O’ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY VA O’RTA MAXSUS TA’LIM VAZIRLIGI

SAMARQAND DAVLAT UNIVERSITETI

FIZIKA FAKULTETI
“5140200 – FIZIKA” TA’LIM YO’NALISHI

“NAZARIY FIZIKA VA KVANT ELEKTRONIKA” KAFEDRASI

PLASTIK-ELASTIK KEYK-QATLAM HOSIL BO’LADIGAN SUSPENZIYALARNI FILTRLASHNING O‘QQA SIMMMETRIK TENGLAMALARI

BITIRUV MALAKAVIY ISH

Bajaruvchi: Nuridinov D.X
Ilmiy rahbar: Saydullayev U.J.

Bitiruv malakaviy ish “Nazariy fizika va kvant elektronika” kafedrasida bajarildi. Ish kafedraning 2018 yil ______ iyundagi majlisida muhokama qilindi va himoyaga tavsiya etildi (______-bayonnoma).

Kafedra mudiri : prof. Eshkobilov N.B

Bitiruv malakaviy ish YaDAK ning 2018 yil “____” ___________dagi majlisida himoya qilindi va _________ball bilan baholandi (____-bayonnoma).

YaDAK raisi:_________________
A’zolari:_________________
____
____
____

Samarqand – 2018

MUNDARIJA

Kirish...	3
I -BOB. SUSPENZIYALARNI FILTRLASH HAQIDA UMUMIY NAZARIYA………………………………………………………	5
1.1.Boshlang‘ich tushunchalar…………………………………………………………	6
1.2. Suspenziyalarni filtrlash turlari …………………………………….........	11
1.3.Keyk – qatlam hosil bo‘ladigan filtrlash modeli …………………………..	13
1.4.Keyk – qatlam hosil bo‘ladigan filtrlash tenglamalari……………………..	14
1.5. Keyk – qatlam qalinligining o‘sishi uchun tenglamani keltirib chiqarish	20
I-bob bo’yicha xulosa..	23
II-BOB. KEYK-QATLAM HOSIL BO’LADIGAN SUSPENZIYALARNI FILTRLASH TENGLAMALARI SONLI ECHISH METODLARI	24
2.1. Koordinata to’r qo’zg’aluvchang front tugunini ilib olish metodi..……….	24
2.2. Frontni to’g’irlash metodi……………………...…………………………..	27
2.3. Progonka usuli ……………………………………………………………	29
II-bob bo’yicha xulosa...	35
III-BOB. PLASTIK-ELASTIK KEYK-QATLAM HOSIL BO’LADIGAN SUSPENZIYALARNI FILTRLASH TENGLAMALARI……………	36
3.1 Plastik-elastik keyk-qatlam hosil bo’ladigan suspenziyalarni filtrlash tenglamalarining qo’yilish	36
3.2 Plastik-elastik keyk-qatlam hosil bo’ladigan suspenziyalarni filtrlash tenglamalarining sonli yechimi	39
Xulosa...	42
Foydalanilgan adabiyotlar ro’yxati...	43

KIRISH

Mavzuning dolzarbligi. Elastik - plastik keyk - qatlam hosil bo'ladigan filtrlash masalasi murakkab texnologik jarayon hisoblanadi. Juda ko'p faktrlar bu jarayonga bo'ysinadi. Bu masalada filtrlashda cho'kma hosil bo'lishni qaraymiz, cho'kma qatlami o'sib boruvchi deb hisoblaymiz, uning siqilishi keyk-qatlam hosil bo'lishi teorimasiga bo'ysinadi. Bunday jarayonni hisoblash uchun sonli usullardan foydalanish mumkin. Chiziqlimas massa almashinish masalasida Stefan masalasining sonli echimi ancha muhim sanaladi va o'z navbatida ancha murakkabdir. Biz qarayotgan Keyk- qatlam hosil bo'ladigan filtrlash masalasida qattiq zarra bilan aralashma o'rasidagi chegaraning o'zgarishi tenglamasini echish uchun chekli ayrimalar metodidan faydalaniladi. Masalani echishning murakkab tomoni shundan iboratki, har vaqt qadamida, yoki, har ko'chish qadamida shablon tanlab borishimiz kerak. Ana shu hususiyat chiziqlimas tekis o'zgaruvchili masalaga nisbatan ancha qiyin bo'ladi.

Tadqiqot maqsadi. Elastik - plastik keyk - qatlam hosil bo'ladigan filtrlash masalasida cho'kma hosil bo'lishni hisoblash uchun sonli usullardan foydalanib sonli natija olib, filtrlarda suspenziyalarni tozalashda matematik model parametrlarini tahlil qilish.

Tadqiqot vazifalari Filtrlarda suspenziyalarni tozalash masalasini echish uchun fazolar chegarasi tanlab olingan metodi (bu metod variable domain methods metodi deb yuritiladi) yoki chegara tanlab olimagan metod yoki bir fazadan ikkinchi fozaga o'tish (fixed domain methods) metodlaridan foydalanib cho'kma hosil bo'lishi, bosimning tarqalish xossalarini o'rganish.

Tadqiqot obyekti. Filtrda suspenziyani tozalash matematik modeli sonli usul bilan echib ancha murakkab bo'lgani ushun jida kam o'rganilgan. Shuning uchun bunday masalalar Stefan tipidagi masalarg uxshash bo'lagni uchun qo'zg'aluvchang chegaraga ega masalalar tipiga kiradi. Bunday masallar variable domain methods yoki fixed domain methods metodlaridan foydalanib echiladi

Tadqiqot predmeti. Sonli echim orqali elastik - plastik keyk – qatlam hosil bo'lishi masalasini tadqiq qilish.

Tadqiqot usuli. Butun sonli hisoblash jarayonida har bir vaqt yoki koordinataga mos xos chegara topilib boradi, ya`ni hisoblash dinamik chegaraning o’zgarishida noma’lum chegara topilib boradi. Bunday metod ya`ni vaqt har bir qadamida o’zgarishida koordinatalarni topish – koordinata to’rining frontini ushlash metodidan foydalaniladi.

Tadqiqotning ilmiy yangiligi. Filtrda elastik - plastik keyk – qatlam hosil bo’lishi masalasini o’rganishda keyk-qatlamning monotong oshishi, key-qatlamning oshib borishi monoton bo’lishi o’rganiladi. Shuningdek elastik - plastik keyk-qatlamning o’stidagi bosim bir xil bo’lib, to’siq ustidagi bosim esa vaqt o’tishi bilan oshishi, hamda elastik - plastik keyk-qatlamning oshib borishi bilan to’siq ostidagi bosim esa kamayib borishini ko’rsatiladi.

Tadqiqot natijalarining ilmiy va amaliy ahamiyati. Filtrlarda elastik - plastik keyk – qatlam hosil bo’lishi masalasini sonli echishda elastik - plastik keyk – qatlamning o’stidagi bosim bir xil bo’lib, to’siq ustidagi bosim esa vaqt o’tishi bilan oshib borishi ko’rsatiladi. Bu esa elastik - plastik keyk – qatlam hosil bo’ladigan suspenziyalarni tozalashda filtr parametrlari to’lig’incha o’rganilib amaliyotda tadbiq qilib, suspenziyani tozalashda filtrning xususiyati ochib beriladi.

Bitiruv ishining tuzilishi va hajmi. Ish kirish, 3 ta bob, xulosa va 18 nomdagi foydalanilgan adabiyotlar ro’yxatidan iborat bo’lib, ___ sahifada bayon qilingan. Ishda 5 rasm mavjud.

I bob. SUSPENZIYALARNI FILTRLASH HAQIDA UMUMIY NAZARIYA

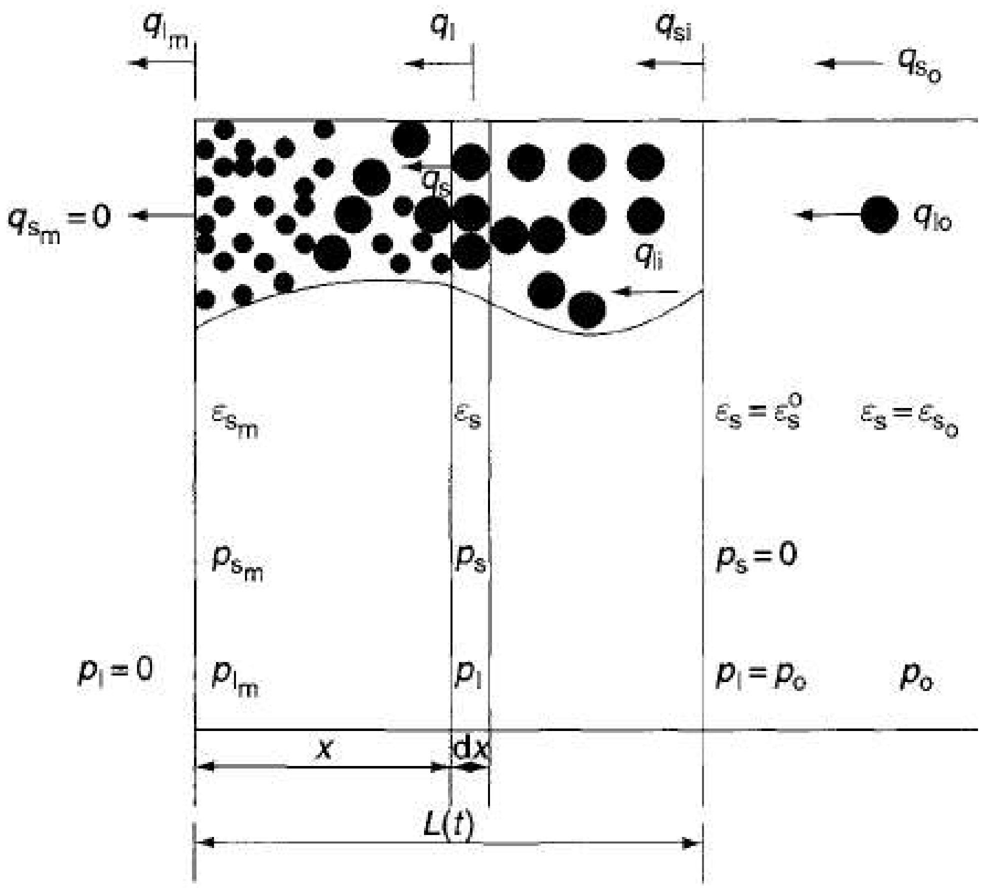
Keyk filtrlash suspenziyaning tusiqdan o‘tishida ikkita fazaga (suyuq va qattiq) ajralishi jarayoni tushiniladi. Fazodan fazoga ajralishining asosiy vazifasi bu suspenziyadagi suyuqlikni qattiq zarralarni tozalab sof suyuqlikka ajratishdir. Bu muxandislarning azaliy tajribasi bo‘lib, hozir kimyoda, minerallarni ishlab chiqarish jarayonlarida keng qullanilmoqda.

Filtrlarda siqish jarayoni prinsipi 1972 yilda Vakeman (Wakeman, 1972) tomonidan sokni siqish orqali shakarni ishlab chiqarish texnologiyasida qullanilgan. SHundan boshlab o‘tgan asrda boshlab filtrlash texnologiyasi keng qullanilib, yangidan yangi texnologiyalar va modellar ishlab chiqilib hayotga tadbiq qilinib kelmoqda.

Keyk filtrlash matematik modeli Ruts (Ruth) ishlaridan boshlangan. Ruts ishlari bilan birga Gratse, Tiller, Tiller va Xuang, Tiller va Kooper, Tiller va Shirato, Tiller va Li, Tiller va Green, Okatura va Shirato, Shirato va Okumira, Shirato va Aragaki, Shirato va bir qancha ilmiy ishlarda ham keyk filtrlash nazariyasiga qaratilgan. Bu nazariyalar keyk filtrlashni analiz qilishga yordam beradi.

1.1. Boshlang‘ich formulalar

Keyk filtrlash sxematik diagrammasi 1-rasmda keltirilgan. Suyuqlik bosimi ta’sirida membranadan suspenziya (qattiq va suyuq moddalar) o‘tganda membrananing teshiklaridan katta o‘lchamli zarralar membrana ustida qoladi. Bu qolgan zarralar vaqt o‘tishi davomida ko‘payib boradi va natijada keyk qatlamni hosil qiladi. Bu keyk qatlam sspenziya konsentratsiyasidan va qattiq zarra o‘lchamidan bog‘lq holda o‘sib boradi. Suyuqlikning membranadan o‘tgan qismi filtrat (toza suyuqlik yoki qattiq zarralardan tozalangan suspenziya) deb ataladi.



1-rasm. *Keyk qatlamning formasi va o‘sishi tasvirlangan sxematik diagramma.*

Vaqt o‘tishi bilan filtrlash jarayonida keyk qatlam chesharasi oshib boradi. Bir o‘lcham kontinuum qattiq zarra va suyuqlik tenglamalari quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$\frac{\partial q_\ell}{\partial x} = -\frac{\partial \varepsilon_s}{\partial t} \qquad , \tag{1.1.1a}$$

$$\frac{\partial q_s}{\partial x} = \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial t}, \qquad 0 < x < L(t) \tag{1.1.1b}$$

Bu erda x - koordinata (membrana koordinata boshi hisoblanadi), ε_s - keyk qatlam g‘avokligi (keyk qatlamdagi qattiq zarra miqdori), L - keyk qatlam chegarasi, q_ℓ va q_s -mos ravishda suyuqlik va zarrachalarning tezliklari, va ular x koordinatadan bog‘liq.

(1.1.1a) va (1.1.1b) tenglamalarni qo‘shsak quyidagi tenglamani olamiz:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(q_s + q_\ell\right) = 0. \tag{1.1.2}$$

Bundan q_ℓ va q_s larning yig‘indsi keyk qatlamga kirishda konstanta bo‘lishini olish mumkin.

SHunday qilib, boshlang‘ich nazariyadan quyidagilarni olamiz:

1. Zarralarning tezligi q_s ni keyk qatlamga kirishida hisobga olmasa ham bo‘ladi. CHunki (1.1.2) tenglamadan q_s suyuqlikning keyk qatlamga kirishdagi vaqt momentida o‘zgarmas bo‘ladi.
2. Suyuqlik oqimi Darsi qonuniga bo‘ysinadi

$$q_\ell = \frac{k}{\mu}\frac{\partial p_\ell}{\partial x} \tag{1.1.3}$$

Bu erda k - keyk qatlam o‘tkazuvchangligi, μ - suyuqlik qovushqoqligi, p_ℓ - g‘ovakdagi suyuqlik bosimi. (1.1.3) tenglamadan quyidagini yozish mumkin:

$$\mu\rho_s q_\ell \varepsilon_s dx = k\rho_s \varepsilon_s dp_\ell \tag{1.1.4}$$

Bu erda ρ_s - zarra zichligi.

Solishtiram qarshilik α quyidagiga teng

$$\alpha = \left(k\rho_s \varepsilon_s\right)^{-1} \tag{1.1.5}$$

q_ℓ ning keyk qatlamda bo‘lmanigadan

$$\frac{\partial q_s}{\partial x} = 0$$

yoki suyuqlik tezilig keyk – qatlamda konstanta bo‘lami va (1.1.1a) formuladan

$$\frac{\partial \varepsilon_s}{\partial t} = 0$$

olamiz. Keyk – qatlam va suspenziya $x = 0$ chegarada p_ℓ bosim p_0 ta’sir qilayotgan bosimga teng bo‘ladi. Oqimning pastki tomonidan to‘siqda p_ℓ bosim nolga teng deb olinadi. Agar keyk – qatlam va to‘siqdagi ko‘ngdalang tushayotgan bosimlar farqi Δp_c va Δp_m bo‘lsa,

$$p_0 = \Delta p_c + \Delta p_m \tag{1.1.6}$$

ko‘rinishda bo‘ladi. Bundan $x = L(t)$ da

$$p_\ell = \Delta p_m = p_0 - \Delta p_c \tag{1.1.7}$$

ekanligini olamiz.

Endi (1.1.4) tenglamani $x = 0$ dan $x = L(t)$ chegaralarda integrallaymiz. Bunda q_ℓ o‘zgarmas ekanligin e’tiborga olasak,

$$\mu q_\ell \int_0^L \rho_s \varepsilon_s dx = \int_{p_0 - \Delta p_c}^{p_0} \left(\frac{1}{\alpha}\right) dp_\ell \, .$$

Bunda $w = \int_0^L \rho_s \varepsilon_s dx$ - keyk – qatlamdagi massani beradi.

Agar $\overline{\overline{\varepsilon}}_s$ bilan o‘rtacha qattiq zarrachalar qatlamini ifodalasak

$$\overline{\overline{\varepsilon}}_s = \frac{1}{L}\int_0^L \varepsilon_s dx \tag{1.1.8}$$

(1.1.7) tenglamaning birinchi integralini

$$\int_0^L \varepsilon_s \rho_s dx = \overline{\overline{\varepsilon}}_s \rho_s L = w \tag{1.1.9}$$

ni yozishimiz mumkin.

(1.1.7) tenglamaning ikkinchi integralidagi hozircha α konstanta (yoki keyk qatlam siqiluvchi emas) ekanligidan, α va p_ℓ orasidagi bog'lanishni bilish talab qilinadi. Bu mulohazalardan quyidagini yozamiz:

$$\int_{p_0-\Delta p_0}^{p_0}\left(\frac{1}{\alpha}\right)dp_\ell = \left(\overline{\frac{1}{\alpha}}\right)\Delta p_c \qquad (1.1.10)$$

Bu erda $\left(\overline{\frac{1}{\alpha}}\right)$ -$\frac{1}{\alpha}$ ning muhim o'rtacha qiymati. p_ℓ tanlangan diapozoni $p_0-\Delta p_0$ dan p_0 gacha. Agar (1.1.10) tenglama matematik korrekt tenglama bo'lsa, unda α p_ℓ dan bog'liq bo'lmasdi. (1.1.10) tenglama $\left(\overline{\frac{1}{\alpha}}\right)$ filtrlash ekspremental natijalardan aniqlanadi. Bu fikrdan keyk- qatlam xarakteristikasidagi strukturasi to'xtalmasligini bildiradi. α ning har xil qiymatlaridan, bu miqdor keyk – qatlam zichligidan va keyk – qatlam fazosidagi kompressiya bosim funksiyasidan bog'liq bo'ladi.

Kompressiya bosimi nima ?

Filtrlash jarayonida hosil bo'ladi va u suyuqlik oqimi bo'lmaganda keyk – qatlamning ta'sir itarish kuchi keyk – qatlam zarrachalari ta'sirida bosim - kompressiv bosim p_s ni beradi. Bu gipotezani birinchi marta deyarli etmish yil oldin Valkir (Walker 1973) tomonidan kiritilgan Tien (Tien 2001) keyk - qatlam hosil bo'ladigan filtrlashni ko'rsatib bergan.

Agar suyuqlik bosimi p_ℓ, keyk – qatlam kompressiv bosim p_s bo'lsa, quyidagi ifoda ko'rinishida bog'langan

$$\frac{\partial p_\ell}{\partial p_s} = f'(\varepsilon_s) \qquad (1.1.11)$$

(1.1.11) tenglamadan foydalanib, (1.1.7) tenglamaning ikkinchi integralini quyidagicha yozib olamiz

$$\int_{p_0-\Delta p_0}^{p_0}\left(\frac{1}{\alpha}\right)dp_\ell = \int_0^{p_{sm}}(-f')\left(\frac{1}{\alpha}\right)dp_s \qquad (1.1.12)$$

Keyk – qatlam kompressiv bosimi keyk – qatlam/ suspenziya chegarasida bo‘lmaydi. Keyk – qatlam kompressiv bosimi keyk - qatlam/to‘siq chegarasida p_{sm} ga teng.

(1.1.12) tenglamadan quyidagini yozamiz

$$\int_{p_0-\Delta p_0}^{p_0}\left(\frac{1}{\alpha}\right)dp_\ell=\int_0^{p_{sm}}(-f')\left(\frac{1}{\alpha}\right)dp_s=\frac{\Delta p_s}{[\alpha_{av}]p_{sm}} \qquad (1.1.13)$$

va

$$[\alpha_{av}]=\frac{\dfrac{\Delta p_s}{p_{sm}}}{\dfrac{\int_0^{p_{sm}}(-f')\left(\frac{1}{\alpha}\right)dp_s}{p_{sm}}} \qquad (1.1.12)$$

(1.1.10) va (1.1.13) tenglamalarning ma’nosi bir-biriga yaqinligini ko‘rsatadi. $f'=-1$ bo‘lgan holda bu tenglamalar bir xil bo‘lib qoladi. Biroq (1.1.13) tenglamadan α_{av} fizik mohiyatini olish mumkin. (1.1.10) tenglamadan esa buni olalmaymiz. Keyk – qatlam strukturasi kompressiv bosimdan bog‘liq kompakt ifoda darajasidan bog‘liqligini ko‘rish mumkin. α p_s ning funksiyasi bo‘lishini ko‘rish mumkin. Bu bog‘lanishdan keyk – qatlamda turli darajadagi kompressiv va ifodalangan o‘tkazuvchanglik va g‘avoklikdan bog‘liqligini ko‘rish mumkin. α ning p_s dan bog‘liqligini, p_ℓ va p_s orasidagi bog‘lanishni aniqlagandan so‘ng α_{av} ni (1.1.13) tenglamadan ifodalash mumkin bo‘ladi. (1.1.13) va (1.1.10) tenglamalarning aniq fundamental farqini keyk – qatlam filtrlash jarayonidan tez – tez aniqlash mumkin emas.

(1.1.7) va (1.1.13) tenglamalar kombinatsiyasidan

$$q_\ell=\frac{1}{\mu}\frac{\Delta p_s}{w[\alpha_{av}]p_{sm}} \qquad (1.1.14)$$

olamiz. To‘siq kengligi bo‘yicha tarqalishdan q_ℓ uchun quyidagi munosabatni olamiz:

$$q_\ell = \frac{\Delta p_m}{\mu R_m} \qquad (1.1.15)$$

Bu erda R_m - to‘siq qarshiligi.

(1.1.14) va (1.1.15) tenglamalar kombinatsiyasidan quyidagi natijani olamiz

$$q_\ell = \frac{\Delta p_c + p_m}{\mu\{w[\alpha_{av}] + R_m\}} = \frac{p_0}{\mu\{w[\alpha_{av}]p_{sm} + R_m\}} \qquad (1.1.16)$$

Bu tenglam ananaviy keyk – qatlam filtrlash nazariyasining boshlang‘ich tenglamasidir.

Bu oddiy holatda oniy filtrlash sarfi (q_ℓ) amaliy bosim p_0 ga to‘g‘ri proporsional va keyk – qatlam va to‘siq qarshiligidan tashkil topgan oqim qarshiligiga teskari proporsional (1.1.16) tenglamadan ananaviy nazariyaning boshlang‘ich no‘qtasini boshlagan.

1.2. Suspenziyalarni filtrlash turlari

Suspenziyalarni filtrlashning asosan suyuqlikdan qattiq zarralarni ajratib olishdir. Suspenziyalarni ajratish jarayonida faqat filtrlash emas, balki sedimentatsiya, flokulyasiya va boshqa jarayonlar ham bo‘ladi[1]. Suspenziyalarni ajratish jarayonini bir nechta etaplarga bo‘lishimiz mumkin. Filtrlash tiplari ham har hil bo‘ladi: patronli (patronnos), markaziy figura (sentrifugovoe), tupikli (tupikovoe), granulyar (granulyarnoe), ipakli (tkanevoe), ko‘ngdalang oqimli (poperechno potokovoe), vakuumli (vakuumnoe) va boshqa turlari. Qattiq zarralarga ajratishning asosiy mexanizmidan filtrlash jarayonlarini klassifikatsiyalarga ajratish mumkin. Umumiy holda suspenziyalarni filtrlash ikki usulga ajratish mumkin: *filtr ustida qattiq zarralarning o‘tirib qolish va filtrning g‘ovak fazosiga qattiq zarralarning o‘tirib qolishi.* SHunga mos filtrlash jarayoni ikkita tipga ajratish mumkin.

1) **Filtr ustida cho‘kmaning hosil bo‘lish**
2) **Filtr ichidagi g‘ovak hajmida qattiq zarralarning o‘tirib qolishi.**

Filtr ustida cho'kma qatlamining hosil bo'lishida suspenziya tarkibidagi qattiq zarralarning o'rtacha o'lchamining to'siq g'ovakli orasida munosabatga bog'liqdir. Bir qancha empirik qonuniyatlarga asosan, filtr ustida cho'kma qatlamining hosil bo'lishi uchun suspenziyadagi qattiq zarralar o'lchami tusiq o'rtacha g'ovakligidan $1/3$ marta katta bo'lishi kerak ekan. Bu qonuniyat shartli ravishda qabul qilingan bo'lsada, lekin ko'pgina ekperimental tadqiqotlar bu holatni tasdiqlaydi.

Filtrlash jarayonida suspenziyalar filtrda harakatlanadi va g'ovak hajmda qattiq zarralar ushlanib qoladi. Natijada filtrdan chiqishda qattiq zarrasiz yoki g'ovaklikdan kichik hajmdagi toza filtratni (tozalangan suspenziyani) olish mumkin.

Filtr sirtida cho'kmaning hosil bo'lishidagi filtrlash jarayonida filtrlanmoqchi bo'lgan suyuqlik bo'ylama va ko'ndalang yo'nalishda filtrga tushishi mumkin. Birinchi holda suyuqlik filtrdan berilgan bosim ta'sirida yoki gravitatsion kuch hisobida o'tadi. Ikkinchi holda esa tushayotgan suyuqlik filtrning ko'ndalang yo'nalishi bo'yicha o'tadi, ya'ni filt sirtiga nisbatan oqim urinma yo'nalishda oqadi. Ananaviy press-filtrlar va barabanli filtrlarda birinchi tip filtlash realizatsiya qilinadi, hozirgi vaqtda zamonaviy membranli filtrlarda ko'ngdalang oqimdan foydalaniladi. Cho'kma qatlami hosil bo'ladigan filtrlashda odatda yuqori konsentratli suspenziyalar ajratiladi, filtr sirtida cho'kma qatlami hosil bo'lmaydigan filtrlashda esa kam konsentratli suspenziyalar ajratiladi.

Suspenziyalarni filtrlashda tusiq teshiklaridan katta o'lchamli zarrachalar boshlangich paytda bir xil tarqalgan keyk-qatlam hosil qiladi va tusiq teshiklaridan kichik o'lchamli zarralar filtr sohasiga kiradi. Bu ikki xil jarayonlar ham filtrlash tiplari sanaladi.

Filtrlash jarayoni boshlanishida keyk –qatlam hosil bo'lmaydi keyingi stadiyalarda esa filtrga kirish qismida zich cho'kma qatlam hosil bo'ladi, bu biz qaramoqchi bo'lgan keyk – qatlam bo'ladi.

1.3. Keyk – qatlam hosil bo‘ladigan filtrlash modeli

Suspenziyalarda zarralarning ushlanib qolish mexanizmiga bog‘liq filtrlash qonunlari keltirib chiqarishning bir nechta munosabatlari keltirilgan. Filtrlash jarayonida zarralarning ushlanib qolish mexanizmini 4 ta qismga bo‘linadi:

1) Tusiq g‘ovaligini to‘liq blokirovka qilish mexanizmi. Bunda har bir ushlanib qolayotgan zarralar filtr tusig‘ining g‘ovak qatlamiga to‘liq kirib qoladi. Filtr ustida cho‘kma hosil bo‘lmaydi.
2) Tusiq g‘ovaligini o‘rtacha blokirovka qilish mexanizmi. Bunda suspenziyadagi qattiq zarralarning g‘ovaklikni blokirovka qilish ehtimolligiga nisbatan olinadi.
3) Tusiq g‘ovakligini standart bekilib(tusilib) qolishi mexanizmi. Bunda tusiq g‘ovakligining kesimidan kichik bo‘lgan zarralar ushlanib qoladi.
4) Keyk-qatlam hosil bo‘ladigan mexanizm. Bunda filtr ustida cho‘kma qatlamining ushlanib qolgan zarralar hosil qiladi.

Bu ko‘rilgan zarralarning ushlanib qolish mexanizmlariga mos filtrlashning dinamikasining qonuni quyidagicha yozishimiz mumkin:

$$\frac{d^2t}{dV^2} = K\left(\frac{dt}{dV}\right)^k , \qquad (1.3.1)$$

bu erda V - o‘zgarmas bosimda t vaqt birligida filtr birlik sirti orqali o‘tgan suyuqlik sarfi. K va k koeffitsentlar o‘zgarmas kattaliklar.

Yuqorida keltirilgan filtrlash mexanizmlariga mos k ko‘rsatkich quyidagicha qiymatlrga mos keladi [1]:

1) $k = 2$;
2) $k = 1,5$;
3) $k = 1,0$;
4) $k = 0$.

Ko’pgina adabiyotda g tasdiqlashicha (1.3.1) qonun faqat filtrlash jarayoning boshlang‘ich holatida bajariladi. Zarralarning filtrda ushlanib qolishi zarra o‘lchami va tusiq g‘ovakligi o‘lchami munosablarida bog‘likdir. SHu sababli suspenziyadagi zarra o‘lchamlari va tusiq g‘ovakligi o‘lchamlarining o‘zgarishi katta diapozonda yuz berganlidan, filtrlash mexanizmini zarralarning ushlanib qolish tiplariga ajratish qiyindir.

1.4. Keyk – qatlam hosil bo‘ladigan filtrlash tenglamalari

Eni biz suspenziyalarni filtrlash va keyk – qatlamning o‘sishi tenglamalarining keltirib chiqarishni qaraymiz. Bu tenglamalar Darsi qonunidan keltirib chiqariladi. Bunda keyk – qatlamda qattiq zarralarga suyuqlikning o‘zaro ta’sir kuchini va nyuton tipida bo‘lmagan suspenziyalarni qaraymiz.

Keyk – filtrlash tenglamasini keltirib chiqarish

Keyk – qatlam hosil bo‘ladigan filtrlashda muhit suspenziya fazasi bo‘ladi, ya’ni suyuqlik va qattiq zarralar bor bo‘lgan aralashma. Shunday qilib, suspenziya ikki fazali suyuqlik ekan. Filtrlash tenglamalari keltirib chiqarishda bu fazalar kontinuum sifatida qaraladi, ya’ni suspenziya o‘zaro bir – biriga kirishib ketgan ikkita fazani o‘zida mujassam qilgan. SHunday qilib filtrlashning har bir sohasidagi har bir nuqta ikkita filtrlash va girodinamik xarakteristikalarni keltirilib chiqaradi: filtrlatsiya tezligi, g‘ovaklik, bosim va boshqalar.

Hajmiy g‘rtachalash filttrlash tenglamasi quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$\rho_i \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial t} = -\rho_i \nabla \cdot \varepsilon_i u_i + m_i , \qquad (1.4.1)$$

$$\rho_i \varepsilon_i \frac{Du_i}{Dt} = -S_i + W_i + F_{ji} \ , \qquad (1.4.2)$$

bu erda $\frac{D}{Dt}$ - substansional hosila. i indeks: l -suyuqlik fazasini, s - qattiq zarra fazamini bildiradi, ε_i - i-fazaning g‘ovakligi (quyidagi belgilashni kiritamiz: ε_s

g‘ovaklikni bildirmaydi, balki ajratilgan hajmdagi qattiq zarralarning hajmini aniqlaydi. Agar shunday deb atasak u holda “qattiq zarralarning tashkil etganlik parametri” desak aniqroq bo‘lar edi deb o‘ylayiz [4]), u_i - i-fazaning o‘rtacha massali tezligi, S_i- i fazaga ta’sir qilayotgan ishqalanish sirt kuch, W_i - S_i- i fazaga ta’sir qilayotgan hajmiy kuch, F_{ji}- j fazadan i fazaga o‘zaro ta’sir qilayotgan ta’sir kuchi, m_i - i fazaning massa ko‘chishining intenivligi

Bir o‘lchamli hol uchun quyidagilarni kirtamiz $u_\ell = q_\ell / \varepsilon,\ u_s = q_s / \varepsilon_s$ (bu erda va keyin ε_ℓ ni ε g‘ovaklik deb kiritamiz), $\varepsilon + \varepsilon_s = 1$, massa ko‘chishining hisobga olmasak (3.1.1) tenglamani quyidagi ko‘rinishda yozamiz:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = -\frac{\partial q_\ell}{\partial x} \quad 0 < x < L(t), \tag{1.4.3}$$

$$\frac{\partial \varepsilon_s}{\partial t} = -\frac{\partial q_s}{\partial x}, \tag{1.4.4}$$

bu erda $L(t)$ - keyk-qatlam qalinligi.

(1.4.3) va (1.4.4) tenglamalarni biridan ikkinchisina ayirib

$$\frac{\partial}{\partial x}(q_\ell + q_s) = 0$$

ni olamiz yoki

$$q_\ell + q_s = \text{const} = q_{\ell m}\,, \tag{1.4.5}$$

bu erda $q_{\ell m}$ - filtratsiyaning umumiy tezligi.

Filtrlash sxemasi 2-rasmda keltirilgan

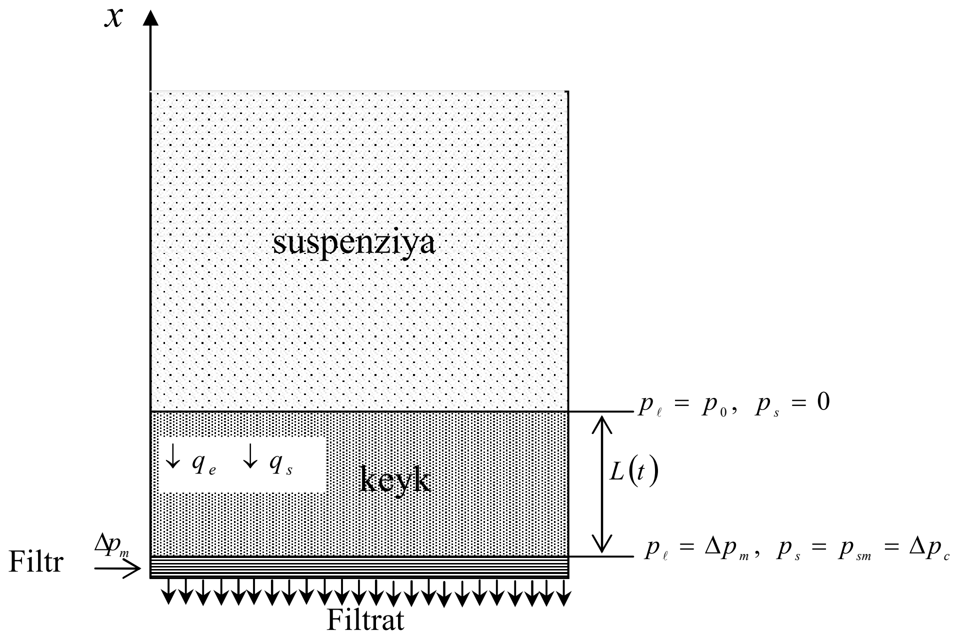
(1.4.2) tenglamada inersion effektlarni va hajmiy kuchlarni e’tiborga olsak va (1.4.2) tenglamalarni qo‘shib, $F_{ji} = -F_{ij}$ ekanligi e’tiborga olib quyidagi olamiz:

$$S_\ell + S_s = 0. \tag{1.4.6}$$

S_i kuchni T_i kuchlanish tenzori orqali ifodalasak

$$T_i = p_i E + \tau_i \quad , \tag{1.4.7}$$

ko‘rinishda bo‘ladi. bu erda p_i - i fazaning izotropik bosimi (xususiy holda p_s - «kompressirlangan bosim» degan termin bilan ham ataladi), E - birlik tenzor, τ_i - i fazaning kuchlanish urinma tenzor.



2-rasm. *Keyk – qatlam hosil bo‘ldigan filtrlash sxemasi*

S_i va T_i orasida bog‘liqliklar turli xil bo‘ladi

$$S_i = \nabla T_i, \; \nabla \varepsilon_i T_i, \; \varepsilon_i \nabla T_i. \tag{1.4.8}$$

Umuman qattiq zarralar uchun quyidagi bog‘lanishlarni taklif qilish mumkin

$$S_s = \varepsilon_s \left(\nabla \cdot T_\ell + \nabla \cdot T_s \right) \text{ yoki } \; \varepsilon_s \nabla \cdot T_\ell + \nabla \cdot T_s. \tag{1.4.9}$$

S_i va T_i orasidagi turli bog‘lanishlarda foydalanib (1.4.6) dan har xil natijalarni olishimiz mumkin. Kuchlanish kuchini e’tiborga olmay quyidagi turlarni qarash mumkin[6]

1-tip: $dp_\ell + dp_s = 0$, (1.4.9a)

2 - tip: $\left(1 - \varepsilon_s\right) dp_\ell + dp_s = 0$, (1.4.9b)

3- tip: $\left(1 - \varepsilon_s\right) dp_\ell + \varepsilon_s dp_s = 0$, (1.4.9v)

4 - tip: $d\left[\left(1 - \varepsilon_s\right) p_\ell\right] + d\left[\varepsilon_s p_s\right] = 0.$ (1.4.9g)

Na granitsax keyk-qatlamdagi chegaraviy shartlarni quyidagicha kiritamiz: keyk – qatlamning yuqori chegarasi $x = L$ da $p_\ell = p_0$, keyk – qatlamning qo‘yi chegarasi $x = 0$ da $p_\ell = \Delta p_m$, bu erda Δp_m - filtr elementi orqali o‘tgan suspenziyadagi bosimlar farqi.

(1.4.9a) - (1.4.9g) tengliklarda quyidagini olamiz:

$$\frac{\partial p_\ell}{\partial p_s} = f', \tag{1.4.10}$$

bu erda

$$f' = -1, \quad 1 \text{ – tip uchun}, \tag{1.4.10a}$$

$$f' = -\frac{1}{1-\varepsilon_s}, \quad 2 \text{ – tip uchun}, \tag{1.4.10b}$$

$$f' = -\frac{\varepsilon_s}{1-\varepsilon_s}, \quad 3 \text{ – tip uchun}, \tag{1.4.10v}$$

$$f' = \frac{\left(1-\varepsilon_s^0\right)p_0 - p_s}{\left(1-\varepsilon_s\right)^2}\frac{d\varepsilon_s}{dp_s} - \frac{\varepsilon_s}{1-\varepsilon_s}, \quad 4 \text{ – tip uchun}. \tag{1.4.10g}$$

Filtratsiya tezligiga $q_{\ell s}$ nisbatan umumlashgan Darsi qonuni ifodasini quyidagicha yozamiz:

$$\frac{q_{\ell s}}{\varepsilon} = \frac{q_\ell}{\varepsilon} - \frac{q_s}{\varepsilon_s} = -\frac{1}{\varepsilon}\frac{k}{\mu}\frac{\partial p_\ell}{\partial x}, \tag{1.4.11}$$

Tezlik $q_s = 0$ da Darsi oddiy qonuni boshqa shaklga aylanadi.

(1.4.5) dan $x = 0$ bo‘lganda $q_s = 0$ ekanligi e’tiborga olsak,

$$q_\ell + q_s = q_{\ell m} = \left[-\frac{k}{\mu}\frac{\partial p_\ell}{\partial x}\right]_{x=0} = \frac{-p_{\ell m}}{\mu R_m}, \tag{1.4.12}$$

bo‘lishini olamiz. Bu erda $p_{\ell m}$ - filtrning qo‘yi chegarasi $x = 0$ bo‘lganda bosimi, R_m - filtrlash elementning nisbiy qarshiligi.

(1.4.12) munosabatni hisobga olsak (1.4.11) tenglamani quyidagi ko‘rinishda yozish mumkin

$$\frac{q_\ell}{\varepsilon} - \frac{q_{\ell m} - q_\ell}{\varepsilon_s} = \frac{-1}{\varepsilon}\frac{k}{\mu}\frac{\partial p_\ell}{\partial x}$$

yoki

$$\frac{q_\ell}{\varepsilon\varepsilon_s} = \frac{q_{\ell m}}{\varepsilon_s} - \frac{1}{\varepsilon}\frac{k}{\mu}\frac{\partial p_\ell}{\partial x}. \qquad (1.4.13)$$

(1.4.12) tenglamadagi $q_{\ell m}$ ifodasini (1.4.13) tenglamaga qo‘ysak quyidagini olamiz

$$q = -\varepsilon_s \frac{k}{\mu}\frac{\partial p_\ell}{\partial x} + (1-\varepsilon_s)\left[-\frac{k}{\mu}\frac{\partial p_\ell}{\partial x}\right]_{x=0}. \qquad (1.4.14)$$

Keyk – qatlam holatini ifodalovchi bir nechta prametrlar bor: ε_s - qattiq zarralardan tashkil topganlik parametri, k - o‘tkazuvchanglik, $\alpha = (k\varepsilon_s p_s)^{-1}$ - keyk – qatlamning solishtirma qarshiligi.

Bu parametlar $p_s$bosimning funksiyasi bo‘ladi:

$$\varepsilon_s = \varepsilon_s(p_s),$$
$$k = k(p_s),$$
$$\alpha = \alpha(p_s).$$

Xususiy holda, quyidagi darajali bog‘lig‘lanishlardan foydalanamiz [1]

$$\varepsilon_s = \varepsilon_s^0\left(1+\frac{p_s}{p_A}\right)^{\beta}, \qquad (1.4.15)$$

$$k = k^0\left(1+\frac{p_s}{p_A}\right)^{-\delta}, \qquad (1.4.16)$$

$$\alpha = \frac{1}{\varepsilon_s \rho_s k} = \frac{1}{\varepsilon_s^0 k^0 \rho_s}\left(1+\frac{p_s}{p_A}\right)^{\delta-\beta} = \alpha^0\left(1+\frac{p_s}{p_A}\right)^{n}, \qquad (1.4.17)$$

bu erda ε_s^0, k^0, α^0 - kattaliklar $p_s = 0$ bo‘lgandagi ε_s, k, α parametrlar mos qiymatlari, p_A - xarakteristik bosim, β, δ, $n = \delta - \beta$ - darajalar – o‘zgarmas kattaliklar. Bu uchta bog‘lanish (1.4.15) - (1.4.17) larning ikkitasi o‘zaro mustaqil. Bu parametrlar tajribalar asosida tadqiq qilingan aytib o‘tishimiz kerak.

(1.4.3), (1.4.10), (1.4.12), (1.4.14), (1.4.15), (1.4.16) bog‘lanishlardan foydalanib

$$\frac{\partial \varepsilon_s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left[\left(-f'\right)\frac{k^0}{\mu}\varepsilon_s\left(\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_s^0}\right)^{-\delta/\beta}\frac{\partial p_s}{\partial x}\right] - q_{\ell m}\frac{\partial \varepsilon_s}{\partial x}, \qquad (1.4.18)$$

ni oamiz. Bu erda $q_{\ell m}$ (1.4.12) munosabatda berilgan.

Bu (1.4.18) tenglama keyk – qatlam hosil bo‘lishi filtrlash tenglamasini ifodalaydi. Bu mos boshlang‘ich va chegaraviy shartlarning qo‘zg‘aluvchang chegara $x = L(t)$ ning aniqlangan chegarasi bilan birgalikda echiladi. Qo‘zg‘aluvchang chegara tenglamasini keltirib chiqarish uchun quyida to‘xtalamiz.

1.5. Keyk – qatlam qalinligining o‘sishi uchun tenglamani keltirib chiqarish

Qo‘zg‘aluvchang chegara $L(t)$ ning o‘sishi tenglamasini keltirib chiqaramiz. $L(t)$- filtrlash jarayonida va keyk – qatlam qalinligining o‘sishi hisobdan qo‘zg‘aluvchang chegara ortib borishini ifodalaydi. Qo‘zg‘aluvchang chegara keyk – qatlamda massa saqlanishi asosida, ya’ni suspenziya va keyk – qatlamning umumiy chegarasini aniqlaydi.

$x < L(t)$ bo‘lganda keyk - qatlamni, $x > L(t)$ bo‘lganda suspenziyani ifodalaydi. $q_\ell\big|_{L^+}$ va $q_\ell\big|_{L^-}$ orqali $x = L^+$ va $x = L^-$ bo‘lgandagi filtratsiya tezliklarini ifodalasin. $\varepsilon_s\big|_{L^+}$, $\varepsilon_s\big|_{L^-}$ esa qattiq zarralarning tashkil topganligini aniqlasin.

U holda qatlamning o‘sishini quyidagi ko‘rinishda yozamiz:

$$\frac{dL}{dt} = \frac{-q_\ell\big|_{L^+} - \left(-q_\ell\big|_{L^-}\right)}{\varepsilon_s\big|_{L^+} - \left(\varepsilon_s\big|_{L^-}\right)}. \qquad (1.5.1)$$

$x = L^-$ sirt ustida siqilayotgan zarralarning kuchlanishi nolga teng, shuning uchun $\varepsilon_s\big|_{L^-}$ ni ε_s^0 - qattiq zarralardan tashkil topganlik parametrining nolga teng bo'lgandagi kuchlanishiga teng deb olamiz. Ikkinchi tomondan $\varepsilon_s\big|_{L^+}$ suspenziyadagi qattiq zarralar konsentratsiyasi ε_{s_0} ga teng.

SHunday qilib, (3.1.19) tenglamani quyidagi ko'rinishda yozish mumkin

$$\frac{dL}{dt} = \frac{-q_\ell\big|_{L^+} - \left(-q_\ell\big|_{L^-}\right)}{\varepsilon_{s_0} - \varepsilon_s^0}. \tag{1.5.2}$$

(3.1.5) tengliklan quyidagi olamiz

$$q_\ell\big|_{L^+} + q_s\big|_{L^+} = q_\ell\big|_{L^-} + q_s\big|_{L^-} = q_{\ell m} = \left(-\frac{k}{\mu}\frac{\partial p_\ell}{\partial x}\right)_{x=0}. \tag{1.5.3}$$

$x = L^-$ bo'lgandagi (1.5.11) tenglik bilan aniqlanadigan tezlikka nisbatan Darsi qonuni

$$q_\ell\big|_{L^-} - \frac{1-\varepsilon_s^0}{\varepsilon_s^0} q_\ell\big|_{L^-} = \left[-\frac{k}{\mu}\frac{\partial p_\ell}{\partial x}\right]_{x=L^-}. \tag{1.5.4}$$

teng bo'ladi.

(1.5.3) tenglamadan quyidagi olamiz:

$$q_\ell\big|_{L^-} = -q_s\big|_{L^-} - \left(\frac{k}{\mu}\frac{\partial p_\ell}{\partial x}\right)_0. \tag{1.5.5}$$

(1.5.4) va (1.5.5) lardan foydalanib

$$q_\ell\big|_{L^-} = -\varepsilon_s^0\left(\frac{k}{\mu}\frac{\partial p_\ell}{\partial x}\right)_{L^-} - \left(1-\varepsilon_s^0\right)\left(\frac{k}{\mu}\frac{\partial p_\ell}{\partial x}\right)_{x=0}. \tag{1.5.6}$$

hosil qilamiz.

$x = L^+$ da suspenziya zarralari xuddi shunday tezlik bilan harakatlanadi, ya'ni

$$\frac{q_s\big|_{L^+}}{\varepsilon_{s_0}} = \frac{q_\ell\big|_{L^+}}{1-\varepsilon_{s_0}},$$

bundan

$$q_s\big|_{L^+} = \frac{\varepsilon_{s_0}}{1-\varepsilon_{s_0}} q_\ell\big|_{L^+}. \tag{1.5.7}$$

(1.5.7) tenglikni (1.5.3) ga qo‘yib quyidagi olamiz

$$q_s\big|_{L^+} = \left(1-\varepsilon_{s_0}\right)\left(-\frac{k}{\mu}\frac{\partial p_\ell}{\partial x}\right)_{x=0} . \tag{1.5.8}$$

(1.5.6) va (1.5.3) tengliklarni (1.5.1) tenglamaga qo‘yib, qo‘zg‘aluvchang chegara $L(t)$ uchun quyidagi tenglamani hosil qilamiz

$$\frac{dL}{dt} = \frac{\varepsilon_s^0}{\varepsilon_s^0 - \varepsilon_0}\left[\frac{k}{\mu}\frac{\partial p_\ell}{\partial x}\right]_{x=L^-} + q_{\ell m} . \tag{1.5.9}$$

Agar jarayon yangi filtrdan boshlansa, u holda boshlang‘ich shartni quyidagi ko‘rinishda tanlab olamiz,

$$L(0) = 0 . \tag{1.5.10}$$

Chegaraviy filtrlash shartlari berilgan p_0 bosim uchun

$$x = L \text{ chegarada } p_\ell = p_0,\ p_s = 0,\ \varepsilon_s = \varepsilon_s^0 \quad x = L , \tag{1.5.11a}$$

$$x = 0 \text{ chegarada } \quad -\frac{k}{\mu}\frac{\partial p_\ell}{\partial x} = \frac{-p_\ell}{R_m \mu} \quad \text{pri } \ x = 0 . \tag{1.5.11b}$$

Agar suyuqlik sarfi berilgan bo‘lsa,

$$x = L \text{ chegarada } \quad p_s = 0,\ \varepsilon_s = \varepsilon_s^0 \ \text{ pri } \ x = L , \tag{1.5.12a}$$

$$x = 0 \text{ chegarada } -\frac{k}{\mu}\frac{\partial p_\ell}{\partial x} = -\frac{-p_\ell}{R_m \mu} = \text{const} . \tag{1.5.12b}$$

O‘zgaruvchang bosimli filtrlash rejimi berilgan bo‘lsa,

$$x = L \text{ chegarada } p_\ell = p(t),\ p_s = 0,\ \varepsilon_s = \varepsilon_s^0 , \tag{1.5.13a}$$

$$x = 0 \text{chegarada } -\frac{k}{\mu}\frac{\partial p_\ell}{\partial x} = -\frac{p_\ell}{R_m \mu} \ \text{ pri } x = 0 . \tag{1.5.13b}$$

Shuni ta’kidlashimiz kerakki, berilgan tiplar (1.5.9a) - (1.5.9g) bog‘lanishdagi korrektiv natijalar beradi.

Filtrdan chiqishdagi berilgan bosimdagi filtrdan chiqayotgan suyuqlik sarfi $q_{\ell m} = \left[-\frac{k}{\mu}\frac{\partial p_\ell}{\partial x}\right]_{x=0}$ ga teng bo‘ladi, ya’ni vaqt funksiyasi bo‘ladi.

I-bob bo’yicha xulosa

Filtrdan chiqishda qattiq zarrasiz yoki g‘ovaklikdan kichik hajmdagi toza filtratni (tozalangan suspenziyani) olish mumkin.

Filtr sirtida keyk-qatlam hosil bo‘lishidagi jarayonida tozalanadigan suyuqlik bo‘ylama va ko‘ndalang yo‘nalishda filtrga tushishi mumkin. Birinchi holda suyuqlik filtrdan berilgan bosim ta’sirida yoki gravitatsion kuch hisobida o‘tadi. Ikkinchi holda esa tushayotgan suyuqlik filtrning ko‘ndalang yo‘nalishi bo‘yicha o‘tadi, ya’ni filt sirtiga nisbatan oqim urinma yo‘nalishda oqadi. Ananaviy press-filtrlar va barabanli filtrlarda birinchi tip filtlash realizatsiya qilinadi, hozirgi vaqtda zamonaviy membranli filtrlarda ko‘ngdalang oqimdan foydalaniladi. Keyk-qatlam hosil bo‘ladigan filtrlashda odatda yuqori konsentratli suspenziyalar ajratiladi, filtr sirtida keyk-qatlam hosil bo‘lmaydigan filtrlashda esa kam konsentratli suspenziyalar ajratiladi.

Suspenziyalarni filtrlashda tusiq teshiklaridan katta o‘lchamli zarrachalar boshlangich paytda bir xil tarqalgan keyk-qatlam hosil qiladi va tusiq teshiklaridan kichik o‘lchamli zarralar filtr sohasiga kiradi. Bu ikki xil jarayonlar ham filtrlash tiplari sanaladi.

Filtrlash jarayoni boshlanishida keyk –qatlam hosil bo‘lmaydi keyingi stadiyalarda esa filtrga kirish qismida zich cho‘kma qatlam hosil bo‘ladi, bu biz qaramoqchi bo‘lgan keyk – qatlamdir.

Shuning uchun keyk-qatlam hosil bo‘ladigan masallarni o‘rgnaish ancha muhim ekanligini ko‘rish mumkin.

II-BOB. KEYK-QATLAM HOSIL BO'LADIGAN SUSPENZIYALARNI FILTRLASH TENGLAMALARI SONLI ECHISH METODLARI

2.1. Koordinata to'r qo'zg'aluvchang front tugunini elib olish metodi.

Masalaning quylishi*:*

Bu metodni qullash uchun bir o'lchivli Stefan masalasini qaraylik.

$\Omega=(0,1)$ kesmani qaraylik, kesma $x=\eta(t)$ nuqtada (qo'zg'aluvchang chegara), $\eta(0)>0$ da ikkita yarim sohaga ajratilgan:

$$\Omega^+(t)=\{x|\,0<x<\eta(t)\}, \qquad \Omega^-(t)=\{x|\,\eta(t)<x<0\}.$$

Sodda hol uchun chegarada fazoviy almashinish nolga teng deb hisoblaymiz yaki $u^*=0$. Shuning uchun qattiq zarra fazosini Ω^- bilan, yani $u(x,t)<0$,suyuq fazani esa Ω^+ bilan yani deb qaraymiz.

U holda suyuq fazoda bir o'lchovli massa almashinish tenglamasi quyidagicha bo'ladi (bir o'lchovli sohada):

$$\frac{\partial u}{\partial t}-\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=0, \quad x\in\Omega^+(t), \; 0<t\le T. \tag{2.1.1}$$

(2.1.1) tenglamaga mos boshlang'ich shart

$$u(x,0)=u_0(x)\ge 0, \; x\in\Omega^+(t) \tag{2.1.2}$$

ko'rinishda berilgan bo'lsin.

Kesmaninga chap tomonida massa ko'chishi :

$$u(0,t)=g(t)>0, \; 0<t\le T \tag{2.1.3}$$

shartni qanoatlantirsin.

Fazoviy ko'chish quyidagi shartlarni qanoatlantirsin:

$$u(x,t)=0, \; x=\eta(t), \quad 0<t\le T, \tag{2.1.4}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x,t)=-\lambda\frac{d\eta}{dt}, \; x=\eta(t), \quad 0<t\le T. \tag{2.1.5}$$

Bu erda λ - fazoviy almashinish entalpiyasi deb yuritiladi.

(2.1.1)-(2.1.5) tenglamalar bosh’ang’ich va chegaraviy shartlar bilan berilgan Stefan masalasi formulasini beradi. Fazoviy o’tish chegara tezligi musbat ($v_n = \dfrac{d\eta}{dt}$) va u suyuq fazoga qarab oshib boradi.

$\eta(t)$ monotong o’suvchi funksiya va parabolik tenglama uchun maksimumlik shartini qanoatlantiradi.

Endi (2.1.1)-(2.1.5) tenglamalar uchun sonli metodlarning bir nechtasini qullab ko’ramiz.

Bir o’lchamli (2.1.1) – (2.1.5) tenglamalarni sonli echish masalasini qaraylik. Qo’zg’aluvchang chegara suyuq fazoga qarab harakatlansin.

Ω sohaga h tekis qadamli to’r keritamiz :

$\varpi = \{x \mid x = x_i = ih,\ i = 0,1,...,N,\ Nh = 1\}.$

va ω- ichki tugunlar to’plami bo’lsin. Vaqt bo’yicha esa notekis to’r kiritamiz

$\omega_\tau = \{t \mid t = t_n = t_{n-1} + \tau_n,\ t_0 = 0,\ n = 1,2,...,N,\ t_N = T\}$

$\tau_n > 0$ o’zgaruvchang vaqt qadami.

τ_{n+1} vaqt qadamini quyidagicha tanlab olinadi: bu vaqt intervalida (t_n dan t_{n+1} gacha) qo’zg’aluvchang chegara koordinata to’rida bir qadamga siljiydi, yani vaqt bir qadamga siljiganda koordinata qadamining keyingi qadami topib olinadi.

Bu jarayonni quyidagicha ko’rsatish mumkin, boshlang’ich soha $\Omega^+(0)$ ω to’rning bir qismini egallasin va bu sohani biz $\omega_0^+ \left(\omega_0^+ \subset \omega\right)$ bilan belgilaymiz. t_n uxtiyoriv vaqt momentida qo’zg’aluvchang soha $\Omega^+(t_n)$ ω_n^+ deb belgilab boriladi, va hakoza har bir to’r $\omega_n^+ \subset \omega_{n+1}^+$ shart ko’rinishida tanlab borilaveradi. Bu to’rning dinamik tuguni $x = \eta(t_n) = i_n h$ ko’rinishda aniqlanadi.

(2.1.1) tenglamaga mos oshkormas chekli ayirma sxemasi quysak quyidagi ko’rinishda bo’ladi:

$$\frac{y_{n+1} - y_n}{\tau_{n+1}} + \Lambda y_{n+1} = 0,\quad x \in \omega_{n+1}^+,\quad n = 0,1, \qquad (2.1.6)$$

bu erda

$$\Lambda y = -y_{\bar{x}x}.$$

(2.1.2) boshlang'ich shart approksimatsiyasi quyidagicha bo'ladi:

$$y_0(x) = u_0(x), \quad x \in \omega_0^+. \qquad (2.1.7)$$

(2.1.3), (2.1.4) chegaraviy shartlardagi funksiyalarni quyidagi to'r funksiyalar bilan almashtiramiz:

$$y_{n+1}(0) = g(t_{n+1}), \qquad (2.1.8)$$

$$y_{n+1}(x) = 0, \;\; x = i_{n+1}h. \qquad (2.1.9)$$

Endi esa faqatgina (2.1.5) shart qoldi. Bitta tugunning o'zgarish fronti qabul qilingan metodga mos quyidagicha tanlab olamiz:

$$\frac{d\eta}{dt} \approx \frac{h}{\tau_{n+1}}.$$

(2.1.5) shart approksimatsiya echimini h ning ikkinchi tartibini saqlab qolib quyidagi tanglamani hosil qilamiz:

$$\frac{y_{n+1}(x) - y_n(x)}{h} + \frac{\lambda h + 0{,}5\left(y_{n+1}(x) - y_n(x)\right)}{\tau_{n+1}} = 0, \;\; x = i_{n+1}h. \qquad (2.1.10)$$

Shunday qilib, (2.1.1)-(2.1.5) ayirmali sxema (2.1.6)-(2.1.10) differernsial tenglamani $O\left(\tau + h^2\right)$ aniqlik bilan appoksimatsiyalaydi.

Shunday qilib (2.1.6), (2.1.7)-(2.1.10) tenglamalarning echini yangi vaqt qatlamlarida topilga y_{n+1} va vaqt qadami τ_{n+1} bo'yicha topilib boradi. Berilgan τ_{n+1} bo'yicha ayirmali echimlar (2.1.6), (2.1.7), (2.1.8) chegaraviy shartlardan yoki aralash chegaraviya masalalar (2.1.1), (2.1.9), (2.1.10) dan topiladi .

Chiziqlimas (2.1.6)-(2.1.10) algebraik tenglama echimlari uchun har bir yangi vaqt qatlami $t = t_{n+1}$ da iteratsiya jarayonita topilib boradi. Vaqt qadami oldingi qadam bilan iteratsiaya ko'rinishida τ_{n+1} lar topiladi.

Agar τ_{n+1}^0 boshlang'ich yaqinlashish berilgan bo'lsin (masalan, $\tau_{n+1}^0 = \tau_n$ ga teng desak). Berilgan τ_{n+1}^k ga mos taqribiy echim y_{n+1} uchun quyidagi chiziqli ayirmali masalani echishga to'g'ri keladi:

$$\frac{y_{n+1}^k - y_n^k}{\tau_{n+1}^k} + \Lambda y_{n+1}^k = 0, \quad x \in \omega_{n+1}^+, \; n = 0,1,$$

$$y_{n+1}^k(0) = g(t_{n+1}),$$

$$y_{n+1}^k(x) = 0, \quad x = i_{n+1}h. \tag{2.1.12}$$

Bu masalani echish algoritmi uch deoganalli progonka metodi yordamida echiladi.

(2.1.10) ayirmali munosabatdan vaqt qadamini aniqlash mumkin. Soddda ko'rinishda quyidagicha bo'ladi:

$$\tau_{n+1}^{k+1} = \left(\lambda h + 0,5\left(y_{n+1}^k(x) - y_n^k(x)\right)\right)\left(\frac{y_{n+1}^k(x) - y_{n+1}^k(x-h)}{h}\right)^{-1}, \quad x = i_{n+1}h. \tag{2.1.13}$$

Bunday taqribiy ketma-ketlikni topilshda relaksion parametrli iteratsidan foydalanil topamiz.

Frontni elib olish metodi har bir to'rning fiksirlangan koordinatasi amalgam oshirilib boradi

2.2. Frontni to'g'irlash metodi

(2.1.1)-(2.1.5) bir o'lhamli masala uchun x o'zgaruvchi o'rnida yangi bog'liq bo'lmagan ξ ni qo'yamiz. Bu kiritilgan yangi o'zgaruvchi fiksirlangam sohaga o'tkazadi deb faraz qilamiz. (2.1.1)-(2.1.5) masalani quyidagi almashtirish olamiz

$$x = \xi\eta(t). \tag{2.2.1}$$

Yangi o'zgaruvchi ξ fiksirlangan kesma 0 dan (kesmaning chap tomoni $x = 0$) 1 gacha (fazoviy o'tish chegarasi $x = \eta(t)$) o'zgaradi.

(2.1.1)-(2.1.5) Stefan masalasi yangi (ξ, t) o'zgaruvchi kiritganda quyidagi ko'rinishga keladi. Agar

$$u(x,t) = v(\xi,t),$$

U holda (2.2.1) ga asosan

$$\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{1}{\eta(t)}\frac{\partial v}{\partial \eta},\quad \frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial v}{\partial t}-\frac{\xi}{\eta(t)}\frac{\partial \eta}{\partial t}\frac{\partial v}{\partial \xi}$$

ni olamiz.

(2.1.1) tenglama esa quyidagi ko'rinishga keladi

$$\eta^2(t)\frac{\partial v}{\partial t}-\xi\eta(t)\frac{\partial \eta}{\partial t}\frac{\partial v}{\partial \xi}-\frac{\partial^2 v}{\partial \xi^2}=0,\ \ 0<\xi<1,\ \ 0<t\le T. \qquad (2.2.2)$$

Boshlang'ich shart (2.1.2)

$$v(\xi,0)=u_0(\xi\eta(0)), \qquad (2.2.3)$$

ko'rinishga keladi.

(2.1.3), (2.1.5) chegaraviy shartlarni esa quyidagi ko'rinishda yozish mumkin

$$v(0,t)=g(t)>0, \qquad (2.2.4)$$

$$v(1,t)=0,\ \ 0<t\le T, \qquad (2.2.5)$$

$$\frac{\partial v}{\partial \xi}(1,t)=-\lambda\eta(t)\frac{d\eta}{dt},\ \ 0<t\le T. \qquad (2.2.6)$$

Olingan (2.2.2)-(2.2.6) chegaraviy masalaladagi $v(\xi,t)$ va $\eta(t)$ lar chiziqli emas, lekin berilgan (2.2.2)-(2.2.6) masaladan o'rilgan $0<\xi<1$ fiksirlanga sohada qaraladi.

(2.2.2)-(2.2.6) masalalarni sonli echish uchun yangi o'rgaruvchi bo'yicha ariymasi metoddan foydalanamiz (2.2.2) tenglamani notekis

$$\varpi=\{\xi|\,\xi=\xi_i=ih,\ i=0,1,...,N,\ Nh=1\}$$

tor'da appoksimatsiyalaymiz va quyidagicha yozib olamiz

$$\theta_{n+1}\frac{y_{n+1}-y_n}{\tau}-\xi\frac{\theta_{n+1}-\theta_n}{2\tau}\frac{y_{n+1}(\xi+h)-y_{n+1}(\xi-h)}{2h}+\Lambda y_{n+1}=0, \qquad (2.2.7)$$

$$\xi\in\omega,\ n=0,1,...,$$

bu erda $\theta=\eta^2(t)$.

Ayirmali (2.2.7) tenglamaning qo'shimcha shartlari

$$y_0(\xi)=u_0(\xi\eta(0)),\ \ \xi\in\omega, \qquad (2.2.8)$$

$$y_{n+1}(0)=g(t_{n+1}),\ \ n=0,1,.., \qquad (2.2.9)$$

$$y_{n+1}(1)=0\,,\; n=0,1,... \tag{2.2.10}$$

ko'rinishda ayniqlanadi.

(2.2.2) va (2.2.6) larda $\xi=1$ da quyidagi tenglik bajariladi

$$\eta^2(t)\frac{\partial v}{\partial t}+\frac{\lambda}{4}\left(\frac{d\eta^2}{dt}\right)^2-\frac{\partial^2 v}{\partial\xi^2}=0,\quad \xi=1,\quad 0<t\le T\,.$$

(2.2.7) tenglamaning echimini chegaraviy shart h ning ikkinchi tartibi bo'yicha approksimatsiyalash mumkin

$$\frac{y_{n+1}(\xi)-y_{n+1}(\xi-h)}{h}+\lambda\frac{\theta_{n+1}-\theta_n}{2\tau}+\frac{h}{2}\left[\theta_{n+1}\frac{y_{n+1}-y_n}{\tau}+\frac{\lambda}{4}\left(\frac{\theta_{n+1}-\theta_n}{\tau}\right)^2\right]=0 \tag{2.2.11}$$

$$\xi=1\,,\;\; n=0,1,...$$

Bu oligan ohirgi tenglikni husoblash masalani echish mumkin

2.3. Progonka usuli

Quyidagi

$$Lu=u''+p(x)u'+q(x)u=f(x), \tag{2.3.1}$$

tenglamaning

$$\begin{aligned} l_0y&=c_1y(a)+c_2y'(a)=c,\\ l_1y&=d_1y(b)+d_2y'(b)=d. \end{aligned} \tag{2.3.2}$$

shartlarni qanoatlantiruvchi echimini topish talab etilgan bo`lsin.

Masalani sonli yechish izlanayotgan *u(x)* haqiqiy echimning $x_0, x_1, x_2,..., x_n$ nuqtalardagi $y_0, y_1,...y_n$ taqribiy qiymatlarini topishdan iborat. x_i, nuqtalar to`r tugunlari deb ataladi. Bir-biridan bir xil uzoqlikda joylashgan tugunlar sistemasidan hosil bo`lgan quyidagi tekis to`rni qo`llaymiz

$$x_i=x_0+ih,\quad i=0,1,2,...,n.$$

Bundan

$$x_0=a,\; x_n=b,\; h=(b-a)/n.$$

h – kattalik to`r qadami.

Quyidagi belgilashlarni kiritamiz

$$p(x_i)=p_i, \qquad q(x_i)=q_i, \qquad f(x_i)=f_i,$$

$$y(x_i)=y_i, \qquad y'(x_i)=y_i', \qquad y''(x_i)=y_i''.$$

$y'(x_i)$ va $y''(x_i)$ larni har bir ichki tugunda ayirmali markaziy hosilalar yordamida approksimatsiyalaymiz

$$y'(x_i)=\frac{y_{i+1}-y_{i-1}}{2h}+O(h^2),$$

$$y''(x_i)=\frac{y_{i+1}-2y_i+y_{i-1}}{h^2}+O(h^2).$$

Kesma oxirilarida bir tomonlama ayirmali iosilalarni qo`llaymiz

$$y_0'=\frac{y_1-y_0}{h}+O(h), \qquad y_n'=\frac{y_n-y_{n-1}}{h}+O(h).$$

Bu formulalarni qo`llab (2.3.1), (2.3.2) berilgan masala ayirmali approksimatsiyasini hosil qilamiz:

$$\begin{cases} \dfrac{y_{i+1}-2y_i+y_{i-1}}{h^2}+p_i\,\dfrac{y_{i+1}-y_{i-1}}{2h}+q_i\,y_i=f_i, \qquad i=\overline{1,n-1}, \\ c_1\,y_0+c_2\,\dfrac{y_1-y_0}{h}=c, \\ d_1y_n+d_2\,\dfrac{y_n-y_{n-1}}{h}=d. \end{cases}$$

(2.3.3)

Izlanayotgan echimning $y_0, y_1, \ldots, y_n$ taqribiy qiymatlarini topish uchun (2.3.3) $n+1$ noma`lumli $n+1$ ta chiziqli tenglamalar sistemasini echish zarur. Bu sistemani CHATS ni echishning biron bir standart usullari yordamida echish mumkin. Ammo (2.3.3) tenglamalar koeffitsientlaridan tuzilgan matritsa uch dioganallidir, shuning uchun uni echishda *progonka usuli* deb ataluvchi maxsus usulni qo`llaymiz.

(2.3.3) sistemani quyidagi tarzda yozamiz

$$\begin{cases} \beta_0 y_0 + \gamma_0 y_1 = \varphi_0 \\ \alpha_i\, y_{i-1} + \beta_i y_i + \gamma_i y_{i+1} = \varphi_i, \qquad i = 1, 2, ..., n-1, \\ \alpha_n y_{n-1} + \beta_n y_n = \varphi_n, \end{cases} \tag{2.3.4}$$

bunda $\beta_0 = c_1 h - c_2$, $\gamma_0 = c_2$, $\gamma_0 = s_2$, $\varphi_0 = hs$, $\varphi_1 = f_i h^2$,

$$\alpha_i = 1 - \frac{1}{2} p_i h, \qquad \beta_i = -2 + q_i h^2,$$

$$\gamma_i = 1 + \frac{p_i h}{2}, \quad i = 1, 2, ..., n-1$$

$$\alpha_n = -d_2, \quad \beta_n = hd_1 + d_2, \quad \varphi_n = hd.$$

(2.3.4) sistema echimini quyidagi ko`rinishda izlaymiz

$$y_i = u_i + v_i y_{i+1}, \quad i = 0, 1, \ldots, n-1, \tag{2.3.5}$$

bu erada u_i, v_i, $i=0,1,\ldots,(n-1)$ lar *progonka koeffitsientlari* deb ataladi.

(2.3.5) ni (2.3.4) ga qo`yib u_i, v_i lar uchun quyidagi rekkurent formulani hosil qilamiz:

$$v_i = -\frac{\gamma_i}{\beta_i + \alpha_i v_{i-1}}, \qquad u_i = \frac{\varphi_i - \alpha_i u_{i-1}}{\beta_i + \alpha_i v_{i-1}}, \qquad i = \overline{1, n}. \tag{2.3.6}$$

Hisoblash sxemasini bir jinsli qilish uchun

$$\alpha_0 = 0, \qquad \gamma_n = 0,$$

deb olamiz.

Progonka usuli ikki bosqichdan iborat.

1) *Progonkaning to`g`ri yo`li.* (2.3.6) bo`yicha i indes o`zgarishining o`sib borish tartibida ketma-ket u_i, v_i koeffitsientlar

$$v_0 = -\frac{\gamma_0}{\beta_0}, \qquad u_0 = \frac{\varphi_0}{\beta_0},$$

qiymatlar yordamida hisoblanadi.

2) *Progonkaning teskari yo`li.* (2.3.6) formula bo`yicha i indeksning kamayish tartibida ketma-ket $y_n, y_{n-1}, \ldots, y_0$ kattaliklar aniqlanadi.

Shunday qilib $\gamma_n = 0$, u holda $v_n = 0$ va $y_n = u_n$, ya`ni progonkaning to`ғri yo`lida v_i , u_i kattaliklar yordami bilan y_n echim hisoblanadi.

Shunday qilib, progonka usuli bilan (2.3.4) sistemaning aniq echimini topa olamiz, bu esa (2.3.1), (2.3.2) chegaraviy masala echimi xatoligi faqat berilgan masala ayirmali approksimatsiya xatoligi bilan aniqlanishini va xatolik *O(h)* ga teng ekanligini ko`rsatadi.

(2.3.4) sistemani

$$\begin{aligned} &\alpha_i y_{i-1} - \beta_i y_i + \gamma_i y_{i+1} = \varphi_i, \quad i = \overline{1, n-1}, \\ &y_0 = \chi_1 y_1 + \mu_1, \quad y_n = \chi_2 y_{n-1} + \mu_2, \end{aligned} \tag{2.3.6}$$

ko`rinishda yozamiz, bu erda

$$\chi_1 = -\frac{\gamma_0}{\beta_0}, \quad \mu_1 = \frac{\varphi_0}{\beta_0}, \quad \chi_2 = -\frac{\alpha_n}{\beta_n}, \quad \mu_1 = \frac{\varphi_n}{\beta_n}, \quad \beta_i = 2 - q_i h^2,$$

$\alpha_i \neq 0, \quad \beta_i \neq 0$.

U holda (2.3.6) formula quyidagi ko`rinishga ega bo`ladi

$$v_i = \frac{\gamma_i}{\beta_i - \alpha_i v_{i-1}}, \quad u_i = \frac{\alpha_i u_{i-1} - \varphi_i}{\beta_i - \alpha_i v_{i-1}}. \tag{2.3.7}$$

$x = b$ nuqtada (ya`ni $i = n$ da) y_n

$$\begin{cases} y_n = \chi_2 y_{n-1} + \mu_2 \\ y_{n-1} = u_{n-1} + v_{n-1} y_n, \end{cases}$$

sistemadan y_n

$$\begin{aligned} &y_n = \chi_2 (u_{n-1} + v_{n-1} y_n) + \mu_2, \\ &(1 - \chi_2 v_{n-1}) y_n = \chi_2 u_{n-1} + \mu_2 \\ &y_n = \frac{\chi_2 u_{n-1} + \mu_2}{1 - \chi_2 v_{n-1}} \end{aligned} \tag{2.3.8}$$

kabi aniqlanadi.

(2.3.7), (2.3.8) formulalar ma`noga ega bo`ladigan etarlilik shartlarini isbotlaymiz:

$$
\begin{aligned}
&|\beta_i| \ge |\alpha_i| + |\gamma_i|, \quad i = \overline{1, n-1}, \\
&|\chi_i| \le 1, \quad i = 1,2, \\
&|\chi_1| + |\chi_2| < 2.
\end{aligned}
\tag{2.3.9}
$$

Bu shartlarda $i = \overline{0, n-1}$ uchun $|v_i| \le 1$ bo`lishini ko`rsatamiz.

$|v_{i-1}| \le 1$ bo`lsin. Bundan $|v_i| \le 1$ bo`lishini ko`rsatamiz. SHunday qilib $|v_0| = |\chi_1| \le 1$, u holda bundan barcha $i = 1,2,...,n-1$ lar uchun $|v_i| \le 1$ bo`lishligi kelib chiqadi.

(2.3.8) qo`llab quyidagi ayirmani baholaymiz

$$|\beta_i - \alpha_i v_{i-1}| - |\gamma_i| \ge |\beta_i| - |\alpha_i| \cdot |v_{i-1}| - |\gamma_i| \ge$$

$$\ge |\alpha_i| + |\gamma_i| - |\alpha_i| \cdot |v_{i-1}| - |\gamma_i| = |\alpha_i| - |\alpha_i| \cdot |v_{i-1}| = |\alpha_i| \cdot (1 - |v_{i-1}|) \ge 0.$$

Bundan $\quad |\beta_i - \alpha_i v_{i-1}| \ge |\gamma_i|$.

Shunday qilib $\gamma_i \ne 0$, u holda $|\beta_i - \alpha_i v_{i-1}| > 0$, ya`ni

$$|v_i| = \frac{|\gamma_i|}{|\beta_i - \alpha_i v_{i-1}|} \le 1.$$

Bundan ko`rinadiki agar $|v_{i-1}| < 1$ bo`lsa, u holda $|v_i| < 1$ bo`ladi. $|v_0| = |\chi_1| < 1$ da barcha $|v_i| < 1$ bo`ladi.

(2.3.7) ning maxrajini baholaymiz:

$$|1 - \chi_2 v_{n-1}| \ge 1 - |\chi_2| \cdot |v_{n-1}| \ge 1 - |\chi_2| > 0,$$

bundan $|\chi_2| < 1$ yoki $|v_{n-1}| < 1$ ($|\chi_1| < 1$da), ya`ni $|1 - \chi_2 v_{n-1}| > 0$.

Agar $|\beta_{i_0}| > |\alpha_{i_0}| + |\gamma_{i_0}|$ hech bo`lmaganda bitta $i = i_0$ nuqtada bajarilsa, u holda barcha $i > i_0$ uchun $|v_i| < 1$ bajariladi va jumladan $i = n-1$ da

$|v_{n-1}| < 1$ ga ega bo`lamiz. Bu holda $|\chi_1| + |\chi_1| < 2$ shart ortiqcha hisoblanadi, chunki $|\chi_1| = 1$ va $|\chi_2| = 1$ da

$$|1 - \chi_2 v_{n-1}| \geq 1 - |\chi_2| \cdot |v_{n-1}| > 0$$

bo`ladi.

II bob bo’yicha xulosa

Filrtda suspenziyani tozalash masalasi qo’zg’aluvchang chegaraga ega masalasiga uxshash bo’lgani uchun ikki xil usulda echiladi deb o’rgandik:

- Fazolar chegarasi tanlab olingan metod. Bu metod variable domain methods metodi deb yuritiladi.

- Chegara tanlab olimagan metod yoki bir fazadan ikkinchi fazaoga o’tish (fixed domain methods) metodi deb yuritiladi.

Birinchi metodlar qo’zg’aluvchang chegara vaqtning yoki koordinataning har bir qatlanida hisoblanib boradi. Butun sonli hisoblash jarayonida har bir vat yoki koordinataga mos xos chegara topilib boradi, ya`ni hisoblash dinamik chegaraning o’zgarishida noma’lum chegara topilib boradi. Bunday metod ya`ni vaqt har bir qadamida o’zgarishida koordinatalarni topish – koordinata to’rining frontini ushlash metodi ham deb yuritiladi.

Ikkinchi metodda esa dinamik to’r fazalar chegarasiga maxkamlangan deb hisoblanadi. Umuman qo’zg’aluvchang chegara to’g’rlanadi.

Chekli ayirmali sxemani echishda progonka usulidan foydalanish mumkin.

III bob. PLASTIK-ELASTIK KEYK-QATLAM HOSIL BO’LADIGAN SUSPENZIYALARNI FILTRLASH TENGLAMALARI

3.1. Plastik-elastik keyk-qatlam hosil bo’ladigan suspenziyalarni filtrlash tenglamalari qoyilishi

Suspenziyalarni filtrlashda hosil bo‘ladigan cho‘kma, umuman aytganda murakkab chiziqli bo‘lmagan elastik – pastik – qavushqoq siqiladigan muhitdir. Tashqi bosim ta’sirida o‘zgarganda cho‘kmaning ichki strukturasi o‘zgaradi. Bunda albatta uning asosiy fizik - mexanik holati o‘zgaradi, xususiy holda cho‘kmaning g‘ovakligi o‘zgaradi. Bundan bilish mumkinki solishtirma qarshiligi oshib boradi.

Olingan eksperimental natijalar shuni ko‘rsatadiki, siqiladigan cho‘kmaning g‘ovaklik koeffitsenti bosimdan chiziqli bo‘lmagan bog‘lanishda bo‘lar ekan.

Cho‘kmaning elastik xussiyati siquvchi kuchlanish, ya’ni bosim olib tashlangandan so‘ng cho‘kma strukturasiing yana o‘zini tiklab olishi bilan baholanadi.

Cho‘kmaning plastik xususiyati kaytmaydigan deformatsiyani bildiradi. Eksperimental tadqiqotlar shuni ko‘rsatadiki, siqiladigan cho‘kmalarda plastik effektlar sizilarli darajada bo‘lar ekan. CHo‘kmaning bunday xususiyati bosimning oshishi va kamayishida turli xarakterlarda bo‘ladi. Bosimning kmamayishi bilan cho‘kma strukturasi xususan o‘z holatini qisman tiklaydi.

Bu malakaviy ishida keyk - qatlam hosil bo‘ladigan filtrlash masalasining elastik – palastik holatini tenglamani qaraymiz. Bu bosimning ortishi rejimda oddiy keyk – qatlam hosil bo‘ladigan filtrlash yuz beradi. Agar tashqi bosim kamayib borsa, filtrlash jarayonidagi filtda bosimning tarqalishi ham vaqt bo‘yicha kamayib boradi. Bundan ko‘rish mumkinki, keyk – qatlam o‘zining bolang‘ich hodatini tiklashga harkat qiladi, lekin bu boshlang‘ich holatga cho‘kma qatlamidagi qoldiq deformatsiya yuz berishi hisobidan kelmaydi. Bundan keyk – qatlamning asosiy xarakteristikalari g‘ovaklik, o‘tkazuvchanglik, qattiq zarralarning konsentratsiyasi bosimni olib tashlagan qiymatida boshlang‘ich holatdagi qiymatiga to‘g‘ri kelmasligini ko‘rishimiz mumkin. Umumiy elastik – plastik filtratsiya prinsipidan foydalanib cho‘kmaning uprugo – plastik holati modelini qaraymiz.

Filtrlash jarayonidagi cho‘kma qatlamining o‘sishini qaramymiz. Bosimning ortishi rejimida filtrlash tenglamasi quyidagicha bo‘ladi:

$$\uparrow \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left[\left(-f'\right)\frac{k^0}{\mu}\varepsilon_s\left(\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_s^0}\right)^{-\delta/\beta}\frac{\partial p_s}{\partial x}\right] - \left[\frac{k}{\mu}f'\frac{\partial p_s}{\partial x}\right]_{x=0}\frac{\partial \varepsilon_s}{\partial x}, \qquad (3.1.1)$$

bu erda

$$\uparrow \varepsilon_s = \varepsilon_s^0\left(1+\frac{p_s}{p_A}\right)^{\beta}, \qquad \uparrow k = k^0\left(1+\frac{p_s}{p_A}\right)^{-\delta},$$

bu erda $\uparrow$ belgi filtrlash xarakteristikalarining bosim ortishi rejimidagi holati bildiradi, $\uparrow \varepsilon_s$, $\uparrow k$ - bosim ortishi rejimidagi cho‘kma qatlamining qattiq zarra konsentratsiyasi va o‘tkazuvchangligi, p_s - kompress bosim, ε_s^0, k^0 –lar $p_s = 0$ bo‘lgandagi mos ε_s, k qiymatlari , p_A – xaraktiristik bosim, β, δ – ko‘rsatkichlar – o‘zgarmas kattaliklar, μ – qovushqoqlik, t – vaqt.

Xuddi shunday bosimning kamayish rejimidagi filtrlash tenglamalari elastik - plastik filtratsiya rejimi nazariyasidan keltirilib chiqariladi.

Filtrlash davomiyligi $t = T_1$ bo‘lganda bosimni oshib tashlash rejimi yuz bersin. Bu bosimni olib tashlash rejimida vaqtni noldan boshlaymiz. Bu rejimda filtrlash tenglamasi quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$\downarrow \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial t} = -\frac{\varepsilon_s^0 k^0}{\mu}\frac{\partial}{\partial x}\left[\left(1+\frac{p_s^{(1)}}{p_A}\right)^{\beta-\beta_1+\delta_1-\delta}\left(1+\frac{p_s}{p_A}\right)^{\beta_1-\delta_1}\left(-f'\right)\frac{\partial p_s}{\partial x}\right] - \left[\frac{k}{\mu}f'\frac{\partial p_s}{\partial x}\right]_{x=0}\frac{\partial \varepsilon_s}{\partial x}, \qquad (3.1.2)$$

bu erda

$$\downarrow \varepsilon_s = \varepsilon_s^0 \left(1+\frac{p_s^{(1)}}{p_A}\right)^{\beta-\beta_1} \left(1+\frac{p_s}{p_A}\right)^{\beta_1}, \qquad \downarrow k = k^0 \left(1+\frac{p_s^{(1)}}{p_A}\right)^{\delta_1-\delta} \left(1+\frac{p_s}{p_A}\right)^{-\delta_1},$$

bu erda $\downarrow$ belgi filtrlash xarakteristikalarining bosim tushish rejimidagi holatini bildiradi, $\downarrow \varepsilon_s$, $\downarrow k$ - esa mos ravishda bosim tushish rejimidagi qattiq zarralarning konsertratsiyasi va o‘tkazuvchangligi bildiradi.

Bu rejimda β_1, δ_1 ko‘rsatkichlar p_s bosimning olib tashlash rejimiga mos keladi. Bu daraja ko‘rsatkichlari quyidagicha berilgan bo‘lsin

$$\beta_1 = \beta \left(1+\frac{p_s^{(1)}}{p_A}\right)^{-\gamma_\varepsilon}, \qquad \delta_1 = \delta \left(1+\frac{p_s^{(1)}}{p_A}\right)^{-\gamma_k}, \tag{3.1.3}$$

bu erda γ_ε va γ_k - daraja ko‘rsatkichlari β_1 va δ_1 larning kamayish bilan β va δ lar orasidagi moslik bilan xarakterilanadi. Agar $\gamma_\varepsilon = 0$, $\gamma_k = 0$ bo‘lganda to‘liq qaytish jarayoni yuz beradi, ya’ni rejim to‘liq elastik bo‘ladi.

Boshlang‘ich va chegaraviy shartlarni quyidagi berami

$$\downarrow p_s(0,x) = \uparrow p_s(T_1,x) = p_s^{(1)}, \tag{3.1.4}$$

$$\downarrow p_s(t,L(t)) = 0,\ \downarrow p_s(t,0) = 0. \tag{3.1.5}$$

Bosimni olib tashlangan rejimida qo‘kmaning ortishi yuz bermaydi deb hisoblaymiz , ya’ni $L(t)$ o‘zgarmaydi va $L(T_1)$ ga teng deb olamiz.

Agar p_s bosim $p_s^{(1)}$ teng bo‘lganida filtrlash rejimi birinchi bosim yuklanish rejimiga almashtiriladi deb olsak, qayta bosim yuklanish rejimidagi filtrlash tenglamasi quyidagi ko‘rishida bo‘ladi:

$$\begin{aligned}\uparrow\uparrow \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial t} = -\frac{\varepsilon_s^0 k^0}{\mu}\frac{\partial}{\partial x}\left[\left(1+\frac{p_s^{(1)}}{p_A}\right)^{\beta-\beta_1+\delta_1-\delta}\left(1+\frac{p_s}{p_A}\right)^{\beta_1-\delta_1}\left(-f'\right)\frac{\partial p_s}{\partial x}\right] - \\ -\left[\frac{k}{\mu}f'\frac{\partial p_s}{\partial x}\right]_{x=0}\frac{\partial \varepsilon_s}{\partial x}\end{aligned}, \quad p_s \le p_s^{(1)}. \tag{3.1.6}$$

Bu erda

$$\uparrow\uparrow \varepsilon_s = \varepsilon_s^0\left(1+\frac{p_s^{(1)}}{p_A}\right)^{\beta-\beta_1}\left(1+\frac{p_s}{p_A}\right)^{\beta_1},\ \uparrow\uparrow k = k^0\left(1+\frac{p_s^{(1)}}{p_A}\right)^{\delta_1-\delta}\left(1+\frac{p_s}{p_A}\right)^{-\delta_1},$$

bu era $\uparrow\uparrow$ belgi qayta yuklanish rejimini bildiradi.

Agar vaqtning T_2 bo‘lgan qiymatida yuklanish to‘xtatiladi deb faraz qilsak. Bu vaqt cho‘kma qalinligi boshlangich p_s bosimdagi holatini tiklaydi. Qayta yuklanish rejimida sistema berilgan $x=0$ bo‘lgandagi $p_s = p_0^{(1)}$ ga teng bo‘lgan holatga mos deb olinadi. bu erda $p_0^{(1)}$ bosim holati p_0 birinchi yuklanish bosimni to‘g‘ri kelmaydi. U holda bosimga insbatan boshlang‘ich va chegaraviy shartlar quyidagi ko‘rinishad bo‘ladi (vaqtni yana noldan boshlanadi)

$$\uparrow\uparrow\ p_s(0,x) = 0, \tag{3.1.7}$$

$$-\uparrow\uparrow k\left.\frac{\partial p_s}{\partial x}\right|_{x=0} = \left.\frac{p_0^{(1)} - p_s}{R_m}\right|_{x=0}, \tag{3.1.8}$$

$$\uparrow\uparrow\ p_s(t, L(t)) = 0. \tag{3.1.9}$$

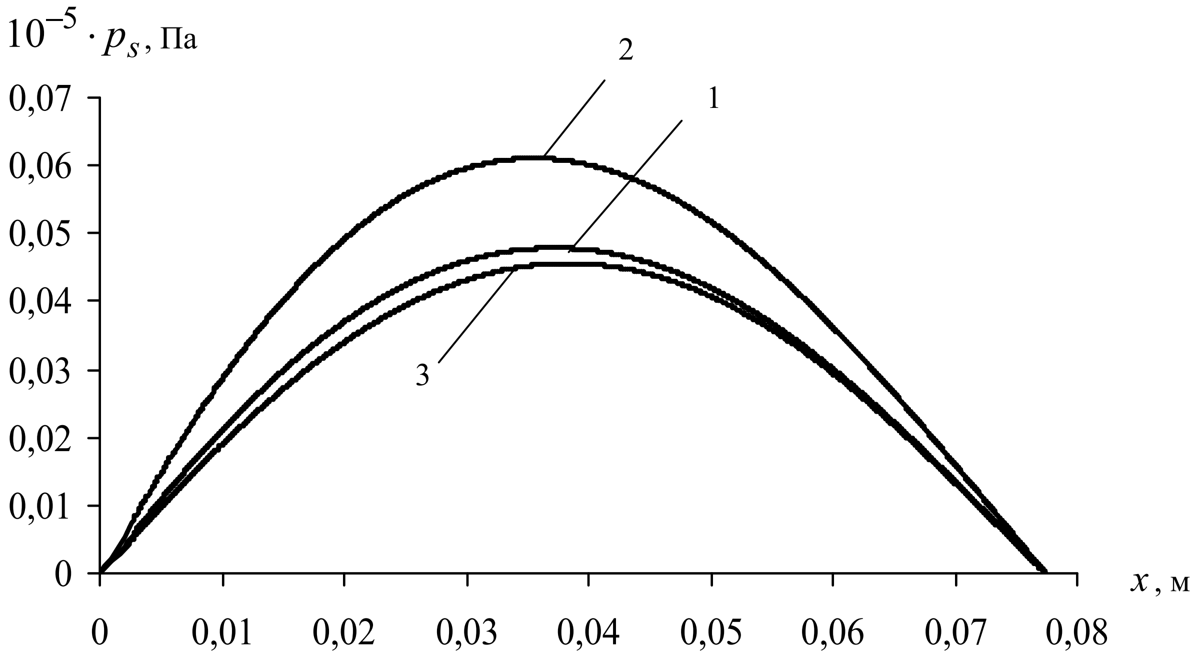
Shunday qilib, (3.1.6) tenglama $p_s \le p_s^{(1)}$ shartga mos holatda echildi.

3.2. Plastik-elastik keyk-qatlam hosil bo’ladigan suspenziyalarni filtrlash tenglamalarining sonli yechimi

Shunday qilib olingan (3.1.3) tenglama (3.1.4), (3.1.5) shartlar bilan va (3.10.6) tenglamalar esa (3.1.7) - (3.1.9) shartlar bilan birgalikda chekli ayirmalar metodining chegarani ilib olish metodi orqali sonli echamiz.

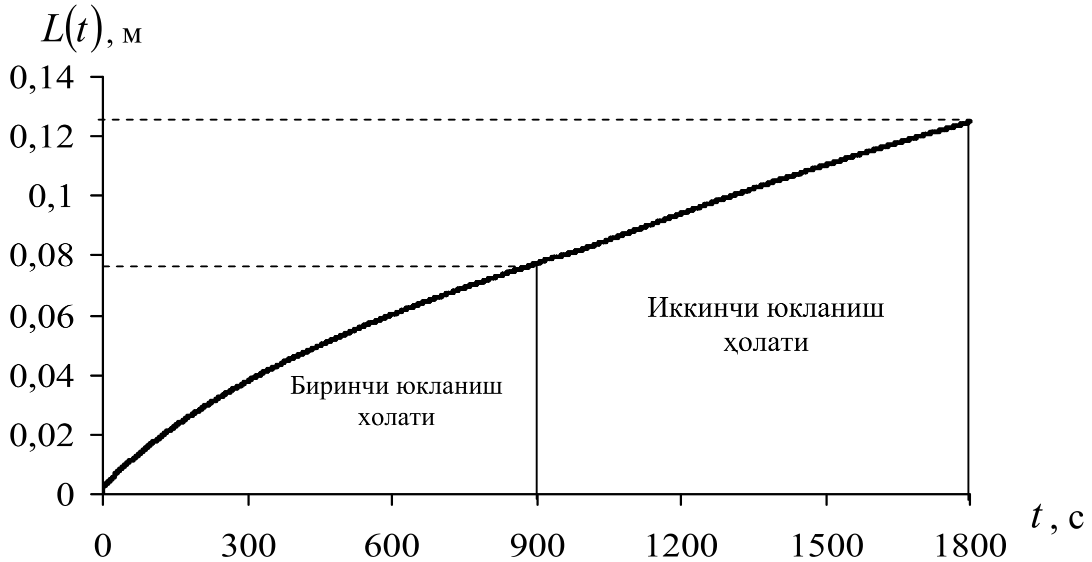
Masalani sonli echish quyidagi parametrlarning kiymatilarida hisoblanadi:

$p_A = 10^4$ Pa, $p_0 = 10^5$ Pa, $R_m = 10^{12}$ 1/m, $\mu = 10^{-3}$ Па $\cdot$ с, $k^0 = 10^{-13}$ m², $\varepsilon_s^0 = 0.20$, $\varepsilon_{s_0} = 0,0076$, $\beta = 0,13$, $\delta = 0,57$.

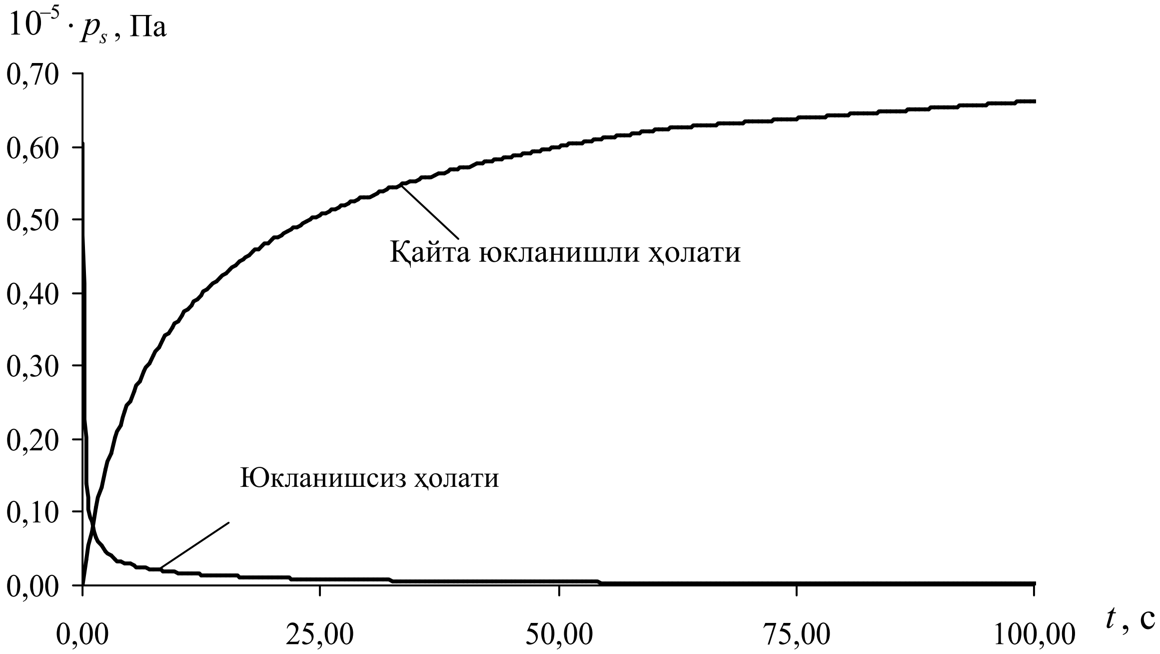


3-rasm. $t = 50$ bo‘lgandagi bosimning tushishi rejimidagi p_s bosim tarqalishi. Bu erda $1 - (\gamma_\varepsilon = 0{,}6,\ \gamma_k = 0{,}6)$, $2 - (\gamma_\varepsilon = 0{,}4,\ \gamma_k = 0{,}6)$,

$3 - (\gamma_\varepsilon = 0{,}6,\ \gamma_k = 0{,}4)$ holatlarga mos keladi.



4-rasm. $\gamma_\varepsilon = 0{,}6,\ \gamma_k = 0{,}6$ *holatlardagi cho‘kma qalinligining o‘zgarishi*.



5-rasm. *Cho'kmaning* $x = 0{,}002$ *m nuqtadagi bosimning kamayishi va ortirish bosimning tarqalishi.* $\gamma_\varepsilon = 0{,}6$, $\gamma_k = 0{,}6$.

XULOSA

Bunday masalani yani elastik – plastik keyk-qatlam hosil bo’ladigan qo’zg’aluvchang chegaraga ega sizish masalasini sonli echimi ancha murakkab masala bo’lib, ularni faqatgina sonli echim olib taqribiy echimlar olish mumkin. Biz bu masalalarni sonli echishning bir nechta metodlarini ko’rdik. Filtrlarda suspenziyani tozalash masalasining sonli echimlar olib quyidagi xulosalarga ega bo’ldik:

1. Filtrlarda suspenziyani tozalash masalasini sonli echishda qaralayotgan itatsiya qadami oldingi qadamga nisbatan topilib borar ekan.
2. Cho‘kma qalanligi chegarasi, keyk-qatlamning oshishi birinchi va ikkinchi yuklanishda ham monotong ortib borar ekan.
3. Filtrlarda suspenziyani tozalash masalasini sonli echishda elestik-plastik keyk-qatlamning o’stidagi bosim yuklanishning birinchi va ikkinchi holatlarida har xil bo’lar ekan.
4. Yuklanishli rejimda filtrlarda suspenziyani tozalash masalasini sonli yechib, elastik-plastik keyk-qatlam oshib borishi bilan to’siq ostidagi bosim ortib borar ekan.
5. Yuklanishsiz rejimda elastik-plastik keyk-qatlam oshib borishi bilan to’siq ostidagi bosim kamayib borar ekan.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Tien C. Principles of filtration. Elsevier, The Netherlands. 2012.
2. Tien C., Teoh S.K., Tan R.B.H. Cake Filtration Analysis - the Effect of the Relationship between the Pore Liquid Pressure and the Cake Compressive Stress. *Chemical Engineering Science*, *18*, No. 56, pp. 5361-5369, 2001.
3. Barenblatt G.I., Entov V.M., Ryzhik V.M. Theory of fluid flows through natural rocks. Kluwer Academic Publisher, 1990. – 395 pp.
4. Khuzhayorov B.Kh., Kholiyarov E.Ch., Shodmonkulov M.T. An inverse coefficient problem for a nonlinear parabolic equation // Тезисы докладов международ.конф. «Прикладной и геометрический анализ» (22-25.09.2014, Самарканд). С.18.
5. Алишаев М.Г. О нестационарной фильтрации с релаксацией давления // Тр. Московского обл. пед. ин-та им. Н.К.Крупской. «Гидромеханика». М., 1974. Вып. 111. С. 166-177.
6. Б.Х.Хужаёров, У.Ж.Сайдуллаев, Э. Ч. Холяров. Численное решение задачи фильтрования суспензий с образованием упруго-пластического кейк-слоя. Научный вестник СамГУ, 2014 г., №5 (87), С. 36-40
7. Горбунов А.Т. Упруго-пластический режим фильтрации жидкости в пористых средах // Изв. АН СССР, Мех. жидкости и газа. 1973, №5. С.84-90.
8. Баренблатт Г.И. О некоторых задачах восстановления давления и распространения волн разгрузки при упруго-пластическом режиме фильтрации // Изв.АН СССР, ОТН. 1955, №2. С.14-26.
9. Баренблатт Г.И., Желтов Ю.П., Кочина И.Н. Об основных предоставлениях теории фильтрации однородных жидкостей в трещиноватых породах // Прикл. мат. и мех. 1960. Т.24, № 5. С. 852-864.
10. Баренблатт Г.И.,, Крылов А.П. Об упругопластическом режиме фильтрации // Изв.АН СССР, ОТН. 1955, №2. С.5-13

11. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1989. – 616 с.
12. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Вычислительная теплопередача. М.: Книжный дом: «ЛИБРОКОМ». 2009. – 784 с.
13. Федоткин И.М. Математическое моделирование технологических процессов. Киев: Вища шк., Головные изд-во. 1988.-415с.
14. Хужаёров Б.Х. Фильтрация неоднородных жидкостей в пористых средах. Ташкент. Издательство «ФАН». 2012. - 280 с.
15. Хужаёров Б.Х., Давиденко М.А., Шодмонов И.Э. Фильтрация однородной жидкости в упруго-пластическом режиме с учётом разрушения пород // Узб.журнал «Проблемы механики». 1997, № 3. С. 40-43.
16. Хужаёров Б.Х., Махмудов Ж.М. Математические модели фильтрации неоднородных жидкостей в пористых средах. Изд. «ФАН», Ташкент 2014. – 280 с.
17. Хужаёров Б.Х., Шодмонов И.Э., Холияров Э.Ч., Закиров А.А. Упругопластическая фильтрация жидкости в неустойчивых пластах // Инж.-физ. журнал. 2003. Т.76. №6. С. 1340-1347.
18. Щелкачев В.Н. Разработка нефтеводоносных пластов при упругом режиме. М.: Гостоптехиздат. 1959. – 468 с.