

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O'RTA
MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI

ANDIJON MASHINASOZLIK INSTITUTI

«Avtomatika va elektrotexnologiya» fakulteti
“Mashinasozlik ishlab chiqarishini avtomatlashtirish” kafedrası

“TEXNOLOGIK JARAYONLARNI IDENTIFIKATSIYALASH”

fanidan

Ma'ruzalar matni

Andijon–2015

AndMi o'quv-uslubiy Kengashida
muhokama qilingan va tasdiqlangan
Kengash raisi _____ Q. Ermatov
«___» _____ 2015 yil

«Avtomatika va elektrotexnologiya» fakulteti kengashi tomonidan
muhokama qilingan va ma'qullangan.
Kengash raisi: _____ N. To'ychiboyev

«___» _____ 2015 yil

«Mashinasozlik ishlab chiqarishini avtomatlashtirish » kafedrası majlisida
muhokama qilingan va tavsiya etilgan
Kafedra mudiri _____ dots. U.Sabirov
(2015 yil «___» _____dagi «___» - son majlis bayoni)

Tuzuvchi:

f-m.f.n., dots. M.Mirzayeva

Taqrizchilar:

1. E. Qo'ldoshev – AndMI «MICHA» kafedrası dotsenti
2. A.Medatov – AndDU “Axborot texnologiyalari” kafedrası mudiri.

Kirish

Ishlab chiqarishda erishilgan muvaffaqiyatlar hamda yutuqlar mamlakatimizning iqtisodiyoti va madaniyatini rivojlantirish, shuningdek, aholining turmush farovonligini oshirish uchun ahamiyatga ega bo'lgan sanoatni yaratish uchun asos bo'lmoqda. O'z navbatida texnologik jarayonlarni identifikatsiyalash ishlab chiqarish samaradorligini mutassil oshirish, maxsulot sifatini yuqori darajaga ko'tarish, xarajatlarni kamaytirish, mehnat sharoitlarini yaxshilash va ishlab chiqarishda xavfsizlik texnikasini ta'minlash uchun xizmat qiladigan asosiy omil hisoblanadi.

«Texnologik jarayonlarni identifikatsiyalash» fani bo'yicha tuzilgan ushbu ma'ruzalar matni namunaviy dastur va DTS talablari asosida tuzilgan. Respublikamizda fan va texnika sohasidagi malakali kadrlar tayyorlashda ushbu fan katta ahamiyatga ega. Fan o'qitilishidan maqsad – talabalarni tajriba ma'lumotlari natijalari asosida ob'ekt va boshqarish sistemalarining identifikatsiyasi sohasida ya'ni, zamonaviy mikroprotsessorli hisoblash vositalarini qo'llashga qaratilgan matematik modellar qurish va ularning baholash algoritmlarini tuzish sohasida zaruriy bilimlar, ko'nikmalar va tajribalar darajasini ta'minlashdir. Fanning vazifasi – identifikatsion modellar masalalari shakliga turli yondoshuvlarga asoslangan boshqarish ob'ektlarini identifikatsiyalash va shakllantirish usullarini talabalar o'zlashtirishidir.

Ushbu «Texnologik jarayonlarni identifikatsiyalash» o'quv faninig maruzalar matni bilan tanishish jarayonida bakalavr quyidagilarga ega bo'ladi:

- fanning asosiy muammolari va uning kasbni egallashdagi mohiyati; identifikatsiyalashning o'rni va roli; ob'ektlar va boshqarish sistemalarini tavsiflash uchun ko'llaniladigan modellarning asosiy turlari, ular orasidagi o'zaro aloqani, kuzatilish va identifikatsiyalanish xossalari; baholash nazariyasi elementlarini va olinayotgan baholar xossalari (siljiganlik, asoslilik, unumlilik va h.k.) ozlashtiriladi;
- baholash masalalarida qo'llaniladigan optimallashtirishning asosiy me'zonlari; chiziqli va nochiziqli dinamik sistemalar holatini baxolashning usullari va algoritmlarini hisoblashda amaliy mustahkam ko'nikmalariga ega bo'ladi;
- ob'ektlar va boshqarish sistemalari modellarining parametrik va noparametrik identifikatsiyasi usullari va algoritmlari asosida ishlab chiqish malakasiga ega bo'ladi.

«Texnologik jarayonlarni identifikatsiyalash» umumkasbiy fanlardan biri hisoblanib, 7- va 8- semestrlarda o'qitiladi. Dasturni amalga oshirish o'quv rejasida rejalashtirilgan matematik va tabiiy (oliy matematika, fizika, nazariy mexanika) fanlaridan etarli bilim va ko'nikmalarga ega bo'lishlik talab etiladi.

Texnologik jarayonlarni identifikatsiyalashdan kutilgan maqsadga erishish uchun texnologik jarayonlar va texnologik agregatlar avtomatlashtirish printsiplari va imkoniyatlariga to'la amal qilgan holda tayyorlangan bo'lishi kerak. Shuning uchun ushbu fan umumkasbiy fani hisoblanib, ishlab chiqarish texnologik tizimining ajralmas bo'g'inidir.

1-Mavzu.Identifikatsiya kuzatish natijalari asosida modellar tuzishning usuli sifatida

Reja

1.1 Modellashtirish – moddiy olamni bilishning usullaridan biridir. Identifikatsiya tushunchasi tor va keng ma'noda.

1.2 Normal ishlash tartibida identifikatsiya va aktiv identifikatsiya. Ushbu kursning vazifasi va tarkibi

Modellashtirish deganda obe'kt (sistema) ning modeli yordamida shu obe'ktning xossalarini tadqiq qilish jarayonini tushuniladi. Modellashtirish bilish obe'ktlarini ularning modellari yordamida tadqiq etish, kuzatilayotgan predmet va xodisalarning modellarini yasash va o'ganishdir. Obe'ktning modeli yordamida bilish modellashtirishdir. Har qanday bilish modellashtirishdan iborat, chunki bunda tegishli obe'kt bosh miyada nerv xujjayralari majmui yordamida ideal ko'rinishda aks etadi, ya'ni biz obe'ktning modeli bilan ish ko'ramiz. Modellashtirish-turli jarayon va xodisalarni o'ganishning eng keng tarqalgan metodlaridan biri.

Model tushunchasi biologiya, meditsina, ximiya, fizika, iqtisodiyot, sotsiologiya, demografiya va boshqa fanlarda ham qo'llaniladi. Matematik model, fizik model, biologik model, iqtisodiy model va boshqa modellar turlari mavjud. Model nima uchun kerak degan savolga quyidagi javobni berish mumkin. Model

1)obe'kt (jarayon)ning tarkibi, tuzilishi, asosiy xossalari, rivojlanishi qonunlari va tashqi dunyo bilan o'zaro ta'sirini tushunish uchun;

2)obe'kt(jarayon)ni boshqarishni o'ganish va berilgan maqsad va kriteriyalarda boshqarishning eng yaxshi usullarini aniqlash uchun;

3) obe'ktga ta'sir qilishning berilgan usullarining va formalarini ishga solishning to'g'ri va bilvosita oqibatlarini oldindan aytib berish uchun kerak. Matematik model olamni bilish, boshqarish va oldindan aytib berishning kuchli usulidir

Identifikatsiyalash lotincha identifikatio so'zidan olingan bo'lib tenglashtirish (otojdestvlyat'), mos qo'yish manosi anglatadi.

Identifikatsiyalash juda ko'p soxalarda ishlatiladi. Tizimlarni boshqarish nazariyasida identifikatsiyalash deganda tizimga kirish ma'lumotlari va chiqish ma'lumotlarini taxlil qilish yo'li bilan tizim strukturasi va uning parametrlarini aniqlash tushiniladi.

Tajribaviy tadqiqotlar natijasi bo'yicha matematik modellar aniqlash usuli identifikatsiyalash nazariyasining predmetidir.

Tizim haqida aprior axborotlar xajmi bo'yicha identifikatsiya masalasi tor va keng ma'nodagi turiga ajratiladi.

Keng ma'nodagi identifikatsiya masalasi tizim haqida aprior axborotlar kam yoki mutloq yo'q bo'lganda xal etiladi. Bu xolda qo'shimcha masalalar: modellar sinfini tanlash, statsionarligi, chiziqliligini baholash kabilarni xal etish zarur bo'ladi. Keng ma'nodagi identifikatsiya masalasi eterlicha o'rganilmagan.

Tor ma'nodagi identifikatsiya masalasi tizim haqida aprior axborotlar yetarlicha keng bo'lganda xal etiladi. Bunda tizim strukturasi va u taaluqli bo'lganmodellar sinfi aniq deb hisoblanadi. Tor ma'nodagi identifikatsiya masalasi juda ko'p ishlar nashr etilgan.

Identifikatsiya masalasi deb, obe'kt operatori F_0 i topishga aytiladi, ya'ni modelni shunday operatorini F topish kerakki, biro-bir ma'noda obe'kt operatoriga F_0 yaqin bo'lsin $F \approx F_0$. Shuni aytib o'tish joyizki, bu operatorlar orasidagi yaqinlik nisbiydir, chunki F_0 o'preatorlar turli strukturaga ega bo'lishi mumkin, turlicha tillarda shakillantirilgan va turli son kirish kanalariga ega bo'lishi mumkin. Shuning uchun o'preatorlarni bir-biriga yaqinligini baholash murakkab yoki imkoni yuk.

Ko'pgina xollarda obe'kt operatori xaqida axborot etarli bo'lmaydi. Shuning uchun tabiiyki operatorlarni yaqinligi n ta kirish tasiri X bo'yicha baholash mumkin, ya'ni obe'kt chiqishi Y va model chiqishi Y^M bo'yicha. Har bir vakt dakikasidagi bu reaksiyalarni yaqinlik darajasini masalan, chiqish vektorlarini farqini kvadratining qiymati bo'yicha baholash mumkin, ya'ni

$$q(t) = |Y(t) - Y^M(t)|^2 = \sum_{i=1}^m [y_i(t) - y_i^M(t)]^2, \quad (2')$$

Bu erda $Y^M = (y_1^M, \dots, y_m^M)$ model chiqish vektori.

Umuman ob'ekt bilan model orasidagi yaqinlik tafovut funktsiyasi yordamida baholanadi. Bu funktsiya ob'ektni va modelni ikki vektorli argumentli skalyar funktsiyasidan iborat.

$$q(t) = p(Y(t), Y^M(t)), \quad (3)$$

Endi identifikatsiya masalasini quyidagicha shakllantirish mumkin. Bu shundan iboratki shunday operatorini tuzish kerakki, tashqi muxit tasiri X ga ob'ekt reaksiyasiga o'xshash tasir ko'rsatsin. Model operatori reaksiyasi kirish tasiriga X reaksiya ko'rsatishining ko'rinishi quyidagicha $UM = F(X)$

Demak, model operatori F shunday bo'lishi kerakki, bunda $UM \sim U$ urinli bo'lsin. Bu erda ekvivalentlik belgisi, ya'ni model va ob'ekt chiqishlari bir xildagi kirish tasirlariga ekvivalent bo'lishi shart.

Identifikatsiya jarayoni, ya'ni model operatorini shunday aniqlash kerakki, ob'ekt bilan model orasidagi tafovut minimal bo'lsin.

Identifikatsiyalash jarayoni har doim biror-bir funktsiya yoki funktsionalni minimumini topish operatsiyasiga olib kelavermaydi. Haqiqatdan ham agar ob'ekt statik xususiyatga ega bo'lsa, uni identifikatsiyalash protsedurasini chiziqli yoki umumiy xolda nochoiziqli tenglamalar tizimini yechish masalasiga keltiriladi.

Demak, ob'ektlarni identifikatsiya masalasida minimallashtirish protsedurasiga keltirilishi printsiipaldir va muxim xususiyatga ega. Bunday xususiyat identifikatsiyalash masalalariga xos belgidir.

Identifikatslashdagi qiyinchiliklar.

Identifikatsiyalash masalasini qo'yishda va yechishda asosan 2 ta qiyinchilik mavjud bo'ladi.

Birinchisi operator sinfini aniqlash va unda yechimni topish. Bunday qiyinchilikni hozirgi davrda shaklan (formal) yechib bo'lmaydi. Chunki operator sinfini aniqlash bosqichida boshqarish maqsadida identifikatsiyalash predmeti bo'lgan ob'ekt xaqidagi aprior axborotdan foydalanish kerak. Bu bosqich juda shakllantirishi murakkab bo'lgan masala bo'lib, ko'pgina xollarda evristik usulda yechiladi.

Bunday yechimlarni faqat inson qabul qila oladi.

Ob'ekt operatori qaysi sinfga tegishli ekanligini topish uchun quyidagilarni hisobga olish kerak:

1. Boshqariladigan ob'ekt strukturasi
2. Ob'ektni ishlash mexanizmi.
3. Boshqarish maqsadi.
4. Boshqarish algoritmi

Oxirgi ikkita punkt operator sinfini identifikatsiya qilinayotgan ob'ektni kelgusidagi boshqarish bilan boglaydi.

Ikkinchi qiyinchilik quyilgan minimallashtirish masalasini yechishda foydalanuvchi (istemolchi) uchun eng kam sarf xarajat bilan yechish talab etiladi. Bu xol esa uz navbatida identifikatsiya algoritmini tanlashda ma'lum chegaralar qo'yadi

Tayanch iboralar: tizim, ob'ekt, model, modellashtirish, identifikatsiyalash, ob'ekt operatori, model chiqishi, ob'ekt chiqishi, identifikatsiya masalasi.

Takrorlash uchun savollar

1. Matematik model deganda nimani tushinasiz?
2. "Identifikatsiyalash" iboralarsi nimani anglatadi?
3. ob'ektlar va boshqarish sistemalari deganda ko'z oldingizga nima keladi?

4. dinamik model deganda nimani tushinasiz?
5. Ob'ekt operatori qaysi sinfga tegishli ekanligini topish uchun nimalarni e'tiborga olish kerak?

2-Mavzu. Holatfazosi, kuzatiluvchanlik va identifikatsiyalashuvchanlik

Reja

- 2.1 Holat fazosi tushunchasi.
- 2.2. Kuzatiluvchanlik, identifikatsiyalashuvchanlik.
- 2.3. Holat fazosida tasavvur etish va uzatish funktsiyasi yordamida tasavvur etish o'rtasidagi aloqa.

Holatlar fazosi tushunchasi

Dinamik sistemalar oddiy differensial tenglamalar sistemasi, hususiy hosilali tenglamalar yoki determinlangan yoki stoxastik asosdagi ayirmali tenglamalar orqali tasvirlanishi mumkin. Ushbu tenglamalarda sistemaning dinamik xossalari vaqt bo'yicha yoki ularga mos keluvchi ifodalar bo'yicha olingan hosila bilan aniqlanadi. Hususiy hosilali differensial tenglama bilan tasvirlanadigan sistemalar faqat vaqt bo'yicha hosilalardan iborat oddiy differensial tenglamalar bilan approksimatsiyalanishi mumkin.

Har qanday r -tartibli oddiy differensial tenglamalarni birinchi tartibli differensial tenglamalar sistemasiga almashtirish mumkin. Birinchi tartibli n ta differensial tenglamalar sistemasi hamma koeffitsientlar berilganda va n ta boshlang'ich shartlar ma'lum bo'lgan holatdagina to'liq aniqlangan bo'ladi. Boshlang'ich shartlar n o'lchamli vektorni tashqil etadi. Ushbu vektor r -tartibli oddiy differensial tenglamalar bilan ifodalanadigan sistema holatini vaqtning boshlang'ich t_0 (barcha kirish va tashqi ta'sirlari t_0 vaqtdan boshlab va keyinda ma'lum deb faraz qilinadi) qiymatida to'liq (va aniq) aniqlaydi. Ushbu vektor sistema uchun vaqtning t_0 qiymatidagi *holat vektori* deyiladi, uning komponentlari esa *holat o'zgaruvchilari* deyiladi. Natijada olingan vektor differensial tenglama dinamik sistemaning holat tenglamasi hisoblanadi.

Masalani holatlar fazosida tasvirlash holatlar, operatorlar to'plami va ularning holatlar o'rtasidagi o'tishlardagi ta'siri, maqsadli holatlar kabi bir qator tushunchalarni taqozo etadi. Holatlarning tavsifi belgilar satri, vektorlar, ikki o'lchovli massivlar, daraxtlar, ro'yxatlar va sh.k.larni o'zida aks ettirishi mumkin. Operatorlar bir holatni boshqasiga o'tkazadi. Ba'zan ular A holatning V holatga almashtirilishini (o'tishini) bildiradigan $A \Rightarrow B$ maxsulotlar ko'rinishida tasvirlanadi.

Chiziqli almashtirishlar

Holat vektori n ta holat o'zgaruvchilarining turli kombinatsiyalari orqali hosil qilinishi mumkin. Ularni quyidagi almashtirishlar natijasida aniqlash mumkin.

Quyidagi vektor holat tenglamasi bilan ifodalanadigan chiziqli sistemani ko'raylik:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}, \quad (1)$$

bu yerda $\mathbf{x} = n \times 1$ - holat vektori, $\mathbf{u} = m \times 1$ - tashqi ta'sirlar vektori yoki kirish ta'siri, uning komponentlari vaqtning bog'liqmas funksiyalari bo'lishlari mumkin; $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ – koeffitsient matritsalar.

Holat vektorini turli usullar bilan hosil qilish uchun (1) tenglamani chiziqli almashtirishdan foydalanish mumkin. Almashtirilgan $\mathbf{x}^*$ holat vektori $\mathbf{x}$ vektorning n ta komponentisining chiziqli kombinatsiyasi hisoblanadi:

$$\mathbf{x}^* = \boldsymbol{\psi}^{-1} \mathbf{x}, \quad (2)$$

bu yerda $\mathbf{x}^*$ - almashtirilgan holat vektori, $\boldsymbol{\psi}$ – almashtirish matritsasi.

(2) tenglamadan yangi holat tenglamasi kelib chiqadi

$$\dot{\mathbf{x}}^* = \mathbf{A}^* \mathbf{x}^* + \mathbf{B}^* \mathbf{u}, \quad (3)$$

bu yerda:

$$\mathbf{A}^* = \boldsymbol{\Psi}^{-1} \mathbf{A} \boldsymbol{\Psi}, \quad (4a)$$

$$\mathbf{B}^* = \boldsymbol{\Psi}^{-1} \mathbf{B} \boldsymbol{\Psi}. \quad (4b)$$

Ko'rsatilgan almashtirish faqat $\boldsymbol{\Psi}^{-1}$ matritsa mavjud bo'lgandagina amalga oshirilishi mumkin. Shuni takidlash kerakki, bir yoki bir necha holat o'zgaruvchilarining chiziqli kombinatsiyasi bo'lgan hech qanday almashtirilgan o'zgaruvchi holat o'zgaruvchisi sifatida qaralishi mumkin emas.

Shu nuqtai nazardan shunisi qiziqki, dastlabki tenglama (1)ning xos sonlari almashtirilgan tenglama (2)ning xos sonlari bilan mos tushadi, shu bilan birga ular quyidagi xarakteristik tenglamaning yechimlari hisoblanadi:

$$\det(\mathbf{A} - \lambda_i \mathbf{I}) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (5)$$

bu yerda λ_i – $\mathbf{A}$ matritsaning i - xos soni. $\det(\mathbf{G}^* \mathbf{H}) = \det(\mathbf{G}) \det(\mathbf{H})$ ekanidan kelib chiqib (2) tenglama uchun quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\det(\mathbf{A}^* - \lambda_i^* \mathbf{I}) = \det(\boldsymbol{\Psi}^{-1} \mathbf{A} \boldsymbol{\Psi} - \lambda_i^* \mathbf{I}) = \det(\boldsymbol{\Psi}^{-1} \mathbf{A} \boldsymbol{\Psi} - \lambda_i^* \boldsymbol{\Psi}^{-1} \mathbf{I} \boldsymbol{\Psi}) = \det(\boldsymbol{\Psi}^{-1}) \det(\mathbf{A} - \lambda_i \mathbf{I}) \det(\boldsymbol{\Psi}) = 0 \quad (6)$$

Bundan tashqari ($\det \boldsymbol{\Psi} \neq 0$, agar $\boldsymbol{\Psi}^{-1}$ matritsa mavjud bo'lsa) quyidagini olamiz

$$\det(\mathbf{A} - \lambda_i \mathbf{I}) = 0. \quad (7)$$

$\mathbf{A}$ matritsa (5) tenglamani qanoatlantirgandek, (7) tenglamani ham qanoatlantiradi, shuning uchun mos indekslar i uchun quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\lambda_i^* = \lambda_i. \quad (8)$$

1-misol.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x}, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

sistemaning xos sonlari quyidagicha topiladi:

$$\det(\mathbf{A} - \lambda_i \mathbf{I}) = 0 = \det \begin{bmatrix} 3 - \lambda_i & 2 \\ 1 & 4 - \lambda_i \end{bmatrix} = (3 - \lambda_i)(4 - \lambda_i) - 2 = \lambda_i^2 - 7\lambda_i + 10$$

bundan $\lambda_1 = 5$, $\lambda_2 = 2$.

Boshlang'ich sistemani $\boldsymbol{\Psi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ matritsa yordamida almashtiramiz, u holda

$$\dot{\mathbf{x}}^* = \mathbf{A}^* \mathbf{x}^*,$$

(4) ifoda bilan mos holda

$$\mathbf{A}^* = \boldsymbol{\Psi}^{-1} \mathbf{A} \boldsymbol{\Psi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0,5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 0,5 & 4 \end{bmatrix}.$$

$\mathbf{A}^*$ ning xos sonlari bu holda quyidagicha aniqlanadi:

$$\det(\mathbf{A}^* - \lambda_i^* \mathbf{I}) = 0 = \det \begin{bmatrix} 3 - \lambda_i^* & 4 \\ 0,5 & 4 - \lambda_i^* \end{bmatrix} = (3 - \lambda_i^*)(4 - \lambda_i^*) - 2$$

va yuqorida $\mathbf{A}$ matritsa uchun topilganlarga teng bo'ladi.

Kanonik almashtirishlar

(1) tenglamaning ko'plab turlicha chiziqli almashtirilishlari orasida quyida ko'rsatiladigan bittasi juda muhim hisoblanadi. Bu kanonik almashtirishdir. Bunda almashtirish matritsasi bo'lib xos vektorlar matritsasi $\mathbf{V}$ olinadi. Ushbu matritsa quyidagi bir jinsli chiziqli tenglamani yechish orqali olinadi:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x}, \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0. \quad (9)$$

Yechim quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= v_{11} \exp(\lambda_1 t) + \dots + v_{1n} \exp(\lambda_n t), \\ &\vdots \\ x_n(t) &= v_{n1} \exp(\lambda_1 t) + \dots + v_{nn} \exp(\lambda_n t), \end{aligned}$$

(10a)

yoki vektor shaklida

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{V} \exp(\lambda t) = \mathbf{v}_1 \exp(\lambda_1 t) + \dots + \mathbf{v}_n \exp(\lambda_n t), \quad (10b)$$

bu yerda

$$\exp(\lambda t) = \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 t} \\ \vdots \\ e^{\lambda_n t} \end{bmatrix} \quad (11)$$

va

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} v_{11} & \dots & v_{n1} \\ \vdots & & \vdots \\ v_{1n} & \dots & v_{nn} \end{bmatrix} = [\mathbf{V}_1 \dots \mathbf{V}_n]. \quad (12)$$

U holda $\mathbf{V}$ ni aniqlash uchun xos vektorlar $\mathbf{v}_i$ ni topish kerak.

Xos vektorlarni to'g'ridan- to'g'ri aniqlash. (10) tenglamani t bo'yi-cha differensiallash quyidagini beradi:

$$\dot{\mathbf{x}} = \lambda_1 \mathbf{v}_1 \exp(\lambda_1 t) + \dots + \lambda_n \mathbf{v}_n \exp(\lambda_n t). \quad (13)$$

(10) dan foydalanib $\mathbf{x}$ ni (9) ga qo'yib quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{V} \exp(\lambda t) = \mathbf{A} [\mathbf{v}_1 \exp(\lambda_1 t) + \dots + \mathbf{v}_n \exp(\lambda_n t)]. \quad (14)$$

(13) va (14) tenglamalarni solishtirib shuni bilamizki, $\mathbf{v}_i$ xos vektorlar quyidagi munosabatni (barcha λ_i turlicha bo'lgan holat uchun) qanoatlantiradi:

$$\lambda_i \mathbf{v}_i \exp(\lambda_i t) = \mathbf{A} \mathbf{v}_i \exp(\lambda_i t), \quad (15)$$

(15) tenglamaning ikkala tomonini $\exp(\lambda_i t)$ ga bo'lib

$$\lambda_i \mathbf{v}_i = \mathbf{A} \mathbf{v}_i, \quad (16a)$$

yoki

$$(\mathbf{A} - \lambda_i \mathbf{I}) \mathbf{v}_i = 0. \quad (16b)$$

larga ega bo'lamiz.

Shunga ko'ra $\mathbf{v}_i$ (16) tenglamadan aniqlanishi mumkin.

$\mathbf{v}_i$ vektorlarning xos sonlarini olish uchun bitta $\mathbf{v}_i$ elementning qiymatini aniqlash lozim, masalan birinchisining, uni birga teng deb olish mumkin. Shuning uchun (16b) matritsaviy tenglamaning oxirgi qatorini $\mathbf{v}_i$ ni hisoblayotganda quyidagi misolda ko'rsatilgandek qoldirish mumkin.

2 – misol.

$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ matritsani qaraylik. $\mathbf{v}_i$ xos vektorlarni aniqlash uchun avval $\mathbf{A}$ matritsaning xos sonlarini aniqlaymiz:

$$\det(\mathbf{A} - \lambda_i \mathbf{I}) = \det \begin{bmatrix} 1 - \lambda & 2 \\ 4 & 3 - \lambda \end{bmatrix} = \lambda_i^2 - 4\lambda_i - 5 = 0,$$

bu yerdan $\lambda_1 = -1$, $\lambda_2 = 5$ ga ega bo'lamiz. So'ng (16) tenglamaga muvofiq

$$-\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} -v_{11} \\ -v_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{11} \\ v_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{11} + 2v_{12} \\ 4v_{11} + 3v_{12} \end{bmatrix}$$

ni yozamiz va quyidagini topamiz:

$$\begin{aligned} -2v_{11} &= 2v_{12}, \\ -4v_{11} &= 4v_{12}, \end{aligned}$$

yoki

$$v_{11} = -v_{12}.$$

$v_{11}=1$, deb hisoblab quyidagini olamiz:

$$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Shunga o'xshash (16) tenglamaga mos ravishda

$$5\mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 5 \cdot v_{21} \\ 5 \cdot v_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{21} \\ v_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{21} + 2v_{22} \\ 4v_{21} + 3v_{22} \end{bmatrix},$$

bu esa quyidagini beradi:

$$4v_{21} = 2v_{22},$$

$$2v_{22} = 4v_{21},$$

yoki

$$2v_{21} = v_{22}.$$

$v_{21}=1$ deb hisoblab

$$\mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

va

$$\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2] = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

larga ega bo'lamiz.

Xos vektorlarni aniqlashning boshqa algoritmlari. $n \times n$ o'lchamli $\mathbf{A}$ matritsaning xos vektorlarini aniqlashning yana bir ketma-ketligi Krilov usuliga asoslangan. Bu yondashishda $\mathbf{A}$ matritsaning $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ xos sonlari aniqlanib bo'lingan va $\det(\mathbf{A} - \lambda_i \mathbf{I}) = 0$ xarakteristik tenglamadan foydalanish mumkin, deb hisoblanadi. Ushbu usulni turlicha va bir xil xos sonlarga ega bo'lgan matritsalariga qo'llash mumkin. Usulning ketma-ketligi quyidagicha.

$$\det(\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I}) = (-1)^n (\lambda^n - c_{n-1} \lambda^{n-1} - \dots - c_0), \quad (17)$$

dagi c_i vektorni aniqlab va n o'lchovli $\mathbf{d}_1$ vektorni ixtiyoriy tanlab, masalan $n=2$ uchun:

$$\mathbf{d}_1 = [1, 0]^T, \quad (18a)$$

quyidagi vektorlarni hosil qilamiz:

$$\mathbf{d}_2 = \mathbf{A}\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_3 = \mathbf{A}\mathbf{d}_2, \dots, \mathbf{d}_n = \mathbf{A}\mathbf{d}_{n-1}. \quad (18b)$$

Shundan so'ng $\mathbf{v}_i$ xos vektorning i -inchi elementini quyidagi ko'rinishda aniqlaymiz:

$$\mathbf{v}_i = \sum_{k=1}^n p_{ik} \mathbf{d}_{n-k+1}, \quad (19)$$

bu yerda

$$p_{i1} = 1, \quad (20a)$$

$$p_{i,j} = \lambda_i p_{i,j-1} - c_{n-j+1}, \quad j = 2, \dots, n, \quad (20b)$$

$$0 = \lambda_i p_{in} - c_0. \quad (20d)$$

(20d) tenglama faqat hisoblashlarni tekshirish uchun xizmat qiladi.

Agar $\mathbf{A}$ matritsa koagulyatsiyalangan

$$\left[\begin{array}{c|c} 0 & \\ \vdots & \mathbf{I} \\ 0 & \end{array} \right],$$

shaklda berilgan bo'lsa, u holda $\mathbf{V}$ matritsaning xos vektorini hisoblashning tezkor algoritmini Vandermond matritsasidan foydalanib quyidagicha qurish mumkin:

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \dots & \lambda_n \\ \lambda_1^2 & \lambda_2^2 & \dots & \lambda_n^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_1^{n-1} & \lambda_2^{n-1} & \dots & \lambda_n^{n-1} \end{bmatrix}. \quad (21)$$

$\mathbf{V}^{-1}$ faqat barcha λ_i lar har xil bo'lgan holatdagina mavjud bo'lishini inobatga olish kerak.
3 – misol.

Krilov usulini 2 – misolga qo'llaymiz. Unda

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}, \quad \lambda_1 = -1, \quad \lambda_2 = 5, \quad n = 2,$$

edi. $\mathbf{A}$ matritsaning xos vektorini quyidagicha aniqlaymiz.

$$\mathbf{d}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

ni ixtiyoriy tanlaymiz

$$\mathbf{d}_2 = \mathbf{A}\mathbf{d}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}.$$

ni aniqlash uchun. (17) tenglamaga ko'ra c_i quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\lambda_i^2 - 4\lambda_i - 5 = \lambda^n - c_1\lambda - c_0,$$

bundan $c_1 = 4$, $c_0 = 5$ ni olamiz. So'ng (20) tenglama quyidagini beradi:

$$p_{11} = 1, \quad p_{12} = -1 \cdot p_{11} - c_1 = -1 - 4 = -5,$$

$$p_{21} = 1, \quad p_{22} = 5 \cdot p_{21} - c_1 = 5 - 4 = 1.$$

Shunday qilib $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$ xos vektorlar quyidagilarga teng:

$$\mathbf{v}_1 = p_{11}\mathbf{d}_2 + p_{12}\mathbf{d}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 4 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{v}_2 = p_{21}\mathbf{d}_2 + p_{22}\mathbf{d}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}.$$

So'ng $\mathbf{v}_i$ ni shunday soddalashtiramizki, uning birinchi elementi 1 ga teng bo'lsin.
Natijada

$$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix},$$

ga ega bo'lamiz, xuddi 2 – misoldagidek.

Diagonallashtirish protsedurasi. $\mathbf{V}$ ni topishning boshqa usullarini ko'rib chiqish uchun diagonal matritsa $\mathbf{\Lambda}$ ni quyidagicha aniqlaymiz:

$$\mathbf{\Lambda} = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_n). \quad (22)$$

Ketma-ket ravishda

$$\mathbf{V}\mathbf{\Lambda} = [\lambda_1 \mathbf{v}_1, \dots, \lambda_n \mathbf{v}_n]. \quad (23)$$

(16) tenglamani e'tiborga olib quyidagini yozamiz:

$$\mathbf{V}\mathbf{\Lambda} = \mathbf{A} \cdot (\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_n) = \mathbf{A}\mathbf{V}, \quad (24a)$$

yoki

$$\mathbf{\Lambda} = \mathbf{V}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{V}. \quad (24b)$$

Shunday qilib $\mathbf{A}$ matritsani diagonallashtirish amalga oshiriladi, agar uning xos sonlari turlicha bo'lsa. (1) tenglamaga kanonik almashtirishni qo'llab, ya'ni $\mathbf{V}$ dan almashtirish matritsasi sifatida foydalanib va (4) tenglamani inobatga olib quyidagi kanonik holat tenglamasiga ega bo'lamiz:

$$\dot{\mathbf{x}}^* = \mathbf{\Lambda} \mathbf{x}^* + \mathbf{B}^* \mathbf{u}, \quad \mathbf{B}^* = \mathbf{V}^{-1} \cdot \mathbf{B}_1, \quad (25a)$$

yoki skalyar shaklda

$$\begin{aligned}\dot{x}_1^* &= \lambda_1 x_1^* + b_{11}^* u_1 + \dots + b_{1m}^* u_m, \\ \dot{x}_2^* &= \lambda_2 x_2^* + b_{21}^* u_1 + \dots + b_{2m}^* u_m, \\ &\vdots \\ \dot{x}_n^* &= \lambda_n x_n^* + b_{n1}^* u_1 + \dots + b_{nm}^* u_m.\end{aligned}\quad (25b)$$

Shundan kelib chiqib, kanonik almashtirish holat tenglamalari sistemasiga olib keladi, unda har bir (kanonik) holat o'zgaruvchisi hosilasi faqat unga mos (kanonik) o'zgaruvchiga va kirish signallariga bog'liq.

4 – misol.

Quyidagi tenglamani diagonalashtirishni ko'raylik:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u},$$

bu yerda $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$. $\mathbf{A}$ matritsaning kanonik almashtirilishi (24) tenglama-ga muvofiq quyidagi tartibda amalga oshiriladi:

$$\mathbf{\Lambda} = \mathbf{V}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{V}.$$

2 – misolda

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

olingani edi. shunga ko'ra

$$\mathbf{V}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

va

$$\mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{5}{3} & \frac{5}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$$

2 – misoldan ma'lumki, $\lambda_1 = -1$, $\lambda_2 = 5$. Shuning uchun diagonal matritsa $\mathbf{\Lambda}$ quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix}.$$

Boshqariluvchanlik

Kuzatiluvchanlik va boshqariluvchanlik tushunchalari birinchi bo'lib Kalman tomonidan 1960 yilda kiritilgan. Identifikatsiyalash usullari haqida gap borganda, kuzatiluvchanlik tushunchasi boshqariluvchanlik tushunchasidan muhimroq bo'lishiga qaramasdan, ular ikkalasi birgalikda ko'riladi.

Sistema boshqariluvchan deyiladi, agar u $t=t_0$ da ixtiyoriy $\mathbf{x}(t_0)$ holatdan boshqa istalgan $\mathbf{x}(t_1)$ holatga chekli vaqt intervali $\tau(t=t_1 - t_0)$ mobaynida bo'lakli-uzluksiz kirish ta'siri $\mathbf{u}(t)$, $t \in (t_0, t_1)$ ni qo'yish yo'li bilan o'zgartirish mumkin bo'lsa.

Boshqariluvchanlik tushunchasini 1 – rasm orqali tasvirlash mumkin. Ko'ri-nib turibdiki, bu sistema boshqariluvchan emas, chunki kirish ta'siri $\mathbf{u}(t)$ holat o'z-

$x_i^*(t_0) \stackrel{\Delta}{=} 0, t_0 \stackrel{\Delta}{=} 0$, aniqlanganda quyidagiga ega bo'lamiz:

$$x_i^*(t_1) = \sum_j e^{\lambda_i t_1} \int_0^{t_1} e^{-\lambda_i \tau} b_{ij}^* u_j(\tau) d\tau, \quad \forall i = 1, \dots, n. \quad (29)$$

$u_1, \dots, u_n$ n ta kirish bo'lgan holatni ko'raylik (n – holatlar soni). (28) tenglamadan ko'rinadiki, $\mathbf{B}^*$ ning hamma qatorlari chiziqli bog'liq bo'lmasa, u holda u_j ($\forall j=1, \dots, n$) boshqaruv integrallash oralig'ida doimiy bo'lishini talab etish mumkin va n ta ixtiyoriy $x_i^*(t_1)$ ni qanoatlantirish uchun n ta u_j noma'lumli n ta tenglamani yechish mumkin. Agar bitta kirishgagina ega bo'lsak holat murakkablashadi. Bu holda (28) tenglama quyidagi ko'rinishni oladi:

$$x_i^*(t_1) = e^{\lambda_i t_1} \int_0^{t_1} e^{-\lambda_i \tau} b_i^* u(\tau) d\tau, \quad \forall i. \quad (30)$$

Lekin, ixtiyoriy so'ngi $t_1 - t_0$ interval n ta intervallar $(t_{11} - t_0), (t_{21} - t_{11}), \dots, (t_{n1} - t_{n-1})$ ga bo'linishi mumkin, bu yerda $t_{n1} = t_1$. Shunday qilib, (29) tenglamaning integrali n ta intervalli n ta integrallarning yig'indisiga aylanadi. Ko'rinadiki, $u(\tau)$ ushbu intervalllarda n ta turli qiymatlarni qabul qilishi mumkin, bu qiymatlar har bir intervalda doimiy bo'lishi mumkin. Shuning uchun n ta noma'lumli (har bir intervalda u ning qiymati bilan) n ta bir turli tenglamaga ega bo'lamiz. Bitta kirish uchun boshqariluvchanlikning oxirgi mezoni ko'p kirishli sistemalar uchun ham to'g'ridir. Agar sistema bir necha kirishga ega bo'lsa va $\mathbf{B}^*$ matritsaning birorta ham qatori nol bo'lmasa, u holda barcha chiqishlarni shunday teng va o'zaro bog'liq qilish kerakki, sistema bitta kirishli sistemaga aylanadi.

5 – misol

$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u$, sistemani ko'raylik. Bu yerda

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

2 – misolga mos ravishda $\mathbf{A}$ ni diagonallashtirish uchun almashtirish matritsasi quyidagi munosabat orqali beriladi:

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix},$$

shu bilan birga

$$\mathbf{V}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

va

$$\mathbf{\Lambda} = \mathbf{V}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{V} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}.$$

(25) tenglamaga muvofiq

$$\mathbf{B}^* = \mathbf{V}^{-1} \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

bu esa quyidagi diagonallashtirish (kanonik) sistemani beradi:

$$\dot{x}_1^* = -x_1^*, \quad \dot{x}_2^* = 5x_2^* + u.$$

x_1^* ning holatiga boshqaruvning kirish signali ta'sir etmayotganidan ko'rindiki, sistema boshqarilmaydigan bo'ladi.

Noaniq xos qiymatlar holi. $\mathbf{A}$ matritsaning barcha xos sonlari turlicha bo'lmaganda $\mathbf{A}$ ni kanonik diagonalashtirishni amalga oshirish mumkin emas. Bu holda u *kanonik Jordancha shakl*ga almashtirilishi mumkin:

$$\mathbf{J} = \left[\begin{array}{ccc|cccc} \lambda_1 & 1 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \lambda_1 & 1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & \lambda_2 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & 0 & \lambda_3 & 0 & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & \lambda_n \end{array} \right]. \quad (31)$$

(uchta bir xil xos

Agar $\mathbf{A}$ ning tenglamalar mos

bo'lmas hisoblanadi. ($\mathbf{A}$ ning minimal ko'phadi deb eng kichik tartibli quyidagi ko'rinishdagi ko'phad tenglamaga aytiladi:

$$\mathbf{A}^q + \alpha_{q-1} \mathbf{A}^{q-1} + \dots + \alpha_1 \mathbf{A} + \alpha_0 \mathbf{I} = 0,$$

xarakteristik tenglama esa quyidagi munosabat orqali beriladi:

$$\lambda^n + \alpha_{n-1} \lambda^{n-1} + \dots + \alpha_1 \lambda + \alpha_0 = 0,$$

bu yerda λ – $\mathbf{A}$ matritsaning xos soni (qiymati). Yuqoridagi (31) dagi diagonal matritsa *Jordan bloki* deb nomlanadi.

Agar λ_i ning bir xil qiymatlari guruhi bittadan ko'p bo'lsa, $\mathbf{J}$ matritsaning diagonalida bir nechta Jordan bloki bo'lishi mumkin. Boshqariluvchanlik uchun $\mathbf{B}$ matritsaning har bir Jordan blokining pastki qatoriga mos keluvchi qatorida eng kamida bitta elementi va $\mathbf{B}$ ning boshqa har bir qatorida eng kamida bitta elementi noldan farqli bo'lishi kerak.

Shunday qilib, kanoniklashtirishga asoslangan boshqariluvchanlik mezonini xos sonlar va xos vektorlarni hisoblashni talab etadi, shuningdek, undan keyingi holat tenglamasini almashtirishni ham. Bunda hisoblashlar hajmi sezilarli darajada ko'p bo'lishi mumkin.

$\exp(\mathbf{A}t)$ ning yoyilmasiga asoslangan boshqariluvchanlik mezonini

$e^{\mathbf{A}t}$ o'tish holat matritsasini ko'phadlarga yoyishga asoslangan boshqariluvchanlik mezonini Kalmanga tegishli. Ushbu kriteriyning qo'llaniluvchanligi $\mathbf{A}$ ning turlicha xos sonli sistemalar bilan chegaralanmagan. Bu yerda sistemani kanoniklashtirish talab etilmaydi, bu esa xos vektorlarni hisoblashning zarurligini bartaraf etadi. Lekin bu mezon o'zida sistemaning fizik xossalarni 3.1 da ko'rilgan mezonga nisbatan kam aks ettiradi.

Boshqariluvchanlikni tekshirish uchun Kalman (1) holat tenglamasining yechimidan foydalanadi, u quyidagicha ifodalanadi:

$$\mathbf{x}(t_1) = e^{\mathbf{A}(t_1-t_0)} \mathbf{x}(t_0) + \int_{t_0}^{t_1} e^{\mathbf{A}(t_1-\tau)} \mathbf{B} \mathbf{u}(\tau) d\tau, \quad (32a)$$

yoki integrallash chegarlari o'zgartirilganda,

$$\mathbf{x}(t_0) = e^{\mathbf{A}(t_0-t_1)} \mathbf{x}(t_1) + \int_{t_1}^{t_0} e^{\mathbf{A}(t_0-\tau)} \mathbf{B} \mathbf{u}(\tau) d\tau, \quad (32b)$$

bu yerda $\mathbf{x}, \mathbf{u}$ – mos ravishda n va m o'lchovli vektorlar.

Har doim $\mathbf{x}(t_1) \stackrel{\Delta}{=} 0$ deb olish mumkin bo'lganligi uchun (32) tenglamadan quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\mathbf{x}(t_0) = - \int_{t_0}^{t_1} e^{\mathbf{A}(t_0-\tau)} \mathbf{B} \mathbf{u}(\tau) d\tau. \quad (33)$$

Shuni inobatga olish kerakki, Keli – Gamilton teoremasiga muvofiq ixtiyoriy $n \times n$ o'lchamli $\mathbf{A}$ matritsa o'zining hususiy ko'phad tenglamasini shunday qanoatlantiradiki, bunda

$$A^n = \sum_{i=0}^{n-1} \beta_i A^i. \quad (34)$$

Shunga ko'ra ixtiyoriy $(n+r) > n$ tartibli ko'phad matritsa tenglamani $(n+r-1) \geq (n-1)$ tartibli ko'phad tenglama deb faraz etish mumkin:

$$A^{n+r} = A^r A^n = A^r \sum_{i=0}^{n-1} \beta_i A^i = P_{n+r-1}(A), \quad (35)$$

bu yerda $P_{n+r-1}(A)$ – $n+r-1$ tartibli ko'phad. Silvestr teoremasiga muvofiq bu natija A matritsaning cheksiz darajali qatorlari uchun to'g'ri. Shunga ko'ra

$$e^{At} = I + At + A^2 t^2 / 2! + \dots + A^k t^k / k! + \dots \quad (36)$$

ni bilgan holda

$$e^{At} = \sum_{i=0}^{n-1} \gamma_i(t) A^i \quad (37)$$

ni olamiz, bu yerda chekli kattalik t da $\gamma_i(t)$ skalyar koeffitsientlar ixtiyoriy A matritsa uchun chekli. e^{At} uchun (37) tenglamadan (33) tenglamaga ifodani o'rniga qo'yish orqali quyidagiga ega bo'lamiz:

$$x(t_0) = - \int_{t_0}^{t_1} \sum_{i=0}^{n-1} \gamma_i(t_0 - \tau) A^i B u(\tau) d\tau = - \sum_{i=0}^{n-1} A^i B \int_{t_0}^{t_1} \gamma_i(t_0 - \tau) u(\tau) d\tau. \quad (38)$$

Shundan so'ng quyidagicha qabul qilamiz:

$$M^{\Delta} = [B, AB, A^2B, \dots, A^{n-1}B], \quad (39)$$

$$W_i^{\Delta} = - \int_{t_0}^{t_1} \gamma_i(t_0 - \tau) u(\tau) d\tau, \quad \forall i \in (0, n-1), \quad (40)$$

va

$$W^{\Delta} = \begin{bmatrix} W_0 \\ W_1 \\ \vdots \\ W_{n-1} \end{bmatrix}, \quad (41)$$

bu yerda M – $n \times (n \times m)$ o'lchovli matritsa, W_i va W lar esa mos ravishda m va $n \times m$ o'lchovli vektorlar. U holda (33) tenglama quyidagi ko'rinishda berilishi mumkin:

$$x(t_0) = MW^{\Delta} \quad (42)$$

Shunday qilib, (1) tenglama bilan ifodalangan sistema boshqariluvchan, agar n ta erkin skalyar tenglamalar (42) matritsaviy tenglamani qanoatlantirsa. Boshqacha aytganda, sistema boshqariluvchan, agar M matritsaning rangi n bo'lsa. Bitta kirishli jarayonlar bo'lgan hollarda, qayerdagi B – vektor-ustun, yuqorida keltirilgan shart shuni bildiradiki, boshqariluvchanlik uchun M^{-1} mavjud bo'lishi kerak. Umumiy holda, u ning o'lchami x nikiga qaraganda kichikroq bo'lganda, 3.1 bo'limda ko'rsatilgan usul bo'yicha $x(t_0)$ holatga erishish uchun u ning elementlari $(t_0 - t_1)$ intervalda bir necha bo'lakli-uzluksiz to'plamlardan qiymatlar qabul qilishlari kerak. Shuni e'tiborga olish kerakki, boshqariluvchanlik mezonni sistemaning turg'unligiga bog'liq emas. Shuning uchun sistema boshqariluvchan bo'lishi mumkin, hattoki, u boshqaruv bo'lmaganda turg'un bo'lsa ham, chunki sistemaning boshqariluvchanligi sistemani boshqarishning potensial imkoniyatlari bilan bog'liq. Bu holda boshqarilayotgan sistema boshqaruv bo'lmagandagi u turg'un yoki noturg'un ekanligidan holi ravishda stabillashuvchandir.

6 – misol.

Bu misolda 5 – misoldagi sistemaning boshqariluvchanligini $\exp(At)$ ning yoyilmasiga asoslangan mezon bo'yicha tekshiramiz.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \text{ va } AB = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 10 \end{bmatrix},$$

ni bilgan holda quyidagiga ega bo'lamiz:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 10 \end{bmatrix}.$$

M matritsaning ikkala ustuni (satri) chiziqli bog'liq bo'lganliklari ($\det M=0$) uchun sistema 5 – misolda kanonik almashtirishlar yordamida ko'rsatilganidek, boshqariluvchan emas.

Chiqish bo'yicha boshqariluvchanlik

Bundan oldingi muloxazalar (3.1 va 3.2) holat bo'yicha boshqariluvchanlikka, ya'ni sistemani ixtiyoriy $x(t_0)$ holatdan ixtiyoriy $x(t_1)$ holatga o'tish imkoniyatini aniqlashga bag'ishlangan edi. *Chiqish bo'yicha boshqariluvchanlik* tushunchasi sistemaning chiqishini $y(t_0)$ holatdan $y(t_1)$ holatga o'zgartirish imkoniyati bilan bog'liq.

Bunda y quyidagi munosabat bilan beriladi:

$$y=Cx \quad (43)$$

bu yerda x va y lar mos ravishda $(n \times 1)$ va $(q \times 1)$ o'lchamli vektorlar, bunda $q \leq n$.

Agar $y(t_0)$ holat $y(t_1)$ holatga sistemaga $u(t)$, $t \in (t_0, t_1)$ bo'lakli-uz-luksiz chiqish vektori qo'yilgandagi chekli τ ($\tau=t_1 - t_0$) vaqt intervalida o'zgartirish mumkin bo'lsa (1) va (43) tenglama bilan ifodalanadigan sistema chiqish bo'yicha boshqariluvchan bo'ladi. Ushbu chiqish bo'yicha boshqariluvchanlikni aniqlash boshqariluvchanlikni holat bo'yicha aniqlash bilan bir xil, agar $y(t_0)$ va $y(t_1)$ larni mos ravishda $x(t_0)$ va $x(t_1)$ larga almashtirilsa. Ushbu so'ngi moslik kamroq cheklovlariga ega bo'lsa ham u chiqish bo'yicha boshqarish mezonigacha ham yetib keldi. Shunga ko'ra (43) tenglamada y ($q \times 1$) o'lchamli vektor ekanini bilgan holda shuni topamizki, 3.2 bo'limdagi (ko'phadlarga yoyishga asoslangan) mezon q rangli M' matritsaning borligini aniqlaydi, bunda

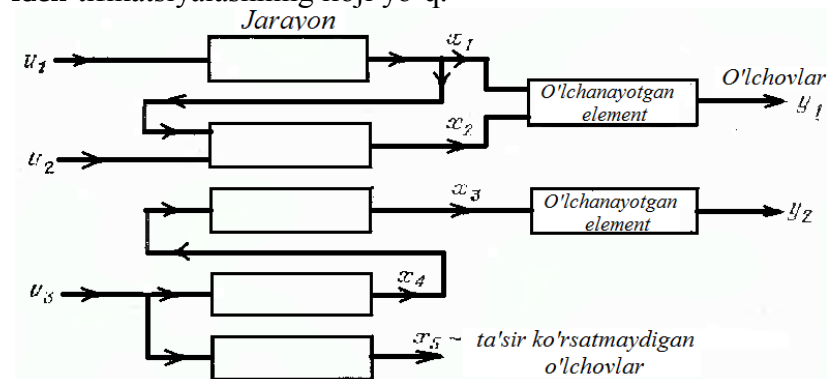
$$M' = [CB, CAB, CA^2B, \dots, CA^{n-1}B]. \quad (44)$$

Ushbu shartning isboti 3.2 bo'limda keltirilgan isbot bilan bir xil.

Kuzatiluvchanlik

Yuqorida aytilgandiki, kuzatiluvchanlik tushunchasi boshqariluvchanlik tu-shunchasini to'ldiradi. Agar boshqariluvchanlik sistemaning har bir holati kirish signaliga sezgir bo'lishini talab etsa, kuzatiluvchanlik sistemaning har bir holati o'lchanayotgan chiqish signaliga ta'sir etishini talab etadi.

Agar sistemaning hamma holatini uning chiqish vektori bo'yicha bevosita yoki bilvosita aniqlash mumkin bo'lsa sistema kuzatiluvchan bo'ladi. Shuning uchun, qachonki ma'lum holat (yoki ushbu holatning o'zgarishi) chiqish vektoriga ta'sir etmasa, sistema kuzatiluvchan emas (2-rasm). Bundan tashqari kuza-tilmaydigan sistema *identifikatsiyalana olmaydi*; uning holatlar fazosidagi to'liq modelida, ko'rish mumkinki, kuzatilmaydigan sistemalar o'ld parametrlarni iden-tifikatsiyalashning iloji yo'q.



10-rasm. Kuzatilmaydigan sistema.

Kanonik sistemalarning kuzatiluvchanlik mezon

Chiziqli sistemalar uchun ushbu sistemalarni oldindan diagonalashtirishni talab etuvchi Gilbert kuzatiluvchanlik mezonini ko'rib chiqamiz. Ushbu yondashuv boshqariluvchanlik mezonini uchun foydalanilgani bilan o'xshash (3.1 - bo'lim).

(1) va (43) tenglamalar sistemasini ko'ramiz, u kanoniklashtirilganidan so'ng quyidagicha ifodalanadi:

$$\dot{\mathbf{x}}^* = \mathbf{A}\mathbf{x}^* + \mathbf{B}^* \mathbf{u}, \quad (45)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}^* \mathbf{x}^*, \quad \mathbf{C}^* = \mathbf{C}\mathbf{V}, \quad (46)$$

bu yerda $\mathbf{V}$ – xos vektorlar matritsasi.

Agar $\mathbf{C}^*$ matritsaning birorta ham ustuni nol bo'lmasa, ya'ni $\mathbf{C}^*$ matritsada barcha $\mathbf{x}^*$, $\forall i (1, n)$ lar ishtirok etsa sistema kuzatiluvchan bo'ladi. Agar $\mathbf{C}^*$ ning hech bo'lmaganda bitta ustuni nol bo'lib qolsa, sistema kuzatilmaydigan bo'lib qoladi. So'ngi muloxazani isbotlash uchun turlicha xos sonlar bilan diagonallashtiriluvchi, quyidagi diskret shaklda berilgan

$$\mathbf{x}(k+1) = \boldsymbol{\varphi} \mathbf{x}(k) + \mathbf{G} \mathbf{u}(k), \quad k=0, 1, 2, \dots, \quad (47)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C} \mathbf{x}(k), \quad (48)$$

sistemani ko'rib chiqamiz, bu yerda $\boldsymbol{\varphi}$ - $n \times n$ o'lchamdagi turli elementlarga ega bo'lgan diagonal matritsa, $\mathbf{x}$, $\mathbf{u}$, $\mathbf{y}$ esa mos ravishda n , m , q o'lchamdagi vektorlar, bunda $q \leq n$. Ko'rinib turibdiki, $\mathbf{x}$ vektorning barcha x_i komponentlari $\mathbf{y}$ da bor bo'lsa, u holda z skalyar kattalikni quyidagicha aniqlash mumkin:

$$z = \mathbf{w}^T \mathbf{y} = w_1 y_1 + w_2 y_2 + \dots + w_q y_q. \quad (49)$$

Bu yerda $\mathbf{w}$ kattalikni shunday tanlaymizki, $\mathbf{w}^T \mathbf{C}$ ning barcha elementlari nolga teng bo'lmasin.

(48) ifodadan $\mathbf{y}$ uchun ifodani (49) ga qo'yib quyidagini olamiz:

$$z(k) = \mathbf{w}^T \mathbf{C} \mathbf{x}(k) = \mathbf{d}^T \mathbf{x}(k) = d_1 x_1 + \dots + d_n x_n, \quad \mathbf{d} = \mathbf{w}^T \mathbf{C} \triangleq [d_1, \dots, d_n], \quad (50)$$

bu yerda barcha $x_i (i=1, \dots, n)$ lar z da mavjud.

z kattalikning o'lchov natijalari bo'yicha $x_i(k) \forall i$ ni aniqlash uchun z da vaqtning n ta qiymatida n ta o'lchovni amalga oshirish kerak. Ushbu o'lchovlarni $z(j)$ orqali belgilab (bu yerda $j=k, \dots, k+r$, bunda r – butun son va $r \geq n-1$) $x_i(k)$ uchun (47) va (50) tenglamalardan quyidagi ko'rinishdagi n ta erkli tenglamalarga ega bo'lamiz:

$$z(k) = \mathbf{d}^T \mathbf{x}(k), \quad (51a)$$

$$z(k+1) = \mathbf{d}^T \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{d}^T \boldsymbol{\varphi} \mathbf{x}(k) + \mathbf{d}^T \mathbf{G} \mathbf{u}(k), \quad (51b)$$

$$z(k+2) = \mathbf{d}^T \mathbf{x}(k+2) = \mathbf{d}^T \boldsymbol{\varphi} \mathbf{x}(k+1) + \mathbf{d}^T \mathbf{G} \mathbf{u}(k+1) = \mathbf{d} \boldsymbol{\varphi}^2 \mathbf{x}(k) + \mathbf{d} \boldsymbol{\varphi} \mathbf{G} \mathbf{u}(k) + \mathbf{d} \mathbf{G} \mathbf{u}(k+1), \quad (51d)$$

$\vdots$

$$z(k+r) = \mathbf{d}^T \mathbf{x}(k+r) = \mathbf{d} \boldsymbol{\varphi}^r \mathbf{x}(k) + \mathbf{d} \sum_{\mu=0}^{r-1} \boldsymbol{\varphi}^\mu \mathbf{G} \mathbf{u}(k+r-\mu), \quad (51e)$$

bu yerda $\boldsymbol{\varphi}^0 \triangleq \mathbf{I}$.

Faqat n -inchi elementlaridan iborat n o'lchovli $Z(k)$ o'lchov vektorini kiritamiz:

$$\mathbf{Z}(k) \triangleq [z(k), \dots, z(k+r)]^T, \quad (52)$$

U holda (51) tenglama quyidagicha yozi-ladi:

$$\mathbf{Z}(k) = \mathbf{P} \mathbf{x}(k) + \sum_{i=0}^{r-1} \lambda_i \mathbf{u}(k+i), \quad (53)$$

bu yerda λ_i (51) tenglamadan aniqlanadi va

$$\mathbf{P} \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{d} \\ \mathbf{d} \boldsymbol{\varphi} \\ \vdots \\ \mathbf{d} \boldsymbol{\varphi}^{n-1} \end{bmatrix} = (n \cdot n)\text{-matritsa} \quad (54)$$

Bu yerda shunday deb hisoblanyaptiki, $\mathbf{u}(k+i)$ tenglamalar (53) tenglamada o'chanishi mumkin, shuningdek ularning ushbu tenglamada borligi kuzatiluvchanmaslikni keltirib chiqarmaydi.

Shundan keyin, Φ matritsa turli elementlardan iborat diagonal bo'lgani uchun (54) tenglamaning qatorlari chiziqli bog'liq emas va $\mathbf{P}^{-1}$ mavjud. Shunday qilib, $\mathbf{x}(k)$ ni (53) tenglamadan topish mumkin, agar $\mathbf{Z}(k)$ va $\mathbf{u}(k)$ lar ma'lum bo'lsalar. Ko'rinib turibdiki, agar (50) tenglama holat vektori $\mathbf{x}$ ning komponenti bo'lgan x_i ni o'z ichiga olmasa, u holda na z , na $\mathbf{y}(k)$ lar (49) tenglamada x_i lar haqida axborot tashqil etadilar, va sistemaning holatini $\mathbf{y}(k)$ ning o'lchoviga asoslanib aniqlashning iloji yo'q. Oxirgi holatda $\mathbf{d}$ $n - 1$ ta (yoki agar navbatdagi holat vektori komponentlari (50) tenglamada ko'rinmasa xatto undan ham kamroq) elementga ega bo'lgan vektor-qator hisoblanadi. Shunday qilib $\mathbf{P}$ matritsa (54) tenglamada yaratilgan va o'lchov natijalari bo'yicha $\mathbf{x}$ ni olish uchun unga murojaat etib bo'lmaydi.

7 – misol.

$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}$, $\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x}$, sistemani qaraylik. Bunda xuddi 5 – misoldagi kabi

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = [1 \quad 1].$$

5 – misoldan ma'lumki, $\mathbf{V} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$. $\mathbf{A}$ ning xos vektorlari matritsasi hisoblanadi. Kuzatiluvchanlikni aniqlash uchun quyidagini hisoblaymiz:

$$\mathbf{C}^* = \mathbf{C}\mathbf{V} = [1 \quad 1] \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = [0 \quad 3].$$

$\mathbf{C}^*$ ning birinchi ustuni nolga teng bo'lgani uchun sistema kuzatiluvchan emas.

$\exp(\mathbf{A}t)$ ning yoyilmasiga asoslangan kuzatiluvchanlik mezon

O'tish holat matritsasi $e^{\mathbf{A}t}$ ni ko'phadlarga yoyishga asoslangan kuzatiluvchanlik mezon 3.2 bo'limdagi boshqariluvchanlik mezoniga o'xshashdir.

Holat va sistema o'lchovlarining uzluksiz tenglamalarini ko'rib chiqamiz.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}, \quad (55a)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \quad (55b)$$

$\mathbf{u}(t)$ kirish vektori o'lchangan deb faraz qilib, aytish mumkinki, $\mathbf{u}(t)$ vektorning nolga tengligi kuzatiluvchanlik mezoniga ta'sir etmaydi. Shuning uchun keying tahlillarni soddalashtirish uchun $\mathbf{u}(t)=0$ ni qo'yib, natijada quyidagini olamiz:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}e^{\mathbf{A}(t-t_0)}\mathbf{x}(t_0). \quad (56)$$

$e^{\mathbf{A}t}$ uchun (37) tenglamada foydalanilgan ifodadan foydalanib (56) tenglamani quyidagi ko'rinishga keltiramiz:

$$\mathbf{y}(t) = \sum_{i=0}^{n-1} \gamma_i (t - t_0) \mathbf{C}\mathbf{A}^i \mathbf{x}(t_0) = \sum_{i=0}^{n-1} \mathbf{C}\mathbf{A}^i \gamma_i (t - t_0) \mathbf{x}(t_0). \quad (57)$$

$$\mathbf{L} \stackrel{\Delta}{=} [\mathbf{C}^T, \mathbf{A}^T \mathbf{C}^T, (\mathbf{A}^T)^2 \mathbf{C}^T, \dots, (\mathbf{A}^T)^{n-1} \mathbf{C}^T] \quad (58)$$

va

$$\mathbf{\Gamma} \stackrel{\Delta}{=} [\gamma_0, \dots, \gamma_i, \dots, \gamma_{n-1}] \quad (59)$$

deb belgilaymiz, u holda (57) tenglama quyidagi ko'rinishga keladi:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{\Gamma}\mathbf{L}^T \mathbf{x}(t_0). \quad (60)$$

Ko'rinadiki, γ_i va shu bilan birga $\mathbf{G}$ aynan bitta t_0 da t vaqtning turli qiymatlarida turli qiymatlarga ega bo'ladilar. Bu holda (55) tenglamalar sistemasining to'liq kuzatiluvchanligi uchun (ya'ni $\mathbf{y}$ bo'yicha $\mathbf{x}(t_0)$ ning barcha elementlarini xatosiz aniqlash uchun) $\mathbf{L}$ matritsaning n ta ustunlari chiziqli bog'liqmasligi talab etiladi, ya'ni $\mathbf{L}$ matritsaning rangi n ga teng bo'lsin. Shundan so'ng $\mathbf{x}(t_0)$ ni olish uchun 4.1 bo'limdagi kabi talab etish mumkinki, o'lchovlar t vaqtning turli qiymatida o'tkazilsin.

8 – misol.

Ikkita holat o'zgaruvchisiga va bitta o'lchanayotgan o'zgaruvchiga va (58) tenglamadagi ikkita chiziqli bog'liq ustunli $\mathbf{L}$ matritsaga ega bo'lgan sistemani qaraylik. $\mathbf{L}$ matritsaning ko'rinishi quyidagicha:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} l_1 & 3l_1 \\ l_2 & 3l_2 \end{bmatrix}.$$

(60) tenglama, bu holda, quyidagi ko'rinishga keladi:

$$\begin{aligned} y(t) &= [\gamma_0, \gamma_1] \begin{bmatrix} l_1 & l_2 \\ 3l_1 & 3l_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = [\gamma_0, \gamma_1] \begin{bmatrix} l_1 x_1 + l_2 x_2 \\ 3l_1 x_1 + 3l_2 x_2 \end{bmatrix} = \\ &= \{(\gamma_0)_{t-t_0} (l_1 x_1 + l_2 x_2)_{t_0}\} + 3 \{(\gamma_1)_{t-t_0} (l_1 x_1 + l_2 x_2)_{t_0}\}. \end{aligned}$$

$\mathbf{L}$ t ga bog'liq bo'lmaganligi uchun x_1, x_2 holatlarni bir xil aniqlashning iloji yo'q; hatto y vaqt momenti t ning har qanday qiymati uchun o'lchanayotgan (γ_0, γ_1 esa aniqlanayotgan) bo'lsa ham ular $l_1 x_1 + l_2 x_2$ kombinatsiya shaklida hosil bo'ladi.

Holatlar fazosidagi tasavvur etish va uzatish funksiyasi yordamida tasavvur etish o'rtasidagi bog'liqlik

Quyida bajariladigan tahlil holatlar fazosidagi tasavvur etish va skalyar uza-tish funksiyalari terminlaridagi modellar o'rtasidagi bog'liqlikni yuzaga chiqarishga bag'ishlanadi; bu tasavvurlarning ikkala turi ham klassik boshqaruv nazariyasi va sistemalar nazariyalarida keng qo'llanilmoqda. Tahlil tasavvurning bir shaklidan boshqa shakliga o'tishni yengillashtirish uchun amalga oshiriladi. Quyida bajariladigan hisoblashlar asosan diskret sistemalariga aloqador. Biroq agar diskretlashtirish vaqti nolga intiladi, deb faraz qilinsa ularni uzluksiz sistema hollariga kengaytirish ravshan bo'ladi. Bir necha kirish bo'lgan hollarda ushbu vaqt momentinifaqat bitta kirishga qo'llash mumkin.

Modellarni holatlar fazosida skalyar uzatish funksiyalari bo'yicha olish

Ushbu bo'limda skalyar uzatish funksiyalari ko'rinishida tasvirlanishini ko'rib chiqamiz, bu uzatish funksiyalari sistemaning chiqishini bitta skalyar kirish kattaligi bilan bog'laydi. Bir nechta kirishga ega bo'lgan holimizda bir nechta uzatish funksiyalarini kiritish zarur. Holatlar fazosidagi modellarni skalyar uzatish funksiyalari bo'yicha aniqlash uchun uzatish funksiyalarini z-almashtirish sifatida ko'riladigan diskret uzatish funksiyalaridan foydalanamiz. Lekin quyidagi approksimatsiya yo'li bilan uzluksiz ko'rinishini ham olish mumkin:

$t = k\Delta t, \quad k = 0, 1, 2, \dots$ da $\frac{dx(t)}{dt}$ yordamida $\frac{x(k+1) - x(k)}{\Delta t}$ z-almashtirishl orqali olingan uzatish funksiyasi quyidagi ifoda orqali berilgan bo'lsin:

$$G(z) = \frac{b_1 z^{-1} + \dots + b_m z^{-m}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n}} = \frac{y(z)}{u(z)}, \quad (61)$$

bu yerda z^{-1} – siljish operatori, bu $z^{-i} y_k \stackrel{\Delta}{=} y_{k-i}$ shartni qanoatlantiradi, u va y lar mos ravishda kirish va chiqish o'zgaruvchilarini bildiradilar, $m \leq n$ esa barcha aniq sistemalar uchun.

(61) tenglamaning ikkala tomonini ko'paytirib va z ni aniqlashni inobatga olib quyidagiga ega bo'lamiz:

$$y_k + a_1 y_{k-1} + \dots + a_n y_{k-n} = b_1 u_{k-1} + b_2 u_{k-2} + \dots + b_m u_{k-m}. \quad (62)$$

(62) tenglamani quyidagi ko'rinishga keltirish mumkin:

$$x(k) = \Phi x(k-1) + \Gamma u(k-1), \quad (63)$$

$$y(k) = Cx(k), \quad (64)$$

bu yerda Φ, G, S lar quyidagi munosabatlar orqali aniqlanadilar:

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0 & & & \\ \vdots & & & \\ 0 & & \mathbf{I} & \\ \hline -a_n & -a_{n-1} & \dots & -a_1 \end{bmatrix}, \quad (65)$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 1 & & & & \\ a_1 & 1 & & & \\ a_2 & a_1 & 1 & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \\ a_{n-1} & \dots & a_1 & 1 & \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix} = \alpha^{-1} \beta, \quad (66)$$

$$C = [1, 0, \dots, 0] \quad (67)$$

Bu yerda F – koagulirlangan matrisa shakli, α esa (66) dagi quyi uchburchak matritsa.

(61) tenglamadagi nol had $b_0 z^0$ kirish va chiqish orasidagi oniy aloqani ifodalaydi, bu aloqa uchun (63) tenglama bajarilmaydi. Shunga ko'ra, agar dx/dt chekli farqli ifodaga asoslangan diskret holat tenglamasi (61) uxatish funksiyasini olish uchun ishtirok etadi yoki aksincha, koeffitsient b_0 (61) va (62) tenglamalarda bo'lishi kerak emas.

(63) – (67) tenglamalarning holatlar fazosida tasavvur etilishi (62) tenglama bo'yicha tasavvurga va shunga ko'ra (61) uzatish funksiyasi shakliga mos keladi. Buni quyidagicha ifodalaymiz.

$$x \triangleq [x_1, \dots, x_n]^T, \quad (68)$$

$$\Gamma \triangleq [\gamma_1, \dots, \gamma_n]^T \quad (69)$$

bo'lsin. (64) tenglamadan (67) tenglamadagi C matritsa bilan birga foydalanib quyidagiga ega bo'lamiz:

$$x_1(k) = y(k). \quad (70)$$

(63) tenglamani (65) tenglamaga qarab o'zgartirib F matritsa uchun

$$x_1(k) = x_2(k-1) + \gamma_1 u(k-1)$$

ga ega bo'lamiz, yoki hadlarni qayta guruhlashtirib va (70) tenglamani e'tiborga olib quyidagini olamiz:

$$x_2(k) = x_1(k+1) - \gamma_1 u(k) = y(k+1) - \gamma_1 u(k).$$

Shunga mos ravishda

$$x_i(k) = y(k+i-1) - \sum_{j=2}^i \gamma_{j-1} u(k+i-j) \quad \text{при } i \leq n. \quad (71)$$

Bu yerda $x_n(k)$ quyidagi muosabat orqali beriladi:

$$x_n(k) = y(k+n-1) - \gamma_1 u(k+n-2) - \dots - \gamma_{n-1} u(k). \quad (72)$$

(63) matritsaviy tenglamaning quyi satrini (71) ifodaga tenglab va (65) tenglamadagi F dan foydalanib quyidagini olamiz:

$$\begin{aligned} & -a_n x_1(k-1) - \dots - a_1 x_n(k-1) + \gamma_n u(k-1) = \\ & = y(k+n-1) - \gamma_1 u(k+n-2) - \dots - \gamma_{n-1} u(k). \end{aligned} \quad (73)$$

$x_i(k) \forall i=1, \dots, n-1$ uchun (71) tenglamadagi ifodani (73) tenglamaga qo'yib navbat-dagini topamiz:

$$\begin{aligned} & y(k+n-1) - \gamma_1 u(k+n-2) - \dots - \gamma_{n-1} u(k) = -a_n y(k-1) - \dots - a_1 y(k+n-2) + \\ & + a_{n-1} \gamma_1 u(k-1) + a_{n-2} [\gamma_1 u(k) + \gamma_2 u(k-1)] + \\ & + \dots + a_1 [\gamma_1 u(k+n-3) + \dots + \gamma_{n-1} u(k-1)] + \gamma_n u(k-1). \end{aligned} \quad (74)$$

(74) tenglamada qayta guruhlashtirishni amalga oshirgandan so'ng

$$\begin{aligned} & y(k+n-1) + a_1 y(k+n-2) + a_2 y(k+n-3) + \dots + a_n y(k-1) = \\ & = a_{n-1} \gamma_1 u(k-1) + a_{n-2} [\gamma_1 u(k) + \gamma_2 u(k-1)] + \dots + \\ & + a_1 [\gamma_1 u(k+n-3) + \dots + \gamma_{n-1} u(k-1)] + \\ & + \gamma_1 u(k+n-2) + \dots + \gamma_n u(k-1) = b_1 u(k+n-2) + \\ & + b_2 u(k+n-3) + \dots + b_m u(k+n-m-1), \end{aligned} \quad (75)$$

ga ega bo'lamiz, bunda

$$\begin{aligned} b_1 &= \gamma_1, \\ b_2 &= \gamma_2 + a_1 \gamma_1, \\ &\vdots \\ b_m &= \gamma_m + a_1 \gamma_{m-1} + \dots + a_{m-1} \gamma_1, \\ 0 &= \gamma_j + a_1 \gamma_{j-1} + \dots + a_{j-1} \gamma_1 \quad \forall n \geq j > m. \end{aligned} \quad (76)$$

(76) tenglama matritsa shaklida quyidagicha yozilishi mumkin:

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & & & & 0 \\ a_1 & 1 & & & \\ & a_2 & a_1 & 1 & \\ & a_3 & a_2 & a_1 & 1 \\ & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ & a_{n-1} & \dots & a_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \gamma_n \end{bmatrix} = \alpha \Gamma, \quad (77)$$

bu esa quyidagini beradi:

$$\Gamma = \alpha^{-1} \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \alpha^{-1} \beta. \quad (78)$$

bu yerda β – n o'lchamli vektor, $m \leq n$. (75) tenglama (65) – (67) tenglamalar bilan qanoatlantirilganligi uchun (63) – (67) tenglamalarni holatlar fazosida tasavvur etish tugatildi.

9 – misol

Holatlar fazosida diskret uzatish funksiyasi bo'yicha model olishni tasvirlash uchun quyidagi diskret uzatish funksiyasi orqali berilgan sistemani ko'ramiz:

$$G(z) = \frac{0,6z}{z^2 - 1,6z + 1} = \frac{0,6z^{-1}}{1 - 1,6z^{-1} + z^{-2}} = \frac{b_1 z^{-1}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} = \frac{y(z)}{u(z)},$$

bu yerda u va y – mos ravishda sistemaning kirishi va chiqishi.

Ushbu sistemaning (67) tenglamadagi C matritsali holatlar fazosidagi (xuddi (63) va (64) tenglamalardagi kabi) diskret modelini olish uchun F va G larni mos ra-vishda (65) va (66) tenglamalardan hisoblaymiz:

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & +1,6 \end{bmatrix},$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1,6 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0,6 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1,6 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,6 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,6 \\ 0,96 \end{bmatrix}.$$

Natijada

$$\begin{aligned} x_1(k) &= x_2(k-1) + 0,6u(k-1), \\ x_2(k) &= -x_1(k-1) + 1,6x_2(k-1) + 0,96u(k-1) \end{aligned}$$

va

$$y(k) = x_1(k)$$

larga ega bo'lamiz.

Skalyar uzatish funksiyalarini holatlar fazosidagi modellar asosida olish

Agar kuzatiluvchan sistema uchun uning holatlar fazosidagi chiziqli modeli berilgan bo'lsa, unda uzatish funksiyasi modelni holatlar fazosida koagulirlangan shakl-ga almashtirish yo'li bilan olingan bo'lishi mumkin. Holatlar fazosidagi hisoblash-larni uzatish funksiyalari yordamida soddalashtirish uchun diskret shaklda qaraymiz. Shunga ko'ra, (61) – (78) tenglamalar tahlili natijalaridan bevosita foydalanish mumkin.

Holatlar fazosida diskret modelda berilgan kuzatiluvchan chizili sistemani qaraymiz:

$$\mathbf{w}(k+1) = \Psi \mathbf{w}(k) + \Omega u(k), \quad (79)$$

$$y(k) = \mathbf{D} \mathbf{w}(k), \quad (80)$$

bu yerda $\mathbf{w}$ – sistemaning holat vektori, u, y lar esa – skalyar kirish va chiqish o'zgaruvchilari.

Navbatdagi tahlil (61) tenglama bilan o'xshash ko'rinishga ega bo'lgan, (79), (80) tenglamalar sistemasi uchun diskret skalyar uzatish funksiyasini olishga qo'shi-ladi, uning ko'rinishi quyidagicha:

$$G(z) = \frac{y(z)}{u(z)} = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_m z^{-m}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n}}. \quad (81)$$

(81) tenglamadagi m ning eng katta qiymati (79) ko'rinishdagi sistemalar uchun n ga teng bo'lgani uchun va a_i va b_i koeffitsientlar noma'lum bo'lganliklari uchun $m=n$ deb qabul qilavermiz. (81) tenglamadagi suratlarni maxrajlariga ko'paytirib quyidagini olamiz:

$$y(k) + a_1 y(k-1) + \dots + a_n y(k-n) = b_1 u(k-1) + \dots + b_n u(k-n), \quad (82)$$

bu esa $n=m$ da (62) tenglamaga ekvivalent.

(79), (80) tenglamalar sistemasi kuzatiluvchanligini bilgan holda uni koagulirlangan shaklga almashtirilishi $\mathbf{T}$ almashtirish matritsasi yordamida amalga oshirili-shi mumkin:

$$\mathbf{T} \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{D} \\ \mathbf{D}\Psi \\ \vdots \\ \mathbf{D}\Psi^{n-1} \end{bmatrix}. \quad (83)$$

Bu holda holatlar fazosida quyidagi almashtirilgan model olinadi:

$$\mathbf{w}^*(k+1) = \Psi^* \mathbf{w}^*(k) + \Omega^* u(k), \quad (84)$$

$$y(k) = \mathbf{D}^* \mathbf{w}^*(k), \quad (85)$$

bu yerda $\mathbf{w}^*, \Psi^*, \Omega^*, \mathbf{D}^*$ lar – (79), (80) tenglamalardagi almashtirilgan $\mathbf{w}, \Psi, \Omega, \mathbf{D}$. Ular quyidagi shart bilan qanoatlantiradilar:

$$\Psi^* \triangleq \mathbf{T} \Psi \mathbf{T}^{-1} = \left[\begin{array}{c|c} 0 & \mathbf{I} \\ \vdots & \\ 0 & \end{array} \right], \quad (86)$$

$$\Omega^* \triangleq \mathbf{T} \Omega, \quad (87)$$

$$\mathbf{w}^* \triangleq \mathbf{T} \mathbf{w}, \quad (88)$$

$$\mathbf{D}^* \triangleq \mathbf{D} \mathbf{T}^{-1}. \quad (89)$$

(86) tenglamaning o'ng tomonidagi matritsa koagulirlangan shaklga ega. (84) va (85) tenglamalarda $\mathbf{w}^*$ ning o'rniga $\mathbf{x}$ ni, Ψ^* ning o'rniga Φ ni, Ω^* ning o'rniga $\mathbf{G}$ ni, $\mathbf{D}^*$ ning o'rniga $\mathbf{C}$ ni qo'yish (63) – (67) tenglamalarga identik (bir xil) bo'lgan tenglamalar sistemasini beradi. (84), (85) tenglamalarning holatlar fazosida (63) – (67) tenglamalar modeliga ekvivalentligini e'tiborga olib va (61) – (78) tenglamalar-ni tahlil qilib (84), (85) tenglamalar sistemasi uchun uzatish funksiyasini olamiz. Bu uzatish funksiyasi $m=n$ da (61) tenglama bilan beriladi. Shunga ko'ra (81) tenglama-dagi a_i koeffitsientlar quyidagi shartni qanoatlantiradi:

$$a_i = \alpha_i, \quad \forall i = 1, \dots, n, \quad (90)$$

bu yerda (86) tenglamadagi α_i (79) tenglamadagi Φ ni almashtirish yordamida olina-di. Shundan so'ng, uzatish funksiyaning aniqlovini tamomlash uchun b_j ni (77) tenglama orqali beramiz.

Yana shuni hisobga olamizki, (77), (78) tenglamalarning asosida $j \in (1, m)$, qayerdagi, $m - \Omega$ ning o'lchami.

Uzluksiz hol. Uzluksiz hol uchun bo'lgan uzatish funktsiya haqida analitik xulosani holatlar fazosida Laplas bo'yicha almashtirilgan modeldan foydalanib olish mumkin:

$$s\mathbf{x}(s) = \mathbf{A}\mathbf{x}(s) + \mathbf{B}u(s), \quad (91)$$

$$y(s) = \mathbf{C}\mathbf{x}(s), \quad (92)$$

bu yerda s bilan Laplas almashtirishdagi o'zgaruvchi belgilanadi, $\mathbf{x}$, u , y esa – holat vektori va mos ravishda skalyar kirish va chiqish o'zgaruvchilari.

(91) tenglama

$$(s\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{x}(s) = \mathbf{B}u(s) \quad (93)$$

va

$$\mathbf{x}(s) = (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B}u(s) \quad (94)$$

larni beradi. So'ng (92) tenglamadan foydalanib quyidagiga ega bo'lamiz:

$$y(s) = \mathbf{C}\mathbf{x}(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B}u(s), \quad (95)$$

bunda $G(s)$ uzatish funktsiyasi quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$G(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B}. \quad (96)$$

s raqam bo'lmaganligi uchun uzatish funktsiyasini olishning oxirgi usuli (79) – (90) tenglamalardan aniqlanadigan modellardan farqli ravishda raqamli hisoblash mashinalarida amalga oshirilishi mumkin.

Tayanch iboralar: holatlar fazosi, holatlar vektori, chiziqli almashtirish, xarakteristik tenglama, matritsaning xos soni, xos vektorlar matritsasi, kanonik almashtirish, matritsani diagonalashtirish, kuzatiluvchanlik, boshqariluvchanlik, Gilbert mezon, $\exp(\mathbf{A}t)$ ning yoyilmasiga asoslangan boshqariluvchanlik va kuzatiluvchanlik mezonlari, chiqish bo'yicha boshqariluvchanlik va kuzatiluvchanlik, kanonik sistemalarning kuzatiluvchanlik mezon, skalyar uzatish funktsiyalarini.

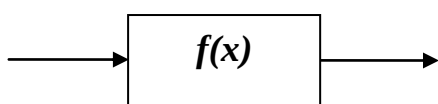
Takrorlash uchun savollar

1. Dinamik tenglamalar qanday bo'ladi?
2. Tenglamani akslantirish nima?
3. Xos son, xos vektorlar nima?
4. Dinamik tizimlarni boshqarish qanday bo'ladi?
5. Dinamik tizimlarni kuzatiluvchanligi tushinchasini qanday tushinasiz?
6. Uzatish funktsiyasi nima?
7. Diskret uzatish funktsiyasi nima?

3-Mavzu. Sinusoidal, pog'onali va impuls signallar yordamida identifikatsiyalash usullari

Reja

- 3.1 Fure almashtirishiga asoslangan identifikatsiyalash usullari.
- 3.2 Chastotali tasniflash yordamida identifikatsiyalash
- 3.3 O'tish funktsiyasi yordamida identifikatsiyalash. Impuls o'tish funktsiyasi yordamida identifikatsiyalash



$f(x)$ – funktsiya sifatidagi ob'ekt sxemasi

Chiqish reaksiyasining kirish ta'siridan olingan funktsiyani quidagicha ifodalash mumkin

$$y = f(x)$$

Murakkab bo'lgan hollarda bu ko'rinishda model tuzib olish imkoni yo'q. Misol uchun ta'sir reaksiyasi y (chiqish) $x(t)$ ning funktsiyasi bo'lsa modelni quidagicha yozish mumkin:

$$y = F[x(t)]$$

F o'zgarish qonuni, u $x(t)$ funktsiyani o'zgartirish bilan y o'zgaruvchini xosil qiladi.



$$y(t) = A\{x(s), t\} \text{ yoki } y(t) = A_t x(s)$$

A_t operator orqali ifodalangan ob'ekt sxemasi. Ushbu operatorni differentsial ko'rinishda ifodalashimiz mumkin.

$$y(t) = \frac{dx(t)}{dt} \text{ yoki integral operator } y(t) = \int_{t_0}^t x(t) dt$$

A operator chiziqli hisoblanadi qachonki superpozitsiya usulini qo'llash mumkin bo'lsa

$$A \sum_{i=1}^n C_i x_i(t) = \sum_{i=1}^n C_i A x_i(t)$$

Bir o'lchamli chiziqli ob'ektlar uchun $x_i(t)$ ta'sir va $y(t)$ reaksiya qo'yidagi bog'liqlik tenglamalari orqali ifodalanishi mumkin.

1. differentsial tenglama.

$$\sum_{i=0}^n a_i(t) \frac{d^i y(t)}{dt^i} = \sum_{j=0}^m b_j(t) \frac{d^j x(t)}{dt^j}; \quad n \geq m \quad (1-7)$$

2. impulsli o'tish (vazn) funktsiyasi $g(t, s)$

$$y(t) = \int_{t-T}^t g(t, s) x(s) ds; \quad (1-8)$$

3. chastotali xarakteristika $F(t, j\omega)$

$$y(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{a-j\infty}^{a+j\infty} \Phi(t, j\omega) X(j\omega) e^{j\omega} d\omega; \quad (1-9)$$

bu erda $x(j\omega) \rightarrow x(t)$ signali Laplas almashishi va

$$X(j\omega) = \int_0^{\infty} x(t) e^{-j\omega} dt \quad j = \sqrt{-1}$$

Laplas almashtirishi ushbu formulada kichik x, X ko'rinishda ifodalangan. Yuqoridagi differentsial tenglamadan qo'yidagiga ega bo'lamiz

$$\sum_{i=0}^n a_i(t) \frac{d^i y(t)}{dt^i} = \sum_{j=0}^m b_j(t) \frac{d^j x(t)}{dt^j}; \quad n \geq m \quad (1-10)$$

Impulslı o'tish funksiyasi yordamida ifoda $\tau < 0$ da $g(\tau) = 0$

$$y(t) = \int_0^{\infty} g(\tau) x(t-\tau) d\tau = \int_{-\infty}^t g(t-\tau) x(\tau) d(\tau); \quad (1-10)$$

ko'rinishga keladi.

Jismoniy qo'llaniladigan sistemalar uchun $\tau < 0$ da $g(\tau) = 0$
Chastotali xarakteristika yordamida

$$y(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(j\omega) X(j\omega) e^{j\omega t} d\omega; \quad (1-12)$$

$j\omega - p$ ga almashtirib

$$F(p) = \int_0^{\infty} g(\tau) e^{-p\tau} d\tau; \quad (1-13)$$

Laplas almashtirishda belgilangan funksiya $F(p)$ vazn funksiyasi $g(\tau)$ bilan bog'liq bo'ladi hamda

$$g(\tau) = \frac{1}{2\pi j} \int_{a-j\omega}^{a+j\omega} \Phi(p) e^{p\tau} dp; \quad (1-14)$$

obyektni uzatish funksiyasi

$$F(p) = \frac{b_m p^m + \dots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + \dots + a_1 p + a_0}; \quad n \geq m \quad (1-15)$$

Chastotali xarakteristikalar yordamida idintifikatsiyalash

Chiziqli sistemalarni idintifikatsiyalashda chastotaviy usul Naykvest va Bode ishlariga asoslanadi va ularda amplituda va chastotaviy xarakteristikalaridan foydalaniladi. Sinsoidal signal berib qaralgan chegarada chastota o'zgarishi kuzatiladi. Usulda qo'yidagi Laplas almashtirishdan foydalaniladi.

$$X(s) = G(s)Y(s) \quad (1)$$

yoki

$$G(s) = \frac{X(s)}{Y(s)} \quad (2)$$

bu erda $G(s), X(s)$, va $Y(s)$ sistemalar kirish va chiqishni bog'lovchi uzatish funktsiyalari.

$$s = G + j\omega \quad (3)$$

deb belgilab Laplas almashtirishini amalga oshiramiz. Bu erda bizni kirish va chiqishi qiziqtiradi. $G \rightarrow 0$ deb qo'yidagiga ega bo'lamiz.

$$x(j\omega) = G(j\omega)y(j\omega) \quad (4)$$

(4) tenglamadan $G(t), x(t), y(t)$ larni Fure almashtirishi tenglamalari asosida qo'yidagiga ega bo'lamiz.

$$g(t) = L^{-1}[G(s)]; \quad y(t) = L^{-1}[Y(s)]; \quad x(t) = L^{-1}[X(s)] \quad (5)$$

$$G(j\omega) = \alpha(\omega) + j\beta(\omega) \quad (6)$$

$$|G(j\omega)| = \sqrt{\alpha^2(\omega) + \beta^2(\omega)} \quad (7)$$

$$\varphi(\omega) = \arg[G(\omega)] = \arctg \frac{\beta(\omega)}{\alpha(\omega)} \quad (8)$$

Agar $y(t)$ — toza sinusoidal chiqish signali birlik chastota ω ; bu holda amplituda $x(t)$

$|G(j\omega)|$ kirish signalidan $y(t)$ marta katta uning fazosi $\varphi(\omega)$ kattalikka almashtiriladi $y(t)$ ga qarashli, shundan

$$y(t) = M \sin(\omega t) \quad (9)$$

$$x(t) = N \sin(\omega t + \varphi) \quad (10) \text{ hosil qilamiz}$$

$$\frac{N}{M} = |G(j\omega)|; \quad (11) \text{ va } \varphi = \arg[G(j\omega)]; \quad (12)$$

$G(j\omega)$ chastotaviy xarakteristika $M \sin(\omega t)$ kirish sinusoidal signallarni berish yo'li bilan aniqlanadi.

Har xil chastotadagi $M \sin(\omega t)$ kirish sinusoidal signali va chiqish $N \sin(\omega t + \varphi)$ signali orqali $G(j\omega)$ aniqlanadi.

Kattalik M/N chastotaviy xarakteristikasini qo'lga kiritish va qurilayotgan ω chastotalar uchun φ aniqlanadi. SHunday qilib Fure almashtirishlari sinusoidal signallarni analiz qilish uchun ishlatiladi.

$y(t)$ kirish signallari uchun Fure qo'llanilmaydi, qachonki

$$\int_{-\infty}^{\infty} |y(t)| dt \rightarrow \infty$$

kirish signallarni bir qancha dimfirlangan deb ko'rish mumkin.

$$y(t) = \sin(\omega t) e^{-Gt} \quad (13)$$

bu erda Gt kichik musbat kattalik amplitudaviy chastota xarakteristika, klassik boshqarish nazariyasida keng qo'llaniladi. Amplituda va faza (chastotaviy) xarakteristikalaridan tashkil topgan shuning uchun umumiy holda $G(j\omega)$ kompleks kattalikdir.

$20 \lg |G(j\omega)|$ sondagi turg'un chiziqli sistemani chastotaviy xarakteristikada o'lchanadigan $lg(\omega)$ ga bog'liq qursak shu holda bu sistemani Identifikatsiya qilish mumkin. CHegarlangan ehtimollik turg'un sistemalar nafaqat nazariy balki amaliy ahamiyatga ega, chunki noturg'un sistemalar chastotaviy xarakteristikalarini o'lchab bo'lmaydi.

$G(s)$ uchun tenglamani ko'rinishi qo'yidagiga ega

$$\frac{\alpha_m s^m + \alpha_{m-1} s^{m-1} + \dots + \alpha_0}{\beta_n s^n + \beta_{n-1} s^{n-1} + \dots + \beta_0} = \frac{K s^q \prod_{i=1}^p (\tau_i s + 1) \prod_{\rho=1}^r (T_{\rho}^2 s^2 + 2T_{\rho} \xi_{\rho} s + 1)}{s^{\mu} \prod_{h=1}^v (\tau_h s + 1) \prod_{\eta=1}^{\lambda} (T_{\eta}^2 s^2 + 2T_{\eta} \xi_{\eta} s + 1)}$$

bu erda $q+p+2r=m$ palinom tartibi.(surati)

$\mu+v+2\lambda=n$ polinom tartibi.(maxraj)

bunda $\lg|G(jw)|$ va $Arg[G(jw)]$ qo'yidagi tenglama aniqlaydi

$$\lg|G(jw)| = \lg(K) + g \lg w +$$

$$\sum_{i=1}^p \lg|j\tau_i w + 1| + \sum_{\rho=1}^r \lg|1 - w^2 T_{\rho}^2 + 2jT_{\rho} \xi_{\rho} w| - \mu \lg w - \sum_{h=1}^v \lg|j\tau_h w + 1| -$$

$$- \sum_{\eta=1}^{\lambda} \lg|1 - w^2 T_{\eta}^2 + 2T_{\eta} \xi_{\eta} w|$$

Tayanch iboralar: Fure almashtirishiga asoslangan identifikatsiyalash, chastotali tasniflash yordamida identifikatsiyalash, o'tish funktsiyasi yordamida identifikatsiyalash, impuls o'tish funktsiyasi yordamida identifikatsiyalash, Laplas almashtirishi, chastotali xarakteristikalar

Takrorlash uchun savollar

1. Sinus funktsiyasining umumiy ko'rinishda yozilisi va uning parametrlari ma'nosi qanday?
2. Chastotali xarakteristika nima?
3. Boshqaruv tizimlarida kirish ta'siri va chiqish parametri nima?
4. Pog'onali funktsiyaning umumiy ko'rinishda yozilisi va uning parametrlari ma'nosi qanday?
5. Boshqaruv tizimlarida pog'onali kirish ta'siri va chiqish reaksiyasi nima?
6. Impuls funktsiyasining umumiy ko'rinishda yozilisi va uning parametrlari ma'nosi qanday?
7. Impuls xarakteristika nima?

4-Mavzu. Korrelyatsion funktsiya usullari

Reja

- 4.1 O'ram va korrelyatsiya integrallari. O'zaro korrelyatsiya va impulsli ta'sirlar. Sistemalarni kirishida oq shovqin yordamida identifikatsiyalash
- 4.2 Tasodifiy va psevdotasodifiy ketma-ketliklarni generatsiyalash. Tasodifiy sonlarni generatsiyalash.
- 4.3 Psevdotasodifiy binar ketma-ketliklarni generatsiyalash. Korrelyatsion funktsiyalar asosida chastotaviy tavsiflarni olish.

Ob'ektni tashqi muxitdan ajratib olish boshqarish maqsadi va algoritmi bilan aniqlanadi. Agar maqsad samarali shakillantirilmasa boshqariladigan ob'ekt modelini ham yaratish mumkin emas. Shuning uchun maqsadni shakillantirishdan avval ob'ektni boshlangich (dastlabki) modeli mavjud bo'lishi lozim. Tabiiyki bu boshlangich model juda ham taxminiy bo'ladi. Ana shu model boshqariladigan ob'ekt modeli uchun asos bo'ladi, ya'ni ob'ektni tashqi muxitdan ajratib olish jarayoni hisoblanadi.

Ob'ektni aniqlash uchun mavjud maqsadlar to'plamini $\{Y^*\}$ bilish lozim. Va boshqarish tasirlar to'plamini $\{UR\}$ aniqlab olish lozim.

Ob'ektni tashqi muxitdan ajratib olish ob'ektni soda shaklidan murakkab shakliga o'tish ketma-ketligidan iborat jarayondir.

Ob'ektni eng soddashakli deb muxitni shunday minimal qismiga aytiladiki, bu muxit kuyilgan maqsadni bajarilishini tekshirish etarli bo'lishi lozim. Bu minimal qism 1-rasmda ko'rsatilgan.

Ob'ektni kengaytirish jarayoni quyidagi printsipga amal kilinishi kerak: Ob'ektni tashqi muxitni shunday elementlari biriktirilishi zarurki, bu elementlar maqsadga erishishga ta'sir etsin va maqsadga erishish uchun ularni boshqarish mumkin bo'lsin.

2.Ob'ektni kirish va chiqishlarini tartibga solish (Ekspertlarni baholash usuli)

Ob'ektni modelini strukturalashni aniqlash uchun eng avvalo ob'ektni qaysi kirish va chiqishni modelda katnashishi lozimligini aniqlash zarur. Avval ko'p kutublilikni ahamiyat kasb etuvchi qanday kirish va chiqishlarni asosiy hisoblanadi. Model boshqarish uchun yaratilayotganligi uchun eng ahamiyatli faktor boshqarish maqsadiga ahamiyatli ta'sir etuvchi hisoblanadi.

Modelni strukturasini tanlashda hisobga olingan kirish sonlarini variatsiyalash bilan tanlanadi. Buning uchun tanlab olinayotgan faktorlarni tartibga solish kerak. Bu xolda eng ahamiyat kasb etuvchi faktorlarni tanlash tabiiyki - ular tartibga solingan qatorning boshida joylanadilar.

Shuning uchun indentifikatsiya masalasida boshlangich bosqichda ob'ektni kirish kanallarini tartibga solish zarur. Ob'ektni modeli xali mavjud emasligi sababali. Kirish parametrlarini tartibga solish, masalan ekspertlarni baholash usuli bilan olib borilishi mumkin.

Buning uchun hamma kirish va chiqishlar aniqlanadi. Bu kirish va chiqishlar nazorat qilinishi shart. Aks xolda ularni modelga kiritish ma'noga ega emas.

Ekspertlarni baholash usulida ekspert har bir kirishga $x_i (i=1, \dots, n)$ biror-bir butun sonni ki mos qo'yadi.

Bunda berilgan rang $(k=1)$ ob'ektda maqsadga erishish uchun eng ahamiyatli kasb etuvchi kirishga mos qo'yiladi. Ikkinchi rang esa $(k_i=2)$ kolgan kirishlarni eng asosisiysiga qo'yiladi va x.z.

Natijada ekspertlar yordamida quyidagi qatorni xosil qiladi:

$$k_1, k_2, \dots, k_n, \quad (3)$$

Bu protsedura ekspertlarni baholash usuli deyiladi.

Bu usulning 2ta turi mavjud:

-bevosita tartibga solish usuli;

-juft sinash usuli;

Bu usulning 2ta turi mavjud:

-bevosita tartibga solish usuli;

-juft sinash usuli;

3.Bevosita tartibga solish usuli

Nta ekspert n ta faktorni tartibga solishga kerak bo'lsin. Har bir faktorda har bir ekspert rang mos rang kursin -ya'ni birdan n gacha butun soni. Bunda i -chi faktorga j -chi ekspert k_{ij} rangni mos qo'yadi. Natijada $N \times n$ o'lchamli ekspertlarni xulosa matritsasini xosil kilamiz.

Bu matritsada qatorlar raqami ekspertlar raqamiga mos keladi. Uch ustunlar raqami esa tartibga solinayotgan faktorlar nomeriga mos keladi. Bu degani j -qator j -chi ekspert xulosasiga, i -chi ustun esa ekspertni i -chi faktor bo'yicha xulosasiga mos keladi

Ekspertlar tomonidan ranglarni tanlashda quyidagi shartlarga rioya etilishi kerak:

1. Har bir ekspert uchun hamma faktorlarga tayinlangan ranglar yigindisi bir xil bo'lishi kerak va quyidagiga teng:

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Bu degani ekspertlar xulosasiga mos keluvchi matritsaning ixtiyoriy qator elementlarining yigindisi quyidagiga teng.

$$\sum_{i=1}^n k_{ij} = \frac{n(n+1)}{2} \quad j = (1, \dots, N).$$

2. Agar ekspert qandaydir q faktorlarni bir xil ahamiyatga ega deb baholasa, u hamma faktorlarga bir xildagi rang beradi. Bu rang q ta butun sonlar o'rtacha arifmetik qiymatiga teng. Masalan, 4 ta faktorni teng qiymatga (ahamiyatga) ega bo'lsa, ($q=4$) x_1, x_2, x_3, x_4 va ranglash qatorini beshinchi o'rinda tursa, ularni rangi tenglikka olib keladi

$$k_1 = k_2 = k_5 = k_6 = \frac{5+6+7+8}{4} = 6,5$$

Demak ranglarning qiymati kasr sonlar ham bo'lishi mumkin. Ko'rinib turibdiki, kasirli ranglar har doim $1/2$ soniga karrali bo'ladi.

Natijaviy rangni aniqlash uchun har bir faktorni o'rtacha rangini aniqlash etarli.

$$\bar{k}_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N k_{ij} \quad (i = 1, \dots, n).$$

Bu ranglar faktorlarni natijaviy ranglash imkonini beradi. Birinchi o'ringa o'rtacha rangi minimal bo'lgan faktor qo'yiladi.

$$\bar{k}_l = \min_{i=1, \dots, n} \{\bar{k}_i\},$$

Ya'ni xl faktorni, ikkinchi o'ringa o'rtacha rangi kichik bo'lgan faktor va x.z. Xosil bo'lgan rangni ketma-ketligi faktorlarni tartibga solish imkonini beradi va N ekspertlar kollektivi (guruxi) o'rtacha xulosasini beradi.

Ma'lumki har qanday ekspertlarni surov utkazish natijalari konikarli bulavermaydi. Xaqiqatdan ham ekspertlar xulosasi bir-biridan keskin farq kilsa (masalan ekspertlarni yarmi xi faktoriga birinchi rang kolgan rangi esa oxirigi rang bersa) unda bunday ranglash echuvchi protseduralarni asosi qilib olib bo'lmaydi. Shuning uchun har qanday ekspertlarni surov utkazish natijalarini baholash uchun kriteriy kiritiladi. Bu kriteriy ekspertlarni kelishuvchilik kriteriyasi (yoki kurstakichi) deyiladi. Ekspertlar kelushuvligi qancha yuqori bo'lsa, ekspertlar suroviga ishonch shuncha yuqori bo'ladi.

Ekspertlarni kelishuvchilik kriteriyasini hisoblash uchun quyidagilarni hisoblash kerak:
1. O'rtacha ranglar disperiyasi:

$$D(\bar{k}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\bar{k}_i - \bar{\bar{k}})^2,$$

Bu erda

$$\bar{\bar{k}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \bar{k}_i = \frac{n+1}{2}$$

O'rtacha rangni matematik kutilishi

2. Maksimal dipertsiyani hisoblaymiz. (Bu ekspertlarni tula kelishuvlik xolatida bo'ladi).

$$D_{\max}(\bar{k}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(i - \frac{n+1}{2} \right)^2 = \frac{n^2 - 1}{12},$$

Ekspertlarni kelishuvlik kriteriyasini quyidagi munosabat bilan ifodalash mumkin.

$$W = \frac{D(\bar{k})}{D_{\text{max}}(\bar{k})} = \frac{12}{n(n^2 - 1)} \sum_{i=1}^n \left(\bar{k} - \frac{n+1}{2} \right)^2.$$

Shuni aytib o'tish kerakki $0 \leq W \leq 1$. Agar $W=0$ bo'lsa, ekspertlar bir-biri bilan tula rozi emaslar, agar $W=1$ bo'lsa, ular birgalikda bir fikrni aytadilar, ya'ni hamfikrlar. Agar W birga yaqin bo'lsa, ularni fikri bir-birga yaqin va ranglash natijalari ishorachlidir. Aks xolda ekspertlar surov natijasi ishonchsizdir.

Tayanch iboralar: o'ram va korrelyatsiya integrallari, o'zaro korrelyatsiya va impulsli ta'sirlar, oq shovqin yordamida identifikatsiyalash, tasodifiy va psevdotasodifiy ketma-ketliklarni generatsiyalash, tasodifiy sonlarni generatsiyalash, psevdotasodifiy binar ketma-ketliklarni generatsiyalash, korrelyatsion funktsiyalar asosida chastotaviy tavsiflarni olish.

Takrorlash uchun savollar

1. Kompozitsiyalash teoremasi nimani ko'rsatadi?
2. Korrelyatsiya nimani anglatadi?
3. Korrelyatsion taxlil bilan nimani o'rganamiz?
4. Tasodifiy sonlar ketma-ketligini qanday xosil qilish mumkin?
5. Psevdotasodifiy binar ketma-ketlik nimani anglatadi?
6. Korrelyatsion funktsiyalar bilan nimani o'rganamiz?
7. O'zaro korrelyatsiya nimani ko'rsatadi?
8. Psevdotasodifiy oq shovqin nima?
9. Fure almashtirisi bilan nimani o'rganamiz?

5-Mavzu. Regression usullar yordamida identifikatsiyalash

Reja

- 5.1 Bir chiqishli sistemalar uchun statik masalalar. Bir qancha kirishli va chiqishli sistemalar uchun statik masalalar. Chiziqli dinamik jarayonlarni regression identifikatsiyalash.
- 5.2 Uzatish funktsiyalar yordamida sistemalarni modellarini qurish. Kirish-chiqish atamalaridagi modellar. Kirish va chiqishlardagi shovqin modellari.
- 5.3 Dispersiya minimumi va o'xshashlik funktsiyasi mezonlari bo'yicha identifikatsiyalash. Nochiziqli jarayonlarni regression identifikatsiyalash.
- 5.4 Polinomlar yordamida approssimatsiyalash. Boshlang'ich ma'lum bo'lgan nochiziqli funktsiyalarni identifikatsiyalash
- 5.5 Ketma-ket regression usullar. Skalyar hodisa. Ko'p o'lchamli hodisa. Ketma-ket nochiziqli regressiya

Bir omilli chiziqli o'i olaylik

$$Y_x = a_0 + a_1 X$$

ao, a1- parametrlar doimiy birliklar (const);

Y -natijaviy ko'rsatkich mikdori, bog'lik omilga nisbatan hisoblanadi.

X va Y lar orasidagi bog'liklik korrelyatsiya koeffitsienti (r) orkali topiladi.

$$r_{Y/X} = \frac{\overline{X \cdot Y} - \bar{X} \cdot \bar{Y}}{\sigma_X \cdot \sigma_Y}$$

Bunda $\overline{X \cdot Y}$ - ko'paytma o'rtachalari $X \cdot Y$

$\bar{X}$ - o'rtachaX;

$\bar{Y}$ - o'rtachaY;

σ_X - Xning o'rtacha kvadratik farqi

σ_Y - Yning o'rtacha kvadratik farqi.

$$\sigma_X = \sqrt{\bar{X}^2 - (\bar{X})^2}; \quad \sigma_Y = \sqrt{\bar{Y}^2 - (\bar{Y})^2}$$

X uzgaruvchining ta'sirini ulchash uchun determinatsiya koeffitsienti hisoblanadi.

$$(D) = r^2$$

$(1 - r^2)$ qoldiq dispersiyasi deb ataladi va u hisobga olinmagan omillar ulushini ko'rsatadi. Bog'liklik barqarorligi quyidagi formuladan topiladi.

$$\eta_r = \frac{(1 - r^2)}{\sqrt{n}}$$

bu erda r - korrelyatsiya koeffitsienti;
 n - tanlov soni.

Agar $r > 3\sigma$ bo'lsa ($n > 50$ teng bulganda) aloka bor deb hisoblanadi.

Chiziqli bir omilli bog'liklikda quyidagi kamchiliklarga e'tibor beriladi.
Jarayonni bir omilli model bilan aks ettirish qiyin.

Tadqiqotchi statistik ma'lumot to'plash jarayonida xatoga ham yo'l quyish mumkin. Bu xatolar borligi ularni tenglamaga utib ketish xavfini tugdiradi.

$$Y = a_0 + a_1 X + W,$$

bu erda

$$W = U + V$$

W - to'plam xatosi;

U - stoxastik xato;

V - o'lchov xatosi.

Chiziqli bogliqlik karalganda bir necha taxminlar qabul qilinadi.
birinchisi: (i normal taqsimlangan)

Ikkinchisi: $E(\varepsilon_i) = 0$ o'rtacha xato nolga teng.

Xaqiqatda har qanday stoxastik xatoni ko'p sabablar oqibati deb qarash zarur.

Uchinchi taxmin har qanday xato bir xil variatsiyaga teng deb qaraladi.

To'rtinchi taxmin qoldiq avtokorrelyatsiyasi xaqida xatolar orasida avtokorrelyatsiya yo'q deb taxmin etiladi.

$$\text{cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0, \quad (i \neq j)$$

Beshinchi taxmin X qiymatlari nostoxastik va u tanlov xajmiga bog'liq emas:

$$\left(\frac{1}{n}\right) \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

$n \rightarrow \infty$ limiti cheklangan son.

Amaliyotda, albatta, yuqoridagi taxminlarni tula bajarish mushkul.

Eng kichik kvadratlar usuli.

Regression modelning parametrlarini baholash bog'lik uzgaruvchi Y ning taqsimlanish extimolini topishdir. Modelda Y_i normal taqsimlangan va variatsiyasi $\text{var}(Y) = \sigma^2$ ga teng.

Eng kichik kvadr

atlar usulida hisoblash tamoyili Y_i larning xaqiqiy qiymatlarining o'rtacha qiymatidan farqining kvadrati summasini topishdan iborat. Demak:

$$S = \sum_{i=1}^n [Y_i - E(Y_i)]^2$$

yoki

$$S = \sum_{i=1}^n [Y_i - \alpha - \beta \cdot X_i]^2$$

buerda, S - farqlar kvadratlari summasi.

α va β , qiymatlarini topish uchun S ning α va β bo'yicha birinchi xosilasini topamiz:

$$\frac{\partial S}{\partial \alpha} = \sum_i \frac{\partial (Y_i - \alpha - \beta \cdot X_i)^2}{\partial \alpha} = -\sum_i 2(Y_i - \alpha - \beta \cdot X_i) = -2 \sum_i Y_i - \alpha - \beta \cdot X_i,$$

$$\frac{\partial S}{\partial \beta} = \sum_i \frac{\partial (Y_i - \alpha - \beta \cdot X_i)^2}{\partial \beta} = -\sum_i 2(Y_i - \alpha - \beta \cdot X_i) \cdot (-X_i) = -2 \sum_i X_i (Y_i - \alpha - \beta \cdot X_i)$$

Har bir xosilani nolga tenglashtirib α ni β larning qiymatini hisoblaymiz.

$$-2 \sum_i (Y_i - \alpha - \beta \cdot X_i) = 0$$

$$-2 \sum_i X_i (Y_i - \alpha - \beta \cdot X_i) = 0$$

yoki bunga ekvivalent ravishda

$$\sum Y_i = \alpha \cdot n + \beta \left(\sum X_i \right),$$

$$\sum X_i \cdot Y_i = \alpha \left(\sum X_i \right) + \beta \left(\sum X_i^2 \right) \quad (*)$$

Bu tenglamalar eng kichik kvadratlar usulida normal tenglamalar deb ataladi. Bunda e eng kichik kvadratlar qoldigi:

$$\sum e_i = 0$$

$$\sum X_i \cdot e_i = 0$$

(*)tenglama α ni β larga nisbatan yechiladi.

$$\beta = \frac{n \left(\sum X_i \cdot Y_i \right) - \left(\sum X_i \right) \cdot \left(\sum Y_i \right)}{n \left(\sum X_i^2 \right) - \left(\sum X_i \right)^2}$$

Bu tenglikni boshqacha tusda ham yozish mumkin:

$$\begin{aligned} n \cdot \sum (X_i - \bar{X}) \cdot (Y_i - \bar{Y}) &= n \cdot \sum (X_i \cdot Y_i) - n \cdot \bar{X} \cdot \left(\sum Y_i \right) - n \cdot \bar{Y} \cdot \left(\sum X_i \right) + n^2 \cdot \bar{X} \cdot \bar{Y} = \\ &= n \cdot \left(\sum X_i \cdot Y_i \right) - \left(\sum X_i \right) \cdot \left(\sum Y_i \right) - \left(\sum X_i \right) \cdot \left(\sum Y_i \right) + \left(\sum X_i \right) \cdot \left(\sum Y_i \right) = \\ &= n \cdot \left(\sum X_i \cdot Y_i \right) - \left(\sum X_i \right) \cdot \left(\sum Y_i \right) \end{aligned}$$

Demak

$$\beta = \frac{\sum (X_i - \bar{X}) \cdot (Y_i - \bar{Y})}{\sum (X_i - \bar{X})^2}$$

β larning qiymati topilgandan sung ((larni birinchi tenglamadan ()) topamiz.

Chiziqli dinamik jarayonlarni regression identifikatsiyasi

Identifikatsiyani ushbu usuli keng tarqalgan bu usul obʼjektini har xil ifodalovchi tenglamalarga ham qoʻllaniladi. Bu tenglamalar kuzatish tenglamalari yoki diffirentsial tenglamalarni Koshi koʻrinishidagi ifodalarga ham qoʻllanilishi mumkin.

Chiziqli dinamik jarayonlarni qoʻyidagi Koshi koʻrinishidagi diffirentsial tenglama bilan ifodalanishi mumkin.

$$\dot{x} = \alpha x + \beta u \quad (1)$$

bu erda x n — oʻlchamli sistemani yoki obʼjektini holat vektori.

u — m oʻlchamli sistemada taʼsir etayotgan boshqarish vektori.

α va β matritsalar.

(1) tenglamani diskret holatda qoʻyidagi tenglama oroʻali ifoda qilish mumkin

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k \quad (2)$$

bu erda

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \approx I + \Delta t \alpha$$

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & \dots & b_{1m} \\ \dots & \dots & \dots \\ b_{m1} & \dots & b_{mm} \end{bmatrix} \approx \Delta t \beta$$

I — birlamchi matritsa

Qoʻyidagi belgilarni kiritamiz

$$W_k^{\Delta} = (x_{1,k} \dots x_{n,k}; u_{1,k} \dots u_{m,k})^T = (w_{1,k} \dots w_{m+n,k})^T \equiv (n+m) \quad (3) \text{ birlamchi vektor}$$

$$\Phi^{\Delta} = \begin{bmatrix} a_{11} \dots a_{1n}, b_{11} \dots b_{1m} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} \dots a_{nn}, b_{n1} \dots b_{nm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\Phi_1)^T \\ \dots \\ (\Phi_n)^T \end{bmatrix} \quad (4)$$

Δ — belgilaymiz degani.

(3) va (4) belgilarni hisobga olib (2) tenglamani yechimini qoʻyidagicha koʻrinishda yozish mumkin.

$$x_{k+1} = \Phi W_k$$

$$(\Phi_i^*)^T = [(W_k)^T W_k]^{-1} (W_k)^T x_{i,k+1} = [a_{1i} \dots a_{ni}, b_{1i} \dots b_{mi}]$$

$$W_k^{\Delta} = \begin{bmatrix} w_{1(1)k} \dots w_{(n+m)(1)k} \\ \dots & \dots & \dots \\ w_{1(r)k} \dots w_{(n+m)(r)k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{1(1)k} \dots x_{n(1)k}, u_{1(1)k} \dots u_{m(1)k} \\ \dots & \dots & \dots \\ x_{1(r)k} \dots x_{n(r)k}, u_{1(r)k} \dots u_{m(r)k} \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{X}_{i,k+1} = \left[x_{i(1)k+1} \cdots x_{i(\mu)k+1} \cdots x_{i(r)k+1} \right]^T$$

$\hat{\cdot}$ — bahosi $\mathcal{X}$ — kapfa

Oxirgi tenglamalar chiziqli dinamik jarayonlarni Identifikatsiyalashda keng qo'llaniladi.

Haqiqiy o'xshashlik funktsiyasi va dispersiyani minmumlik me'zoni bo'yicha identifikatsiyalash

Qo'yidagi tenglama bilan ifodalanadigan sistemani ko'ramiz.

$$z = x + n \quad (1)$$

bu erda z va n k o'lchamli o'lchash va shovqin o'lchash vektori va k o'lchashning bundan tashqari

$$x = ua \quad (2)$$

bu erda u, x va a kirish, chiqish va modelning parametrlarini matritsalar va vektorlari k o'lchashlarning to'plami aniq deb olamiz.

n vektor esa bu bilan birga Gaus taqsimotiga ega.

$$P(n) = f(N, k) \exp(-n^T N^{-1} n / 2) \quad (3)$$

$$E(n) = 0 \quad (4)$$

$$E(nn^T) = N \quad (5)$$

bu erda E matematik kutilish operatori .

f — N va k larning skalyar funktsiyasi hisoblanadi.

Bundan kelib chiqadiki matematik kutilma N oprior (oldindan) aniq bo'lsa unda Markov chiziqli boholanishini topish mumkin, bu baholash (2) tenglamadagi a parametr vektorining minimallashtiruvchi dispersiyasini topadi.

(1) va (2) tenglamadagi a ning a baholash parametri n bilan qo'yidagicha bog'langan

$$n = z - ua \quad (6)$$

Haqiqiy o'xshashlik funktsiyasi $P(n)$ topamiz

$$P(n) = P(z - ua) \quad (7)$$

Bundan kelib chiqadiki a vektorning a bahosini maksimallashtiruvchi $\lg[P(n)]$ qo'yidagicha ifodalaniladi.

$$\frac{\partial}{\partial a} [\lg[P(z - ua)]] = 0 \quad (8)$$

bu erda $P(z - ua)$ ehtimol

(3,4,5) tenglamalardagi $P(n)$ ifodadan foydalanib qo'yidagini hosil qilamiz.

$$\ln[P(z - ua)] = \ln[f(N, k)] - (z - ua)^T N^{-1} (z - ua) / 2 \quad (9)$$

bu tenglamani qo'llagan holda (8) tenglama qo'yidagicha bo'ladi.

$$\frac{\partial}{\partial a} [(z - ua)^T N^{-1} (z - ua)] = 0 \quad (10)$$

Bundan qo'yidagi kelib chiqadi

$$u^T N^{-1} ua^* - u^T N^{-1} z = 0 \quad (11a)$$

yoki

$(u^T N^{-1} u)$ ag'dariluvchi matritsa uchun

$$a^* = (u^T N^{-1} u)^{-1} u^T N^{-1} z \quad (11b)$$

bu erda a^* — a ning chiziqli bahosi. U Markov bahosini min dispersiyasini aniqlaydi. Qaysiki Gaus tasodifiy kattaligi p uchun so'zsiz bahosi hisoblanadi. CHunki u (7) tenglamadagi o'xshashlik funktsiyasini maksimallashtiradi.

(11b) tenglamadagi dispersiyani min aniqlaydigan z^* baho o'lchangan regression bahoni ifodalaydi uning N^{-1} vazn matritsasi kichik kvadratlar metodi bilan regression bahoga kiritiladi. SHuning uchun

$$a^* = (u^T u)^{-1} u^T z \quad (12)$$

Bundan ko'rinadiki N haqida hech qanday aprior ma'lumot bo'lmasa unda

$N = \sigma^2 I$ deb qabul qilinishi mumkin

bu erda σ — skalyar.

SHuning uchun (11b) va (12) tenglama bir xil bo'lib qoladi, lekin p tashkil etuvchilari kovaryatsiyasi oldindan aniq bo'lsa unda a baho (11b) tenglama bo'yicha topiladi.

Gauss vektori p uchun, p bog'liq bo'lmagan ya'ni $N = \sigma^2 I$ bulganda kichik kvadratlar usuli bo'yicha topiladigan regression baho haqiqiy baho hisoblanadi. U esa o'xshashlikning max ni aniqlaydi shuning uchun yuqorida keltirilgan kichik kvadratlar usuli orqali topiladigan baho maksimal o'xshashlik usulida topiladigan baho xususiyatiga ega bo'ladi.

Nochiziqli jarayonlarni regression identifikatsiyalash

Xuddi statik jarayonlarga o'xshash dinamik jarayonlar ham nochiziqli xarakteristikalariga ega bo'lishi mumkin. Agar nochiziqlilik haqida oprior ma'lumot bo'lsa unda haqiqiy nochiziqli funktsiyalar parametrlari Identifikatsiyalanishi mumkin. Nochiziqli jarayonlarni Identifikatsiya metodini ko'rish uchun biror bir dinamik jarayonni kichik kvadratlar usuli bilan uchunchi darajali polinomini opraksimatsiyasini ko'rib chiqamiz. U ikkita holat o'zgaruvchisi x_1 va x_2 bitta boshqarish o'zgaruvchisi u bilan aniqlanadi.

$$x_{i,k+1} = a_{i1}x_{1,k} + a_{i2}x_{1,k}^2 + a_{i3}x_{1,k}^3 + b_{i1}x_{2,k} + b_{i2}x_{2,k}^2 + b_{i3}x_{2,k}^3 + c_{i1}u + c_{i2}u^2 + c_{i3}u^3; \quad i=1;2;\dots \quad (1)$$

Veyrshtrass tearemasiga binoan uzluksiz nochiziqli x funktsiya x polinomi bilan opraksimatsiyalanishi mumkin va undan boshlang'ich funktsiyani topish mumkin (1) jarayonni regression Identifikatsiyalashni osonlashtirish uchun z va α_i vektorlarni kirgizamiz.

$$z = [z_1 z_2 z_3 z_4 z_5 z_6 z_7 z_8 z_9]^T = [x_{1k} x_{1k}^2 x_{1k}^3 x_{2k} x_{2k}^2 x_{2k}^3 u_k u_k^2 u_k^3]^T \quad (2a)$$

$$\alpha_i = (\alpha_{i,1} \dots \alpha_{i,9})^T = (a_{i1} a_{i2} a_{i3} b_{i1} b_{i2} b_{i3} c_{i1} c_{i2} c_{i3})^T \quad (2b)$$

bu tenglamadan qilib chiqib (1) ni qo'yidagicha yozish mumkin.

$$x_{i,k+1} = z^T \alpha_i \quad (3)$$

bu esa chiziqli regressiyaning ko'rinishi uchunchi darajali α polinomining elementlari shu jarayonni opraksimatsiyalash uchun ishlatiladi. Bu elementlar chiziqli regressiya formulalari orqali hisoblab topilishi mumkin. U erdagi x , i va a lar x_{1k+1} , z , α bilan almashtiriladi.

Agar bundan katta darajali polinomlar bilan apraksimatsiyalashni ko'rsak unda (1)—(3) tenglamalardagi usul qo'llanadi.

Faqatgina a'zolar(elementlar) soni ko'proq bo'ladi. Bu usul statik jarayonlar uchun ham qo'llanilishi mumkin ya'ni (1) chidan $k, k+1$ indekslar tashlab yuborilganda shunday vaziyatlar tug'iladiki jarayon funktsiyasining o'zgaruvchilari darajasi orqali berilgan opraksimatsiyalanuvchi polinomlar kaefitsentlarini Identifikatsiyalash kerak bo'ladi ya'ni

$$x_{i,k+1} = a_{i1} f(x_{1k}) + a_{i2} f^2(x_{1k}) + a_{i3} f^3(x_{1k}) + b_{i1} f(x_{2k}) + b_{i2} f^2(x_{2k}) + b_{i3} f^3(x_{2k}) + c_{i1} f(u_k) + c_{i2} f^2(u_k) + c_{i3} f^3(u_k); \quad (4)$$

Bu holda z vektorining kompanetlari qo'yidagicha aniqlanadi.

$$z = [z_1, z_2, \dots, z_9]^T = [f(x_{1k}), f^2(x_{1k}), f^3(x_{1k}), \dots, f^3(u_k)]^T \quad (5)$$

Qolgan elementlar esa (1) chidagidek qolaveradi. Identifikatsiyalashtirilayotgan polinom aralash o'zgaruvchilardan tashkil topgan bo'lsa ya'ni

$$x_{i,k+1} = a_{i1}x_{1k} + a_{i2}x_{1k}x_{2k} + a_{i3}x_{1k}^2 + \dots \quad (6)$$

unda z ning kompanetlari qo'yidagicha aniqlanadi.

$$z = [z_1, z_2, z_3 \dots]^T = [x_{1k}, x_{1k}x_{2k}, x_{1k}^2, \dots]^T \quad (7)$$

CHiziqli regressiya holdagidek o'lchanishlar soni $r \geq w+1$ bo'linishni talab qilamiz.

Bu erda w (2) va (4) tenglamadagi z ning o'lchamiga teng bu esa (3) tenglamadagi α_i ni aniqlashni osonlashtiradi.

KETMA—KET REGRESSION USUL

Ketma—ket kichik kvadratlar usuliga asoslangan Identifikatsiyalash usuli chiziqli va nochiziqli statsionar sistemalarda ham qo'llanilishi mumkin. Bu usullar ketma—ket bo'lgani uchun ularni EHM da tez va ko'p xotira sarf qilmasdan yechish mumkin. Ketma—ket usulda matritsani uchirishga bog'liq qiyinchiliklar yo'qoladi bu esa real sistemadagi ko'p o'lchamli regressiyalarni yechishni osonlashtiradi.

Sekin o'zgaruvchi nostatsionar jarayonlarga regression usulni qo'llaganda regression idintifikatsiyalash uchun olinadigan ma'lumotlar intervalini statsionar deb qabul qilgan edik. Bundan regression interval r o'lchanishlar intervalidan tashkil topgan bu holda idintifikatsiyalash uzluksiz bo'ladi, regressiya intervalining oxiri esa bir yoki bir necha o'lchashlar intervaliga vektor parametrlarini yangidan Identifikatsiyalashga to'g'ri keladi va bu intervalga kirmaydigan ma'lumotlar tashlab yuboriladi. Ketma—ket bo'lmagan regressiya intervalida olingan ma'lumotlar vaqt o'tishi bilan ko'payadi va eski ma'lumotlar ham tashlab yuborilmaydi.

Ko'p parametrlı sistemani ko'rib chiqamiz:

$$X_k = a_1 u_{1,k} + a_2 u_{2,k} + \dots a_m u_{m,k} + n_k; \quad (1)$$

bu erda a_i ($i = \overline{1, m}$) Identifikatsiyalashni talab qiluvchi no'ymalum parametrlar, X_k — qo'llanishlar intervalidagi sistemaning chiqishi. i_{ik} — shu intervaldagi i chi kirish(sistemaga), p_k — esa o'lchanishlar shovqini.

(1) chi tenglama vektor ko'rinishda qo'yidagicha:

$$X_k = \vec{a}^T \vec{u}_k + n_k \quad (2)$$

$$\text{bu erda } \vec{a}^T = [a_1 \dots a_m] \quad (3)$$

$$\vec{u}_k = [u_{1,k} \dots u_{m,k}] \quad (4)$$

Parametrlar vektorini bahosini topish uchun a_r baho J_r kriteriyani *min* lashtirish kerak ya'ni.

$$J_r = \sum_{k=1}^r q_k (X_k - a_r^T \vec{u}_k)^2 \quad (5)$$

bu erda r o'lchanadigan sonni anglatadi bu erda a_r baholanish

$$\frac{\partial J_r}{\partial a_r} = 0 \quad (6)$$

Tenglamani qanoatlashtirishi kerak. SHunday qilib

$$\left(\sum_{k=1}^r q_k u_k u_k^T \right) a_r = \sum_{k=1}^r q_k X_k u_k \quad (7)$$

Faqatgina $r \geq m$ da matritsa P_r^{-1} matritsaga aylantiriladi. Bu erda m — u ning o'lchami r ko'rilayotgan o'lchamlar soni

$$P_r^{-1} = \sum_{k=1}^r q_k (\bar{u}_k u_k^T) \quad (8)$$

(7) chi formula qo'yidagi qo'rinishga keladi.

$$P_r^{-1} a_r = \sum_{k=1}^r q_k X_k u_k \quad (9)$$

bu erda

$$a_r = P_r \sum_{k=1}^r q_k X_k u_k \quad (10)$$

Oxirgi tenglama oddiy $\vec{a}$ vektor bahosini ko'rsatadi chiziqli regressiya yordamida, regression baholanish bilan to'g'ri keladigan $u_k u_k^T$ oldindan aniq bo'ladi, matritsa P_r^{-1} (8) formuladan kelib chiqmagan k yig'indi bo'lgani uchun.

(9) formula ko'rinishda yozilishi mumkin.

$$P_r^{-1} a_r = \sum_{k=1}^{r-1} q_k X_k u_k + q_r X_r u_r \quad (11)$$

(7) chi tenglamadan qo'yidagi kelib chiqadi.

$$\sum_{k=1}^{r-1} q_k X_k u_k = \left(\sum_{k=1}^{r-1} q_k u_k u_k^T \right) a_{r-1} \quad (12)$$

(12) ni (11) ga qo'yib

$$P_r^{-1} a_r = \left(\sum_{k=1}^{r-1} q_k u_k u_k^T \right) a_{r-1} + q_r X_r u_r \quad (13)$$

(13) ni o'ng tarafini $[q_r u_r u_r^T a_{r-1}]$ ayirib qo'shsak qo'yidagini hosil qilamiz.

$$\begin{aligned} P_r^{-1} a_r &= \left(\sum_{k=1}^{r-1} q_k u_k u_k^T \right) a_{r-1} + q_r u_r (x_r - u_r^T a_{r-1}) + q_r u_r u_r^T a_{r-1} = \\ &= \left(\sum_{k=1}^r q_k u_k u_k^T \right) a_{r-1} + a_r u_r (x_r - u_r^T a_{r-1}) \end{aligned} \quad (14)$$

(8) chidan P_r^{-1} aniqlash (14) tenglama qo'yidagi ko'rinishga keladi:

$$P_r^{-1} a_r = P_{r-1}^{-1} a_{r-1} + q_r u_r (x_r - u_r^T a_{r-1}) \quad (15)$$

(15) dan

$$a_r = a_{r-1} + P_r q_r u_r (x_r - u_r^T a_{r-1}) \quad (16)$$

a_r baholanish undan oldingi a_{r-1} baholanishdan rekurent olingan bo'lishi mumkin. x_r, u_r, q_r koeffitsient o'lchami va og'irligi shartida, P_r matritsa kenglikdan olingan.

Endi (8) hisobga olib qo'yidagini keltirib chiqaramiz

$$P_r^{-1} = \sum_{k=1}^{r-1} q_k u_k u_k^T + q_r u_r u_r^T = P_{r-1}^{-1} + q_r u_r u_r^T; \quad (17)$$

$$P_r = P_{r-1} - P_{r-1} H_r (1 + H_r^T P_{r-1} H_r)^{-1} H_r^T P_{r-1} \quad (18)$$

bu erda

$$(1 + H_r^T P_{r-1} H_r)^{-1} \text{—skalyar.}$$

P_r ko'rinishni olish uchun (18) tenglama rekurent matritsani aylantirish shart emas. (8) bilan (17) tenglamalarni ko'rib chiqamiz.

$$P_n^{-1} = P_0^{-1} + \sum_{k=1}^n q_k u_k u_k^T \quad (19)$$

(7) ekvivalentligini hisobga olib va regression pratsedura (7) ga asoslangan a vektorning baholanishiga olib keladi kichik kvadratlar usuli bo'yicha.

$$P_0^{-1} = 0 \quad (20)$$

(20) ni (17) ga qo'yib, a_p baholanadigan ahamiyatini tapamiz, bu (16) formuladan olingan $r=m$ ($m-a$ ning o'lchami) bo'lganda kichik kvadratlar usulini baholanishi bilan mos keladi.

$$a_0 = 0 \quad (21)$$

Boshlang'ich baholanish

$$P_0 = \frac{1}{\varepsilon} I, \quad \varepsilon \rightarrow 0 \quad (22)$$

(21) formula boshlang'ich parametrlarni baholashga olib keladi. p ta qadamga to'g'ri keladigan kichik kvadratlar ma'nosida.

Ketma —ket nochiziqliy regressiya

Uzluksiz nochiziqli funktsiya $f[x(t)]$ x argumenti x polinomda opraksimatsiyalanadi. U $f[x(t)]$ ga to'g'ri keladi. x polinom parametri kichik kvadratlar usulida Identifikatsiyalanadi, qo'yidagi ko'rinishda beriladigan

$$x(t) = a_1 f(u_1) + a_2 f^2(u_1) + a_3 f^3(u_1) + b_1 f(u_2) + b_2 f^2(u_2) + b_3 f^3(u_2) \quad (1)$$

olish uchun

$$x(t) = \alpha_1 z_1 + \alpha_2 z_2 + \dots + \alpha_6 z_6 = \alpha^T z \quad (2)$$

bu erda

$$\alpha = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} \quad (3) \quad z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \\ z_5 \\ z_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(u_1) \\ f^2(u_1) \\ f^3(u_1) \\ f^4(u_2) \\ f^5(u_2) \\ f^6(u_2) \end{bmatrix} \quad (4)$$

Tayanch iboralar: bir chiqishli sistemalar uchun statik masalalar, bir qancha kirishli va chiqishli sistemalar uchun statik masalalar, chiziqli dinamik jarayonlarni regression identifikatsiyalash,

uzatish funktsiyalar yordamida sistemalarni modellarini qurish, kirish-chiqish atamalaridagi modellar, kirish va chiqishlardagi shovqin modellari, dispersiya minimumi va o'xshashlik funktsiyasi mezonlari bo'yicha identifikatsiyalash, nochiziqli jarayonlarni regression identifikatsiyalash, polinomlar yordamida approksimatsiyalash, boshlang'ich ma'lum bo'lgan nochiziqli funktsiyalarni identifikatsiyalash, ketma-ket regression usullar, skalyar hodisa, ko'p o'lchamli hodisa, ketma-ket nochiziqli regressiya

Takrorlash uchun savollar

1. Regressiya deganda nimani tushinasiz?
2. Kichik kvadratlar usuli qanday usul?
3. Modelning adekvatligi qanday aniqlanadi?

4. Bir necha kirishli va bir necha chiqishli jarayon deganda nimani tushinasiz?
5. Bir necha kirishli va bir necha chiqishli jarayon tenglamasi ma'nosi qanday?
6. Chiziqli dinamik model deganda nimani tushinasiz?
7. Dinamik tizim xolat tenglamasi qanday yoziladi?
8. Matritsali yozuvni yoyish qanday aniqlanadi?
9. Polinomlar yordamida approksimatsiyalash qanday yoziladi?
10. Boshlang'ich ma'lum bo'lgan nochiziqli funktsiyalarni identifikatsiyalash qanday aniqlanadi?
11. Ketma-ket regression usullar qanday usul?
12. Skalyar hodisa nima?
13. Ko'p o'lchamli hodisa deganda nimani tushinasiz?
14. Ketma-ket nochiziqli regressiya qanday yoziladi?

6--Mavzu. Stoxastik approksimatsiya va ketma-ket o'rgatish usullari bilan identifikatsiyalash

Reja

6.1 Identifikatsiya uchun stoxastik approksimatsiya usulini qo'llash. Stoxastik approksimatsiya usuliga ko'ra identifikatsiyalash muolajalari. Identifikatsiya algoritmi uchun boshlang'ich baholar. O'rgatish usuli bilan identifikatsiyalash

6.2 Statsionar jarayonlarni identifikatsiyalash. Nostatsionar jarayonlarni identifikatsiyalash. Nochiziqli sistemalarni identifikatsiyalash uchun usullarni aniqlab olishning ketma-ketlik tartibi. Ketma-ket o'qitish algoritmi.

Ekspertga faktorlarni juft-juft bo'lib takkoshlash taklif etiladi, ya'ni har bir juft faktorga x_i va x_l mos ravishda soni qil mos kuyish kerak.

$$q_{il} = \begin{cases} 1, & \text{если } x_i \succ x_l; \\ 0, & \text{если } x_i \sim x_l; \\ -1, & \text{если } x_i \prec x_l; \end{cases}$$

$$\bar{q}_{il} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N q_{il}^j$$

Bunda

i -faktorni l faktorga kura o'rtacha afzalligi.

Bu uz navbatida ekspert xulosasini bildiradi. Espertlarni kelishuvchanligini aniqlaymiz.

$$W = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{q}_{il})^2.$$

Tartibga solinayotgan faktorlar rangini aniqlash uchun ranglarni tanlash koidasini aniqlash kerak. Bunday koidalar bir necha bo'lishi mumkin. Ulardan ikkitasini ko'ramiz:

1. Birinchi koida. Har bir faktorni umumiy (yigindi) avzalligini hisoblaymiz

$$q_i = \sum_{l=1}^n (\bar{q}_{il}).$$

Tabiiyki umumiy avzalligi maksimal bo'lgan birinchi rangga ega bo'ladi.

$$q_z = \max_{i=1, \dots, n} \{q_i\}$$

Ya'ni xz faktorni birinchi rangga ega, ya'ni $kz=1$. Xuddi shu singari kolgan faktorlarni rangi topiladi.

2.Ikkinchi koida. Bu koidani asosiy mazmuni kontrastni kuchaytirish goyasiga asoslangan. Buning uchun δ chegara qo'yiladi.

Agar avzallik bu chegaradan yuqori bo'lsa, u yakkol bo'ladi, agar past bo'lsa bunda u ishonchsizdir, ya'ni unda ekvivalentlikka mos keladi. Bunda o'rtacha avzalliklar matritsasini $\overline{Q}$ kantras matritsasiga U uzgartirib, sungra ranglash qatoriga onson yullar bilan utkaziladi.

$$u_{il} = \varphi(q_{il}) \quad (i \neq l = 1, \dots, N),$$

Bunda

$$\varphi(q) = \begin{cases} -1, & \text{если } q \leq -\delta \\ 0, & \text{если } |q| < \delta \\ 1, & \text{если } q \geq \delta \end{cases}$$

Ko'rinib turibdiki, bunday uzgartirish butunlay va tula ravishda chegara δ ($0 < \delta < 1$) bilan aniqlanadi. Agar $\delta=1$ bo'lsa, kontras matritsa U 0 ga aylanadi va hamma faktorlar ekvivalent bo'ladi. Agar $\delta=0$ bo'lsa, u tula birlar bilan tuldiriladi.

Shuning uchun δ , chegarani tanlashda shuni esda to'tish kerakki, uni ortirish ranglashdan rad qilishga, kamayishi esa yakkol avzallikni ortishiga va ziddiyatlikni paydo bo'lishiga olib keladi. Optimal chegarani aniqlash, topish uchun mumkin bo'lgan ko'rsatmalardan biri bu «chegaralar ziddiyatida» chegarani δ topishdir, ya'ni katta bo'lmagan mikdorda kamayishi ziddiyatlarga olib kelishidir.

2.Modelda hisobga olinadigan ob'ektni kirish va chiqishlarini ratsional sonini topish

Yuqorida aytib utilgan koida bo'yicha modelni kirishi va chiqishi nomzodlarning tartibga solingan qatorini aniqlash mumkin.

$$\left. \begin{array}{l} x_1 \succ x_2 \succ \dots \succ x_n \\ u_1 \succ u_2 \succ \dots \succ u_q \\ y_1 \succ y_2 \succ \dots \succ y_m \end{array} \right\}$$

Bu erda kulaylik bo'lishi uchun tartibga solishilgan faktorlarni raqamlarini shunday tartiblanganki, ularning raqami rangiga teng bo'lsin, ya'ni $k_i=i$

Modelni xarakterlovchi ratsional sonlarni n^* , q^* i m^* tanlash, ya'ni kirish va chiqishlarni ulchovlari ekspertlar tomonidan amalga oshiriladi. Buning uchun minimal kirish va chiqishdan (n_1, q_1, m_1), ya'ni eng sodda modeldan boshlash lozim, masalan, $n_1=0 \quad q_1=m_1=1$. bu modelni -F1 deb ataymiz.

Demak eng birinchi sodda model quyidagi uchlik bilan xarakterlanadi. $F_1 = \langle n_1, q_1, m_1 \rangle$. Ikkinchi model esa ekspertlar tomonidan quyidagi uchlikdan tanlab olinadi:

$$\left. \begin{array}{l} F'_2 = \langle n_1 + 1, q_1, m_1 \rangle \\ F''_2 = \langle n_1, q_1 + 1, m_1 \rangle \\ F'''_2 = \langle n_1, q_1, m_1 + 1 \rangle \end{array} \right\}$$

Shunday qilib ob'ektni modellar ketma-ketligini $F_1, F_2, \dots, F_l$ xosil kilamiz. Bu modellar ketma-ketligi borgan sari aniq va murakkab bo'ladi. Endi bu qatorda avzallikni aniqlashni topish kerak, ya'ni shunday modelni ajratib olish kerakki, bu model indentifikatsiya kilinsin. Bu jaryon ham ekspertlar tomonidan amalga oshiriladi. Natijada avzalliklar ketma-keligini xosil kilamiz.

$$F_1 \prec F_2 \prec \dots \prec F_z \succ F_{z+1} \succ \dots \succ F_l.$$

Bu degani quyidagi modelda tuxtash kerak.

$F_z = (n_z, q_z, m_z)$

Vanatijada $n^* = n_z, q^* = q_z, m^* = m_z$

Stoxastik approksimatsiya usulidan Identifikatsiyalashda foydalanish

Diskret stasionar sistemani ko'ramiz.

$$x_k = \Phi(u_k, u_{k-1}, \dots, p) \quad (1)$$

$$y_k = x_k + v_k \quad (2)$$

Bu tenglamada x, u, y, v -kirish, chiqish, shovqin va g'alayon munosib o'lchanadigan; p -vektor parametrlari Identifikatsiyalash zarur; F -berilgan chiziqli va nochiziqli funktsiya x, u va noaniq vektor p ,

$$u_k = (u_k, \dots, u_{k-r})^T \quad (3)$$

(1) va (3) munosabatlarini qo'yib ko'rib, (1) chi qo'yidagicha bo'ladi.

$$x_k = \Phi(u_k, p) \quad (4)$$

p_n baholanish r vektorning (p ta qadam ketma-ketligi) stoxastik opraksimatsiyalangan algaritmi qo'yidagi ko'rinishda olinadi.

$$p_{n-1} = p_n - \rho_n \varphi_n, \quad \forall n = 1, 2, 3, \dots \quad (5)$$

bu erda φ_p funktsiya y bu bo'yicha baholash mumkin [(1) va (3) aniq p, u matematik kutilmasi 0 ga teng] ρ_n -skalyar karektlovchi koeffitsient ketma-ketligi, shu ketma-ketlikni mosligini ta'minlash uchun keyingi sho'artlarni qanoatlantirish kerak.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \rho_n = 0 \quad (6)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \rho_k = \infty \quad (7)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \rho_k^2 < \infty \quad (8)$$

Ko'rinish turibdiki $\rho_k = \rho_1 / k$ ixtiyoriy funktsiya (6) (7) (8) ni qanoatlantiradi, k funktsiyalar singari. φ_k (5) ni hisobga olib funktsiya gradientini ta'riflash uchun Ki Ferrom va Vol'fovitsin tomonidan kiritilgan. SHuning uchun φ_k funktsiya qo'yidagi ko'rinishda olib tashlanadi. Sifat Identifikatsiya skalyar ko'rsatkichini $J_k(p)$ bilan belgilaymiz va qo'yidagi ko'rinishda aniqlanadi.

$$J_k(p) = \frac{1}{2} (y_k - \Phi(u_k; p_k))^2 \quad (9)$$

$p_{1,k}; p_{2,k}; \dots, p_{m,k} - p_k$ elementi

$$\psi_k = \frac{\partial J_k(p)}{\partial p_k} = \begin{bmatrix} \frac{\partial J_k}{\partial p_{1,k}} \\ \frac{\partial J_k}{\partial p_{2,k}} \\ \vdots \\ \frac{\partial J_k}{\partial p_{m,k}} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\psi_k = \frac{\partial J_k(p)}{\partial p_k} = [\Phi(u_k, p_k) - y_k] \frac{\partial \Phi(u_k, p_k)}{\partial p_k} = [\Phi(u_k, p_k) - y_k] g_k(u_k, p_k) \quad (11)$$

$$\frac{\partial \Phi(u_k, p_k)}{\partial p_k} = g_k(u_k, p_k) \quad (12)$$

ψ_k funktsiyaning y_k o'lchamlari bo'yicha baholanish mumkin, u_k va oldingi baholanish p Identifikatsiya pratsedurasi (5) da yozilgan r_0 –boshlang'ich baholanishga bog'liq

p_1 -koeffitsienti boshlang'ich ahamiyatidan

ψ_k -baholash protsesi ko'rilayotgan chizig'iy sistema misolda qo'yidagicha keltirilgan

$$x_k = p^T u_k = \Phi(u_k, p) \quad (13) \text{ bundan}$$

$$g_k(u_k, p_k) = \frac{\partial \Phi(u_k, p_k)}{\partial p_k} \quad (14)$$

$$\psi_k = [\Phi(u_k, p_k) - y_k] g_k(u_k, p_k) = (p_k^T u_k - y_k) u_k \quad (15).$$

O'QITISH USULIDA IDENTIFIKATSIYALASH

Ketma-ket regressiya usullariga nisbatan darajasi bir necha barobar past bo'lganligi sababli ketma-ket o'qitish usuli stoxastik opraksimatsiya usuli kabi turli ketma-ket qadamlar kichik kvadratlar usuli bo'yicha parametrlar bahosini bermaydi(baholamaydi). Tajribalar sonining ko'p bo'lishi baho parametrlarining haqiqiy qiymatiga yaqinlashishga olib keladi harakteristikalarni mos kelishi ketma-ket o'qitish usuli stoxastik opraksimatsiya usulidan farq qiladi. Bu usulning parametrlari bir tekis o'zgaradigan jarayonlar uchun qo'llash qulaydir. Ketma-ket o'qitish usulining boshqa ketma-ket usullardan asosiy afzalligi Identifikatsiya ketma-ketligi algaritmlarining oddiyligidir. Ketma-ket o'qitish usulida taxminiy kirish $u(t)$ kirish $x(t)$ va impul's reaksiyasi $g(t)$ sistemani ko'rib chiqamiz. Bu funktsiyalar "0" boshlang'ich shart uchun qo'yidagi integralni qanoatlantiradi

$$x(t) = \int_0^t g(\tau) u(t - \tau) d\tau \quad (1)$$

bu erda i –o'lchanadigan funktsiya. Tenglamaning diskret ko'rinishi

$$x_i = \sum_{j=1}^N g_i u_{j-i} \quad (2)$$

ya'ni (stoxastik funktsiya i da) o'zgaruvchan cheksiz tartib tenglamasiga o'xshash bo'ladi. Identifikatsiyaning maqsadi hisoblanish g_i ni aniqlash to'plami ketma-ketligini iteratsion hisob yo'li bilan amalga oshiriladi.

$$h_1(j), h_2(j), \dots, h_N(j); \quad \forall j = N+1, N+2, \dots \quad (3)$$

(2) dagi $g_1, g_2, \dots, g_N$ larda mos ravishda yaqinlashish kerak, bunda j –iteratsiya raqamini anglatadi. Bu holda $h_i^{(j)}$ dan foydalanganda (2) funktsiyalardan k/ch chiqish bahosi x_j qo'yidagicha tenglama bo'ladi.

$$x_j = \sum_{i=1}^N h_i^{(j)} u_{j-i} \quad (4)$$

qo'yidagilarni belgilab olamiz

$$g = [g_1, \dots, g_N]^T \quad (5)$$

$$h_i^{(j)} = [h_1^{(j)}, \dots, h_N^{(j)}]^T \quad (6)$$

$$u_j = [u_{j-1}, \dots, u_{j-N}]^T \quad (7)$$

(2) va (4) tengliklarni mos ravishda qo'yidagilarga o'zgartiramiz.

$$x_j = g^T u_j \quad (8)$$

$$x_j = h_j^T u_j \quad (9)$$

Δh_j vektor qo'yidagicha bo'ladi.

$$\Delta h_j = h_{j+1} - h_j \quad (10)$$

Bu tenglamadan x_i bahodagi $(x_j - x_j)$ xatoni hisobga olib h_j nisbatan navbatdagi Identifikatsiya h_{j+1} vektorini to'g'rilashda foydalanamiz (korektsiyalashda)

$$\Delta h_j = (x_j - x_j) \frac{u_j}{u_j^T u_j} \quad (11)$$

Bu erda $j=1, 2, \dots$ ketma-ketlikdan qo'yidagi tenglamaga ega bo'lamiz.

$$u_j^T \Delta h_j = \frac{(x_j - x_j) u_j^T u_j}{u_j^T u_j} = x_j - x_j \quad (12)$$

(9) va (10) lar yuqoridagi tenglikni qanatlantiradi qachonki g teng bo'lganda h_{j+1} bahoga.

Tayanch iboralar: stoxastik approksimatsiya usulini, boshlang'ich baholar, o'rgatish usuli bilan identifikatsiyalash, statsionar jarayonlarni identifikatsiyalash, nostatsionar jarayonlarni identifikatsiyalash, nohiziqli sistemalarni identifikatsiyalash, ketma-ket o'qitish algoritmi, o'qitish usulida identifikatsiyalash.

Takrorlash uchun savollar

1. Stoxastik model qanday model?
2. Stoxastik approksimatsiya deganda nimani tasavur qilasiz?
3. Statsionar jarayonlar, nostatsionar jarayonlar ma'nosi qanday?
4. Nohiziqli sistemalar modeli qanday tuziladi?
5. Ketma-ket o'qitish algoritmi formulalari bilan qanday ishlanadi?

7-Mavzu. Kvazichiziqlash va invariant botish usullari bilan identifikatsiyalash

Reja

7.1. Kvazichiziqlash usuli bilan sistemalarni identifikatsiyalash.

7.2. Invariant botish usuli bilan sistemalarni identifikatsiyalash

KVAZI CHIZIQLASH USULI BILAN IDENTIFIKATSIYALASH

Diskret sistemani qo'yidagi tenglama ko'rinishda yozilgan

$$x(k+1) = g[x(k), u(k), p], kT = t \quad (1)$$

bu erda $k=0,1,2,\dots,v$, ax, u, p - n -o'lchanadigan vektor holat m -o'lchanadigan vektor kirish, r -o'lchanadigan parametr. (1) tenglamadagi sistema $(p+1)$ chegaraviy shartni qanoatlantiradi $(n+r)$ o'zida mujassamlashtiradi o'lchanadigan skalyar funktsiyalar $x_j(i)$, bu erda $x_j(i)$ da j -kompanenta i -interval. $(n+r)$ o'lanadigan vektor z ko'rinishida aniqlab olamiz.

$$z = \begin{bmatrix} x \\ p \end{bmatrix} \quad (2) \text{ bu erdan}$$

(1) dan qo'yidagi kelib chiqadi

$$z(k+1) = \lambda[z(k), u(k), k] \quad (4)$$

Statsionar sistema uchun

$$\lambda = \begin{bmatrix} g[x(k), u(k), k] \\ p(k) \end{bmatrix} \quad (5)$$

(4) ni Teylor qatoriga yoyib chiqamiz. $(\mu+1)$ qo'yidagi bog'lanish kelib chiqishi uchun baholanishi $z_{\mu+1}$ vektor μ baholanishga bog'liq.

$$z_{\mu+1}(k+1) = \lambda_{\mu}[z_{\mu}(k), u(k), k] + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial z}\right)_{\mu}[z_{\mu}(k) - z_{\mu}(k)] \quad (6)$$

(5) ni chiziqli tenglama ko'rinishda $z_{\mu+1}$ uchun koeffitsient bilan

$$z_{\mu+1}(k+1) = B(k)z_{\mu+1}(k) + W_k \quad (7)$$

bu erda

$$B_{\mu}(k) = \left(\frac{\partial \lambda}{\partial z}\right)_{\mu} \quad (8a)$$

$$W(k) = \lambda[z_{\mu}(k), u(k), k] - \left(\frac{\partial \lambda}{\partial z}\right)_{\mu} z_{\mu}(k) \quad (8b)$$

(6) ni echganda qo'yidagi ko'rinish hosil bo'ladi.

$$z_{\mu+1}(k) = \varphi_{\mu+1}(k, h)z_{\mu+1}(h) + q_{\mu+1}(k) \quad (9)$$

bu erda

$$\varphi_{\mu+1}(k, h) = A_{\mu}(k)\varphi_{\mu+1}(k, h) \quad k > h \quad (10)$$

$$\varphi(h, h) = I(H) \quad (11)$$

$q(k)$ -(6)ni chastotali yechilishi qo'yidagi ko'rinishda.

$$q_{\mu+1}(k+1) = B_{\mu}(k)q_{\mu+1}(k) + W(k) \quad (12)$$

Boshlang'ich shart bilan

$$q_{\mu+1}(0) = 0 \quad (13)$$

Bu erda $(n+r) \rightarrow \hat{z}_{\mu+1}(0)$ vektorning boshlang'ich komponentasi $(n+r)$ chegaraviy shartni qanoatlantirishi kerak. Bitta yechimga ega bo'lish uchun, bu holda shovqinli o'lchovga $v > n+1$ chegaraviy shart. Bu shartlar chiziqli regressiyani $(n+r)$ vektor komponentasi $z_{\mu+1}(0)$ hosil qiladi. Identifikatsiya prosedurasini bajarish uchun boshlang'ich baholash $\hat{p}_0$ vektor r va $\hat{x}(0)$ bo'lishi zarur. Bu baholanishlar haqiqiy ahamiyatga yaqin bo'lishi kerak.

INVARIANT BOTISH USULI BILAN IDENTIFIKATSIYALASH

Uzluksiz sistemalarni invariant botish usuli bilan Identifikatsiyalanadi.

$$\dot{y} = g(y, \lambda, u, t) \quad (1)$$

$$\dot{\lambda} = h(y, \lambda, u, t) \quad (2)$$

Bu erda g, h funktsiyadir. (1) va (2) lar uchun tasodifiy ekvivalent ikki nuqtali diskret misollarda qo'yidagi ko'rinishga ega bo'ladi.

$$y = (k+1) = g(y, \lambda, u, k) \quad (3)$$

$$\lambda = (k+1) = h(y, \lambda, u, k) \quad (4)$$

bu erda $kT=t$, $k=0, 1, \dots, N$, T – kvantlash oralig'i, chegaraviy holda $\lambda(0)=a$, $\lambda(N)=b$ ko'rinishda yechishimiz mumkin. Boshlang'ich o'zgaruvchan N uchun.

$\lambda(t_j)=c(t_j)$ tenglamaga o'xshash bir muncha umumiy shaklda yozishimiz mumkin $\lambda(N)=c(N)$ (5)

$$y(N)=F(c, N).$$

Agar $t=kT$ va $t_1=NT$ deb belgilasak invariant botish usulida uzluksiz sistemalar Identifikatsiyalash masalalarini yechish holatidagi to'liq uzluksizlikni tasvirlash mumkin va oxirida baholashning analog natijalari olinadi.

Tayanch iboralar: kvazichiziqlash usuli bilan sistemalarni identifikatsiyalash, invariant botish usuli bilan sistemalarni identifikatsiyalash, teylor qatori,

Takrorlash uchun savollar

1. Chiziqlash deganda nimani tushunasiz?
2. Kvazichiziqlash deganda ko'z oldingizga nima keladi?
3. Invariant tushinchasiga qayerda duch kelgansiz?
4. Invariant botish usuli bilan sistemalarni identifikatsiyalash qanday amalga oshiriladi?

8-Mavzu. Dinamik sistemalarning holati va parametrlarini birgalikda baholash

Reja

8.1 Chiziqli sistemalarda holat va parametrlarini birgalikda baholash masalasini umumlashtirish kabi nochoziqli dinamik sistemalar holatini baholash masalasining qo'yilishi.

8.2 Suboptimal nochoziqli filtrlashning asosiy usullari: chiziqlantirilgan va kengaytirilgan Kalman filtrlari. Dinamik sistemalar identifikatsiyasi nazariyasi va usullarining rivojlanish istiqbollari

Real sistemalar va ularning modellarining xulqini o'rganishdan oldin ularning xossalari tushuntiriladigan formal tilni belgilab olish lozim. Bunday formal tilning asosiy elementi statika va dinamikada (holat o'zgarishi)gi tizimlar xossasini xarakterlovchi qanaqadir munosabatlar intuitiv tushuntiruvchi dinamik xarakteristikalar tushunchasi hisoblanadi.

Quyidagi ta'rifni beramiz. Tizimning dinamik xarakteristikalar (matematik modellarda) deb, tizimlarni hulqini vaqt bo'yicha baholash imkonini beruvchi, analitik, grafik yoki jadval ko'rinishda berilgan ixtiyoriy munosabatga aytiladi.

Ushbu bo'limda biz chiziqli dinamik tizimlarni tavsiflashning turli usullarini va ularning avtomatik boshqarish nazariyasida qabul qilish uchun matematik model shaklida yozishga keltirilgan o'zaro bog'lanishlarini ko'rib chiqamiz.

Dinamik xarakteristika tizimlar xulqini tadqiq qilish, ya'ni ular uchun o'tkinchi jarayonni hisoblash imkonini beradi.

Modeli

$$\ddot{y} + 3\dot{y} + y = u$$

ko'rinishga ega bo'lgan bir kanalli ob'ektning holat tenglamasini yozing.

Ikkita o'zgaruvchan holatni ko'rib chiqamiz.

1. Holat o'zgaruvchilari sifatida chiqish kattaligi va uning hosilasi ($x_1 = y, x_2 = \dot{y}$) tanlangan bo'lsa, unda quyidagi holatning kanonik tenglamasi va ob'ektning matritsasini olamiz:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \dots \\ \dot{x}_n = -a_1 x_1 - a_2 x_2 - \dots - a_n x_n + bu, \\ y = x_1, \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -x_1 - 3x_2 + u, \\ y = x_1, \end{cases} \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

2. Yangi ($x_1 = y, x_2 = \dot{y} + 3y$) o'zgaruvchilarni tanlab, ob'ekt holatining tenglamasi va matritsasini olamiz:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -3x_1 + x_2, \\ \dot{x}_2 = -x_1 + u, \\ y = x_1, \end{cases} \quad A = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Matematik modeli

$$\ddot{y} + \dot{y} + 3y = 2\dot{u} + u$$

bo'lgan ob'ektning holat tenglamasini yozing.

Tenglamani ayirmalar nisbatiga ko'ra echamiz

$$\ddot{y} - 2\dot{u} = -\dot{y} - 3y + u,$$

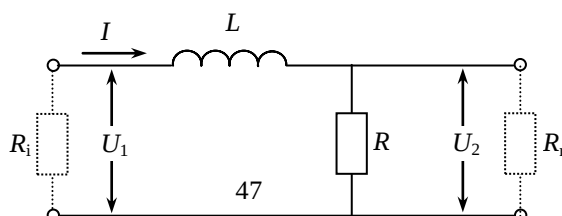
Holat o'zgaruvchilari sifatida $x_1 = y, x_2 = \dot{y} - 2u$ ni tanlaymiz va ob'ektning quyidagi holat tenglamasini va matritsasini olamiz:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + 2u, \\ \dot{x}_2 = -3x_1 - x_2 - u, \\ y = x_1, \end{cases} \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Elektr zanjirining (1-rasm) matematik modelini aniqlab, u uchun holat tenglamasini yozing.

Ob'ektda yuz berayotgan jarayonning fizik qonuni Kirxgof qonunlari hisoblanadi

$$U_1 = L \frac{dI}{dt} + RI, \quad U_2 = RI.$$



1 –rasm. Ob'ektning ekvivalent sxemasi.

Boshqarish nazariyasi nuqtai nazaridan ob'ektni tasvirlashni qulay ko'rinishiga o'tamiz. Bunda chiqish kattaligi deb zanjirning chiqishidagi kuchlanishni olamiz, ya'ni $y=U_2$, boshqarish ta'siri – kirishdagi kuchlanish ($u=U_1$), holat o'zgaruvchisi esa – zanjir bo'yicha oquvchi tok ($x=1$). Keltirilgan belgilashlarni hisobga olgan holda ob'ektning boshlang'ich tenglamasini quyidagi ko'rinishda yozamiz:

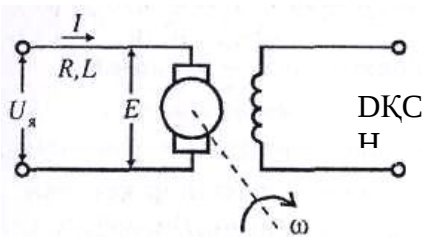
$$\begin{cases} L\dot{x} + Rx = u, \\ y = Rx, \end{cases}$$

keyin holat o'zgaruvchilari bo'yicha tavsifni qabul qilishga o'tamiz:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu, \\ y = Cx, \end{cases}$$

bu erda $A=R/L, B=1/L, C=R$.

Matematik modellarni tuzishning yana bir misoli sifati mustaqil qo'zg'atuvchili o'zgarmas tok dvigatelini ko'rib chiqamiz (2-rasm). Bu matematik boshqarish tizimlarida tez-tez ishlatiladi. Bu erda U_{ya} –dvigatelning yakoriga tushuvchi kuchlanish bo'lib, kirish ta'siri hisoblanadi; I –yakor zanjiridagi tok bo'lib, ob'ektning ichki o'zgaruvchisi hisoblanadi; R, L – yakor zanjirining qarshiligi va induktivligi; E –teskari EYUK, ya'ni yakorning magnit maydonida aylanishi natijasida hosil bo'ladigan kuchlanish; ω –dvigatelning aylanish tezligi bo'lib, chiqish o'zgaruvchisi hisoblanadi; DQCh – dvigatelning qo'zg'atuvchi chulg'ami.



2–rasm. Doimiy tok dvigateli sxmasi

Dvigatelda yuz beruvchi jarayonni xarakterlovchi asosiy tenglamani yozamiz. YAkor zanjiridagi elektr muvozanat tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$L \frac{dI}{dt} + RI + E = U_y.$$

Dvigatel validagi momentlar muvozanati tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$J \frac{d\omega}{dt} = \dot{M}_a - \dot{M}_n,$$

bu erda J – keltirilgan inertsia momenti; M_d – aylantirish momenti; M_s – dvigatel validagi qarshilik momenti bo'lib, xalaqit ta'siri hisoblanadi.

Etarlicha aniqlik darajasidan kelib chiqib, ko'pgina holar uchun $E=c_1\omega$, $\dot{M}_a=c_2I$, $M_s=M_s(t)$ (bu erda $c_i=const$, $i=1,2$) hisoblash mumkin. Natijada dvigatelning tenglamasi quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\begin{cases} L \frac{dI}{dt} + RI + c_1\omega = U_y, \\ J \frac{d\omega}{dt} = c_2I - M_s. \end{cases}$$

$u=U_{ya}$ – boshqarish; $x_1=\omega$, $x_2=I$ -holat o'zgaruvchilari; $M=M_s$ –xalaqit kabi belgilashlarni kiritamiz. Endi holat o'zgaruvchilari bo'yicha dvigatel teglamasini yozamiz:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -a_{12}x_2 + hM, \\ \dot{x}_2 = -a_{21}x_1 - a_{22}x_2 + bu, \\ y = x_1, \end{cases}$$

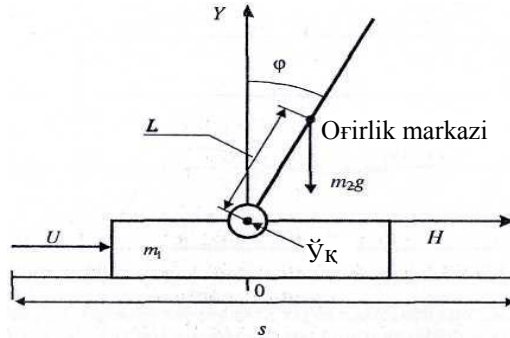
bu erda $a_{12} = \frac{c_2}{J}$, $h = \frac{1}{J}$, $a_{21} = \frac{c_1}{L}$, $a_{22} = \frac{R}{L}$, $b = \frac{1}{L}$.

Ko'pincha dvigatelning modeli bitta differentsial tenglama ko'rinishida keltiriladi

$$T_{\text{я}} T_M \ddot{y} + T_M \dot{y} + y = ku - k_M (T_{\text{я}} p + 1) M.$$

Bu erda $T_M = RL / c_1 c_2$ - dvigatelning elektromexaniq va vaqt doimiysi; $T_{\text{я}} = L/R$ - yakor zanjirining elektromagnit doimiysi; $k = 1/c_1$ - kuchaytirish koeffitsienti; $k_M = R/c_1 c_2$

O'q gorizontaal yo'nalishda harakatlanuvchi aravaga (kareta) ga o'rnatilgan aylanuvchi mayatnikni ko'rib chiqamiz. Bunday qurilmalar to'plami o'zida «karetalli-mayatnik» deb nomlanuvchi boshqarish ob'ektini nomoyon qiladi. Uning sxematik modeli 2.3 – rasmda tasvirlangan.



3- rasm. «Karetkali-mayatnik» boshqarish ob'ekti.

Bu erda φ –mayatnikning og'ish burchagi (siqish o'zgaruvchisi); U –boshqarish dvigatelini sarflagan kuchi (kirish o'zgaruvchisi); s –karetaning siljishi; m_1 – karetaning massasi; L – mayatnikning o'qi va og'irlik markazlari orasidagi masofa; g – og'irlik kuchining tezlanishi; H va V – mayatnik o'qiga ta'sir qiluvchi gorizontaal va vertikal kuchlar. «Kareta-mayatnik» ob'ektining soddalashtirilgan modelini differentsial tenglamalar tizimi bilan quyidagicha keltirish mumkin:

$$\begin{cases} \ddot{\varphi} - a_4 c \varphi + c \ddot{s} = 0, \\ \ddot{s} = -a_2 \dot{s} + b_2 U, \end{cases}$$

buerda $a_2 = \frac{F}{m_2}$, $b_2 = \frac{1}{m_2}$, $a_4 = g$, $c^{-1} = \frac{J + m_1 L^2}{m_1 L}$ - mayatnikning samarali uzunligi.

Holat o'zgaruvchilaridagi ob'ektning modelini

$\dot{x} = Ax + Bu$ ko'rinishdagi tasvirga o'tamiz. Holat vektorining komponenti sifatida quyidagi kattalikni tanlaymiz

$$x_1 = s, x_2 = \dot{s}, x_3 = s + c^{-1} \varphi,$$

$$x_4(t) = \dot{s}(t) + c^{-1} \dot{\varphi}(t),$$

ob'ektning chiqish o'zgaruvchisi samayatnikning og'ish burchagidir hisoblanadi ($y = \varphi$)

.Natijada holat tenglamalari quyidagicha ko'rinishda qabul qilinadi:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = a_2 x_2 + b_2 U, \\ \dot{x}_3 = x_4, \\ \dot{x}_4 = a_4 c (x_3 - x_1), \\ y = c(x_3 - x_1). \end{cases}$$

Endi ob'ektning matritsasini aniqlaymiz:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -a_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -a_4c & 0 & a_4c & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ b_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = [-c \quad 0 \quad c \quad 0]$$

Ob'ekt uchun uzatish matritsasini aniqlash

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu, & x \in R^2, u \in R^2, \\ y = Cx, & y \in R^2 \end{cases}$$

buerda $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}.$

Uzatish matritsasi uchun $W(p) = C(pI - A)^{-1}B$ ifodasidan foydalanamiz va dastlab teskari matritsani topamiz: $(pI - A)^{-1} = \frac{(pI - A)^*}{\det(pI - A)}$. Bu erda

$$pI - A = \begin{bmatrix} p & -1 \\ 1 & (p-2) \end{bmatrix}.$$

Biriktirilgan matritsa quyidagi ko'rinishga ega

$$(pI - A) = \begin{bmatrix} p & 1 \\ -1 & (p-2) \end{bmatrix},$$

$$\det(pI - A) = p^2 - 2p + 1$$

Natijada quyidagi teskari matritsani olamiz

$$(pI - A)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{p}{p^2 - 2p + 1} & \frac{1}{p^2 - 2p + 1} \\ \frac{-1}{p^2 - 2p + 1} & \frac{p-2}{p^2 - 2p + 1} \end{bmatrix}$$

va ob'ektning uzatish matritsasi quyidagicha bo'ladi

$$W(p) = C(pI - A)^{-1}B = \begin{bmatrix} \frac{2(p-1)}{p^2 - 2p + 1} & \frac{p-1}{p^2 - 2p + 1} \\ \frac{4}{p^2 - 2p + 1} & \frac{-2(p-2)}{p^2 - 2p + 1} \end{bmatrix}.$$

Ko'rinib turibdiki, ushbu matritsadagi barcha skalyar uzatish funktsiyalari bir xil maxrajga ega va bu maxraj ob'ektning xarakteristik polinomini o'zida namoyon etgan.

Modeli quyidagi tenglama bilan berilgan ob'ekt uchun nol va qutb uzatish funktsiyalarini aniqlash

$$\ddot{y} + 6\dot{y} + 5y = 2\dot{u} + 12u.$$

Ob'ektning operator shaklidagi boshlang'ich tenglamasini differetsiallash operatori p yordamida yozamiz

$$(p^2 + 6p + 5)y = (2p + 12)u.$$

Endi uzatish funktsiyasini aniqlaymiz

$$W(p) = \frac{y}{u} = \frac{2p + 12}{p^2 + 6p + 5}$$

Ob'ektning xarakteristik tenglamasi ko'yidagi ko'rinishga ega

$$A(p) = p^2 + 6p + 5 = 0.$$

Uzatish funktsiyasi ikkita qutb ($p_1 = -5, p_2 = -1$) va bitta nol ($n_1 = -6$) dan tashqil topgan.

Mustaqil qo'zg'atuvchili o'zgarmas tok dvigatelining uzatish funktsiyasini aniqlash Dvigatelning 2.4-misolda olingan differentsial tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega

$$T_{\text{Я}} T_{\text{М}} \ddot{y} + T_{\text{М}} \dot{y} + y = ku - k_{\text{М}} (T_{\text{Я}} p + 1) M.$$

Xalaqit ta'siri yo'q deb faraz qilamiz, ya'ni $M=0$. Bu teglamani belgili shaklda differentsiallash operatori p yordamida yozamiz

$$T_{\text{Я}} T_{\text{М}} p^2 y + T_{\text{М}} p y + y = ku$$

yoki uni algebraik deb qarab,

$$(T_{\text{Я}} T_{\text{М}} p^2 + T_{\text{М}} p + 1) y = ku$$

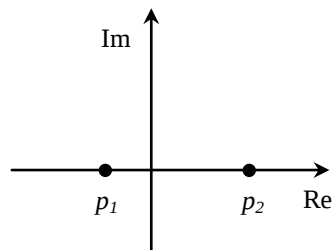
Endi mustaqil qo'zg'atuvchili o'zgarmas tok dvigatelining uzatish funktsiyasini aniqlaymiz

$$W(p) = \frac{k}{T_{\text{Я}} T_{\text{М}} p^2 + T_{\text{М}} p + 1}$$

Ko'rib o'tganimizdek, u noldan tashqil topmadi va moddiy yoki kompleks-bog'langan bo'lishi mumkin bo'lgan TYA va TM parametrlarning sonli qiymatiga bog'liq ikki qutbga ega.

Harakati (xulqi) quyidagi tenglama bilan tavsiflanuvchi ob'ektning ildizli portretini tasvirlash:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + x_2 + u, \\ \dot{x}_2 = 4x_1 + x_2 + 2u, \\ y = x_1 \end{cases}$$



4-rasm. Ob'ektning ildizli portreti.

Ob'ektning matritsasi $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ nianiqlaymiz va xarakteristik tenglamani yozamiz

$$A(p) = \det(pI - A) = p^2 - 2p - 3 = 0.$$

A matritsaning xususiy qiymatlari: $p_1 = -1, p_2 = 3$. Ular ildizlarning kompleks tekisligida nuqta ko'rinishida tasvirlangan (2.4-rasm).

$W(p) = \frac{10p}{p+1}$ uzatish funktsiyasi bilan berilgan ob'ekt uchun amplituda-fazaviy (AFX), moddiy chastotaviy va fazaviy chastotali xarakteristikalarini (MChX, FChX) qurish.

Uzatish funktsiyasida $p \rightarrow j\omega$ almashtirishni amalga oshirib, umumlashgan chastotaviy xarakteristikalar uchun ifodani yozamiz:

$$W(j\omega) = \frac{10j\omega}{j\omega+1} = \frac{10\omega^2}{\omega^2+1} + j \frac{10\omega}{\omega^2+1}.$$

MChX va FChX lar uchun ifodalar quyidagi ko'rinishga ega

$$R(\omega) = \frac{10\omega^2}{\omega^2+1}, \quad \varphi(\omega) = \arctg \frac{I(\omega)}{R(\omega)} = \arctg \frac{1}{\omega}.$$

Tayanch iboralar: chiziqli sistemalarda holat va parametrlarini birgalikda baholash, nochiziqli dinamik sistemalar holatini baholash masalasi, suboptimal nochiziqli filtrlashning asosiy usullari, chiziqlantirilgan va kengaytirilgan Kalman filtrlari.

Takrorlash uchun savollar

1. Chiziqli sistemalarda holati tushinchasi nimani ifodalaydi?
2. Chiziqli sistemalarda qanday parametrlar ko'riladi?
3. Nochiziqli dinamik sistemalar holatini baholash deganda nimani tushinasiz?
4. Suboptimal nimani anglatadi?
5. Minimumlashtiruvchi funksional nima va u nimaga kerak?

Adabiyotlar ro'yxati

Asosiy adabiyotlar.

1. Гроп Д. Методы идентификации систем. -М.: Изд-во «Мир», 1979.
2. Методы классической и современной теории автоматического управления / Под ред. К.А.Пупкова. ТОМ I-IV. - М.:МГТУ им. Баумана, 2004.
3. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя. -М.: Наука, 1991. - 432 с.
4. Эйкхофф П. Основы идентификации систем управления, Издательство «Мир», -М.: 1979. -683 с.
5. Сейдж Э.П., Мелса Д.Ж.Л. Идентификация систем управления. Изд-во «Наука», М.: 1974. -480 с.
6. Игамбердиев Х.З. Регулярная идентификация динамических систем. ТашПИ им. А.Р. Беруни. - Т.: Фан, 1987. - 120 с.

Qo'shimcha adabiyotlar.

1. Справочник по теории автоматического управления / Под ред. А.А. Красовского. - М.: Наука, 1987. - 712 с.
2. Игамбердиев Х.З. Идентификация моделей многомерных систем: Учеб. пособие. – Т., 1985. - 81 с.
3. Огарков М.А. Методы статистического оценивания параметров случайных процессов. М.: Энергоатомиздат, 1990. - 208 с.
4. Типовые линейные модели объектов управления / Под ред. Н.С. Райбмана. -М.: Энергоатомиздат, 1983. - 264 с.
5. Цыпкин Я.З. Основы информационной теории идентификации. -М.: Наука, 1984. - 320 с.

INTERNETsaytlari

1. www.books.rosteplo.ru
2. <http://www.ccas.ru/kameney/IUM-all.pdf>