

**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIIY VA O‘RTA MAXSUS TA‘LIM VAZIRLIGI**

**ALISHER NAVOIY NOMIDAGI
SAMARQAND DAVLAT UNIVERSITETI**

MEXANIKA-MATEMATIKA FAKULTETI

«AMALIY MATEMATIKA» KAFEDRASI

UMMATOV MUXIDDIN SHERQULOVICH

«5130200 – Amaliy matematika va informatika» ta‘lim yo‘nalishi
bo‘yicha bakalavr darajasini olish uchun

**«DIFFERENSIAL TENGLAMALARNI YECHISHNING SONLI
USULLARI TADBIQINI EXCELDA BAJARISH»**

mavzuli

BITIRUV MALAKAVIY ISHI

Bajardi : M.Sh.Ummatov

Ilmiy rahbar : dots. A.Abdirashidov

Ushbu ish kafedraning 2016 yil «23» maydagi yig‘ilishida muhokama qilindi va himoya qilishga №11,a bayonnoma bilan tavsiya etildi.

Kafedra mudiri : dots. J.Maxmudov

Fakultet dekani : dots. H.Ro‘zimurodov

Ushbu ish DAKning 2016 yil «__» iyundagi yig‘ilishida muhokama qilindi va №__ bayonnoma bilan «__» ballga baholandi.

DAK raisi _____
Komissiya a‘zolari _____

Samarqand - 2016

Mundarija

Kirish.	3
1. Jismning tekis harakatini modellashtirish.	9
2. Jismning tekis tezlanuvchan harakatini modellashtirish.	13
3. Matematik mayatnik misolida tebranma harakatni modellashtirish. . .	16
4. Gorizontga nisbatan burchak ostida otilgan jismning haraktini model- lashtirish.	21
5. Prujinali mayatnikning tebranishi masalasini sonli yechish.	24
6. Jismning tushishini havoning qarshiligini hisobga olgan holda model- lashtirish.	31
7. Jismning gorizontga nisbatan burchak ostida harakatini muhitning qarshiligini hisobga olgan holda modellashtirish.	35
Xulosa.	43
Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati.	44

KIRISH

Mavzuning dolzarbligi. Respublikamizda olib borilayotgan islohotlarning taqdirida yuqori malakali mutaxassislarning o'rnini benihoya kattadir. Prezidentimiz ta'kidlaganlaridek: «Ertangi kun yangicha fikrlay oladigan, zamonaviy bilimga ega bo'lgan yuksak malakali mutaxassislarni talab etadi».

Bu esa kelajagimizni yaqqol tasavvur etish, jamiyatimizning ijtimoiy-ma'naviy poydevorini mustakamlash ehtiyojini tug'diradi. Demak, galdagi eng asosiy vazifa: yosh avlodni Vatan ravnaqi, yurt tinchligi, xalq farovonligi kabi kabi olijanob tuyg'ular ruhida tarbiyalash, yuksak fazilatlarga ega, ezgu g'oyalar bilan qurollangan. Komil insonlarni voyaga yetkazish, jahon andozalariga mos, kuchli bilimli, Raqobatbardosh kadrlar tayyorlashdir.

«Jahon sivilizasiyasiga dahldor bo'lgan eng zamonaviy ilmlarni egallamay turib, mamlakat taraqqiyotini ta'minlash qiyin», -degan edilar I.Karimov. O'zbekistonning iqtisodiy va ijtimoiy sohalarda yuqori natijalarga erishishi, jahon iqtisodiy tizimida to'laqonli natijalarga to'laqonli sheriklik o'rnini egallay borishi, inson faoliyatining barcha jabqalarida zamonaviy axborot texnologiyalaridan yuqori darajada foydalanishning ko'lamlari qanday bo'lishiga hamda bu texnologiyalar ijtimoiy mehnat samaradorligining oshishida qanday rol o'ynashiga bog'liq. Demak, zamonaviy kompyuterlardan amalda keng foydalana oladigan yetuk kadrlar tayyorlash kechiktirib bo'lmaydigan vazifadir.

Talabalar dasturlash tillarini va yo'nalish bo'yicha maxsus fanlarni o'rganish natijasida dasturchi darajasiga yetishadi. Lekin, ular olgan nazariy va amaliy bilimlarini amaliy masalalarni yechishga qo'llashda ko'pgina qiyinchiliklarga duch kelishadi. Chunki ularda tipik, taqribiy masalalarni yechishda oliy matematika kursidan olgan bilimlarga mavjud. Shuning uchun, hayotiy masalalarning matematik modellarini tushuna olishlari, ularni

yechishning sonli-taqribiy, taqribiy-analitik usullarini o'rganishlari uchun "Sonli usular va algoritmlar" fanining ahamiyati katta hisoblanadi.

Yechiladigan masalalarni o'rganish uning matematik modelini tuzishdan boshlanadi, ya'ni uning asosiy o'ziga xos xususiyatlari ajratiladi va ular o'rtasida matematik munosabat o'rnatiladi. Matematik model tuzilgach, ya'ni masala matematik ko'rinishda ifodalangach, uni ma'lum matematik usullar bilan tahlil qilish mumkin. Matematik model tuzish bilan biz o'rta maktab fizika kursida tanishganmiz. Bunda dastlab o'rganilayotgan fizik hodisaning mohiyati, belgilari, ishlatilayotgan ko'rsatkichlari, so'zlar yordamida batafsil ifoda etiladi. Keyin fizik qonunlar asosida kerakli matematik tenglamalar keltirilib chiqariladi. Bu tenglamalar o'rganilayotgan fizik jarayon, hodisalarning matematik modelidir.

Matematik model hech qachon qaralayotgan obyektning xususiyatlarini aynan, to'la o'zida mujassam qilmaydi. U har xil faraz va cheklanishlar asosida tuzilgani uchun taqribiy harakterga ega demak, uning asosida olinayotgan natijalar ham taqribiy bo'ladi.

Modelning aniqligi, natijalarning ishonchlilik darajasini baholash masalasi matematik modellashtirishning asosiy masalalaridan biridir.

Matematik model har xil vositalar yordamida berilishi mumkin. Bu vositalar funksional analiz elementlarini ishlatib differensial va integral tenglamalar tuzishdan to hisoblash algoritmi va EHM dasturlarini yozishgacha bo'lgan bosqichlarni o'z ichiga oladi. Har bir bosqich yakuniy natijaga o'ziga xos ta'sir ko'rsatadi va ulardagi yo'l qo'yiladigan xatoliklar oldingi bosqichlardagi xatoliklar bilan ham belgilanadi.

Obyektning matematik modelini tuzish, uni EHM da bajariladigan hisoblashlar asosida tahlil qilish "hisoblash tajribasi" deyiladi. Bu tajribalar quyidagi bosqichlar asosida olib boriladi.

Birinchi bosqichda masalaning aniq qo'yilishi, berilgan va izlanuvchi miqdorlar, obyektning matematik model tuzish uchun ishlatish lozim bo'lgan boshqa xususiyatlari tasvirlanadi.

Ikkinchi bosqichda fizik, mexanik, ximiyaviy va boshqa qonuniyatlar asosida matematik model tuziladi. U asosan algebraik chiziqsiz, differensial, integral va boshqa turdagi tenglamalardan iborat bo'ladi.

Ularni tizimda o'rganilayotgan jarayonga ta'sir ko'rsatuvchi omillarning barchasini bir vaqtning o'zida hisobga olib bo'lmaydi, chunki matematik model juda murakkablashib ketadi. Shuning uchun, model tuzishda eng kuchli ta'sir etuvchi asosiy omillargina hisobga olinadi.

Uchinchi bosqichda masalaning matematik modeli tuzilgach, mos tenglamalar yechilishi va kerakli ko'rsatkichlar aniqlanishi lozim. Masalan, matematik model differensial tenglama bilan tasvirlangan bo'lsa, sonli usullar yordamida u chekli sondagi nuqtalarda aniqlangan chekli-ayirmali tenglamalar bilan almashtiriladi.

To'rtinchi bosqichda sonli usullar yordamida aniqlangan algoritm asosida biror - bir algoritmik tilda EHM da ishlatish uchun dastur tuziladi. Masalan, u umumiy xususiyatga ega bo'lishi kerak, ya'ni matematik modelda ifodalangan masala parametrlarining yetarlicha katta sohada o'zgaruvchi qiymatlarida dastur yaxshi natija berishi kerak.

Oxirgi bosqichda dastur EHMga qo'yiladi va olingan sonli natijalar chuqur tahlil qilinib baholanadi.

Natijalarga qarab mutaxassis tahlil qilinayotgan jarayon to'g'risida xulosalar chiqaradi, uning amalga oshishiga ma'lum maqsad asosida ta'sir ko'rsatadi, boshqarish vositalarini ishlab chiqadi, tavsiyalar beradi. Ko'plab variantlar asosida bajariluvchi hisoblash tajribalari yordamida loyihachi u yoki bu belgiga ko'ra barcha variantlar ichidan eng ma'qulini tanlashi mumkin.

Zamonaviy ShEHM larning ishlab chiqilishi, ilmiy va o'quv jarayonlariga kirib kelishi ma'lum bir yutuqlarga erishishga sabab bo'ldi. Bunga yangi

dasturlash tillaridan tashqari maxsus dasturlar paketlarining ishlab chiqilishi ham sabab bo'ldi. Bu sohada Maple, MATLAB, Mathcad, Mathematica kabi matematik paketlarning ham ahamiyati juda katta.

Zamonaviy kompyuterlarning dasturiy ta'minotining tarkibiy qismiga kiruvchi Microsoft Office paketidagi asosiy vositalardan biri jadval prosessori deb ataluvchi Excel dasturidir. Excel dasturi Windows operasion tizimi uchun mo'ljallangan bo'lib, elektron jadvallarni tayyorlash va ularni tahrirlash kabi masalalarni hal qilish imkoniyatiga ega.

Ishning maqsadi va vazifasi. Elektron jadvallar asosan iqtisodiy masalalarni yechishga muljallangan bo'lsada, uning tarkibiga kiruvchi vositalar boshqa sohaga tegishli masalalarni yechishga ham, masalan, formulalar bo'yicha hisoblash ishlarini olib borish, grafik va diagrammalar kurishga ham katta yordam beradi. Shuning uchun Excel dasturini urganish muhim ahamiyat kasb etadi va har bir foydalanuvchidan Excel bilan ishlay olish ko'nikmasiga ega bo'lish talab etiladi.

Inson o'z ish faoliyati davomida ko'pincha biror kerakli ma'lumot olish uchun bir xil, zerikarli, ba'zida esa, murakkab bo'lgan ishlarini bajarishga majbur bo'ladi. Microsoft Excel dasturi mana shu ishlarni osonlashtirish va qiziqarli qilish maqsadida ishlab chiqilgandir.

Microsoft Excel elektron jadvali hisoblash vositasi sifatida qaralib, statistik, iqtisodiy va moliyaviy masalalarni yechishda yordam beribgina qolmay, balki har kungi xarid qilinadigan oziq-ovqatlar, uy-ro'zg'or buyumlari hamda bankdagi hisob raqamlari hisob-kitobini olib borishda ham yordam beruvchi tayyor dasturdir.

Elektron jadvallarga ishlov berish dasturi ofis (idora) paketining eng muhim komponentalarining biridir. Bunday dasturiy vositani ehtiyojga qarab, foydalanish mumkinligi uning universal dastur ekanligidan dalolat beradi. Bugungi kunimizni turli mazmun va hajmdagi hisob-kitob ishlarisiz tasavvur

qilish mumkin emas. Ana shu ishlarni bajarishda Excel dasturi beminnat dastyor bo‘lib hizmat qilishi mumkin.

Olingan ayrim ma’lumotlarga qaraganda, o‘rtacha foydalanuvchi ushbu dasturiy vositaning beshdan bir qism imkoniyatlaridan foydalana olar ekan.

Turli bloklarni tayyorlash, diagrammalar tuzish, bu jarayonda katta sondagi funksiyalardan foydalanish va hokazolar Excel dasturining imkoniyatlari juda ham kengligidan dalolat beradi. Bu imkoniyatlardan nafaqat tashkilotlarning idorasida, balki murakkab rejalashtirish ishlarida, hisob-kitob bilan bog‘liq ko‘plab masalalarda, ilmiy-tadqiqot ishlarida ham foydalanish mumkin.

Microsoft Excel dagi barcha ma’lumotlar jadval kurinishida namoyon bo‘lib, bunda jadval yacheykalarining (xonalarining) ma’lum qismiga boshlangich va birlamchi ma’lumotlar kiritiladi. Boshqa qismlari esa har xil arifmetik amallar va boshlangich ma’lumotlar ustida bajariladigan turli amallar natijalaridan iborat bo‘lgan axborotlardir.

Ushbu ish Excel dasturining mumkin bo‘lgan qirralaridan birini, ya’ni sonli usullar fanining ko‘plab masalalarini Excel dasturi yordamida hal qilishni o‘rganishga bag‘ishlangan.

Masalaning qo‘yilishi. “Hisoblash usullaridan amaliy va laboratoriya ishlarini Excel da bajarish” mavzusidagi bitiruv malakaviy ishini bajarish uchun quyidagi vazifalar qo‘yilgan: Excel dasturining masalalarni sonli usullar bilan yechish uchun qo‘llash mumkin bo‘lgan imkoniyatlarini o‘rganish; sonli usullarni Excel ga tatbiq etish yo‘l-yo‘riqlarini aniqlash; laboratoriya ishlarida qo‘llash uchun nazariy hamda amaliy materiallarni yig‘ish va o‘rganish; laboratoriya ishlari uchun namunalar tayyorlash; yig‘ilgan materiallar asosida elektron o‘quv qo‘llanma yaratish; bitiruv malakaviy ishi doirasida bajarilgan ishlarni qo‘yilgan talablar asosida yozma rasmiylashtirish.

Ishning ilmiy, uslubiy, amaliy ahamiyati. Elektron jadvallarga ishlov berish dasturi ofis (idora) paketining eng muhim komponentalarining biridir. Bunday dasturiy vositani ehtiyojga qarab, foydalanish mumkinligi uning

universal dastur ekanligidan dalolat beradi. Bugungi kunimizni turli mazmun va hajmdagi hisob-kitob ishlarisiz tasavvur qilish mumkin emas. Ana shu ishlarni bajarishda Microsoft Excel dasturi beminnat dastyor bo'lib hizmat qilishi mumkin. Olingan ayrim ma'lumotlarga qaraganda, o'rtacha foydalanuvchi ushbu dasturiy vositaning beshdan bir qism imkoniyatlaridan foydalana olar ekan.

Turli bloklarni tayyorlash, diagrammalar tuzish, bu jarayonda katta sondagi funksiyalardan foydalanish va hokazolar Microsoft Excel dasturining imkoniyatlari juda ham kengligidan dalolat beradi. Bu imkoniyatlardan nafaqat tashkilotlarning idorasida, balki murakkab rejalashtirish ishlarida, hisob-kitob bilan bog'liq ko'plab masalalarda, ilmiy-tadqiqot ishlarida foydalanish mumkin.

Microsoft Excel ga bag'ishlangan ko'plab adabiyotlarning tahlili shuni ko'rsatdiki, ushbu dasturlar dastasining imkoniyatlari juda ham keng bo'lishiga qaramay, ma'lumotlar bir tomonlama yoritilgan, to'g'rirog'i faqat uning idoralar uchun mo'ljallangan imkoniyatlari ochib berilgan. Ammo, Excel yordamida turli ilmiy-tadqiqot ishlarini ham olib borish mumkin. Jumladan masalalarni sonli usullar yordamida yechishga, sonli usullar fanini o'qitishga ham yuqori samara tatbiq etish mumkin. Internet orqali olib borgan qidiruvlarimiz bu sohadagi ishlarning juda ham kam ekanligini, o'zbek tilidagi ma'lumotlarning esa umuman yo'qligini ko'rsatdi.

Ishning tuzilishi. Ushbu ish kirish, asosiy qism (7 ta paragraf), xulosa va adabiyotlar ro'yxatidan iborat bo'lib, jami hajmi 45 bet.

Ishning annotatsiyasi. Excel dasturining masalalarni sonli usullar bilan yechish uchun qo'llash mumkin bo'lgan imkoniyatlari o'rganilgan. Sonli usullarni Excel ga tatbiq etish yo'l-yo'riqlari aniqlangan. Laboratoriya ishlarida qo'llash uchun nazariy hamda amaliy materiallarni yig'ish o'rganilgan. Laboratoriya ishlari uchun namunalar tayyorlangan. Yig'ilgan materiallar asosida elektron o'quv qo'llanma yaratishga asos solingan.

1. Jismning tekis harakatini modellashtirish

Masalaning qo'yilishi. Biror jismning o'zgarmas $v = \text{const}$ tezlik bilan harakati jarayonini modellashtirishni qaraymiz. Bizga ma'lumki, bunday jarayonda tezlikning hech bir xarakteristikasi (yo'nalishi va miqdori) o'zgarmaydi, harakat to'g'ri chiziq bo'ylab sodir bo'ladi, ya'ni to'g'ri chizikli harakatni kuzatamiz. Bu to'g'ri chiziqqa Ox o'qini mos qilib qo'yamiz. Vaqtning har bir sekundida jismning x koordinatasi bir xil ortirma oladi. Shuning uchun ixtiyoriy vaqt momentida bu koordinatani ushbu

$$x(t) = v_x \cdot t$$

ifodadan topish mumkin, bu yerda v_x - tezlikning Ox o'qidagi proyeksiyasi. Bu formulani jismning harakati tenglamasi deb qarash mumkin. Agar boshlang'ich vaqt momentida ($t_0 = 0$) jismning holati koordinata boshi bilan mos tushmasa, u holda bu harakat tenglamasi quyidagicha yoziladi;

$$x(t) = x_0 + v_x \cdot t.$$

Tezlik vektorining Ox o'qidagi v_x proyeksiyasi algebraic miqdor. U tezlik vektorining Ox o'q bilan hosil qilgan α burchagi qiymatiga qarab ham musbat va ham manfiy bo'lishi mumkin. Agar $\alpha = 0^\circ$, $v_x > 0$ (ya'ni bu holda $v_x = v$, bu yerda $v = |\vec{v}|$ - tezlik vektorining moduli); agar $\alpha = 180^\circ$, $v_x < 0$ (bu holda $v_x = -v$).

Bu tekis to'g'ri jizikli harakat jarayonini grafik shaklda modellashtirish uchun tezlikning har xil qiymatlari va yo'nalishlarida $x = f(t)$ funsiyonal bog'lanishning grafigini chizish yetarli.

Jadval faylini yuklash.

1. Excel ishga tushiriladi.
2. 1-model. Tekis harakat.xls shablon ochiladi.

Jismning harakat tenglamasidan kelib chiqib, modelning boshlang'ich ma'lumotlari sifatida quyidagilar beiladi:

- x_0 – jismning boshlang'ich holati (boshlang'ich koordinatasi);
- v_x – tezlikning tanlangan o'qdagi proyeksiyasi;
- $[t_{\min}, t_{\max}]$ – harakat o'rganilayotgan vaqt intervali vaqtning boshlang'ich va oxirgi qiymatlari bilan beriladi (jarayonning sodir bo'lish vaqti oralig'i).

O'zgaruvchan miqdorlar: vaqt va jismning koordinatasi.

O'zgarmas miqdorlar: tezlikning tanlangan Ox o'qdagi proyeksiyasi (bu shuni bildiradiki, harakat jarayonida bu miqdor o'zgarmaydi).

Izlanayotgan $x = f(t)$ funsiyaning grafigini chizish uchun ma'lum sondagi $(t; x)$ nuqtalarni tuzib olish kerak. Demak, t vaqtning o'zgarish qadami Δt ni berishimiz lozim: $\Delta t = (t_{\max} - t_{\min})/n$. Bu miqdor vaqtning butun intervalidagi barcha n ta vaqt nuqtalarini hosil qilish imkonini beradi, ya'ni $t_{i+1} = t_i + \Delta t$, bu yerda $i = 0, 1, \dots, n-1$. Shunday qilib, bu qiymatlar jadvalida $n+1$ ta satr, n ta nuqta, $n-1$ ta vaqt intervali mavjud.

Jadvalni to'ldirish.

1. C9, C10, C13 kataklarga boshlang'ich ma'lumotlar kiritiladi. Boshlang'ich vaqt momenti nolga teng deb olinadi (C12 katak). Masalan, boshlang'ich ma'lumotlar quyidagilar:

$$v_x = 5 \text{ m/s}; x_0 = 0 \text{ m}; t_0 = t_{\min} = 0 \text{ s}; t_{\max} = 10 \text{ s}.$$

2. C14 katakda vaqt qadami ko'rsatiladi, masalan $n = 20$ da $\Delta t = 0,2$ s.

3. Ma'lumotlar jadvali to'ldiriladi:

1) F6 katakka boshlang'ich vaqt momenti kiritiladi. Bu shu katakni C12 katakdagi qiymat bilan bog'lash orqali amalga oshiriladi.

2) F ustunning qolgan quyidagi kataklarida, ya'ni F7 dan boshlab Δt qadam bilan joylashtiriladi:

$$t_1 = t_0 + \Delta t; t_2 = t_1 + \Delta t; \dots t_{i+1} = t_i + \Delta t; \dots t_n = t_{n-1} + \Delta t.$$

Buning uchun F7 katakka $=F6+\$C\14 formulasi kiritiladi va bu formula ustunning qolgan kataklariga tarqatiladi. Bu ustunga «Vaqr, s» deb nom beriladi.

1-model Tekis harakat.xlsx - Excel

Главная Вставка Разметка страницы Формулы Данные Рецензирование Вид Надстройки Команда

Calibri 11

Общий

Условное форматирование Форматировать как таблицу Стили

Вставить Удалить Формат Ячейки

Сортировка и фильтр Найти и выделить Редактирование

Буфер обмена Шрифт Выравнивание Число

A24

To'g'ri chiziqli tekis harakat

Hisob formulalari:

$\bar{v} = const;$
 $x(t) = x_0 + v_x \cdot t.$

Natijalar jadvali

No	Vaqt, s	Koordinata, m
1	0	0
2	0,2	1
3	0,4	2
4	0,6	3
5	0,8	4
6	1	5
7	1,2	6
8	1,4	7
9	1,6	8
10	1,8	9
11	2	10
12	2,2	11
13	2,4	12
14	2,6	13
15	2,8	14
16	3	15
17	3,2	16

Berilganlar:

Tezlik $v_x = 5$ m/s
 Boshlang'ich koordinata $x_0 = 0$ m/s
 Vaqt intervali $t_0 = 0$ s, $t_{max} = 10$ s, $\Delta t = 0,2$ s

Tekis harakat grafifi

1-model

Готово

12:09 09.05.2016

Bu yerda \$ belgi C14 katakdagi qiymatning absolyut murojaatini ta'minlaydi, ya'ni vaqt qadami o'zgarmay turadi.

3) G6 katak nuqtaning boshlang'ich koordinatasini ifodalovchi C10 katak bilan xuddi yuqoridagidek bog'lanadi.

4) G7 katakka vaqtning berilgan qiymatiga mos keluvchi koordinata berilgan formula bo'yicha hisoblab qo'yiladi: $=G6+\$C\$10*F7$.

5) G7 katakdagi formula qolgan G8:G26 kataklarga nusxalanadi.

4. Jadval varag'iga «**1-model**» deb nom beriladi va u **Tekis harakat** mavzusini ifodalaydi.

x(t) bog'lanishning grafigini chizish.

Tekis harakat qilayotgan jismning haakat koordinatalarining vaqtdan bog'liq o'zgarish grafigini chizish uchun **F** ustundagi F6:F26 diapazonni *Ox* o'qqa (*Ось X (категорий)*), **G** ustundagi G6:G26 diapazonni *Oy* o'qqa (*Ось Y (значений)*) joylashtirib, grafik chizish funksiyasiga murojaat qilinadi.

1. F6:G26 diapazon belgilab olinadi.
2. *Вставка-Диаграмма...* komandasi tanlanadi.
3. Diagramma turidan *Точечная* ... tanlanadi.
4. - «Название диаграммы» - Tekis harakat;
5. - «Ось X (категорий)» - Vaqt *t*, s.
6. - «Ось Y (значений)» - Koordinata (m).
7. Har ikkala o'q uchun ham to'rnining asosiy chiziqlari chiziladi.
8. Grafikning rangi o'zgartiriladi.
9. Legenda qimati olib tashlanadi.
10. Grafik diagrammasidan nusxa olinadi.

Fayl **1-model Tekis harakat.xlsx** nomi bilan saqlanadi.

2. Jismning tekis tezlanuvchan harakatini modellashtirish

Masalaning qo'yilishi. Jismning tekis tezlanuvchan to'g'ri chiziqli harakatini ($\vec{a} = const$) qaraymiz. Ko'rinib turibdiki, harakat to'g'ri chiziq bo'ylab sodir bo'ladi, u holda uning harakatini bitta koordinata bilan fodalash yetarli. Faraz qilaylik, jism Oy o'q boylab harakat qilayotgan bo'lsin. Tezlanishning ta'rifiga ko'ra quyidagi munosabatni yoza olamiz:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t},$$

bu yerda kasrning surati tezlikning o'zgarishini, maxraji esa shu o'zgarish sodir bo'lgan vaqt oralig'ini bildiradi. Bu yerda esa

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a} \cdot t,$$

bunda \vec{v}_0 - boshlang'ich tezlik. Harakat tekis tezlanuvchan sodir bo'layotganligi uchun jism tezligi har bir sekundda bir xil orttirma oladi. Buni tanlangan Oy koordinataga nisbatan proyeksiya shaklida yozamiz:

$$v_y = v_{0y} + a_y \cdot t.$$

\vec{v} , \vec{v}_0 , \vec{a} vektorlarning va Oy o'qning o'zaro yo'nalishiga qarab tezlik va tezlanishning proyeksiyalari ham musbat va ha manfiy bo'lishi mumkin. Bunda agar $a_y > 0$ ($a_y = a$, bu yerda $a = |\vec{a}|$ - tezlanish vektori moduli) bo'lsa tezlik musbat orttirma oladi, ya'ni vaqt o'tishi bilan u ortib oshib boradi (tezlashuvchan harakat); agar $a_y < 0$ bo'lsa tezlik vaqt o'tishi bilan kamayib boradi (sekinlashuvchan harakat). Bunday holda jism koordinatasining o'zgarish qonuniyati quyidagicha bo'ladi (y_0 - jismning $t_0 = 0$ boshlang'ich vaqt momentidagi boshlang'ich holati):

$$y(t) = y_0 + v_{0y} \cdot t + \frac{a_y \cdot t^2}{2},$$

Shunday qilib, tekis tezlanuvchan harakaning matematik modeli tuzildi, bu jarayonni grafik modellashtirish esa a_y , v_{0y} larning har xil qiymatlarida $v_y = f(t)$ va $y = f(t)$ bog'lanishlarning grafiklarini qurishdan iborat.

Jadval faylini yuklash.

1. Excel ishga tushiriladi.
2. 2-model_Tekis tezlanuvchan harakat.xlsx shablon ohiladi.

Bu modelning boshlang'ich qiymatlari quyidagilar:

- 1) y_0 – jismning nolinch deb qabul qilinuvchi vaqt momentidagi koordinatasi;
- 2) v_{0y} – boshlang'ich tezlikning tanlangan o'qdagi proyeksiyasi;
- 3) a_y – boshlang'ich tezlanishning tanlangan o'qdagi proyeksiyasi;
- 4) $[t_{\min}, t_{\max}]$ – harakat qaralayotgan vaqt intervali.

O'zgaruvchan miqdorlar: vaqt; tezlik; koordinata (ular harakat jarayonida o'zgaradi).

O'zgarmas miqdorlar: boshlang'ich tezlik va tezlanishning tanlangan o'qdagi proyeksiyalari (ular harakat jarayonida o'zgarmasdan qoladi).

Jadvalni to'ldirish.

1. Boshlang'ich ma'lumotlar jadvali C11:C15 kataklarga to'ldiriladi. Masalan, quyidagilarni boshlang'ich berilganlar deb qabul qilishimiz mumkin:

$$y_0 = 0 \text{ m}; v_{0y} = 5 \text{ m/s}; a_y = 2 \text{ m/s}^2; t_0 = t_{\min} = 0 \text{ s}; t_{\max} = 10 \text{ s}.$$

2. C16 katakda vaqt qadami ko'rsatiladi, masalan $n = 20$ da $\Delta t = 0,2 \text{ s}$.
3. Ma'lumotlar jadvali «Vaqt – Tezlik - Koordinata» to'ldiriladi.

- **F** ustunda jism harakatining tezligi va koordinatasi aniqlanadigan vaqtning qiymatlari (Vaqt, s). F6 katakda boshlang'ich vaqt momenti (C14 katakdagi qiymat) nusxalanadi, F7 katakka $=F4+\$F\16 formula kiitiladi va u qolgan F8:F26 kataklarga nusxalanadi;

- **G** ustunda jism harakatining tezligi qiymatlari (Tezlik, m/s). G6 katakka C12 katakdagi qiymat nusxalanadi, qolgan G7 katakka $=\$H\$4+\$C\$13*F5$ formula kiritiladi va u H8:H26 kataklarga nusxalanadi;

2-model Tekis tezlanuvchan harakat.xlsx - Excel

Главная Вставка Разметка страницы Формулы Данные Рецензирование Вид Надстройки Команда

Calibri 11

Общий

Условное форматирование Форматировать как таблицу Стили

Вставить Удалить Формат Ячейки

Сортировка Найти и фильтр Редактирование

Буфер обмена Шрифт Выравнивание Число

M25

To'g'ri chiziqli tekis tezlanuvchan harakat

Hisob formulalari:

$$v_y = v_{0y} + a_y \cdot t$$

$$y(t) = y_0 + v_{0y} \cdot t + \frac{a_y \cdot t^2}{2}$$

$$\bar{a} = const$$

Berilganlar:

Boshlang'ich koordinata	$y_0 =$	0	m/s
Boshlang'ich tezlik	$v_0 y =$	5	m/s
Boshlang'ich tezlanish	$a_y =$	2	m/s ²
Vaqt intervali	$t_0 =$	0	s
	$t_{max} =$	10	s
	$\Delta t =$	0,2	s

Natijalar jadvali

No	Vaqt, s	Tezlik, m/s	Koordinata, m
1	0	5	0
2	0,2	5,4	1,04
3	0,4	5,8	2,16
4	0,6	6,2	3,36
5	0,8	6,6	4,64
6	1	7	6
7	1,2	7,4	7,44
8	1,4	7,8	8,96
9	1,6	8,2	10,56
10	1,8	8,6	12,24
11	2	9	14
12	2,2	9,4	15,84
13	2,4	9,8	17,76
14	2,6	10,2	19,76
15	2,8	10,6	21,84
16	3	11	24
17	3,2	11,4	26,24

To'g'ri chiziqli tekis tezlanuvchan harakat

Tezlik (m/s), Koordinata (m)

Vaqt (s)

--- Tezlik, m/s — Koordinata, m

2-model

Готово

22:19 09.05.2016

- **H** ustunda jism harakatining tezlanishi qiymatlari (Tezlanish, m/s^2).
H6 katakka C11 katakdagi qiymat nusxalanadi, qolgan H7 katakka
 $=H\$4+\$C\$12*F5+\$C\$13*F5*F5/2$ formula kiritiladi va u H8:H26 kataklarga
nusxalanadi;

4. F6:H26 diapazondagi sonlar kerakli formatga (sonli yoki eksponensial)
keltiriladi.

5. Hisob natijalarini o'z ichiga olgan Excel varag'iga 2-model (Tekis
tezlanuvchan harakat uchun) nomi beriladi.

$v(t)$ va $x(t)$ o'zgaruvchilarning bog'lanish grafigi chizish.

1. Tekis harakat qilayotgan jismning harakat koordinatalarining vaqtdan
bog'liq o'zgarish grafigini chizish uchun **F** ustundagi F6:F26 diapazonni *Ox*
o'qqa (*Ось X (категорий)*), **G** va **H** ustunlardagi G6:H26 diapazonni *Oy* o'qqa
(*Ось Y (значений)*) joylashtirib, grafik chizish funksiyasiga murojaat qilinadi.

1. F6:H26 diapazon belgilab olinadi.
2. *Вставка-Диаграмма...* komandasi tanlanadi.
3. *Diagramma* turidan *Точечная ...* tanlanadi.
4. «Название диаграммы» - Tekis harakat;
5. - «Ось X (категорий)» - Vaqt t , s.
6. - «Ось Y (значений)» - Tezik (m/s) va Koordinata (m).
7. Har ikkala o'q uchun ham to'ring asosiy chiziqlari chiziladi.
8. Grafiklarning rangi o'zgartiriladi.
9. Grafik diagrammasidan nusxa olinadi.

Fayl **2-model Tekis tezlanuvchan harakat.xlsx** nomi bilan saqlanadi.

3. Matematik mayatnik misolida tebranma harakatni modellashtirish

Masalaning qo'yilishi. Agar jism so'nmaydigan erkin tebranishlarni amalga oshirsa, u holda uning koordinatalari vaqt o'tishi bilan sinus yoki kosinus qonuniyati bo'yicha o'zgaradi, ya'ni

$$x = x_{\max} \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi), \quad (1)$$

bu yerda x_{\max} – amplituda, $(\omega_0 t + \varphi)$ – tebranish fazasi, φ – boshlang'ich faza, ω_0 – tebranishning siklik (doiraviy) xos chastotasi. Bunday holda tezlik (bu koordinatadan vaqt bo'yicha birinchi tartibli hosila) va tezlanish (bu koordinatadan vaqt bo'yicha ikkinchi tartibli hosila) ham quyidagi garmonik qonun bo'yicha o'zgaradi:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = x' = x_{\max} \omega_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi) = x_{\max} \omega_0 \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi + \frac{\pi}{2});$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = x'' = -x_{\max} \omega_0^2 \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi) = x_{\max} \omega_0^2 \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi + \pi).$$

Bu ifodalarni akslantirish uchun keltirish formulalaridan foydalanamiz. Bu yerdan ko'rinib turibdiki, tezlik ko'chishdan $\pi/2$ fazaga oldinda, tezlanish esa π fazaga oldinda, ya'ni u ko'chishga nisbatan qarama-qarshi fazada turibdi.

Tebranuvchi tizimlarning eng sodda va keng tarqalgan modeli bu matematik mayatnik: m massali moddiy nuqta uzunli L ga teng ipga osilgan bo'lib, u vertikal tekislikda tebranadi. Bunday holda tebranishning doiraviy chastotasi quyidagicha:

$$\omega_0 = \sqrt{g/L},$$

tebranish davri esa quyidagiga teng:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{L/g}.$$

Shunisi qiziqarlilik, erkin tebranish holida doiraviy chastota va tebranish davri shu tizimning xossasidan aniqlanadi va ular boshlang'ich shartlardan

(boshlang'ich ko'chishdan yoki xuddi shunday boshlang'ich fazadan) bog'liq emas.

Ushbu masalani yechishdan maqsad bu $x(t)$, $v(t)$, $a(t)$ bog'lanishlarning grafiklarini chizish va tizim parametrlarining o'zgarishlari bilan ularning o'zgarishini kuzatish.

Masalani yechish algoritmi va hisob natijalari.

A. Jadval faylini yuklash.

1. Excel ishga tushiriladi.
2. 1-model_Matematik mayatnikning tebranishi.xlsx shablon oshiladi.

Modelning boshlang'ich shartlari:

- 1) x_{\max} – amplituda (maksimal ko'chish);
- 2) φ – boshlang'ich faza;
- 3) L – ipning uzunligi;
- 4) vaqt intervali.

O'zgarimas miqdorlar: amplituda; boshlang'ich faza; ipning uzunligi; tebranish davri (chastotasi).

O'zgaruvchan miqdorlar: vaqt; har bir vaqt momentida jismning ko'chishi (x koordinataning o'zgarishi), tezlik va tezlanishning o'zgarishi.

B. Jadvalni to'ldirish.

Jadval 101 ta nuqtaga mo'ljallangan, ya'ni vaqt interval 100 ta bo'lakka bo'lingan.

1. C10, C11, C14, C15 va C18 kataklarga berilgan ma'lumotlar kiritiladi. Masalan, $x_{\max} = 0,3$ m; $L = 1$ m; $t_{\min} = 0$ s; $t_{\max} = 10$ s; $\varphi = 30^0$.

2. C12, C17 va C16 kataklarga mos ravishda tebranish davri va chastotasi hamda Δt vaqt intervalini hisoblash imkonini beruvchi formulalar kiritiladi. Aniq amaliy masala uchun hisoblashlarda erkin tushish tezlanishi ($g \approx 9,80665$

m/s^2) va π ($\pi \approx 3,14159265358979$) sonining qiymati kerakli ishonchli raqam bilan olinadi.

3. РАДИАНЫ() funksiyasidan foydalanib, boshlang'ich fazaning gradusda berilgan qiymati radian o'lchovidagi qiymatiga almashtiriladi (chunki koordinata, tezlik va tezlanishlarda foydalaniladigan trigonometrik funksiyalar burchakning radianda berilgan qiymatlarida hisoblanadi).

1) E18 katak belgilanadi;

2) master funksiya chaqiriladi;

3) «Категория» maydonidan «Математические», «Функция» maydonidan «РАДИАНЫ» tanlanadi. Bu funksiya gradusda berilgan qiymatni radianga almashtiradi.

4) «Угол» maydonidagi «панель формул» ga burchakning gradus o'lchovida berilgan qiymatini shaqlayotgan katak adresi – C18 kiritiladi.

4. Ma'lumotlar jadvali (Vaqt – Koordinata – Tezlik - Tezlanish) to'ldiriladi.

1) **G** ustunda vaqtning qiymatlarini Δt qadam bilan joylashtiriladi, bunda vaqtning boshlang'ich qiymati o'zgarishini kuzatib borish uchun G7 katak C14 katak bilan bog'landi. Ustunning keyingi katagiga formula kiritiladi va u G7:G107 diapazonga nusxa qilinadi;

2) **H, I, J** ustunlarda koordinata, tezlik va tezlanishning **G** ustundagi vaqt qiymatlariga mos qiymatlari hisoblanadi.

Izoh. Formulalarni kiritishda o'zgarmas qiymatlar uchun qo'zg'almas murojaatdan (masalan, C\$2, \$C2 yoki \$C\$2) foydalanishni unutmaslik lozim.

5. Jadvalni o'z ichiga olgan Excel varag'i qayta nomlanadi (masalan, 1-model yoki Mayatnikning tebranishi).

3-model_Matematik mayatnikning tebranishi.xlsx - Excel

Главная Вставка Разметка страницы Формулы Данные Рецензирование Вид Настройки Команда

Calibri 11

Общий

Условное форматирование Форматировать как таблицу Стиль ячеек

Вставить Удалить Формат

Сортировка и фильтр Найти и выделить Редактирование

А24

Matematik mayatnikning erkin tebranishi

Hisob formulalari:

$$T = 2\pi\sqrt{L/g}; \omega_0 = \frac{2\pi}{T}; x(t) = x_{\max} \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi);$$

$$v(t) = \omega_0 \cdot x_{\max} \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi); a(t) = -\omega_0^2 \cdot x_{\max} \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi).$$

Berilganlar:

Tebanish amplitudasi	xmax =	0,3	m
Mayatnik uzunligi	L =	1	m
Tebanish davri	T =	2,00606	s
Vaqt intervallari	tmin =	0	s
	tmax =	10	s
	$\Delta\tau =$	0,1	s
Doiraviy chastota	$\omega_0 =$	3,13209	rad/s
Boshlang'ich faza	$\varphi =$	30	grad= 0,52360 rad
	g =	9,81	m/s ²
	$\pi =$	3,14159	

Vaqt, s	Koordinata, m	Tezlik, m/s	Tezlanish, m/s ²
0	0,15	0,8137414	-1,4715
0,1	0,22275263	0,8939144	-2,1852033
0,2	0,27383129	0,7612228	-2,6862849
0,3	0,29826598	0,5544636	-2,9259892
0,4	0,2936792	0,2937549	-2,8809929
0,5	0,26051724	0,0044635	-2,5556741
0,6	0,20200678	-0,2852621	-1,9816866
0,7	0,12384094	-0,5472315	-1,2148796
0,8	0,03362529	-0,755955	-0,3298641
0,9	-0,0598621	-0,8911235	0,58724744
1	-0,1475249	-0,9395852	1,4472194
1,1	-0,2208334	-0,8966246	2,16637597
1,2	-0,2726547	-0,7664218	2,67474275
1,3	-0,2979465	-0,5616457	2,92285532
1,4	-0,2942479	-0,3022211	2,88657217
1,5	-0,2610188	-0,0122093	2,56042367

Mayatnikning erkin tebranishi

Koordinata (m), Tezlik (m/s), Tezlanish (m/s²)

— Koordinata, m - - - Tezlik, m/s - · - Tezlanish, m/s²

Готово

22:23 09.05.2016

C. Grafiklarni qurish.

Hisoblashlar natijalariga ko'ra uchta funksiyaning grafigini chizish lozim, bular: $x(t)$, $v(t)$, $a(t)$. Ox o'q bo'ylab har uchalsi uchun ham bir xil vaqt qiymatlari mos keladi. Shunga ko'ra har uchala funksiyaning grafigini bitta koordinatalar sistemasida ifodalash mumkin. Grafiklarni bunday qurish holi bir nechta har xil qiymatlarni taqqoslashda (masalan, taqribiy va aniq yechimni eksperiment natijasi bilan taqqoslashda) qo'llaniladi. Bu holdan faqatgina bir xil tartibli qiymatlarni taqqoslashdagina foydalanish qulay.

Jadvalda ko'rinib turibdiki, G7:J107 kataklar blokida joylashgan qiymatlar asosida grafiklarni qurishimiz mumkin. Excelda to'rtta ustun quymatlar mavjud, bular: 1-ustun (G7:G107) – vaqtning qiymatlari; 2-ustun (H7:H107) – koordinataning vaqtdan bog'liq qiymatlari; 3-ustun (I7:I107) – tezlikning vaqtdan bog'liq qiymatlari; 4-ustun (J7:J107) – tezlanishning vaqtdan bog'liq qiymatlari. 1-ustun (G7:G107) qiymatlari keying har uchala ustunga ham tegishli.

Endi funksiyalar grafigini chizish bajariladi:

- G6:J107 diapazon belgilab olinadi;
- diagramma turi «Точечная» tanlanadi;
- «Название диаграммы» - Mayatnikning erkin tebranishi;
- «Ось X (категорий)» - Vaqt t , s.
- «Ось Y (значений)» - Koordinata (m), Tezlik (m/s), Tezlanish (m/s^2).

Har ikkala o'q uchun ham to'rtinchi ustun asosiy chiziqlari chiziladi.

Grafiklarni bir biridan ajratish uchun chiziqlar turi va rangi o'zgartiriladi.

Legenda qimati saqlab qolinadi.

Grafiklar diagrammasidan nusxa olinadi.

Fayl **3-model Mayatnikning erkin tebranishi.xlsx** nom bilan saqlanadi.

4. Gorizontga nisbatan burchak ostida otilgan jismning haraktini modellashtirish

Masalaning qo'yilishi. Gorizontga nisbatan burchak ostida otilgan jismning faqat og'irlik kuchi ta'siridagi (ishqalanish kuchi e'tiborga olinmagan hol) haraktini qaraymiz. Bunday harakatni tavsiflash uchun bitta koordinata o'qi yetarli emas. Shuning uchun xOy koordinatalar tekisligi kiritiladi, bunda Ox o'q gorizont (chapdan o'ngga qarab) va Oy o'q vertikal (pastdan yuqoriga qarab) yo'naltiriladi. Endi jismning harakati har biri vaqtdan bog'liq holda o'zgaruvchi (x,y) ikkita koordinatadan bog'liq holda berilgan bo'ladi. Koordinatalarning o'zgarish qonuni quyidagilarga asosan chiqariladi.

Jismning harakatiga og'irlik kuchidan boshqa kuchlar ta'sir qilmayotganligi sababli Ox o'q bo'ylab harakat tekis va jismning absissasi

$$x = v_x \cdot t$$

qonuniyat bilan o'zgaradi, bunda $v_x = v_{0x} = \text{const}$ – tezlikning Ox o'qdagi proyeksiyasi. Tezlikning Oy o'qdagi proyeksiyasi

$$v_y = v_{0y} + g_y \cdot t$$

qonuniyat bilan o'zgaradi, bunda v_{0y} , g_y – boshlang'ich tezlik va erkin tushish tezlanishlarining Oy o'qdagi mos proyeksiyalari, Jismning koordinatasi esa vaqt o'tishi bila quyidagi qonuniyat bilan o'zgaradi:

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t + g_y \cdot t^2 / 2.$$

Trayektoriya tenglamasini, ya'ni $y(x)$ bog'lanishni toppish uchun bu oxirgi ifodadan vaqtni chiqarib tashlash kerak. Buning uchun vaqtni absissa o'qi orqali $t = x / v_x$ kabi ifodalab olamiz va uni ordinate tenglmasiga qo'yamiz:

$$y = y_0 + \frac{v_{0y}}{v_{0x}} x + \frac{g_y}{2} \cdot \frac{x^2}{v_{0x}^2},$$

bu yerda v_{0x} , v_{0y} , g_y proyeksiyalarning ishorasi koordinata o'qlarining yo'nalishlaridan bog'liq. Jism harakati trayektoriyasining har bir nuqtasidagi

tezlik shu egri chiziqqa urinma holda yo'nalgan bo'ladi va uni ikkita tashkil etuvchilarga

$$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y, \text{ bunda } \vec{v}_x = \vec{v}_{0x}$$

kabi ajratish mumkin.

Tezlikning moduli esa quyidagicha hisoblanadi:

$$v = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2}.$$

Ishning maqsadi o'zaro bog'langan x va t , y va t , y va x o'zgaruvchilarni kuzatish, jismning uchish uzoqligining otish burchagi va boshlang'ich tezlikdan bog'liqlik ifodasini keltirib chiqarishdan iborat.

Jadval faylini yuklash.

1. Exel ishga tushiriladi.
2. 4-model_ismning gorizontga nisbatan burchak ostidagi harakati.xlsx nomli shablon ochiladi.

Jismning harakat trayektoriyasini qurish uchun vaqtning ixtiyoriy momentida uning koordinatasini ifodalab beruvchi formulalar kerak, bular:

$$x = v_x \cdot t = x = v_{0x} \cdot t ;$$

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t - g \cdot t^2 / 2$$

hamda boshlang'ich tezlikning Ox va Oy o'qlaridagi proyeksiyalarini va burchakning gradus o'lchovini radianga aylantirib beruvchi, Δt vaqt qadamini ko'rsatuvchi qo'shimcha formulalar.

Bu formulalarni tahlil qilgan holda boshlang'ich ma'lumotlar, o'zgaruvchan va o'zgarmas miqdorlarni belgilab olamiz.

Jadvalni to'ldirish.

1. Boshlang'ich sonli ma'lumotlarni quyidagicha olamiz:

$$\alpha_1 = 36^0; \alpha_2 = 45^0; \alpha_3 = 60^0; v_0 = 100 \text{ m/s}; y_0 = 0 \text{ m}; t_0 = t_{\min} = 0 \text{ s}; t_{\max} = 12 \text{ s}.$$

- 1) \vec{v}_0 - boshlang'ich tezlik va Ox koordinata o'qi orasidagi burchak graduslarda D15, D16, D17 kataklarda beriladi. Bu jism harakati trayektoriyasining otish burchagidan bog'liqligini kuzatish imkonini

beradi. Agar otish burchagi radianlarda berilgan bo'sa, u holda bu qiymatlar F15, F16, F17 kataklarga yoziladi.

- 2) boshlang'ich tezlikning moduli D18 katakka yoziladi;
 - 3) boshlang'ich ordinate (otish nuqtasining balandligi) D19 katakka yoziladi;
 - 4) boshlang'ich vaqt momenti D21 katakka yoziladi (odatda boshlang'ich vaqt momenti noldan boshlanadi);
 - 5) erkin tushish tezlanishi g (ishonchli raqamlar soni masalaning berilishida ko'rsatiladi) D23 ktakka yoziladi;
2. Agar burchaklar graduslarda berilgan bo'lsa, dastlab F15 katakka ushbu = РАДИАНЫ(D15) formula kiritiladi va keyin u F16:F17 kataklarga nusxalanadi.

5. Prujinali mayatnikning tebranishi masalasini sonli yechish

Masalaning qo'yilishi. Agar jism so'nmaydigan erkin tebranishlarni amalga oshirsa, u holda uning koordinatalari vaqt o'tishi bilan sinus yoki kosinus qonuniyati bo'yicha o'zgaradi, ya'ni

$$x = x_{\max} \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi), \quad (1)$$

bu yerda x_{\max} – amplituda, $(\omega_0 t + \varphi)$ – tebranish fazasi, φ – boshlang'ich faza, ω_0 – tebranishning siklik (doiraviy) xos chastotasi. Bunday holda tezlik (bu koordinatadan vaqt bo'yicha birinchi tartibli hosila) va tezlanish (bu koordinatadan vaqt bo'yicha ikkinchi tartibli hosila) ham quyidagi garmonik qonun bo'yicha o'zgaradi:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = x' = x_{\max} \omega_0 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi) = x_{\max} \omega_0 \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi + \frac{\pi}{2});$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = x'' = -x_{\max} \omega_0^2 \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi) = x_{\max} \omega_0^2 \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi + \pi).$$

Bu ifodalarni akslantirish uchun keltirish formulalaridan foydalanamiz. Bu yerdan ko'rinib turibdiki, tezlik ko'chishdan $\pi/2$ fazaga oldinda, tezlanish esa π fazaga oldinda, ya'ni u ko'chishga nisbatan qarama-qarshi fazada turibdi.

Tebranuvchi tizimlarning eng sodda va keng tarqalgan modeli bu matematik mayatnik: m massali moddiy nuqta uzunli L ga teng ipga osilgan bo'lib, u vertikal tekislikda tebranadi. Bunday holda tebranishning doiraviy chastotasi quyidagicha:

$$\omega_0 = \sqrt{g/L},$$

tebranish davri esa quyidagiga teng:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{L/g}.$$

Shunisi qiziqarliki, erkin tebranish holida doiraviy chastota va tebranish davri shu tizimning xossasidan aniqlanadi va ular boshlang'ich shartlardan (boshlang'ich ko'chishdan yoki xuddi shunday boshlang'ich fazadan) bog'liq emas.

Ushbu masalani yechishdan maqsad bu $x(t)$, $v(t)$, $a(t)$ bog'lanishlarning grafiklarini chizish va tizim parametrlarining o'zgarishlari bilan ularning o'zgarishini kuzatish.

Masalani yechish algoritmi va hisob natijalari.

A. Jadval faylini yuklash.

1. Excel ishga tushiriladi.
2. 1-model_Matematik mayatnikning tebranishi.xlsx shablon oshiladi.

Modelning boshlang'ich shartlari:

- 1) x_{\max} – amplitude (maksimal ko'chish);
- 2) φ – boshlang'ich faza;
- 3) L – ipning uzunligi;
- 4) vaqt intervali.

O'zgarmas miqdorlar: amplituda; boshlang'ich faza; ipning uzunligi; tebranish davri (chastotasi).

O'zgaruvchan miqdorlar: vaqt; har bir vaqt momentida jismning ko'chishi (x koordinataning o'zgarishi), tezlik va tezlanishning o'zgarishi.

B. Jadvalni to'ldirish.

Jadval 101 ta nuqtaga mo'ljallangan, ya'ni vaqt interval 100 ta bo'lakka bo'lingan.

1. C10, C11, C14, C15 va C18 kataklarga berilgan ma'lumotlar kiritiladi.

Masalan,

$$x_{\max} = 0,3 \text{ m}; L = 1 \text{ m}; t_{\min} = 0 \text{ s}; t_{\max} = 10 \text{ s}; \varphi = 30^{\circ} .$$

2. C12, C17 va C16 kataklarga mos ravishda tebranish davri va chastotasi hamda Δt vaqt intervalini hisoblash imkonini beruvchi formulalar kiritiladi. Aniq amaliy masala uchun hisoblashlarda erkin tushish tezlanishi ($g \approx 9,80665 \text{ m/s}^2$) va π ($\pi \approx 3,14159265358979$) sonining qiymati kerakli ishonchli raqam bilan olinadi.

3. РАДИАНЫ() funksiyasidan foydalanib, boshlang'ich fazaning gradusda berilgan qiymati radian o'lchovidagi qiymatiga almashtiriladi (chunki koordinata, tezlik va tezlanishlarda foydalaniladigan trigonometrik funksiyalar burchakning radianda berilgan qiymatlarida hisoblanadi).

1) E18 katak belgilanadi;

2) master funksiya chaqiriladi;

3) «Категория» maydonidan «Математические», «Функция» maydonidan «РАДИАНЫ» tanlanadi. Bu funksiya gradusda berilgan qiymatni radianga almashtiradi.

4) «УГОЛ» maydonidagi «панель формул» ga burchakning gradus o'lchovida berilgan qiymatini shaqlayotgan katak adresi – C18 kiritiladi.

4. Ma'lumotlar jadvali (Vaqt – Koordinata – Tezlik - Tezlanish) to'ldiriladi.

1) **G** ustunda vaqtning qiymatlarini Δt qadam bilan joylashtiriladi, bunda vaqtning boshlang'ich qiymati o'zgarishini kuzatib borish uchun G7 katak C14 katak bilan bog'landi. Ustunning keyingi katagiga formula kiritiladi va u G7:G107 diapazonga nusxa qilinadi;

2) **H, I, J** ustunlarda koordinata, tezlik va tezlanishning **G** ustundagi vaqt qiymatlariga mos qiymatlari hisoblanadi.

Izoh. Formulalarni kiritishda o'zgarmas qiymatlar uchun qo'zg'almas murojaatdan (masalan, C\$2, \$C2 yoki \$C\$2) foydalanishni unutmaslik lozim.

5. Jadvalni o'z ichiga olgan Excel varag'i qayta nomlanadi (masalan, 1-model yoki Mayatnikning tebranishi).

C. Grafiklarni qurish.

Hisoblashlar natijalariga ko'ra uchta funksiyaning grafigini chizish lozim, bular: $x(t)$, $v(t)$, $a(t)$. Ox o'q bo'ylab har uchalsi uchun ham bir xil vaqt qiymatlari mos keladi. Shunga ko'ra har uchala funksiyaning grafigini bitta koordinatalar sistemasida ifodalash mumkin. Grafiklarni bunday qurish holi bir nechta har xil qiymatlarni taqqoslashda (masalan, taqribiy va aniq yechimni eksperiment natijasi bilan taqqoslashda) qo'llaniladi. Bu holdan faqatgina bir xil tartibli qiymatlarni taqqoslashdagina foydalanish qulay.

Jadvalda ko'rinib turibdiki, G7:J107 kataklar blokida joylashgan qiymatlar asosida grafiklarni qurishimiz mumkin. Excelda to'rtta ustun qiymatlar mavjud, bular: 1-ustun (G7:G107) – vaqtning qiymatlari; 2-ustun (H7:H107) – koordinataning vaqtdan bog'liq qiymatlari; 3-ustun (I7:I107) – tezlikning vaqtdan bog'liq qiymatlari; 4-ustun (J7:J107) – tezlanishning vaqtdan bog'liq qiymatlari. 1-ustun (G7:G107) qiymatlari keying har uchala ustunga ham tegishli.

Endi funksiyalar grafigini chizish bajariladi:

- G6:J107 diapazon belgilab olinadi;
- diagramma turi «Точечная» tanlanadi;

5-model Prujinali mayatnikning tebranishi.xlsx - Excel

Главная Вставка Разметка страницы Формулы Данные Рецензирование Вид Настройки Команда

Calibri 11

Общий

Условное форматирование Форматировать как таблицу

Вставить Удалить Формат Ячейки

Сортировка и фильтр Редактирование

Найти и выделить

Буфер обмена Шрифт Выравнивание Число

K25

А В С D E F G H I J K L M N O P Q R

1 **Ikkinchi tartibli differensial tenglamani sonli usul yordamida yechish.**

2 **Prujinali mayatnikning tebranishi**

3 **Hisob formulalari:**

4
$$v_{1/2} \approx v_{0x} - \frac{k}{m} \cdot x_0 \cdot \frac{\Delta t}{2}$$

5
$$v_{i+1/2} \approx v_{i-1/2} - \frac{k}{m} \cdot x_i \cdot \Delta t$$

6
$$x_{i+1} \approx x_i + v_{i+1/2} \cdot \Delta t$$

7
$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

8
$$\pi = 3,14159$$

9 **Berilganlar:**

10 Jismning massasi $m = 1 \text{ kg}$

11 Prujinaning bikrligi $k = 5 \text{ N/m}$

12 Vaqt intervali $t_{\min} = 0 \text{ s}$

13 $t_{\max} = 10 \text{ s}$

14 $\Delta t = 0,1 \text{ s}$

15 Boshlang'ich ko'chish $x_0 = 0 \text{ m}$

16 Boshlang'ich tezlik $v_{0x} = 3 \text{ m/s}$

17 Boshlang'ich chastota $\omega_0 = 2,236068 \text{ rad/s}$

18 Tebranish davri $T = 2,5 \text{ s}$

19 Boshlang'ich faza $\varphi_0 = 30 \text{ rad/s}$

20 $0,523599 \text{ rad}$

21 Tebranish amplitudasi $x_{\max} = 1,5 \text{ m}$

22

Ma'lumotlar jadvali

No	Vaqt, s	Tezlik, m/s	Koordinata, m
1	0	3	0
2	0,1	3	0,3
3	0,2	2,85	0,585
4	0,3	2,5575	0,84075
5	0,4	2,137125	1,0544625
6	0,5	1,6098938	1,215451875
7	0,6	1,0021678	1,315668656
8	0,7	0,3443335	1,350102005
9	0,8	-0,330718	1,317030253
10	0,9	-0,989233	1,218106988
11	1	-1,598286	1,058278375
12	1,1	-2,127425	0,845535842
13	1,2	-2,550193	0,590516517
14	1,3	-2,845452	0,305971367
15	1,4	-2,998437	0,006127648
16	1,5	-3,001501	-0,294022453
17	1,6	-2,85449	-0,579471432
18	1,7	-2,564754	-0,835946839

Elastiklik kuchi ta'sirida jismning tebranishi

Koordinata (m), Tezlik (m/s)

t - vaqt (s)

--- Tezlik, m/s — Koordinata, m

5-model

Готово

22:29 09.05.2016

6. Jismning tushishini havoning qarshiligini hisobga olgan holda modellashtirish

Masalaning qo'yilishi.

Matematik mayatnikni tebranishini ko'rib chiqishda biz, ko'chishni, tezlikni, va xohlagan vaqtda jismning kordinatasini hisoblashda yordam beruvchi tayyor formulalardan foydalandik.

Biz sonli yechish usulida, elastiklik kuchi tasirida jismning tebranishini ko'rib chiqamiz. Shu tarzda ipda osilgan sharning tebranishini kurib chiqishimiz mumkin (matematik mayatnik).

Prujinaga osilgan qattiqligi k va m massali jism, gorizonta tekislikda faqat elastiklik kuchi tasirida tebranmoqda. Mayatnikni tebranishini so'nishini xisobga olmagan xolda.

Nyutonning ikkinchi qonuniga asosan:

$$m, \vec{a} = \vec{F}, \quad (1)$$

m - jismning massasi, \vec{F} - jismga tasir qiluvchi barcha kuchga teng kuch, \vec{a} - tezlanish. Shu tenglikni prujinaga osilgan va gorizonta uqi buylab harakatlanuvchi shar uchun yozib chiqamiz. O_x o'qini o'ng tomonga yo'naltiramiz, va sanoq sistemasining kordinata boshini sharning muvozanat nuqtasiga moslashtiramiz. Mayatnikni tebranishini so'nishini xisobga olmagan xolda ($\vec{F}_{mp} = 0$), jismga faqat elastiklik kuchi tasir qilmoqda deb xisoblashimiz mumkin $\vec{F} = \vec{F}_{ymp}$. Shu kuch jismga tezlanish bermoqda.

Harakatlanish tenglamasi tanlangan yo'nalishga qarab o'zgaradi

$$ma_x = F_x, \quad (2)$$

a_x - tezlanishning O_x o'qidagi proeksiyasi, F_x - elastiklik kuchining O_x o'qidagi proeksiyasi. Bu proeksiya tinch xolatdagi jismning siljishiga to'g'ri proporsional, kuch proeksiyasi va kordinatasi qarama-qarshi ishoraga ega

(chunki har doim elastiklik kuchi, tinch xolatdagi jismning siljishiga qarama-qarshi): $F_x = -kx$, bunda x – jismning kordinatasi (siljishi). Shulardan kelib chiqqan xolatda tenglik (2) uzgaradi:

$$ma_x = -kx. \quad (3)$$

Bu *elastiklik kuchi tasirida sharning harakatlanish tenglamasi*.

Tenglamani tezlanish proeksiyasiga tenglashtiramiz:

$$a_x = -\frac{k}{m}x$$

va O_x o'qidagi tezlanish proeksiyasi bu vaqt buyicha x kordinataning ikkinchi tartibdagi hosilasi deb hisobga olamiz. Kelib chiqqan xolda:

$$x'' = \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x \quad (4)$$

yoki

$$x'' = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega_o^2x \quad (4, a)$$

bu yerda $\omega_o = \sqrt{k/m}$ *tebranuvchi sistemasining xos siklik yoki aylanish chastotasi* nomini oladi.

Shu tariqa, mayatnikni tebranish tenglamasi kurinishi:

$$x'' + \omega_o^2x = 0.$$

Bu tenglamaning aniq yechimi ko'rinishi qo'yidagicha:

$$\begin{cases} x = x_{\max} \sin(\omega_o \cdot t + \varphi_o); \\ v_x = \omega_o \cdot x_{\max} \cdot \cos(\omega_o \cdot t + \varphi_o) = \omega_o \cdot x_{\max} \cdot \sin\left(\omega_o \cdot t + \varphi_o + \frac{\pi}{2}\right); \\ a_x = -\omega_o^2 \cdot x_{\max} \sin(\omega_o \cdot t + \varphi_o) = \omega_o^2 \cdot x_{\max} \cdot \sin(\omega_o \cdot t + \varphi_o + \pi). \end{cases} \quad (*)$$

Bu formulalar x, v_x, a_x larning har qanday vaqtdagi miqdorini topoladi. Ular matematik analizda uzgarmas koefitsent bir jinsli ikkinchi tartibli (4, a) tenglamani yechish orqali aniqlangan. Chunki jismning harakati uzgaruvchan kuch tasirida sodir buladi (xolatdan kelib chiqqan xolda tekistezlanuvchan emas), bu masala juda murakkab.

Bu masalarni yechish uchun *sonli usuldan* foydalaniladi, uni masalani yechimiga yaqin deb xisoblanadi, lekin aniq sharoitlarda ancha yaxshi natijalar olish mumkin. Masalani yechish natijasida olinadigan kordinata qiymati va tezligini, aniq formulalar natijasida olingan haqiqiy qiymatlardan farq qiladi.

Oraliqni teng ikkiga bulish usuli kurib chiqamiz.

1. n ta bir xil interval qismlariga bo'luvchi $\Delta t = \frac{t_{\max} - t_{\min}}{n}$. vaqt oralig'ini tanlaymiz $t_{\min} \div t_{\max}$ (qoyida buyicha, $t_{\min} = 0$). Bularni sonli o'qda kurib chiqamiz (vaqt o'qi).



Bunday interval qismlarini sonini ixtiyoriy xolda tanlanadi. Bu qadamdagi yaqinlashish shundan iboratki, qismlarning har biridagi harakatni tekis tezlanuvchan dab qaraladi. Bu xolatda yechimlarning aniqligini Δt aniqlab berishini ilg'ash qiyinmas: qancha bu interval kichik bulsa, masalni qiymati haqiqiy qiymatdan shuncha kam farq qiladi.

Bundan tashqari, interval Δt boshqa nom bilan aytganda **programmaning qadamini**, ixtiyoriy tanlash mumkin, vaqt intervalini ko'rsatmagan holda $t_{\min} \div t_{\max}$.

2. Endi aniq tenglamadan (4) yaqinlashtirilgan tenglikga utamiz, nuqtadagi aniq funksiyani $x(t)$ hosilasidan foydalanilgan holda:

$$x' = \frac{dx}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \approx \frac{\Delta x}{\Delta t}. \quad (5)$$

Tenglama (5) dagi $\Delta t = t_1 - t_0 = t_2 - t_1 = \dots = t_n - t_{n-1}$ umumiy holda $\Delta t = t_{i+1} - t_i$ deb yozish mumkin, bu yerda indeks i barcha miqdorlarga 0 dan n ($i = 0, 1, 2, \dots, n$). gacha tenglashadi. Bundan $\Delta x = x_{i+1} - x_i$ kelib chiqadi. $x' = v_x$ va $x'' = v'_x$ hisobga olgan holda, shu usulda, vaqt bo'yicha ikkinchi darajali kordinata hosilasini aniqlimiz:

$$x'' = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv_x}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} \approx \frac{\Delta v_x}{\Delta t}. \quad (6)$$

(5) va (6) tenglamalardan ko'rinadiki, qancha vaqt intervali kattaligi kichik bo'lsa, shuncha yaqinlashish aniqlashadi. Shu yo'l bilan, eski tenglikdan taqribiy tenglikga o'tish, cheksiz kichiklashayotgan usishlardan hosilaning aniqlashgan holatiga o'tishiga tenglashtiriladi.

3. Shunday qilib, oraliqni teng ikkiga bo'lish usulining maqsadi shundan iboratki:

1) tezlikning qiymati har-bir vaqt intervalning Δt o'rtasida xisoblanadi

$$\begin{aligned} t_{1/2} &= (t_1 - t_0) / 2 = \Delta t / 2, \\ t_{3/2} &= (t_2 - t_1) / 2 = 3 \cdot \Delta t / 2, \\ &\dots \\ t_{i+1/2} &= (t_{i+1} - t_i) / 2 = (2i + 1) \cdot \Delta t / 2, \\ &\dots \\ t_{n-1/2} &= (t_n - t_{n-1}) / 2 = (2n - 1) \cdot \Delta t / 2, \end{aligned}$$

formula bo'yicha (6) ni (4) ga qo'yib olish mumkin: $\frac{\Delta v_x}{\Delta t} \approx -\frac{k}{m}x$;

2) kordinata qiymati har-bir vaqt intervalning oxirida hisoblanadi, ya'ni bo'lish nuqtalarida: $t_1, t_2, \dots, t_{i-1}, t_i, \dots, t_n$ formula (5) bo'yicha vaqt o'qi. Bu ko'rinishda biz, kordinata qiymati va tezligi hisoblanadigan nuqtalar bir-biriga nisbatan yarim intervalga $\Delta t / 2$ siljiganini aniqlaymiz. Kordinata qiymati va tezligi vaqt intervali Δt bo'yicha hisoblanadi.

Bu holda birinchi interval o'rtasidagi tezlik proeksiyasi qiymatini bu tenglikdan topamiz:

$$\frac{(v_x)_{1/2} - (v_x)_0}{(\Delta t / 2)} \approx -\frac{k}{m}x_0,$$

Bu yerda kordinata va tezlik indeksleri vaqt momentini aniqlaydi, bu ko'rinishda Δt intervalni o'rniga $(\Delta t / 2)$ paydo bo'lishi sababi vaqt momenti t_0 va $t_{1/2}$ bir-biridan qiymatini kattali bilan farq qiladi, sh holatdan kelib chiqib:

$$(v_x)_{1/2} \approx (v_x)_0 - \frac{k}{m}x_0 \cdot \frac{\Delta t}{2}.$$

Keyingi vaqt momentlari:

$$\begin{aligned} (v_x)_{3/2} &\approx (v_x)_{1/2} - \frac{k}{m} x_1 \cdot \Delta t; \\ (v_x)_{5/2} &\approx (v_x)_{3/2} - \frac{k}{m} x_2 \cdot \Delta t; \\ &\dots \\ (v_x)_{i+1/2} &\approx (v_x)_{i-1/2} - \frac{k}{m} x_i \cdot \Delta t; \dots \end{aligned}$$

Shunday qilib, jismning tezligi qandaydir vaqt momentida, oldingi vaqt momentidagi kordinata va tezlik qiymatlari orqali aniqlanadi.

t_1 vaqt momentidagi jism kordinatasini $x' = v_x \approx \frac{\Delta x}{\Delta t}$ yordamida topamiz.

Surat tenglashtiramiz: $(v_x)_{1/2} \approx \frac{x_1 - x_0}{\Delta t}$, bu yerdan

$$x_1 \approx x_0 + (v_x)_{1/2} \cdot \Delta t.$$

Keyingi vaqt momentlarida

$$\begin{aligned} x_2 &\approx x_1 + (v_x)_{3/2} \cdot \Delta t; \\ x_3 &\approx x_2 + (v_x)_{5/2} \cdot \Delta t; \\ &\dots \\ x_{i+1} &\approx x_i + (v_x)_{i+1/2} \cdot \Delta t \\ &\dots \end{aligned}$$

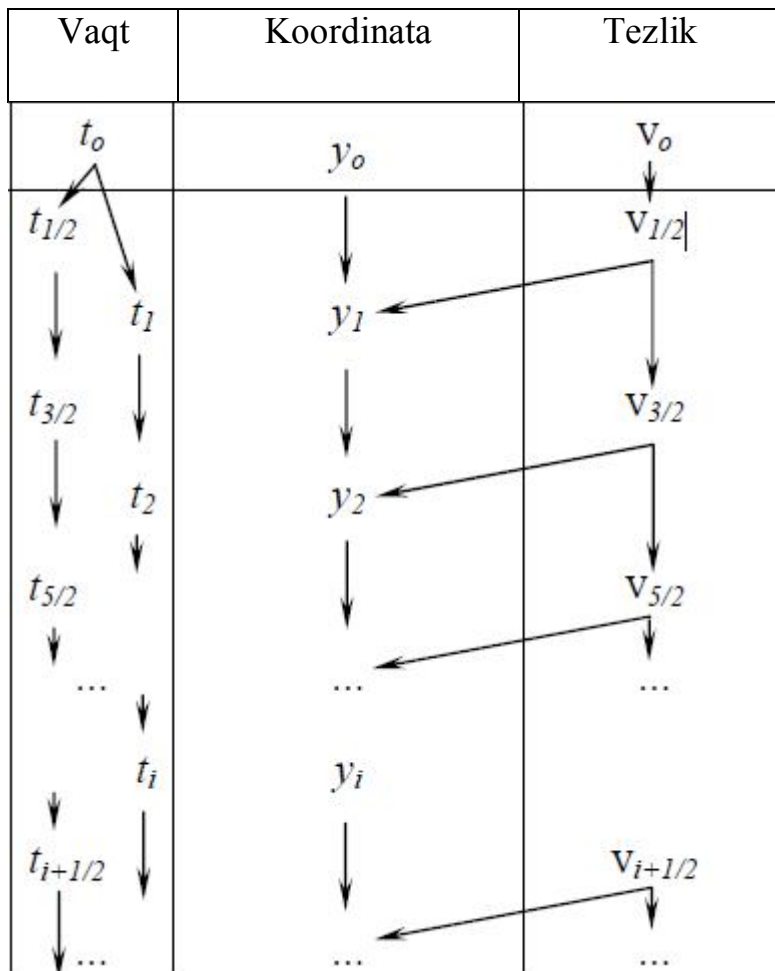
Yuqorida aytilganlardan kelib chiqib, differensial tenglamaning tebranishini yechishning asosiy tenglamanisini yozishimiz mumkin:

$$\begin{cases} (v_x)_{1/2} \approx (v_x)_0 - \frac{k}{m} x_0 \cdot \frac{\Delta t}{2}; \\ (v_x)_{i+1/2} \approx (v_x)_{i-1/2} - \frac{k}{m} x_i \cdot \Delta t; \\ x_{i+1} \approx x_i + (v_x)_{i+1/2} \cdot \Delta t, \end{cases} \quad (7)$$

Bu yerda $i = 0, 1, 2, \dots, n$.

Bu formulalardan $x(t)$ va $v(t)$ grafikini qurish uchun ma'lumotlar jadvalini tuzishga yordam beradi.

Oraliqni ikkiga bo'lish usuli yordamidagi hisoblar ketma-ketligini jadval kurinishi:



E'tibor bering, t_i vaqt momentidagi jismning kordinatasi umumiy formula bo'yicha hisoblanadi, tezlik esa birinchi interval o'rtasida aloxida (oraliqli) formula orqali aniqlanadi. Keying hisoblarda bu formula ishlatilmaydi.

Ma'lumki, fizikadagi ko'p holatlar differensial tenglamalar yordamida keltiriladi, bunday holda aniq yechim topib bo'lmaydi. Shu sababli yuqorida keltirilgan differensial tenglamalarni yechish algoritmini, shu zaildagi tenglamalarni yechish uchun muhim ko'rinish sifatida olishimiz mumkin.

3-model Jismning tushishini havoning qarshiligini hisobga olgan holda modellashtirish.xlsx - Excel

Файл Главная Вставка Разметка страницы Формулы Данные Рецензирование Вид Настройки Команда

Условное форматирование Форматировать как таблицу Стиль ячеек Вставить Удалить Формат Ячейки

Сортировка и фильтр Редактирование

U20

Jismning tushishini havoning qarshiligini hisobga olgan holda modellashtirish

Hisob formulalari:

$$\left(\frac{dy}{dt}\right)_{1/2} \approx \left(\frac{dy}{dt}\right)_0 + \left(g - \alpha \left(\frac{dy}{dt}\right)_0^2\right) \cdot \frac{\Delta t}{2};$$

$$\left(\frac{dy}{dt}\right)_{i+1/2} \approx \left(\frac{dy}{dt}\right)_{i-1/2} + \left(g - \alpha \left(\frac{dy}{dt}\right)_{i-1/2}^2\right) \cdot \Delta t;$$

$$y_{i+1} \approx y_i + \left(\frac{dy}{dt}\right)_{i+1/2} \cdot \Delta t.$$

№	Vaqt, s	Tezlik, m/s	Koordinata, m
1	0	0,04905	0
2	0,01	0,14714759	0,001471476
3	0,02	0,24522594	0,003923735
4	0,03	0,34326581	0,007356393
5	0,04	0,44124797	0,011768873
6	0,05	0,53915327	0,017160406
7	0,06	0,63696259	0,023530032
8	0,07	0,73465687	0,0308766
9	0,08	0,83221715	0,039198772
10	0,09	0,92962456	0,048495018
11	0,1	1,02686036	0,058763621
12	0,11	1,12390592	0,07000268
13	0,12	1,22074275	0,082210108
14	0,13	1,31735254	0,095383633
15	0,14	1,41371712	0,109520804
16	0,15	1,50981853	0,12461899
17	0,16	1,60563897	0,140675379
18	0,17	1,7011609	0,157686988
19	0,18	1,79636695	0,175650658

Berilganlar:

Boshlang'ich vaqt momenti	0 s
Boshlang'ich koordinata	0 m
Boshlang'ich tezlik	0 m/s
α koeffitsiyent	0,1 1/m
Erkin tushish tezlanish	9,81 m/s ²
Yaqinlashish aniqligi	m/s
Dasturlash qadami	0,01 s
Barqaror harakat tezligi	m/s

Jismning tushishini havoning qarshiligini hisobga olgan holda modellashtirish

--- Tezlik, m/s — Koordinata, m

3-model

Готово

22:45 08.05.2016

7. Jismning gorizontga nisbatan burchak ostida harakatini muhitning qarshiligini hisobga olgan holda modellashtirish

Masalaning qo'yilishi.

Haqiqiy tajribalarda atmosferada qulab tushayotgan jismga ishqalanish kuchi tasir qiladi. Past tezlik bilan qulayotgan, kichik jismlar uchun, ishqalanish kuchi tezlikga proporsional, ya'ni $k \cdot v$. Yuqori tezlik bilan qulayotgan, katta jismlar uchun, ishqalanish kuchi tezlikning kvadratiga proporsional, ya'ni $k \cdot v^2$. (bu yerda k va f proporsionallik koefitsenti). Nyutonning ikkinchi qonuniga asosan

$$m\vec{a} = \vec{F}_{og'ir} + \vec{F}_{ishqal}$$

Ishqalanish kuchini hisobga olgan holda jismning harakatlanish differensial tenglamasini tuzamiz. Nyutonning ikkinchi qonunini ushbu ko'rinishda yozishimiz mumkin

$$m \cdot y'' = m \frac{d^2 y}{dt^2} = F_y \text{ yoki } y'' = \frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{F_y}{m}$$

Bu yerda F_y – tanlangan yo'nalishdagi jismga teng tasir qiluvchi kuchning proeksiyasi. O_y o'qining musbat tomoni, tortishish kuchining yo'nalishi bilan bir tomonga qaragan bo'lsin (jismga erkin qulash tezlanishi proeksiyasidagi indeks "y" xisobga olmasak bo'ladi, chunki bizning holatda $g_y = g$), boshlang'ich hisoblash nuqtasi- jismning boshlang'ich xolati bilan tushadi. F_y kuchni, o'g'irlik kuchi va ishqalanish kuchi orasidagi farq deb qaraymiz:

$$f \cdot (y')^2 = f \cdot v_y^2$$

Bulardan differensial tenglama hosil buladi:

$$y'' = \frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{mg_y - (f \cdot (dy/dt)^2)}{m}$$

Bu yerda f - jismning hajmi va tuzilishiga bog'liq proporsionallik koefitsienti,

Xulosa

Mazkur bitiruv malakaviy ishini bajarish natijasida olingan xulosalar:

- hisoblash matematikasiga oid jarayonlarni kompyuterda model-lashtirish va sonli tajribalar asosida tadqiq etish uslublari o'rganildi;
- hisoblash matematikasi masalalariga olib kelinadigan jarayonlar hisobi masalasining matematik modeli o'rganildi;
- amaliy jarayonlar hisobiga oid asosiy munosabatlar o'rganib chiqildi;
- o'rganilayotgan jarayonlar hisobiga oid masala tuzildi;
- amaliy masalani yechishning sonli hisob metodikasi va algoritmi ishlab chiqildi;
- amaliy masalani taqribiy yechishning sonli hisob dasturi tuzildi;
- sonli hisob natijalari amaliy tajribalarga mos keldi;
- Ushbu ish Excel dasturining mumkin bo'lgan qirralaridan birini, ya'ni hisoblash matematikasi fani doirasida ko'plab masalalarni Excel dasturi yordamida hal qilishga ko'nikmalari hosil qilindi, bunda:
 - Excel dasturining masalalarni sonli usullar bilan yechish uchun qo'llash mumkin bo'lgan imkoniyatlari o'rganildi.
 - Sonli usullarni Excel ga tatbiq etish yo'l-yo'riqlari aniqlandi.
 - Laboratoriya ishlarida qo'llash uchun nazariy hamda amaliy materiallarni yig'ish o'rganildi.
 - Laboratoriya ishlari uchun namunalar tayyorlandi.
 - Yig'ilgan materiallar asosida elektron o'quv qo'llanma yaratishga asos solindi

Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati

1. Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М. Численные методы. – М.: Изд-во Бином. Лаборатория знаний, 2011. – 640 с.
2. Бахвалов Н. С., Лапин А. В., Чижонков Е. В. Численные методы в задачах и упражнениях. – М.: Изд-во Бином. Лаборатория знаний, 2010. – 240 с.
3. Вержбицкий В. М. Основы численных методов. – М.: Высшая школа, 2009. – 848 с.
4. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. М.: Наука, 1966. – 566 б.
5. Исроилов М.И. Ҳисоблаш методлари. 1-қисм. – Тошкент: Ўқитувчи, 2003. – 440 бет.
6. Исроилов М.И. Ҳисоблаш методлари. 2-қисм. – Тошкент: Ўқитувчи, 2008. – 340 бет.
7. Калиткин Н.Н., Альшина Е.А. Численные методы: в 2 кн. Кн. 1. Численные анализ.- М.: Издательский центр «Академия», 2013.- 304 с.
8. Копченова Н.В., Марон И. А. Вычислительная математика в примерах и задачах. – М.: Наука, 2009. – 368 с.
9. Сборник задач по методам вычислений. Учебное пособие / Под ред. П.И.Монастырного. – 2-е изд. – Мн.: Университетское, 2000. – 311 с.

Internet resurslari va saytlari

1. <http://www.edu.uz> – ta’lim sayti.
2. <http://www.edu.ru> – ta’lim sayti.
3. <http://www.intuit.ru> – masofaviy ta’lim sayti.
4. <http://www.eqworld.ru> – adabiyotlarning elektron varianti.
5. <http://ru.wikipedia.org> – erkin ensiklopediya «Vikipediya».
6. <http://www.twirpx.com> – adabiyotlarning elektron varianti.
7. <http://www.ziyounet.uz> - adabiyotlarning elektron variantlari
8. <http://www.prepodu.net> – adabiyotlarning elektron varianti.

**5. Alfa-zarrachalarning tarqalichi bo'yicha Rezerford tajribasini
modellashtirish
(50-55 betlar)**

Masalaning qo'yilishi.

Masalani yechish algoritmi.

Amaliy masala.

**6. Elektrik tebranuvchi konturda so'nubchi tebranishlarni modellashtirish
(56-60 betlar)**

Masalaning qo'yilishi.

Masalani yechish algoritmi.

Amaliy masala.

**7. Elektrik tebranuvchi konturda majburiy tebranishlarni modellashtirish
modellashtirish
(61-62 betlar)**

Masalaning qo'yilishi.

Masalani yechish algoritmi.

Amaliy masala.

**8. Zaryadlangan zarrachaning magnit maydonidagi harakati masalasini
modellashtirish
(43-49 betlar)**

Masalaning qo'yilishi.

Masalani yechish algoritmi.

Amaliy masala.

Masalaning qo'yilishi.

$$\begin{cases} v_{1/2} \approx v_{0x} - \frac{k}{m} \cdot x_0 \cdot \frac{\Delta t}{2}; \\ v_{i+1/2} \approx v_{i-1/2} - \frac{k}{m} \cdot x_i \cdot \Delta t; \\ x_{i+1} \approx x_i + v_{i+1/2} \cdot \Delta t. \end{cases}$$

Masalani yechish algoritmi.

Masalaning qo'yilishi.

$$\begin{cases} \left(\frac{dy}{dt}\right)_{1/2} \approx \left(\frac{dy}{dt}\right)_0 + \left(g - \alpha \left(\frac{dy}{dt}\right)_0^2\right) \cdot \frac{\Delta t}{2}; \\ \left(\frac{dy}{dt}\right)_{i+1/2} \approx \left(\frac{dy}{dt}\right)_{i-1/2} + \left(g - \alpha \left(\frac{dy}{dt}\right)_{i-1/2}^2\right) \cdot \Delta t; \\ y_{i+1} \approx y_i + \left(\frac{dy}{dt}\right)_{i+1/2} \cdot \Delta t. \end{cases}$$

Masalani yechish algoritmi.