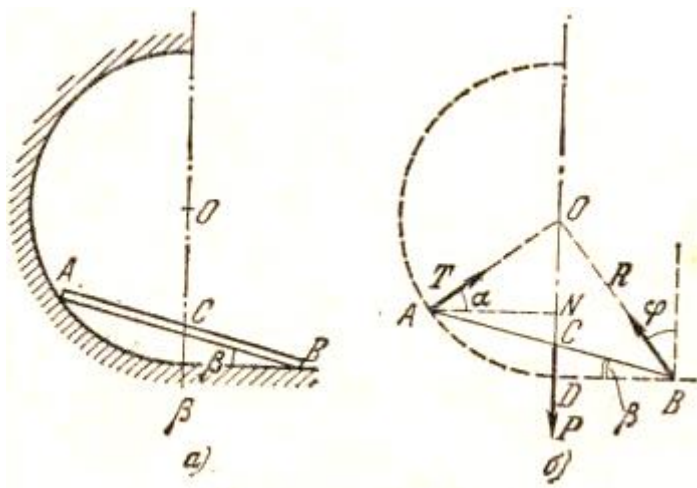
$$3\operatorname{tg}\beta - \frac{\frac{h}{l} - \sin\beta}{\sqrt{1 - (\frac{h}{l} - \sin\beta)^2}} = \frac{2}{f}$$

Ушбу тенгликнинг илдизи β_0 бўлса, $\beta < \beta_0$ да система мувозанат ҳолатида бўлади.

1.40-масала: AB стерженнинг мувозанатини текшираимиз. AB бир жинсли стержен l -узудлиги, A нуктаси билан радиуси r - бўлган бўшлиқ ярим цилиндр сиртига таянади. B нуктаси билан горизонтал полга таянади ($l < 2r$).

Мувозанат ҳолатида оғирлик маркази ярим цилиндр вертикал ўқининг C нуктасида ётади.

Стержен ва горизонтал пол орасидаги ишқаланиш коэффиценти f га тенг бўлса, стержен ва горизонтал пол орасидаги β бурчак жисмнинг мувозанат ҳолатида аниқланг. Бу ҳолда ишқаланиш кучи чегаравий миқдорига эга бўлади.



1.40-расм.

Ечиш: AB стерженни мувозанатини кўриб чиқамиз. Стерженга битта актив P оғирлик кучи таъсир қилади. Стерженнинг оғирлик маркази C нукта цилиндр маркази O нукта билан бир вертикал чизикда ётса P оғирлик кучининг таъсир чизиғи ҳам O нуктадан ўтади.

Стержен иккита таянч воситасига эса, ярим цилиндрнинг текис юзаси ва горизонтал текис пол. Боғланишларни ташлаб юбориб, уларни реакция кучлари билан алмаштирамиз.

Ярим цилиндр текис юзаси AO радиус бўйича юзага нормал ҳолда йўналади ва T билан белгилаймиз. $У$ ҳолда O нуктасида T нормал ва оғирлик кучи P ларнинг таъсир чизиқлари кесишади. Лекин стержен учта куч P , T ва B нуктадаги полни реакцияси таъсирида мувозанат ҳолатида бўлади. Параллел бўлмаган уч куч теоремасига асосан полнинг реакцияси кучи R нинг ҳам таъсир чизиғи O нуктада кесишади. R реакция кучининг йўналишини BO бўйича йўналтирамиз (б-чизма). Нормал билан R реакция кучининг орасидаги φ бурчакни ишқаланиш бурчаги деймиз. $f = \operatorname{tg} \varphi$ деб қабул қиламиз.

$ОВД$ учбурчакдан

$$f = \operatorname{tg} \varphi = \frac{ВД}{ОД} = \frac{BC \cdot \cos \beta}{ОД} = \frac{l \cdot \cos \beta}{2 \cdot r} \quad (1)$$

Горизонт қизиқ ва T кучи орасидаги бурчакни α билан белгилаймиз. $У$ ҳолда A нуктадан вертикал диаметрга нисбатан AN перпендикуляр туширамиз.

$$AN = AO \cdot \cos \alpha = AC \cdot \cos \beta \quad \text{ёки} \quad r \cdot \cos \alpha = \frac{1}{2} \cos \beta \quad (2)$$

Шунга ўхшаш

$$ON = r \cdot \sin \alpha \quad \text{ва} \quad DN = l \cdot \sin \beta \quad \text{демак} \quad r \cdot \sin \alpha + l \cdot \sin \beta = r \quad (3)$$

$$(1) \text{ ва } (2) \text{ тенгламаларни солиштириб } \cos \alpha = f \quad (4)$$

эканлиги

$$\frac{1}{2 \cdot r} = b < 1 \text{ шартга кура} \quad (f < 2 \cdot r)$$

белгилаб (2) ва (3) тенгламалардан

$$\cos \alpha = b \cos \beta \quad (5)$$

$$\sin \alpha = 1 - 2b \cos \beta \quad (6)$$

(5) ва (6) тенгламаларни ҳар иккала томонини квадратга кўтариб қўйсақ қуйидаги қуйидаги тенгликни ҳосил қиламиз:

$$3\epsilon \sin^2 \beta - 4 \sin \beta + \epsilon = 0$$

$$\sin \beta = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 3\epsilon^2}}{3\epsilon}$$

Демак,

$$\cos \beta = \frac{2}{3\epsilon} \sqrt{3\epsilon^2 - 2 \pm \sqrt{4 - 3\epsilon^2}}$$

лекин

$$3\epsilon^2 - 2 - \sqrt{4 - 3\epsilon^2} < 0$$

Бу ҳолда $\cos \beta$ нинг миқдори минимал бўлди, у ҳолда

$$\cos \beta = \frac{2}{3\epsilon} \sqrt{3\epsilon^2 - 2 + \sqrt{4 - 3\epsilon^2}}$$

$$f = \epsilon \cdot \cos \beta = \frac{2}{3} \sqrt{3\epsilon^2 - 2 + \sqrt{4 - 3\epsilon^2}}$$

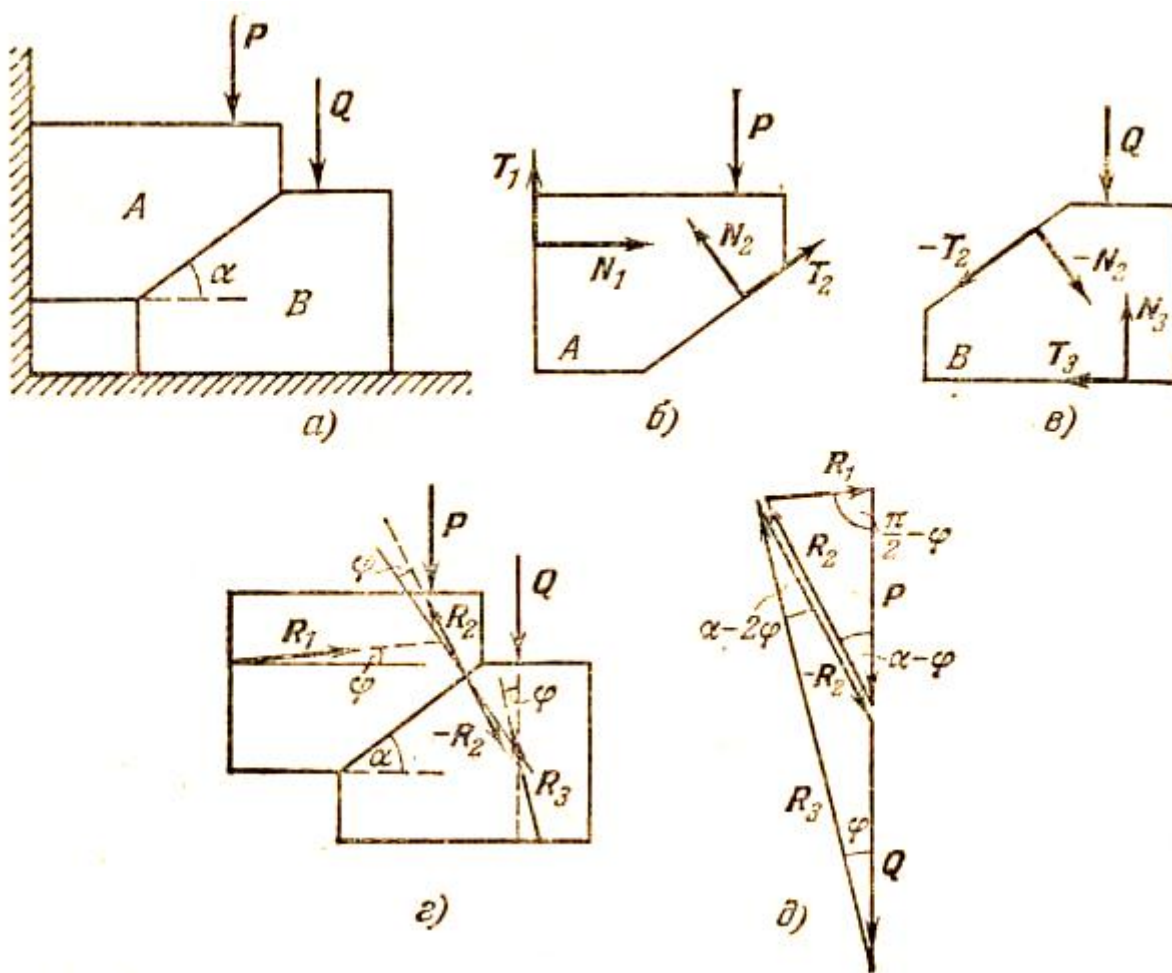
Ушбу масала бошқа масалаларга нисбатан фарқ қилади, чунки биз мувозанат тенгламаларини тузаётганимизда текис юзанинг реакция кучини нормал реакция кучи ва ишқаланиш кучи ташкил этувчиларига ажратдик.

1.41-масала: иккита бир хил A ва B призма нарвон ёки зинапояни ташкил этади. Зиналар P ва Q кучлари билан юкланган (а-чизма).

A призма икинчи призма билан α бурчак ташкил қилиб вертикал деворга таянади. B призма эса горизонтал полга таянади. Призмаларнинг горизонтал пол вертикал девор ўзаро таъсирлари орасидаги ишқаланиш коэффиценти бир хил $f = \operatorname{tg} \varphi$. Призмаларни оғирликлари ҳисобга олинмасин.

Мувозанат шартини аниқланг.

Ечиш: призмаларни алоҳида-алоҳида мувозанатини кўриб чиқамиз. Унинг учун девор, пол ва призмаларни фикран ташлаб юбориб уларни N_1 N_2 N_3 нормал реакция кучлари ва T_1 , T_2 , T_3 ишқаланиш кучлари билан алмаштирамиз. Ҳисоблашни чизмалар бўйича олиб борамиз.



1.41-расм.

Мувозанат ҳолатида максимал уринма (ишқаланиш) кучлари

$$T_1 = f \cdot N_1, \quad T_2 = f \cdot N_2, \quad T_3 = f \cdot N_3$$

У ҳолда A призма учун мувозанат тенгламалари қуйидагича бўлади:

$$N_1 - N_2 \sin \alpha + f \cdot N_2 \cdot \cos \alpha = 0$$

$$N_2 \cdot \cos \alpha + f \cdot N_1 - P + f N_2 \sin \alpha = 0$$

B призма учун мувозанат тенгламалари:

$$f \cdot N_2 \cdot \cos \alpha + N_2 \sin \alpha - f \cdot N_3 = 0$$

$$f \cdot N_2 \cdot \cos \alpha - N_2 \cos \alpha - Q + N_3 = 0$$

Ҳар тўртгала тенгламалар системасини биргаликда ечсак,

$$P = f \cdot Q \frac{2f \cdot \sin \alpha (1 - f^2) \cos \alpha}{(1 - f^2) \sin \alpha - 2f \cdot \cos \alpha}$$

$f = \operatorname{tg} \varphi$ ни ўрнига қўйсак ва тригонометрик функциялардан фойдалансак,

$$P = Q \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg}(\alpha - 2\varphi)}$$

ҳосил бўлади.

$\alpha < 2\varphi$ бўлган тақдирда унинг ечими ва натижа бўлади. Унда мувозанат шарти:

$$P \leq Q \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg}(\alpha - 2\varphi)}$$

бўлар экан.

Ушбу масалани график усулда ечса ҳам бўлади. Унинг учун (б-чизма) уринма ва нормал реакция кучларини битта вектор билан алмаштириш керак.

$$\begin{aligned} R_1 &= N_1 + T_1 \\ \pm R_2 &= \pm N_2 \pm T_2 \\ R_3 &= N_3 + T_3 \end{aligned}$$

Призмаларнинг ҳар бирига учтадан куч таъсир этади. Бунда уч куч теоремасидан фойдаланса бўлади.

Ушбу масала $\alpha > 2\varphi$ дагина ўз ечимига эга бўлади.

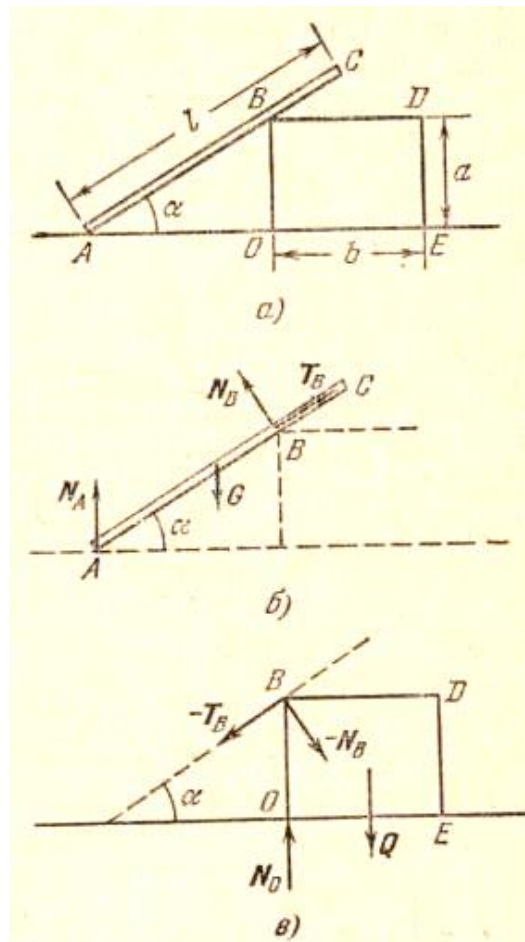
1.42-масала: оғирлиги G узунлиги l бўлган бир жинсли AC стержен A нуқтаси билан горизонтал текисликка таянса ўрталикда B нуқтаси билан ўша текисликда жойлашган призмага таянади. Стержен ва призма орасидаги ишқаланиш бурчаги φ га тенг. Стержен эса ўз навбатида горизонт билан α бурчак ташкил қилади.

Призманинг қандай оғирлигида система мувозанат ҳолатида бўлади. Призманинг ўлчамлари берилган (а-чизма).

Ечиш: стержен ва призманинг мувозанатини алоҳида-алоҳида кўриб чиқамиз. Горизонтал текислик ва призмани фикран ташлаб юбориб уларни стерженга бўлган таъсирини реакция кучлари билан алмаштирамиз.

Стерженга G оғирлик N_A текис текисликнинг нормал реакцияси T_B призманинг текисликка уринма ёки ишқаланиш кучлари таъсир қилади.

A нуқтага нисбатан моментлар тенгламасини тузамиз:



1.42-расм.

$$\Sigma m_A(F_k) = -G \cdot \frac{l}{2} \cos \alpha + N_B \frac{a}{\sin \alpha} = 0$$

бу тенгламадан

$$N_B = \frac{G \cdot l}{2a} \cos \alpha \cdot \sin \alpha$$

Энди пол ва стерженни фикран ташлаб юбориб призманинг мувозанатини кўриб чиқамиз. (в-чизма). Призмага Q оғирлик кучи, стерженнинг босим кучи N_B , ишқаланиш кучи T_B ва текисликнинг нормал реакция кучи N_O таъсир қилади. Текисликнинг нормал реакция кучини тенг таъсир этувчисини қаерга жойлаштирсак бўлади? агарда Q кучидан ўртароққа жойлаштирсак ўша нуқтага нисбатан моментлар тенгламаси бажарилмайди, демак жойлашиш нуқтаси OE кесманинг чап ярмида бўлиши керак.

B -чизмада критик мувозанат ҳолати кўрсатилган.

N_B босим кучини горизонтал ташкил этувчиси T_B ишқаланиш кучининг горизонтал ташкил этувчисидан модуль жиҳатидан олиб кетмаслиги керак.

$$T_B \cos \alpha \geq N_B \sin \alpha$$

Бу ҳолатда ишқаланиш кучи ўзининг максимал қийматига эга бўлмайди.

T_B $N_B \operatorname{tg} \varphi$ қийматини қўйсак

$$\operatorname{tg} \varphi \cdot N_B \cdot \cos \alpha \geq N_B \sin \alpha \quad \text{ёки} \quad \operatorname{tg} \varphi \geq \operatorname{tg} \alpha \quad \text{яъни} \quad \varphi \geq \alpha$$

Призмага таъсир этувчи кучларни O нуқтага нисбатан моментлар тенгламасини тузамиз:

$$T_B \cdot a \cdot \cos \alpha - N_B \cdot a \cdot \sin \alpha - Q \frac{b}{2} = 0$$

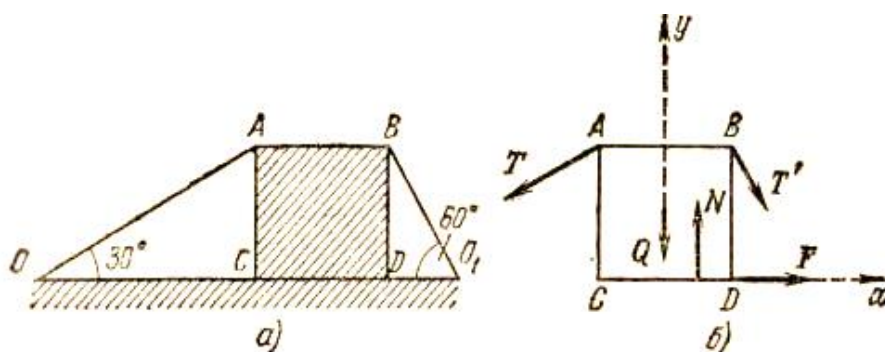
$T_B = N_B \cdot \operatorname{tg} \varphi$ ни ўрнига қўйсак,

ёки

$$Q = \frac{G \cdot l}{2b \cdot \cos \varphi} \cdot \sin(\varphi - \alpha) \cdot \sin \alpha$$

$\varphi \geq \alpha$ шарти бажарилса, масала ечилишига эса бўлади. $\varphi = \alpha$ бўлса ҳам призма мувозанат ҳолатида бўлади.

1.43-масала: оғирлиги Q бўлган квадрат яшик нотекис текисликда жойлашган. Пол ва яшик орасидаги ишқаланиш коэффициенти f га тенг. Пол билан 30° ва 60° бурчак ҳосил қилган трос (арқон) яшик орқали ўтиб O ва O_1 нуқталарда маҳкамланган. Яшик ва трос орасидаги ишқаланишни ҳисобга олмасдан трос (арқон) ни шундай таранглик кучини аниқлаш керакким яшик тинч ҳолатда бўлсин.



1.43-расм.

Ечиш: яшикни мувозанат ҳолатини текшириб кўрамиз (б-чизма).

Яшикка унинг оғирлиги Q таъсир қилиб, вертикал бўйича пастга йўналгандир. Яшикка шу билан бирга иккита боғланиш қўйилган тросс ва пол.

Фикран бу боғланишларни ташлаб юбориб уларни реакция кучлари билан алмаштирамиз. Яшик ва трос ўртасида ишқаланиш ҳисобга олинмаганлиги сабабли троснинг T таранглик кучи барча жойда бир хил миқдорга эга бўлади.

Троснинг таранглик кучлари OA ва O_1B лар бўйича йўналган бўлади. полнинг реакция кучини N нормал реакция ва уринма F ишқаланиш кучларига ажратамиз. Чизмада кўрсатилгандек яшикка бешта куч таъсир этади. X ва y координата ўқларига нисбатан кучларнинг йиғиндисини нолга тенглаштириб мувозанат тенгламаларини тузамиз:

$$\Sigma F_{kx} = T \cos 60^\circ - T \cos 30^\circ + F = 0 \quad (1)$$

$$\Sigma F_{ky} = N - Q - T \sin 60^\circ - T \sin 30^\circ = 0 \quad (2)$$

Ишқаланиш кучи нормал босим кучи орасидаги боғланиш:

$$F = f \cdot N \quad (3)$$

(2) тенгламадан

$$N = Q + T(\sin 60^\circ + \sin 30^\circ) \quad (4)$$

Тегишли қийматларни ўрнига қўйсак,

$$T(\cos 60^\circ - \cos 30^\circ) + f[Q + T(\sin 60^\circ + \sin 30^\circ)] = 0 \quad (5)$$

T га нисбатан (5) тенгламани ечсак,

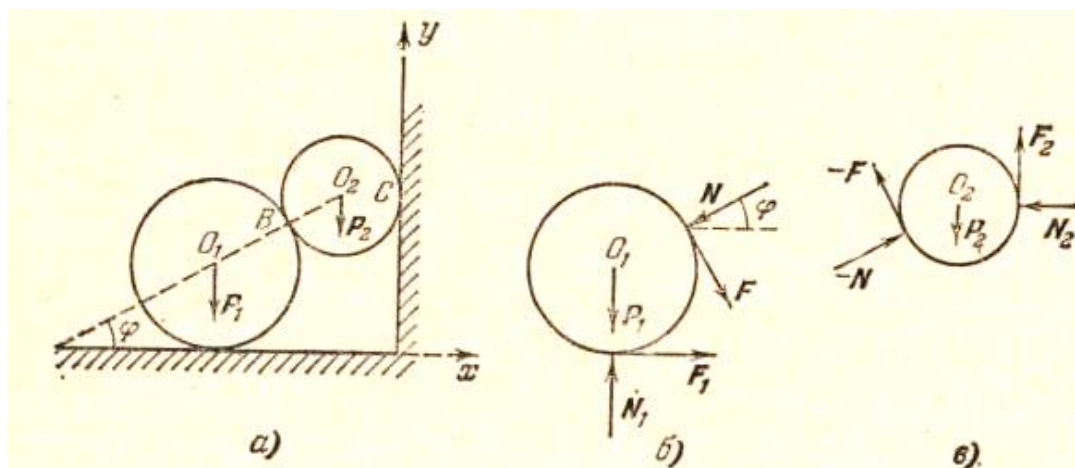
$$T = \frac{f \cdot Q}{\cos 60^\circ - \cos 30^\circ - f(\sin 60^\circ + \sin 30^\circ)} = \frac{2fQ}{\sqrt{3} - 1 - f(\sqrt{3} + 1)}$$

$$T \leq \frac{2fQ}{\sqrt{3} - 1 - f(\sqrt{3} + 1)} \text{ яшик тинч ҳолатда бўлади.}$$

1.44-масала: оғирликлари P_1 ва P_2 радиуслари r_1 ва r_2 иккита цилиндр горизонтал пол ва вертикал деворга шундай таянадики, цилиндрлар марказини туташтирувчи O_1 ва O_2 тўғри чизиқ горизонт билан φ бурчак ҳосил қилади.

Биринчи цилиндр ва горизонтал пол билан ҳосил қилган ишқаланиш коэффициентини f_1 иккинчи цилиндр ва вертикал девор орасидаги ишқаланиш коэффициентини f_2 ва цилиндрлар орасидаги ишқаланиш коэффициентини f бўлсин.

Ишқаланиш коэффициентини минимал қийматларида мувозанати шартини полнинг нормал реакция кучини девор ва цилиндр орасидаги реакция кучлари аниқлансин.



1.44-расм.

Ечиш: ҳар иккала цилиндрни мувозанатини алоҳида-алоҳида кўриб чиқамиз (б, в-расм). Фикран пол, девор ва цилиндрни ташлаб юбориб уларни реакция кучлари билан алмаштирамиз. Ҳар бир реакция кучларини нормал ташкил этучиларига ва реакция кучига алмаштирамиз. У ҳолда биринчи цилиндрга бешта куч таъсир қилади: оғирлик куч, иккита нормал куч ва иккита реакция кучи ва биринчи цилиндрни эркин жисм деб кўрамиз (б-расм). Шунга ўхшаш иккинчи цилиндр мувозанатини кўрамиз. Ишқаланиш кучлари цилиндр ҳаракатига қарама-қарши йўналиб ишқаланиш кучлари тегиб турган юзаларга ўтқазилган уринма бўйича йўналади.

Биринчи цилиндр учун мувозанат тенгламасини тузамиз:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma F_{kx} &= F_1 - N \cos \varphi + F \sin \varphi = 0 \\ \Sigma F_{ky} &= N_1 - P_1 - N \cdot \sin \varphi - F \cdot \cos \varphi = 0 \\ \Sigma \text{mom}_{O_1}(F_k) &= F_1 \cdot r_1 - F \cdot r_1 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Иккинчи цилиндр учун

$$\left. \begin{aligned} \Sigma F_{kx} &= N \cdot \cos \varphi - N_2 - F \cdot \sin \varphi = 0 \\ \Sigma F_{ky} &= N \cdot \sin \varphi - P_2 + F_2 + F \cdot \cos \varphi = 0 \\ \Sigma \text{mom}_{O_2}(F_k) &= F_2 \cdot r_2 - F \cdot r_2 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Ушбу тенгламаларга нормал босим кучидани ҳосил бўлган чегаравий ишқаланиш кучларини қўшамиз.

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= f_1 \cdot N_1 \\ F &= f \cdot N \\ F_2 &= f_2 \cdot N_2 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Тўққизта тенгламалар системасини биргаликда ечсак қуйидагиларни аниқлаймиз:

Ишқаланиш коэффициентларининг миқдорлари минимал ҳисобланади, агарда бу қийматлар ошса, системанинг мувозанати сақланади. Ишқаланиш кучларини миқдорлари чегаравий миқдорга эришмайди.

$$f_1 = \frac{P_2 \cdot \cos \varphi}{P_1(1 + \sin \varphi + \cos \varphi) + P_2(1 + \sin \varphi)};$$

$$f_2 = 1,$$

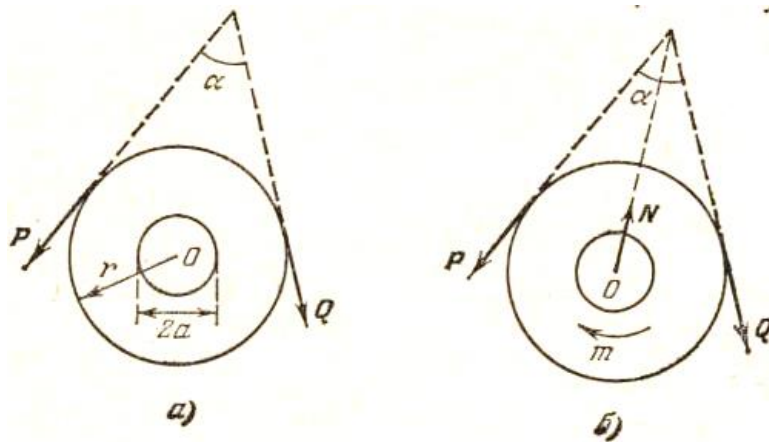
$$f = \frac{\cos \varphi}{1 + \sin \varphi};$$

$$N_1 = P_1 + P_2 \frac{1 + \sin \varphi}{1 + \sin \varphi + \cos \varphi};$$

$$N_2 = \frac{P_2 \cdot \cos \varphi}{1 + \sin \varphi + \cos \varphi};$$

$$N = P_2 \frac{1 + \sin \varphi}{1 + \sin \varphi + \cos \varphi}.$$

1.45-масала: Подшипникларга ўрнатилган радиуси (a) бўлган валга (r) бўлган шкив ўрнатилган. Вал ва подшипниклар орасидаги ишқаланиш коэффициенти f . Шкивга Q кучи P билан (α) бурчак ташкил қилиб таъсир қилади. Шкивни мувозанат ҳолатида ушлаб турувчи P кучининг максимал қийматини шу билан бирга $\alpha = \pi/2$ ва P кучи Q га параллел бўлган ҳолатларда P кучининг миқдорини аниқлаш керак.



1.45-расм.

Ечиш: подшипникларни фикран ташлаб юбориб уларнинг таъсирини N -нормал реакция кучи ва m -ишқаланиш моменти билан алмаштирамиз. Вал билан шкивнинг биргаликдаги мувозанатини текширамиз.

O -нуқтага нисбатан ишқаланиш кучининг моменти

$$m = f \cdot N \cdot a \quad (1)$$

бўлади.

Ишқаланиш кучининг моменти мумкин бўлган ҳаракат йўналишига қарама-қарши бўлади.

Шундай қилиб бу моментнинг йўналиши энг кичик куч моментининг йўналиши билан мос бўлади. $Q < P$ эканлигини инобатга олиб, вал билан шкив учун O нуқтага нисбатан моментлар тенгламасини тузамиз.

$$P \cdot r - Q \cdot r - f \cdot N \cdot a = 0 \quad (2)$$

N -нормал реакция кучи Q ва P кучларнинг тенг таъсир этувчиси сифатида аниқланилади.

$$N = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cdot \cos \alpha} \quad (3)$$

(2) тенгламага қўйсак

$$\left(1 - \frac{f^2 \cdot a^2}{r^2}\right) P^2 - \left(2Q + 2Q \cos \alpha \frac{f^2 \cdot a^2}{r^2}\right) P + Q^2 \left(1 - \frac{f^2 \cdot a^2}{r^2}\right) = 0 \quad (4)$$

Рнинг миқдори катта квадрат тенгламанинг илдизига тенгдир. Кичик илдизи эса $Q < P$ ҳолатига тегишлидир.

P ва Q параллел бўлса, унинг ечими соддалашади.

$$N = P + Q \quad (5)$$

(2) тенгламадан

$$P = Q \frac{r + f \cdot a}{r - f \cdot a} \quad (6)$$

$\alpha = \pi/2$ бўлса, P ва Q лар ўзаро перпендикуляр бўлади.

(4) тенгламадан

$$P = Q \left[\frac{r^2}{r^2 - f^2 \cdot a^2} \pm \sqrt{\left(\frac{r^2}{r^2 - f^2 \cdot a^2}\right) - 1} \right] \quad (7)$$

Манфий ишора тенгламани қониқтирма, чунки

$$\frac{r^2}{r^2 - f^2 \cdot a^2} - \sqrt{\left(\frac{r^2}{r^2 - f^2 \cdot a^2}\right)^2 - 1} < 1 \quad (8)$$

$$\varphi(x) = x - \sqrt{x^2 - 1}$$

$$x = 1 \text{ да } \varphi(1) = 1$$

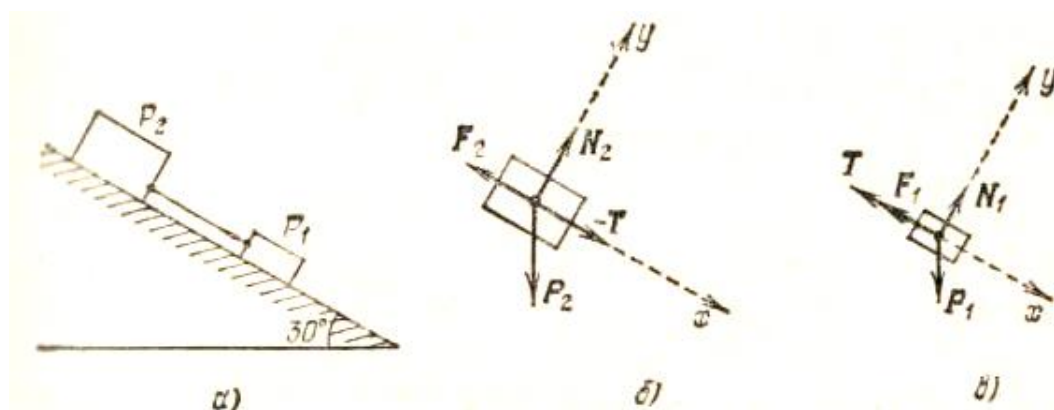
$$\varphi^1(x) = 1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}} < 0 \quad x > 1 \text{ да}$$

$$x = \frac{r^2}{r^2 - f^2 \cdot a^2} > 1 \text{ кўрилган холат учун}$$

1.46-масала: горизонт билан $\alpha = 30^\circ$ ташкил қилган текисликда $P_1 = 400$ кг ва $P_2 = 600$ кг юк трос билан тортиб қўйилган (а-чизма). Юк ва қия текисликлар ўртасидаги ишқаланиш кучлари $f_1 = 0,4$, $f_2 = 0,8$.

Троснинг Т таранглик кучи ишқаланиш кучларининг F_1 , F_2 модуллерини аниқлаш керак.

Юклар ҳаракатда бўладими ёки мувозанат ҳолатида?



1.46-расм.

Ечиш: биринчи юкни боғланишни фикран ташлаб юбориб, мувозанатини текширамыз. Юкка P_1 -унинг оғирлиги, N_1 -нормал реакция кучи F_1 -ишқаланиш кучи ва T -троснинг таранглиги таъсир қилади.

Мувозанат тенгламаларини тузамиз:

$$\left. \begin{aligned} \sum_1^n kF_{kx} &= P_1 \sin 30^\circ - T - F_1 \\ \sum_1^n kF_{ky} &= N_1 - P_1 \cos 30^\circ = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Ушбу тенгламаларга ишқаланиш кучини нормал босимдан боғланишини қўшамиз:

$$F_1 = f_1 \cdot N_1 = f_1 \cdot P_1 \cos 30^\circ \quad (2)$$

Тенгламалар системасини биргаликда ечсак,

$$T = P_1 \cdot \sin 30^\circ - F_1 = P_1 \cdot \sin 30^\circ - f_1 \cdot P_1 \cdot \cos 30^\circ = 61,6 \text{ кг} \quad (3)$$

Демак, трос бўлмаганда биринчи юк текислик бўйича паства ҳаракатланган бўлар эди. Иккинчи юк ҳам ҳаракатга келадими ёки йўқми унинг мувозанатини кўриш керак.

Иккинчи юкка P_2 -нинг оғирлиги T -троснинг таранглиги N_2 -нормал реакция кучи ва F_2 -ишқаланиш кучи таъсир қилади.

Координата ўқларига нисбатан проекциясини олсак:

$$\left. \begin{aligned} \sum_1^n kF_{kx} &= P_2 \sin 30^\circ + T - F_2 = 0 \\ \sum_1^n kF_{ky} &= N_2 - P_1 \cos 30^\circ = 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

(4) тенгламани биринчисидан

$$F_2 = P_2 \cdot \sin 30^\circ + T = 600 \cdot 0,5 + 61,6 = 361,5 \quad (5)$$

Агарда ушбу миқдор максимал қийматидан кичик бўлса, иккала юк ҳам мувозанатда бўлади.

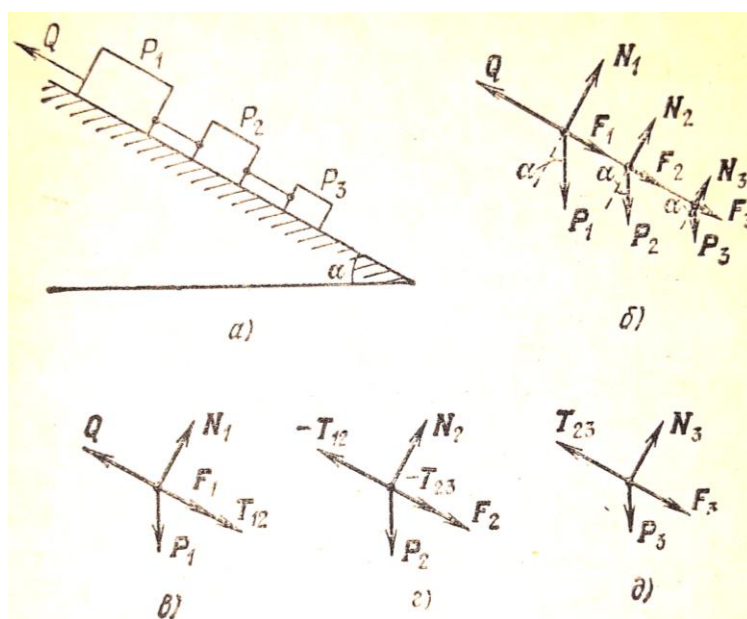
(4) тенгламани иккинчисидан ишқаланиш кучининг максимал миқдори

$$\begin{aligned} N_2 &= P_2 \cdot \cos 30^\circ = 600 \frac{\sqrt{3}}{2} \\ F_{2\max} &= f_2 \cdot N_2 = 0,8 \cdot 600 \frac{\sqrt{3}}{2} = 415,2 \text{ кг} \end{aligned} \quad (6)$$

Демак система мувозанат ҳолатида бўлар экан.

1.47-масала: оғирликлари P_1 , P_2 , P_3 бўлган учта юк трос воситаси билан боғланган. Улар горизонт билан α бурчак ташкил қилган текисликда ётади. Юкларнинг текислик билан ташкил қилган ишқаланиш коэффициентлари f_1 , f_2 ва f_3 .

T_{12} ва T_{23} троснинг таранглигини ва юкларни юқорига ҳаракатга келтирувчи кучни аниқлансин.



1.47-расм.

Ечиш: учта юкни мувозанатини текшираимиз, чунки текис ўзгарувчан тўғри чизикли ҳаракатда ёки тинч ҳолатда системага таъсир қилувчи кучлар мувозанат ҳолатида бўлади. Қия текисликни фикран ташлаб юбориб унинг таъсирини реакция кучлари билан алмаштираимиз. (б-чизма). У ҳолда юклар системасига P_1, P_2, P_3 ва Q актив кучлар N_1, N_2, N_3 нормал реакция кучлари ва F_1, F_2, F_3 ишқаланиш кучлари таъсир қилади.

Қия текисликка нисбатан йўналишлар ва унга тик бўлган йўналишлардаги мувозанат тенгламалари қуйидагича бўлади:

$$\sum_1^n kF_{kx} = Q - F_1 P_1 \sin \alpha - F_2 - P_2 \sin \alpha - F_3 - P_3 \sin \alpha = 0 \quad (1)$$

$$\sum_1^n kF_{ky} = N_1 + N_2 + N_3 - P_1 \cos \alpha - P_2 \cos \alpha - P_3 \cos \alpha = 0 \quad (2)$$

Тросни фикран кесиб, ҳар бир юкни алоҳида мувозанатини текшираимиз. Тросни боғланишини реакция кучи билан реакция кучи билан алмаштираимиз. (в,г,д-чизмалар) учун мувозанат тенгламаларини тузамиз.

$$Q - F_1 - T_{12} - P_1 \cdot \sin \alpha = 0 \quad (3)$$

$$N_1 - P_1 \cos \alpha = 0 \quad (4)$$

$$T_{12} - F_2 - T_{23} - P_2 \sin \alpha = 0 \quad (5)$$

$$N_2 - P_2 \cos \alpha = 0 \quad (6)$$

$$T_{23} - F_3 - P_3 \sin \alpha = 0 \quad (7)$$

$$N_3 = P_3 \cos \alpha = 0 \quad (8)$$

(4) (6) ва (8) тенгламаларга асосан

$$F_1 = f_1 \cdot N_1 = f_1 \cdot P_1 \cdot \cos \alpha \quad (9)$$

$$F_2 = f_2 \cdot N_2 = f_2 \cdot P_2 \cdot \cos \alpha \quad (10)$$

$$F_3 = f_3 \cdot N_3 = f_3 \cdot P_3 \cdot \cos \alpha \quad (11)$$

У ҳолда (1) тенгламадан:

$$Q = (P_1 + P_2 + P_3) \sin \alpha + (f_1 \cdot P_1 + f_2 \cdot P_2 + f_3 \cdot P_3) \cos \alpha \quad (12)$$

(3) тенгламадан тарангликкучи

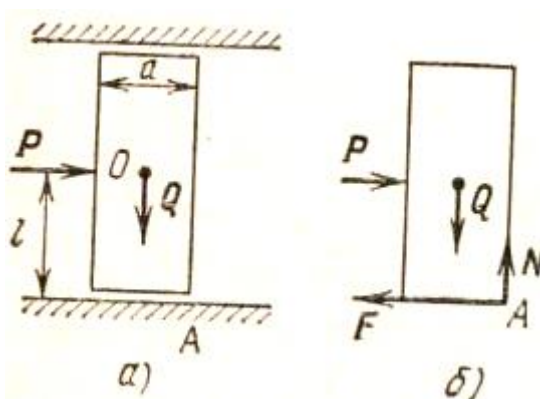
$$T_{12} = (P_2 + P_3) \sin \alpha + (f_2 P_2 + f_3 P_3) \cos \alpha \quad (13)$$

(7) тенгламадан

$$T_{23} = P_3 \sin \alpha + f_3 P_3 \cos \alpha \quad (14)$$

1.48-масала: темир йўл вагонининг эшиклари горизонтал йўлакчалар бўйлаб ҳаракатланади. Эшикнинг пастки йўлакча билан ҳосил қилган ишқаланиш коэффициентини (f) эшикни оғирлик маркази симметрия ўқида ётади.

Эшикни оғирлиги Q эни (a) бўлса, l масофасининг миқдорини аниқланг.



1.48-расм.

Ечиш: агарда P кучи таъсир этмаганда N нормал реакция кучининг тенг таъсир этувчиси эшикнинг ўртасига қўйилган бўлар эди, унинг таъсир чизиғи Q билан учрашар эди. P кучи таъсирида момент ҳосил бўлиб, эшикни ағанатиб юборишга ҳаракат қилади. Бу момент P ва F кучлари таъсирида ҳосил бўлади.

Моментни ушлаб туриш учун N кучи ўнг томонга силжийди.

P кучи қанча кўп бўлса, оғиб юборувчи момент шунча катта бўлиб, N нормал кучи ўнг томонга шунча силжийди. Энг чекка қўйиш нуқтаси A бўлади. P кучини таъсирини яна ҳам юқорилатсак, кучларни мувозанатлаш учун эшик қийшайиб, чап бурчакда реакция кучи ҳосил бўлади. u пастга томон йўналгандир. Нормал реакция кучи A нуқтада бўлган ҳолат учун мувозанатини кўриб чиқамиз.

Эшикка P ва Q актив кучлари N нормал куч ва F ишқаланиш кучи таъсир қилади.

$$\Sigma F_{kx} = P - F = 0 \quad (1)$$

$$\Sigma F_{ky} = N - Q = 0 \quad (2)$$

$$\Sigma m_A(F_k) = -P \cdot l + Q \frac{a}{2} = 0 \quad (3)$$

Ишқаланиш кучи ва нормал реакция кучи орасидаги боғланиш

$$F = fN \quad (4)$$

(1), (2) ва (4) тенгламалардан

$$P = fQ \quad (5)$$

(3) тенгламага қўйсак

$$Q \frac{a}{2} - P \cdot l = f \cdot Q \cdot l$$

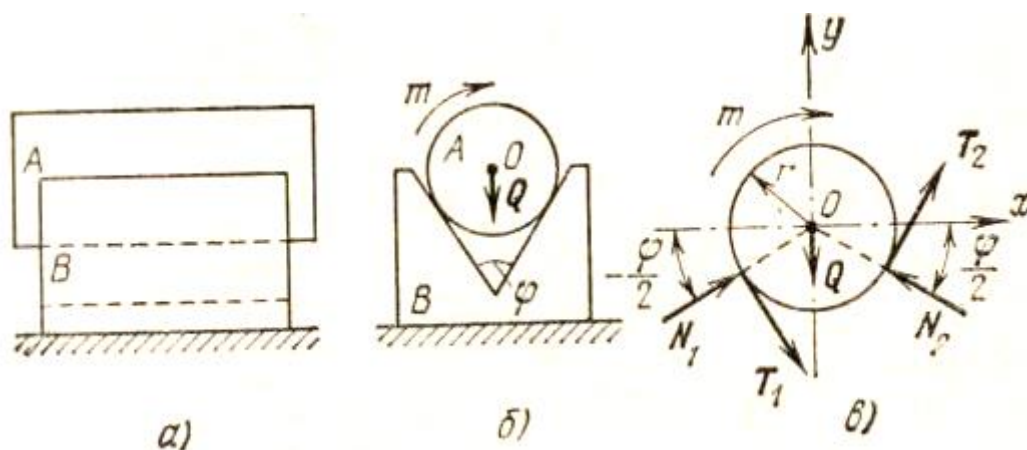
бу ердан

$$l = \frac{a}{2f} \quad (6)$$

l юқоридаги қийматдан ошмаса эшик қийшаймайди, агарда $l > a/2f$.

1.49-масала: оғирлиги Q ва радиуси r бўлган A -цилиндр B горизонтал йўналтирувчисининг φ бурчагида ётади. (а, б-чизма). Цилиндр ва йўналтирувчи орасидаги ишқаланиш коэффициенти f . Цилиндрнинг айланма ҳаракати бошланмагандиги m -моментнинг максимал миқдори аниқлансин.

Ечиш: йўналтирувчини ташлаб юбориб, уни таъсирини реакция кучлари билан алмаштириб цилиндрни мувозанатини текшираемиз. Цилиндрга Q кучи ва m -момент актив кучлар N_1 ва N_2 реакция кучлари, T_1 ва T_2 ишқаланиш кучлари таъсир қилади.



1.49-расм.

Ишқаланиш кучлари цилиндрга уринма ҳолда мумкин бўлган ҳаракатга қарама-қарши томонга йўналгандир. Нормал реакция кучларини x ўқи билан ҳосил қилган бурчаги $\left(\frac{\varphi}{2}\right)$, ишқаланиш кучларини (y) ўқи билан ҳосил қилган бурчаги $(\varphi/2)$ бўлади.

x ва y ўқларига нисбатан проекцияларининг йиғиндисини оламиз:

$$\Sigma F_{kx} = N_1 \cdot \cos \frac{\varphi}{2} - N_2 \cos \frac{\varphi}{2} + T_1 \sin \frac{\varphi}{2} + T_2 \sin \frac{\varphi}{2} = 0 \quad (1)$$

$$\Sigma F_{ky} = N_1 \cdot \sin \frac{\varphi}{2} + N_2 \sin \frac{\varphi}{2} - T_1 \cos \frac{\varphi}{2} + T_2 \cos \frac{\varphi}{2} - Q = 0 \quad (2)$$

Ихтиёрий (O) нуқтага нисбатан моментлар тенгламаси:

$$\Sigma m_0(F_k) T_1 \cdot r + T_2 \cdot r - m = 0 \quad (3)$$

Учта тенгламада m, N_1, N_2, T_2, T_1 –лар номаълум, шунинг учун

$$T_1 = f \cdot N_1, \quad T_2 = f \cdot N_2 \quad (4)$$

Ушбу натижаларни (1) ва (2) тенгламаларга қўйсак,

$$\left. \begin{aligned} (N_1 - N_2) \cos \frac{\varphi}{2} + f(N_1 + N_2) \sin \frac{\varphi}{2} &= 0 \\ -f(N_1 - N_2) \cos \frac{\varphi}{2} + (N_1 + N_2) \sin \frac{\varphi}{2} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

(5) тенгламани биринчи ва системанинг иккинчи тенгламасидан:

$$N_1 + N_2 \frac{Q}{(1 + f^2) \sin \frac{\varphi}{2}} \quad (6)$$

(3) тенгламага олиб бориб қўйсак,

$$m = r \cdot f(N_1 + N_2) \quad (7)$$

$$m = \frac{f \cdot r \cdot Q}{(1 + f^2) \cdot \sin \frac{\varphi}{2}} \quad (8)$$

Бу ҳолда цилиндр мувозанат ҳолатида бўлади.

(2) тенгламага (6) даги қийматини қўймак,

$$\frac{Q}{1 + f^2} - T_1 \cdot \cos \frac{\varphi}{2} + T_2 \cos \frac{\varphi}{2} - Q = 0 \quad (9)$$

(3) тенгламага (9) даги қийматини қўйсак

$$T_1 + T_2 = \frac{f \cdot Q}{(1 + f^2) \sin \frac{\varphi}{2}} \quad (10)$$

Ушбу тенгликни $\cos \frac{\varphi}{2}$ га қўпайтириб, (9) билан қўшсак,

$$T_2 = \frac{f \cdot Q}{2(1 + f^2) \cdot \sin \frac{\varphi}{2}} + \frac{1}{2 \cdot \cos \frac{\varphi}{2}} \left(Q - \frac{Q}{1 + f^2} \right) \quad (11)$$

(10) тенгламага қўйсак,

$$T_1 = \frac{f \cdot Q}{2(1 + f^2) \cdot \sin \frac{\varphi}{2}} - \frac{1}{2 \cdot \cos \frac{\varphi}{2}} \left(Q - \frac{Q}{1 + f^2} \right) \quad (12)$$

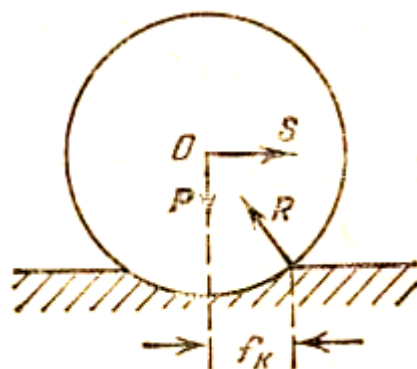
(4) тенгламадан нормал реакция кучлари аниқланилади.

$$N_2 = \frac{Q}{2(1 + f^2) \cdot \sin \frac{\varphi}{2}} + \frac{1}{2f \cdot \cos \frac{\varphi}{2}} \left(Q - \frac{Q}{1 + f^2} \right) \quad (13)$$

$$N_1 = \frac{Q}{2(1 + f^2) \cdot \sin \frac{\varphi}{2}} - \frac{1}{2f \cdot \cos \frac{\varphi}{2}} \left(Q - \frac{Q}{1 + f^2} \right) \quad (14)$$

Малакаларини ошириш учун И.В.Мешчерский “Масалалар тўплами”дан 2.56, 2.60, 2.62, 2.63, 2.64, 2.65, 2.67, 2.68, 2.69, 2.71, 4.64, 4.66, 4.68, 4.69, 4.72, 4.74, 4.75 масалаларни ечиш тавсия этилади.

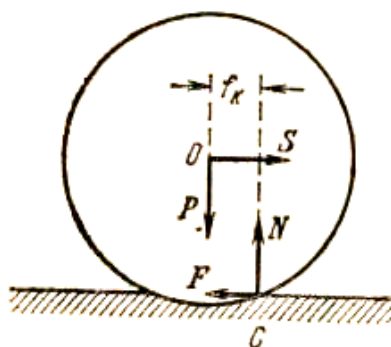
2⁰. ҚАТТИҚ ЖИСМНИНГ ДУМАЛАШ ИШҚАЛАНИШИ.



1.42-расм.

Катакка S кучи таъсир қилади. S текисликка параллел ҳолатдаги ҳолни кўриб чиқамиз. Тажрибадан шу маълумки, S нинг S чегаравий миқдорида каток мувозанат ҳолатида бўлади. Катокка P кучи S кучи ва текисликнинг R реакция кучи таъсир қилади. R кучи O -нуқтадан ўтиши керак.

R реакция кучини N -нормал ва F -уринма ташкил этувчи кучларига ажратамиз.



1.43-расм

Тоza думалаш бўлиши учун $F < N$ бўлиши керак.

f -ишқаланиш коэффициенти. Каток ва текисликларнинг деформацияланиши ишқаланиш вужудга келади.

Масала ечишда:

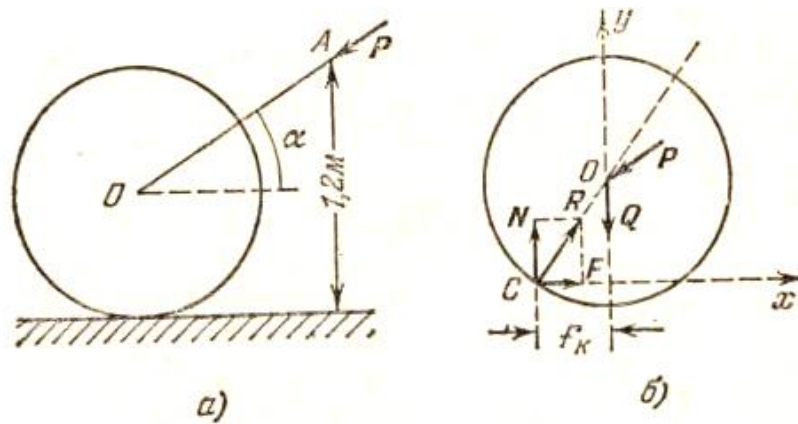
- 1) жисмни ажратиб олиш;
- 2) жисмга таъсир этувчи актив кучларни кўрсатиш;
- 3) жисмни боғланишдан холос этиб, реакция кучларини кўрсатиш;
- 4) ушбу жисмни эркин деб олиб, мувозанатини текшириш, R реакция кучини O -нуқтадан ўтадиган қилиб йўналтириш ёки уни N нормал

реакция кучи ва F – ишқаланиш кучидан иборат бўлган ташкил этувчиларига ажратиш керак;

- 5) номаълум сонини ва тенгламалар сонини таққослаш;
- 6) мувозанат тенгламаларини тузиш;
- 7) тенгламани ечиб, номаълумларни аниқлаш;
- 8) ишқаланиш кучини миқдорини унинг максимал миқдори билан таққослаш.

1.50-масала: оғирлиги $Q=392$ кг, диаметри 60 см бўлган цилиндрик катокни рукаяткаси $AO=1,5$ м бўлган ва AO йўналишида одам $P=const$ куч билан текис ҳаракатга келтирилади. A нуқтанинг горизонт билан 1,2 метр баландликда бўлади. Катокнинг ишқаланиш коэффиценти $f=0,5$ см, сирпаниш коэффиценти $f=0,2$.

P кучи миқдорини думалашда ишқаланиш куч ва горизонтал текисликнинг нормал реакциясини аниқланг.



1.50-расм

Ечиш: катокни текис думалашда катокка таъсир қилувчи барча кучлар мувозанатлашади. Катокка унинг оғирлиги Q ва одамнинг босим кучи P лар таъсир қилади. Шу билан бирга катокка горизонтал текисликнинг реакцияси ҳам таъсир қилади. Горизонтал текисликни ташлаб юбориб, уни таъсирини R реакция кучи билан алмаштирамыз.

Ушбу реакция кучи вертикалдан F_k масофада C нуқтага қўйилган бўлади. R реакция кучи CO тўғри чизик бўйлаб йўналган бўлиб, учкуч теоремасига

асосан уларнинг таъсир чизиқлари бир нуқтада кесишади, бу O нуқтадир (б-чизма). Горизонтал текисликнинг реакция кучи ни текисликка перпендикуляр йўналган N -нормал ва F -уринма ташкил этувчи кучларга ажратамиз.

Q , P , N ва F кучлар таъсиридаги жисмнинг мувозанатини текшираемиз. Координаталар хоу ҳисоблаш системасини қабул қилаемиз.

Горизонт ва OA рукоятка орасидаги бурчакни α билан белгилаб, мувозанат тенгламаларини тузамиз:

$$\Sigma F_{kx} = F - P \cdot \cos \alpha = 0 \quad (1)$$

$$\Sigma F_{ky} = N - Q - P \sin \alpha = 0 \quad (2)$$

$$\Sigma m_c(F_k) = P \cdot \cos \alpha \cdot r - (Q + P \sin \alpha) f_k = 0 \quad (3)$$

r –катокнинг радиуси, C нуқтага нисбатан моментларни $P \cos \alpha$ ва $P \sin \alpha$ миқдорларига тенг бўлган ташкил этувчиларига ажратамиз (Вариньон теоремасига асосан).

(3) тенгламадан

$$P = \frac{Q \cdot f_k}{r \cdot \cos \alpha - f_k \cdot \sin \alpha} = \frac{392 \cdot 0,5}{30 \frac{1,2}{1,5} - 0,5 \frac{0,9}{1,5}} = 82,7 \text{ кг}$$

(2) тенгламадан

$$N = Q + P \sin \alpha = 392 + 8,27 \frac{0,9}{1,5} = 396,95 \text{ кг}$$

(1) тенгламадан ишқаланиш кучини миқдори

$$F = P \cdot \cos \alpha = 8,27 \frac{1,2}{1,5} = 6,63 \text{ кг}$$

Сирпаниш ишқаланиш кучи

$$F_1 = f \cdot N = 0,2 \cdot 396,95 = 79,4 \text{ кг}$$

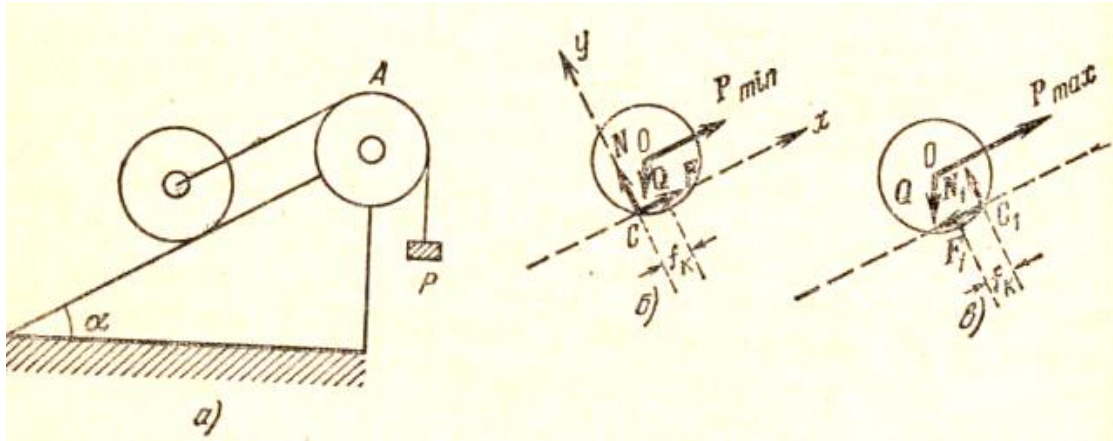
Демак, сирпаниш ишқаланиш кучи, думалаш ишқаланиш кучидан катта экан.

$F_1 > F$ шу билан каток ишқаланишсиз ҳаракат қилар экан.

1.51-масала: оғирлиги Q радиуси r бўлган каток A блок орқали ташланган ип орқали горизонт билан α бурчак ташкил қилган текисликда мувозанат ҳолатида ётибди.

Ипга P оғирликдаги юк осилган. Катокнинг думалаш ишқаланиш коэффициентини f_k га тенг.

Каток мувозанатда бўлиши учун P юкнинг минимал ва максимал миқдорларини ва сирпаниш ишқаланиш коэффициентини f миқдори аниқлансин. Ушбу ҳолатда каток сирпанишсиз ҳаракатда бўлсин.



1.51-расм.

Ечиш: катокнинг мувозанатини иккита хусусий ҳолини кўрамиз.

Биринчи хусусий ҳолида P кучи минимал ҳолатга эга бўлганда катокнинг мумкин бўлган ҳаракати қия текислик бўйича пастга йўналади (б-чизма). C нуқтаси перпендикуляр бўйича f_k масофаси бўйича чапга силжийди.

Катокка унинг оғирлиги Q ва P_{\min} ипнинг таранглик актив кучлари таъсир қилади.

Катокка қўйилган боғланишларни фикран ташлаб юбориб, реакция кучлари билан алмаштирамиз. Уни N нормал ва уринма ҳолда йўналган F ишқаланиш ташкил этувчи кучларига ажратамиз.

N нормал кучи қия текисликка перпендикуляр йўналади, F кучи эса қия текисликка уринма ҳолда йўналган бўлади. Мумкин бўлган бўлган йўналишга қарама-қарши. Катокни эркин жисм мувозанатида деб қараб, Q , P_{\min} , N , F таъсирини кўрсатамиз. Масалани шартига кўра P нинг минимал ва максимал миқдорини аниқлаш лозим бўлган экан у ҳолда C нуқтага нисбатан моментлар тенгламасини тузамиз:

$$\Sigma m_c(F_k) = f_k Q \cdot \cos \alpha + (Q \cdot \sin \alpha - P_{\min}) \cdot r = 0 \quad (1)$$

N F кучлари C нуктага қўйилганлиги сабабли уларнинг моментлари нолга тенг бўлади.

Тенгламани тузишда Q кучини қия текисликка перпендикуляр йўналган $Q \cdot \cos \alpha$ унинг елкаси f_k га тенг бўлса, қия текисликка параллел йўналган $Q \cdot \sin \alpha$ ташкил этувчиларига ажратамиз.

(1) Тенгламадан P_{\min}

$$P_{\min} = Q \left[\sin \alpha - \frac{f_k}{r} \cdot \cos \alpha \right] \quad (2)$$

Иккинчи хусусий ҳоли. P_{\max} да мувозанат мумкин бўлиши. Бу ҳолатда катокнинг мумкин бўлган ҳаракати қия текислик бўйича юқорига интилади (в-чизма). Q ва P_{\max} кучлари биринчи ҳолатдагидай бўлади ва O нуктага қўйилгандир. Қия текисликнинг реакцияси C_I нуктада қўйилган бўлиб, f_k масофа бўйича ўннга қия текислик бўйича силжийди. C_I нуктага нисбатан моментлар тенгламаси:

$$\Sigma m_{C_I}(F_k) = f_k Q \cdot \cos \alpha (P_{\max} - Q \sin \alpha) \cdot r = 0$$

тенгламадан

$$P_{\max} = Q \left[\sin \alpha + \frac{f_k}{r} \cdot \cos \alpha \right] \quad (3)$$

Шундай қилиб каток мувозанатда бўлиши учун қуйидаги чегаравий миқдор бажаралиши керак.

$$Q \left[\sin \alpha - \frac{f_k}{r} \cdot \cos \alpha \right] < P < Q \left[\sin \alpha + \frac{f_k}{r} \cdot \cos \alpha \right]$$

Энди f_{\min} миқдорини аниқлаймиз. Ушбу ҳолатда сирпанмасдан думалаш керак. P_{\min} миқдорини аниқлаймиз.

Барча кучларни x ва y координата ўқларига нисбатан проекцияларининг алгебраик йиғиндисини оламиз:

$$\Sigma F_{kx} = P_{\min} + F \cdot Q \cdot \sin \alpha = 0$$

Думалаш ишқаланиш кучи

$$F = \frac{f}{r} Q \cdot \sin \alpha = 0$$

иккинчи мувозанат тенгламаси

$$\Sigma F_{ky} = N - Q \cdot \cos \alpha$$

(4) $F < fN$ шартида соф сирпаниш бўлади.

f сирпаниш ишқаланиш коэффициентини

(4) тенгламага F , N қийматларни қўйсак,

$$\frac{f_k}{r} < f \quad (5) \text{ бўлади.}$$

(в) чизмада P_{max} ҳолатини текшираамиз:

$$\Sigma F_{kx} = P_{max} F_1 - Q \cdot \sin \alpha = 0 \quad (6)$$

$$\Sigma F_{ky} = N_1 - Q \cdot \cos \alpha = 0$$

(3) тенгламадан P_{max} ўрнига қўйсак,

$$F_1 = \frac{f_k}{r} Q \cdot \cos \alpha$$

$$N_1 = Q \cdot \cos \alpha$$

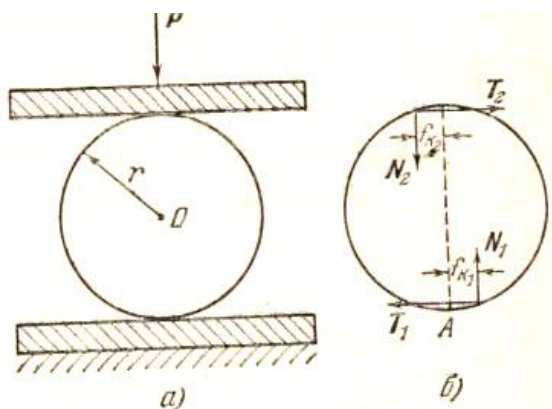
Ушбу қийматларни (4) тенгламага қўйсак,

$$\frac{f_k}{r} < f$$

(5) тенглама қатори бўлар экан.

1.52-масала: радиуси (r) бўлган пўлат цилиндр иккита параллел йўналтирувчилар билан қисилган, пастдаги йўналтирувчи қўзғалмас бириктирилган, юқоридаги йўналтирувчи эса тўғри чизиқли ҳолатда ҳаракат қилади. Шу билан бирга юқоридаги йўналтирувчи P кучи билан қисилади. Пастки ва юқориги йўналтирувчилар билан цилиндр орасидаги коэффициентлари f_{k1} ва f_{k2} га тенгдир.

Йўналтирувчилар ва дискнинг оғирлигини ҳисобга олмасдан цилиндр мувозанат ҳолатида бўлувчи T_2 нинг максимал миқдорини аниқлаш керак.



1.52-расм.

Ечиш: цилиндрни мувозанатини текшираимиз. Унинг учун йўналтирувчиларни фикран ташлаб юбориб, таъсирини реакция кучи билан кўрсатамиз.

У ҳолда цилиндрга пастки йўналтирувчидан нормал N_1 реакция кучи ва T_1 ишқаланиш кучи таъсир этса, юқориги йўналтирувчидан нормал N_2 реакция кучи ва T_2 ишқаланиш кучи таъсир қилади. Ушбу ҳолатда пастки реакция кучларининг қўйилиш нуқтаси ўнг томонга f_{k1} масофага силжийди, юқориги реакция кучларини қўйилиш нуқтаси вертикалдан чапга f_{k2} масофага қўйилган бўлади.

Цилиндр юқориги йўналтирувчи билан мувозанатини текширсак:

$$N_1 = P = 0 \quad \text{ёки} \quad N_1 = P$$

Цилиндрни мувозанатини текширишда (б-чизма) вертикалга нисбатан проекцияси

$$N_1 = N_2 = 0 \quad \text{ёки} \quad N_1 = N_2$$

А нуқтага нисбатан моментлар тенгламаси

$$N_1 \cdot f_{k1} + N_2 \cdot f_{k2} - T_2 \cdot 2r = 0$$

$$T_2 = \frac{1}{2r} (N_1 \cdot f_{k1} + N_2 \cdot f_{k2}) = \frac{P}{2r} (f_{k1} + f_{k2})$$

$$f_{k1} = f_{k2} = f_k$$

булса

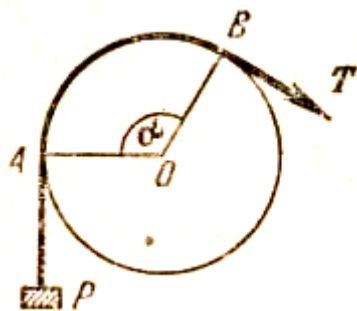
$$\text{у ҳолда } T_2 = \frac{N \cdot f_k}{r} = \frac{P \cdot f_k}{r} \text{ бўлади}$$

Малака ва кўникмани ошириш учун И.В.Мешерский “Назарий механика” дан масалалар тўпламидан 4.78, 4.79, 4.80 масалаларни ечиб кўришга тавсия этамиз.

3⁰. АБСОЛЮТ ҚАТТИҚ ЖИСМЛАР. ЭГИЛУВЧАН ЖИСМЛАРНИНГ ИШҚАЛАНИШИ НАТИЖАСИДАГИ МУВОЗАНАТИ

Қўзғалмас цилиндрга ип орқали P юк осилган, юк мувозанатда бўлиши учун қандай T кучини миқдорини қўйишимиз керак. Ип билан цилиндрнинг қамров бурчаги α га тенг, ишқаланиш коэффициентини f .

Эйлер формуласи билан аниқлаймиз:



1.44-расм

$$T = P \cdot e^{f \cdot \alpha} \quad (14^*)$$

e -натурал логорифм асоси; T -мувозанатловчи куч.

P кучи цилиндрнинг диаметрига боғлиқ эмас, қамров бурчаги ва ишқаланиш коэффициентининг функциясидир. Ушбу мавзуга оид бўлган масалаларни ечишда юқорида кўрсатилган тавсияларнинг тўрттасини бажарилиши керак.

- 5) номаълум реакция кучларини таққослаб, мувозанат тенгламларига (14*) қўйиш керак;
- 6) координаталар системасини танлаш;
- 7) жисмнинг мувозанат тенгламаларини тузиш керак;
- 8) тенгламаларни ечиб, номаълумларни аниқланг

1.53-масала: кемани мувозанат ҳолатида ушлаб туриш учун канатни чўян устунга саккизлик шаклида боғланилади. Канатнинг таранглиги Q , P канатни ушлаб турувчи куч. Канатни столбани ўраб турувчи қамров барчаги 210° .

Учта саккизлик ўрамда канат билан устун билан ишқаланиш коэффициентини аниқлаш керак. $f=0,15$ эканлигини инобатга олиб, $P=60$ кг бўлганда таранглик кучи ҳам аниқлансин.



1.53-расм.

Ечиш: битта устунни қамров бурчаги

$$210^\circ = 7/6\pi$$

Ўрамда учта саккизталиқ бўлса, қамров бурчаги 7π га тенг бўлади.

У ҳолда таранглиқ кучи боғланиши

$$P = Q \cdot e^{7\pi \cdot f} \quad \text{бўлади.}$$

Ушбу тенгликни логорифласак,

$$f = \frac{1}{7\pi} \ln \frac{Q}{P} \quad (1) \quad \text{бундан}$$

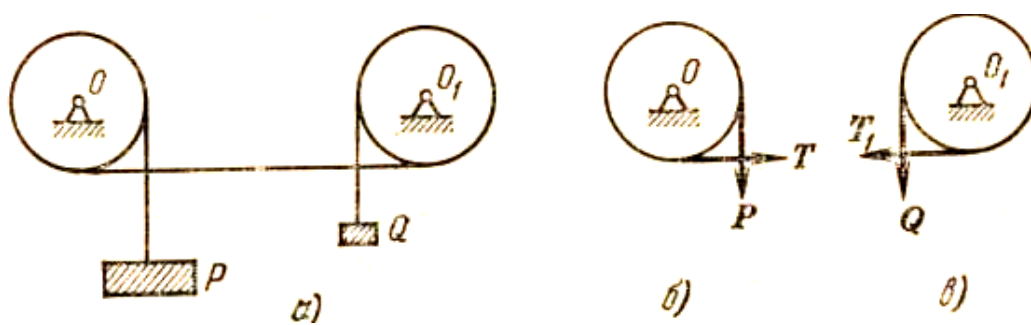
$$\ln \frac{Q}{P} = 7\pi f = 3,3; \quad \frac{Q}{P} = 27 \quad \text{ва} \quad Q = 27 \cdot 60 = 1620 \text{ кг}$$

Канатни мувозанат ҳолатида ушлаб туриш учун 1620 кг куч қўшишимиз керак экан.

1.54-масала: марказлари O ва O_1 бўлган тросга P ва Q юклари осиб қўйилган. Шартга кўра $P > Q$.

Юк мувозанат ҳолатида бўлувчи вал билан трос орасидаги минимал ишқаланиш коэффициентини аниқлаш керак.

$f=0,25$ деб олиб, мувозанатловчи P кучининг миқдорини аниқланг. Агарда $Q=10$ кг бўлса,



1.54-расм.

Ечиш: чап томондаги (б-чизма) вални камроб олувчи тросни мувозанатини текшираамиз. Тросга P актив куч таъсир қилади. Фикран ўнг томони (в-чизма) ташлаб юбориб, унинг таъсирини T -трос таранглик кучи билан алмаштираамиз.

Чап томонини мувозанатда бўлиши учун $T = P \cdot e^{f \cdot \alpha}$ тенглик бизни қаноатлаштириши керак.

α -қамров бурчаги $\alpha = 3\pi/2$ га тенг.

Демак, $T = P \cdot e^{\frac{2}{3}\pi f}$ (1) бўлади.

Валнинг ўнг томонини (в-чизма) текшираамиз, фикран чап томонини ташлаб юбориб, троснинг таранглигини T_1 кучи билан алмаштираамиз. Акс ва акс таъсир қонунига асосан $T_1 = T_2$ бўлади.

Ўнг вални ўраб олувчи троснинг мувозанатини

$$\frac{P}{Q} \cdot e^{3\pi f} \quad \text{бу ердан}$$

$$f = \frac{1}{3\pi} \ln \frac{P}{Q}$$

Ушбу масалани иккинчи ечими тросни бутунлай мувозанатини кўриш керак. Қамров бурчаги

$$\frac{3}{2}\pi + \frac{3}{2}\pi = 3\pi$$

$$Q = P e^{-3\pi f} \quad \text{бу тенгликдан}$$

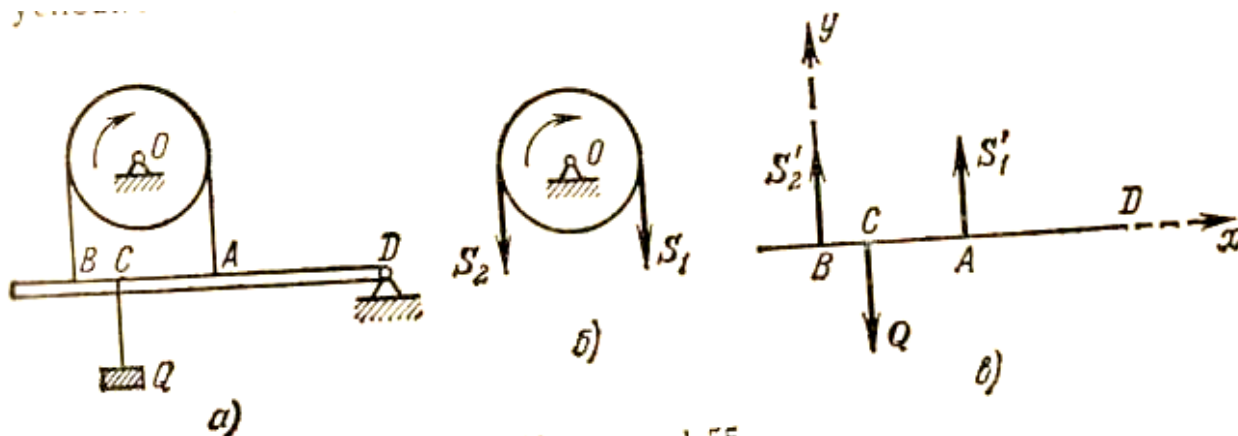
$$f = \frac{1}{3\pi} \ln \frac{P}{Q} \quad (3) \text{бу тенгликдан}$$

$$\ln \frac{P}{Q} = 3\pi f = 2,358 \quad \text{у холда}$$

$$\frac{P}{Q} = 10,5 \text{ ва } P = 10 \cdot 10,5 = 105 \text{ кг куч билан мувозанатда ушлаб туриши}$$

мумкин экан

1.55-масала: О нукта атрофида айлана ҳаракат қилувчи барабанни AB трос маълум бурчақда қамраб олган. Трос ва барабан ўртасидаги ишқаланиш кучи f га тенг. D нукта атрофида айланма ёки бураладиган BAD ричакка троснинг A ва B нукталари билан боғланган троснинг таранглик кучи аниқлансин. BAD ричагнинг оғирлигини ҳисобга олмасдан $CD=C$ масофасини аниқлаб, D нуктадаги босим нолга тенглигини ифодаланг.



1.55-расм

Ечиш: барабанни қамраб олган тросни мувозанатини текшираимиз. Унинг учун ричагни фикран ташлаб юбориб, унинг таъсирини S_1 ва S_2 реакциялари билан алмаштирамиз.

Таранглик кучлари орасидаги боғланиш (14*) тенгламага асосан

$$S_2 = S_1 \cdot e^{f \cdot \pi} \quad (1)$$

Чунки α қамров бурчаги π га тенг.

$S_1 < S_2$ бўлганлиги сабабли даражанинг ишорси мусбат олинди.

D шарнирнинг реакцияси нолга тенг бўлган ҳолатда BAD ричагни мувозанатини кўриб чиқамиз. Ричагга Q -актив куч таъсир қилади. Тросни фикран ташлаб юбориб уни таъсирини S_1^1 ва S_2^1 (в-чизма) реакциялари билан алмаштирамиз. $S_1^1 = S_1$, $S_2^1 = S_2$ эканлиги бизга маълум.

Мувозанат тенгламаларини тузамиз:

$$\Sigma F_{ky} = S_1^1 + S_2^1 - Q = 0 \quad (2)$$

$$\Sigma m_D(F_k) = Q \cdot C - S_1^1 \cdot a - S_2^1 \cdot b = 0 \quad (3)$$

Бу тенгламаларда S_1^1 , S_2^1 C лар номаълум.

(1) Ва (2) тенгламалардан

$$S_1^1 = \frac{Q}{1 + e^{f \cdot \pi}}, \quad S_2^1 = \frac{Qe^{f \cdot \pi}}{1 + e^{f \cdot \pi}} \quad (1)$$

тенгламага куйсак

$$C = \frac{S_1 \cdot a + S_2 \cdot b}{Q} = \frac{a + be^{f \cdot \pi}}{1 + e^{f \cdot \pi}}$$

(2) ва (3) тенгламаларни ўрнига моментлар тенгласини тузсак ҳам бўлаверади.

$$\Sigma m_A(F_k) = Q(c - a) - S_2^1(b - a) = 0$$

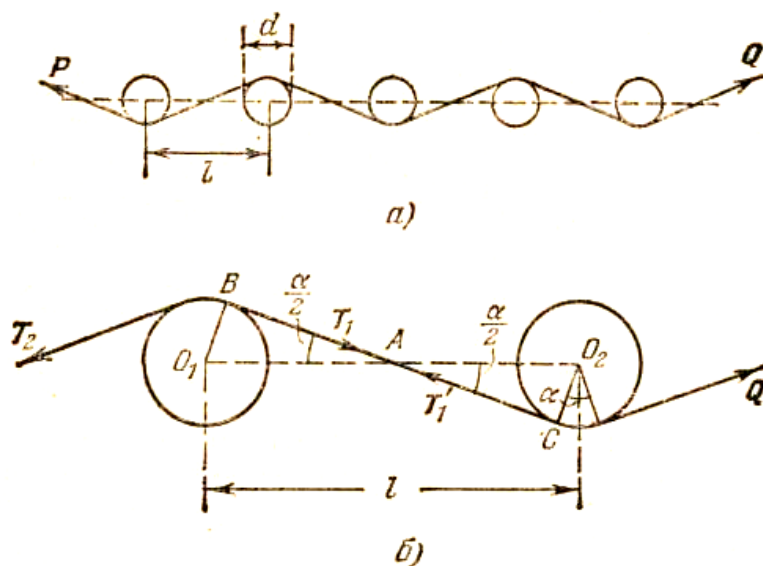
$$\Sigma m_B(F_k) = S_1^1(b - a) - Q(c - a) = 0$$

(1) тенглама билан биргаликда ечсак, юқоридаги жавобларга келамиз.

1.56-масала: тасма чизмада кўрсатилганидек, бешта валикдан ўтказилган.

Тасма ва валик орасидаги ишқаланиш коэффициентини $f=0,4$. Бир тўғри чизикда ётувчи валиклар орасидаги масофа $l=50$ мм. Валик диаметри $d=25$ мм., чап тарафдан тасмага $P=150$ кг куч таъсир этади.

Тасма тинч ҳолатда бўлиши учун Q -кучининг миқдори қанча бўлиши аниқлансин.



1.56-расм.

Ечиш: тасмани валикли қамров бурчагини α деймиз.

У ҳолда ҳар бир чегаравий бўлим учун таранглик кучлари орасидаги боғланиш.

$$Q = T_1 \cdot e^{f \cdot \alpha}$$

$$T_1 = T_{21} \cdot e^{f \cdot \alpha}$$

$$T_2 = T_{31} \cdot e^{f \cdot \alpha}$$

.....

$$T_4 = P \cdot e^{5f \cdot \alpha}$$

Ушбу тенгликлардан $T_1 \dots T_4$ ларни йўқотсак,

$$Q = P \cdot e^{5f \cdot \alpha} \quad (1)$$

бўлади.

α бурчаги AO_1B ва AO_2C учбурчакларидан аниқланилади.

$$e \cdot \sin \frac{\alpha}{2} = d$$

бу ердан

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{d}{e} = 0,5$$

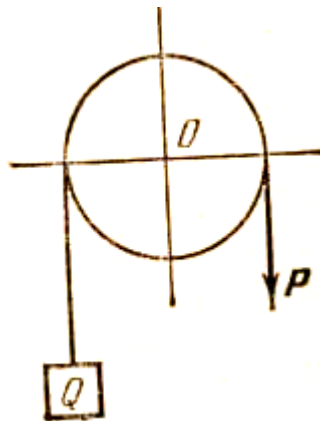
$$\alpha = 60^\circ = 1,047 \text{ рад}$$

У ҳолда (1) тенгламадан

$$Q = 150 \cdot e^{5 \cdot 0,41 \cdot 1,0472} = 150 \cdot e^{2,0944} = 150 \cdot 8,1207 = 1218,11 \text{ кг}$$

1.57-масала: кўзгалмас цилиндрга ип осилган, унинг бир учига Q -юк осилган. Ипни цилиндрга нисбатан ишқаланиш коэффициентини f га тенг.

Ипни цилиндрга неча марта ўраш керакки, Q кучини P кучи билан ушлаб туриш мумкин бўлсин.



1.57-расм.

Эйлер формуласидан фойдаланамиз:

$$P = Q \cdot e^{-f \cdot \alpha}$$

α -ипни цилиндр бўйича қамров бурчаги

$$\alpha = \frac{\pi}{2} + 2\pi \cdot n + \frac{\pi}{2} = \pi(2n+1)$$

n – ипни ўрамлар сони, у холда

$$P = Q \cdot e^{-f \cdot \pi(n+1)}$$

логорифлаб

$$\ln Q = \ln P = f\pi(2n+1)$$

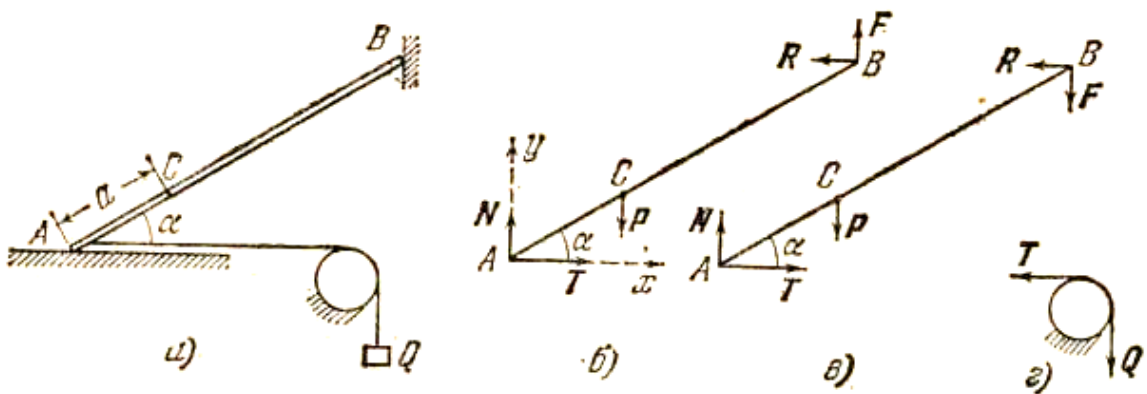
бу ердан

$$n = \frac{1}{2} \left(\frac{\ln Q - \ln P}{f \cdot \pi} - 1 \right) \text{ бўлади}$$

1.58-масала: узунлиги l ва оғирлиги P бўлган AB стержен берилган, унинг оғирлик маркази CA нуқтадан $AC=a$ нуқтада ётади ва B нуқтада вертикал деворга таяниб туради. Стержен ва вертикал девор орасидаги ишқаланиш коэффициентини f_1 га тенг. A нуқтада горизонтал полга таянади.

Шу билан бирга A нуқтада стерженга ип боғлангандир. У цилиндрни қамроб олган бўлиб, унинг учида Q юк осиб қўйилган. Ип ва цилиндр орасидаги ишқаланиш коэффициентини f га тенгдир. Ипни оғирлигини ҳисобга олмасдан a бурчакнинг қайси миқдор чегарасида ўзгаришда мувозанат сақланиб қолади.

Ечиш: AB стерженни мувозанатини текшираимиз. Унинг учун вертикал девор, горизонтал пол ва горизонтал ипни фикран ташлаб юбориб, уларнинг таъсирларини реакция кучлари билан алмаштираимиз. Цилиндрни қамраб олган ипни мувозанатини алоҳида кўриб чиқамиз (г-чизма). Масалани ечимини иккита хусусий ҳолида кўриш мумкин.



1.58-расм.

1-хусусий ҳоли. α –минимал бурчакда бу ҳолда A нуқта томон ҳаракатланса, B нуқта пастга бўлади. Демак, F ишқаланиш кучи юқорига (б-чизма) йўналса, цилиндр ўрамидаги ипнинг соат стрелкаси йўналиши бўйича бўлади (г-чизма).

Шундай қилиб, AB стержен N нормал реакция кучи, T -ипнинг таранглик кучи, P -оғирлик кучи, R -нормал реакция кучи ва F -ишқаланиш кучи таъсирида мувозанатда бўлади.

Стержен учун мувозанат тенгламаларини тузамиз:

$$\Sigma F_{kx} = T - R = 0 \quad (1)$$

$$\Sigma F_{ky} N - P + F = 0 \quad (2)$$

$$\Sigma m_B(F_k) = -N \cdot l \cdot \cos \alpha + P(l - a) \cdot \cos \alpha + T \cdot l \cdot \sin \alpha = 0 \quad (3)$$

Ундан ташқари B нуқтада нормал босимнинг ишқаланиш кучи $F = f_1 \cdot R$

T ипнинг таранглик кучи ва Q кучи ўртасидаги боғланиш Эйлерформуласи бўйича

$$T \cdot e^{f \cdot \pi / 2} = Q$$

Тенгламалар системасидан

$$N = P - f \cdot Q \cdot e^{f \cdot \pi / 2}$$

T ва N миқдорларни (3) тенгламага қўйсақ,

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{P}{Q} \cdot \frac{a}{l} \cdot e^{f \cdot \pi / 2} - f_1$$

бўлади.

2-а максимал бурчакда.

Ушбу ҳолатда A нуқта ўнгга ҳаракатланиши мумкин. B нуқта эса юқорига F ишқаланиш кучи пастга йўналади, ипга қўйилган ишқаланиш кучининг йўналиши соат стрелкаси йўналишига тесқари бўлади.

AB стержен учун мувозанат тенгламасини тузамиз:

$$T - R = 0$$

$$N - P - F = 0$$

$$-N \cdot l \cdot \cos \alpha + P(l - a) \cdot \cos \alpha + T \cdot l \cdot \sin \alpha = 0$$

B нуқтага қўйилган нормал босим кучидан ишқаланиш кучи

$$F = f_1 \cdot R$$

$$T = Q \cdot e^{-f \cdot \pi / 2}$$

R ва F ларни системадан йукотсак

$$N = P + f_1 \cdot Q \cdot e^{-f \cdot \pi / 2}$$

N ва T ларни микдорларини куйсак

$$\operatorname{tg} \alpha \frac{P}{Q} \cdot \frac{a}{l} \cdot e^{f \cdot \pi / 2} + f_1 \quad \text{булади.}$$

§5. ГРАФИК СТАТИКА ВА ФЕРМАНИ ҲИСОБЛАШ УСУЛЛАРИ.

1^o. ТЕКИСЛИҚДА ИХТИЁРИЙ ЖОЙЛАШГАН КУЧЛАР

СИСТЕМАСИНИНГ МУВОЗАНАТИ. КУЧЛАРНИ КЕТМА-КЕТЛИҚДА ҚЎЙИШ УСУЛИ.

Агарда қаттиқ жисм текисликда ихтиёрий жойлашган кучлар системаси таъсирида мувозанат ҳолатида бўлса, номаълумлар график тарзда қўшиш йўли билан мувозанат шартидан фойдаланиб топса бўлади.

Ушбу ҳолатда номаълум кучлар мувозанат тенгламаларидан ошмаслиги керак. У ҳолда масала статик аниқмас бўлади. График усулда ҳисоблашда кучларнинг умумий сони катта ва кўп бўлмаслиги керак. Аналитик усулга нисбатан график усулда ҳисоблаш аниқроқ ва кўринарлидир. Кетма-кетликда қўшилиш усули икки вариантда бўлади.

Агарда қаттиқ жисм берилган ихтиёрий кучлар системаси таъсирида мувозанатда бўлса, ушбу учта реакция кучларининг таъсир чизиқлари маълум бўлса, реакция кучларини аниқлаш керак бўлса, у ҳолда куйидаги кетма-кетликда аниқланилади:

Биринчи вариант:

- 1) маълум бўлган актив кучларни график равишда тахлаб уларнинг тенг таъсир этувчисини аниқлаймиз;
- 2) реакция кучларининг бирини таъсир чизиғини тенг таъсир этувчини таъсир чизиғини кесиш нуқтасини аниқлаймиз;

- 3) тенг таъсир этувчи кучни ўз таъсир чизиғи бўйича кесиш нуқтасига кўчириб (l_1) йўналашида уни иккита ташкил этувчига кўчирамиз. Биттаси (l_1) бўйича, иккинчисини реакция кучларининг кесиш нуқтасига (l_2, l_3) бўйича;
- 4) l_1 бўйича йўналган актив кучларнинг тенг таъсир этувчиси биринчи реакция кучининг миқдорини беради;
- 5) тенг таъсир этувчининг иккинчи ташкил этувчисини иккита реакция кучи кесишган нуқтасига кўчирамиз ва уларни (l_2, l_3) бўйича ташкил этувчиларига ажратиб, реакция кучларини миқдорини аниқлаймиз;

Агарда абсолют қаттиқ жисм берилган кучлар системаси ва иккита реакция кучи тъсирида мувозанатда бўлса, битта реакция кучининг қўйилиши нуқтаси (A) маълум, битта реакция кучининг (l_2) таъсир чизиғи маълум, қуйидагича аниқланилади:

Иккинчи вариант:

- 1) барча актив кучларни кетма-кетликда қўйиб, уларнинг тенг таъсир этувчисини аниқлаймиз;
- 2) тенг таъсир этувчи кучни иккинчи реакция кучини кесиш нуқтасига кўчирамиз;
- 3) кесиш нуқтасида тенг таъсир этувчини иккита ташкил этувчи кучларга ажратамиз.

Биринчини таъсир чизиғи бўйича иккинчисини (A) нуқта йўналишига қўямиз. Биринчи ташкил этувчи иккинчи реакция кучини аниқласа, иккинчи ташкил этувчи (A) нуқтадаги реакция кучини миқдорини ва йўналишини билдиради.

1.59-масала: Оғирлиги P бўлган вертикал CD стержен цилиндр шарнирлар воситасида A ва B нуқталар билан таянади ва D нуқтаси билан горизонтга α бурчакда жойлашган текисликка тиралади.

$AB=BD=a$ бўлса, A, B, D нуқталардаги таянч реакцияларни аниқлаш керак.

Ечиш: A, B ва D нукталардаги таянч реакцияларини аниқлаш учун CD стерженни мувозанатини кўриб чиқамиз. Стерженга стержен бўйича йўналган унинг P оғирлиги актив куч таъсир этади.

Стержен тўртта кучлар таъсирида мувозанат ҳолатида бўлади, P -оғирлик кучи, қия текислик ва A, B цилинрик шарнирларнинг реакциякучлари. Боғланишлардан озод бўлиш қонунига асосан, фикран боғланишларни ташлаб юбориб, уларни стерженга таъсирини реакция кучлари билан алмаштирамиз (б-чизма).

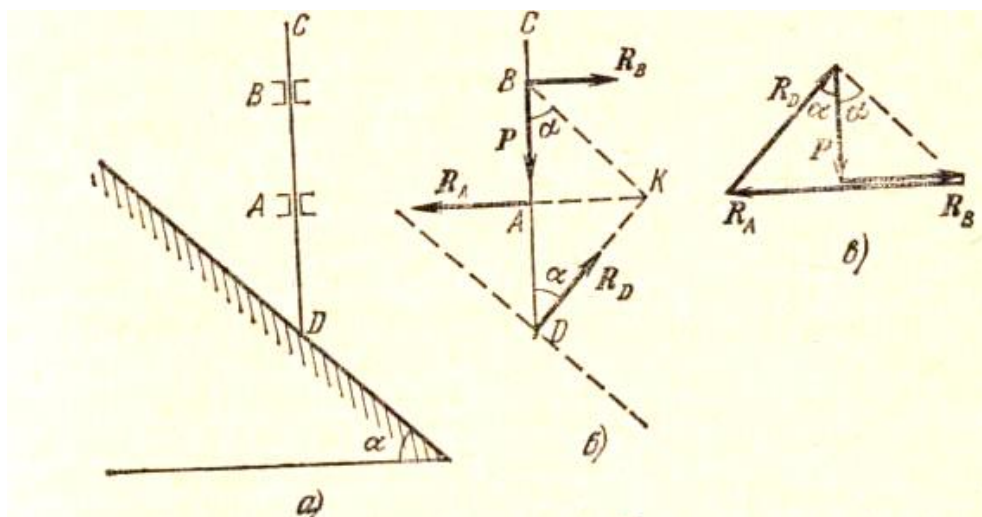
Текис қия текисликнинг реакция кучи R D нуктасига қўйилган бўлиб, текисликка нисбатан перпендикуляр йўналгандир. Цилинрик шарнирларнинг R_A ва R_B реакция кучлари шарнир ўқиға нисбатан перпендикуляр йўналгандир.

CD стержен эркин каттиқ жисм бўлгани учун унга P , R_A , R_B , R_D кучлари таъсир қилади.

R_A , ва R_D реакция кучлари таъсир чизикларини давом эттирсак, улар K нуктада кесишади. Тенг таъсир этувчи куч ҳам K нуктаға қўйилган бўлади. P ва R_B , кучларини таъсир чизиклари B нуктада кесишади.

Демак, тенг таъсир этувчи куч ҳам B нуктада қўйилган бўлади.

Шундай қилиб, CD стерженга таъсир қилувчи барча кучлар иккита кучға келтирилган бўлиб, улардан бирини K нуктаға, бошқасини B нуктаға кўчирамиз. Шундай қилиб, CD стержен B ва K нукталарға қўйилган иккита куч таъсирида мувозанатда бўлади. Ушбу кучлар BK чизик бўйлаб қарама-қарши томонға йўналгандир.



1.59-расм.

P кучини миқдорига тенг ва йўналиши бўйича ихтиёрий масштабда қўямиз. Унинг охиридан BK га параллел равишда R_B кучини йўналтирамиз. Тенг таъсир этувчини қонунига асосан P ва R_B кучлари B ва K томон йўналган бўлади. Сўнгра R_B кучининг охиридан R_A кучининг таъсир чизиғига мос бўлган горизонтал чизиқни ўтказамиз, у R_D га параллел чизиқ билан кесишиши керак.

R_A ва R_D кучларининг тенг таъсир этувчиси K дан B томон йўналган бўлади. Шундай қилиб, R_A , R_B , R_D реакция кучлари график равишда аниқланилади. R_D ва вертикал орасидаги бурчак α бўлса,

$$R_B = P \cdot \operatorname{tg} \alpha, \quad R_A = 2P \cdot \operatorname{tg} \alpha, \quad R_D = \frac{P}{\cos \alpha}$$

бўлади.

Ушбу масалани аналитик тарзда ечсак ҳам бўлади.

$\angle ADK = \alpha$ эканлигини эътиборга олсак, учта мувозанат тенгламасини тузамиз (х ўқини горизонтал, у ўқини вертикал йўналтирамиз).

$$\Sigma F_{kx} = R_B - R_A + R_D \cdot \sin \alpha = 0$$

$$\Sigma F_{ky} = R_D \cdot \cos \alpha - P = 0$$

$$\Sigma m_B(F_k) = R_A \cdot a - R_D \cdot 2a \cdot \sin \alpha = 0$$

Ҳосил бўлган тенгламаларни биргаликда ечсак,

$$R_B = \operatorname{tg} \alpha \cdot P, \quad R_A = 2P \cdot \operatorname{tg} \alpha, \quad R_D = \frac{P}{\cos \alpha}$$

чиқади.

График усулда масалаларни ечишда кўникма ва малакаларни ошириш учун И.В.Мешерский “Назарий механика” дан масалалар тўпламидан 4.8, 4.9, 4.10 масалаларни ечишни тавсия берамиз.

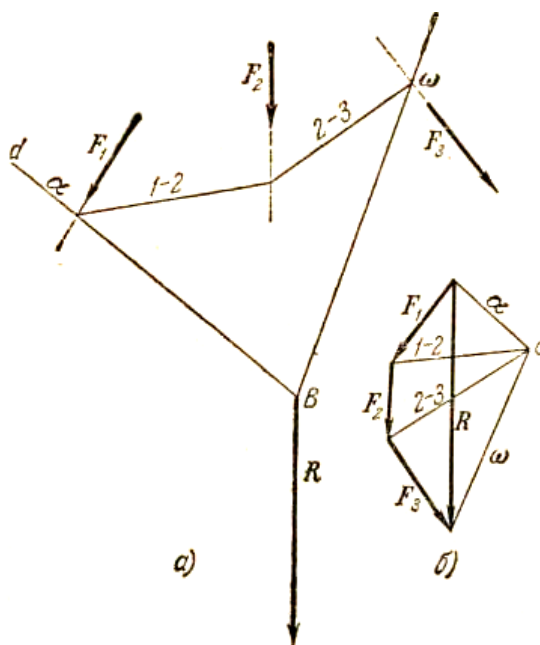
2⁰. ТЕКИСЛИКДАГИ КУЧЛАР СИСТЕМАСИГА КЎПБУРЧАК УСУЛИНИ ТАДБИҒИ.

Бир текисликда ётувчи кучларни қўшишда кўпбурчак усулини қўллаш ҳам юқоридаги каби аналитик ҳисобланилади. F_1 , F_2 , F_3 кучларни график равишда қўшиш учун уларни чизмада кўрсатамиз (1,45,а).

Сўнгра кучлар кўпбурчагини (1.45, б). Ҳосил қиламиз, ихтиёрий нуқтадан F_1 ни векторни қийматига тенг миқдорни унинг охиридан F_2 векторни ва унинг охиридан F_3 векторни ифодалаймиз. Биринчи кучни учи билан охириги кучни бирлаштириб R кучини ҳосил қиламиз. R кучи тенг таъсир этувчи кучни миқдори ва йўналишини ифодалайди.

Тенг таъсир этувчи кучни аниқлаш учун ихтиёрий O нуқтани танлаб ва уни қутб нуқтаси деб уни барча кучларни боши ва охири билан тўғри чизиклар орқали боғлаймиз. Биринчи чизикни α деб қабул қилиб, унда биринчи ва иккинчи ёй чизиклар ифодаланган бўлади.

Охириги ёй чизикни ω билан белгилаймиз.



1.45-расм.

Кейин ихтиёрий d нуқтадан α параллел ёй чизик ўтказамиз, F_1 кучини таъсир чизиғи билан кесишгунча шу нуқтадан (1-2) ёйга параллел чизикни F_2 кучини таъсир чизиғи билан кесишгунча шу нуқтадан (2-3) ёйга параллел чизикни F_3 кучини таъсир чизиғи билан кесишгунча давом эткизамиз.

Шу нуқтадан ω ёйга нисбатан параллел чизик ўтказамиз.

Сўнгра α ва ω ёй чизикларни B нуқта билан кесишгунча давом этамиз. Бу нуқта тенг таъсир этувчи кучни таъсир чизиғида ётади. R тенг таъсир этувчинини B нуқтага кўчирсак, F_1 , F_2 , F_3 кучлар системасини тенг таъсир этувчисини аниқлаган бўламиз.

1.45-а чизма арқонсимон кўпбурчак бўлади. Ушбу усулни бир текисликда ётувчи ҳар қанча кучлар учун қўлласак бўлар экан.

Агарда кучлар системаси мувозанатда бўлса, у ҳолда ароқнли кўпбурчак ва куч кўпбурчаги ёпиқ бўлар экан. α ва ω кучлари бир тўғри чизик бўйлаб йўналган бўлади. Демак, кучлар системаси жуфт кучига келтирилади, бу ҳолатда кучлар кўпбурчаги ёпиқ ароқнли кўпбурчак эса ёпиқ бўлмайди.

Унда α ва ω лар бир тўғри чизикда бўлса, арқонли кўпбурчакда α ва ω ёйлар бир-бирига параллел бўлади.

Ароқнли кўпбурчак усулида текисликдаги кучлар системасининг тенг таъсир ётувчисини аниқлашда қуйидаги кетма-кетликка амал қилишимиз зарур:

- 1) қаттиқ жисмга таъсир қилаётган кучларни ихтиёрий масштабда кўрсатамиз;
- 2) алоҳида кучлар кўпбурчагини чизиб, уларни R тенг таъсир ётувчисини аниқлаймиз;
- 3) ихтиёрий кутб нуқтасини аниқлаб кўпбурчакни чўққиси билан бирлаштириб, α , 1-2, 2-3, ..., ω каби тўғри ёйларни ўтказамиз;
- 4) биринчи чизмада қаттиқ жисмга таъсир ётувчи кучларни арқон кўпбурчак шаклида кўрсатамиз;
- 5) арқон кўпбурчагида α ва ω ёйларни кесишугнча давом эттириб, тенг таъсир ётувчи R нинг таъсир давомида нуқтани аниқлаймиз;
- 6) аниқланган нуқтада кучлар кўпбурчагида параллел равишда R нинг таъсир ётувчи кучни йўналтирамиз.

Текисликда ихтиёрий жойлашган кучлар системаси таъсиридаги жисмни таянч реакцияларини аниқлаш учун қуйидаги кетма-кетликда олиб бориш керак:

- 1) қаттиқ жисмни актив кучлар билан биргаликда масштабда кўрсатамиз;
- 2) таянчларни фикран ташлаб юбориб, уларни реакция кучлари билан алмаштирамиз;
- 3) реакция кучларининг йиғиндисини аниқлаш учун кучлар кўпбурчагини алоҳида чизиб оламиз:

4) кутб нуқтасини аниқлаб, кучлар кўпбурчаги чўққиси билан ёйлар билан бирлаштирамиз;

5) арқонли кўпбурчакни чизиб, етишмаётган ёйларнинг йўналишини аниқлаймиз;

б) етишмаётган ёйларни кучлар кўпбурчагига кўчириб реакция кучларини аниқлаймиз.

1.60-масала: *AB-балкага $F_1=6m$, $F_2=8m$, $F_3=6m$, $F_4=5m$ кучлар таъсир қилади.*

F_1 , F_4 кучлари вертикал бўйича йўналган бўлса, F_2 , F_3 кучлари балкага нисбатан 60° ва 30° бурчак остида йўналгандир.

Арқон кўпбурчагини тузиш усулида кучлар системасини тенг таъсир этувчи кучи аниқлансин.

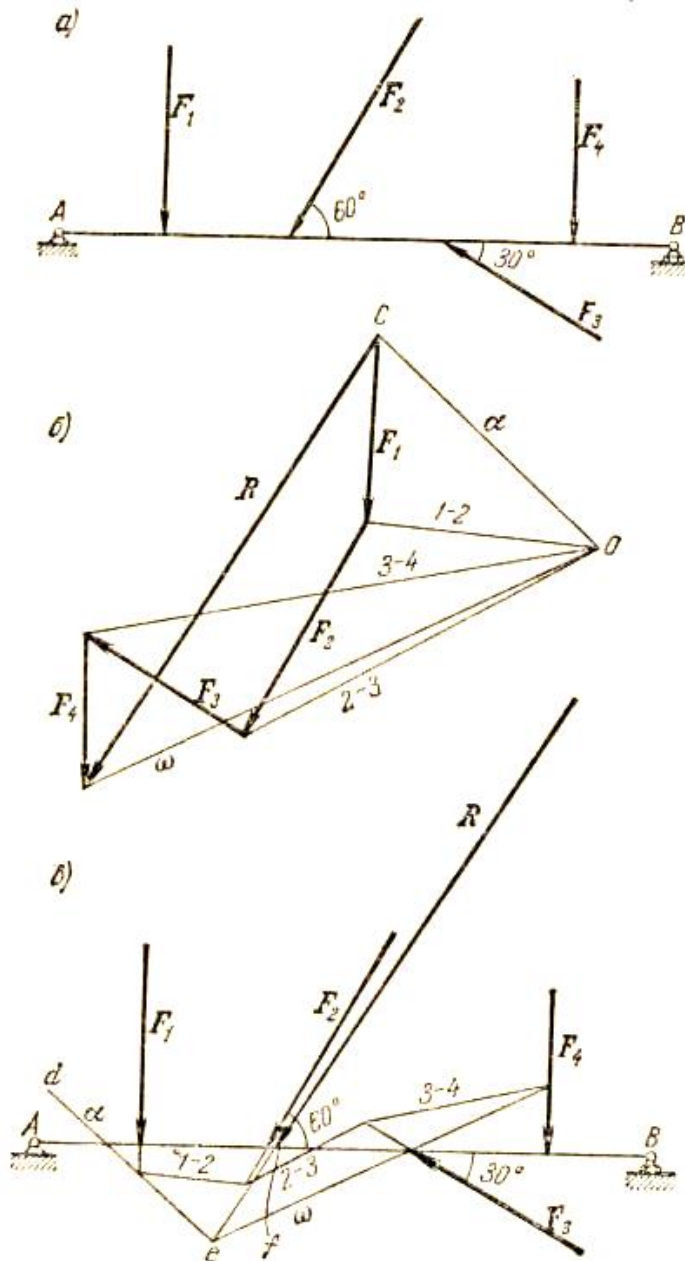
Ечиш: кучлар системасини тенг таъсир этувчисини аниқлаш учун кучлар кўпбурчагини тузамиз. Бунинг учун ихтиёрий (C) нуқтасидан танланган ихтиёрий масштабда F_1 кучининг миқдорига тенг ва йўналиши бўйича векторни ўтказамиз, унинг учидан F_2 кучини миқдор ва йўналишини, унинг учидан F_3 векторни, унинг охиридан F_4 кучини миқдор ва йўналишига параллел равишда ўтказамиз.

Ташкил этилган кучлар кўпбурчаги ёпиқ бўлмагани учун тенг таъсир этувчи кучга келтирилади. F_1 кучини боши ва F_4 кучини охири билан бирлаштирсак, R векторни аниқлаймиз. Ушбу куч берилган кучлар системасини тенг таъсир этувчиси бўлади. R векторнинг йўналиши қарама-қарши томонга йўналгандир.

R тенг таъсир этувчи кучни таянч нуқтасини аниқлаш учун арқон кўпбурчагини тузамиз. Бунинг учун ихтиёрий (O) нуқтадан F_1 кучини учидан (α) ёйини ўтказамиз. (1-2) ёйни F_2 ни учидан (2-3) ёйни F_3 векторни учидан ва (3-4) ёйни F_4 кучини учидан қўямиз (б-чизма).

Ихтиёрий (δ) нуқтасидан F_1 кучи билан туташгунча (α) га параллел чизик ўтказамиз. (в-чизма) кесиш нуқтасидан (1-2) ёйга параллел F_3 ни таъсир чизиғи

билан кесишгунча бу кесиш нуктасидан (3-4) ёйга F_4 билан кесишгунча параллел ўтказамиз. α ва ω ларни кесишиш нуктасидан R векторга параллел чизиқ ўтказамиз. Балка билан кесишган нуктасини (f) билан белгилаймиз. Ана шу нукта таянч нуктаси бўлади. R векторни ўлчаб, масштабга кўпайтирсак, $17,4 \text{ т}$ экан.



1.60-расм.

Масштаб бирлиги

$$\mu_p = \frac{1}{3} T / \text{мм}$$

бўлади.

Информацион услубий таъминот

- № Муаллиф адабиёт номи, тури, нашриёт, йили, ҳажми**
- 1 Ўрозбоев М.Г. Назарий механика асосий курси. Тошкент – 1966 “Ўқитувчи”. 627 бет.
 - 2 Тарг. С.М. Назарий механика қисқа курси. Москва-2005 й. Высшая школа. 440 бет.
 - 3 Мирсаидов М.М. Назарий механика. Тошкент – 2009.илм.зиё. 223 бет.
 - 4 И.В.Мещирский. Назарий механикадан масалалар ечиш. Москва 1973 й. Наука 447 бет.
 - 5 Давлатов П. Назарий механика ЎУМ. I-II қисм. Гулистон 2011 й.
 - 6 Давлатов П. Назарий механикадан мустақил топшириқлар ва уларни ечиш бўйича услубий кўрсатма. Гулистон –2007 й. Гулистон –2011 й.
 - 7 Азиз Қориев С.К. Назарий механикадан масалалар ечиш. Тошкент – 1975 й.
 - 8 М.И.Бать. руководство к решению задач по теор.мех I-II том. Москва – 1985 й.
 - 9 Н.А.Брансниченко Сборник задач по Т.М. В.Ш. 1974 й. 520 бет.
Сайтлар:
<http://www.uni.udm.ru/pubhouse/shop2.htm>-509,574 байт
 - 10 <http://www.pedagog.uz/libr/index.php?showidк690&PHPSESSIDка3е6763еее27f2029d6b37d6b42f2883d8>
http://elkutubhona.narod.ru/html/el_mar_qurilish.htm-5,804 байт

МУНДАРИЖА

Кириш.....	4
Статиканинг асосий қонунлари.....	5
1-БОБ. Текисликдаги кучлар системаси.....	10
§1. Кесишувчи кучлар системаси	12
§2. текисликдаги параллел кучлар системаси.....	33
§3. Қаттиқ жисм системасининг мувозанати.....	57
§4. Жисмларнинг ишқаланиш таъсиридаги мувозанати.....	73
§5. График статика ва фермани ҳисоблаш усуллари.....	124
Фойдаланилган адабиётлар	133
Мундарижа.....	134