

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI  
OLIIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI**

**ALISHER NAVOIY NOMIDAGI  
SAMARQAND DAVLAT UNIVERSITETI**

**MEXANIKA-MATEMATIKA FAKULTETI**

**“MEXANIKA” KAFEDRASI**

**QO'SHQULOV ABBOS**

**MEXANIZM QISMLARI BURCHAK TEZLIKLARINI ANIQLASHDA  
KOMPYUTER TEXNOLOGIYALARINI QO'LLASH**

“5440200-mexanika” ta'lim yo'nalishi bo'yicha  
bakalavr darajasini olish uchun

**BITIRUV MALAKAVIY ISHI**

Ilmiy rahbar : \_\_\_\_\_ ass. Nishonov O'.

2014 yil “ \_\_\_ ” \_\_\_\_\_

Bitiruv malakaviy ishi “Mexanika” kafedrasida 2014 yil “ \_\_\_ ” \_\_\_\_\_ dagi  
majlisida muhokama qilindi va himoyaga tavsiya etildi (№ \_\_\_ - son bayonnoma)

Kafedra mudiri: \_\_\_\_\_ dots. Sh. Berdiyev

Bitiruv malakaviy ishi YaDAK ning 2014 yil “ \_\_\_ ” \_\_\_\_\_ dagi  
majlisida himoya qilindi va \_\_\_\_\_ ball bilan baholandi (№ \_\_\_ -son bayonnoma)

**YaDAK raisi:** \_\_\_\_\_

**A'zolari:** \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

**Samarqand 2014**

## MUNDARIJA

**KIRISH**.....

### **I-BOB. KINEMATIKANING ASOSIY TUSHUNCHALARI.**

**1.1-§. Asosiy tushunchalar. Nuqta harakatining berilish usullari. Nuqta tezligi.**

**1.2-§. Nuqtaning murakkab harakati. Asosiy ta'riflar. Vektorning absolyut va nisbiy hosilalari**.....

**1.3-§. Qattiq jismning tekis-parallel harakati**.....

### **II-BOB. MEXANIZM QISMLARI BURCHAK TEZLIKLARINI ANIQLASHGA DOIR MASALALAR VA ULARNI YECHISHGA EHMNI QO'LLASH**

**2.1-§. Mexanizm qismlari burchak tezliklarini aniqlashga doir masalalar ...**

**2.2-§. Mexanizm qismlari burchak tezliklarini aniqlashga doir masalalarni yechishda EHM ni qo'llash** .....

**XULOSA**.....

**FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR ROYXATI**.....

## **KIRISH**

### **Mavzuning dolzarbligi.**

Texnikaning hech bir sohasini mashina qismlarining harakatlarisiz tasavvur etish qiyin. Qattiq jismning tekis-parallel harakati mexanik harakatlarning bir turi bo`lib, amaliy masalalarda, fizik va texnikada ko`p uchraydi. Bunday harakat murakkab harakatlar qatoriga kiradi va uning kinematik xarakteristikalarini o`rganish amaliyotda o`ta muhim rol o`ynaydi. Qattiq jismlar va mexanik sistemalarning harakatlari bir necha asrlardan buyon tadqiq etib kelinadi, juda ko`p olimlar tomonidan harakat etayotgan mexanik sistemalarning turli nuqtai nazardan tadqiq etilgan, va bu mavzuda ilmiy-nazariy kitoblar juda ko`p chop etilgan va hozirgi zamonda ham chop etilmoqda.

### **Masalaning qo`yilishi.**

Bitiruv ishida mexanizm qismlari burchak tezliklarini aniqlashga doir: masalalar yechish hamda ushbu masalalarni yechishda EHM ni qo`llab mexanizm harakati davomidagi asosiy kinematik xarakteristikalarni o`zgarish masalasi qo`yilgan.

### **Ishning maqsad va vazifalari.**

Malakaviy bitiruv ishida nuqta va mexanik sistemalar harakatini o`rganishda zamonaviy kompyuter texnologiyalaridan foydalanish asosiy maqsad qilib olingan. Dasturlash usullarining sodda dasturi Maple olingan bo`lsa-da, malakaviy bitiruv ishida qarab o`tiladigan masalalar kelgusi o`quv yillarida mexanika yo`nalishida tahsil oladigan talabalarga foydali qo`llanmaga aylanishi asosiy vazifa sifatida qo`yilgan.

### **Ilmiy-tadqiqot metodlari.**

Malakaviy bitiruv ishida qaralayotgan metodlar nazariy mexanikaning kinematika bo`limida keng qo`llaniladi. Ishda bir nacha mexanizm qismlari burchak tezliklarini aniqlash masalasi tezliklar oniy markazi, tezliklar plani, knimatik graf usullari yordamida yechilib eychimlar taqqoslangan hamda masalalarni yechish jarayonida *Maple* dasturidan foydalaniladi. Bundan tashqari

nuqta harakati davomidagi asosiy kinematik xarakteristikalarining o'zgarishini animatsiya sifatida tasvirlash uchun prosedura-programma tuzilgan.

### **Ishning ilmiy va amaliy ahamiyati.**

O'zgarmas tekis shaklning harakatini kinematik nuqtai nazardan qaraganda qo'zg'aluvchan tekislikning qo'zg'almas tekislikka nisbatan harakatini o'rganish kerak boladi. Bu masala nazariy mexanikaning asosiy masalalaridan biri bo'lib, amaliyotga bevosita aloqasi mavjud.

Malakaviy bitiruv ishida olingan natijalar o'z ichida harakatlanuvchi jismlarni saqlaydigan qurilmalar qo'llaniladigan texnikaning har bir sohasida mehnat qilayotgan injener-texniklar, matematika, mexanika, amaliy matematika, fizika mutaxassisliklari talabalarini o'qitish jarayonida foydali bo'ladi.

### **Ishning tuzilishi.**

Bitiruv malakaviy ishi kirish qismi ikkita bob, birinchi bob uchta paragraf, ikkinchi bob ikkita paragrafdan iborat bo'ib, xulosa va foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati bilan tugallangan.

### **Olingan natijalarning qisqacha mazmuni.**

Bitiruv malakaviy ishining kirish qismida ishning predmeti, va dolzarbligi tavsiflashga atroflicha to'xtalib o'tilgan. Ishning predmeti ko'rsatilgan va shu asosda uning ob'yekti aniqlashtirilgan. Ishning dastlabki bobi referativ harakterga ega bo'lib, bu yerda kinematikaning asosiy tushunchalaridan nuqta harakatining berilish usullari, nuqta tezligi, nuqtaning murakkab harakati, vektorning absolyut va nisbiy hosilalari, qattiq jismning tekis-parallel harakati tushunchalari berilgan. Bitiruv ishining ikkinchi bobida mexanizm qismlari burchak tezliklarini aniqlashga doir: uchta sharnirli tayangan asosli beshta sharnirli briktilgan sterjendan tashkil topgan tekis mexanizm burchak tezliklarini aniqlashga doir, slindir va to'rtta sterjendan tashkil topgan tekis shakl mexanizm qismlarini burchak tezliklarini aniqlashning bir necha usullariga doir masalalar yechilgan hamda ushbu masalalarni yechishda EHM ni qo'llab mexanizm harakati davomidagi asosiy kinematik xarakteristikalarining o'zgarishini animatsiya sifatida tasvirlash uchun prosedura-programma tuzilgan.

## I-BOB. KINEMATIKANING ASOSIY TUSHUNCHALARI.

### 1.1-§. Asosiy tushunchalar. Nuqta harakatining berilish usullari. Nuqta tezligi.



#### 1. Asosiy tushunchalar

Moddiy ob'yektlarning yoki moddiy nuqtaning harakati fazoda vaqt o'tishi bilan sodir bo'ladi. Kinematika geometriyadan shu bilan farq qiladiki, kinematikada ob'yektlarning fazoda ko'chishida uni ko'chish vaqti ham e'tiborga olinadi. Demak, kinematikada ob'yektlarning ixtiyoriy paytdagi holati uning geometrik koordinatalaridan tashqari vaqtga ham bog'liq bo'lar ekan. Shuning uchun ham kinematikani ba'zan to'rt o'lchovli fazodagi geometriya deb ham atash mumkin. To'rtinchi koordinata sifatida vaqt olinadi. Vaqt bu shunday o'zgaruvchiki, u fazoda ham va shu fazoda harakatlanuvchi ob'jektga ham bog'liq emas, ya'ni fazoni hamma joyida bir xil o'zgaradi. Moddiy ob'jektning harakati boshqa bir ob'jektga, ya'ni sanoq ob'jektiga nisbatan kuzatiladi. Sanoq ob'jektiga biror koordinalar sistemasini mahkamlab, moddiy ob'jektning harakati shu sanoq sistemasiga nisbatan o'rganiladi.

Vaqtning harakatdan bog'liqmasligi shundan iboratki, har xil sanoq sistemalariga nisbatan harakatlanuvchi jismlar uchun vaqt bir xil o'zgaradi. Mexanik masalalarni yechishda vaqtning hisob boshi har safar kelishib olinadi. Texnik masalalarini yechishda, odatda, Yerga qo'zg'almas qilib mahkamlangan sanoq sistemi olinadi. Yerga nisbatan qo'zg'almas bo'lgan sanoq sistemasiga asosiy yoki **qo'zg'almas sanoq sistemi** deyiladi. Tanlangan sanoq sistemasiga nisbatan jismning vaziyati vaqt o'tishi bilan o'zgarmasa, jism tanlangan sanoq sistemasiga nisbatan tinch holatda deyiladi. Agar tanlangan sanoq sistemasiga nisbatan vaqt o'tishi bilan jismning vaziyati o'zgarib tursa, jism shu sanoq sistemasiga nisbatan harakatda deyiladi. Tanlangan sanoq sistemasiga nisbatan ixtiyoriy paytda jismning vaziyatini aniqlash mumkin bo'lsa, uning harakati shu sanoq sistemasiga nisbatan berilgan deyiladi.

Qattiq jismning harakati uni tashkil qiluvchi nuqtalarning (*zarrachalarining*) harakati bilan aniqlanadi. Shuning uchun ham dastlab nuqta kinematikasi, undan keyin qattiq jism kinematikasi o'rganiladi.

Ko'chish va harakat kinematikaning asosiy tushunchalari hisoblanadi. Biror sanoq sistemasiga nisbatan nuqtaning  $\Delta t$  vaqt oralig'ida fazoda bir holatdan boshqa bir holatga ixtiyoriy ravishda o'tishiga uning ko'chishi deyiladi. Nuqtaning ko'chishi uning boshlang'ich va oxirgi holatlari hamda o'tgan  $\Delta t$  vaqt oralig'i bilan aniqlanadi.

Qattiq jismning yoki moddiy nuqtaning holati fazoda maxsus parametrlar (*koordinatalar*) bilan aniqlanadi. Jismning harakati esa bu parametrlar bilan vaqt orasidagi bog'lanishni ifodalovchi tenglamalar bilan beriladi.

Kinematikaning asosiy masalasi: absolyut qattiq jismning (moddiy nuqtaning) berilgan harakat tenglamalariga qarab, uning barcha kinematik xarakteristikalarini (barcha nuqtalarning trayektoriyalari, tezliklari, tezlanishlari va h.k.) topishdan iborat.

Nuqta kinematikasida harakatning berilish usullariga qarab, nuqtaning kinematik xarakteristikalarini topish o'rganiladi. Nuqta kinematikasida trayektoriya tushunchasi asosiy hisoblanadi. Trayektoriyaning ko'rinishiga qarab, nuqtaning harakati to'g'ri yoki egri chiziqli harakatlarga bo'linadi.



## **2. Nuqta harakatining berilish usullari.**

Nuqtaning harakati bir necha xil usullar bilan berilgan bo'lishi mumkin. Agar nuqtaning harakati biror usulda berilgan bo'lsa, tanlangan sanoq sistemasiga nisbatan ixtiyoriy paytda nuqtaning holatini aniqlash mumkin.

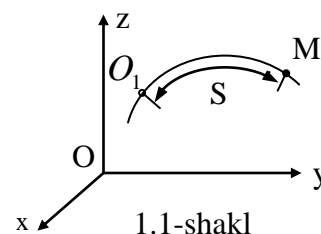
**2.1. Tabiiy usul.** Biror sanoq sistemasiga nisbatan nuqtaning trayektoriyasi berilgan bo'lsa, uning harakati tabiiy usulda berilgan deyiladi. Nuqtaning trayektoriyasi  $Oxyz$  koordinatalar sistemasiga nisbatan berilgan bo'lsin (127-shakl). Trayektoriyaning biror  $O_1$  nuqtasini sanoq boshi deb qabul qilib, trayektoriya bo'ylab musbat  $O_1M = S$  yo'nalishini tanlaymiz. Nuqtaning boshlang'ich  $O_1$  holati

bilan keyingi  $M$  holati orasidagi  $S$  yoy vaqtning funksiyasi ko'rinishida berilgan bo'lsa, bu qonunga asosan nuqtaning ixtiyoriy paytda trayektoriya ustidagi holatini bir qiymatli aniqlash mumkin (1.1-shakl).

Agar vaqtning har bir payti uchun nuqtaning holatini tasvirlovchi masofa aniqlangan bo'lsa, ya'ni

$$S = f(t) \quad (1.1.1)$$

bog'lanish berilgan bo'lsa, nuqtaning harakati tabiiy usulda aniqlangan deyiladi. (1.1.1) tenglamaga nuqtaning harakat tenglamasi deyiladi.



Aniqlanishiga ko'ra  $S=f(t)$  funksiya qo'yidagi shartlarni qanoatlantiradi: bir qiymatli, chunki nuqta bir vaqtning o'zida fazoning turli joyida bo'la olmaydi; uzluksiz, bu degani harakat uzluksiz, ya'ni  $t$  vaqtning cheksiz kichik o'zgarishiga,  $S$  masofaning cheksiz kichik o'zgarishi mos keladi; differensiallanuvchi. Bu shartlarning zaruriyigi kinematika va dinamikaning asosiy talablaridan kelib chiqadi.

Agar  $S=C=const$  bo'lsa, bu nuqtaning berilgan sanoq sistemasiga nisbatan tinch holatda ekanini bildiradi.

**2.2. Koordinatalar usuli.** Nuqtaning holati koordinatalar usulida berilgan bo'lishi uchun: sanoq ob'yektiga mahkamlangan biror koordinatalar sistemasiga nisbatan harakatlanuvchi nuqtaning koordinatalari vaqtning funksiyasi ko'rinishida berilishi kerak.

Uch o'lchovli fazoda nuqtaning holati  $q_1, q_2, q_3$  koordinatalar bilan aniqlanadi. Bu koordinatalarga egri chiziqli koordinatalar deyiladi. Demak, nuqtaning koordinatalari

$$q_1 = q_1(t), \quad q_2 = q_2(t), \quad q_3 = q_3(t) \quad (1.1.2)$$

tenglamalar bilan berilgan bo'lsa, nuqtaning harakati koordinatalar usulida berilgan hisoblanadi.

Oldingi holdagidek, bu yerda ham hamma funksiyalar bir qiymatli, uzluksiz va differensiallanuvchi deb qaraladi.

Agar nuqtaning holati to'g'ri burchakli dekart koordinatalar sistemasida berilgan bo'lsa, nuqtaning ixtiyoriy paytidagi holati

$$x=x(t), \quad y=y(t), \quad z=z(t) \quad (1.1.3)$$

tenglamalar bilan aniqlanadi.

(1.1.3) tenglamalar bir tomondan nuqtaning harakat qonunini ifodalaydi, ya'ni vaqtning ixtiyoriy paytida  $x, y, z$  koordinatalarni va demak  $M$  nuqtaning holatini aniqlash imkonini beradi, ikkinchi tomondan trayektoriyaning parametrik tenglamalarini ifodalaydi. Bu tenglamalardan  $t$  parametrni yo'qotish mumkin bo'lsa, qo'yidagi tenglamalar sistemalarini hosil qilamiz:

$$\begin{cases} \varphi(x, y) = 0; \\ \chi(x, z) = 0, \end{cases} \begin{cases} \psi(y, z) = 0; \\ \chi(x, z) = 0, \end{cases} \begin{cases} \chi(x, z) = 0; \\ \psi(y, z) = 0. \end{cases} \quad (1.1.4)$$

Bu sistemalarning har biri nuqta trayektoriyasini ikkita sirtning kesishishi ko'rinishida tasvirlaydi.

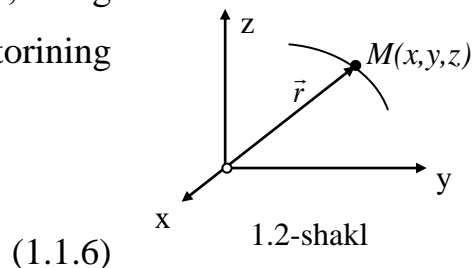
Nuqta harakatini o'rganishda boshqa koordinatalar sistemalaridan ham foydalanish mumkin. Masalan, silindrik, sferik va qutb koordinatalar sistemalari.

**2.3. Vektor usuli.** Nuqtaning ixtiyoriy paytdagi holatini biror markazga nisbatan uning radius-vektori bilan aniqlash mumkin bo'lsa, ya'ni nuqtaning holatini aniqlovchi radius-vektor  $t$  vaqtning funksiyasi ko'rinishda berilgan bo'lsa, nuqtaning harakati vektor usulida berilgan deyiladi. Ta'rifga asosan biror  $O$  markazga nisbatan nuqtaning holatini aniqlovchi radius-vektor vaqtning funksiyasi bo'ladi, ya'ni

$$\vec{r} = \vec{r}(t). \quad (1.1.5)$$

Agar nuqtaning dekart koordinatalari  $x, y, z$  bo'lsa, uning koordinatalar boshiga nisbatan radius-vektorining proyeksiyalari ham  $x, y, z$  bo'ladi, ya'ni

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}.$$

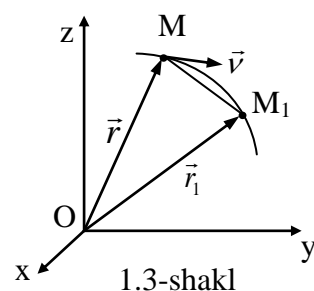


□

### 3. Nuqta tezligi.

#### 3.1. Egri chiziqli harakatdagi nuqtaning tezligi.

Agar nuqtaning harakat trayektoriyasi egri chiziqdan iborat bo'lsa, uning bunday harakatiga egri chiziqli harakat deyiladi. Nuqta harakatining asosiy xarakteristikalaridan biri uning tezligi hisoblanadi. Harakatlanuvchi nuqtaning qaralayotgan koordinatalar sistemasiga nisbatan  $t$  paytdagi  $M$  holati  $\vec{r}$  radius-vektor bilan,



bilan,  $t+\Delta t$  paytdagi holati  $\vec{r}_1$  radius-vektor bilan aniqlansin (1.3-shakl).  $\Delta t$  vaqt oralig'ida harakatlanuvchi nuqtaning radius-vektori  $\Delta\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}$  ga o'zgarsin (1.3-shakl).

$$\vec{v}^* = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

nisbatga nuqtaning  $\Delta t$  vaqt oralig'idagi o'rtacha tezlik deyiladi.

Demak, nuqtaning o'rtacha tezligi  $\Delta\vec{r}$  vector yo'nalishidagi, ya'ni harakat yo'nalishidagi vektor bo'lar ekan.

O'rtacha tezlikning  $\Delta t$  vaqt oralig'i nolga intilgandagi (ba'zan oniy tezlik deb ham ataladi) limitik holati nuqtaning ixtiyoriy  $t$  paytidagi tezlikni ifodalaydi, ya'ni

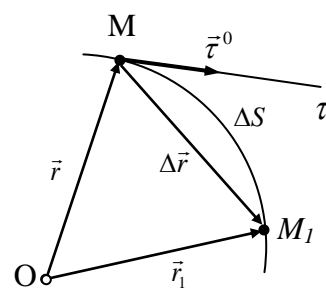
$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}. \quad (1.1.7)$$

Shunday qilib, nuqtaning ixtiyoriy paytidagi tezligi vektor kattalik bo'lib, nuqtaning radius-vektoridan vaqt bo'yicha olingan birinchi tartibli hosilaga teng.

$\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$  vektorning  $\Delta t \rightarrow 0$  dagi limitik holati trayektoriyaning urinmasi bilan ustma-ust tushadi, demak, tezlik vektori trayektoriyaning urinmasi bo'ylab, harakat yo'nalishi tomonga qarab yo'nalgan vektordir. Tezlik vektorini quyidagicha almashtiramiz:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dr} = \frac{d\vec{r}}{ds} \cdot \frac{ds}{dt} = \frac{d\vec{r}}{ds} \dot{s}. \quad (1.1.8)$$

(1.1.8) tenglikning o'ng tomonidagi  $\frac{d\vec{r}}{ds}$  ko'paytmani qaraymiz.  $|\Delta S|$  va  $|\Delta\vec{r}|$  miqdorlar bir xil tartibli kichik miqdorlar ekanligidan



1.4-shakl

$$\lim \frac{|\Delta \vec{r}|}{|\Delta S|} = 1$$

bo'ladi (1.4-shakl). Demak,  $\Delta \vec{r} / \Delta s$  miqdorning  $\Delta S \rightarrow 0$  (yoki)  $\Delta t \rightarrow 0$  dagi limitik holati nuqtaning urinmasi bo'ylab yo'nalgan birlik vektorni ifodalaydi, ya'ni

$$\lim_{\substack{\Delta S \rightarrow 0 \\ \Delta t \rightarrow 0}} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta S} = \vec{\tau}^0,$$

bu yerda  $\vec{\tau}^0$ -urinmaning musbat yo'nalishi bo'ylab yo'nalgan birlik vektor. Shunday qilib, (1.1.8) tenglikni quyidagicha yozish mumkin:

$$\vec{v} = \dot{S} \vec{\tau}^0. \quad (1.1.9)$$

$v = \frac{dS}{dt}$  miqdor tezlikning algebraik qiymati modulini bildiradi, yoki tezlik trayektoriyaning M nuqtasida o'tkazilgan urinmadagi proyeksiyasini bildiradi, ya'ni

$$v = v_\tau = \frac{dS}{dt}. \quad (1.1.10)$$

Nuqtaning radius-vektorini uning proyeksiyalari orqali yozamiz:

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

Tezlikning ta'rifiga asosan:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}. \quad (1.1.11)$$

Tezlik vektorini kordinata o'qlaridagi proyeksiyalari orqali yozamiz:

$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}. \quad (1.1.12)$$

(1.1.11) va (1.1.12) ifodalarni solishtirib, tezlikning proyeksiyalari uchun quyidagi formulalarni hosil qilamiz:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x}, \quad v_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y}, \quad v_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z}. \quad (1.1.13)$$

Shunday qilib, tezlikning kordinata o'qlaridagi proyeksiyalari nuqtaning mos kordinatalaridan vaqt bo'yicha olingan birinchi tartibli hosilalarga teng bo'lar ekan.

Tezlik vektorining kordinata o'qlaridagi proyeksiyalari ma'lum bo'lsa, uning moduli va yo'nalishini topish mumkin:

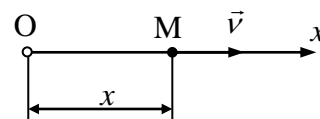
$$v = |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2};$$

$$\cos(\vec{v}, \hat{x}) = \frac{v_x}{v} = \frac{\dot{x}}{v}, \quad \cos(\vec{v}, \hat{y}) = \frac{v_y}{v} = \frac{\dot{y}}{v}, \quad (1.1.14)$$

$$\cos(\vec{v}, \hat{z}) = \frac{v_z}{v} = \frac{\dot{z}}{v}.$$

Agar nuqtaning harakat trayektoriyasi to'g'ri chiziqdan iborat bo'lsa, bunday harakatga to'g'ri chiziqli harakat deyiladi. Nuqta to'g'ri chiziqli harakatda bo'lsa, koordinatalar o'qlaridan bittasini masalan,  $Ox$  o'qini harakat to'g'ri chizigi bo'ylab yo'naltiramiz. U holda tezlikning qolgan o'qlaridagi proyeksiyalari aynan nolga teng bo'ladi (1.5-shakl). Natijada nuqtaning tezligi uchun quyidagi formulani hosil qilamiz:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x}, \quad v = |\dot{x}|.$$



1.5-shakl

Shunday qilib, to'g'ri chiziqli harakatdagi nuqtaning tezligi masofadan vaqt bo'yicha olingan birinchi tartibli hosilaga teng ekan.

Agar harakatning berilgan qismida  $v = \frac{dx}{dt}$  tezlik va  $x$  koordinata bir xil ishoraga ega bo'lsa, nuqtaning bu holdagi harakatiga to'g'ri harakat deyiladi. Agar  $v$  va  $x$  lar har xil ishorali bo'lsa nuqtaning bunday harakatiga teskari harakat deyiladi.

Agar nuqtaning tezligi vaqtning biror paytida nolga teng bo'lsa, shu paytda  $x$  masofa o'zining statsionar qiymatiga ega bo'ladi.  $x$  o'zining maksimum yoki minimum qiymatiga erishgan paytda nuqtaning tezligi nolga teng bo'lib, shu payt tezlik o'zining yo'nalishini uzgartiradi va harakat agar teskari bo'lsa, to'g'ri harakatga o'tadi.

Agar nuqtaning tezligi qandaydir vaqt oralig'ida nolga teng bo'lsa, shu vaqt oralig'ida  $x = \text{const}$  bo'lib, nuqta tinch holatda bo'ladi.

Tezlikning o'lchov birligi:  $[v] = \frac{[uzunlik]}{[vaqt]}$ . Tezlikning o'lchov birligi sifatida:  $sm/sek, m/sek, km/soat$  olinadi.

Agar butun harakat davomida nuqtaning tezligi o'zgarmas, ya'ni  $v = v_0 = const$  bo'lsa, nuqtaning bunday harakatiga to'g'ri chiziqli tekis harakat deyiladi.

$$v = \frac{dx}{dt} = v_0.$$

Bundan

$$x = x_0 + v_0 t, \quad (1.1.15)$$

bu yerda  $x_0$ -nuqtaning boshlang'ich koordinatasi. (1.1.15) tenglama to'g'ri chiziqli tekis harakat tenglamasini ifodalaydi.

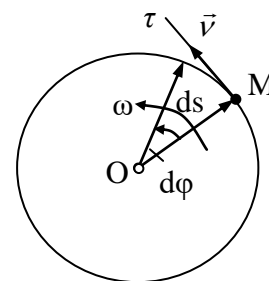
### 3.2. Aylana bo'ylab harakatlanayotgan nuqtaning tezligi

**Burchak tezlik.** Nuqtaning  $R$  radiusli aylana bo'ylab harakatini qaraymiz. Bu holda  $M$  nuqta tezligining son qiymati quyidagiga teng bo'ladi:

$$v = \frac{dS}{dt} = R \frac{d\varphi}{dt}, \quad (1.1.16)$$

bu yerda  $dS = R d\varphi$ .

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} \quad (1.1.17)$$



1.6-shakl

miqdorga  $R$  radiusning aylanish burchak tezligi deyiladi.

Shunday qilib, aylana bo'ylab harakatlanuvchi nuqta tezligining miqdori quyidagicha topiladi:

$$v = R\omega. \quad (1.1.18)$$

Tezlik vektori aylana urinmasi bo'ylab, harakat yo'nalishi tomonga yo'nalgan bo'ladi.

### 1.2-§. Nuqtaning murakkab harakati. Asosiy ta'riflar. Vektorning absolyut va nisbiy hosilalari

Ayrim holatlarda nuqtaning harakatini bir vaqtda ikkita koordinatalar sistemasiga nisbatan o'rganish maqsadga muvofiqdir (1.7-shakl). Bu koordinatalar

sistemasidan bittasini qo'zg'almas (asosiy), ikkinchisini nuqta bilan birgalikda qo'zg'almas koordinatalar sistemasiga nisbatan harakatlanuvchi deb qaraymiz.

Nuqtaning harakatini har bir koordinatalar sistemasiga nisbatan o'rganish 1-paragrafda yoritilgan usullar bilan o'tkaziladi. Bu paragrafda ikkala koordinatalar sistemasiga nisbatan harakatlanayotgan nuqtaning asosiy kinematik xarakteristikalari orasidagi munosabatlarni o'rganamiz. Bu munosabatlarni aniqlash muhim ahamiyatga ega, chunki ko'p hollarda nuqtaning  $O_1x_1y_1z_1$  qo'zg'almas koordinatalar sistemasiga nisbatan harakatini ikkita oddiyroq harakatga ajratish mumkin: bittasi – harakatlanuvchi koordinatalar sistemasiga nisbatan va ikkinchisi – nuqtaning harakatlanuvchi koordinatalar sistemi bilan birgalikda qo'zg'almas koordinatalar sistemasiga nisbatan harakat.

Nuqtaning asosiy (qo'zg'almas) koordinatalar sistemasiga nisbatan harakatiga **murakkab** yoki **absolyut** harakat va nuqtaning harakatlanuvchi koordinatalar sistemasiga nisbatan harakatini **nisbiy** harakat deb aytaladi.

Nuqtaning absolyut va nisbiy harakatlari bilan nuqtaning harakatlanuvchi koordinatalar sistemi bilan birgalikdagi harakati o'rtasidagi munosabatlarni aniqlash quyidagi masalalarni echishga imkoniyat yaratadi:

1. Nuqtaning berilgan nisbiy harakati va harakatlanuvchi koordinatalar sistemi harakati orqali murakkab harakatini aniqlash;
2. Berilgan murakkab harakatni tarkibiy (yasovchi) harakatlarga ajratish.

Ixtiyoriy ravishda harakatlanayotgan koordinatalar sistemasida aniqlangan vektordan hosila olish masalasini ko'rib chiqamiz. Shu maqsadda vektorning **absolyut** va **nisbiy** hosilasi tushunchalari kiritiladi.

Asosiy koordinatalar sistemi  $O_1x_1y_2z_1$  va ixtiyoriy ravishda harakatlanayotgan koordinatalar sistemi  $Oxyz$  berilgan bo'lsin. Qandaydir  $\bar{a} = \bar{a}(t)$  vektor harakatlanuvchi koordinatalar sistemasida aniqlangan bo'lsin, ya'ni vektorning harakatlanuvchi koordinatalar sistemi o'qlaridagi  $a_x, a_y, a_z$  proyeksiyalari  $t$  vaqtning funksiyalari bo'ladi. Agar harakatlanuvchi koordinatalar

sistemasining birlik vektorlari  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  bo'lsa, u holda  $\vec{a}(t)$  vektorni quyidagicha yozish mumkin:

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}. \quad (1.2.1)$$

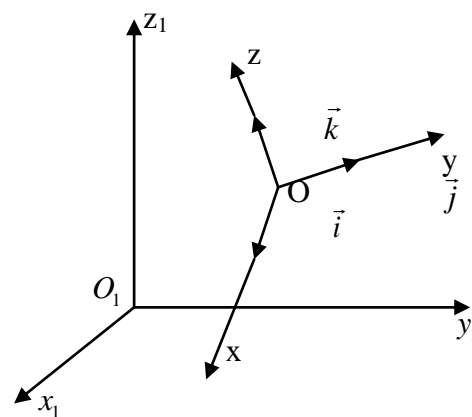
tufayli  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  vektorlar o'z yo'nalishlarini o'zgartirib turadi, ya'ni  $t$  vaqtning funksiyalari bo'ladilar. (1.2.1) tenglikning ikkala tomonidan vaqt bo'yicha hosila olib,  $\vec{a}$  vektorning absolyut (to'la) hosilasini topamiz:

$$\frac{d\vec{a}}{dt} = \frac{da_x}{dt} \vec{i} + \frac{da_y}{dt} \vec{j} + \frac{da_z}{dt} \vec{k} + a_x \frac{d\vec{i}}{dt} + a_y \frac{d\vec{j}}{dt} + a_z \frac{d\vec{k}}{dt} \quad (1.2.2)$$

(1.2.2) formulaning o'ng tomonidagi birinchi uchta qo'shiluvchi  $\vec{a}$  vektorning harakatlanuvchi koordinatalar sistemasiga nisbatan o'zgarishini xarakterlaydi, shuning uchun ular  $\vec{a}$  vektorning **nisbiy hosilasini** ifodalaydi, ya'ni

$$\frac{\tilde{d}\vec{a}}{dt} = \frac{da_x}{dt} \vec{i} + \frac{da_y}{dt} \vec{j} + \frac{da_z}{dt} \vec{k}.$$

(1.2.3)



1.7-shakl

$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$  formuladagi  $\vec{v}$  va  $\vec{r}$  vektorlarni ketma-ket mos ravishda  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  vektorlar bilan almashtirib, quyidagi munosabatni topamiz:

$$\frac{d\vec{i}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{i}, \quad \frac{d\vec{j}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{j}, \quad \frac{d\vec{k}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{k},$$

bu yerda  $\omega - Oxyz$  koordinatalar sistemasining  $O$  nuqta atrofida aylanma harakat burchak tezligi (1.8-shakl). Bularni (1.2.2) formulaga qo'yamiz:

$$\frac{d\vec{a}}{dt} = \frac{\tilde{d}\vec{a}}{dt} + \vec{\omega} \times (a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}),$$

yoki

$$\frac{d\vec{a}}{dt} = \frac{\tilde{d}\vec{a}}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{a}. \quad (1.2.4)$$

(1.2.4) formulaga Bur formulasi deyiladi.

Shunday qilib, vektorning absolyut hosilasi shu vektorning nisbiy hosilasi va harakatlanuvchi koordinatalar sistemasining burchak tezligi bilan shu vektorning vektorli ko'paytmasining yig'indisiga teng.

$Oxyz$  koordinatalar sistemasining harakati erkin qattiq jismning harakati kabi, uning  $O$  qutb bilan birgalikdagi ilgarilanma harakati va qutb atrofidagi aylanma harakatlaridan iborat. Agar  $Oxyz$  koordinatalar sistemasi faqat ilgarilanma harakat qilsa, Bur formulasiga asosan,  $\vec{a}$  vektorning absolyut hosilasi uning nisbiy hosilasiga teng bo'ladi.

### Quyidagi xususiy hollarni ko'rib o'tamiz :

1. Agar  $\vec{a}$  vektor harakatlanuvchi koordinatalar sistemasiga nisbatan o'zgarmas bo'lsa, uning nisbiy hosilasi  $\tilde{d}\vec{a}/dt = 0$  bo'ladi va (1.2.4) formulaga asosan:

$$\frac{d\vec{a}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{a}.$$

Bu formula avval isbotlanganidek, moduli o'zgarmas vektorning hosilasini bildiradi.

2. Agar  $\vec{a}$  vektor asosiy koordinatalar sistemasiga nisbatan qo'zg'almas bo'lsa, u holda  $d\vec{a}/dt = 0$  bo'lib, (1.2.4) formuladan:

$$\frac{\widehat{d}\vec{a}}{dt} = -(\vec{\omega} \times \vec{a}).$$

3. Agar  $\vec{a}$  vektor  $\vec{\omega}$  burchak tezlik vektoriga kollinear bo'lsa, u holda  $\vec{\omega} \times \vec{a} = 0$  va (1.2.4) formuladan quyidagi munosabat kelib chiqadi:

$$\frac{d\vec{a}}{dt} = \frac{\tilde{d}\vec{a}}{dt}.$$

### 3.2. Tezliklarni qo'shish haqidagi teorema.

Bu yeda quyidagi masalana hal qilamiz: tanlab olingan koordinatalar sistemasiga nisbatan nuqta tezliklari orasidagi munosabatni aniqlaymiz.

$M$  nuqtaning  $O_1x_1y_1z_1$  asosiy koordinatalar sistemasiga nisbatan tezligini uning **absolyut tezligi** deb ataymiz.

M nuqtaning  $Oxyz$  harakatlanuvchi koordinatalar sistemasiga nisbatan  $\vec{v}_r$  tezligi uning **nisbiy tezligi** deb aytiladi.

Nuqtaning **ko'chirma tezligi** degan tushuncha kiritamiz. Nuqtaning  $\vec{v}_e$  **ko'chirma tezligi** deb harakatlanuvchi koordinatalar sistemasining shunday nuqtasining tezligiga aytiladiki, berilgan onda (momentda) u nuqta harakatlanayotgan nuqtaga mos kelsin.

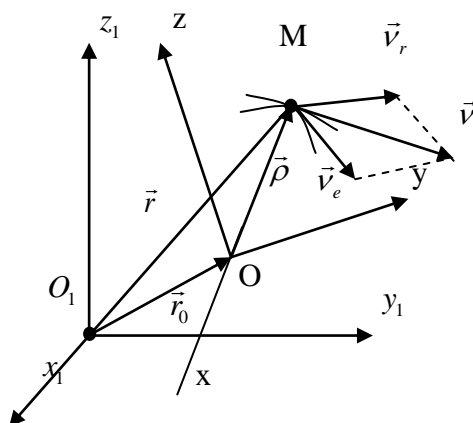
Agar  $\vec{r}_0(t)$  - harakatlanuvchi koordinatalar sistemasi boshi bo'lgan O nuqta (qutb)ning qo'zg'almas koordinatalar sistemasiga nisbatan radius vektori,  $\vec{\rho}(t)$  - ixtiyoriy M nuqtaning harakatlanuvchi koordinatalar sistemasiga nisbatan radius vektori,  $\vec{r}(t)$  - M nuqtaning qo'zg'almas koordinatalar sistemasiga nisbatan radius vektori bo'lsa, u holda 1.8-shaklga asosan

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{\rho}. \quad (1.2.5)$$

Harakatlanuvchi koordinatalar sistemasida nuqtaning koordinatalari  $x, y, z$  bo'lsa, u holda

$$\vec{\rho} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k},$$

bu yerda  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  -harakatlanuvchi koordinatalar sistemasining birlik vektorlari. Ta'rifga asosan radius vektorning vaqt bo'yicha absolyut hosilasi nuqtaning absolyut tezligi bo'ladi.



1.8-shakl

Demak, (1.2.5) tenglikni vaqt bo'yicha differensiallab, nuqtaning absolyut tezligini topamiz

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}_0}{dt} + \frac{d\vec{\rho}}{dt}. \quad (1.2.6)$$

$\vec{\rho}$  vektori harakatlanuvchi koordinatalar sistemasida aniqlanganligi uchun uning absolyut hosilasini topish uchun (1.2.4) formuladan foydalanamiz:

$$\frac{d\vec{\rho}}{dt} = \frac{d\vec{\rho}}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{\rho}. \quad (1.2.7)$$

Bu yerda  $\vec{\omega}$  - harakatlanuvchi koordinatalar sistemasining burchak tezligi,

$$\frac{d\vec{\rho}}{dt} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}$$

ifoda bo'lsa,  $\vec{\rho}$  vektorining vaqt bo'yicha **nisbiy hosilasidir**.

Ta'rifga asosan bu ifoda nuqtaning nisbiy tezligi bo'ladi, ya'ni

$$\vec{v}_r = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}. \quad (1.2.8)$$

(1.2.7) va (1.2.8) ifodalarni (1.2.6) tenglamaga qo'yib, quyidagi munosabatni hosil qilamiz:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{\omega} \times \vec{\rho} + \vec{v}_r, \quad (1.2.9)$$

bu yerda  $\vec{v}_0 = \frac{d\vec{r}_0}{dt}$  - harakatlanuvchi koordinatalar boshining qo'zg'almas koordinatalar (asosiy) sistemasiga nisbatan tezligi.

Nuqtaning  $\vec{v}_e$  ko'chirma tezligini topish uchun uni harakatlanuvchi koordinatalar sistemasiga mahkamlaymiz, ya'ni (1.2.8) formulada  $\vec{v}_r = 0$  ni qo'yamiz, u holda quyidagini hosil qilamiz:

$$\vec{v}_e = \vec{v}_0 + \vec{\omega} \times \vec{\rho}. \quad (1.2.10)$$

Bu formulani quyidagicha o'qish mumkin:

*Ozod qattiq jism (harakatlanuvchi koordinatalar sistemasi)ning istalgan M nuqtasining tezligi ixtiyoriy ravishda tanlangan nuqtasi (qutb)ning tezligi bilan o'sha M nuqtaning qattiq jismning qutb atrofidagi aylanma harakatidagi tezligining geometric yig'indisiga teng.*

Shunday qilib, quyidagi tasdiqni isbotladik:

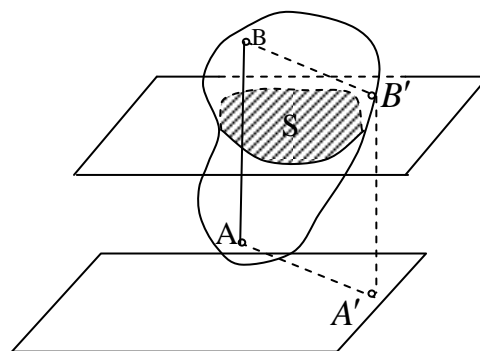
$$\vec{v} = \vec{v}_e + \vec{v}_r. \quad (1.2.11)$$

**Teorema.** *Moddiy nuqtaning absolyut tezligi k'ochirma va nisbiy tezliklarining geometric yig'indisiga teng.*

### 1.3-§. Qattiq jismning tekis-parallel harakati

#### 1. Asosiy tushunchalar.

Qattiq jism nuqtalari biror qo'zg'almas tekislikka parallel tekisliklarda harakatlansa, uning bunday harakatiga tekis parallel harakat deyiladi. Bu ta'rifdan shunday xulosa qilish mumkinki, qattiq jismga qo'zg'almas tekislikka perpendikulyar qilib mahkamlangan ixtiyoriy to'g'ri chiziq kesmasi ilgarilanma harakat qiladi, ya'ni o'z-o'ziga parallel kuchadi. Haqiqatdan ham, qattiq jismning qo'zg'almas tekislikka perpendikulyar  $AB$  kesmasi biror  $\Delta t$  vaqt oralig'ida  $A'B'$  holatga o'tsin. Qattiq jismning ta'rifiga asosan  $AB = A'B'$ ,  $AA'$  va  $BB'$  ko'chishlar esa qo'zg'almas tekislikka parallel bo'lishi kerak, bundan  $ABB'A'$  shakl parallelogramm ekani kelib chiqadi. Demak,  $AB \parallel A'B'$  (1.9-shakl).



1.9-shakl

Bundan shunday xulosa qilish mumkinki, qattiq jismning asosiy tekislikka perpendikulyar to'g'ri chiziqda yotuvchi nuqtalarining harakati uning bitta nuqtasining harakati bilan aniqlanadi. Butun jismning harakati qattiq jismni qo'zg'almas tekislikka parallel tekislik bilan kesishdan hosil bo'lgan  $S$  kesimning o'z tekisligidagi harakati bilan aniqlandi. Shunday qilib, qattiq jismning tekis parallel harakati tekis shaklning o'z tekisligidagi harakatiga keltiriladi.

O'zgarmas tekis shaklning o'z tekisligidagi holati uning ikkita nuqtasining holati bilan yoki ikkita nuqtasini tutashtiruvchi kesmaning holati bilan to'liq aniqlanadi.

Tekis shaklning o'z tekisligidagi harakati ilgarilanma va aylanma harakatlardan iborat bo'ladi.

Tekis shaklning ilgarilanma harakati deb shunday harakatga aytiladiki, uning harakat tekisligida yotgan ixtiyoriy to'g'ri chiziq kesmasi o'z-o'ziga parallel ko'chadi.

Tekis shaklning o'z tekisligidagi harakati davomida uning aylanish markazi deb ataluvchi bitta nuqtasi qo'zg'almasdan qolsa, bunday harakatga aylanma harakat

deyiladi. Qattiq jismning bunday harakati davomida nuqtalarining trayektoriyalari markazi qo'zg'almas nuqtada bo'lgan konsentrik aylanalardan iborat bo'ladi. Nuqtalarining tezlik va tezlanishlari aylanish markazigacha bo'lgan masofalarga proporsional bo'ladi, ya'ni

$$v_Q = OQ \cdot \omega, \quad (1.3.1)$$

$$W_Q = OQ \cdot \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}, \quad (1.3.2)$$

bu yerda  $\omega$  va  $\varepsilon$  -lar aylanish burchak tezligi va burchak tezlanishi. Qattiq jismning aylanma harakatida nuqtalarning tezlanishlari OQ aylanish radiusidan  $\mu$  burchakka og'gan bo'ladi. Bu burchak hamma nuqtalar uchun bir xil qiymatga ega. U faqat  $\omega$  va  $\varepsilon$  larga bog'liq, ya'ni

$$\operatorname{tg} \mu = \frac{W_\tau}{W_n} = \frac{\varepsilon}{\omega^2}. \quad (1.3.3)$$

**1-teorema.** *Qattiq jismning o'z tekisligidagi har qanday chekli ko'chishini bir ilgari lanma ko'chish va ixtiyoriy markaz (qutb) atrofida bir marta burish bilan hosil qilish mumkin.*

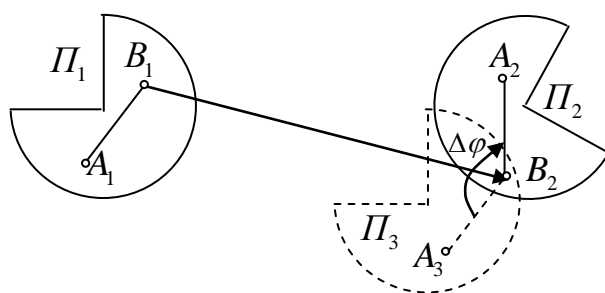
**Isbot.** Tekis shaklning  $A_1B_1$  va  $A_2B_2$  kesmalar bilan aniqlangan ixtiyoriy ikkita  $\Pi_1$  va  $\Pi_2$  holati berilgan bo'lsin (AB kesma  $\Pi$  tekis shaklga mahkamlangan) (1.10-shakl).

Ilgarilanma harakat bilan tekis shakl  $\Pi_1$  holatdan  $\Pi_3$  holatga o'tsin, bu holda AB kesma  $A_1B_1$  holatdan  $A_3B_2$  holatga o'tadi va bu ko'chish  $\overline{B_1B_2}$  vektor bilan aniqlanadi (1.10-shakl).

Ilgarilanma harakat ta'rifiga asosan  $A_3B_2 \parallel A_1B_1$ . Endi tekis shaklni  $B_2$  markaz atrofida  $\Delta\varphi = \angle A_3B_2A_2$  burchakka buramiz, natijada  $A_3B_2$  kesma  $A_2B_2$  holatga o'tadi va  $\Pi$  shakl  $\Pi_3$  holatdan  $\Pi_2$  holatga o'tadi.

Biz ixtiyoriy markaz sifatida  $B_2$  nuqtani

tanladik. Bu holda shaklning ilgari lanma ko'chishi  $\overline{B_1B_2}$  vektor bilan, aylanma

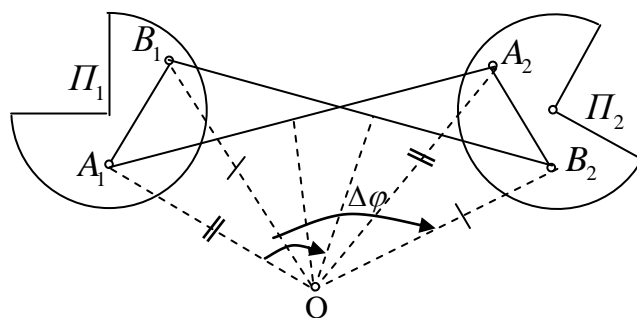


1.10-shakl

ko'chishi esa  $\Delta\varphi = \angle A_3B_2A_2$  burchak bilan aniqlanadi. Agar qutb sifatida A nuqta olinganda edi shaklning ilgarilanma ko'chishi  $\overrightarrow{A_1A_2}$  vektor bilan, aylanma ko'chishi  $\Delta\varphi' = \angle B_3A_2B_2$  burchak bilan aniqlanar edi. Osonlik bilan ko'rish mumkinki,  $\overrightarrow{B_1B_2} \neq \overrightarrow{A_1A_2}$ , ya'ni ilgarilanma ko'chish qutbni o'zgartirishi bilan o'zgaradi, lekin  $\Delta\varphi = \Delta\varphi'$  chunki bu burchaklar parallel kesmalardan tashkil topgan. Demak, figuraning aylanma ko'chishi qutbni tanlanishiga bog'liq emas. Shunday qilib, ilgarilanma ko'chishi qutbni tanlanishi bilan o'zgarar ekan, uni tanlash yo'li bilan ilgarilanma ko'chishni yo'qotish ham mumkin.

**2-teorema.** *Tekis shaklning o'z tekisligidagi ilgarilanma bo'lmagan har qanday chekli ko'chishini chekli aylanish markazi deb ataluvchi markaz atrofida bir marta burish bilan hosil qilish mumkin.*

**Isbot.** Tekis shaklning ixtiyoriy ikkita  $A_1B_1$  va  $A_2B_2$  kesmalar bilan aniqlangan  $\Pi_1$  va  $\Pi_2$  holatlari berilgan bo'lsin (1.11-shakl).



1.11-shakl

Agar O chekli aylanish markazi mavjud bo'lsa, bu shunday nuqta bo'ladiki, bu nuqta  $A_1$  va  $A_2$  nuqtalardan bir xil uzoqlashgan bo'ladi, xudi shunday  $B_1$  va  $B_2$  nuqtalardan ham bir xil uzoqlashgan bo'ladi (1.11-shakl), ya'ni  $OA_1 = OA_2$ ;  $OB_1 = OB_2$ .

Demak, O aylanish markazi  $A_1A_2$  va  $B_1B_2$  kesmalar o'rtalaridan chiqarilgan perpendikulyarning kesishish nuqtasi bo'lar ekan. O nuqta aylanish markazi ekanini ko'rsatamiz. Haqiqatdan ham,  $A_1O = A_2O$ ,  $B_1O = B_2O$ ,  $A_1B_1 = A_2B_2$  bo'lgani uchun  $\Delta A_1OA_2 = \Delta B_1OB_2$ . Demak,  $A_1B_1$  kesmasi O markaz atrofida  $\Delta\varphi = \angle A_1OA_2 = \angle B_1OB_2$  burchakka burish bilan tekis  $A_2B_2$  holatga va demak shaklni  $\Pi_1$  holatdan  $\Pi_2$  holatga o'tkazishi mumkin.

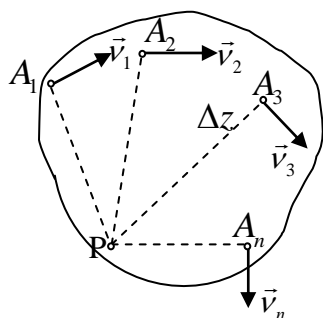
Shuni aytish kerakki  $\Delta\varphi$  burchak  $A_1B_1$  va  $A_2B_2$  kesmalar orasidagi burchakka teng va bu burchak 1-teoremaga asosan qutbni tanlanishiga bog'liq emas.

Isbotlangan ikkita teoremadan tekis shaklning o'z tekisligidagi harakati haqida quyidagi xulosaga kelish mumkin:

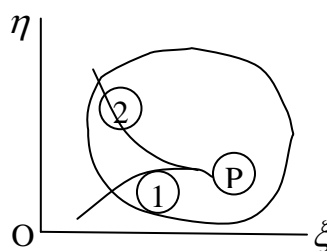
1) 1-teoremaga asosan tekis shaklning o'z tekisligidagi har qanday harakatini qutb deb ataluvchi nuqta bilan birgalikdaga chekli ilgariylanma ko'chishlari va qutb atrofidagi chekli burishlarining uzluksiz ketma-ketligidan iborat deb qarash mumkin.

2) 2-teoremaga asosan tekis shaklning har qanday ilgariylanma bo'lmagan elementar ko'chishini oniy aylanish markazi deb ataluvchi markaz atrofida bir marta elementar burchakka burish bilan hosil qilish mumkin. Bundan quyidagicha xulosa qilish mumkin: tekis shaklning o'z tekisligidagi ixtiyoriy ilgariylanma bo'lmagan harakatini oniy aylanish markazlari atrofidagi elementar burishlar ketma-ketligidan iborat deb qarash mumkin.

Tekis shaklning harakati davomida oniy aylanish markazining holati qo'zg'almas tekislikda ham, shaklga mahkamlanga tekislikda ham uzluksiz



1.12-shakl



1.13-shakl

o'zgarib boradi.

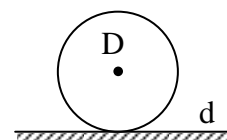
Oniy aylanish markazi atrofidagi aylanma harakat burchak tezligi  $\omega$  ga oniy burchak tezlik, burchak tezlanishi  $\varepsilon$  ga oniy burchak tezlanish deyiladi.

Tezlik vektori aylanish radiuslariga perpendikulyar bo'ladi (aylanish radiusi nuqtadan aylanish markazigacha bo'lgan masofa) (1.12-shakl). Tekis shaklning oniy aylanish markazi P nuqtaning qaralayotgan ondagi tezligi nolga teng bo'ladi.

Tekis shaklning oniy aylanish markazini topish uchun uning ikkita nuqtasi tezligining yo'nalishini bilish yetarli. Bu nuqtalar tezliklaridan chiqarilgan perpendikulyarlarning kesishish nuqtasi oniy aylanish markazi bo'ladi.

Oniy aylanish markazining qo'zg'almas tekislikda qoldirgan iziga qo'zg'almas sentroida, shaklga mahkamlangan tekislikda qoldirgan iziga qo'zg'aluvchi sentroida deyiladi (1.13-shakl). ① bilan qo'zg'almas sentroida, ② bilan qo'zg'aluvchi sentroidani belgilaymiz, oniy aylanish markazini P bilan belgilaymiz.

Qaralayotgan onda oniy aylanish markazining qo'zg'almas tekislikdagi o'rni ① bilan qo'zg'aluvchi tekislikdagi o'rni ② oniy aylanish markazi P bilan ustma-ust tushadi (1.13-shakl). Cheksiz kichik  $\Delta t$  vaqtdan keyin oniy aylanish markazi boshqa nuqtaga o'tadi,



1.14-shakl

① va ② nuqtalar ajraladi. Qo'zg'almas sentroida qo'zg'almas  $O\xi\eta$  tekisligiga nisbatan qo'zg'almas egri chiziq bo'ladi. Qo'zg'aluvchi sentroida shaklga mahkamlangan tekislikka nisbatan qo'zg'almas,  $O\xi\eta$  tekislikka nisbatan qo'zg'aluvchi tekislik bilan birgalikda qo'zg'aluvchi yegri chiziq bo'ladi. Qo'zg'aluvchi va qo'zg'almas sentroidalarning urunish nuqtasi qaralayotgna onda oniy aylanish markazi bo'ladi.

Tekis shaklning harakati vaqtida qo'zg'aluvchi sentroida qo'zg'almas sentroida ustida sirpanmasdan yumalaydi va ularning urunish nuqtasi qaralayotgan onda oniy aylanish markazi bo'ladi. Masalan, D disk d to'g'ri chiziq bo'ylab sirpanmasdan yumalayotgan bo'lsa, d to'g'ri chiziq qo'zg'almas sentroida, D disk aylanasi qo'zg'aluvchi sentroida bo'ladi, ularning urunish nuqtasi oniy aylanish markazi bo'ladi.

## 2. Tekis shakl nuqtalarining tezliklari

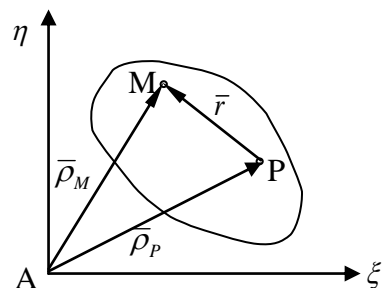
Tekis shaklning harakatini  $A\xi\eta$  qo'zg'almas koordinatalar sistemasiga nisbatan qaraymiz. Shaklning qutb nuqtasi P va ixtiyoriy nuqtasi M ning  $A\xi\eta$  koordinatalar sistemasiga nisbatan holati  $\vec{\rho}_P$  va  $\vec{\rho}_M$  radius-vektorlar bilan

aniqlansin (1.15-shakl). U holda  $\vec{\rho}_P$ ,  $\vec{\rho}_M$  va  $\vec{r}$  vektorlar orasida quyidagi munosabat o'rinli:

$$\vec{\rho}_M = \vec{\rho}_P + \vec{r} \quad (1.3.4)$$

Bu tenglikning ikkala tomonini vaqt bo'yicha differensiallaymiz:

$$\frac{d\vec{\rho}_M}{dt} = \frac{d\vec{\rho}_P}{dt} + \frac{d\vec{r}}{dt} \quad (1.3.5)$$



1.15-shakl

$PM = r = const$  bo'lgani uchun  $\vec{r}$  vektor shaklining harakati

vaqtida faqat yo'nalishi bo'yicha o'zgaradli. Eyler formulasiga asosan  $\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{r}$ ,

bundan tashqari  $\frac{d\vec{\rho}_M}{dt} = \vec{v}_M$ ,  $\frac{d\vec{\rho}_P}{dt} = \vec{v}_P$ . Natijada (1.3.5) tenglikdan quyidagi

formulaga kelamiz:

$$\vec{v}_M = \vec{v}_P + \vec{\omega} \times \vec{r} \quad \text{yoki} \quad \vec{v}_M = \vec{v}_P + \vec{v}_{MP} \quad (1.3.6)$$

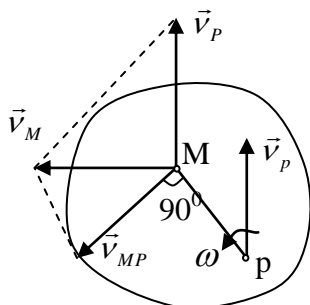
Tezliklarni qo'shish teoremasiga asosan tekis shakl ixtiyoriy M nuqtasining tezligi qutb nuqtasining  $\vec{v}_P$  tezligi, ya'ni ilgari lanma harakat tezligi bilan qutb atrofidagi aylanma harakat  $\vec{v}_{MP} = \vec{\omega} \times \vec{r}$  tezliklarining yig'indisiga teng.  $\vec{v}_{MP}$  vektor MP kesmaga perpendikulyar bo'lib, shaklning aylanish tomoniga qarab yo'nalgan bo'ladi (1.6-shakl) va moduli  $v_{MP} = \omega \cdot PM$  ga teng.

Demak, tekis shakl birorta P nuqtasining tezligi va bu nuqta atrofida aylanma harakat burchak tezligi  $\omega$  berilgan bo'lsa, uning ixtiyoriy nuqtasining tezligini topish mumkin (1.6-shakl).

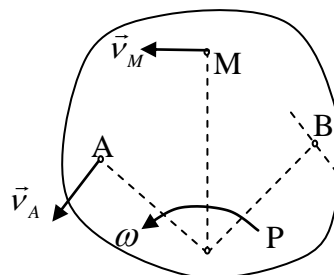
Tezliklarni topishning boshqa usuli quyidagi teoremadan kelib chiqadi.

**1-teorema.** Agar tekis shakl bitta nuqtasining tezligi va boshqa bitta nuqtasi tezligining yo'nalishi berilgan bo'lsa, oniy aylanish markazidan foydalanib, tekis shakl ixtiyoriy nuqtasining tezligini topish mumkin.

**Isbot.** Tekis shakl bitta A nuqtasining tezligi va boshqa bitta B nuqtasi tezligining yo'nalishi berilgan bo'lsin (1.7-shakl). A va B nuqtalardan ularning tezliklariga perpendikulyar to'g'ri chiziqlar chizamiz. Bu to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasi P shaklning oniy aylanish markazi bo'ladi. P nuqtaga nisbatan A



1.6-shakl



1.7-shakl

nuqtaning tezligi quyidagicha bo'ladi (1.7-shakl):

$$v_A = \omega \cdot PA.$$

Bundan, oniy burchak tezlik  $\omega$  ni topamiz:

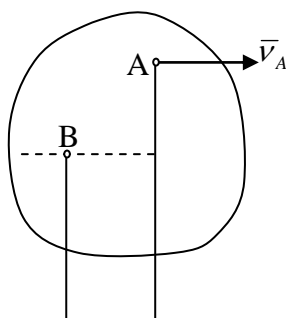
$$\omega = \frac{v_A}{PA}. \quad (1.3.7)$$

Endi ixtiyoriy M nuqtaning tezligini topamiz:

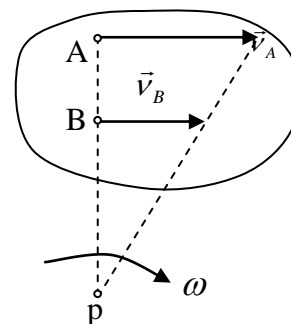
$$v_M = \omega \cdot PM = v_A \cdot \frac{PM}{PA}. \quad (1.3.8)$$

$\vec{v}_M$  tezlikning yo'nalishi  $\overline{PM}$  vektorga perpendikulyar bo'ladi.

(1.3.8) tenglikdan ko'rinib turibdiki, tekis shakl nuqtalarining ixtiyoriy



1.8-shakl



1.9-shakl

paytdagi tezligi oniy aylanish markazidan nuqttagacha bo'lgan masofaga proporsional bo'lar ekan.

Agar tekis shakl berilgan nuqtalarning tezliklari  $\vec{v}_A$  va  $\vec{v}_B$  lar parallel bo'lsa, yuqoridagi teorema ma'nosini yo'qotadi. Bunday holda quyidagi ikkita holdan bittasi o'rinli bo'ladi.

1)  $\vec{v}_A \parallel \vec{v}_B$  bo'lib, A va B nuqtalar bitta umumiy perpendikulyarda yotmasin (1.8-shakl). Shakldan ko'rinib turibdiki bu holda oniy aylanish markazi cheksizlikda bo'ladi va (1.3.7) tenglikdan  $\omega = 0$ . Demak, shakl bu holda oniy ilgarilanma harakatda bo'lar ekan.

2)  $\vec{v}_A \perp \vec{v}_B$  bo'lib, A va B nuqtalar bitta umumiy AB perpendikulyarda yotsin (1.9-shakl). Bu holda oniy aylanish markazini topish uchun  $\vec{v}_A$  va  $\vec{v}_B$  tezliklarning modullarini ham bilish kerak bo'ladi.  $\vec{v}_A$  va  $\vec{v}_B$  vektorlarning uchlari orqali to'g'ri chiziq o'tkazamiz. Bu to'g'ri chiziq bilan AB to'g'ri chiziqning kesishish nuqtasi oniy aylanish markazi bo'ladi (1.9-shakl). (1.3.8) formuladan:

$$\frac{v_A}{PA} = \frac{v_B}{PB}.$$

Demak, bu holda tekis shakl ixtiyoriy nuqtasining tezligini topish uchun ikkala A va B nuqtalar tezliklarining ham yo'nalishi, ham moduli berilgan bo'lishi kerak.

Agar  $\vec{v}_A = \vec{v}_B$  bo'lsa, bu holda yana tekis shakl oniy ilgarianma harakatda bo'ladi.

**2-teorema.** *Tekis shakl o'zgarmas kesmasi uchlarining tezliklarini kesma yo'nalishidagi proeksiyalari o'zaro teng.*

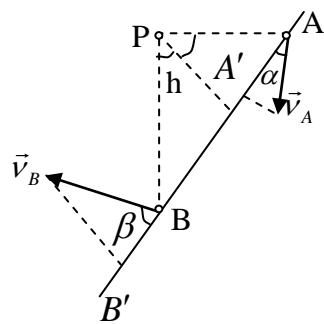
**Isbot.** AB kesma uchlarining tezliklari  $\vec{v}_A$  va  $\vec{v}_B$  bo'lsin (1.10-shakl). A va B nuqtalardan ularning tezliklariga perpendikulyarchiziqlar chizamiz, ularning kesishish nuqtasi P oniy aylanish markazi bo'ladi. Agar AB kesmaning oniy aylanish burchak tezligi  $\omega$  bo'lsa, A va B nuqtalarning tezliklari  $v_A = \omega \cdot PA$ ,  $v_B = \omega \cdot PB$  bo'ladi.

Ularning AB kesmadagi proyeksiyalari quyidagicha bo'ladi:

$$\begin{aligned} AA' &= (\vec{v}_A)_{AB} = v_A \cos \alpha = \omega \cdot PA \cdot \cos \alpha = \omega h, \\ BB' &= (\vec{v}_B)_{AB} = v_B \cos \beta = \omega \cdot PB \cdot \cos \beta = \omega h, \end{aligned}$$

bu yerda  $h$  1.10-shakldan ko'rinib turibdiki P nuqtadan AB kesmagacha bo'lgan masofa. Demak,

$$(\vec{v}_A)_{AB} = (\vec{v}_B)_{AB} \cdot$$



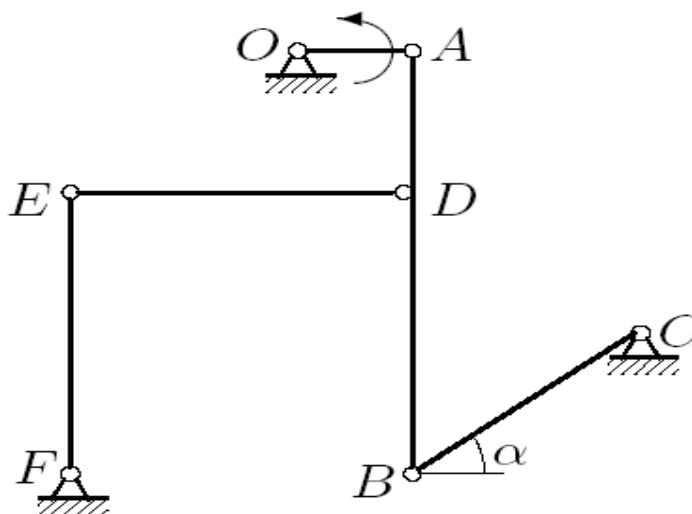
1.10-shakl

## II-BOB. MEXANIZM QISMLARI BURCHAK TEZLIKLARINI ANIQLASHGA DOIR MASALALAR VA ULARNI YECHISHGA EHMNI QO'LLASH

### 2.1-§. Mexanizm qismlari burchak tezliklarini aniqlashga doir masalalar

#### 1.masala.

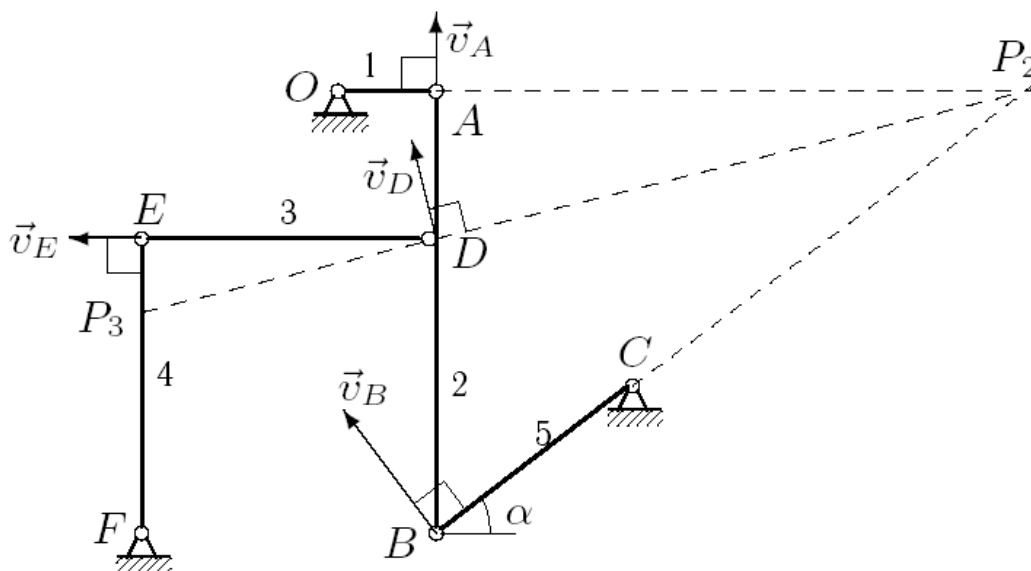
Tekis mexanizm beshta sharnirli briktilgan sterjendan tashkil topgan. Uchta sharnirli tayangan mexanizmni asosga mahkamlaydi. Mexanizm holati (2.1-shakl) ko'rsatilgan. OA sterjenning burchak tezligi berilgan  $\omega_{OA\tau} = 12s^{-1}$ . Sterjenlarning uzunligi quyidagicha berilgan: OA = 2sm, AB = 9sm, BC = 5sm, DE = FE = 6sm, AD = 3sm va burchak:  $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ . Boshlang'ich vaqtda DE sterjen gorizontal, AB va FE sterjenlar vertikal holda berilgan. Mexanizm hamma qismlari burchak tezliklarini aniqlang.



2.1-shakl

**Yechish.** Harakatga keltiruvchi OA va FE, BC sterjenlar aylanma, AB va DE sterjenlar esa tekis harakat qiladi. Oniy tezliklar markazini aniqlash metodini qo'llaymiz. A nuqtaning tezligini aniqlaymiz:  $v_A = \omega_1 OA = 12 \cdot 2 = 24$  sm/s.  $\vec{v}_A$  tezlik vektori yo'nalishi burchak tezligi soat strelkasi yo'nalishiga qarama-qarshi yo'nalgan. Harakatga keltiruvchi OA sterjen aylanish radiusiga perpendikulyar bo'ladi (2.1-shakl). Berilgan masalada burchak tezliklarini

modulini aniqlaymiz.  $\vec{v}_B$  tezlik vektori yo'nalishi BC sterjenga perpendikulyar ekanligi ma'lum va u yuqoriga yo'nalgan. Bu esa AB sterjen oniy tezliklar markazi aniqlash imkonini beradi.  $\vec{v}_A$  va  $\vec{v}_B$  tezlik vektorlari perpendikulyarlari kesishish nuqtasi  $P_1$  ni topiladi.



2.2-shakl

AB sterjen  $P_2$  nuqta atrofida oniy aylanish burchak tezligi  $\omega_2$  deb olamiz. Bu sterjen nuqtalari tezliklari aylanma harakatdagi jism nuqtalari tezliklari formulalariga ko'ra topiladi. Tezliklar oniy tezliklar markazigacha bo'lgan masofaga proporsional:

$$v_A = \omega_2 AP_2 \quad (2.1.1)$$

$$v_B = \omega_2 BP_2 \quad (2.1.2)$$

$$v_D = \omega_2 DP_2 \quad (2.1.3)$$

$AP_2$ ,  $DP_2$ ,  $BP_2$  masofalarni topish qiyin emas. Berilgan  $\alpha$  burchakning qiymatiga ko'ra  $\operatorname{tg}\alpha = 3/4$ ,  $\sin\alpha = 3/5$ .  $ABP_2$  to'g'ri burchakli uchburchakdan katet  $AP_2 = AB \operatorname{ctg}\alpha = 9 \cdot \frac{4}{3} = 12\text{sm}$  gipotenuza

$$BP_2 = \frac{AB}{\sin\alpha} = 9 \cdot 5/3\text{sm}. DP_2 = \sqrt{AP_2^2 + AD^2} = 3\sqrt{17}\text{sm}. \text{ Endi AB sterjenning}$$

oniy tezliklar markazi atrofida oniy aylanish burchak tezligini topamiz. (2.1.1)

tenglamadan  $\omega_2 = \frac{v_A}{AP_2} = \frac{24}{12} = 2\text{s}^{-1}$ . Bunga ko'ra (2.1.2) dan

$v_B = 2 \cdot 15 = 30 \text{sm/s}$  . Bundan esa BC sterjen aylanishdagi burchak tezligini aniqlash mumkin:

$$\omega_1 = \frac{v_B}{BC} = \frac{30}{5} = 6 \text{s}^{-1}.$$

(2.1.3) formuladan  $v_D$  tezlikni ham topish mumkin:

$$v_D = \omega_2 DP_1 = 6\sqrt{17} \text{sm/s}.$$

DE sterjen oniy tezliklar markazini aniqlaymiz. Bizga D nuqta tezligi, yo'nalishi va miqdori ma'lum.  $\vec{v}_E$  vektor EF ga perpendikulyar va chap tomonga yo'nalgan.  $\vec{v}_E$  va  $v_D$  tezlik vektorlari perpendikulyarlari kesishish nuqtasi  $P_3$  DE sterjen oniy tezliklar markazida joylashgan. Sterjen nuqtalari tezliklari uchun quyidagi munosabatlar o'rinli:

$$v_E = \omega_3 EP_3 \quad (2.1.4)$$

$$v_D = \omega_3 DP_3 \quad (2.1.5)$$

$EP_3$  va  $DP_3$  masofalar  $P_2DA$  va  $DP_3E$  uchburchaklarning o'xshashligidan topiladi:  $\frac{AP_2}{DE} = \frac{12}{6} = \frac{DP_2}{DP_3} = \frac{AD}{EP_3}$ , bundan oniy tezliklar markazigacha masofa

$$DP_3 = \frac{3}{2}\sqrt{17}, \quad EP_3 = 1,5 \text{sm} \text{ topiladi. (2.1.5) tenglamadan } \omega_3 = \frac{v_D}{DP_3} = 4 \text{s}^{-1}$$

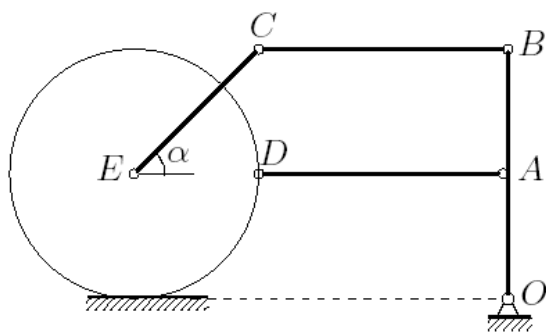
burchak tezlikni va unga ko'ra (2.1.4) formuladan  $v_E = \omega_3 EP_3 = 4 \cdot 1,5 = 6 \text{sm/s}$  tezlikni topamiz. Topilganlardan EF sterjen burchak tezligini aniqlash mumkin:

$$\omega_4 = \frac{v_E}{EF} = \frac{6}{6} = 1 \text{s}^{-1}.$$

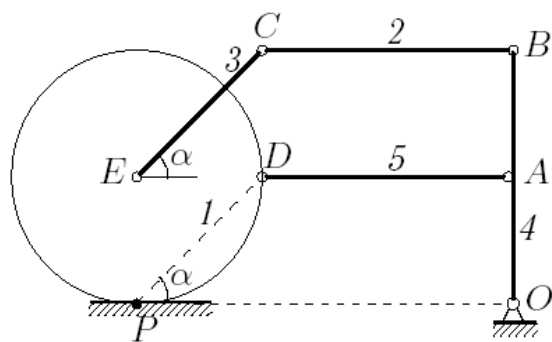
Bu masalani oniy tezliklar markazi metodi orqali yechishda burchak tezliklar faqat modullarigina aniqlanadi. Burchak tezliklari proyeksiyalari ishoralarini kinematik Graf usuli yordamida aniqlash mumkin. Bu usul yordamida yechishni EHM da Maple dasturi yordamida keying paragrafda ko'rsatilgan

## 2- Masala.

Mexanizm holati 2.3-shaklda berilgan silindr burchak tezligi  $\omega_z = 2 \text{s}^{-1}$  ma'lum. Silindr radiusi  $R = 4 \text{sm}$ , sterjen o'lchamlari  $OA = AB = 4 \text{sm}$ ,  $AD = BC = 8 \text{sm}$ ,  $EC = 4\sqrt{2} \text{sm}$ ,  $\alpha = 45^\circ$ . Boshlang'ich holatda  $BC$  va  $AD$  gorizantal,  $OB$  sterjen vertikal joylashgan. Silindir gorizantal tekislik bo'yicha sirpanmasdan yumalaydi. Mexanizm hamma qismlari burchak tezliklarini topamiz.



2.3-shakl



2.4-shakl

### Yechish.

**1.usul.** Kinematik Graf usul. Sistema beshta jismdan to'rtta sterjen va silindrdan tashkil topgan. Jismlarni 100-rasmdagidek nomerlaymiz. 1-silindr, 2 va 5 gorizantal sterjenlar, sterjen  $CE - 3$ , vertikal sterjen  $OB - 4$ .  $P$  nuqta silindr sirtining tekislikka urinish nuqtasi, silindr harakatlanganda oniy tezliklar markazi bo'ladi. Bu nuqtaning tezligi nolga teng. Quyidagi kinematik Graflarni tuzamiz:

$$\begin{array}{c}
 1 \quad 5 \quad 4 \\
 P \rightarrow D \rightarrow A \rightarrow . \quad (\text{Bu Graf agar teskari yo'nalishda bo'lsa,} \\
 \alpha \quad 0 \quad -\pi/2 \\
 4 \quad 5 \quad 1 \\
 O \rightarrow A \rightarrow D \rightarrow P \quad \text{ko'rinishda yoziladi). Strelka tagidagi burchak } x \text{ o'qi} \\
 \pi/2 \quad \pi \quad \pi + \alpha
 \end{array}$$

musbat yo'nalishda nuqtaning nuqtaga o'tish burchagini soat strelkasiga teskari yo'nalishda o'tishini bildiradi. Strelka ustidagi son jism nomeri. Bunga mos quyidagi ikkita tenglamani yozamiz:

$$v_{Ox} = v_{Px} - \omega_{1z}R\sqrt{2}\sin\alpha - \omega_{5z}AD\sin 0 - \omega_{4z}AO\sin(-\pi/2),$$

$$v_{Oy} = v_{Py} + \omega_{1z}R\sqrt{2}\cos\alpha + \omega_{5z}AD\cos 0 + \omega_{4z}AO\cos(-\pi/2).$$

$v_{Ox} = v_{Px} = 0$ ,  $v_{Oy} = v_{Py} = 0$ ,  $\omega_{1z} = 2s^{-1}$  ekanligini hisobga olsak, quyidagi chiziqli sistemaga ega bo'lamiz:

$$\begin{cases}
 -8 + 4\omega_{4z} = 0 \\
 8 + 4\omega_{5z} = 0
 \end{cases}$$



A nuqtaning tezligi bo'ladi. Shuningdek  $B$  nuqtaning tezligi gorizonta va  $A$  nuqtaning tezligidan ikki marta katta bo'ladi va  $b$  nuqta bilan belgilaymiz. Tezliklar plani qoidasiga ko'ra  $ec \perp EC$  va  $bc \perp BC$ .  $b$  vertikal va  $e$  chiziq orqali  $EC$  ga perpendikulyar o'tkazamiz. Bu chiziqlar kesishish nuqtasini  $c$  bilan belgilaymiz.  $\vec{v}_C$  vektor bu  $\vec{oc}$ . Burchak tezliklari modullarini topamiz.

$$\omega_2 = \omega_{BC} = \frac{bc}{BC} = 1s^{-1}, \quad \omega_3 = \omega_{EC} = \frac{ec}{EC} = 2s^{-1}, \quad \omega_4 = \omega_{AO} = \frac{ao}{AO} = 2s^{-1},$$

$$\omega_5 = \omega_{AD} = \frac{ad}{AD} = 1s^{-1}.$$

Topilgan tezlik vektorlarini mexanizmدا ifodalaymiz (2.6-shakl )

**3.Usul.** Uchburchak tezlik tenglamasi. Agar PD ni shartli ravishda mexanizm qismi desak PDAO figura to'rtzvenoli mexanizmni ifodalaydi. Uchta burchak tezliklari uchun tenglamani quyidagicha tuzamiz:

$$\omega_{1z}(x_D - x_P) + \omega_{5z}(x_A - x_D) + \omega_{4z}(x_O - x_A) = 0$$

$$\omega_{1z}(y_D - y_P) + \omega_{5z}(y_A - y_D) + \omega_{4z}(y_O - y_A) = 0$$

koordinat boshi sifatida P nuqtani tanlaymiz. U holda berilgan nuqtalarning koordinatalari quyidagicha bo'ladi:

$$y_P = y_O = x_P = x_E = 0, \quad y_E = y_D = y_A = x_D = x_C = R,$$

$$y_C = y_B = 8\text{sm}, \quad x_B = x_O = x_A = 12\text{sm}.$$

Ikkinchi tenglamadan  $\omega_{4z} = 2s^{-1}$  ekanligini aniqlaymiz va uni birinchi tenglamaga qo'yib  $\omega_{5z} = \frac{-\omega_{1z}}{2} = -1s^{-1}$  ni topamiz.

2 va 3 sterjenlarning burchak tezliklarini topish uchun "Uchburchak tezliklarining tenglamasi" kabi umumlashtirib to'rtburchak tezliklarining tenglamasini tuzamiz. Yuqoridagi tenglamalarga yana bitta had qo'shamiz. Ko'p zvenoli PECBO uchun:

$$\omega_{1z}(x_E - x_P) + \omega_{3z}(x_C - x_E) + \omega_{2z}(x_B - x_C) + \omega_{4z}(x_O - x_B) = 0$$

$$\omega_{1z}(y_E - y_P) + \omega_{3z}(y_C - y_E) + \omega_{2z}(y_B - y_C) + \omega_{4z}(y_O - y_B) = 0$$

Nuqtalarning koordinatalari qiymatini qo'yib quyidagi oddiy sistemani hosil qilamiz:

$$\begin{cases} 4\omega_{3z} + 8\omega_{2z} = 0, \\ 4\omega_{1z} + 4\omega_{3z} - 16 = 0 \end{cases}$$

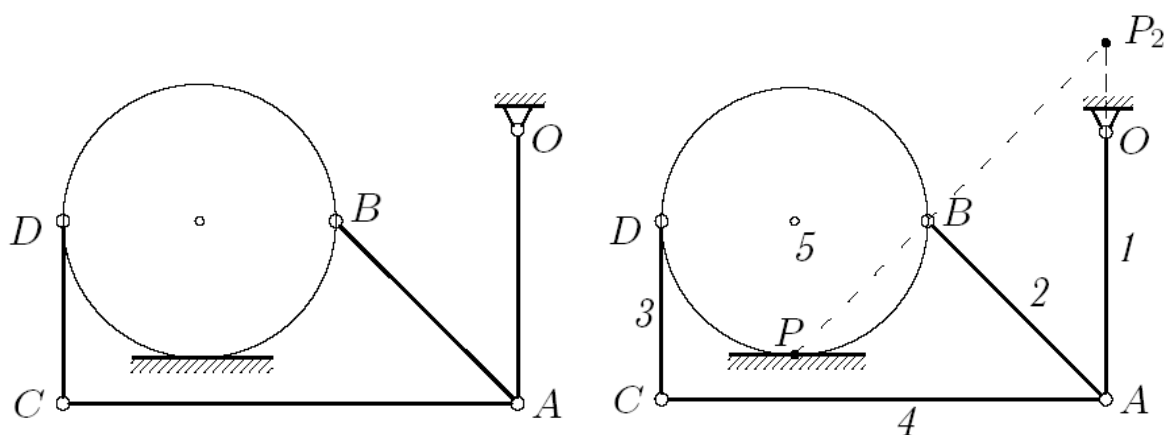
Bu sistemani yechib  $\omega_{2z} = -1s^{-1}$  va  $\omega_{3z} = 2s^{-1}$  ni topamiz.

Ushbu masala EHMda Maple dasturi yordamida keyingi 2.2 paragrafda yechilgan

### 3- masala.

Ko'rsatilgan holatdagi mexanizm (2.7-shakl) slindir va to'rtta sterjendan tashkil topgan, OA sterjenning  $\omega_{1z} = 20s^{-1}$  burchak tezligi berilgan. Slindir radiusi  $R = 3m$ , sterjen uzunligi  $OA = 6sm$ ,  $AB = 4\sqrt{2}sm$ ,  $AC = 10sm$ ,  $CD = 4sm$ ,  $R = 3sm$ . Boshlang'ich berilgan vaqtda CD va OA sterjenlar vertika, CA sterjen gorizontol holatda joylashgan. Slindir gorizontol tekislikda sirpanmasdan aylanadi. Mexanizm qismlari burchak tezliklarini aniqlaymiz.

Yechish.



2.7-shakl

2.8-shakl

Mexanizm qismlarini nomerlaymiz (2.8-shakl) Slindirning tekislik bilan urinish

nuqtasi P, slindir oniy tezliklar markazi bo'ladi.  $O \xrightarrow{1} A \xrightarrow{2} B \xrightarrow{5} P$  Graf  
 $-\pi/2 \quad 3\pi/4 \quad 5\pi/4$

tuzamiz. Bu graf quyidagi proyeksiya tenglamasini beradi:

$$v_{Px} = v_{Ox} - \omega_{1z}OA \sin(-\pi/2) - \omega_{2z}AB \sin(3\pi/4) - \omega_{5z}R\sqrt{2} \sin(5\pi/4),$$

$$v_{Py} = v_{Oy} + \omega_{1z}OA \cos(-\pi/2) + \omega_{2z}AB \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + \omega_{5z}R\sqrt{2} \cos(5\pi/4),$$

Berilgan  $\omega_{1z} = 20s^{-1}$  ma'lum burchak tezligini hisobga olsak

$$\begin{cases} 120 - 4\omega_{2z} + 3\omega_{5z} = 0, \\ -4\omega_{2z} - 3\omega_{5z} = 0 \end{cases}$$

sistemaga ega bo'lamiz. Bu sistemani yechib  $\omega_{2z} = 15s^{-1}, \omega_{5z} = -20s^{-1}$  ni

olamiz.  $P \xrightarrow{5} D \xrightarrow{3} C \xrightarrow{4} A \xrightarrow{1} O$  Grafni tuzamiz. Graf quyidagi  
 $3\pi/4 \quad -\pi/2 \quad 0 \quad \pi/2$

proyeksiyalar tenglamasini beradi:

$$v_{Ox} = v_{Px} - \omega_{5z}R\sqrt{2}\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) - \omega_{3z}CD\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) - \omega_{4z}AC\sin 0 - \omega_{1z}OA\sin(\pi/2)$$

$$v_{Oy} = v_{Py} + \omega_{5z}R\sqrt{2}\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + \omega_{3z}CD\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + \omega_{4z}AC\cos 0 + \omega_{1z}OA\cos(\pi/2)$$

Yuqorida topilganlarni hisobga olsak quyidagi ikkita tenglamaga kelamiz:

$$-60 + 4\omega_{3z} = 0$$

$$60 + 10\omega_{4z} = 0.$$

Tenglamalar sistemasini yechib

$$\omega_{3z} = 15s^{-1}, \quad \omega_{4z} = -6s^{-1}$$

larni topamiz.

Ushbu masalani EHM yordamida Maple dasturi orqali yehimi keyingi paragrafda keltiriladi.

## 2.2-§. Mexanizm qismlari burchak tezliklarini aniqlashga doir masalalarni yechishda EHM ni qo'llash

Oldingi paragrafdagi 1-masala oniy tezliklar markazi metodi orqali yechilgan unda burchak tezliklar faqat modullarigina aniqlanadi. Burchak tezliklari proyeksiyalari ishoralarini kinematik Graf usuli yordamida aniqlash mumkin. Bu usul yordamida yechishni EHM da Maple dasturi yordamida bajaramiz va mexanizm harakatini animatsiya orqali ko'rsatish mumkin:

> **restart:**

**with(plottools):with(plots):pi:=evalf(Pi):**

**Opopa:=proc(i,R) local x0,x1,y0,h,N:**

**x0:=x[i]-R\*0.7:x1:=x[i]+R\*0.7:**

**y0:=y[i]-R\*0.7:h:=3\*R:N:=2:**

```

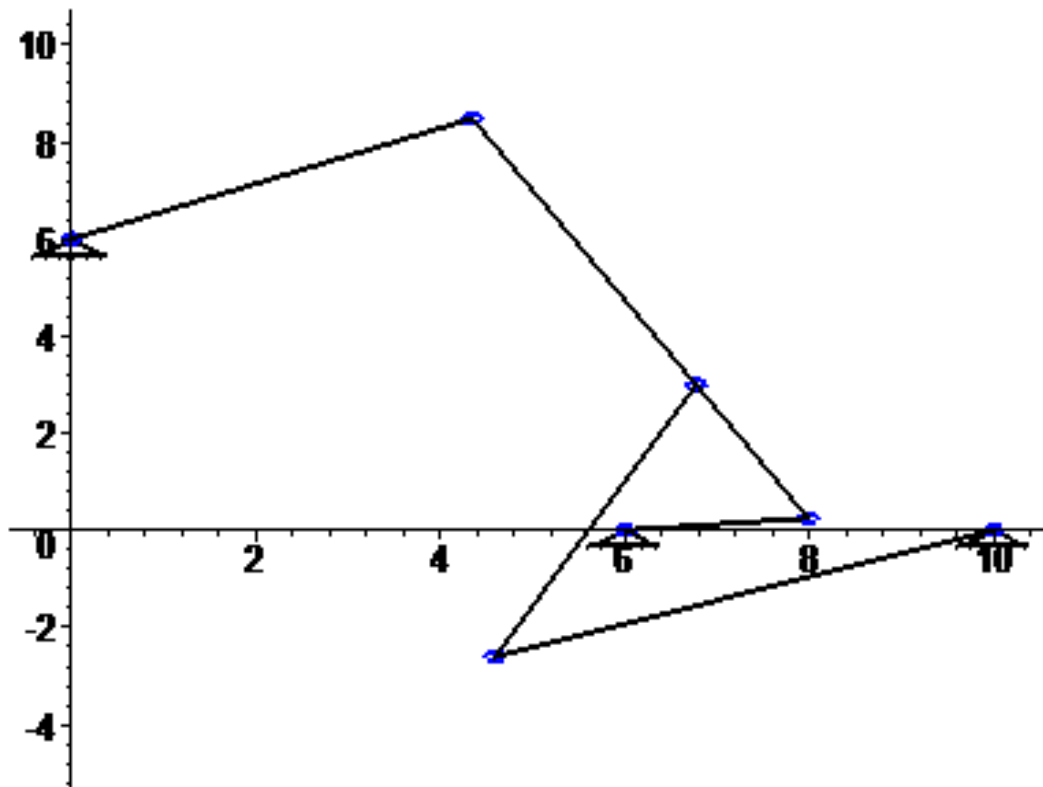
display (PLOT (circle ([x[i], y[i]], R, color=blue) ),
PLOT (CURVES ([ [x0, y0], [x[i]-h, y[i]-h]],
[[x1, y0], [x[i]+h, y[i]-h]],
[[x0-h, y[i]-h], [x1+h, y[i]-h]],
seq([ [x0-h*(-j/N+1), y[i]-h],
[x0-h*(-j/N+1)-h/4, y[i]-h*1.3]], j=0..2*N+1))))):
end proc:
# Процедура изображения окружности с центром в точке i
Окружн:=proc(i, R) global CLR:
PLOT(circle([x[i], y[i]], R, color=CLR))
end proc:
# Цвет окружности по умолчанию
CLR:=blue:
# Процедура изображения линии от точки i к j
Линия:=proc(i, j) global x, y:
PLOT(CURVES([ [x[i], y[i]], [x[j], y[j]]]))):
end proc:
#Процедура определения координат точки K по координатам i и j и
длинам ik и jk
Координата:=proc(i, j, k, ik, jk)
local L0, sina, cosa, cosb, sinb: global x, y:
L0:=Pif(x[i]-x[j], y[i]-y[j]):
sina:=(y[i]-y[j])/L0: cosa:=(x[i]-x[j])/L0:
cosb:=(jk^2+L0^2-ik^2)/(2*jk*L0):
sinb:=sqrt(1-cosb^2):
x[k]:=x[j]+jk*(cosa*cosb-sina*sinb):
y[k]:=y[j]+jk*(sina*cosb+cosa*sinb):
end proc:
# Процедура определения координат точки k на отрезке ij по
координатам концов i и j и длинам ik и jk
Координата2:=proc(i, j, k, ik, jk)
global x, y:
x[k]:=x[i]+ik/(ik+jk)*(x[j]-x[i]):
y[k]:=y[i]+ik/(ik+jk)*(y[j]-y[i]):
end proc:
Pif:=(x, y)-> sqrt(x^2+y^2):

```

```

with(plots) :
O1,A,B,C,D1,E,F:=i$1..7:# Номера точек
x[O1],x[C],x[F]:=6,0,10: # Координаты опор
y[O1],y[C],y[F]:=0,6,0:
OA,AB,CB,AD,BD,DE,FE:=2,9,5,3,6,6,6:#Длины стержней
N:=50: # Число кадров
df:=2*pi/N:# Шаг угла
for k to N do
f:=df*k:
x[2]:=x[1]+OA*cos(f):
y[2]:=y[1]+OA*sin(f):
Координата(A,C,B,AB,CB): #x[B],y[B]-? См. прогр.9
Координата2(A,B,D1,AD,BD): #x[D1],y[D1]-? Прогр.9
Координата(D1,F,E,DE,FE): #x[E],y[E]-?
M:=2,3,5,6:
K:=4,1,7:
Шарниры:=seq(Окружн(M[i],0.1),i=1..4):#См. прогр.9
Опоры:=seq(Опора(K[i],0.1),i=1..3): #См. прогр. 9
Стержни:=Линия(O1,A),Линия(A,B),Линия(B,C),
Линия(D1,E),Линия(E,F),thickness=2: # См. прогр. 9
P[k]:=display(Стержни,Шарниры,Опоры):
od:
display(seq(P[i],i=1..N),insequence=true);

```



Yuqorida 2.1 paragrafda yechilgan 2-masalani EHMda Maple dasturi yordamida yechamiz.

```
> restart; # Кинематический граф
```

```
Граф:=proc(S,L,f,w)
```

```
  [seq(v[S[-1],j]=v[S[1],j]-
  add(L[i]*sin(f[i]-Pi/2*(j-1))*w[i],
  i=1..nops(f)),j=1..2)]
```

```
end proc:
```

```
# Неподвижные точки (нулевые скорости)
```

```
v[O,1],v[O,2],v[F,1],v[F,2],v[C,1],v[C,2]:=0$6:
```

```
# Заданная угловая скорость OA
```

```
w1:=12:
```

```
# Размеры
```

```
BC:=5: AD:=3: DE:=6: EF:=6: OA:=2: AB:=9:
```

```
alpha:=arccos(4/5):
```

```
Gr1:=Граф([C,B,A,O],[BC,AB,OA],[Pi+alpha,Pi/2,Pi],[w5,w2,w1]):
```

```
eq1:=Gr1[1]; eq2:=Gr1[2];
```

```
Gr2:=Граф([F,E,D,A,O],[EF,DE,AD,OA],
```

```
[Pi/2,0,Pi/2,Pi],[w4,w3,w2,w1]):
```

```

eq3:=Gr2[1]; eq4:=Gr2[2];
solve({eq1,eq2,eq3,eq4},{w2,w3,w4,w5});
      eq1 := 0 = 3 w5 - 9 w2
      eq2 := 0 = -24 - 4 w5
      eq3 := 0 = -6 w4 - 3 w2
      eq4 := 0 = -24 + 6 w3
      { w5 = -6, w3 = 4, w2 = -2, w4 = 1 }

```

Yuqorida 2.1 paragrafda yechilgan 3-masalani EHMda Maple dasturi yordamida yechamiz.

```
restart; # Решение задачи 23
```

```
> read "C:\\graph.m";
```

Неподвижные точки, шарнир и МЦС (нулевые скорости)

```
> v[O,1],v[O,2],v[P,1],v[P,2]:=0$4:
```

Угловая скорость

```
> w1:=20:
```

Размеры

```
> R:=3: OA:=6: AB:=4*sqrt(2): DC:=4: AC:=10:
```

```
> Gr1:=Граф([O,A,B,P],[OA,AB,R*sqrt(2)], [-Pi/2,3*Pi/4,5*Pi/4],[w1,w2,w5]):
```

```
> eq1:=Gr1[1]; eq2:=Gr1[2];
```

```
eq1 := 0 = 120 - 4 w2 + 3w5
```

```
eq2 := 0 = -4 w2 - 3 w5
```

```
> Gr2:=Граф([P,D1,C,A,O],[R*sqrt(2),DC,AC,OA],
```

```
> [3*Pi/4,-Pi/2,0,Pi/2],[w5,w3,w4,w1]):
```

```
> eq3:=Gr2[1]; eq4:=Gr2[2];
```

```
> solve({eq1,eq2,eq3,eq4},{w2,w3,w4,w5});
```

```
eq3 := 0 = -120 - 3 w5 + 4w3
```

```
eq4 := 0 = -3 w5 + 10w4
```

```
{w2 = 15, w3 = 15, w4 = -6, w5 = -20}
```

## XULOSA

Qattiq jismning tekis-parallel harakati mexanik harakatlarning bir turi bo`lib, amaliy masalalarda, fizik va texnikada ko`p uchraydi. Bunday harakat murakkab harakatlar qatoriga kiradi va uning kinematik xarakteristikalarini o`rganish amaliyotda o`ta muhim rol o`ynaydi. O`zgarmas tekis shaklning harakatini kinematik nuqtai nazardan qaraganda qo`zg`aluvchan tekislikning qo`zg`almas tekislikka nisbatan harakatini o`rganish kerak boladi. Bu masala nazariy mexanikaning asosiy masalalridan biri bo`lib, amaliyotga bevosita aloqasi mavjud.

Shu maqsadda bitiruv malakaviy ishida quyidagi asosiy ishlar amalga oshirilgan:

Ishning kirish qismida masalaning qo`yilishi ishning dolzarbligi ishning maqsad va vazifalari haqida tushunchalar berilgan. Shuningdek masalaning ilmiy va amaliy ahamiyati yechish usullari haqida malumotlar keltirilgan.

Ishning dastlabki bobi referativ harakterga ega bo`lib, bu yerda kinematikaning asosiy tushunchalaridan nuqta harakatining berilish usullari, nuqta tezligi, nuqtaning murakkab harakati, vektorning absolyut va nisbiy hosilalari, qattiq jismning tekis-parallel harakati tushunchalari berilgan.

Bitiruv ishining ikkinchi bobida mexanizm qismlari burchak tezliklarini aniqlashga doir: uchta sharnirli tayangan asosli beshta sharnirli briktirilgan sterjendan tashkil topgan tekis mexanizm burchak tezliklarini aniqlashga doir, slindir va to`rtta sterjendan tashkil topgan tekis shakl mexanizm qisimlarini burchak tezliklarini aniqlashning bir necha usullariga doir masalalar yechilgan hamda ushbu masalalarni yechishda EHM ni qo`llab mexanizm harakati davomidagi asosiy kinematik xarakteristikalarining o`zgarishini animatsion harakat korinishida tasvirlash uchun prosedura-programma tuzilgan.

## FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. М.Н. Кирсанов “Maple u Maple” Решения задач механики: Лань. 2012г.  
512ст.
2. То'rayev X.T., Tilavov A. Nazariy mexanika. – Samarqand -2006 y.
3. Rashidov T.R., Shoziyotov Sh., Muminov K.B. Nazariy mexanika asoslari. –  
T.: 1990 y.
4. N.N.Buxgols. Osnovnoy kurs teoreticheskoy mexaniki. –M.: «Nauka», I.II.  
chasti, 1976 g.
5. O'rozboyev M.T., Nazariy mexanika asosiy kursi. - T.: «O'qituvchi» 1961 y