

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI**

**ALISHER NAVOIY NOMIDAGI SAMARQAND DAVLAT UNIVERSITETI**

**MEXANIKA-MATEMATIKA FAKULTETI**

**MEXANIKA KAFEDRASI**

**DMI – 1 (dinamika)**

**NAZARIY MEXANIKADAN 8-MUSTAQIL ISHNI**

**TASHKIL ETISH, TOPSHIRIQLAR VA ULARNI BAJARISH BO'YICHA**

**USLUBIY QO'LLANMA**

**Samarqand – 2014**

UDK 531.2(07)

BBK 22.21

№ 18

**Nazariy mexanika fanidan 8-mustaqlil ish topshiriqlari va ularni bajarish bo'yicha uslubiy qo'llanma. DMI – 1 (dinamika). – Samarqand: SamDU nashri, 2013.**

Tayyorlovchilar: t.f.d., prof.Xudoynazarov X.X.,  
f.-m.f.n., dots. Buranov X.M.,  
ass. Ismoilov E.A.

Mazkur uslubiy qo'llanma mexanika ta'lim yo'nalishida tahsil olayotgan talabalar mustaqil ishlarini tashkil etish, topshiriqlar va ularni bajarish bo'yicha me'yoriy hujjat sifatida amal qiladi.

Uslubiy qo'llanma Mexanika kafedrasini professor-o'qituvchilari, magistrant va talabalarga mo'ljalangan.

## Mustaqil ish № 8

### Mavzu: Moddiy nuqtaning harakat differensial tenglamalari

Moddiy nuqtaning fazodagi holati biror koordinatalar sistemasida o'zining radius-vektori  $\vec{r}$  bilan aniqlanadi. Nuqtaga ta'sir etuvchi  $\vec{F}$  kuch nuqtaning holatiga, tezligiga va vaqtga bog'liq bo'lishi mumkin. Moddiy nuqtaga bir vaqtning o'zida bir nechta kuchlar, yani  $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$  kuchlar sistemasi ta'sir etayotgan bo'lsa, kuchlar ta'sirining bog'liqmaslik qonuniga asosan harakatni kuchlar sistemasining geometrik yig'indisi  $\vec{F} = \sum \vec{F}_i$  kuch ta'siridan hosil bo'ladigan harakat deb qarash mumkin (1-shakl). Shunday qilib, umumiyl holda dinamikaning asosiy tenglamasini quyidagi ko'rinishda yozish mumkin:

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \vec{F} \left( \vec{r}, \frac{d\vec{r}}{dt}, t \right) \quad (1)$$

Nuqta massasi, radius-vektori va ta'sir etuvchi kuchlar orasidagi bog`lanishni ifodalovchi bu tenglama nuqta harakat differensial tenglamasining vektor ko'rinishini ifodalaydi.

(1) tenglama uchta skalyar tenglamalar sistemasiga ekvivalent bo`ladi. Koordinatalar sistemasini tanlab (1) tenglamani tanlangan koordinatalar sistemasi o`qlariga proyeksiyalab, har xil ko'rinishdagi skalyar tenglamalar sistemasini hosil qilish mumkin.

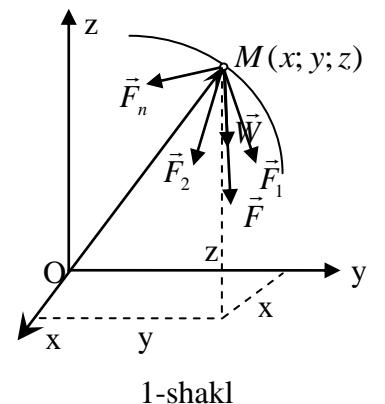
Masalan (1) tenglamani qo'zg'almas dekart koordinatalar sistemasi o`qlariga proyeksiyalaymiz:

$$m\ddot{x} = F_x, \quad m\ddot{y} = F_y, \quad m\ddot{z} = F_z, \quad (2)$$

bu yerda  $\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$ -lar tezlanishning koordinata o`qlaridagi proyeksiyalari,  $F_x, F_y, F_z$  - lar ta'sir etuvchi kuchning o`sha o`qlardagi proyeksiyalari.

Moddiy nuqta dinamikasining ikkinchi masalasi moddiy nuqtaga ta'sir etuvchi  $\vec{F}$  kuch, nuqtaning massasi  $m$ , shuningdek, nuqtaning boshlang`ich holati va boshlang`ich tezligi berilganda uning harakat qonunini topishdan iborat.

Bu masalani to`g`ri burchakli dekart koordinatalar sistemasida yechamiz. Ushbu holda nuqtaga ta'sir etuvchi kuch nuqtaning holatiga, tezligiga, vaqtga va h.k. ga bog`liq bo'lishi



1-shakl

mumkin. Biz kuchni nuqtaning holatiga, tezligiga va vaqtga bog`liq holi bilan chegaralanamiz. Bu holda nuqta harakat differensial tenglamalari (2) quyidagi ko`rinishda bo`ladi:

$$\begin{cases} m \frac{d^2 x}{dt^2} = F_x(t; x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) \\ m \frac{d^2 y}{dt^2} = F_y(t; x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) \\ m \frac{d^2 z}{dt^2} = F_z(t; x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) \end{cases} \quad (3)$$

(3) tenglamalar  $x = x(t)$ ,  $y = y(t)$ ,  $z = z(t)$  noma`lum funksiyalarga nisbatan ikkinchi tartibli differensial tenglamalar sistemasini ifodalaydi. Bu tenglamalarni integrallaganda har bittasida ikkitadan, oltita integrallash o`zgarmaslar qatnashadi, ya`ni

$$\begin{cases} x = x(t; C_1, C_2, C_3, \dots, C_6), \\ y = y(t; C_1, C_2, C_3, \dots, C_6), \\ z = z(t; C_1, C_2, C_3, \dots, C_6). \end{cases} \quad (4)$$

(4) tenglamalardagi  $C_i (i=1,2,3,4,5,6)$  larning har bir qiymatiga bitta egri chiziq mos keladi, ya`ni bu tenglamalar cheksiz ko`p egri chiziqlar oilasini ifodalaydi. Buning mexanik ma`nosи shundan iboratki nuqta bir vaqtning o`zida bir nechta egri chiziq bo`ylab harakatlanishi kerak. Bunday bo`lishi mumkin emas. Bu aniqmaslikni ochish uchun nuqtaning boshlang`ich holati va boshlang`ich tezligini bilish kerak. Koshi masalasi yechimining mavjudligi va yagonaligi teoremasiga asosan, nuqtaning berilgan boshlang`ich holatdan berilgan boshlang`ich tezlik bilan sodir bo`ladigan harakatiga yagona egri chiziq mos keladi.

Boshlang`ich  $t = t_0$  paytda nuqtaning koordinatalari va tezlikning boshlang`ich proyeksiyalari berilgan bo`lsin, ya`ni

$$t = t_0 : x = x_0, \quad y = y_0, \quad z = z_0, \quad \dot{x} = \dot{x}_0, \quad \dot{y} = \dot{y}_0, \quad \dot{z} = \dot{z}_0, \quad (5)$$

(5) munosabatlarga boshlang`ich shartlar deyiladi.

(4) tenglamalarning ikkala tomonlaridan vaqt bo`yicha bir marta hosila olamiz:

$$\begin{cases} \dot{x} = \dot{x}(t; C_1, C_2, \dots, C_6), \\ \dot{y} = \dot{y}(t; C_1, C_2, \dots, C_6), \\ \dot{z} = \dot{z}(t; C_1, C_2, \dots, C_6). \end{cases} \quad (6)$$

(5) boshlang`ich shartlarni (4) va (6) tenglamalarga qo`ysak  $C_i (i = 1, 2, \dots, 6)$  o`zgarmaslarga nisbatan oltita algebraik tenglamalar sistemasini hosil qilamiz. Bu tenglamalar sistemasini yechib,  $C_i (i = 1, 2, \dots, 6)$  larning qiymatlarini topamiz, ya`ni

$$C_i = f_i(x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0). C_i (i = 1, 2, \dots, 6) \quad (7)$$

O`zgarmaslarning topilgan qiymatlarini (6) umumiy yechimga qo`yib, masalaning berilgan boshlang`ich shartlarni qanoatlantiruvchi yechimini topamiz ya`ni

$$\begin{cases} x = \varphi_1(t; x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0); \\ y = \varphi_2(t; x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0); \\ z = \varphi_3(t; x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0). \end{cases} \quad (8)$$

(8) tenglamalar nuqtaning berilgan boshlang`ich holatdan berilgan boshlang`ich tezlik bilan sodir bo`ladigan harakat tenglamalarini ifodalaydi.

### **Moddiy nuqta dinamikasining ikkinchi masalasini quyidagi tartibda yechish tavsiya etiladi:**

1. Masalaning berilishiga qarab, tegishli koordinatalar sistemasi tanlanadi.
2. Moddiy nuqtaga ta`sir etuvchi kuchlar shaklda tasvirlab olinadi.
3. Nuqtaning boshlang`ich holati va boshlang`ich tezligi, ya`ni boshlang`ich shartlar aniqlab olinadi.
4. Moddiy nuqtaning tanlangan koordinatalar sistemasiga nisbatan harakat differential tenglamalari tuziladi.
5. Tuzilgan harakat differential tenglamalarning berilgan boshlang`ich shartlarni qanoatlantiruvchi yechimi topiladi.

## MODDIY NUQTANING HARAKAT DIFFERENSIAL TENGLAMALARI

*D.1 –Topshiriq. O’zgarmas kuchlar tasirida bo’lgan moddoy nuqtaning harakat  
Differensial tenglamalarini integrallash*

### III. MUSTAQIL YECHISH UCHUN TOPSHIRIQLAR

**1-5-VARIANTLAR (1-chizma, 1-sxema).** Jism  $A$  nuqtadan gorizont bilan  $\alpha$  burchak tashkil qiluvchi qiya tekislikning  $l$  uzunlikdagi  $AB$  qismi bo’ylab  $\tau_c$ . Davomida harakat qiladi. Uning boshlang’ich tezligi  $v_a$ . Jismning tekislik bo’ylab sirpanish ishqalanish koeffitsiyenti  $f$  ga teng.  $B$  nuqtada jism tekislikni  $v_b$  tezlik bilan tark etadi va havoda  $T$  s. bo’lib, gorizontga  $\beta$  burchak ostida qiyalangan  $BD$  tekislikning  $C$  nuqtasiga  $v_c$  tezlik bilan tushadi.

Masalani yechishda jism moddiy nuqta, deb qabul qilinsin. Havoning qarshiligi hisoga olinmasin.

**1-variant.** Berilgan:  $\alpha = 30^\circ$ ,  $v_A = 0$ ,  $f = 0,2$ ;  $l = 10m$ ,  $\beta = 60^\circ$ .  $\tau$  va  $h$  aniqlansin.

**2-variant.** Berilgan :  $\alpha = 20^\circ$   $\beta = 60^\circ$ ,  $h = 5m$ ,  $v_A = 2m/s$ ,  $f = 0,2$ ; vanuqtaning  $BC$  qismidagi traektoriyasining tenglamasini tuzilsin

**3-variant.** Berilgan:  $v_A = 4m/s$ ,  $f = 0$ ,  $l = 8m$ ,  $d = 10m$ ,  $\beta = 50^\circ$ ,  $\alpha = 45^\circ$ ,  $v_B$  va  $\tau$  aniqlansin.

**4-variant.** Berilgan:  $v_A = 0$ ,  $\tau = 2c$ ,  $l = 9,8m$ ,  $\beta = 60^\circ$   $f = 0.\alpha$ ,  $T$  aniqlansin.

**5-variant.** Berilgan:  $\alpha = 30^\circ$ ,  $v_A = 0$ ;  $l = 9,8m$ ,  $\tau = 3c$ ,  $\beta = 45^\circ$   $f$  va  $v$ , aniqlansin.

**6-10 VARIANTLAR (1-chizma, 2-sxema.).** Chang’ichi gorizontga  $\alpha$  burchak ostida qiyalangan tramplinning  $l$  uzunlikdagi  $AB$  qismining  $A$  nuqtasiga  $v_A$  tezlik bilan keladi. chang’ichining  $AB$  qismidagi sirpanish ishqalanish koeffitsiyenti  $f$  ga teng. Chang’ichi  $A$  dan  $B$  gacha  $\tau_c$ . davomida harakatlanadi.U  $B$  nuqtada tramplinni  $v_B$  tezlik bilan tark etadi.  $T$  s dan keyin chang’ichi gorizont bilan  $\beta$  burchak tashkil qiluvchi tog’ning  $C$  nuqtasiga  $v_c$  tezlik bilan kelib tushadi.

Masalani yechishda chang’ichi moddiy nuqta, deb qabul qilinsin va havoning qarshilik kuchi hisobga olinmasin.

**6-variant.**Berilgan:  $\alpha = 15^\circ$   $f = 0,2$ ,  $\beta = 30^\circ$ .  $\tau = 0,2c$   $h = 40m$ ,  $l$  va  $v_c$  aniqlansin.

**7-variant.**Berilgan:  $\alpha = 20^\circ$ ,  $f = 0,1$   $v_A = 16m/s$ ;  $l = 5m$ ,  $\beta = 45^\circ$ .  $v_B$  va  $T$  aniqlansin.

**8-variant.** Berilgan:  $v_A = 21m/s$ ,  $f = 0$ ,  $\beta = 60^\circ$ ,  $v_B = 20m/s$  va  $\alpha$  va  $d$  aniqlansin.

**9-variant.** Berilgan:  $v_A = 25m/s$ ,  $f = 0,1$ ,  $\tau = 0,3$ ;  $h = 30\sqrt{2}m$ ,  $\beta = 45^\circ$ .  $v_B$  va  $v_A$  aniqlansin.

**10-variant.** Berilgan:  $\alpha = 20^\circ$ ,  $f = 0$ ,  $v_A = 12m/s$ ;  $d = 50m$ ,  $\beta = 60^\circ$ ,  $\tau$  va chang'ichining  $BC$  qismidagi traektoriyasining tenglamasi aniqlansin.

**11-15 VARIANTLAR (1-chizma,3-sxema).** Mototsikl A nuqtada  $v_A$  tezlikka ega bo'lib, Gorizont bilan tashkil qiluvchi  $L$  uzunlikdagi  $AB$  qism bo'y lab  $\tau_c$ . davomida ko'tariladi. Mototsikl butun  $AB$  qism davomida doimiy  $P$  kuch tasirida harakatlangan holda  $B$  nuqtaga kelib  $v_B$  tezlikka ega bo'ladi va  $T$  s davomida havoda bo'lib, eni  $d$  bo'lgan jarlikda uchib o'tadi hamda  $C$  nuqtaga  $v_c$  tezlik bilan kelib tushadi. Mototsiklning mototsiklchi bilan birgalikdagi massasi  $m$  ga teng

Masalani yechishda mototsiklning mototsiklchi bilan birgalikda moddiy nuqta deb hisoblansin va harakatga qarshilik kuchlari hisobga olinmasin.

**11-variant.** Berilgan:  $\alpha = 25^\circ$ ,  $v_A = 0$ ;  $p \neq 0$ ,  $l = 40m$ ,  $d = 3m$ ,  $v_B = 4,5 m/s$ ,  $\tau$  va  $h$  aniqlansin.

**12-variant.** Berilgan:  $\alpha = 30^\circ$ ,  $p = 0$ ,  $l = 40m$ ,  $h = 2m$ ,  $v_B = 4,5 m/s$ ,  $v_A$  va  $d$  aniqlansin.

**13-variant.** Berilgan:  $\alpha = 30^\circ$ ,  $h = 1,5 m$ ,  $v_A = 0$ ,  $d = 3m$ ,  $m = 400kg$ ,  $\tau = 20$  p va  $l$  aniqlansin.

**14-variant.** Berilgan:  $\alpha = 30^\circ$ ,  $d = 3m$ ,  $v_A = 0$ ,  $l = 40$  m = 400kg,  $p = 2,2kH$ ,  $v_B$  va  $v_c$  aniqlansin

**15-variant.** Berilgan:  $\alpha = 25^\circ$ ,  $d = 4 m$ ,  $v_A = 0$ ,  $l = 50$ ,  $p = 2kH$ ,  $h = 2m$ ,  $T$  va  $m$  aniqlansin

**16-20- VARIANTLAR (1-chizma, 4-sxema).** Tosh nishablikning gorizont bilan  $\alpha$  burchak tashkil qiluvchi va uzunligi L bo'lgan AB qism bo'y lab  $\tau_c$  davomida sirpanadi. Uning boshlang'ich tezligi  $v_A$  toshning nishablik bo'y lab sirpanish ishqalanish koeffitsiyenti  $f$  ga teng. Tosh B nuqtadan  $v_B$  tezlikka ega bo'lib  $\tau_c$  sekondan keyin C nuqtada vertikal joylashgan himoya devoriga borib uriladi. Masalani yechishda tosh moddiy nuqta, deb qabul qilinsin. Havono qarshiligi hisobga olinmasin.

**16-variant.** Berilgan:  $\alpha = 30^\circ$ ,  $d = 3$ ,  $v_A = 2m/s$ ,  $l = 3m$ ,  $f = 0,2$ ,  $h = 2m$ ,  $T$  va  $h$  aniqlansin

**17-variant.** Berilgan:  $\alpha = 50$ ,  $l = 6 m$ ,  $v_B = 2v_A$ ,  $h = 6m$ ,  $\tau = 1c$ ,  $d$  va  $f$  aniqlansin

**18-variant.** Berilgan:  $\alpha = 45^\circ$ ,  $d = 5m$ ,  $v_A = 0$ ,  $l = 2m$ ,  $f = 0,1$ ,  $\tau$  va  $h$  aniqlansin

**19-variant.** Berilgan:  $\alpha = 15^\circ$ ,  $l = 4 m$ ,  $v_B = 5m/s$ ,  $\tau = 1,5c$ ,  $d = 2m$ ,  $f = 0$ ,  $v_A$  va  $h$  aniqlansin

**20-variant.** Berilgan:  $\alpha = 50$ ,  $v_A = 0$ ,  $h = 4m$ ,  $d = 2m$ ,  $f = 0,3$ ,  $l$  va  $\tau$  aniqlansin

**21-25- VARIANTLAR (1-chizma, 5-sxema).** Jism gorizont bilan  $\alpha$  burchak tashkil qiluvchi qiya tekislikning  $L$  uzunlikdagi  $AB$  qismi bo'ylab  $A$  nuqtadan harakat qiladi. Uning boshlang'ich tezligi  $v_A$  sirpanish ishqalanish koeffitsiyenti  $f$  ga teng.  $\tau c$ .dan keyin jism  $B$  nuqtada  $v_B$  tezlik bilan qiya tekislikni tark etadi va gorizontal tekislikning  $C$  nuqtasiga  $v_C$  tezlik bilan tushadi. bunda u havoda  $T$  s. vaqt mobaynida bo'ladi. Masalani yechishda jism moddiy nuqta, deb qabul qilinsin va havoni qarshiligi hisobga olinmasin.

**21-variant.** Berilgan:  $\alpha = 30^0$ ,  $f = 0,5$ ,  $v_A = 1m/s$ ,  $f = 0,1$ ,  $\tau = 1,5c$ ;  $h = 10m$   $v_B$  va  $d$  aniqlansin

**22-variant.** Berilgan :  $\alpha = 60^0$ ,  $v_A = 0$ ,  $h = 4m$ ,  $l = 10m$   $\tau = 2c$ .  $f$  va  $BC$  qismida traektoriyaning Tenglamasi aniqlansin.

**23-variant.** Berilgan:  $f = 0$ ,  $v_A = 0$ ,  $l = 9,81m$ ;  $\tau = 2c$ ,  $h = 20m$ ,  $\alpha$  va  $I$  aniqlansin.

**24-variant.** Berilgan:  $v_A = 0$ ,  $\alpha = 30^0$ ,  $f = 0,2$ ;  $l = 10m$ ,  $d = 10m$ ,  $\tau$  va  $h$  aniqlansin.

**25-variant.** Berilgan:  $v_A = 0$ ,  $\alpha = 45^0$ ,  $f = 0,2$ ;  $l = 6m$ ,  $h = 4,5m$   $\tau$  va  $v_C$  aniqlansin.

**26-30-VARIANTLAR (1-chizma, 6-sxema).** Jism  $A$  nuqtada  $v_A$  tealikka ega bo'lib,  $l$  uzunlikdagi gorizontal  $AB$  qism bo'ylab  $\tau c$ . Davomida harakatlanadi. Jismning tekislik bo'ylab sirpanish ishqalanish koeffitsenti  $f$  ga

teng. Jism  $B$  nuqtada  $v_B$  tezlik bilan tekislikni tark etadi va havoda  $T$  c. vaqt davomida bo'lib,  $C$  nuqtaga  $v_C$  tezlik bilan tushadi. Masalani yechishda jism moddiy nuqta deb qabul qilinsin. havoni qarshiligi hisobga olinmasin.

**26-variant.** Berilgan:  $v_A = 7m/s$ ,  $f = 0,2$ ;  $l = 8m$ ,  $h = 20m$ ,  $d$  va  $v_C$  aniqlansin.

**27-variant.** Berilgan:  $v_A = 4m/s$ ,  $f = 0,1$ ;  $l = 8m$ ,  $\tau = 2c$ ,  $d = 2m$ ,  $v_B$  va  $h$  aniqlansin.

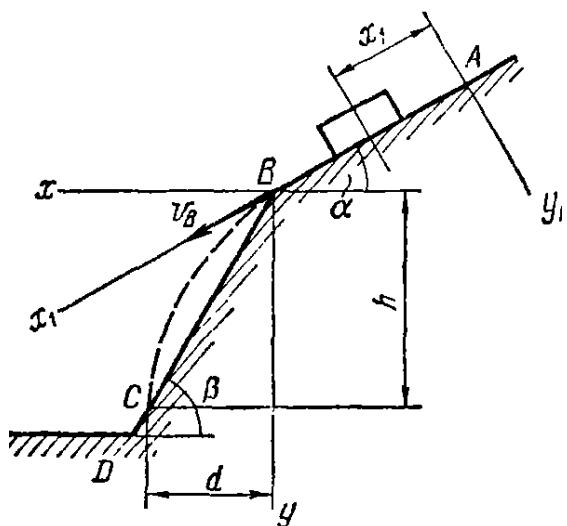
**28-variant.** Berilgan:  $v_B = 3m/s$ ,  $f = 0,3$ ;  $l = 3m$ ,  $h = 4,5m$ .  $v_A$  va  $T$  aniqlansin.

**29-variant.** Berilgan:  $v_A = 3m/s$ ,  $v_B = 1m/s$ ,  $l = 2,5m$ ;  $h = 20m$   $f$  va  $d$  aniqlansin.

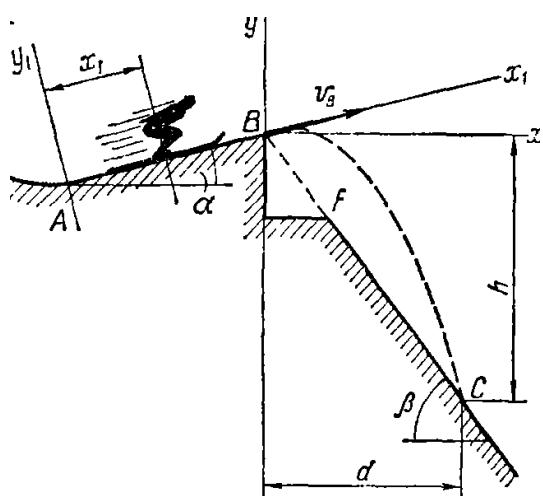
**30-variant.** Berilgan :  $f = 0,25$ ;  $l = 4m$ ;  $d = 3m$ ;  $h = 5m$ .  $v_A$  va  $\tau$  aniqlansin.

1-chizma.

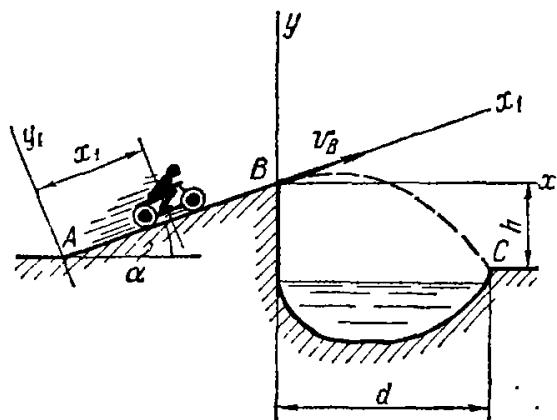
1



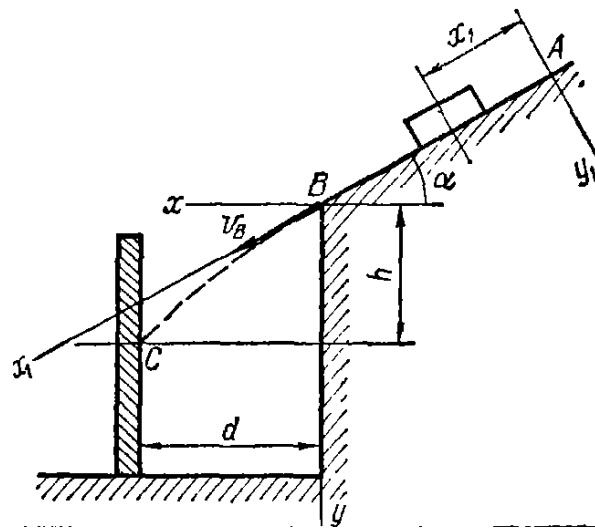
2



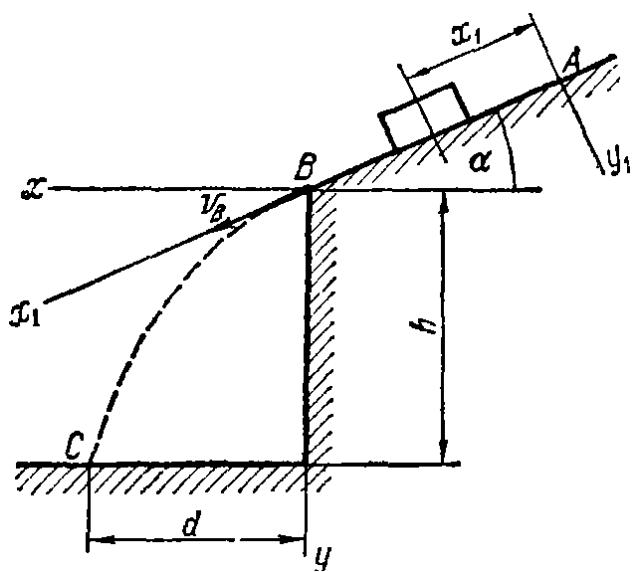
3



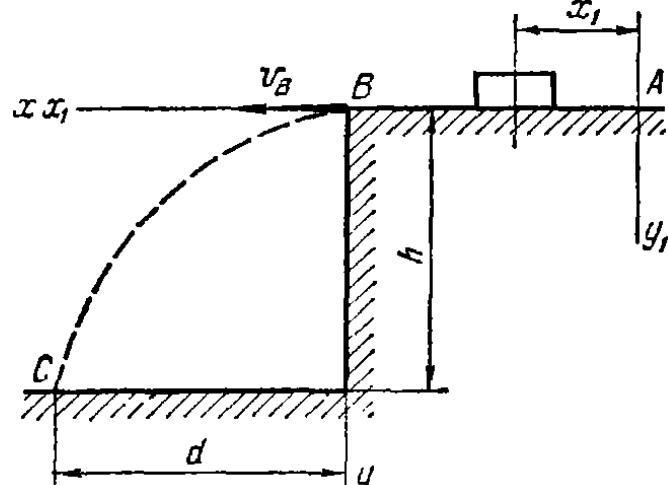
4



5

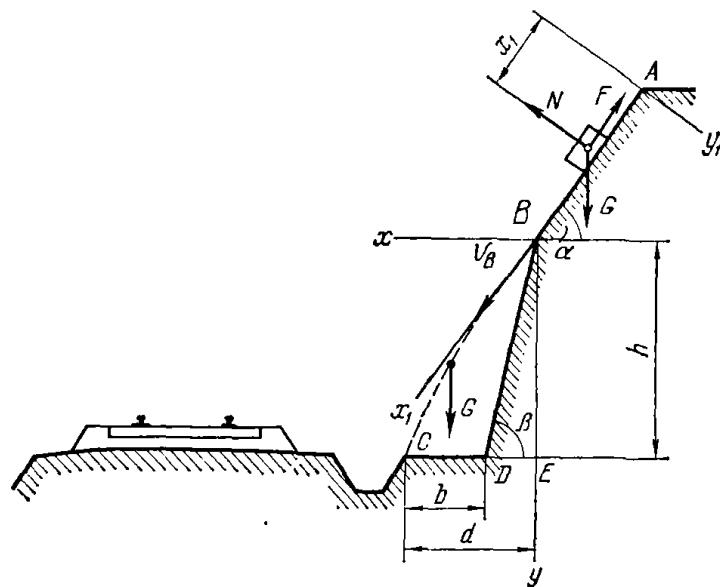


6



**Topshiriqni bajarish bo'yicha na'muna (2-shakl).** Qoyaning temir yo'l o'tgan o'ymalarida kyuvetlarni ularga nishabliklardan tosh ko'kilarining tushishidan himoya qilish uchun DC "supa" qilinadi. Toshning nishablikning eng yuqori nuqtasi A dan tushishi mumkunligini etiborga olib va bunda uning boshlang'ich tezligini  $v_0 = 0$  deb hisoblab, supaning eng kichik eni b va unga toshning tushish tezligi  $v_c$  aniqlansin. Tosh nishablikning gorizont bilan  $\alpha$  burchak tashkl qiluvchi va uzunligi  $l$  bo'lgan AB qismi bo'ylab  $\tau$  sekund davomida harakat qiladi.

Masalani yechishda toshning AB qismidagi sirpanish ishqalinish koefsendi f o'zgarmas, deb hisoblansin, havoning qarshiligi esa etiborga olinmasin



2-shakl.

Berilgan:  $v_A = 0$ ;  $\alpha = 60^\circ$ ;  $l = 4m$ ;  $\tau = 1$ ;  $f \neq 0$ ;  $h = 5m$ ;  $\beta = 75^\circ$ ;  $b$  va  $v_c$  aniqlansin.

Yechish: AB qismda toshning harakarini qurib chiqamiz. Toshni moddiy nuqta deb olib, unga tasir qiluvchi kuchlarni ko'rsatamiz, og'irlik kuchi  $\vec{G}$ , normal reaksiya kuchi  $\vec{N}$  va sirpanish ishqalanish kuchi  $\vec{F}$ . Toshning AB qismidagi harakat differinsial tenglamasini tuzamiz:

$$mx_1 = \sum X_{i1}, mx_1 = G \sin \alpha - F.$$

Ishqalanish kuchi

$$F = fN.$$

bu yerda

$$N = G \cos \alpha.$$

Shunday qilib,

$$m\ddot{x}_1 = G \sin \alpha - f G \cos \alpha. \quad \ddot{x}_1 = g \sin \alpha - f g \cos \alpha.$$

Differensial tenglamani ikki marta integrallab, quyidagilarni olamiz,

$$\dot{x}_1 = g(\sin \alpha - f \cos \alpha)t + C_1;$$

$$x_1 = \left[ \frac{g(\sin \alpha - f \cos \alpha)}{2} \right] t^2 + C_1 t + C_2.$$

Integrallashning o'zgarmas ifodalarini aniqlash uchun masalaning boshlang'ich shartlaridan foydalanamiz:

$$t=0 \text{ da } \dot{x}_1 = 0, \quad \ddot{x}_1 = 0.$$

Bu boshlang'ich shartlarni yuqorida integrallab topilgan tenglamalarga qo'yib, o'zgarmaslar uchun quyidagi qiymatlarni olamiz:

$$C_1 = 0, C_2 = 0.$$

Unda  $x_1 = g(\sin \alpha - f \cos \alpha)t.$

$$x_1 = \left[ \frac{g(\sin \alpha - f \cos \alpha)}{2} \right] t^2.$$

Tosh  $AB$  qismni tark etgan  $\tau$  on uchun

$$\dot{x}_1 = v_B, \quad x_1 = l,$$

ya'ni

$$v_B = g(\sin \alpha - f \cos \alpha)\tau.$$

$$l = \left[ \frac{g(\sin \alpha - f \cos \alpha)}{2} \right] \tau^2.$$

Bu yerdan  $v_B = \frac{2l}{\tau}$ , yani  $v_B = 2 \cdot \frac{4}{1} = 8 \text{ m/s.}$

Toshning  $B$  nuqtadan  $C$  nuqtagcha bo'lgan harakatini qaraymiz. Toshga ta'sir qiluvchi og'irlik kuchi  $\vec{G}$  ni ko'rsatib, uning harakat differensial tenglamasini tuzamiz :

$$m\ddot{x} = 0, \quad m\ddot{y} = G.$$

Masalaning boshlang'ich shartlari:

$$t=0 \text{ da } x=0, y=0;$$

$$\dot{x} = v_B \cos \alpha; \quad \dot{y} = v_B \sin \alpha.$$

Differensial tenglamalarni ikki marta integrallaymiz:

$$\begin{aligned}x &= C_3; y = gt + C_4; \\x &= C_3t + C_4; y = \frac{gt^2}{2} + C_4t + C_6.\end{aligned}$$

Bu yerda boshlang'ich shartlarni qo'yib, quyidigalarini topamiz:

$$\begin{aligned}C_3 &= v_B \cos \alpha; C_4 = v_B \sin \alpha; \\C_5 &= 0; C_6 = 0.\end{aligned}$$

Toshning tezliklari proyeksiyalaring quyidagi tenglamalarini:

$$\dot{x} = v_B \cos \alpha, \dot{y} = gt + v_B \sin \alpha.$$

va uning harakat tenglamalarini:

$$x = v_B \cos \alpha \cdot t, y = \frac{gt^2}{2} + v_B \sin \alpha \cdot t.$$

olamiz.

Tosh traektoriyasining tenglamasini harakat tenglamalaridan  $t$  parametrni yo'qotib topamiz. Birinchi tenglamadan  $t$  ni aniqlab va uning qiymatini ikkinchisiga qo'yib, parabolaning tenglamasini hosil qilamiz

$$y = gx^2 / (2v_B^2 \cos^2 \alpha) + xt \tan \alpha.$$

Toshning tushish onida  $y=h$ ,  $x=d$  bo'ladi, unda traektoriyaning tenglamasidan ushbu qiymatlarni topamiz:

$$d_1 = 2,11 \text{ m}; d_2 = -7,75 \text{ m}.$$

Toshning harakat trayektoriyasi parabolaning musbat abssissali nuqtalar tarmog'i bo'lgani uchun  $d=2,11 \text{ m}$ .

$$d = \frac{h}{\tan \alpha} = \frac{h}{\tan 75^\circ} \text{ m}$$

Supanining minimal eni  $b=d-ED=\frac{h}{\tan 75^\circ}$  yoki  $b=0,77 \text{ m}$ .

Toshning harakat tenglamasi  $\dot{x} = v_B \cos \alpha \cdot t$  dan foydalanib, uning  $B$  nuqtadan  $C$  nuqtagacha bo'lgan harakat vaqtini  $T$  ni topamiz :

$$T = 0,53 \text{ s}.$$

Toshning tushayotgandagi tezligini tezlikning koordinata o'qlariga proeksiyalari

$$\dot{x} = v_B \cos \alpha, \dot{y} = gt + v_B \sin \alpha.$$

orqali quyidagi formulani topamiz :

$$v = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Toshning tushish oni  $t=0,53s$ .

$$v_C = \sqrt{(v_B \cos \alpha)^2 + (gT + v_B \sin \alpha)^2}.$$

yoki

$$v_c = 12,8 \frac{m}{s}.$$

## **Adabiyotlar**

1. Aziz-Qoriyev S.Q., Yangurazov Sh.X. Nazariy mexanikadan masalalar yechish metodikasi. I-qism. – T.: «O'qituvchi», 1974.
2. Meshcherskiy I.V. Nazariy mexanikadan masalalar to'plami. - T.: O'qituvchi, 1989.
3. Rashidov T., Shoziyotov Sh., Mo'minov Q.B. Nazariy mexanika asoslari. - T.: «O'qituvchi», 1990.
4. O'rozboyev M.T. Nazariy mexanika asosiy kursi, - T.: «O'qituvchi», 1966.
5. Yablonskiy A.A.Sbornik zadaniy dlya kursovix rabot po teoreticheskoy mexanike. M.: Vissaya shkola, 1972.
6. Targ S.M. Kratkiy Kurs teoreticheskoy mexaniki. - M.: «Nauka», 1974.



