

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI
ALISHER NAVOIY NOMIDAGI SAMARQAND DAVLAT UNIVERSITETI
MEXANIKA-MATEMATIKA FAKULTETI
"NAZARIY VA AMALIY MEXANIKA" KAFEDRASI

TURDIALIYEV ZAFAR

KESIM SEKTORIAL XARAKTERISTIKALARINI "MAPLE" DASTURI
YORDAMIDA SONLI HISOBLASH

"5140300 -mexanika" ta'lim yo'nalishi bo'yicha

Bakalavr darajasini olish uchun

BITIRUV MALAKAVIY ISHI

Ilmiy rahbar: ass. Nishonov O'.

2016 yil "___" _____

Bitiruv malakaviy ishi "Nazariy va amaliy mexanika" kafedrasida bajarildi.

Kafedraning 2016 yil "___" maydagi majlisida muhokama qilindi va himoyaga tavsiya etildi (10-bayonnoma)

Fakultet dekani: dots. Ro'zimurodov X.

Kafedra mudiri: dots. Berdiyev Sh.

Bitiruv malakaviy ishi YaDAKning 2016 yil "___" iyundagi majlisida himoya qilindi va _____ ball bilan baholandi. (___ - bayonnoma)

YaDAK raisi: _____

A'zolar: _____

Samarqand 2016

**Samarqand Davlat Universiteti mexanika-matematika fakulteti bitiruvchisi
Turdiyev Zafarning “5140300-Mexanika” ta’lim yo’nalishi bo’yicha
bakalavr darajasini olish uchun “ Kesim sektorial xarakteristikalarini
“Maple” dasturi yordamida sonli hisoblash mavzusidagi
bitiruv malakaviy ishiga ilmiy rahbar**

TAQRIZI

Talaba Turdiyev Zafar tomonidan bajarilgan bitiruv malakaviy ishi kirish, beshta paragraf xulosa va foydalanilgan asosiy adabiyotlar ro’yxatidan iborat bo’lib jami 32 betni tashkil qiladi.

Bitiruv ishining dastlabki paragraflarida tekis kesimlarning geometrik xarakteristikalarini aniqlash, oddiy shakllarning inersiya momentlarini hisoblash jumladan: to’g’ri to’rtburchak, kvadrat, uchburchak, doira va halqa shaklidagi shakllarning inersiya momentlari va qarshilik momentlari aniqlangan. Keyingi paragraflarda markaziy o’qlar parallel ko’chirilganda inersiya momentining o’zgarishi, koordinata o’qlari burilganda inersiya momentining o’zgarishi o’rganilgan. Shuningdek murakkab kesim sektorial xarakteristikalarini hisoblash usuli o’rganilib bu usul yordamida “Maple” dasturidan foydalanib masala yechilgan.

Malakaviy bitiruv ishidan kelib chiqadigan asosiy xulosalarni ishning Xulosa qismida jamlagan. Foydalanilgan asosiy adabiyotlar ro’yxatini keltirgan.

Malakaviy bitiruv ishini bajarish jarayonida Turdiyev Zafar o’zining tirishqoqligi, bilimi, bilimga tashnaligini namoyon qildi, mustaqil fikr yuritish qobiliyatini ko’rsatdi va talabalar orasida insonparvarligi bilan alohida ajralib turdi.

Turdiyev Zafarning «Kesim sektorial xarakteristikalarini “Maple” dasturi yordamida sonli hisoblash» mavzuli malakaviy bitiruv ishi bitiruv ishlariga qo’yilgan barcha talablarga to’liq javob beradi va muvaffaqiyatli himoya etilganda uni 88 ball baholash mumkin, deb hisoblayman.

Ilmiy rahbar:

ass. Nishonov O’

**Samarqand Davlat Universiteti mexanika-matematika fakulteti bitiruvchisi
Turdialiyev Zafarning “5140300-Mexanika” ta’lim yo’nalishi bo’yicha
bakalavr darajasini olish uchun “Kesim sektorial xarakteristikalarini
“Maple” dasturi yordamida sonli hisoblash” mavzusidagi
bitiruv malakaviy ishiga**

TAQRIZ

Talaba Turdialiyev Zafar tomonidan bajarilgan bitiruv ishi kirish beshta paragraf xulosa va foydalanilgan asosiy adabiyotlar ro’yxatidan iborat.

Malakaviy bitiruv ishida tekis kesimlarning geometrik xarakteristikalarini aniqlash, oddiy shakllarning inersiya momentlarini hisoblash, markaziy o’qlar parallel ko’chirilganda inersiya momentining o’zgarishini aniqlash, koordinata o’qlari burilganda inersiya momentining o’zgarishi aniqlash, murakkab kesimning sektorial xarakteristikalarini aniqlash masalalari bilan tanishib chiqqan. Murakkab kesim sektorial xarakteristikalarini aniqlash masalasida kesimning og’irlik markazini koordinatalarini aniqlash, kesimning markaziy inertsiya momentini hisoblash, koordinata o’qlariga nisbatan inertsiya momentlarini hisoblash, sektorial yuza epyurasini quraish, chiziqli sektorial momentni hisoblash, egilish markazi bo’lgan nuqta koordinatalarini aniqlash, sektorial yuza epyurasini egilish markazi koordinata boshi qilib tanlangan holat uchun qurish, kesim sektorial statik momentini hisoblash, bosh sektorial kesimni aniqlash, kesim sektorial inertsiya momenti (inertsiya bimomenti) ni hisoblash ishlarni bajargan

Umuman olganda talaba Turdialiyev Zafar tomonidan bajarilgan “Kesim sektorial xarakteristikalarini Maple dasturi yordamida hisoblash” nomli bitiruv malakaviy ishi qo’yilgan barcha talablarga javob beradi va ishi 89 ball bilan baholayman.

Taqrizchi:

“Amaliy matematika”

kafedra dotsenti A.Abdirashidov

**MAVZU: “KESIM SEKTORIAL XARAKTERISTIKALARINI “MAPLE”
DASTURI YORDAMIDA SONLI HISOBLASH”**

M U N D A R I J A

KIRISH.....	3
1-§ Tekis kesimlarning geometrik xarakteristikalarini aniqlash.....	
2-§ Oddiy shakllarning inersiya momentlarini hisoblash.....	
3-§ Markaziy o'qlar parallel ko'chirilganda inersiya momentining o'zgarishi.....	
4-§ Koordinata o'qlari burilganda inersiya momentining o'zgarishi.	
5-§ Murakkab kesim sektorial xarakteristikalarini hisoblashda "Maple" dasturidan foydalanish.....	
Xulosa.....	
Adabiyotlar ro'yxati.....	

KIRISH

Masalaning qo'yilishi. Ushbu malakaviy bitiruv ishida mexanikaning ko'pgina bo'limlarida amaliy masalalar yechish jarayonida uchraydigan masalalar biri – kesim sektorial xarakteristikalarini aniqlash masalasiga bag'ishlangan. Ishda qattiq jismlarning va murakkab kesim sektorial xarakteristikalarini aniqlash uchun asosiy formulalari o'rganilib, ular asosida konkret jismlarning sektorial xarakteristikalarini aniqlash usullari keltirilgan va qo'llanilgan.

Mavzuning dolzarbligi. Mexanikaning ko'pgina bo'limlarida uchraydigan masalalar – qattiq jismlarning muvozanat holati, yoki harakati to'g'risidagi masalalarni og'irlik kuchi yoki inersiya kuchlarini qo'yib olishni taqozo etadi. Lekin bu kuchlarni ularning qo'yilish nuqtasini topmasdan qo'yishning imkoniyati yo'qligi sababli ushbu malakaviy bitiruv ishida o'rganilib chiqilayotgan mavzu dolzarb hisoblanadi.

Ishning maqsad va vazifalari. Mexanikaga doir ko'pgina adabiyotlarda kesim sektorial xarakteristikalarini aniqlashga oid mavzular yoritilganda real jismlarning inersiya momentlarini topish masalalariga unchalik ko'p e'tibor berilmaydi. Malakaviy bitiruv ishidan maqsad – nazariy mexanika va materiallar qarshiligi kursida o'rganilgan qattiq jismlar egilish va buralishga ishlovchi sterjenli sistemalar kisimlari uchun geometrik xarakteristikalarini aniqlash mavzularini chuqurroq o'rganish va bu kurslarda sektorial xarakteristikalarini aniqlashning qarab chiqilmagan usullarini qo'llagan holda kesim xarakteristikalarini topish o'rganilgan.

Ilmiy-tadqiqot metodlari. Kesim sektorial xarakteristikalaridan kesimning markaziy inertsia momenti, koordinata o'qlariga nisbatan inertsia momentlari chiziqli sektorial momenti, egilish markazi bo'lgan nuqta koordinatalari, kesim sektorial statik momenti, kesim inertsia bimomenti hisoblangan. Hisoblashda integrallar Verishagin qoidasi bo'yicha hisoblangan.

Ishning ilmiy va amaliy ahamiyati. Malakaviy bitiruv ishida natijalardan mexanikaning turli sohalarida inersiya momentlarini aniqlashda foydali bo'ladi. Masalan, odatda balkalarning ko'ndalang tebranishlarini hisoblashda qaralayotgan balkaning ko'ndalang kesimining inersiya momentini bilishni taqozo etadi. Yoki qattiq jismning harakati haqidagi masalalarni yechish davomida bu qattiq jismning biror o'qqa yoki nuqtaga nisbatan inersiya momentini bilish zarur bo'ladi. Shu jihatdan olib qaraganda ushbu malakaviy bitiruv ishida yoritilgan masalalar ilmiy va amaliy ahamiyatga ega.

Ishning tuzilishi. Bitiruv malakaviy ishi kirish, beshta paragraf xulosa va foydalanilgan asosiy adabiyotlar ro'yxatidan iborat bo'lib jami 32 betni tashkil qiladi.

Olingan natijalarning qisqacha mazmuni. Malakaviy bitiruv ishida tekis kesimlarning geometrik xarakteristikalarini aniqlash, oddiy shakllarning inersiya momentlarini hisoblash, markaziy o'qlar parallel ko'chirilganda inersiya momentining o'zgarishini aniqlash, koordinata o'qlari burilganda inersiya momentining o'zgarishi aniqlash, murakkab kesimning sektorial xarakteristikalarini aniqlash masalalalari bilan tanishib chiqqan. Murakkab kesim sektorial xarakteristikalarini aniqlash masalasida kesimning og'irlik markazini koordinatalarini aniqlash, kesimning markaziy inertsiya momentini hisoblash, koordinata o'qlariga nisbatan inertsiya momentlarini hisoblash, sektorial yuza epyurasini quraish, chiziqli sektorial momentni hisoblash, egilish markazi bo'lgan nuqta koordinatalarini aniqlash, sektorial yuza epyurasini egilish markazi koordinata boshi qilib tanlangan holat uchun qurish, kesim sektorial statik momentini hisoblash, bosh sektorial kesimni aniqlash, kesim sektorial inertsiya momenti (inertsiya bimomenti) ni hisoblash ishlarni bajargan

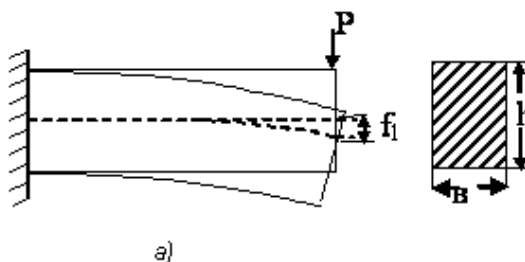
1-§. Tekis kesimlarning geometrik xarakteristikalarini aniqlash.

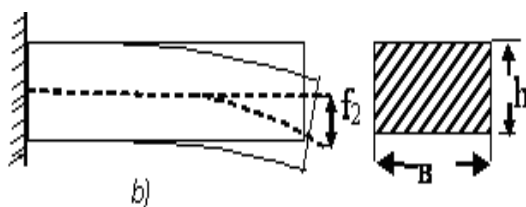
Sterjenlarning cho'zilish (siqilish) va siljishdagi kuchlanish va deformatsiyalarini tekshirishda sterjenning ko'ndalang kesim yuzasi shu sterjen mustahkamligi va bikrligini xarakterlovchi miqdor bo'lib, sterjenning qarshiligi ko'ndalang kesim yuzasiga proporsional bo'ladi. Lekin bruslarning egilishdagi mustahkamligi va bikrligi kesim yuzasiga emas, balki undan murakkabroq bo'lgan geometrik xarakteristikasiga bog'liqdir, chunki bu yerda ko'ndalang kesimning joylashuvi katta rol o'ynaydi. Masalan, to'g'ri to'rtburchak kesimli balkaning bir uchi qistirib mahkamlangan bo'lib, erkin uchiga to'plangan kuch qo'yilgan bo'lsin (1.1-shakl). Balkaning ikki holatini qaraymiz: 1) balka ko'ndalang kesim eni b balandligi h dan kichik (1.1-shakl,a). 2) balka ko'ndalang kesim eni b balandligi h dan katta (1.1-shakl,b).

Bundan ko'rinadiki, ko'ndalang kesim yuzasi bir xil bo'lishiga qaramasdan, balki uchidagi salqilik har xildir, ya'ni $f_1 < f_2$. Shunday qilib, ko'ndalang kesim yuzasi bir xil bo'lib, turlicha joylashtirilganda balka bir xil kuch ta'siriga turlicha qarshilik ko'rsatadi.

Demak, egilish, buralish va boshqa deformatsiyalanish holatlarida kesim yuzasining murakkab geometrik xarakteristikalaridan foydalanishga to'g'ri keladi.

Bu geometrik xarakteristikalarga kesim yuzasining statik momentlari, inersiya momentlari, inersiya radiuslari, qarshilik momentlari va boshqalar kiradi.



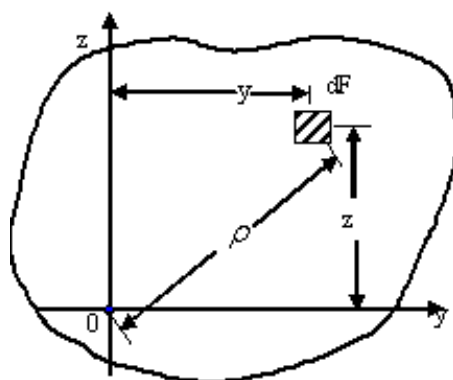


1.1-shakl

Shuni aytish kerakki, nazariy mexanikaning statika qismida tekis yuzaning og'irlik markazini topishda statik momentlar tushunchasini uchratgan edik.

Tekis kesim yuzalarining statik va inersiya momentlari.

Faraz qilaylik, tekis kesim yuzasi va shu tekis kesim yuzasida yotuvchi koordinata sistemasi berilgan bo'lsin (1.2-shakl). Bu tekis kesim yuzasidan elementar dF yuzacha ajratamiz. U vaqtda yuzachaning oy o'qigacha bo'lgan masofalar yig'indisiga tekis kesim yuzasining oy o'qiga nisbatan statik momenti deb ataladi.



1.2-shakl

$$S_y = \int_A z dF \quad (1.1).$$

Xuddi shuningdek, oz o'qiga nisbatan olingan statik momenti quyidagicha bo'ladi :

$$S_z = \int_A y dFA \quad (1.2).$$

Bu geometrik xarakteristikalar uzunlikning uchinchi darajasi (odatda cm^3) da o'lchanadi.

Nazariy mexanikadan ma'lumki, tekis kesim yuzasining og'irlik markazi koordinatalari quyidagicha topiladi :

$$y_c = \frac{\int_A z dF}{F} = \frac{S_y}{F} \quad ; \quad z_c = \frac{\int_A y dF}{F} = \frac{S_z}{F} \quad (1.3).$$

Shuning uchun

$$S_y = y_c F \quad ; \quad S_z = z_c F \quad (1.4).$$

Bu ifodadan ko'rinib turibdiki, tekis kesim yuzasining og'irlik markazidan o'tgan o'qlarga nisbatan statik momentlar nolga teng bo'lar ekan. Bunday o'qlarga markaziy o'qlar deyiladi.

Agar tekis kesim yuzasi murakkab bo'lib, n ta oddiy yuzalardan iborat bo'lsa, statik momentlarini quyidagicha yozish mumkin :

$$S_y = \int_A z dF = \sum_{i=1}^n S_y^i, \quad S_z = \int_A y dF = \sum_{i=1}^n S_z^i, \quad (1.5).$$

bunda : S_y^i va S_z^i -kesimning i bo'lagining mos ravishda y va z o'qlariga nisbatan statik momentlari.

Statik moment o'qlarning vaziyatiga qarab musbat, manfiy va nol bo'lishi mumkin.

Shunday qilib, tekis kesim yuzasining og'irlik markazining koordinatalari ma'lum bo'lsa, statik momentlarni (1.4) formuladan, va aksincha, tekis kesim yuzalarining statik momentlari ma'lum bo'lsa, kesim og'irlik markazining koordinatalarini (1.3) formuladan hisoblash mumkin.

Tekis kesim yuzasidan ajratilgan hamma elementar, yuzalar ularning o'qlar oraliqlari kvadratlariga ko'paytmalarining yig'indisi, shu kesim yuzasining o'qlarga nisbatan (ekvatorial) inersiya momentlari deyiladi (1.2-shakl). Inersiya momenti J harfi bilan belgilanib, indekslariga o'q ishorasi qo'yiladi.

Ta'rifga muvofiq :

$$J_y = \int_A z^2 dF \quad , \quad J_z = \int_A y^2 dF \quad (1.6).$$

Kesim yuzasidan ajratilgan hamma elementar yuzalarning koordinata o'qlarigacha bo'lgan oraliqlariga ko'paytmalarining yig'indisi shu kesim yuzasining markazdan qochirma inersiya momenti deyiladi.

$$J_{yz} = \int_A y z dF \quad (1.7)$$

Kesim yuzasidan ajratilgan hamma elementar yuzalarning koordinata boshigacha bo'lgan oraliqlar kvadratlariga ko'paytmasining yig'indisi qutb (polyar) inersiya momenti deyiladi.

$$J_{\rho} = \int_A \rho^2 dF \quad (1.8).$$

Pifagor teoremasiga asosan $\rho^2 = y^2 + z^2$ bo'lgani uchun

$$J_{\rho} = \int_A (y^2 + z^2) dF = \int_A y^2 dF + \int_A z^2 dF = J_z + J_y \quad (1.9).$$

Demak, qutb inersiya momenti bir –biriga tik o'qlarga nisbatan olingan inersiya momentlarining yig'indisiga tengdir.

Kesim yuzasining inersiya momentlari uzunlik o'lchovining to'rtinchi darajasi (odatda cm^4) bilan o'lchanadi. O'qlarga nisbatan (ekvatorial) inersiya momentlari va qutb inersiya momenti doimo musbat miqdordir, markazdan qochirma inersiya momenti esa o'qlarning vaziyatiga qarab musbat, manfiy va nol bo'lishi mumkin.

2-§. Oddiy shakllarning inersiya momentlarini hisoblash

Bir necha eng ko'p uchraydigan kesim yuzalarining inersiya momentlarini hisoblashni ko'rib chiqamiz.

To'g'ri to'rtburchak yuzasining inersiya momenti.

To'g'ri to'rtburchak yuzasining og'irlik markazidan o'tib, asosiga parallel bo'lgan y o'qiga nisbatan inersiya momentini hisoblaymiz.

Ta'rifga asosan $J_y = \int_A z^2 dF$ bunda $dA = b dz$ ga teng.

$$J_y = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} b z^2 dz = \frac{bh^3}{12}, \quad J_y = \frac{bh^3}{12}$$

Xuddi shuningdek, z o'qiga nisbatan inersiya momenti $J_z = \frac{hb^3}{12}$.

Demak,
$$J_y = \frac{bh^3}{12}, \quad J_z = \frac{hb^3}{12}$$

Agar to'g'ri to'rtburchak yuzasi kvadrat yuzasidan iborat bo'lsa ($b = h = a$)

$$J_y = J_z = \frac{a^4}{12}$$

To'g'ri to'rtburchak yuzasining asosidan o'tgan y_1 o'qiga nisbatan inersiya momenti quyidagicha hisoblanadi :

$$J_{y_1} = \int_A z^2 dF = b \int_0^h z^2 dz = \frac{bh^3}{3}, \quad J_{y_1} = \frac{bh^3}{3}$$

Xuddi shuningdek, z o'qiga nisbatan olingan inersiya momenti

$$J_{z_1} = \frac{hb^3}{3}$$

Demak, $J_{y_1} = \frac{bh^3}{3}, \quad J_{z_1} = \frac{hb^3}{3}$

Kvadrat yuzasi uchun $J_{y_1} = J_{z_1} = \frac{a^4}{3}$ bo'ladi.

To'g'ri to'rtburchak yuzasining tomonlaridan o'tgan y_1 va z_1 o'qlariga nisbatan markazdan qochirma inersiya momentini hisoblaymiz.

Buning uchun to'rtburchak yuzasidan $dA = dy_1 dz_1$ elementar yuza ajratamiz. U vaqtda, ta'rifga asosan

$$J_{y_1 z_1} = \int_A y_1 z_1 dF = \int_0^b \int_0^h y_1 z_1 dy_1 dz_1 = \int_0^h z_1 dz_1 \int_0^b y_1 dy_1 = \int_0^h z_1 dz_1 \cdot \frac{b^2}{2} = \frac{b^2}{2} \int_0^h z_1 dz_1 = \frac{b^2 h^2}{4},$$

demak, $J_{y_1 z_1} = \frac{b^2 h^2}{4}$.

To'g'ri to'rtburchak yuzasining markaziy o'qlari y va z larga nisbatan markazdan qochirma ineriya momenti nolga teng, chunki bu o'qlar uning simmetriya o'qiga mos tushadi.

Uchburchak yuzasining inersiya momenti.

Uchburchak yuzasining parallel o'qlari y (og'irlik markazidan), y_1 (asosidan) va y_2 (uchidan) o'tgan o'qlarga nisbatan inersiya momentlarini hisoblaymiz (1.2-shakl). Uchburchak yuzasidan elementar yuza ajratamiz : $dF = b_z dz$ bunda b_z - yuzachaning eni, dz esa balandligi.

a) yuzaning markaziy y o'qiga nisbatan inersiya momentini hisoblaymiz .

bunda :

$$b_z = \frac{b}{h} \left(\frac{2}{3}h - z \right), \quad J_y = \int_{\frac{h}{3}}^{\frac{2h}{3}} z^2 \cdot \frac{b}{h} \left(\frac{2}{3}h - z \right) dz = \frac{b}{h} \int_{\frac{h}{3}}^{\frac{2h}{3}} \left(\frac{2}{3}h z^2 - z^3 \right) dz = \frac{bh^3}{36}, \quad J_y = \frac{bh^3}{36}.$$

b) yuzaning asosidan o'tgan y_1 o'qiga nisbatan inersiya momentini hisoblaymiz,

bunda :

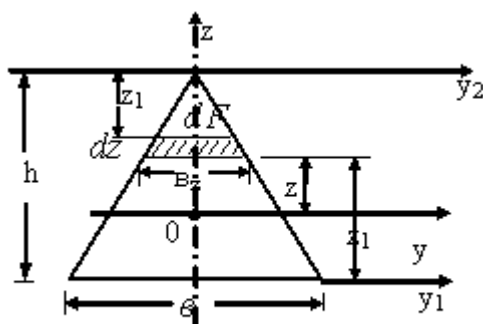
$$b_z = \frac{b}{h} (h - z_1), \quad J_{y_1} = \int_0^h z_1^2 \cdot \frac{b}{h} (h - z_1) dz_1 = \frac{b}{h} \int_0^h (h z_1^2 - z_1^3) dz_1 = \frac{bh^3}{12}.$$

c) yuzaning uchidan o'tib asosiga parallel bo'lgan y_2 o'qiga nisbatan inersiya momentini hisoblaymiz, bunda :

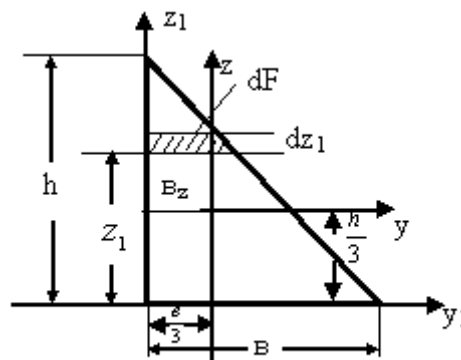
$$b_z = -\frac{b}{h} z_2, \quad J_{y_2} = -\int_{-h}^0 z_2^2 \cdot \frac{b}{h} z_2 dz_2 = -\frac{b}{h} \int_{-h}^0 z_2^3 dz_2 = \frac{bh^3}{4}, \quad J_{y_2} = \frac{bh^3}{4}.$$

Demak,

$$J_y = \frac{bh^3}{36}, \quad J_{y_1} = \frac{bh^3}{12}, \quad J_{y_2} = \frac{bh^3}{4}.$$



1.3-shakl



1.4-shakl

Bulardan ko'rinadiki, markaziy o'qqa nisbatan olingan inersiya momenti eng kichigidir.

Shuni aytish kerakki, teng yonli uchburchak uchun chiqarilgan bu formulalar teng yonli bo'lmagan uchburchak uchun ham to'g'ridir, chunki yuzacha eni b_z va z ning o'zgarish chegarasi ikkalasi uchun ham bir xildir.

Endi to'g'ri uchburchakning katetlaridan o'tuvchi y_1 va z_1 o'qlarga nisbatan markazdan qochirma inersiya momentini hisoblaymiz

Kesim yuzasidan elementar yuza $dF = b_z dz$ ajratamiz (1.4-shakl). Unda

$$b_z = \frac{b}{h}(h - z_1), \quad y_1 = \frac{b_z}{2} = \frac{b(h - z_1)}{2h}$$

Ta'rifga asosan :

$$J_{y_1 z_1} = \int_A y_1 z_1 dF = \int_0^h z_1 \frac{b(h - z_1)}{2h} \cdot \frac{b(h - z_1)}{h} dz_1 = \frac{b^2}{2h^2} \int_0^h (h - z_1)^2 z_1 dz_1 = \frac{b^2 h^2}{24}.$$

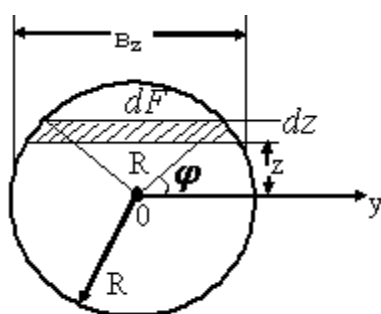
Demak,

$$J_{y_1 z_1} = \frac{b^2 h^2}{24}.$$

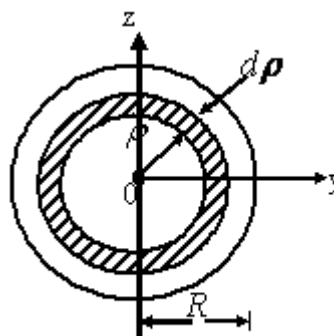
Doira yuzasining inersiya momenti.

Radiusi R ga teng bo'lgan doira yuzasining markazidan o'tgan ixtiyeriy y o'qqa nisbatan inersiya momentini hisoblaymiz (1.5 –shakl).

Doira yuzasidan elementar yuzacha ajratamiz (1.6-shakl): $dF = b_z dz$ bunda: $b_z = 2R \cos \varphi$, $z = R \sin \varphi$, $dz = R \cos \varphi d\varphi$, $dF = 2R^2 \cos^2 \varphi d\varphi$.



1.5-shakl



1.6-shakl

$$J_y = \int_A z^2 dF = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} (R \sin \varphi)^2 2R^2 \cos^2 \varphi d\varphi = 2R^4 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi d\varphi =$$

$$= 2R^4 \left(\frac{\varphi}{8} - \frac{\sin 4\varphi}{32} \right) \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi R^4}{4}$$

Demak, $J_y = \frac{\pi R^4}{4}$ yoki $J_y = \frac{\pi D^4}{64}$ bo'lar ekan.

Doira yuzasining markazidan o'tuvchi har qanday o'qqa nisbatan inersiya momentlari tengdir. Shuning uchun, $J_y = J_z = \frac{\pi R^4}{4} = \frac{\pi D^4}{64}$.

Qutb inersiya momenti $J_\rho = 2J_y = 2J_z = \frac{\pi R^4}{2} = \frac{\pi D^4}{32}$ bo'ladi.

Umuman aytganda, doira yuzasi uchun avvalo qutb inersiya momentini hisoblab, undan markaziy o'qlarga nisbatan inersiya momentlarini yozish qulaydir.

Doira yuzasidan elementar xalqani konsentrik aylana bilan ajratsak (1.6-shakl) $dA = 2\pi \rho d\rho$ bo'ladi.

$$\text{U vaqtda } J_\rho = \int_0^R \rho^2 2\pi \rho d\rho = 2\pi \int_0^R \rho^3 d\rho = 2\pi \frac{R^4}{4} = \frac{\pi R^4}{2}.$$

Demak, $J_\rho = \frac{\pi R^4}{2}$ yoki $J_\rho = \frac{\pi D^4}{32}$

Doira yuzasining markaziy o'qlarga nisbatan inersiya momentlari quyidagicha bo'ladi :

$$J_y = J_z = \frac{J_\rho}{2} = \frac{\pi R^4}{4} = \frac{\pi D^4}{64}.$$

Xalqa yuzasining inersiya momenti.

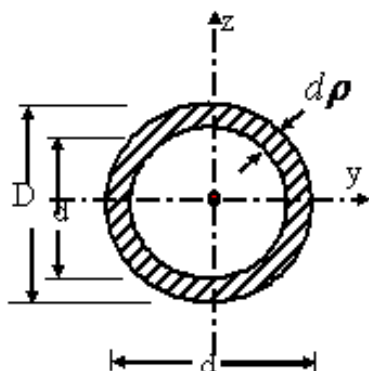
Xalqa yuzasining inersiya momentini tashqi va ichki doiralar yuzasining inersiya momentlarining ayirmasidan topamiz (5.13-shakl).

Qutb inersiya momenti

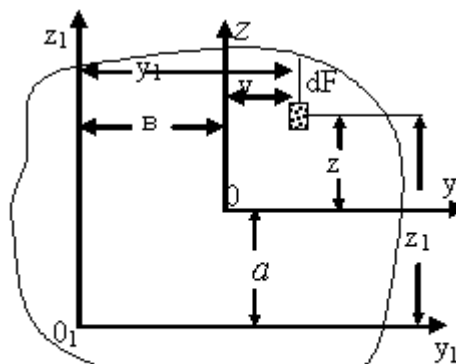
$$J_\rho = \frac{\pi R^4}{2} - \frac{\pi r^4}{2} = \frac{\pi R^4}{2} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^4 \right] = \frac{\pi D^4}{32} \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4 \right].$$

Markaziy o'qlarga nisbatan inersiya momenti

$$J_y = J_z = \frac{\pi R^4}{4} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^4 \right] = \frac{\pi D^4}{64} \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4 \right].$$



1.7-shakl



1.8-shakl

3-§. Markaziy o'qlar parallel ko'chirilganda inersiya momentining o'zgarishi.

Faraz qilaylik, kesim yuzasining markaziy y va z o'qlariga nisbatan inersiya momentlari hisoblangan bo'lsin. Bu o'qlarga parallel bo'lgan y_1 va z_1 o'qlarga nisbatan kesim yuzasining inersiya momentlarini hisoblaymiz (1.8-shakl).

Koordinatalar orasidagi bog'lanishlar: $y_1 = y + b$, $z_1 = z + a$ bo'ladi.

U vaqtda :

$$J_{y_1} = \int_A z_1^2 dF = \int_A (z + a)^2 dF = \int_A z^2 dF + 2a \int_A z dF + a^2 \int_A dF = J_y + 2a S_y + a^2 F$$

$$J_{z_1} = \int_A y_1^2 dF = \int_A (y + b)^2 dF = \int_A y^2 dF + 2b \int_A y dF + b^2 \int_A dF = J_z + 2b S_z + b^2 F$$

$$\begin{aligned} J_{y_1 z_1} &= \int_A y_1 z_1 dF = \int_A (y + b)(z + a) dF = \int_A yz dF + b^2 \int_A z dF + a^2 \int_A y dF + ab \int_A dF = \\ &= J_{yz} + b J_y + a J_z + ab F \end{aligned}$$

Bu formulalardagi S_y va S_z lar y va z o'qlariga nisbatan olingan statik momentlar bo'lib, nolga tengdir, chunki y va z o'qlari markaziy o'qlardir. U vaqtda markaziy o'qlarga parallel bo'lgan o'qlarga nisbatan inersiya momentlari quyidagicha bo'ladi :

$$J_{y_1} = J_y + a^2 F; \quad J_{z_1} = J_z + b^2 F; \quad J_{y_1 z_1} = J_{yz} + ab F. \quad (1.10)$$

Bu formulalardan ko'pincha murakkab yuzaning inersiya momentini hisoblashda foydalaniladi.

(1.10) formulalarning birinchi va ikkinchisini bir – biriga qo'shsak, qutb inersiya momenti uchun quyidagini olamiz :

$$J_{\rho_1} = J_{\rho} + (a^2 + b^2)A$$

Shunday qilib, (1.10) formulalarga asosan quyidagi teoremani ta'riflash mumkin: tekis kesim yuzasining markaziy o'qlarga parallel yo'nalgan o'qlarga nisbatan inersiya momentlari shu yuzadan markaziy o'qlarga nisbatan olingan inersiya momentlari bilan o'qlar oralig'i kvadratining kesim yuzasiga ko'paytmasi yig'indisiga teng.

(1.10) formulalar yordamida, markaziy o'qqa nisbatan inersiya momenti hisoblangan bo'lsa, har qanday unga parallel bo'lgan o'qqa nisbatan inersiya momentini hisoblash mumkin, va aksincha, har qanday o'qqa nisbatan inersiya momenti ma'lum bo'lsa, unga parallel bo'lgan o'qqa nisbatan inersiya momentini hisoblash mumkin. Masalan, to'g'ri to'rtburchak yuzasining markaziy o'qlarga nisbatan inersiya momenti $J_y = \frac{bh^3}{12}$, uning asosidan o'tgan y_1 o'qiga nisbatan inersiya momenti quyidagicha bo'ladi.

$$J_{y_1} = J_y + a^2F = \frac{bh^3}{12} + \left(\frac{h}{2}\right)^2 \cdot bh = \frac{bh^3}{3} .$$

Xuddi shu natijani integrallash yo'li bilan ham olgan edik

Agar to'g'ri uchburchak yuzasining katetlaridan o'tgan o'qlarga nisbatan inersiya momenti $J_{y_1z_1} = \frac{b^2h^2}{24}$, bo'lsa, markaziy o'qlarga nisbatan quyidagicha bo'ladi.

$$J_{yz} = J_{y_1z_1} - abF = \frac{b^2h^2}{24} - \left(-\frac{h}{3}\right)\left(-\frac{b}{3}\right) \cdot \frac{bh}{2} = -\frac{b^2h^2}{72}, \text{ demak, } J_{yz} = -\frac{b^2h^2}{72} .$$

Agar markaziy o'qlarning birortasi (yoki ikkalasi ham) kesim yuziga simmetrik bo'lsa, (1.10) formulalarning uchinchisi quyidagicha bo'ladi :

$$J_{y_1z_1} = abF, \text{ chunki } J_{yz} = 0 \text{ dir.}$$

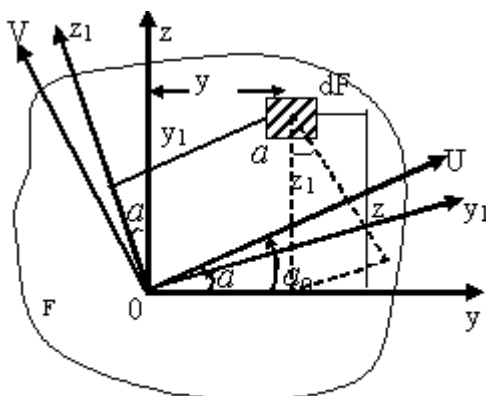
4-§. Koordinata o'qlari burilganda inersiya momentining o'zgarishi.

Faraz qilaylik, tekis kesim yuzasi berilgan bo'lib, uning tekisligida yotgan y va z o'qlariga nisbatan inersiya momentlari hisoblangan bo'lsin (5.15-shakl).

Koordinata sistemasining oy va oz o'qlarini soat strelkasining yurishiga teskari tomonga qarab α burchakka burib, bu yo'nalishni musbat deb hisoblaymiz. Tekis kesim yuzasining hosil bo'lgan yangi y_1 va z_1 o'qlariga nisbatan inersiya momentlarini hisoblaymiz.

Koordinata o'qlari orasidagi bog'lanishlar quyidagicha bo'ladi ((1.9-shakl) ga qarang).

$$\begin{aligned} y_1 &= y \cos \alpha + z \sin \alpha, \\ z_1 &= z \cos \alpha - y \sin \alpha \end{aligned} \quad (1.11)$$



1.9-shakl

U vaqtda, ta'rifga asosan :

$$J_{y_1} = \int_A z_1^2 dF = \int_A (z \cos \alpha - y \sin \alpha)^2 dF = \cos^2 \alpha \int_A z^2 dF - 2 \sin \alpha \cos \alpha \int_A y z dF +$$

$$+ \sin^2 \alpha \int_A y^2 dF = \cos^2 \alpha J_y - \sin 2\alpha J_{yz} + \sin^2 \alpha J_z ;$$

$$J_{z_1} = \int_A y_1^2 dF = \int_A (y \cos \alpha + z \sin \alpha)^2 dF = \cos^2 \alpha \int_A y^2 dF + 2 \sin \alpha \cos \alpha \int_A y z dF +$$

$$+ \sin^2 \alpha \int_A z^2 dF = \cos^2 \alpha J_z + \sin 2\alpha J_{yz} + \sin^2 \alpha J_y ;$$

$$J_{y_1 z_1} = \int_A y_1 z_1 dF = \int_A (y \cos \alpha + z \sin \alpha)(z \cos \alpha - y \sin \alpha) dF =$$

$$= \cos^2 \alpha \int_A y z dF + \sin \alpha \cos \alpha \int_A z^2 dF - \sin \alpha \cos \alpha \int_A y^2 dF - \sin^2 \alpha \int_A y z dF =$$

$$= (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) J_{yz} + \frac{(J_y - J_z)}{2} \sin 2\alpha = \frac{J_y - J_z}{2} \sin 2\alpha + J_{yz} \cos 2\alpha .$$

Shunday qilib :

$$J_{y_1} = J_y \cos^2 \alpha + J_z \sin^2 \alpha - J_{yz} \sin 2\alpha \quad (1.12)$$

$$J_{z_1} = J_y \sin^2 \alpha + J_z \cos^2 \alpha + J_{yz} \sin 2\alpha \quad (1.13)$$

$$J_{y_1 z_1} = \frac{J_y - J_z}{2} \sin 2\alpha + J_{yz} \cos 2\alpha \quad (1.14)$$

Agar (1.12) va (1.13) formulalarni :

$$J_{y_1} + J_{z_1} = J_y + J_z = J_\rho \quad (1.15)$$

Demak, o'zaro tik o'qlar burilganda bu o'qlarga nisbatan olingan inersiya momentlarining yig'indisi o'zgarmas miqdor bo'lib, qutb inersiya momentiga tengdir.

Agar (1.12) formuladan (1.13) formulani ayirsak

$$J_{y_1} - J_{z_1} = (J_y - J_z) \cos 2\alpha - 2J_{yz} \sin 2\alpha \quad (1.16)$$

Demak, o'qlarga nisbatan ekvatorial inersiya momentlari ma'lum bo'lsa, y_1 va z_1 o'qlarga nisbatan markazdan qochirma inersiya momentini hisoblash mumkin.

Bosh inersiya o'qlari va bosh inersiya momentlari.

Yuqoridagilardan, ya'ni, (1.12)–(1.14) formulalardan ko'rinadiki, α burchakning o'zgarishi bilan J_{y_1} , J_{z_1} va J_{yz} larning miqdorlari ham o'zgaradi. Demak, α ning biror qiymatida J_{y_1} va J_{z_1} miqdorlari ekstremal qiymatlarga erishadi.

Kesimning o'qlarga nisbatan inersiya momentlarining ekstremal (maksimum va minimum) qiymatlariga bosh inersiya momentlari deyiladi. Inersiya momentlari ekstremal qiymatlarga ega bo'lgan o'qlarga bosh inersiya o'qlari deyiladi.

Bosh inersiya o'qlarining holatini va bosh inersiya momentlarini topish uchun (1.12) formuladan α burchak bo'yicha birinchi hosila olamiz :

$$\frac{dJ_{y_1}}{d\alpha} = (J_y - J_z) \sin 2\alpha + J_{yz} \cos 2\alpha$$

U vaqtda

$$\left(\frac{dJ_{y_1}}{d\alpha}\right)_{\alpha=\alpha_0} = (J_y - J_z)\sin 2\alpha_0 + J_{yz}\cos 2\alpha_0 = 0 \quad (1.17)$$

bunda α_0 -koordinata o'qlarini burganda bosh o'qlar bilan mos tushadigan burchak.

Agar (1.14) va (1.17) formulalarni solishtirsak ko'ramizki,

$$\left(\frac{dJ_{y_1}}{d\alpha}\right)_{\alpha=\alpha_0} = (-2J_{y_1z_1})_{\alpha=\alpha_0} = 0$$

ya'ni

$$(J_{y_1z_1})_{\alpha=\alpha_0} = 0$$

Demak, bosh inersiya o'qlariga nisbatan markazdan qochirma inersiya momenti nolga tengdir.

(1.17) formuladan

$$\tan 2\alpha_0 = \frac{2J_{yz}}{J_z - J_y} \quad (1.18)$$

Bu formula bosh o'qlarning holatini aniqlaydi, ulardan biriga nisbatan inersiya momenti maksimal qiymatga ega bo'lsa, ikkinchisiga nisbatan minimal bo'ladi. Agar bosh o'qlarni u va v bilan belgilasak, u holda (1.15) va (1.16) formulalardagi α o'rniga α_0 ni qo'yib, bosh inersiya momentlarini topish uchun quyidagilarni hosil qilamiz :

$$J_u + J_v = J_y + J_z \quad (1.19)$$

$$J_u - J_v = (J_y - J_z)\cos 2\alpha_0 - J_{yz}\sin 2\alpha_0 \quad (1.20)$$

Markazdan qochirma inersiya momenti J_{yz} ning qiymatini (1.18) formuladan (1.20) formulaga qo'yib va uni (1.19) formulaga hadlab qo'shsak, bosh u o'qiga nisbatan olingan bosh inersiya momenti chiqadi :

$$J_u = \frac{J_y + J_z}{2} + \frac{J_y - J_z}{2} \cdot \frac{1}{\cos 2\alpha_0} \quad (1.21)$$

Bu formuladagi $\frac{1}{\cos 2\alpha_0}$ ni quyidagi ifoda bilan almashtiramiz :

$$\frac{1}{\cos 2\alpha_0} = \pm \sqrt{1 + tq^2 2\alpha_0} = \pm \sqrt{1 + \frac{4J_{yz}^2}{(J_y - J_z)^2}}$$

U vaqtda

$$J_{\frac{u}{v}} = J_{\frac{\max}{\min}} = \frac{J_y + J_z}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(J_y - J_z)^2 + 4J_{yz}^2} \quad (1.22)$$

bo'ladi.

Shuni aytish kerakki, agar (1.19) formuladan (1.20) formulani hadlab ayirsak ham xuddi shu natijani olamiz.

Shunday qilib, bosh o'qlar quyidagi xususiyatlarga ega :

1) Bosh o'qlarga nisbatan markazdan qochirma inersiya momenti doimo nolga teng ($J_{uv} = 0$).

2) Bosh o'qlarga nisbatan inersiya momentlari ekstremal qiymatga ega, ya'ni $J_{\frac{\max}{\min}}$ ga teng.

Agar bosh o'qlar kesimning og'irlik markazidan o'tsa, ular markaziy bosh o'qlar deyiladi. Agar kesim biror simmetriya o'qiga ega bo'lsa, u vaqtda bu simmetriya o'qi markaziy bosh o'qlardan biri bo'ladi, ikkinchisi esa yuza markazidan o'tib, unga tik bo'ladi, markazdan qochirma inersiya momenti esa nolga teng bo'ladi.

Agar tekis kesim yuzasining bosh o'qlarga nisbatan inersiya momentlari J_u va J_v ma'lum bo'lsa, u holda istalgan markaziy o'qqa nisbatan inersiya momentini quyidagicha topish mumkin :

$$\begin{aligned} J_y &= J_u \cos^2 \beta + J_v \sin^2 \beta \\ J_z &= J_v \sin^2 \beta + J_u \cos^2 \beta, \\ J_{yz} &= \frac{J_u - J_v}{2} \sin 2\beta \end{aligned} \quad (1.23)$$

bunda $\beta - y$ va u o'qlar orasidagi burchak.

Endi ba'zi bir xususiy hollarni qaraymiz :

1) Agar $J_y = J_z$ va $J_{yz} = 0$ bo'lsa, u vaqtda (1.14) formulaga asosan, har qanday o'zaro tik juft o'qlarga nisbatan markazdan qochirma inersiya momenti nolni beradi. Shuning uchun koordinata sistemasini burish yo'li bilan olingan har qanday o'qlar bosh inersiya o'qlari bo'ladi. Bu holda

$$J_y = J_z = J_{\max} = J_{\min} = \text{const}$$

2) Ikkitadan ko'p simmetriya o'qiga ega bo'lgan tekis yuzalar uchun, hamma markaziy o'qlarga nisbatan olingan inersiya momentlari bir-biriga teng bo'ladi, ya'ni $J_y = J_z$.

3) Agar $J_y = J_z$ va $J_{yz} \neq 0$ bo'lsa, u vaqtda (1.18) formula bo'yicha :

$$tq2\alpha_0 = \infty, \quad 2\alpha_0 = 90^\circ, \quad \alpha_0 = 45^\circ.$$

Bu holda, bosh inersiya o'qlari y va z bilan 45° ni tashkil qiladi.

Oxirida shuni aytish kerakki, inersiya momentlari va kuchlanish holatlari bir-biri bilan to'liq analogiyaga egadir.

Tekis kesim yuzalarining inersiya radiuslari to'g'risida tushuncha.

Agar o'qlarga nisbatan ekvatorial inersiya momentlarining ifodasidagi y^2 va z^2 lar o'rniga uning o'rtacha qiymatlari r_y^2 va r_z^2 lar qo'yilsa, inersiya momentlarining qiymatlari o'zgarmas bo'ladi.

$$J_y = r_y^2 \cdot F, \quad J_z = r_z^2 \cdot F,$$

bunda : r_y va r_z tekis kesim yuzasining y va z o'qlariga nisbatan inersiya radiuslari.

Inersiya radiuslari uzunlik o'lchovida (odatda sm) o'lchanadi.

Shunday qilib, inersiya radiusi quyidagicha bo'ladi :

$$r_y = \sqrt{\frac{J_y}{F}}, \quad r_z = \sqrt{\frac{J_z}{F}}$$

Bosh o'qlarga nisbatan inersiya radiuslari :

$$r_u = \sqrt{\frac{J_u}{F}}, \quad r_v = \sqrt{\frac{J_v}{F}} \quad (1.24)$$

bo'ladi.

Bu bosh inersiya radiuslari yordamida berilgan kesim uchun inersiya ellepsini chizish mumkin.

5-§. Murakkab kesim sektorial xarakteristikalarini hisoblashda

”Maple” dasturidan foydalanish

Murakkab yuzalarning inersiya momentlarini hisoblash uchun, avvalo uni oddiy yuzalarga ajratiladi. U holda murakkab yuzaning biror o’qqa nisbatan inersiya momentini topish uchun, har qaysi oddiy yuzaning shu o’qqa nisbatan inersiya momenti hisoblanib ularning yig’indisi olinadi :

$$J_y = J_y^1 + J_y^2 + \dots + J_y^n = \sum_{i=1}^n J_y^i$$

bunda

$$J_y^1 = J_{y_0}^1 + a_1^2 F_1, \quad J_y^2 = J_{y_0}^2 + a_2^2 F_2, \quad \dots \quad J_y^n = J_{y_0}^n + a_n^2 F_n,$$

$J_{y_0}^1, J_{y_0}^2, \dots, J_{y_0}^n$ - har qaysi oddiy yuzaning o’z markaziy o’qlariga nisbatan inersiya momentlari. a_1, a_2, \dots, a_n - oddiy yuza markaziy o’qi va murakkab yuzaning markaziy o’qigacha bo’lgan masofalar.

Yuqorida aytilganlar markazdan qochirma inersiya momentlari uchun ham o’z kuchini saqlaydi.

Fason kesim yuzalarining (qo’shtavr, shveller, burchaklik kabilar) inersiya momentlari Sortiment jadvalidan olinadi.

Kesim sektorial xarakteristikalarini hisoblash jarayoni quyidagi qismlarga ajratiladi.

1. Kesimni yuzini to’g’ri to’rtburchaklarga ajratamiz ba kesim yuzini ularning yigindisi sifatida aniqlaymiz:

$$F = \sum_{i=1}^n l_i \delta_i. \tag{1.25}$$

Bu erda l_i i-chi qism uzunligi, δ_i uning qalinligi.

2. Kesimning og’irlik markazini aniqlaymiz. Ixtiyoriy koordinatalar sistemasini kiritamiz. Agar kesim simmetriya o’qiga ega bo’lsa, koordinata boshini

unda olish hisoblashlarda qulaydir. Kesim nuqtalarining koordinatalarining epyuralarini quramiz. Ogirlik markazi koordinatalarini quyidagi formulalar yordamida aniqlaymiz.

$$x_c = \frac{1}{F} \int y dF, \quad y_c = \frac{1}{F} \int x dF, \quad (1.26)$$

Integrallarni Vereshagin qoidasi bo'yicha hisoblaymiz. Buqoyidaga ko'ra $m(x)$ va $M(x)$ epyuralar ko'paytmasining l_1 dan l_2 gacha integrali egri chiziqli epuyra yuzi bu epyura ogirlik markaziga to'ri keluvchi ikkinchining balandligi ko'paytmasiga teng bo'ladi.

$$\int_{l_1}^{l_2} m(x)M(x)dx = \Omega h, \quad (1.27)$$

3. Kesimning markaziy inertsia momentini hisoblaymiz. Koordinata o'qlariga nisbatan inertsia momentlarini hisoblaymiz.

$$J_x = \int y^2 dF, \quad J_y = \int x^2 dF, \quad (1.28)$$

Bu integrallarni Vereshagin qoidasi bo'yicha hisoblaymiz. Kesim markaziy inetsiya momenti quyidagi formula orqali topiladi.

$$J_{x_c} = J_x - y_c^2 F, \quad J_{y_c} = J_y - x_c^2 F, \quad J_{x_y c} = J_{x_y} - x_c y_c F.$$

4. Sektorial yuza ω_B ni ixtiyoriy qutb uchun epyurasini quramiz.

5. Koordinata o'qlarini kesim bosh markaziy o'qlari bilan uctma ust qo'yamiz. Chiziqli sektorial momentni hisoblaymiz.

$$S_{x\omega_B} = \int y\omega dF, \quad S_{y\omega_B} = \int x\omega dF. \quad (1.29)$$

Integralni hisoblashda Vereshagin qoidasini qo'llaymiz.

6. Egilish markazi bo'lgan A nuqtani koordinatalarini aniqlaymiz.

$$\alpha_x = \frac{-S_{x\omega_A} J_{y_c} + S_{y\omega_A} J_{x_y c}}{J_{x_c} J_{y_c} - J_{x_y c}^2}, \quad \alpha_y = \frac{S_{y\omega_A} J_{x_c} - S_{x\omega_A} J_{x_y c}}{J_{x_c} J_{y_c} - J_{x_y c}^2}.$$

Simmetrik kesim uchun $J_{xy_c} = 0$ bo'lganda bu formula quyidagicha soddalashadi:

$$\alpha_x = -S_{x\omega_B}/J_{x_c}, \quad \alpha_y = S_{y\omega_B}/J_{y_c}.$$

7. ω_A sektorial yuza epyurasini egilish markazi koordinata boshi qilib tanlangan holat uchun quramiz.

8. Kesim sektorial statik momentini hisoblaymiz.

$$S_{\omega_A} = \int_F \omega dF.$$

Bosh sektorial kesimni aniqlash uchun D o'zgarmasni ifodalaymiz.

$$D = S_{\omega_A}/F.$$

9. Bosh sektorial kesim epyurasini quramiz

$$\omega = \omega_A - D.$$

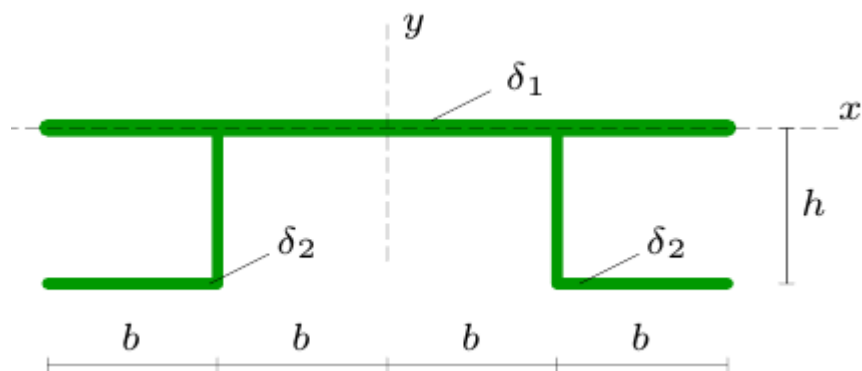
10. Kesim sektorial inertsia momentini hisoblaymiz (inertsia bimomenti).

$$J_\omega = \int_F \omega^2 dF.$$

Masala. Ochiq profilli yupqa devorli sterjenning simmetrik kesimi geometrik xarakteristikalarini aniqlaymiz (1-rasm). Kesim ortasiga nisbatan o'lchamlari santimetrlarda berilgan. Sterjen $\delta_1 = 1,5$ sm va ikkita burchak olchamlari $b \times h$ va $b=23$ sm $h=21$ sm bo'lib, qalinligi $\delta_2 = 1$ sm ga teng. (2-rasm)



1-rasm



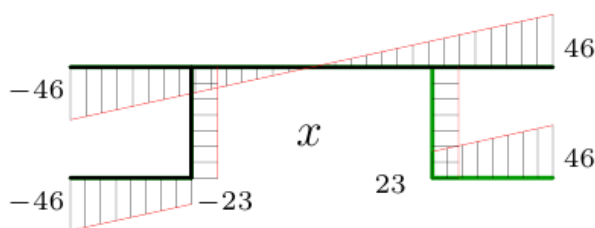
2-rasm

Yechish.

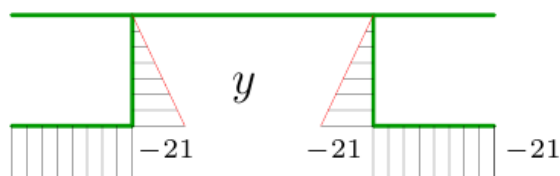
1. 2-rasmda ko'rsatilgan kesim yuzini uni 5 ta to'g'ri to'rtburchakka ajratib ularning yigindisi sifatida aniqlaymiz:

$$F = \sum_{i=1}^5 l_i \delta_i = 4b\delta_1 + 2(b+h)\delta_2 = 226 \text{ cm}^2.$$

2. Kesimning og'irlik markazining koordinatalarini aniqlaymiz. Koordinatalar sistemasi boshini B nuqtada tanlaymiz. Nuqtalar koordinatalari epyuralarini quramiz.



3-rasm



4-rasm

Og'irlik markazi koordinatalari quyidagi formula yordamida aniqlanadi.

$$x_c = \sum x_i F_i / F, \quad y_c = \sum y_i F_i / F.$$

Integralni yig'indi bilan almashtiramiz. Har bir i-chi bo'lak uchun $dF_i = \delta_i dS$, bu erda δ_i qalinlik, dS yoy differensial

$$\int_{l_i} y dF = \delta_i \int_{l_i} y ds = \delta_i Y_i,$$

Bu erda Y_i esa i chi bo'lakdagi y ning epyurasining yuzi. Kesim y oqiga nisbatan simmetrik ekanligidan y_c ni topishda kesimni yarmi uchun hisoblab natijani ikkilantiramiz va $x_c = 0$ bo'ladi.

$$y_c = -2\delta_2((1/2) \cdot 23 \cdot 21 + 23 \cdot 23)/226 = -6.23 \text{ cm.}$$

3. Kesimni bosh inertsia momentini aniqlaymiz. Tanlangan o'qlarga nisbatan inertsia momentlari (1.28) fomula bilan Vershagin qoidagi yordamida hisoblanadi. 4-rasmdan bir epyura yuziga uning og'irlik markaziga to'g'ri keluvchi ikkinchi epyura ordinasiga ko'paytiramiz. $\delta_2 = 1 \text{ sm}$

$$J_x = 2\delta_2 \left(\frac{1}{2} \cdot 21 \cdot 21 \cdot \frac{2}{3} \cdot 21 + 21 \cdot 23 \cdot 21 \right) = 26460 \text{ cm}^4$$

Xuddi shunday 3-rasmdan x ning epyurasi uchun $\delta_1 = 1,5 \text{ sm}$ uchun

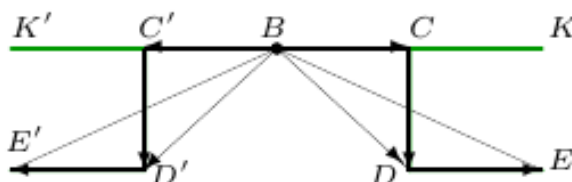
$$J_y = 2 \left(\delta_1 \frac{1}{2} \cdot 46 \cdot 46 \cdot \frac{2}{3} \cdot 46 + \delta_2 \left(23 \cdot 21 \cdot 23 + \frac{1}{2} \cdot 23 \cdot 23 \left(\frac{2}{3} \cdot 23 + \frac{1}{3} \cdot 46 \right) + \frac{1}{2} \cdot 46 \cdot 23 \left(\frac{2}{3} \cdot 46 + \frac{1}{3} \cdot 23 \right) \right) \right) = 176333.33 \text{ cm}^4.$$

Kesimni bosh inertsia momentini topamiz.

$$J_{x_c} = J_x - y_c^2 F = 26460 - 6.23^2 \cdot 226 = 17700.49 \text{ cm}^4,$$

$$J_{y_c} = J_y - x_c^2 F = J_y = 176333.33 \text{ cm}^4.$$

4. Sektorial kesim yuzi ω_B ni epyurasini quramiz. Koordinata boshini simmetriya oqida B nuqtada olamiz (5-rasm).



5-rasm

U holda

$$\omega_{B,C}^B = 0, \quad \omega_{B,C'}^B = 0, \quad \omega_{B,K}^B = 0, \quad \omega_{B,K'}^B = 0.$$

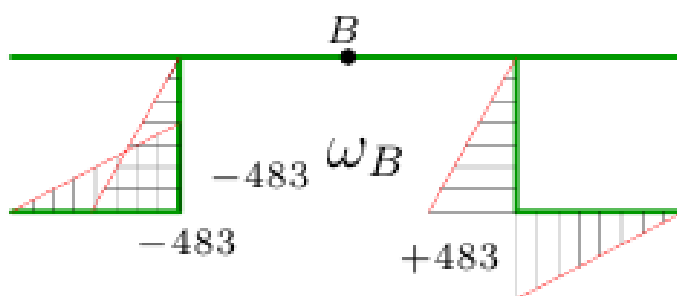
Kesimning o'ng yarmi uchun

$$\begin{aligned}\omega_{C,D}^B &= bh = 483 \text{ cm}^2, \quad \omega_{E,D}^B = -bh = -483 \text{ cm}^2, \\ \omega_{B,E}^B &= \omega_{B,C}^B + \omega_{C,D}^B + \omega_{E,D}^B = 0, \\ \omega_{B,D}^B &= \omega_{B,C}^B + \omega_{C,D}^B = 483 \text{ cm}^2.\end{aligned}$$

Xuddi shunday chap qism uchun

$$\begin{aligned}\omega_{C',D'}^B &= -bh = -483 \text{ cm}^2, \quad \omega_{E',D'}^B = bh = 483 \text{ cm}^2, \\ \omega_{B',E'}^B &= \omega_{B,C'}^B + \omega_{C',D'}^B + \omega_{E',D'}^B = 0, \\ \omega_{B,D'}^B &= \omega_{B,C'}^B + \omega_{C',D'}^B = -483 \text{ cm}^2.\end{aligned}$$

Natijalar epyurasini quyidagicha quramiz:



6-rasm

5. Koordinata o'qlarini kesimning bosh markaziy o'qlari bilan ustma ust qo'yamiz. y ordinataning epyurasini yangi koordinat sistemasiga quramiz. Epyuraning hamma ordinatalari 4- rasmdagidan 6.23 ga farq qiladi. X ning epyurasi esa o'zgarmaydi. Chunki, $x_c = 0$

Chiziqli sektorial statik momentni hisoblaymiz. x koordinata epyurasini ω_B sektorial yuza epyurasi bilan ko'paytiramiz Vereshagin qoidasiga ko'ra.

$$S_{y\omega_B} = 2\delta_2 \left(\frac{483}{2} \cdot 21 \cdot 23 + \frac{483}{2} \cdot 23 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 23 + \frac{1}{3} \cdot 46 \right) \right) = 573965 \text{ cm}^5.$$

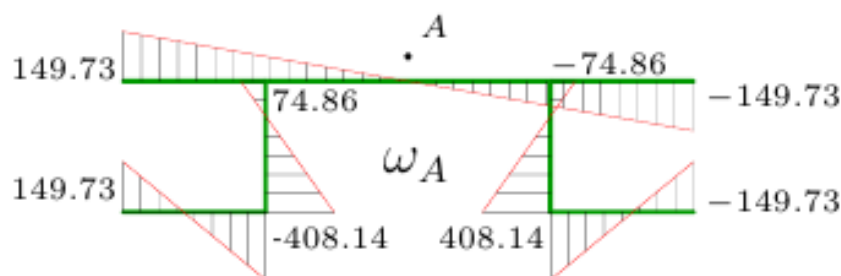
ω_B epyura antisimmetrik, y epyura esa simmetrik ekanligidan

$$S_{x\omega_B} = 0.$$

6. Egilish markazi A ning koordinatalarini aniqlaymiz.

$$\alpha_x = 0, \quad \alpha_y = S_{y\omega_B} / J_{y_c} = 573965 / 176333.33 = 3.26 \text{ cm}.$$

7. Sektorial kesim yuzi ω_A ning epyurasini quramiz.



7-rasm

8. Sektorial kesim inertsiya momentini hisoblaymiz. ω epyurani o'ziga ko'paytiramiz. Epyura simmetrikligini hisobga olsak, epyurani yuzlarini og'irlik markazi ordinatalari bilan kopaytiramiz

$$\begin{aligned}
 J_{\omega} = \int_F \omega^2 dF &= 2\delta_1 \left(\frac{149.73}{2} \cdot 46 \cdot \frac{2}{3} \cdot 149.73 \right) + \\
 &+ 2\delta_2 \left(\frac{74.86}{2} \cdot 21 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 74.86 - \frac{1}{3} \cdot 408.14 \right) + \right. \\
 &+ \frac{408.14}{2} \cdot 21 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 408.14 - \frac{1}{3} \cdot 74.86 \right) + \\
 &+ \frac{408.14}{2} \cdot 23 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 408.14 - \frac{1}{3} \cdot 149.73 \right) + \\
 &+ \left. \frac{149.73}{2} \cdot 23 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 149.73 - \frac{1}{3} \cdot 408.14 \right) \right) = \\
 &= 4974887.924 \text{ cm}^6.
 \end{aligned}$$

Berilgan masalani Maple dasturi yordamida yechilishini ko'rsatamiz:

```

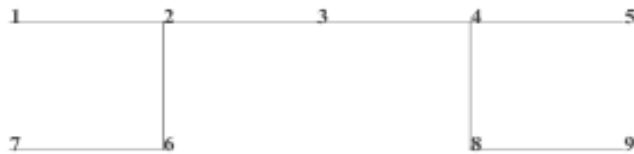
restart;
with(plots): with(plottools):
read "C:\\ris.m";
# Kesim o'lchamlari
b:=23: h:=21: delta1:=1.5: delta2:=1:
# Kesim nuqtalari koordinatalari
x:=[-2*b,-b,0,b,2*b,-b,-2*b,b,2*b,0]:
y:=[0,0,0,0,-h,-h,-h,-h,0]:
N:=nops(x)-1: # Kesim nuqtalari soni
n0:=3:# Boshlang'ich nuqta

```

```

k0:=3:# qutb (koordinata boshi)
# qutb o'qlari
n:=[n0,4,5],[4,8,9],[3,2,1],[2,6,7]:
t:=Matrix(1..N,1..N,delta2,shape=symmetric):
t[1,2],t[2,3],t[3,4],t[4,5]:=delta1$4:
k:=nops([n]): # O'qlar soni
Шрифт:=FONT(TIMES,BOLD,8):
for i to N do
Точка[i]:=PLOT(TEXT([x[i]+1,y[i]+1],
convert(i,symbol)),Шрифт,COLOR(HUE,0.7)):
od:
Ns:=seq(Точка[i],i=1..N):
Сечение:=seq(seq(Line(n[j,i],n[j,i+1],0.1),
> i=1..nops(n[j])-1),j=1..k),Ns:
display(Сечение,axes=NONE,scaling=CONSTRAINED);

```



```

W:=proc(m) local i,j,p,q:global w;
for j to k do
w[n0]:=0:
for i to nops(n[j])-1 do
p:=n[j,i]: q:=n[j,i+1]:
w[q]:=(x[q]-x[p])*(y[p]-y[m])-
(x[p]-x[m])*(y[q]-y[p])+w[p];
od:
od:
end proc:

```

```

W(k0): seq(w[i],i=1..N);
0, 0, 0, 0, 0, -483, 0, 483, 0
v1:=Vector(1..N,1):
Vereshagin qoidasi bo'yicha integrallash
Intgr:=proc(A,B)
local dst,ds,s,j,i,p,q: global k:
s:=0:
for j to k do
for i to nops(n[j])-1 do
p:=n[j,i]: q:=n[j,i+1]:
ds:=sqrt((x[p]-x[q])^2+(y[p]-y[q])^2):
dst:=ds*t[p,q]:
s:=s+dst/6*(2*A[q]*B[q]+A[q]*B[p]+
A[p]*B[q]+2*A[p]*B[p]):
od;
od; return(s); end:
F:=Intgr(v1,v1):# Yuza
Jx:=Intgr(y,y): # Inertsiya momentlari
Jy:=Intgr(x,x):
Sx:=Intgr(v1,y):# Statik momentlar
Sy:=Intgr(v1,x):
xc:=Sy/F: yc:=Sx/F:# Ogirlik markazi
Jxc:=Jx-F*yc^2: Jyc:=Jy-F*xc^2:
F_=F, xc_=xc, yc_=yc;Jxc_=Jxc,Jyc_=Jyc;
F_ = 226.0000, xc_ = 0., yc_ = -6.225664
Jxc_ = 17700.49115, Jyc_ = 176333.3334
x:=evalm(x-xc): y:=evalm(y-yc):
Swy:=Intgr(w,x); Swx:=Intgr(w,y);
Swy := 573965.0000
Swx := -0.00005

```

```

alpha_y:=simplify(Swy/Jyc); # Buralish markazi
alpha_x:=-simplify(Swx/Jxc);
alpha_y := 3.254999999
alpha_x := 0.2824780373 10-8
x[N+1]:=alpha_x-xc; y[N+1]:=alpha_y-yc;
x10 := 0.2824780373 10-8
y10 := 9.480663716
W(N+1):seq(w[i],i=1..N); #
149.73, 7 4.86, 0, -74.86, -149.73, -408.14, 149.73, 408.14,
-149.73D1:=Intgr(w,v1)/F:
w:=evalm(convert(w,list)-D1):# Sektotial kesim inertsiya momenti.
Jw:=Intgr(w,w);
Jw := 0.4974887924 107

```

XULOSA

Muhandislik qurilmalarida sterjin, qobiq qatlam plastinkalardan keng foydalaniladi. Chunki ushbu materialdan muhandislik konstuksiyalarning asosini tashkil qiladi. Ularni bir – biri bilan biriktirib ishlatganda esa murakab qo'shma tekis kesimlik shakllar hosil bo'ladi.

Ushbu malakaviy bitiruv ishida mexanikaning ko'pgina bo'limlarida amaliy masalalar yechish jarayonida uchraydigan masalalar biri – kesim sektorial xarakteristikalarini aniqlash masalasiga bag'ishlangan. Ishda qattiq jismlarning va murakkab kesim sektorial xarakteristikalarini aniqlash uchun asosiy formulalari o'rganilib, ular asosida konkret jismlarning sektorial xarakteristikalarini aniqlash usullari keltirilgan va qo'llanilgan.

Ishda qaralgan masalalarda tekis kesimlarning geometrik xarakteristikalarini aniqlash, oddiy shakllarning inersiya momentlarini hisoblash, markaziy o'qlar parallel ko'chirilganda inersiya momentining o'zgarishini aniqlash, koordinata o'qlari burilganda inersiya momentining o'zgarishi aniqlash, murakkab kesimning sektorial xarakteristikalarini aniqlash bilan tanishib chiqilgan. Murakkab kesim sektorial xarakteristikalarini aniqlash masalasida esa kesimning og'irlik markazini koordinatalarini aniqlash, kesimning markaziy inertsia momentini hisoblash, koordinata o'qlariga nisbatan inertsia momentlarini hisoblash, sektorial yuza epyurasini quraish, chiziqli sektorial momentni hisoblash, egilish markazi bo'lgan nuqta koordinatalarini aniqlash, sektorial yuza epyurasini egilish markazi koordinata boshi qilib tanlangan holat uchun qurish, kesim sektorial statik momentini hisoblash, bosh sektorial kesimni aniqlash, kesim sektorial inertsia momenti (inertsia bimomenti) ni hisoblash ishlarni bajargan. Shuningdek murakkab kesim sektorial xarakteristikalarini hisoblash usuli yordamida "Maple" dasturidan foydalanib masala yechilgan.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Кирсанов М. Н. Maple и MapleT. Решения задач механики: Учебное пособие. — СПб.: Издательство «Лань», 2012. —512 с.: ил. — (Учебники для вузов. Специальная литература)
2. Қорабоев Б. ва бошқалар «Материаллар қаршилигидан қисқача курс». - Т.: «Ўзбекистон», 1998 й.
3. Ўразбоев М.Т. «Материаллар қаршилиги асосий курси».
5. А.Х.Маткаримов. Материаллар қаршилигидан қисқача курс. Тошкент-2004 й.
6. М.Ергашев. Материаллар қаршилиги Хисоблаш-лойихалаш ишлари. Тошкент. «Молия»-2003 й.
7. <http://www.unilib.neva.ru/rus/lib/>.
8. <http://www.shops.h1.ru>