ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ, МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТИ ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ DSc.27.06.2017.FM.01.01РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

САМАРҚАНД ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

САТТОРОВ ЭРМАМАТ НОРКУЛОВИЧ

БИРИНЧИ ТАРТИБЛИ ЧИЗИКЛИ ЭЛЛИПТИК СИСТЕМАЛАР УЧУН КОШИ МАСАЛАСИ

01.01.02 – Дифференциал тенгламалар ва математик физика
(физика-математика фанлари)

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ ДОКТОРИ (DSc) ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

Тошкент шаҳри – 2017 йил

УДК: 517.946

Докторлик (DSc) диссертацияси автореферати мундарижаси

Оглавление автореферата докторской (DSc) диссертации

Content of the abstract of doctoral (DSc) dissertation

ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ, МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТИ ҲУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ DSc.27.06.2017.FM.01.01РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ

САМАРҚАНД ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

САТТОРОВ ЭРМАМАТ НОРКУЛОВИЧ

БИРИНЧИ ТАРТИБЛИ ЧИЗИКЛИ ЭЛЛИПТИК СИСТЕМАЛАР УЧУН КОШИ МАСАЛАСИ

01.01.02 – Дифференциал тенгламалар ва математик физика
(физика-математика фанлари)

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ ДОКТОРИ (DSc)
ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ

Тошкент шаҳри – 2017 йил

Фан доктори (DSc) диссертацияси мавзуси Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамаси ҳузуридаги Олий аттестация комиссиясида B2017.2.DSc/FM57 рақам билан рўйхатга олинган.

Диссертация Самарқанд давлат университетида бажарилган.

Диссертация автореферати уч тилда (ўзбек, рус, инглиз (резюме)) Илмий кенгаш веб-саҳифасида (http://fti-kengash.uz/) ва «ZiyoNet» Ахборот таълим порталида (www.ziyonet.uz) жойлаштирилган.

Илмиймаслаҳатчи: **Ярмухамедов Шароф**
физика-математика фанлари доктори, профессор

Расмий оппонентлар: **Чередниченко Виктор Григорьевич**
физика-математика фанлари доктори

Тахиров Жозил Останович
физика-математика фанлари доктори, профессор

Фаязов Қудратилло Садридинович
физика-математика фанлари доктори, профессор

Етакчиташкилот: **Россия Фанлар Академияси Сибир бўлими Ҳисоблаш математикаси ва математик геофизика институти**

Диссертация ҳимояси Ўзбекистон Миллий университети, Математика институти ҳузуридаги DSc.27.06.2017.FM.01.01 рақамли Илмий кенгашнинг 2017 йил «___» ___________ соат____ даги мажлисида бўлиб ўтади. (Манзил: 100174, Тошкент ш., Олмазор тумани, Университет кўчаси, 4-уй. Тел.: (99871) 227-12-24, факс: (99871) 246-53-21, 246-02-24, e-mail: nauka@nu.uz.)

Диссертация билан Ўзбекистон Миллий университетининг Ахборот-ресурс марказида танишиш мумкин (__________ рақами билан рўйхатга олинган). (Манзил: 100174, Тошкент ш., Олмазор тумани, Университет кўчаси, 4-уй. Тел.: (99871) 246-02-24).

Диссертация автореферати 2017 йил «____» _______________куни тарқатилди.
(2017 йил «____» _______________ даги _______ рақамли реестр баённомаси).

А.С.Садуллаев
Илмий даражалар берувчи илмий кенгаш раиси, ф.-м.ф.д., академик

Ғ.И. Ботиров
Илмий даражалар берувчи илмий кенгаш илмий котиби, ф.-м.ф.н.

М.С.Салахитдинов
Илмий даражаларберувчи илмий кенгаш хузуридаги илмий семинар раиси, ф.-м.ф.д., академик

КИРИШ (докторлик диссертацияси аннотацияси)

Диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати. Жаҳон миқёсида олиб борилаётган кўплаб илмий-амалий тадқиқотлар аксарият ҳолларда хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар учун нокоррект чегаравий масалаларни тадқиқ қилишга келтирилади. Эллиптик типдаги тенгламаларни шартли корректликка текшириш ва тақрибий ечимини топиш гидродинамика, геофизика, электродинамика каби соҳалардаги амалий тадқиқотларнинг объектидир. Нокоррект масалаларни ечишда регулярлашган ечимлар оиласи корректлик синфи компактга қадар торайтирилганда турғун ечимни тадқиқ қилишга асос сифатида хизмат қилади. Биринчи тартибли чизиқли эллиптик тенгламалар системаси учун қўйилган Коши масаласи кўп ўлчовли фазовий соҳаларда етарли даражада тўла ечилмаганлиги сабабли, ушбу нокоррект масалаларга оид тадқиқотларни ривожлантириш муҳим вазифалардан бири бўлиб қолмоқда.

Ҳозирги кунда жаҳонда биринчи тартибли чизиқли эллиптик тенгламалар системаси учун қўйилган нокоррект чегаравий масалаларнинг регурярлашган ечимини қуриш, ечимнинг мавжудлик критериясини аниқлаш билан боғлиқ муаммоларни тадқиқ қилиш муҳим аҳамият касб этмоқда. Бу борада умумлашган Моисил-Теодореско, умумлашган Коши-Риман, бир жинсли Максвелл тенгламалари системалари учун чегараси компакт бўлмаган қатлам кўринишдаги чексиз соҳада интеграл тасвирни ҳосил қилиш; чегараланган ва чексиз соҳаларда соҳа чегарасининг бир қисмида берилган қийматига кўра ечимни шу соҳага давом эттириш; аниқ кўринишдаги Карлеман матрицасини қуриш; шартли турғунлик баҳолари; Коши масаласи ечимининг мавжудлик критериясини исботлаш мақсадли илмий тадқиқотлардан ҳисобланади.

Мустақиллик йилларида мамалакатимизда фундаментал фанларнинг амалий татбиқига эга бўлган дифференциал тенглама ва математик физиканинг долзарб йўналишларига, жумладан, эллиптик типдаги дифференциал тенгламалар учун турли чегаравий масалаларни тадқиқ қилишга алоҳида эътибор қаратилди. Бунинг натижасида хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар учун нокоррект чегаравий масалаларни тадқиқ қилиш ҳамда уларнинг тақрибий ечимларини Карлеман матрицаси асосида махсус кўринишдаги соҳаларда қуриш, шартли турғунлик баҳоларини олиш ва ечимнинг мавжудлик критериясини топишга доир салмоқли натижаларга эришилди. “Дифференциал тенгламалар ва математик физика” фанларининг устувор йўналишлари бўйича халқаро стандартлар даражасида илмий тадқиқотлар олиб бориш асосий вазифалар ва фаолият йўналишлари этиб белгиланди.[1] Қарор ижросини таъминлашда хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар назарияси, шартли турғун коррект масалалар назариясини ривожлантириш муҳим аҳамиятга эга.

---

[1] Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамасининг 2017 йил 18 майдаги “Ўзбекистон Республикаси Фанлар академиясининг янгидан ташкил этилган илмий-тадқиқот муассасалари фаолиятини ташкил этиш тўғрисида”ги 292-сон қарори

Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2008 йил 15 июлдаги ПҚ-916-сон «Инновацион лойиҳалар ва технологияларни ишлаб чиқаришга татбиқ этишни рағбатлантириш борасидаги қўшимча чора-тадбирлар тўғрисида»ги, 2017 йил 17 февралдаги ПҚ-2789-сон «Фанлар академияси фаолияти, илмий-тадқиқот ишларини ташкил этиш, бошқариш ва молиялаштиришни янада такомиллаштириш чора-тадбирлари тўғрисида»ги Қарори ва 2017 йил 8 февралдаги ПФ-4947-сон «Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантириш бўйича ҳаракатлар стратегияси тўғрисида»ги Фармони ҳамда мазкур фаолиятга тегишли бошқа норматив-ҳуқуқий ҳужжатларда белгиланган вазифаларни амалга оширишга ушбу диссертация тадқиқоти муайян даражада хизмат қилади.

Тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устувор йўналишларига боғлиқлиги. Мазкур тадқиқот республика фан ва технологиялар ривожланишининг IV. «Математика, механика ва информатика» устувор йўналиши доирасида бажарилган.

Диссертация мавзуси бўйича хорижий илмий тадқиқотлар шарҳи[2]. Биринчи тартибли эллиптик системалар учун чегаравий масалаларни ўрганиш бўйича илмий изланишлар етакчи хорижий давлатларнинг илмий марказлари ва олий таълим муассасалари, жумладан, Россия Фанлар академияси Москва давлат университети, Новосибирск давлат университети, Белгород педагогика университети, Россия Фанлар академияси Сибир бўлимининг Математика институти, Ҳисоблаш усуллари ва Математик Геофизика институти, Сибир Федерал университети (Россия); University of Wichita, University of Delaware, University of Texas (АҚШ); University of Gunma (Япония); University of Potsdam, Karl-Marx-Stadt University of Technology, University of Gottingen (Германия); University of Ramatgan (Исроил); Измир университети (Туркия); Тбилисси Математика институти (Грузия); ал Форобий номидаги Қозоғистон Миллий университети, Абай номидаги Қозоғистон Миллий педагогика университети (Қозоғистон); Қирғиз-Турк университети, Ош давлат университети (Қирғизистон) да олиб борилмоқда.

Эллиптик типдаги тенгламалар учун Коши масаласини ечиш назариясига оид дунёда олиб борилган тадқиқотлар натижасида қатор долзарб масалалар ечилган, жумладан, қуйидаги илмий натижалар олинган: Коши масаласининг ягоналиги исботланган (California, Berkeley and at New York University); умумлашган Моисил-Теодореско, умумлашган Коши-Риман, бир жинсли Максвелл тенгламалари системалари учун фундаментал ечим, интеграл тасвир ҳосил қилинган ва чегаравий масалалар ечилган (University of Delaware, University of Gottingen, University of Tongji, Тбилисси Математика институти); Ярмухамедовнинг Лаплас тенгламаси учун Коши

[2] Диссертация мавзуси бўйича хорижий илмий-тадқиқотлар шарҳи: Arkiv Mathematics Astronomis, www.springer.com/mathematics/journal/11512; Rendiconti del seminario matimatico della univ di Padava; Communes Partial Differential Equations; Успехи математических наук, www.mathnet.ru/umn; Математические заметки, www.mathnet.ru/mz, Сибирский математический журнал, www.springer.com; Дифференциальные уравнения, www.link.springer.com/journal/10625 манбалар асосида ишлаб чиқилган.

масаласи ечимининг Карлеман функцияси орқали Шредингер тенгламаси учун қўйилган тескари масалани экпоненционал ўсувчи ечими топилган (Gunma University); текисликда ўзгарувчи коэффициентли иккинчи тартибли эллиптик тенгламалар, ҳамда Гельмгольц ва электродинамика тенгламалари учун Коши масаласининг ечими Карлеман формуласи қурилган. Математик физиканинг нокоррект ва тескари масалаларини ечиш назарияси бўйича (С.Л.Собольев номидаги Математика институти, Ҳисоблаш математикаси ва математик геофизика институти, Новосибирск давлат университети) фаол тадқиқотлар олиб борилган. Эллиптик системалар ва комплекслар учун иккиланган ортогонал базис иборасида Карлеман формуласи асосида Коши масаласини ечиш усуллари ишлаб чиқилган (Сибир Федерал университети, Potsdam университети, Самарқанд давлат университети); ҳақиқий ва комплекс кватернион параметрли тенгламалар учун чегаравий масалаларни ечишнинг кватернион қийматли функциялар орқали ифодалаш усуллари ишлаб чиқилган (Karl-Marx-Stadt University of Technology, CINVESTAN del I.P.N.Mexico); бир жинсли Фредгольм интеграл тенгламаси ва чизиқли бўлмаган Вольтер-Стильтес интеграл тенгламалари системаси ечимининг ягоналиги исботланган ва регуляризация усули ишлаб чиқилган (ал Форобий номидаги Қозоғистон Миллий университети, Абай номидаги Қозоғистон Миллий педагогика университети, Қирғиз-Турк университети, Ош давлат университети).

Дунёда бугунги кунда эллиптик тенгламалар ва уларнинг системаси учун қўйилган Коши масаласи бўйича бир қатор, жумладан, муайян жараённинг янада мутаносиб равишда ўзида акс эттирувчи математик моделларни яратиш ва уларни ифодаловчи масалаларни ечиш; Коши масаласининг аналитик ечимларини аниқ ва тақрибий кўринишда қуриш; ечимнинг мавжудлик критериясини исботлаш каби устувор йўналишларда илмий-тадқиқот ишлари олиб борилмоқда.

Муаммонинг ўрганилганлик даражаси. Нокоррект масалаларни амалий жиҳатдан муҳим эканлиги кўрсатилиб, мумкин бўлган ечимлар синфи компактга қадар торайтирилса бу масала турғун бўлишига доир биринчи натижалар А.Н.Тихонов ишларида келтирилган. Лаплас тенгламаси учун Коши масаласи ва математик физиканинг шу қатори бошқа нокоррект масалаларида тўғри цилиндр ҳамда чегараси силлиқ бўлган ихтиёрий фазовий соҳада М.М.Лаврентьев ва сфера ичида С.Н.Мергеляннинг ишларида ёритилган. Ихтиёрий ўзгарувчи коэффициентли эллиптик тенгламалар учун Е.М.Ландис; ёпиқ йўлак кўринишидаги чексиз соҳада В.К.Ивановлар томонидан ўрганилган.

Ш.Ярмухамедов Лаплас ва Гельмгольц тенгламалари учун Коши масаласи соҳа чегарасининг қисми конусни сирти бўлганда, фундаментал ечимни соҳа чегарасининг коник қисмида аппроксимация қилиш; А.А.Шлапунов томонидан Лаплас тенгламаси учун Коши масаласи соҳа чегарасининг қисми сфера сирти бўлганда, фундаментал ечимни соҳа чегарасининг сферик қисмида бир жинсли гармоник кўпҳад билан аппроксимация қилиш орқали Карлеман функциясини қуриш асосида ечилган. Иккиланган ортогоналлик базис терминида умумий эллиптик системалар, эллиптик комплексларда Коши масаласи Н.Н.Тарханов, А.А.Шлапунов, ишларида ёритилган. Текисликда Гельмгольц тенгламаси ва электродинамика тенгламалари системаси учун Коши масаласини ечишда Карлеман функцияси А.Л.Бухгейм и Э.В.Арбузовлар томонидан қурилган.

Кўп ўлчовли фазода эластиклик назарияси тенгламалари системаси учун Коши масаласи Т.Ишанкулов, О.Махмудов ва И.Ниёзов; Навье-Стокс тенгламалари системаси учун Коши масаласи Э.Жабборов томонидан ўрганилган. Н.Н.Тарханов, О.Махмудов, К.Махмудов ишларида эса Максвелл типидаги тенгламалар учун Карлеман формуласи ўрганилган. С.И.Кабанихин, Қ.С.Фаязов ва уларнинг ўқувчилари томонидан юқори тартибли ўзаро қўшма операторли коэффициентли ва аралаш-тузилмали турдаги тенгламалар учун нокоррект масалалар, А.Ҳайдаров, А.Сериекбаев ва Д.К.Дурдиевларнинг тадқиқот ишларида эллиптик ва гиперболик тенгламалар учун тескари ва нокоррект масалалар ўрганилган. Акрам Бегматовнинг ишларида эса интеграл геометрия масалалари тадқиқ қилинган.

Диссертация тадқиқотининг диссертация бажарилган олий таълим муассасасининг илмий-тадқиқот ишлари режалари билан боғлиқлиги. Диссертация тадқиқоти Самарқанд давлат университетининг ОТ-Ф1-044- «Биринчи ва иккинчи тартибли чизиқли ўзгармас коэффициентли эллиптик системалар учун Коши масаласи» (2007-2011 йиллар) мавзусидаги илмий-тадқиқот лойиҳаси доирасида бажарилган.

Тадқиқотнинг мақсади биринчи тартибли чизиқли эллиптик тенгламалар системаси учун қўйилган Коши масаласининг чегараланган ва чексиз соҳаларда регулярлашган ечимини топиш ва ечимнинг мавжудлик критериясини исботлашдан иборат.

Тадқиқотнинг вазифалари:

чегараси компакт бўлмаган чексиз соҳада умумлашган потенциал ва умумлашган голоморф векторлар учун Кошининг интеграл формуласи, бир жинсли Максвелл тенгламалари системаси ечими учун Стрэттон-Чу формуласини ҳосил қилиш;

умумлашган Коши-Риман системаси, умумлашган Моисил-Теодореско тенгламалари системаси ва кватернион параметрли умумлашган Коши-Риман системалари учун нокоррект Коши масаласини тадқиқ қилиш;

умумлашган Коши-Риман системаси, умумлашган Моисил-Теодореско тенгламалари системаси ва кватерион параметрли умумлашган Коши-Риман системалари учун Карлеман матрицасини қуриш, шартли турғунлик баҳоси ва Коши масаласининг регулярлашган тақрибий ечимини топиш;

умумлашган Коши-Риман системаси, умумлашган Моисил-Теодореско тенгламалари системаси учун Фок-Куни теоремасини исботлаш;

чегараланган ва чегараси компакт бўлмаган чексиз соҳада бир жинсли Максвелл тенгламалари системаси учун Карлеман формуласини топиш;

бир жинсли Максвелл тенгламалари системаси учун Фок-Куни теоремасини топиш.

Тадқиқотнинг объекти умумлашган Моисил-Теодореско ва Коши-Риман тенгламалари системаси, гармоник ҳолатдаги бир жинсли Максвелл ва Дирак тенгламалари системасидан иборат.

Тадқиқотнинг предмети умумлашган Коши-Риман тенгламалари системаси, гармоник ҳолатдаги бир жинсли Максвелл ва Дирак тенгламалари системаси учун нокоррект масала (Коши масаласи)ни ечиш, яъни махсус чегараланган ҳамда чексиз соҳада регуляр ечим ва аналитик давом эттириш формулаларини ҳосил қилишдан иборат.

Тадқиқотнинг усуллари. Тадқиқот ишида ҳақиқий ва комплекс анализ, сирт потенциали, кватернион анализ, математик физика ва дифференциал тенгламаларни ечиш усулларидан фойдаланилган.

Тадқиқотнинг илмий янгилиги қуйидагилардан иборат:

чегараси компакт бўлмаган чексиз соҳада умумлашган потенциал ва умумлашган голоморф векторлар учун Кошининг интеграл формуласи ҳамда бир жинсли Максвелл тенгламалари системаси учун Стрэттон-Чу формуласи исботланган;

чегараланган ва чексиз соҳада умумлашган Коши-Риман тенгламалари системаси учун Коши масаласининг регулярлашган ечими қурилган ва ечимнинг мавжудлик критерияси исботланган;

умумлашган Моисил-Теодореско тенгламалари системаси учун Карлеман формуласи исботланган, Коши масаласининг регулярлашган ечими қурилган ҳамда шартли турғунлик теоремалари ва ечимнинг мавжудлик критерияси исботланган;

бир жинсли Максвелл тенгламалари системаси учун Карлеман формуласи ва Коши масаласи ечимининг регуляризацияси қурилган, ҳамда шартли турғунлик, Фок-Куни теоремалари исботланган;

кватернион параметрли Коши-Риман системаси, гармоник ҳолатдаги бир жинсли Максвелл ва Дирак тенгламалари системаси учун Коши масаласининг регулярлашган ечими қурилган.

Тадқиқотнинг амалий натижалари нокоррект масалаларни ечишда ҳосил қилинган тақрибий ва аниқ ечимлардан геофизикада гармоник электромагнит, спинор ва потенциал майдонларни давом эттириш масалаларида шартли корректлик тўплами аниқланган.

Тадқиқот натижаларнинг ишончлилиги хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар назарияси, нокоррект масалалар назарияси, кватернион анализ усулларидан фойдаланилганлиги ҳамда математик мулоҳазаларнинг ва исботларнинг қатъийлиги билан асосланган.

Тадқиқот натижаларининг илмий ва амалий аҳамияти. Тадқиқот натижаларнинг илмий аҳамияти биринчи тартибли чизиқли эллиптик тенгламалар системаси назарияси ҳамда нокоррект масалаларни ечишда фойдаланиш мумкинлиги билан изоҳланади.

Тадқиқот натижаларнинг амалий аҳамияти биринчи тартибли чизиқли эллиптик тенгламалар системаси учун қўйилган нокоррект Коши масалалари билан ифодаланувчи геофизик кузатувлар, электромагнит тўлқинлар тарқалиши каби физик жараён ва ҳодисаларнинг моделларига тадбиқ этиш билан белгиланади.

Тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши:

умумлашган Коши-Риман тенгламалари системаси учун Коши масаласини ечишда регулярлашган ечимнинг Карлеман матрицасини қуриш 15-31-10413 рақамли грант лойиҳасида геофизиканинг нокоррект чегаравий масалаларини ечишда фойдаланилган (Ҳисоблаш математикаси ва математик геофизика институтининг 2016 йил 2 сентябрдаги маълумотномаси). Илмий натижаларнинг қўлланилиши умумлашган Коши-Риман тенгламалари системалари чегаравий масалалари ечимларининг аниқ ва тақрибий қийматларини топиш имконини берган;

бир жинсли Максвелл тенгламалари системаси учун Коши масаласини ечишда регулярлашган ечимни қуриш ва ечимнинг мавжудлик критерияси (Карлеман формуласи) 15-31-10413 рақамли грант лойиҳасида электродинамиканинг нокоррект чегаравий масалаларини ечишда фойдаланилган (Ҳисоблаш математикаси ва математик геофизика институтининг 2016 йил 2 сентябрдаги маълумотномаси). Илмий натижаларнинг қўлланилиши бир жинсли Максвелл тенгламалари системалари нокоррект масалаларининг регулярлашган ечимларини топиш имконини берган;

умумлашган Моисил-Теодореско тенгламалари системаси учун Коши масаласини тақрибий ечими нефт - газ қидирувига доир геофизика масалаларини ўрганишда фойдаланилган (Атырауский нефт ва газ (Қозоғистон) институтнинг 2017 йил 11 январдаги маълумотномаси). Илмий натижаларнинг қўлланилиши геофизиканинг нефт ва газ қидирув масалаларини ечиш имконини берган.

Тадқиқот натижаларининг апробацияси. Мазкур тадқиқот натижалари 24 та илмий-амалий анжуманларда, жумладан 12 та халқаро ва 12 та республика илмий-амалий анжуманларида муҳокамадан ўтказилган.

Тадқиқот натижаларининг эълон қилинганлиги. Диссертация мавзуси бўйича жами 48 та илмий иш чоп этилган, шулардан, Ўзбекистон Республикаси Олий аттестацияси комиссиясининг докторлик диссертациялари асосий илмий натижаларини чоп этиш тавсия этилган илмий нашрларда 18 та мақола, жумладан, 7 таси хорижий ва 11 таси республика журналларида нашр этилган.

Диссертациянинг тузилиши ва ҳажми. Диссертация кириш қисми, тўртта боб, хулоса ва фойдаланилган адабиётлар рўйхатидан ташкил топган. Диссертациянинг ҳажми 206 бетни ташкил этган.

ДИССЕРТАЦИЯНИНГ АСОСИЙ МАЗМУНИ

Кириш қисмида диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати асосланган, тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устувор йўналишларига мослиги кўрсатилган, мавзу бўйича хорижий илмий-тадқиқотлар шарҳи, муаммонинг ўрганилганлик даражаси келтирилган, тадқиқот мақсади, вазифалари, объекти ва предмети тавсифланган, тадқиқотнинг илмий янгилиги ва амалий натижалари баён қилинган, олинган натижаларнинг назарий ва амалий аҳамияти очиб берилган, тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши, нашр этилган ишлар ва диссертация тузилиши бўйича маълумотлар келтирилган.

Диссертациянинг **«Уч ўлчовли фазода умумлашган потенциал ва голоморф векторларнинг соҳа чегарасини бир қисмида берилган қиймати бўйича давом эттириш»** деб номланувчи биринчи боби чекли ва чексиз соҳада умумлашган Моисил-Теодореско системаси учун Коши масаласи регулярлаштирилган ечимини қуриш, ечимнинг мавжудлик критерияси (зарурий ва етарли шарт)ни исботлашга бағишланган. Чексиз соҳада экспоненциал тарзда ўсувчи умумлашган потенциал ва голоморф векторларнинг интеграл формуласи Коши ядросининг умумлашган кўриниши орқали ҳосил қилинади.

Лаплас тенгламаси учун Коши масалаласини ечишнинг М.М.Лаврентьев томонидан тавсия этилган Карлеман фунцияси усулидан фойдаланилади. Карлеман функцияси махсус соҳаларда Л.А.Айзенберг, Ш. Ярмухамедов, Н.Н.Тарханов, А.Л.Бухгейм, А.А.Шлапуновлар томонидан ишлаб чиқилган ва ривожлантирилган.

Кейинги вақтда биринчи тартибли чизиқли эллиптик тенгламалар системаси, шу жумладан, умумлашган Коши-Риман системаси учун қатор ишлар пайдо бўлди. Булар тўғрисидаги маълумотларни S.Agmon, A.Douglis, L.Nirenberg, E.M.Stein, G.Wiess, И.Н.Векуа, В.С.Владимиров, И.В.Волович, М.З.Соломяк, А.В.Бицадзе, А.А.Дезин, А.Д.Джураев, А.П.Солдатов, В.С. Виноградов, Гр.Моисил ва Н.Теодореско, И.Р.Шафаревич, В.В.Кравченко, М.В.Шапиро ва Т.Ишанкуловларнинг ишларидан топиш мумкин.

Республикамизда Лаплас ва Гельмгольц тенгламалар учун қўйилган Коши масаласини ўрганиш Ш.Ярмухамедов ва унинг ўқувчилари томонидан XX-асрнинг етмишинчи йилларидан бошланган. Шуни таъкидлаш лозимки, бу ишларда Карлеман функциясидан фойдаланган ҳолда Коши масаласини регулярлашган ечими аниқ кўринишда ёзилган.

Биринчи бобнинг биринчи параграфида махсус соҳаларда Коши масаласини ечиш учун қўлланиладиган Карлеман функцияси (матрицаси) ни қуришнинг тўлалигини таъминлашга доир маълумотлар келтирилган.

$K(\varsigma)-$ $\varsigma=\xi+i\eta$ комплекс ўзгарувчининг бутун функцияси, ς ҳақиқий бўлганда ҳақиқий ва $K(\xi)\neq\infty$, $|\xi|<\infty$,

$$\sup_{\eta\geq 1}\left|K^{(p)}(\xi+i\eta)\exp\eta\left|\operatorname{Im}\lambda\right|\right|=M(\xi)<\infty,\quad p=0,1,\dots .$$

шартни қаноатлантиради.

Гельмгольц тенгламаси учун Карлеман функцияси

$$C_n\, K(0)\Phi(y,x;\lambda)=\frac{\partial^{m-1}}{\partial s^{m-1}}\int_0^\infty \operatorname{Im}\left[\frac{K(w)}{w}\right]\frac{\psi(\lambda u)}{\sqrt{u^2+\alpha^2}}du\,, \qquad (1)$$

бу ерда

$$w=i\sqrt{u^2+\alpha^2}+y_n-x_n\,,\ s=\alpha^2=(y_1-x_1)^2+\ldots+(y_{n-1}-x_{n-1})^2\,,$$

$$r^2=|y-x|^2=\alpha^2+(y_n-x_n)^2\,,\quad y=(y_1,\ldots,y_n)\,,\ x=(x_1,\ldots,x_n)\in R^n$$

$$C_n=\begin{cases}(-1)^m 2^{-1}(m-2)!(n-2)\pi\omega_n, & n=2m,\ m\ge 2;\\ (-1)^m 2^{-2m+1}(m-1)!(n-2)\pi\omega_n, & n=2m+1,\ m\ge 1\end{cases},$$

$$\psi(\lambda u)=\begin{cases}uI_0(\lambda u), & n=2m,\ m\ge 1,\\ \cos(\lambda u), & n=2m+1,\ m\ge 1,\end{cases}$$

$I_0(\lambda)$-нолинчи тартибли Бессел функцияси; ω_n- R^nда бирлик сфера юзаси,

Биринчи бобнинг иккинчи параграфида умумлашган Коши-Риман системаси

$$div\vec{F}+(\vec{A}\cdot\vec{F})=0\,,\quad rot\vec{F}+\left[\vec{F}x\vec{A}\right]=0\,, \qquad (2)$$

ечими $\vec{F}(x)=(F_1(x),F_2(x),\,F_3(x))$-умумлашган потенциал вектор учун $0<y_3<h,$ $h=\dfrac{\pi}{\rho},\ \rho>0$ тенгсизлик билан аниқланувчи энг кичик кенгликдаги қатлам ичида ётувчи, чегараси $\partial\Omega$ чексизга қадар чўзиладиган Ω чексиз соҳада Кошининг умумлашган интеграл формуласи ҳосил қилинган, бу ерда $\vec{A}=(a_1,a_2,a_3)$- ўзгармас вектор.

Фараз қилайлик, $\partial\Omega$ чегаранинг юзаси

$$\int_{\partial\Omega}\exp\{-b_0\,ch\rho_0|y'|\}ds<\infty,\quad b_0>0,\ 0<\rho_0<\rho\,. \qquad (3)$$

ўсиш шартини қаноатлантирсин.

$A(\Omega)$ орқали Ω соҳада (2) тенгламани қаноатлантирувчи ва $\Omega\bigcup\partial\Omega=\overline{\Omega}$да узлуксиз, $A_\rho(\Omega)$ орқали эса $A(\Omega)$тўпламдан олинган қуйидаги ўсиш шартини қаноатлантирувчи вектор-функциялар синфини белгилаймиз:

$$A_\rho(\Omega)=\left\{\vec{F}(y)\in A(\Omega):\left|\vec{F}(y)\right|\le\exp\left[o(\exp\rho|y'|)\right],|y'|^2=y_1^2+y_2^2,y\to\infty\ \ y\in\Omega\right\}. \qquad (4)$$

Теорема 1. $\vec{F}(y)\in A_\rho(\Omega)$ умумлашган потенциал вектор-функция чегаравий ўсиш шартини қаноатлантирсин

$$\left|\vec{F}(y)\right|\le C\exp\left[a\cos\rho_1(y_3-\frac{h}{2})\exp\rho_1|y'|\right],\ \ a\ge 0\,,\ y\in\partial\Omega\ .$$

Агар $0<\rho_1<\rho$ бўлса, у ҳолда ушбу формула ўринли

$$\vec{F}(x)=\int_{\partial\Omega}M\left(y,x;\vec{A}\right)\vec{F}(y)dS_y\,,\quad x\in\Omega, \qquad (5)$$

$M\left(y,x;\vec{A}\right)$ фундаментал ечимлар матрицаси.

Биринчи бобнинг учинчи параграфида умумлашган Моисил - Теодореско системаси

$$div\,\overrightarrow{F^*}+(\vec{A}\cdot\overrightarrow{F^*})=0\,,\,grad\,F_0+rot\overrightarrow{F^*}+[\overrightarrow{F^*}\times A]+F_0\cdot A=0 \qquad (6)$$

ечими, $\vec{F}(x)=(F_0(x),F_1(x),F_2(x),F_3(x))$-умумлашган голоморф вектор учун чегараси компакт бўлмаган Ω чексиз соҳада Кошининг интеграл формуласи ҳосил қилинган.

Биринчи бобнинг тўртинчи параграфида R^3 фазодаги чегараланган бир боғламли Ω соҳада умумлашган Моисил-Теодореско системаси учун Коши масаласини регулярлашган ечими аниқ кўринишда ҳосил қилинган, бунда соҳа чегараси $y_3=0$ текисликнинг T компактли боғламли қисми ва $y_3\ge 0$ ярим фазода ётувчи S Ляпунов сиртининг силлиқ бўлагидан ташкил топган $\partial\Omega=S\cup T$.

Масала 1. S сиртда (6) система ечимининг Коши берилгани маълум

$$\vec{F}(y)\Big|_S=\vec{f}(y),\quad y\in S\,, \qquad (7)$$

$\vec{f}=(f_1,\,f_2,\,f_3,\,f_4)$ - берилган узлуксиз вектор-функция. Берилган $\vec{f}$ га кўра Ω соҳада $\vec{F}(x)$ функцияни тиклаш талаб қилинган, яъни чегаранинг S силлиқ бўлагида берилган қийматига кўра чегараланган соҳага (6) тенглама ечимини аналитик давом эттириш.

$H(\Omega)$ орқали (6) тенгламани қаноатлантирувчи ва $\Omega\cup\partial\Omega=\overline{\Omega}$ да узлуксиз вектор функциялар тўпламини ва

$$\vec{F}_\sigma(x)=\int\limits_S M_\sigma\left(y,x;\vec{A}\right)\vec{f}(y)dS_y,\quad x\in\Omega, \qquad (8)$$

белгилаймиз.

Теорема 2. $\vec{F}(y)\in H(\Omega)$ вектор-функция $\partial\Omega$ чегаранинг T қисмида

$$\left|\vec{F}(y)\right|\le K,\quad y\in T \qquad (9)$$

шартни қаноатлантирсин. У ҳолда ихтиёрий $x\in\Omega$ ва $\sigma>0$ учун қуйидаги тенгсизлик

$$\left|\vec{F}(x)-\vec{F}_\sigma(x)\right|\le C(\sigma,\,\vec{A})K\exp\left(-\sigma x_3^2\right)$$

ўринли, бу ерда $C(\sigma,\vec{A})=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{\pi}}\left(\dfrac{2+\pi}{2\sqrt{\pi}}+\dfrac{|\vec{A}|}{\sqrt{\sigma}}\right).$

Натижа 1. Ихтиёрий $x\in\Omega$ учун ушбу тенглик ўринли

$$\lim_{\sigma\to\infty}\vec{F}_\sigma(x)=\vec{F}(x), \qquad (10)$$

Ω дан олинган компактда лимит текис бажарилади.

Фараз қилайлик, S сирт $y_3=L(y_1,y_2),\,(y_1,y_2)\in T$ тенглама билан берилган, бунда L- Ляпунов шартини қанооатлантирувчи, бир қийматли функция, қайсики

$$\max_T L=a\,,\quad b=\max\left[1+(\frac{dL}{dy_1})^2+(\frac{dL}{dy_2})^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

ва S сиртда $\vec{f}(y)$ нинг ўрнига унинг $C(S)$ синфдан $\delta > 0$ четланишли узлуксиз яқинлашиши $\vec{f}_{\delta}(y)$ берилган:

$$\max_{S}\left|\vec{f}(y)-\vec{f}_{\delta}(y)\right| \le \delta . \tag{11}$$

$$\vec{F}_{\sigma\delta}(x)=\int_{S} M_{\sigma}\left(y, x; \vec{A}\right)\vec{f}_{\sigma}(y)dS_{y} \tag{12}$$

белгилаймиз, бунда $\sigma=\frac{1}{a^{2}}\ln\frac{K}{\delta}, \ \delta<K$.

Теорема 3. $\vec{F}(y)\in H(\Omega)$ вектор-функция (9) шартни қаноатлантирсин. У ҳолда ихтиёрий $x\in\Omega$ учун қуйидаги тенгсизлик ўринли

$$\left|\vec{F}(x)-\vec{F}_{\sigma\delta}(x)\right| \le \psi\left(\sigma, \vec{A}\right)K^{1-\frac{x_3^2}{a^2}}\delta^{\frac{x_3^2}{a^2}},$$

бунда $\psi(\sigma,\vec{A})=\frac{3}{\pi}\left[2b\sqrt{\pi}\left(\frac{1}{\sqrt{3\sigma}}\left|\vec{A}\right|+\sqrt{\sigma}\right)+2+a(1+3b)\sqrt{\pi\sigma}\right]$.

Натижа 2. Ихтиёрий $x\in\Omega$ учун ушбу тенглик ўринли

$$\vec{F}(x)=\lim_{\delta\to 0}\vec{F}_{\sigma\delta}(x),$$

Ω дан олинган компактда текис бажарилади.

Бир боғламли чегараланган Ω_{ρ}-соҳанинг чегараси $\partial\Omega_{\rho}$: конуснинг сирти қисми $\partial G_{\rho}=\{y:|y'|=\tau y_1,\ y_1>0\}$ ва $G_{\rho}=\{y:|y'|<\tau y_1,\ y_1>0\}$ конусда ётувчи S сиртнинг силлиқ бўлагидан иборат бўлган умумий ҳолда аналитик давом формуласи исботланган.

(1) формулада $K(w)$ сифатида бутун Миттаг-Леффлера функцияси танланади $K(w)=E_{\rho}(\sigma w)e^{\sigma w^2}$, бунда $\rho>1$, $\sigma\ge 0$, $w=i\sqrt{u^2+\alpha^2}+y_1-x_1$, $K(x_1)=E_{\rho}(0)=1$.

Биринчи бобнинг бешинчи параграфида умумлашган Моисил-Теодореско системаси учун Коши масаласи ечими мавжудлигининг зарурий ва етарли шарти исботланган.

Теорема 4. $S\in C^2,\ f(y)\in C(S_0)\bigcap L(S)$ бўлсин, бунда S_0 - S нинг ички нуқталари тўплами (S - чегарасиз). У ҳолда, шундай $F(y)=f(y)$, $y\in S_0,\ F(y)\in H(\Omega)\bigcap C(S_0)$ вектор-функцияни мавжуд бўлиши учун, $0<x_3<2b$ шартни қаноатлантирувчи ҳар бир $x\in R^3$ да қуйидаги хосмас интегрални яқинлашиши ($\delta<x_3\le 2b-\delta,\ 0<\delta<b$ да текис)

$$\left|\int_{1}^{\infty}\vec{I}(\sigma, x)d\sigma\right|<\infty, \tag{13}$$

зарур ва етарли, бунда

$$\vec{I}(\sigma, x)\equiv\frac{d\vec{F}_{\sigma}}{d\sigma}(x)=\int_{S}N_{\sigma}(y-x;\vec{A})f(y)dS_y,\ N_{\sigma}(y-x;\vec{A})=\frac{dM_{\sigma}}{d\sigma}(y-x;\vec{A}).$$

Агар (13) шарт бажарилса, у ҳолда аналитик давом эквивалент бўлган (10) ва

$$\vec{F}(x) = \int_1^{\infty} \vec{I}(\sigma, x) d\sigma + E(x) + \int_S M_0(r; \vec{A}) \vec{f}(y)\, dS_y \tag{14}$$

формулалар билан амалга оширилади, бунда $E(x)$- (6) системанинг R^3 даги регуляр ечими.

Биринчи бобнинг олтинчи параграфида $\partial\Omega = \{y : y \in R^3,\ y_3 = 0\} \bigcup S$, S силлиқ Ляпунов сирти бўлиб, қуйидаги тенглама билан берилган

$$y_3 = L(y_1, y_2), \quad (y_1, y_2) \in R^2\ 0 < y_3 < h,\ h = \frac{\pi}{\rho},\ \rho > 0,\ \left|\frac{\partial L}{\partial y_j}(y')\right| \le c < \infty.$$

$$H_\rho(\Omega) = \left\{\left|\vec{F}(y)\right| \le \exp\left[o(\exp \rho|y'|)\right], |y'|^2 = y_1^2 + y_2^2, y \to \infty\ \ y \in \Omega\right\}. \tag{15}$$

(1) формулада $K(w) = (w + 2h)^{-1} \exp(w^2), w = i\sqrt{s + u^2} + y_3 - x_3$, $\vec{f}_\delta(y)$, $\vec{F}_\sigma(x)$, $\vec{F}_{\sigma\delta}(x)$ функциялар (11), (8), (12) формулалардан мос ҳолда аниқланади ва 2, 3 теоремалар кўринишидаги натижалар олинган.

Диссертациянинг **«Кўп ўлчамли ($n \ge 3$) соҳада умумлашган Коши-Риман системаси ечимини соҳа чегарасининг қисмида берилган қиймати бўйича давом эттириш»** деб номланувчи иккинчи боби кўп ўлчамли чегараланган ва чексиз соҳада Коши масаласини регулярлашган ечимини қуриш ва Фок-Куни теоремасини ўхшашини исботлашга бағишланган.

Иккинчи бобнинг биринчи параграфида R^n, $n \ge 3$ фазода умумлашган Коши-Риман системаси учун Коши масаласини регулярлашган ечими қурилади.

$x = (x_1, ..., x_n)$, $y = (y_1, ..., y_n)$ n - ўлчовли ҳақиқий R^n евклид фазосининг нуқталари бўлсин. $\Omega -$ R^n да чегараланган бир боғламли соҳа, чегараси $\partial\Omega$ бўлакли-силлиқ $y_n = 0$ текисликнинг T компактли боғламли қисми ва юқори $y_n \ge 0$, ярим текисликда ётувчи S Ляпунов сиртининг силлиқ бўлагидан ташкил топган, яъни $\partial\Omega = S \bigcup T$.

$\vec{F}(x) = (F_1(x), ..., F_n(x))$ вектор-функция Ω соҳада

$$\sum_{k=1}^{n} \left(\frac{\partial F_k}{\partial x_k} + a_k F_k \right) = 0, \quad \frac{\partial F_j}{\partial x_k} - \frac{\partial F_k}{\partial x_j} - a_k F_j + a_j F_k = 0\,(k, j = 1,2,...,n), \tag{16}$$

умумлашган Коши-Риман системасининг n-ўлчамли ўхшашидан иборат, бунда $\vec{A} = (a_1, a_2, ..., a_n)$ -берилган ўзгармас вектор.

Ушбу белгилашлар орқали

$$L_{kj}(X_1,\ X_2,\ \ldots, X_n; \vec{A})\vec{F} = L_{jk}(X_1,\ X_2,\ \ldots, X_n; \vec{A})\vec{F} =$$

$$= (X_k - a_k)F_j - (X_j - a_j)F_k + \delta_{kj}(X_l + a_l)F_l \quad , \qquad (k \le j)$$

$$L_k(X; A)\vec{F} = (L_{k1}, \cdots, L_{kn})\vec{F}\ \ (k, l, j = 1, 2, \cdots, n),$$

δ_{kj}- Кронекер белгиси, (16) системани қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$L_k\left(\frac{\partial}{\partial x}; \vec{A}\right)\vec{F} = 0 \qquad (k = 1, \ldots, n). \tag{17}$$

Ҳар бир L_k операторга қўшма оператор L_k^* қуйидагича аниқланади:

$$L_k^*(\vec{X};\ \vec{A})\vec{V} = L_k(\overset{k}{\vec{X}};\ \vec{A}_k)\vec{V}, \tag{18}$$

бунда $\overset{k}{\vec{X}} = (-X_1,\ \cdots, -X_{k-1}, X_k, \cdots, X_n)$, $\vec{A}_k = (-a_1, \cdots, -a_{k-1}, -a_k, a_{k+1}, \cdots, a_n)$.

Масала 2. S сиртда (17) тенглама ечимини Коши берилганлари маълум:

$$\vec{F}(y)\Big|_S = \vec{f}(y), \quad y \in S, \tag{19}$$

$\vec{f}(y) = (f_1(y),\ f_2(y),\ ...,\ f_n(y))$- берилган узлуксиз вектор-функция. Берилган $\vec{f}$ га кўра Ω соҳада $\vec{F}(x)$ функцияни тиклаш талаб қилинган, яъни чегаранинг S силлиқ бўлагида берилган қийматига кўра чегараланган Ω соҳага (17) тенглама ечимини аналитик давом эттириш масаласини ечиш.

$A(\Omega)$ орқали (17) тенгламани қаноатлантирувчи ва $\Omega \cup \partial\Omega = \overline{\Omega}$ да узлуксиз вектор-функциялар тўпламини ва

$$\vec{F}_\sigma(x) = \int_S M_\sigma(y, x; \vec{A})\vec{f}(y) dS_y, \quad x \in \Omega, \tag{20}$$

белгилаймиз, $M_\sigma(y, x, \vec{A})$ - (17), (19) Коши масаласининг Карлеман матрицаси

$$M_\sigma(y, x; \vec{A}) = \left\| L_k^*(\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n;\ 0)\overset{k}{V} \right\|, \tag{21}$$

$$\overset{k}{V} = \left(\overset{k}{V}_1,\ \overset{k}{V}_2, \cdots, \overset{k}{V}_n\right): \qquad \overset{i}{V}_k(y, x) = \left(\frac{\partial \Phi(y, x; \lambda)}{\partial x_k} - \Phi(y, x; \lambda)\right) \cdot sign(k - i), \quad i \neq k,$$

$\overset{i}{V}_i(y, x) = \dfrac{\partial \Phi(y, x;\ \lambda)}{\partial x_i} + a_i \Phi(y, x;\ \lambda)$ тенгликлар билан $\Phi_\sigma(y, x;\ \lambda)$ эса (1) формуладан аниқланади, бунда $K(w) = \exp(\sigma w^2)$, $w = i\sqrt{u^2 + \alpha^2} + y_n$.

Теорема 5. $\vec{F}(y) \in A(\Omega)$ вектор-функция $\partial\Omega$ чегаранинг T қисмида

$$\left|\vec{F}(y)\right| \leq K, \quad y \in T \tag{22}$$

шартни қаноатлантирсин. У ҳолда ихтиёрий $x \in \Omega$ ва $\sigma > 0$ учун қуйидаги тенгсизлик

$$\left|\vec{F}(x) - \vec{F}_\sigma(x)\right| \leq C(\sigma,\ \vec{A}) K \exp\left(-\sigma x_n^2\right)$$

ўринли, бу ерда $C(\sigma, \vec{A})$ 2-теоремадаги каби аниқланади.

S сиртда $\vec{f}(y)$ нинг ўрнига унинг $C(S)$ синфдан $\delta > 0$ четланишли узлуксиз яқинлашиши $\vec{f}_\delta(y)$ берилган:

$$\max_S \left|\vec{f}(y) - \vec{f}_\delta(y)\right| \leq \delta, \tag{23}$$

$\vec{F}(x, \vec{f}_\delta) = \vec{F}_{\sigma\delta}$ вектор-функцияни

$$\vec{F}_{\sigma\delta}(x) = \int_S M_\sigma(y, x;\ A)\vec{f}_\sigma(y) dS_y \tag{24}$$

формула орқали аниқлаймиз, бунда $\sigma = \dfrac{1}{a^2}\ln\dfrac{K}{\delta}$, $\delta < K$.

Теорема 6. $A(\Omega)$ синфдан олинган $\vec{F}(y)$ вектор-функция (22), (23) шартларни қаноатлантирсин. У ҳолда ихтиёрий $x \in \Omega$ учун ушбу тенгсизлик ўринли

$$\left|\vec{F}(x) - \vec{F}_{\sigma\delta}(x)\right| \le \psi(\sigma,\, A) K^{1-\frac{x_n^2}{a^2}} \delta^{\frac{x_n^2}{b_1^2}},$$

бу ерда $\psi(\sigma, A) = \dfrac{3}{\pi}\left[2b_2\sqrt{\pi}\left(\dfrac{1}{\sqrt{3\sigma}}\,|A| + \sqrt{\sigma}\right) + 2 + b_1(1+3b_2)\sqrt{\pi\sigma}\right].$

Натижа 3. Ихтиёрий $x \in \Omega$ учун ушбу тенглик ўринли

$$\lim_{\sigma\to\infty} \vec{F}_\sigma(x) = \vec{F}(x), \qquad \lim_{\delta\to 0} \vec{F}_{\sigma\delta}(x) = \vec{F}(x), \quad x \in \Omega,$$

қайсики Ω соҳадан олинган ҳар бир компактда лимит текис бажарилади.

Иккинчи бобнинг иккинчи параграфида кўп ўлчамли $R^n, (n \ge 3)$ фазонинг конус кўринишидаги Ω_ρ-соҳасида 6,7-теоремаларга ўхшаш теоремалар исботланган.

Иккинчи бобнинг учинчи параграфида шу бобнинг биринчи ва иккинчи параграфларида қаралган соҳаларда (17) система ечими мавжудлигини кўрсатувчи Фок-Куни теоремасининг ўхшаши исботланган, яъни қуйидаги масала ечилган.

Масала 3. S сиртда узлуксиз $\vec{f}(y)$ вектор-функция берилган. $\vec{f}(y)$ га шундай зарурий ва етарли шарт кўрсатиш керакки, (17) системани $A(\Omega_\rho)$ синфдан олинган ва (19) шартни қаноатлантирувчи ечими мавжуд бўлсин.

Иккинчи бобнинг тўртинчи параграфида умумлашган Коши-Риман системаси учун чексиз соҳада Кошининг интеграл формуласи олинган.

$\Omega \subset R^n$ соҳа: $0 \le y_n \le h, \;\; h = \dfrac{\pi}{\rho}, \;\; \rho > 0$ тенгсизлик билан аниқланувчи энг кичик кенгликдаги қатлам ичида ётиб, $\partial\Omega$ чегараси юзаси

$$\int_{\partial\Omega} \exp\{-b_0\, ch\rho_0 |y'|\} ds < \infty, \quad b_0 > 0,\; 0 < \rho_0 < \rho$$

ўсиш шартини қаноатлантиради ва

$$A_\rho(\Omega) = \Big\{\vec{F}(y) : \vec{F}(y) \in A(\Omega),\, \left|\vec{F}(y)\right| \le \exp[o(\exp \rho |y'|)],$$

$$|y'|^2 = y_1^2 + \cdots + y_{n-1}^2,\, y \to \infty,\, y \in \Omega\Big\}. \tag{25}$$

Теорема 7. $F(y) \in A_\rho(\Omega)$ чегаравий ўсиш шартини қаноатлантиради

$$\left|\vec{F}(y)\right| \le C \exp\left[a \cos\rho_1 (y_n - \frac{h}{2}) \exp \rho_1 |y'|\right], \;\; a \ge 0,\; y \in \partial\Omega.$$

Агар $0 < \rho_1 < \rho$ бўлса, у ҳолда қуйидаги формула ўринлидир

$$\vec{F}(x) = \int_{\partial\Omega} M(x, y;\, A) \vec{F}(y) dS_y,\;\; x \in \Omega. \tag{26}$$

Иккинчи бобнинг бешинчи параграфида қатлам кўринишидаги соҳада умумлашган Коши-Риман системаси учун Коши масаласининг регулярлашган ечими қурилган ва турғунлик баҳоси олинган.

Бир боғламли чегараланмаган $\Omega \subset R^n$ соҳанинг чегараси $y_n = 0$ гипертекислик ва $y_n = L(y_1, y_2, \ldots, y_{n-1})$ тенглама билан берилган S силлиқ сиртдан ташкил топган ҳамда

$$0 < L(y_1, \ldots, y_{n-1}) \le h, \ \left| gradL(y_1, \ldots, y_{n-1}) \right| \le const < \infty, \ (y_1, \ldots, y_{n-1}) \in R^{n-1}.$$

шартни қаноатлантиради.

Турғунлик баҳоси ўринли.

Теорема 8. $\vec{F}(x) \in A_\rho(\Omega)$ вектор-функция $y_n = 0$ гипертекисликда (22) чегаравий шартни, S - сиртда $\left|\vec{F}(y)\right| \le \delta, \ y \in S, \ 0 < \delta < 1$ шартни қаноатлантирсин. У ҳолда

$$\left|\vec{F}(x)\right| \le C_\rho(x, \lambda) \frac{2K^{1-\frac{x_3^2}{h^2}}}{h^{2(n+2)}} \delta^{\left(\frac{x_n}{h}\right)^2} \ln^{n+2}\left(\frac{K}{\delta}\right), \ x \in \Omega$$

ўринли, бу ерда $C_\rho(x, \lambda) = C(k, \lambda \int_{\partial\Omega} r^{1-n} \, dS_y.$

Диссертациянинг **«Бир жинсли Максвелл тенгламалари системаси ечимини уч ўлчовли соҳада соҳа чегарасининг қисмида берилган қиймати бўйича тиклаш»** деб аталувчи учинчи бобида чегараси компакт бўлмаган фазовий чексиз соҳада Стрэттон-Чу интеграл формуласи қурилган, чекли ва чексиз соҳаларда Коши масаласини регулярлашган ечими тикланган.

Учинчи бобнинг биринчи параграфида қатлам кўринишидаги чексиз соҳада гармоник ҳолатдаги Максвелл тенгламалар системаси

$$rot\vec{E} - ik\vec{H} = 0; \quad rot\vec{H} + ik\vec{E} = 0, \tag{27}$$

ечими интеграл тасвири ҳосил қилинган, бунда $k^2 = (\varepsilon + \frac{i\sigma}{\omega})\mu\omega^2$.

$\Omega : 0 < y_3 < h, \ h = \frac{\pi}{\rho}, \ \rho > 0$ тенгсизлик билан аниқланувчи энг кичик кенгликдаги қатлам ичида ётувчи, чегараси $\partial\Omega$ чексизга қадар чўзиладиган чексиз соҳа. $\partial\Omega$ чегаранинг юзаси (3) ўсиш шартини қаноатлантиради.

$M(\Omega)$ орқали (27) тенгламалар системасини қаноатлантирувчи ва $\Omega \cup \partial\Omega = \overline{\Omega}$ да узлуксиз вектор-функциялар тўпламини ҳамда

$$M_\rho(\Omega) = \left\{ \vec{E}(y), \vec{H}(y) \in M(\Omega) : \left|\vec{E}(y)\right| \le \exp\left[o(\exp \rho |y'|)\right], \left|\vec{H}(y)\right| \le \exp\left[o(\exp \rho |y'|)\right], \right.$$

$$\left. |y'|^2 = y_1^2 + y_2^2, y \to \infty \ \ y \in \Omega \right\}$$

белгилаймиз.

Теорема 9. $\vec{E}(y), \ \vec{H}(y) \in M_\rho(\Omega)$ электромагнит векторлар чегаравий ўсиш шартини

$$\left|\vec{E}(y)\right| \le C \exp\left[a \cos \rho_1 (y_3 - \frac{h}{2}) \exp \rho_1 |y'| \right],$$

$$\left|\vec{H}(y)\right| \le C \exp\left[a \cos \rho_1 (y_3 - \frac{h}{2}) \exp \rho_1 |y'| \right],$$

$$y \in \partial\Omega, \ a \ge 0, \ \rho_1 > 0, \ C = const,$$

қаноатлантирсин. Агар $\rho_1 < \rho$ бўлса, у ҳолда ушбу Стрэттон-Чу формуласи ўринли

$$\vec{E}(x) = -\int_{\partial\Omega} \left[\vec{n}(y), \vec{E}(y)\right] N(r, k) dS_y + \frac{1}{ik} \int_{\partial\Omega} \left[\vec{n}(y), \vec{H}(y)\right] M(r, k) dS_y, \quad x \in \Omega,$$

$$\vec{H}(x) = -\int_{\partial\Omega} \left[\vec{n}(y), \vec{H}(y)\right] N(r, k) dS_y - \frac{1}{ik} \int_{\partial\Omega} \left[\vec{n}(y), \vec{E}(y)\right] M(r, k) dS_y, \quad x \in \Omega..$$

Учинчи бобнинг иккинчи параграфида (27) бир жинсли Максвелл тенгламалари системаси учун қўйилган Коши масаласини коррект эмаслигини кўрсатувчи Адамар мисолининг ўхшаши ва Карлеман матрицаси қурилган.

Масала 4. S сиртда (27) тенгламалар системаси ечимини Коши берилганлари маълум:

$$[\vec{n}(y), \vec{E}(y)] = \vec{f}(y), \quad [\vec{n}(y), \vec{H}(y)] = \vec{g}(y), \quad y \in S. \tag{28}$$

Берилган $\vec{f}(y)$ ва $\vec{g}(y)$ кўра S да $\vec{E}(x)$, $\vec{H}(x)$, $x \in \Omega$ ларни топиш талаб этилади.

Масала 5. S сиртда $\vec{f}(y)$ ва $\vec{g}(y)$ функциялар берилган. $\vec{f}(y)$ ва $\vec{g}(y)$ функцларга шундай зарурий ва етарли шарт кўрсатиш керакки, (27) системани $M(\Omega) \cap C(S)$ синфдан олинган ва (28) шартни қаноатлантирувчи ечими мавжуд бўлсин.

Лемма 1. Қуйидаги формула билан аниқланган $M_\sigma(y,x;k)$, $N_\sigma(y,x;k)$ матрицалар

$$M_\sigma(y,x;k) = \left\| M_{\sigma i j}(y, x; k) \right\|_{3\times 3} = \left\| \frac{\partial^2 \Phi_\sigma(y, x; k)}{\partial x_i \, \partial x_j} + \delta_{i j} k^2 \Phi_\sigma(y, x; k) \right\|_{3\times 3},$$

$$N_\sigma(y, x; k) = \begin{Vmatrix} 0 & \dfrac{\partial \Phi_\sigma(y, x; k)}{\partial x_3} & -\dfrac{\partial \Phi_\sigma(y, x; k)}{\partial x_2} \\ -\dfrac{\partial \Phi_\sigma(y, x; k)}{\partial x_3} & 0 & \dfrac{\partial \Phi_\sigma(y, x; k)}{\partial x_1} \\ \dfrac{\partial \Phi_\sigma(y, x; k)}{\partial x_2} & -\dfrac{\partial \Phi_\sigma(y, x; k)}{\partial x_1} & 0 \end{Vmatrix}, \tag{29}$$

(27), (28) масаланинг Карлеман матрицаси дейилади, яъни ушбу кўринишда ифодалаш мумкин

$$M_\sigma(y,x;k) = H(r; k) + G_{1\sigma}(y,x;k), \quad N_\sigma(y,x;k) = \overline{H}(r; k) + G_{2\sigma}(y,x;k),$$

бу ерда $G_{m\sigma}(y,x; k) = \left\| G_{ij\sigma}(y,x; k) \right\|_{3x3}$, $m = 1,2$ - матрицалар, барча y, x қиймат-ларида аниқланган ва y ўзгарувчи бўйича бутун R^3 фазода (27) системани қаноатлантиради.

Учинчи бобнинг учинчи параграфида (27) система учун чегараланган соҳада Карлеман формуласи исботланиб, шу асосида Коши масалаласининг регулярлашган ечими қурилган ҳамда ечимнинг мавжудлик критерияси исботланган.

Теорема 10. $\vec{E}(y), \vec{H}(y) \in M(\Omega)$ ва $\left[\vec{n}(y),\ \vec{E}(y)\right] = \vec{f}(y), \left[\vec{n}(y),\ \vec{H}(y)\right] = \vec{g}(y),\ y \in S$ бу ерда $\vec{f}(y), \vec{g}(y) \in C(S)$. У ҳолда ихтиёрий $x \in \Omega$ учун Карлеман формуласи ўринли:

$$\vec{E}(x) = \lim_{\sigma\to\infty} \vec{E}_\sigma(x) = \lim_{\sigma\to\infty} \int_S \left[-\vec{f}(y) N_\sigma(y-x;k) + \frac{1}{ik}\vec{g}(y) M_\sigma(y-x;k) \right] dS_y ,$$

$$\vec{H}(x) = \lim_{\sigma\to\infty} \vec{H}_\sigma(x) = \lim_{\sigma\to\infty} \int_S \left[-\vec{g}(y) N_\sigma(y-x;k) - \frac{1}{ik}\vec{f}(y) M_\sigma(y-x;k) \right] dS_y . \quad (30)$$

Теорема 11. $S \in C^2,\ \vec{f}(y), \vec{g}(y) \in C(S_0) \cap L(S)$ бўлсин, бу ерда S_0 - S нинг ички нуқталар тўплами (S - чегарасиз). У ҳолда

$$\left[\vec{n}(y),\ \vec{E}(y)\right] = \vec{f}(y),\ \left[\vec{n}(y),\ \vec{H}(y)\right] = \vec{g}(y),\ y \in S_0, \quad (31)$$

шартни қаноатлантирувчи $\vec{E}(y), \vec{H}(y) \in A(\Omega) \cap C(S_0)$ функциялар мавжуд бўлиши учун $0 < x_3 < 2a$ шартни қаноатлантирувчи ҳар бир $x \in R^3$ нуқтада хосмас интегрални

$$\left| \int_1^\infty \vec{I}_m(\sigma,\ x) d\sigma \right| < \infty, \qquad m = 1, 2 \quad (32)$$

яқинлашиши ($\delta < x_3 \le 2a - \delta,\ 0 < \delta < a$ да текис яқинлашиши) зарур ва етарли, қайсики $I_m(\sigma,\ x)$ қуйидаги формуладан аниқланади

$$\vec{I}_1(\sigma,\ x) \equiv \frac{d\vec{E}_\sigma}{d\sigma}(x) = \int_S \left[-\vec{f}(y) N_{1\sigma}(y-x;k) + \frac{1}{ik}\vec{g}(y) M_{1\sigma}(y-x;k) \right] dS_y ,$$

$$\vec{I}_2(\sigma,\ x) \equiv \frac{d\vec{H}_\sigma}{d\sigma}(x) = \int_S \left[-\vec{g}(y) N_{1\sigma}(y-x;k) - \frac{1}{ik}\vec{f}(y) M_{1\sigma}(y-x;k) \right] dS_y ,$$

бунда $N_{1\sigma}(y-x;H) = \dfrac{dN_\sigma}{d\sigma}(y-x;k)$, $M_{1\sigma}(y-x;H) = \dfrac{dM_\sigma}{d\sigma}(y-x;k)$

$$F_\sigma(y-x;k) \equiv \frac{d\Phi_\sigma}{d\sigma}(y-x;k) = -\frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty \mathrm{Im}\left[e^{\sigma w_1^2 - \sigma a^2}(w_1 + a) \right] \frac{ch(ku)du}{\sqrt{u^2 + \alpha^2}}, \sigma > 0,$$

$w_1 = i\sqrt{u^2 + \alpha^2} + y_3 - x_3 + a$.

Агар (32) шарт бажарилса, у ҳолда аналитик давом ушбу эквивалент формулалар (30) ва

$$\vec{E}(x) = \int_1^\infty \vec{I}_1(\sigma,\ x) d\sigma + \vec{E}_2(x) + \int_S \left[-\vec{f}(y) H(r,k) + \frac{1}{ik}\vec{g}(y) \overline{H}(r,k) \right] dS_y ,$$

$$\vec{H}(x) = \int_1^\infty \vec{I}_2(\sigma,\ x) d\sigma + \vec{H}_2(x) + \int_S \left[-\vec{g}(y) H(r,k) - \frac{1}{ik}\vec{f}(y) \overline{H}(r,k) \right] dS_y , \quad (33)$$

орқали ифодаланади, бунда $\vec{E}_2(x)$, $\vec{H}_2(x)$ векторлар R^3 фазода ушбу формула билан аниқланади

$$\vec{E}_2(x) = \int_S \left[-\vec{f}(y) G_1(y-x,k) + \frac{1}{ik}\vec{g}(y) G_2(y-x,k) \right] dS_y ,$$

$$\vec{H}_2(x) = \int_S \left[-\vec{g}(y) G_1(y-x,k) - \frac{1}{ik}\vec{f}(y) G_2(y-x,k) \right] dS_y .$$

Учинчи бобнинг тўртинчи параграфида (27)-(28) масала конус кўринишидаги чегараланган соҳада ечилиб, 10,11-теоремаларга ўхшаш ҳолда ифодаланган.

Учинчи бобнинг бешинчи параграфида қатлам кўринишидаги чексиз соҳада (27), (28) Коши масаласининг регулярлашган ечими қурилган. Бир жинсли изотроп муҳит $\Omega \subset R^3 : 0 < y_3 < h,\ h = \dfrac{\pi}{\rho},\ \rho > 0$ қатламда ётувчи чегараланмаган бир боғламли соҳадан иборат, унинг чегараси $\partial\Omega = \{y : y \in R^3, y_3 = 0\} \cup S$, S - силлиқ Ляпунов сирти бўлиб, $y_3 = L(y_1, y_2),$ тенглама билан берилган

$$0 < L(y_1, y_2) \le h,\ \ |gradL(y_1,\ y_2)| \le const < \infty,\ \ (y_1,\ y_2) \in R^2.$$

(29), (1) формулада $K(w) = (w + 2h)^{-1} \exp(\sigma w^2),\ w = i\sqrt{s + u^2} + y_3 - x_3$.

Теорема 12. $\vec{E}(x), \vec{H}(x) \in M_\rho(\Omega)$ $y_3 = 0$ текисликда

$$\left|\left[\vec{n}(y),\ \vec{E}(y)\right]\right| \le K_1,\ \left|\left[\vec{n}(y),\ \vec{H}(y)\right]\right| \le K_2,\quad y \in T. \tag{34}$$

чегаравий шартни қаноатлантирсин, S - да эса

$$\left|\left[\vec{n}(y),\ \vec{E}(y)\right]\right| + \left|\left[\vec{n}(y),\ \vec{H}(y)\right]\right| \le 2\delta,\ y \in S,\ 0 < \delta < 1.$$

У ҳолда
$$\left|\vec{E}(x)\right| \le C_\rho(x,k)\frac{2K^{1-\frac{x_3^2}{h^2}}}{h^8}\delta^{\left(\frac{x_3}{h}\right)^2}\ln^4\left(\frac{K}{\delta}\right),\ x \in \Omega,$$

$$\left|\vec{H}(x)\right| \le C_\rho(x,k)\frac{2K^{1-\frac{x_3^2}{h^2}}}{h^8}\delta^{\left(\frac{x_3}{h}\right)^2}\ln^4\left(\frac{K}{\delta}\right),\ x \in \Omega,$$

ўринли, қайсики $C_\rho(x,k) = C(k,\rho)\int\limits_{\partial\Omega}\left|r^{-2} + r^{-3}\right| dS_y$.

Натижа 5. Ихтиёрий $x \in \Omega$ учун ушбу тенгликлар ўринли

$$\lim_{\sigma\to\infty}\vec{E}_\sigma(x) = \vec{E}(x),\quad \lim_{\sigma\to\infty}\vec{H}_\sigma(x) = \vec{H}(x),$$

$$\lim_{\delta\to 0}\vec{E}_{\sigma\delta}(x) = \vec{E}(x),\ \lim_{\delta\to 0}\vec{H}_{\sigma\delta}(x) = \vec{H}(x),$$

қайсики Ω соҳадан олинган ҳар бир компактда текис бажарилади.

Диссертациянинг **«Кватернион параметрли умумлашган Коши-Риман, гармоник ҳолатдаги Максвелл ва Дирак тенгламалар системаси учун Коши масаласи»** деб номланувчи тўртинчи бобида комплекс параметрли умумлашган Коши-Риман системаси учун Коши масаласи ва - гиперголоморф функциялар билан вақтдан гармоник боғлиқ бўлган Максвелл ва Дирак тенгламалари билан бир қийматли боғлиқ ҳолда қаралади.

Тўртинчи бобнинг биринчи параграфида умумлашган Коши-Риман системаси учун ҳақиқий ва комплекс (=бикватернионлар) кватернионлар бўйича зарурий маълумотлар келтирилган.

$a=(a_0,a_1,a_2,a_3)\in R^4$ векторни $a=\sum\limits_{k=0}^{3}a_k i_k$ кўринишдаги ёзувидан, қисқача $\hat{a}=\sum\limits_{k=1}^{3}a_k i_k$ киритиб, $a=a_0 i_0+\hat{a}$ ҳосил қиламиз.

Ҳақиқий ва комплекс (=бикватернион) кватернионлар тўпламини мос ҳолда

$$\mathrm{H}(R)=\left\{a=a_0 i_0+a_1 i_1+a_2 i_2+a_3 i_3 \left| a_k\in R, k=0,1,2,3\right.\right\}$$

ва (= бикватернион) $H(C)$:

$$\mathrm{H}(C)=\left\{a=a_0 i_0+a_1 i_1+a_2 i_2+a_3 i_3 \left| a_k\in C, k=0,1,2,3\right.\right\}$$

билан белгилаймиз.

Икки ўлчовли Коши-Риман операторини умумлаштирувчи чап ва ўнг операторлар

$$D:=i_1\frac{\partial}{\partial x_1}+i_2\frac{\partial}{\partial x_2}+i_3\frac{\partial}{\partial x_3}=\sum_{k=1}^{3}i_k\frac{\partial}{\partial x_k}$$

ёки

$$\overline{D}:=\frac{\partial}{\partial x_1}i_1+\frac{\partial}{\partial x_2}i_2+\frac{\partial}{\partial x_3}i_3=\sum_{k=1}^{3}\frac{\partial}{\partial x_k}i_k$$

орқали ва кватернион қийматли функциянинг ифодасидан

$$DF=(-div\,\vec{F})i_0+grad\,F_0+rot\,\vec{F}=0\,. \qquad (35)$$

Моисил-Теодореско системасига тенг кучли бўлган тенгламани ҳосил қиламиз.

Таъриф 1.

$$\rho(y,x)=-D\left(\frac{1}{4\pi}\cdot\frac{1}{r}\right)=-\overline{D}\left(\frac{1}{4\pi}\cdot\frac{1}{|y-x|}\right)=-\frac{1}{4\pi}\cdot\frac{y-x}{|y-x|^3}$$

функция (35) тенгламанинг фундаментал ечими дейилади.

Масала 6. S сиртда (35) тенглама ечимининг Коши берилганлари маълум

$$F(y)\big|_S=f(y),\quad y\in S\,, \qquad (36)$$

$f=\sum\limits_{i=0}^{3}f_i e_i$ - берилган узлуксиз тўла кватернион функция. Берилган f кўра Ω соҳада $F(x)$ функцияни тиклаш, яъни Моисил-Теодореско системаси ечимини фазовий соҳа чегарасининг S силлиқ бўлагида берилган қиймати бўйича аналитик давом эттириш масаласини ечиш талаб этилади.

Тўртинчи бобнинг иккинчи параграфида кватерион параметрли умумлашган Коши-Риман системаси учун Коши масаласи қаралади.

Ушбу умумлашган Коши-Риман системаси

$$\alpha_0 F_0-div\vec{F}-<\vec{F},\vec{\alpha}>=0\,, \qquad (37)$$

$$grad\,F_0+rot\vec{F}+[\vec{F}\times\vec{\alpha}]+F_0\vec{\alpha}+\alpha_0\vec{F}=0, \qquad (38)$$

бу ерда $\vec{\alpha}=(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)$, $\alpha_k\in C$, $k=0,1,2,3$; $F_0(x),\vec{F}(x)=(F_1(x),F_2(x),F_3(x))$ - скаляр ва, мос ҳолда вектор функциялар, $F_k(x)\in C$ (C - комплекс сонлар майдони), $x\in R^3$.

(37)-(38) системалар $D_\alpha F=0$ тенгламага эквивалент, бунда

$$D_\alpha F := (D+M^\alpha)F\,,\ M^\alpha F := F\alpha\,.$$

Теорема 13. (Кошининг интеграл формуласи). $F\in\ker\Omega_\alpha\bigcap C(\overline{\Omega})$, $\alpha\in Q$ бўлсин. У ҳолда

$$(K_\alpha F)(x)=F(x),\ x\in\Omega, \tag{39}$$

бу ерда

$$K_\alpha F=\begin{cases} P^+K_\xi F+P^-K_\varsigma F \quad \alpha\notin\Re,\ \hat{\alpha}^2\neq 0,\\ K_\alpha F+\dfrac{\partial}{\partial\alpha_0}\left[K_{\alpha_0}F\right]\cdot\hat{\alpha},\quad \alpha\notin\Re,\ \hat{\alpha}^2=0,\\ P^+K_{2\alpha_0}F+P^-K_0F\,,\ \alpha\in\Re,\ \alpha_0\neq 0,\\ K_0F-V_0F\cdot\alpha,\quad \alpha\in\Re,\ \alpha_0=0,\end{cases} \tag{40}$$

Ушбу интеграл формула асосида (37)-(38) система учун Коши масаласи ечилган.

Тўртинчи бобнинг учинчи ва тўртинчи параграфларида гармоник ҳолатдаги Максвелл

$$M_H\begin{pmatrix}\vec{E}\\ \vec{H}\end{pmatrix}=0, \tag{41}$$

бу ерда

$$M_H\begin{pmatrix} D & -iw\mu\\ -\sigma & D\end{pmatrix}$$

$$M_H : C^1(\Omega;H(C)\times H(C))\to C(\Omega;H(C)\times H(C)), \tag{42}$$

ҳамда Дирак тенгламалари системаси

$$(D\psi)(x):=\left(iw\gamma_0-\sum_{k=0}^{3}\gamma_k\frac{\partial}{\partial X_k}\right)\psi(x)=0, \tag{43}$$

учун Коши масаласи қаралган. Бунда гармоник ҳолатдаги электромагнит майдон учун Коши типидаги оператордан фойдаланилган

.

$$G_\alpha := B_\alpha^{-1}\begin{pmatrix}K_{-\alpha} & 0\\ 0 & K_\alpha\end{pmatrix}B_\alpha=\begin{pmatrix}\dfrac{1}{2}(K_{-\alpha}+K_\alpha) & \dfrac{\alpha}{2\sigma}(K_{-\alpha}-K_\alpha)\\ \dfrac{\sigma}{2\alpha}(K_{-\alpha}-K_\alpha) & \dfrac{1}{2}(K_{-\alpha}+K_\alpha)\end{pmatrix}. \tag{44}$$

ХУЛОСА

Диссертация иши нокоррект масалалар назариясини ривожлантириш, ҳамда фазовий соҳаларда умумлашган Моисил-Теодореско, умумлашган Коши-Риман ва гармоник ҳолатдаги электромагнит ва спинор майдонларда комплекс кватернион параметрли бир жинсли Максвелл и Дирак тенгламалари системаси учун Коши масаласини ечишга бағишланган.

Тадқиқотнинг асосий натижалари қуйидагилардан иборат.

1. Қатлам кўринишидаги чексиз соҳада умумлашган голоморф ва потенциал векторлар учун Кошининг интеграл формуласи ҳосил қилинган.

2. Умумлашган Моисил –Теодореско системаси учун чегараланган ва чексиз соҳаларда Коши масаласининг регулярлашган ечими топилган.

3. Умумлашган Моисил –Теодореско системаси учун Коши масаласи ечимининг мавжудлик критерияси исботланган.

4. Умумлашган Коши-Риман системаси учун Коши масаласи ечимининг кўп ўлчамли$(n \geq 3)$ фазовий соҳаларда Карлеман формуласи ва регулярлаштирилган ечими қурилган.

5. Бир жинсли Максвелл тенгламалари системаси учун Коши масаласи ечими регуляризацияланган ва Карлеман формуласи ҳосил қилинганлиги, Фок-Куни формуласининг ўхшаши топилганлигини қайд этиш мумкин.

6. Комплекс кватернион параметрли умумлашган Коши-Риман, гармоник ҳолатдаги электромагнит ва спинор майдонларда бир жинсли Максвелл и Дирак тенгламалари системаси учун соҳа чегарасининг бир қисмида берилган қиймати бўйича чегаравий масала ечилганлигини таъкидлаш мумкин.

НАУЧНЫЙ СОВЕТ DSc.27.06.2017.FM.01.01 ПО ПРИСУЖДЕНИЮ УЧЕНЫХ СТЕПЕНЕЙ ПРИ НАЦИОНАЛЬНОМ УНИВЕРСИТЕТЕ УЗБЕКИСТАНА, ИНСТИТУТЕ МАТЕМАТИКИ

САМАРКАНДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

САТТОРОВ ЭРМАМАТ НОРКУЛОВИЧ

ЗАДАЧА КОШИ ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПЕРВОГО ПОРЯДКА

01.01.02 - Дифференциальные уравнения и математическая физика (физико-математические науки)

АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ ДОКТОРА (DSc) ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК

г.Ташкент – 2017 год

Тема докторской (DSc) диссертации зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Кабинете Министров Республики Узбекистанза № B2017.2.DSc/FM57

Докторская диссертация выполнена в Самаркандском государственном университете.

Автореферат диссертации на трёх языках (узбекский, русский, английский (резюме)) размещён на веб-странице по адресу (http://ik-fizmat.nuu.uz) и на Информационно-образовательном портале «ZiyoNet»по адресу (www.ziyonet.uz.)

Научные консультант	**Ярмухамедов Шароф** доктор физико-математических наук, профессор
Официальные оппоненты:	**Чередниченко Виктор Григорьевич** доктор физико-математических наук, профессор
	Тахиров Жозил Останович доктор физико-математических наук, профессор
	Фаязов Кудратилло Садридинович доктор физико-математических наук, профессор
Ведущаяорганизация:	**Институт вычислительной математики и математической геофизики Сибирского отделения Российской Академии Наук**

Защита диссертации состоится « ___» ________2017 г. в ____ часов на заседании научного совета DSc.27.06.2017.FM.01.01 при Национальном университете Узбекистана. (Адрес: 100174, Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 4. Тел.: (99871) 227-12-24, факс: (99871) 246-53-21,e-mail:nauka@nu.uz.).

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Национального университета Узбекистана (зарегистрирована за №_____). (Адрес: 100174, г.Ташкент, Алмазарский район, ул. Университетская, 4. Тел.: (99871) 246-02-24).

Автореферат диссертации разослан «___ »___________ 2017г.
(протокол рассылки № _____ от « ___» ___________ 2017 г.)

А.С.Садуллаев
Председатель научного совета по присуждению учёных степеней, д.ф.-м.н., академик

Г.И.Ботиров
Ученый секретарь научного совета по присуждению учёных степеней, к.ф.-м.н.

М.С.Салахитдинов
Председатель научного семинара при Научном советепо присуждению учёных степеней, д.ф.-м.н., академик

ВВЕДЕНИЕ(аннотация докторской диссертации)

Актуальность и востребованность темы диссертации. Многие научно-прикладные исследования, проводимые на мировом уровне, во многих случаях сводится к исследованию некорректных краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных. Объектом прикладных исследований на условную корректность и построений приближённого решения по заданным значениям на части границы области, среди эллиптического типа уравнений, особенно важно в гидродинамике, геофизике, электродинамике. Изучение решений некорректных задач семейства регуляризирующих решений послужило импульсом для начала исследований класса корректности при сужении до компакта. В связи со сложностью процессов, связанных с исследованием задачи Коши для линейных эллиптических систем первого порядка в пространственной области, для этих некорректных задач развития исследования остается одним из важных задач.

В настоящее время в мире проведение исследований при решении некорректных краевых задач для линейных эллиптических систем первого порядка особую роль играет построение регуляризованного решения, критерия разрешимости. В этом целевом научном исследовании основными являются следующие направления: в бесконечной области с некомпактной границей получить интегральное представление для обобщенной системы Моисила-Теодореско, обобщенной системы Коши-Римана, однородной системы уравнений Максвелла; построение в специальных областях решения задачи Коши данных систем, причем построение матрицы Карлемана в явном виде, а также оценки условной устойчивости решений этой задачи и критерия разрешимости.

В годы независимости в нашей стране особое внимание было уделено актуальное внимание дифференциальным уравнениям и математической физики, которые имеют практическое применение в фундаментальных науках, а также исследованиям различных краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных эллиптического типа. В итоге были получены весомые результаты в исследованиях некорректных краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных, а также построены их приближенные решения при использовании матриции Карлемана в явном виде по приближенным данным в специальных областях, оценок условной устойчивости и критериев разрешимости решений. Проведение научных исследований на международном уровне по важным направлениям «Дифференциальных уравнений и математической физики» как основная задача фундаментальных исследований[1]. Развитие теорий дифференциальных уравнений в частных производных, теорий условно корректных задач играют важную роль в исполнении постановления.

[1] Постановление Кабинета Министров Республики Узбекистан от 18 мая 2007 года №292 «О мерах по организации деятельности вновь созданных научно-исследовательских учреждений академии Наук Республики Узбекистан»

Эта диссертация, в определенной степени, служит осуществлению задач, обозначенных в постановлениях Президента Республики Узбекистан №-ПП-916 «О дополнительных мерах по стимулированию внедрения инновационных проектов и технологий производства» от 15 июля 2008 года, №-ПП-2789 «О мерах по дальнейшему совершенствованию деятельности Академии наук, организации, управления и финансирования научно-исследовательской деятельности» от 17 февраля 2017 года и №-УП-4947 «О стратегии действий по дальнейшему развитию Республики Узбекистан» от 8 февраля 2017 года а также в других нормативно-правовых актах по данной деятельности.

Соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики. Данное исследование выполнено в соответствии с приоритетным направлением развития науки и технологий Республики Узбекистан IV. «Математика, механика и информатика».

Обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации[2]. Научные исследования по изучению граничных задач для линейных эллиптических систем первого порядка ведутся в крупных научных центрах и высших учебных заведениях мира, в частности: в Московском государственном университете, Новосибирском государственном университете, Белгородском педагогическом университете, Институте Математики и Институте Вычислительной математики и математической геофизики Сибирского отделения Российской академия наук, Сибирском Федеральном университете, (Россия); University of Wichita, University of Delaware, University of Texas (США); University of Gunma (Япония); University of Potsdam, Karl-Marx-Stadt University of Technology, University of Gottingen (Германия); University of Ramatgan (Израиль); Измирский университет (Турция); Институте Математики Тбилиси (Грузия); Казахском национальном университете им. ал Фараби, Казахском НПУ им. Абая (Казахстан); Кыргызско-Турецком университете Манас, ОшГУ (Кыргызстан).

В результате исследований решения задачи Коши для уравнений эллиптического типа в мире получен ряд результатов, в частности, доказана единственность решения задачи Коши (California, Berkeley and at New York University); построено фундаментальное решение, получено интегральное представление и изучены краевые задачи для обобщенной системы Моисила-Теодореско, обобщенной системы Коши-Римана, однородной системы уравнений Максвелла (University of Delaware, University of Gottingen, University of Tongji, Тбилисский Институт Математики); применена функция Карлемана Ярмухамедова, построенная для уравнения Лапласа при экспоненциально растущих решениях обратной задачи для уравнения Шредингера (Gunma University); ведётся исследование задачи Коши для

[2] Обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации: Arkiv Mathematics Astronomis,www.springer.com/mathematics/journal/11512;Rendiconti del seminario matimatico della univ di Padava; Communes Partial Differential Equations; Успехи математических наук, www.mathnet.ru/umn; Математические заметки, www.mathnet.ru/mz, Сибирский математический журнал, www.springer.com; Дифференциальные уравнения, www.link.springer.com/journal/10625, также были использованы и другие источники.

эллиптических уравнений второго порядка с переменными коэффициентами на плоскости. А также построена формула Карлемана для уравнения Гельмгольца и для системы уравнений электродинамики на плоскости. Там же активно развиваются исследования, связанные с теорией решения некорректных и обратных задач математической физики (Математический институт и Институт Вычислительной математики и математической геофизики Сибирского отделения Российской академии наук, Новосибирский государственный университет); ведутся исследования по изучению задачи Коши для эллиптических систем и комплексов, построены формулы Карлемана и найдены критерии разрешимости задачи Коши с данными на куске границы в терминах базисов с двойной ортогональностью (Потсдамский университет, Раматганский университет, Сибирский Федеральный университет, Самаркандский государственный университет); разработан метод решения краевых задач с кватернионным параметром с помощью кватернионных значений функций (Karl-Marx-Stadt University of Technology, CINVESTAN del I.P.N.Mexico); исследованы задачи регуляризации и доказана единственность решения уравнения Фредгольма первого рода и систем нелинейных интегральных уравнений Вольтерра – Стилтьеса (Казахский национальный университет, Казахский НПУ); Кыргызско-Турецкий университет Манас, ОшГУ (Кыргызстан)).

На мировом уровне осуществляется ряд научно-исследовательских работ в приоритетных направлениях по решению задачи Коши для эллиптических уравнений и систем; а именно: по созданию математической модели, более адекватно отражающей реальные процессы, и решению полученных граничных задач, построению аналитических решений задачи Коши в явном и приближенном виде; доказательству критериев разрешимости задач.

Степень изученности проблемы. Первые результаты с точки зрения практической важности некорректных задач и сужению класса возможных решений до компакта, приведению задач к устойчивости получены в работе А.Н.Тихонова. В работах М.М.Лаврентьева, где получены оценки характеризующие устойчивость пространственной задачи в классе ограниченных решений задачи Коши для уравнения Лапласа и некоторых других некорректных задач математической физики в прямом цилиндре, а также для произвольной пространственной области с достаточно гладкой границей. С.Н.Мергеляном для функций внутри сферы. Е.М.Ландис получил оценки, характеризующие устойчивость пространственной задачи для произвольного эллиптического уравнения, В.К.Ивановым получены оценки в бесконечной полосе.

Функция Карлемана для уравнений Лапласа и Гельмгольца построена Ш.Ярмухамедовым, когда часть границы области является поверхностью конуса, и А.А.Шлапуновым, когда часть границы есть поверхность сферы. Построение Ш.Я.Ярмухамедовым функции Карлемана основано на применении методов теории функций. При этом фундаментальное решение аппроксимируется на конической части границы области. Построение

А.А.Шлапунова функции Карлемана основано на аппроксимации фундаментального решения уравнения Лапласа на сферической части границы области однородными гармоническими полиномами, построение Н.Н.Тарханова и А.А.Шлапунова - для общих эллиптических систем в терминах базисов с двойной ортогональностью, А.Л.Бухгейма и Э.В.Арбузова - для уравнения Гельмгольца и для системы уравнений электродинамики на плоскости.

Т.Ишанкулова, Э.Джабборова, О.Махмудова и И.Ниёзова - для системы уравнений Навье-Стокса и для системы уравнений теории упругости в многомерном пространстве, О.И.Махмудова, К.О.Махмудова, Н.Н.Тарханова - для уравнения Максвеллского типа. Некорректные краевые задачи для уравнения высокого порядка с самосопряженными операторными типами коэфициетами и уравнений смешанно-составного типа были предметом исследований работ С.И,Кабанихина, К.С.Фаязова и их учеников. Обратные и некорректные задачи для уравнений эллиптического и гиперболического типа были предметом исследований А.Хайдарова, А.Серикбаева и Д.К.Дурдиева, а также интегральной геометрии исследовались Акрам Бегматовым.

Связь темы диссертации с научно-исследовательскими работами высшего образовательного учреждения, где выполнена диссертация. Диссертационная работа выполнена в соответствиис планом научного исследования ОТ-Ф1-044 «Теория задачи Коши для линейных эллиптических систем первого и второго порядка с постоянными коэффициентами» (2007-2011гг.) Самаркандского государственного университета.

Целью исследования является получение в ограниченной и неограниченной области регуляризованное решение, критерий разрешимости задачи Коши для линейных эллиптических систем первого порядка.

Задачи исследования:

построение формулы Коши для обобщенного потенциального и голоморфного вектора, формулы Стрэттона - Чу для однородной системы уравнений Максвелла в ограниченной и бесконечной областях с некомпактными границами;

исследование некорректные задачи Коши для обобщенных систем уравнений Коши-Римана и Моисила-Теодореско, обобщенной системы уравнений Коши-Римана с кватернионным параметром;

построение матрицы Карлемана, получение оценки условной устойчивости и нахождение регуляризованних решений задачи Коши для обобщенных систем уравнений Коши-Римана и Моисила-Теодореско, обобщенной системы уравнений Коши-Римана с кватернионным параметром;

нахождение аналога теоремы Фока-Куни для обобщенных систем уравнений Коши-Римана и Моисила-Теодореско;

построение формулы Карлемана для однородной системы уравнений Максвелла в ограниченной и бесконечной областях с некомпактными границами;

нахождение аналога теоремы Фока-Куни для однородной системы уравнений Максвелла.

Объектом исследования являются обобщенная система уравнений Моисила-Теодореско и Коши-Римана, однородная система уравнений Максвелла и Дирака в гармоническом режиме.

Предметом исследования является построение решений некорректных задач (задача Коши) для обобщенной системы уравнений Коши-Римана, однородной системы уравнений Максвелла и Дирака в гармоническом режиме, связанных с построением регуляризованного решения и формулой продолжения в специальных ограниченной и неограниченной областях.

Методы исследования. В диссертации использованы методы действительного и комплексного анализа, поверхностный потенциалы, кватернионного анализа и методы решений дифференциальных уравнений и математической физики.

Научная новизна исследования заключается в следующем:

получена интегральная формула Коши для обобщенно голоморфного и обобщенно потенциального вектора, а также интегральная формула Стрэттона-Чу для однородной системы уравнений Максвелла в бесконечной области с некомпактными границами;

построена регуляризованные решения задачи Коши и доказан критерий разрешимости для обобщенной системы уравнений Коши-Римана в многомерной ограниченной и неограниченной областях.

для обобщенной системы уравнений Моисила-Теодореско получен аналог формулы Карлемана, при помощи которого построена регуляризация решения задачи Коши и доказан критерий разрешимости решения задачи Коши;

построены формулы Карлемана и регуляризация решения задачи Коши для однородной системы уравнений Максвелла. Найден аналог теоремы Фока-Куни для однородной системы уравнений Максвелла;

решена задача Коши для обобщенной системы уравнений Коши-Римана, однородной системы уравнений Максвелла и Дирака в гармоническом режиме с комплексным кватернионным параметром.

Практические результаты исследования состоят из определения множеств корректности, применения полученных приближенных и точных решений некорректных задач в геофизике с продолжением потенциальных, гармонических электромагнитных и спинорных полей.

Достоверность результатов исследования обоснована строгостью математических рассуждений и доказательств, использованием методов теории дифференциальных уравнений с частными производными, теории некорректных задач, кватернионного анализа.

Научная и практическая значимость результатов исследования. Научное значение результатов исследования заключается в том, что их можно использовать для дальнейшего развития теории линейных эллиптических систем первого порядка, а также теории некорректных задач.

Практическая значимость диссертации состоит в том, что результаты диссертации можно применить к моделям геофизических исследований, распространении электромагнитных волн и подобных физических процессов, описываемых при помощи некорректных задач для линейных эллиптических систем уравнений первого порядка.

Внедрение результатов исследования:

методы построение матрицы Карлемана при нахождение регуляризованного решения и критерия разрешимости решения задачи Коши для обобщенной системы Коши-Римана и однородной системы уравнений Максвелла использованы в исследованиях проекта 15-31-10413 для решений граничных задач геофизики (Институт вычислительной математики и математической геофизики, справка от 02 сентября 2016 года). Применение этих научных результатов дало возможность определение точного и численного решения граничных задач для обобщенной системы Коши-Римана;

методы построение матрицы Карлемана при нахождение регуляризованного решения и критерия разрешимости (формула Карлемана) решении задачи Коши для однородной системы уравнений Максвелла использованы в исследованиях проекта 15-31-10413 для решений граничных задач электродинамики (Институт вычислительной математики и математической геофизики, справка от 02 сентября 2016 года). Применение этих научных результатов дало возможность нахождение регуляризованного решения некорректных граничных задач для однородной системы уравнений Максвелла;

полученные результаты диссертационной работы относительно регуляризованного решения обобщенной системы Коши-Римана и однородной системы уравнений Максвелла были использованы при решение задачи геофизики нефтегазовых месторождений (Атырауский институт нефти и газа, справка от 11 января 2017 года, Казахстан). Применение этих результатов позволило решить задачи геофизики нефтегазовых месторождений и электродинамики;

Апробация результатов исследования. Результаты данного исследования были обсуждены на 24 научно - практических конференциях, в том числе на 12 международных и 12 республиканских научно – практических конференциях.

Публикация результатов исследования. По теме диссертации опубликовано 48 научных работ, из них 18 входят в перечень научных изданий, предложенных Высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан для защиты докторских диссертаций, в том числе 7 опубликованы в зарубежных журналах и 11 в республиканских научных изданиях.

Объем и структура диссертации. Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения и списка использованной литературы. Объем диссертации составляет 206 страниц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обоснованы актуальность и востребованность темы диссертации, определено соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики, приведены обзор зарубежных научных исследований по теме диссертации и степень изученности проблемы, сформулированы цели и задачи, выявлены объект и предмет исследования, изложены научная новизна и практические результаты исследования, раскрыта теоретическая и практическая значимость полученных результатов, даны сведения о внедрении результатов исследования, об опубликованных работах и о структуре диссертации.

Первая глава диссертации, названная **«О продолжении обобщенно потенциального и голоморфного векторов в трехмерном пространстве по заданным значениям на части границы»**, посвящена регуляризации решения задачи Коши для обобщенной системы Моисила-Теодореско в ограниченной и бесконечной областях, а также доказательству критериев разрешимости некорректной задачи. Доказана справедливость интегральной формулы Коши в бесконечной области для экспоненциально растущих обобщенно потенциального и голоморфного векторов с помощью обобщения ядра Коши.

Используется метод функции Карлемана по идее М.М,Лаврентьева при решении задачи Коши для уравнения Лапласа. Функция Карлемана в специальных областях построена в работах Л.А.Айзенберга, Ш.Ярмухамедова, Н.Н.Тарханова, А.Л.Бухгейма, А.А.Шлапунова и получила дальнейшее развитие.

В последнее время появился ряд работ, в которых исследуются линейные эллиптические системы первого порядка. Обзор этих исследований можно найти в работах S.Agmon, A.Douglis, L.Nirenberg, E.M.Stein, G.Weiss, И.Н.Векуа, В.С.Владимирова, И.В.Воловича, М.З.Соломяка, А.В.Бицадзе, А.А.Дезина, А.Д.Джураева, А.П.Солдатова, В.С.Виноградова, Гр.Моисилаи Н.Теодореско, И.Р.Шафаревича, В.В.Кравченко, М.В.Шапиро и Т.Ишанкулова.

Изучение задачи Коши для уравнения Лапласа и Гельмгольца в нашей республике началось в семидесятые годы XX столетия и развивалось в работах Ш.Ярмухамедова и его учеников. Отметим, что в этих работах с использованием функции Карлемана регуляризованное решение задачи Коши выписывается в явном виде.

Естественно, возникает вопрос: можно ли пользоваться функцией Карлемана уравнений Гельмгольца для решений задачи Коши линейных эллиптических систем первого порядка в специальных областях? Чтобы получить решение этой задачи, надо использовать систему уравнений факторизующееся фундаментальным решением уравнение Гельмгольца.

В первом параграфе первой главы для полноты изложения приводятся известные сведения, касающиеся построения функции (матрицы) Карлемана в элементарных функциях при решении некорректной задачи в специальных областях.

Пусть $K(\varsigma)$–целая функция комплексного переменного, $\varsigma = \xi + i\eta$- вещественная при вещественном ς и $K(\xi) \neq \infty$, $|\xi| < \infty$, удовлетворяющая условиям $\sup_{\eta \geq 1} \left| K^{(p)}(\xi + i\eta) \exp \eta |\mathrm{Im}\lambda| \right| = M(\xi) < \infty$, $p = 0,1,\ldots$. Положим

$$s = \alpha^2 = (y_1 - x_1)^2 + \ldots + (y_{n-1} - x_{n-1})^2,\ r^2 = |y - x|^2 = \alpha^2 + (y_n - x_n)^2,$$

$$y = (y_1, \ldots, y_n),\ x = (x_1, \ldots, x_n) \in R^n.$$

Функция $\Phi(y, x; \lambda)$ является функцией Карлемана для уравнения Гельмгольца, определенной равенством

$$C_n\, K(0)\Phi(y, x; \lambda) = \frac{\partial^{m-1}}{\partial s^{m-1}} \int_0^\infty \mathrm{Im}\left[\frac{K(w)}{w}\right] \frac{\psi(\lambda u)}{\sqrt{u^2 + \alpha^2}} du, \tag{1}$$

где $$C_n = \begin{cases} (-1)^m 2^{-1}(m-2)!(n-2)\pi\omega_n, & n = 2m,\ m \geq 2; \\ (-1)^m 2^{-2m+1}(m-1)!(n-2)\pi\omega_n, & n = 2m+1,\ m \geq 1 \end{cases},$$

$w = i\sqrt{u^2 + \alpha^2} + y_n - x_n$, ω_n - площадь единичной сферы в R^n,

$$\psi(\lambda u) = \begin{cases} uI_0(\lambda u), & n = 2m,\ m \geq 1, \\ \cos(\lambda u), & n = 2m+1,\ m \geq 1, \end{cases}$$

$I_0(\lambda)$ -функция Бесселя нулевого порядка; здесь берется регулярная ветвь аналитической функции $I_0(\lambda)$ и $C^n(\lambda)$, $n = 2m$ вещественная при $\lambda > 0$.

Во втором параграфе первой главы получена интегральная формула Коши для обобщенно потенциального вектора $\vec{F}(x) = (F_1(x), F_2(x), F_3(x))$ - решения обобщенной системы Коши- Римана

$$div\vec{F} + (\vec{A} \cdot \vec{F}) = 0,\quad rot\vec{F} + \left[\vec{F} x \vec{A}\right] = 0, \tag{2}$$

$\vec{A} = (a_1, a_2, a_3)$ - заданный постоянный вектор, в неограниченной области Ω, лежащей внутри слоя наименьшей ширины, определяемой неравенством $0 < y_3 < h,\ h = \frac{\pi}{\rho},\ \rho. > 0$, причем $\partial\Omega$ простирается до бесконечности. Будем предполагать, что для некоторого $b_0 > 0$ площадь удовлетворяет условию роста

$$\int_{\partial\Omega} \exp\{-b_0\, ch\rho_0 |y'|\} ds < \infty,\quad 0 < \rho_0 < \rho \,\cdot \tag{3}$$

Обозначим через $A(\Omega)$ множество вектор-функций, удовлетворяющих уравнению (2) в области Ω и непрерывно в $\Omega \cup \partial\Omega = \overline{\Omega}$, а через $A_\rho(\Omega)$ - класс функций из $A(\Omega)$, удовлетворяющих следующему условию роста:

$$A_\rho(\Omega) = \left\{\vec{F}(y) \in A(\Omega) : \left|\vec{F}(y)\right| \leq \exp\left[o(\exp \rho |y'|)\right], |y'|^2 = y_1^2 + y_2^2, y \to \infty\ \ y \in \Omega\right\}, \tag{4}$$

Теорема 1. Пусть обобщенно потенциальный вектор $\vec{F}(y) \in A_\rho(\Omega)$ удовлетворяет граничному условию роста

$$\left|\vec{F}(y)\right| \leq C \exp\left[a \cos \rho_1 (y_3 - \frac{h}{2}) \exp \rho_1 |y'|\right],\quad y \in \partial\Omega,\ a \geq 0,\ \rho_1 > 0,\ C = const\,.$$

Если $\rho_1 < \rho$, то справедлива формула

$$\vec{F}(x) = \int_{\partial\Omega} M\left(y, x;\, \vec{A}\right)\vec{F}(y)dS_y\,, \quad x \in \Omega, \tag{5}$$

$M\left(y, x;\, \vec{A}\right)$ матрица фундаментальных решений.

В третьем параграфе первой главы получена интегральная формула Коши для обобщенно голоморфного вектора $\vec{F}(x) = (F_0(x), F_1(x), F_2(x), F_3(x))$ - решения обобщенной системы Моисила-Теодореско

$$div\,\overrightarrow{F^*} + (\vec{A}\cdot\overrightarrow{F^*}) = 0\,,\, grad\,F_0 + rot\overrightarrow{F^*} + [\overrightarrow{F^*}\times\vec{A}] + F_0\cdot\vec{A} = 0 \tag{6}$$

в бесконечной области Ω.

В четвертом параграфе первой главы выписывается в явном виде регуляризованное решение задачи Коши для обобщенной системы Моисила-Теодореско в ограниченной области, то есть по их значениям на части границы, где Ω – ограниченная односвязная область в R^3 с границей $\partial\Omega$, состоящей из компактной связной части T плоскости $y_3 = 0$ и гладкого куска поверхности S Ляпунова, лежащей в полупространстве $y_3 \geq 0$, $\overline{\Omega} = \Omega \cup \partial\Omega$, $\partial\Omega = S \cup T$.

Задача 1. Известны данные Коши решения уравнения системы (6) на поверхности S:

$$\vec{F}(y)\Big|_S = \vec{f}(y), \quad y \in S\,, \tag{7}$$

$\vec{f} = (f_1,\, f_2,\, f_3,\, f_4)$ - заданная непрерывная вектор-функция. Требуется восстановить функцию $\vec{F}(x)$ в Ω, исходя из заданной $\vec{f}$, т. е. решить задачу аналитического продолжения решения уравнения (6) в ограниченной области по ее значениям на гладком куске S границы.

Обозначим через $H(\Omega)$ - множество вектор-функций, удовлетворяющих уравнению (6) в области Ω и непрерывно в $\Omega \cup \partial\Omega = \overline{\Omega}$ и

$$\vec{F}_\sigma(x) = \int_S M_\sigma\left(y, x; \vec{A}\right)\vec{f}(y)dS_y, \quad x \in \Omega\,. \tag{8}$$

Теорема 2. Пусть $\vec{F}(y) \in H(\Omega)$ на части T границы $\partial\Omega$ удовлетворяет условию

$$\left|\vec{F}(y)\right| \leq K, \quad y \in T\,. \tag{9}$$

Тогда для любого $x \in \Omega$ и $\sigma > 0$ справедливо неравенство

$$\left|\vec{F}(x) - \vec{F}_\sigma(x)\right| \leq C(\sigma,\, \vec{A})K\exp\left(-\sigma x_3^2\right),$$

где $C(\sigma, \vec{A}) = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{\pi}}\left(\dfrac{2+\pi}{2\sqrt{\pi}} + \dfrac{\left|\vec{A}\right|}{\sqrt{\sigma}}\right)$.

Следствие 1. Для любого $x \in \Omega$ справедливо равенство

$$\lim_{\sigma\to\infty}\vec{F}_\sigma(x) = \vec{F}(x), \tag{10}$$

причем предел достигается равномерно на компактах из Ω.

Предположим, что поверхность S задана уравнением $y_3 = L(y_1, y_2)$, $(y_1, y_2) \in T$, где L - однозначная функция, удовлетворяющая условиям Ляпунова, притом $\max\limits_T L = a$, $b = \max\left[1 + (\frac{dL}{dy_1})^2 + (\frac{dL}{dy_2})^2\right]^{\frac{1}{2}}$.

Приведем результат, который позволяет вычислить $F(x)$ приближенно, когда на поверхности S вместо $\vec{f}(y)$ заданы её непрерывные приближения $\vec{f}_\delta(y)$ класса $C(S)$ с заданным уклонением $\delta > 0$:

$$.\max_S \left|\vec{f}(y) - \vec{f}_\delta(y)\right| \le \delta \tag{11}$$

Положим

$$\vec{F}_{\sigma\delta}(x) = \int_S M_\sigma\left(y, x; \vec{A}\right) f_\sigma(y) dS_y, \quad \text{где } \sigma = \frac{1}{a^2}\ln\frac{K}{\delta},\ \delta < K. \tag{12}$$

Теорема 3. Пусть вектор-функция $\vec{F}(y) \in H(\Omega)$удовлетворяет условию (10). Тогда для любого $x \in \Omega$ справедливо неравенство

$$\left|\vec{F}(x) - \vec{F}_{\sigma\delta}(x)\right| \le \psi\left(\sigma, \vec{A}\right) K^{1-\frac{x_3^2}{a^2}} \delta^{\frac{x_3^2}{a^2}},$$

где $\psi(\sigma, \vec{A}) = \frac{3}{\pi}\left[2b\sqrt{\pi}\left(\frac{1}{\sqrt{3\sigma}}\left|\vec{A}\right| + \sqrt{\sigma}\right) + 2 + a(1+3b)\sqrt{\pi\sigma}\right]$.

Следствие 2. Для любого $x \in \Omega$ справедливо равенство

$$\vec{F}(x) = \lim_{\delta \to 0} \vec{F}_{\sigma\delta}(x),$$

выполняющееся равномерно на компактах из Ω.

Справедлива формула аналитического продолжения в общем случае, когдаΩ_ρ- ограниченная односвязная область в R^3, с границей $\partial\Omega_\rho$, состоящей из части поверхности конуса $\partial G_\rho = \{y : |y'| = \tau y_1,\ y_1 > 0\}$ и гладкого куска поверхности S, лежащего в конусе $G_\rho = \{y : |y'| < \tau y_1,\ y_1 > 0\}$.

В качестве $K(w)$в формуле(2) выбирается целая функция Миттаг-Леффлера $K(w) = E_\rho(\sigma w)e^{\sigma w^2}$, здесь $\rho > 1$, $\sigma \ge 0$, $w = i\sqrt{u^2 + \alpha^2} + y_1 - x_1$, $K(x_1) = E_\rho(0) = 1$.

В пятом параграфе первой главы доказывается критерий разрешимости задачи Коши для обобщенной системы Моисила-Теодореско .

Теорема 4. Пусть $S \in C^2$, $\vec{f}(y) \in C(S_0) \cap L(S)$, где S_0 - множество внутренних точек S (S - без края). Тогда для существования функции $\vec{F}(y) \in H(\Omega) \cap C(S_0)$, такой, что $\vec{F}(y) = \vec{f}(y)$, $y \in S_0$, необходимо и достаточно, чтобы для каждого $x \in R^3$ с условием $0 < x_3 < 2b$, сходился (равномерно при $\delta < x_3 \le 2b - \delta,\ 0 < \delta < b$) несобственный интеграл

$$\left|\int_1^\infty \vec{I}(\sigma, x) d\sigma\right| < \infty, \tag{13}$$

где $\vec{I}(\sigma, x) \equiv \frac{d\vec{F}_\sigma}{d\sigma}(x) = \int\limits_S N_\sigma(y-x;\vec{A}) f(y) dS_y$, $N_\sigma(y-x;\vec{A}) = \frac{dM_\sigma}{d\sigma}(y-x;\vec{A})$.

Если условие (13) выполнено, то аналитическое продолжение осуществляется эквивалентными формулами (10) и

$$\vec{F}(x) = \int\limits_1^\infty \vec{I}(\sigma, x) d\sigma + E(x) + \int\limits_S M_0(r;\vec{A}) \vec{f}(y)\, dS_y, \tag{14}$$

здесь $E(x)$- регулярное решение системы (6) в R^3.

В шестом параграфе первой главы рассматривается неограниченная область Ω, лежащая внутри слоя наименьшей ширины, определяемой неравенством $0 < y_3 < h,\ h = \frac{\pi}{\rho},\ \rho > 0,$ причем $\partial\Omega = \{y : y \in R^3, y_3 = 0\} \cup S$ простирается до бесконечности, S задана уравнением

$$y_3 = L(y_1, y_2),\ (y_1, y_2) \in R^2,\ \left|\frac{\partial L}{\partial y_j}(y')\right| \le c < \infty,$$

$$H_\rho(\Omega) = \left\{ \left|\vec{F}(y)\right| \le \exp\left[o(\exp\rho|y'|)\right], |y'|^2 = y_1^2 + y_2^2, y \to \infty\ \ y \in \Omega \right\}. \tag{15}$$

В (2) положим $K(w) = (w + 2h)^{-1} \exp(\sigma w^2)$, $w = i\sqrt{s + u^2} + y_3 - x_3$.

Функции $\vec{f}_\delta(y),\ \vec{F}_\sigma(x),\ \vec{F}_{\sigma\delta}(x)$ соответственно определены из (11), (8), (12) и получены результаты в виде теоремы 2,3.

Вторая глава диссертации, названная **«Продолжение решений обобщенной системы Коши-Римана в многомерной области ($n \ge 3$) по их значениям на куске границы»,** посвящена доказательству регуляризации решения задачи Коши по заданным значениям на части границы для обобщенной системы Коши-Римана в ограниченной и бесконечной областях в пространстве R^n и аналогу теоремы Фока-Куни.

В первом параграфе второй главы доказаны справедливость матрицы Карлемана и регуляризация решения задачи Коши для обобщенной системы Коши-Римана в ограниченной области пространства R^n, когда $n \ge 3$.

Пусть $x = (x_1, ..., x_n)$, $y = (y_1, ..., y_n)$ -точки n-мерного вещественного евклидова пространства R^n, $n \ge 3$, $\Omega -$ ограниченная односвязная область в R^n с кусочно-гладкой границей $\partial\Omega$, состоящей из компактной связной части т плоскости $y_n = 0$ и гладкого куска поверхности S Ляпунова, лежащей в полупространстве $y_n \ge 0, \overline{\Omega} = \Omega \cup \partial\Omega$, $\partial\Omega = S \cup T$.

Вектор-функция $\vec{F}(x) = (F_1(x), ..., F_n(x))$ в области Ω удовлетворяет системе уравнений

$$\sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial F_k}{\partial x_k} + a_k F_k \right) = 0,\ \ \frac{\partial F_j}{\partial x_k} - \frac{\partial F_k}{\partial x_j} - a_k F_j + a_j F_k = 0\, (k, j = 1,2,...,n), \tag{16}$$

которая является n- мерным аналогом обобщенной системы Коши-Римана, где $\vec{A} = (a_1, a_2, ..., a_n)$ -заданный постоянный вектор.

С помощью следующих обозначений

$$L_{kj}(X_1,\ X_2,\ \ldots,X_n;\vec{A})\vec{F}=L_{jk}(X_1,\ X_2,\ \ldots,X_n;\vec{A})\vec{F}=$$
$$=(X_k-a_k)F_j-(X_j-a_j)F_k+\delta_{kj}(X_l+a_l)F_l\quad,\qquad (k\le j)$$
$$L_k(X;A)\vec{F}=(L_{k1},\cdots,L_{kn})\vec{F}\ \ (k,l,j=1,2,\cdots,n),$$

δ_{kj} - символ Кронекера, систему (17) можно записать в виде:

$$L_k\left(\frac{\partial}{\partial x};\vec{A}\right)\vec{F}=0\qquad (k=1,\ \ldots,n),\tag{17}$$

здесь $\dfrac{\partial}{\partial x}=\left(\dfrac{\partial}{\partial x_1},\ \cdots,\ \dfrac{\partial}{\partial x_n}\right)$.

Оператор L_k^* сопряженный оператору L_k определяется в виде:

$$L_k^*(\vec{X};\ \vec{A})\vec{V}=L_k(\overset{k}{\vec{X}};\ \vec{A})\vec{V}\ ,\tag{18}$$

здесь $\overset{k}{\vec{X}}=(-X_1,\ \cdots,-X_{k-1},X_k,\cdots,X_n)$, $\vec{A}_k=(-a_1,\ \cdots,-a_{k-1},\ -a_k,\ a_{k+1},\ \cdots,a_n)$.

Задача 2. Известны данные Коши решения системы (18) на поверхности S:

$$\vec{F}(y)\Big|_S=\vec{f}(y),\quad y\in S,\tag{19}$$

где S - часть границы области Ω, $\vec{f}(y)=(f_1(y),\ f_2(y),\ldots,\ f_n(y))$ - заданная непрерывная вектор-функция. Требуется восстановить функцию $\vec{F}(x)$ в Ω, исходя из заданной $\vec{f}(y)$, т. е. решить задачу аналитического продолжения решения обобщенной системы Коши-Римана в пространственной области по ее значениям на гладком куске S границы.

Обозначим через $A(\Omega)$ множество вектор-функций, удовлетворяющих уравнению (17) в области Ω и непрерывных в $\Omega\bigcup\partial\Omega=\overline{\Omega}$ и

$$\vec{F}_\sigma(x)=\int_S M_\sigma\left(y,x;\vec{A}\right)\vec{f}(y)dS_y,\quad x\in\Omega\ ,\tag{20}$$

$M_\sigma(y,x,\vec{A})$ - матрица Карлемана задачи Коши (17), (19) определяется соотношением

$$M_\sigma(y,x;\vec{A})=\left\|L_k^*(\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n;\ 0)\overset{k}{V}\right\|,\tag{21}$$

$\overset{k}{V}=\left(\overset{k}{V}_1,\ \overset{k}{V}_2,\ \cdots,\overset{k}{V}_n\right)$ определяются равенствами:

$$\overset{i}{V}_k(y,x)=\left(\frac{\partial\Phi(y,x;\lambda)}{\partial x_k}-\Phi(y,x;\lambda)\right)\cdot sign(k-i)\ \text{ при }\ i\ne k\,,$$

$$\overset{i}{V}_i(y,x)=\frac{\partial\Phi(y,x;\ \lambda)}{\partial x_i}+a_i\Phi(y,x;\ \lambda),$$ а $\Phi_\sigma(y,x;\ \lambda)$ определяется из формулы (1) при $K(w)=\exp(\sigma w^2)$, $w=i\sqrt{u^2+\alpha^2}+y_n$.

Теорема 5. Пусть $\vec{F}(y)\in A(\Omega)$ на части T границы $\partial\Omega$ удовлетворяет условию

$$\left|\vec{F}(y)\right| \le K, \qquad y \in T\ . \tag{22}$$

Тогда для любого $x \in \Omega$ и $\sigma > 0$ справедливо неравенство

$$\left|\vec{F}(x) - \vec{F}_{\sigma}(x)\right| \le KC(\sigma,\ \vec{A}) \exp\left(-\sigma x_n^2\right),$$

где $C(\sigma, \vec{A})$ определяется аналогично как в теореме 2.

Когда на поверхности S вместо $\vec{f}(y)$ заданы её непрерывные приближения $\vec{f}_{\delta}(y)$:

$$\max_S \left|\vec{f}(y) - \vec{f}_{\delta}(y)\right| \le \delta, \tag{23}$$

вектор-функцию $\vec{F}(x, \vec{f}_{\delta}) = \vec{F}_{\sigma\delta}$ определим формулой

$$\vec{F}_{\sigma\delta}(x) = \int_S M_{\sigma}\left(y, x;\ \vec{A}\right)\vec{f}_{\sigma}(y) dS_y\ , \quad \sigma = \frac{1}{b_1^2} \ln\frac{K}{\delta},\ \ \delta < K\ . \tag{24}$$

Теорема 6. Пусть вектор-функция $\vec{F}(y) \in A(\Omega)$ удовлетворяет условиям (22), (23). Тогда для любого $x \in \Omega$ справедливо неравенство

$$\left|\vec{F}(x) - \vec{F}_{\sigma\delta}(x)\right| \le \psi\left(\sigma,\ \vec{A}\right) K^{1-\frac{x_n^2}{a^2}} \delta^{\frac{x_n^2}{b_1^2}},$$

где $\psi(\sigma, \vec{A}) = \dfrac{3}{\pi}\left[2b_2\sqrt{\pi}\left(\dfrac{1}{\sqrt{3\sigma}}\left|\vec{A}\right| + \sqrt{\sigma}\right) + 2 + b_1(1 + 3b_2)\sqrt{\pi\sigma}\right].$

Следствие 3. Для любого $x \in \Omega$ справедливо равенство

$$\lim_{\sigma\to\infty} \vec{F}_{\sigma}(x) = \vec{F}(x),\ \ \lim_{\delta\to 0} \vec{F}_{\sigma\delta}(x) = \vec{F}(x),$$

которое выполняется равномерно на компактах из Ω.

Во втором параграфе второй главы доказаны теоремы аналогичные теоремам 5,6 в области типа конуса в многомерном пространстве R^n, $(n \ge 3)$.

В третьем параграфе второй главы доказана формула Карлемана для решения системы (17) в ограниченной области, рассмотренной в первом и втором параграфах второй главы, т.е. решена следующая задача.

Задача 3. Пусть на S задана функция $\vec{f}(y)$. Указать условия на $\vec{f}(y)$, необходимые и достаточные для того, чтобы существовало решение системы (17) класса $A(\Omega_{\rho}) \cap C(S)$, удовлетворяющее условию (19).

В четвертом параграфе второй главы получена интегральная формулы Коши для решений обобщенной системы Коши-Римана в бесконечной области.

Для областей Ω, лежащих внутри слоя наименьшей ширины, определяемой неравенством $0 \le y_n \le h,\ \ h = \dfrac{\pi}{\rho},\ \ \rho > 0,$ положим

$$A_{\rho}(\Omega) = \Big\{\vec{F}(y) : \vec{F}(y) \in A(\Omega),\ \left|\vec{F}(y)\right| \le \exp[o(\exp \rho|y'|)],$$

$$|y'|^2 = y_1^2 + \cdots + y_{n-1}^2, y \to \infty, y \in \Omega\Big\}. \tag{25}$$

Будем предполагать, что площадь границы $\partial\Omega$ удовлетворяет условию роста

$$\int_{\partial\Omega} \exp\{-b_0\, ch\rho_0|y'|\}ds < \infty, \quad b_0 > 0,\ 0 < \rho_0 < \rho .$$

Теорема 7. Пусть $\vec{F}(y) \in A_\rho(\Omega)$ удовлетворяет граничному условию роста

$$\left|\vec{F}(y)\right| \le C \exp\left[a \cos\rho_1 (y_n - \frac{h}{2}) \exp \rho_1 |y'|\right], \ a \ge 0,\ y \in \partial\Omega .$$

Если $0 < \rho_1 < \rho$, то справедлива формула

$$\vec{F}(x) = \int_{\partial\Omega} M\left(x, y; \vec{A}\right)\vec{F}(y) dS_y, \quad x \in \Omega, \tag{26}$$

В пятом параграфе второй главы доказаны регуляризация и оценки устойчивости в области типа слоя.

Пусть $\Omega \subset R^n$ есть неограниченная односвязная область, лежащая внутри слоя $0 < y_n < h,\ h = \frac{\pi}{\rho},\ \rho > 0,$ и ее граница состоит из гиперплоскости $y_n = 0$ и гладкой поверхности S, заданной уравнением $y_n = L(y_1, y_2, \ldots, y_{n-1})$ и удовлетворяющей условиям

$$0 < L(y_1, \ldots, y_{n-1}) \le h, \ \left|gradL(y_1, \ldots, y_{n-1})\right| \le const < \infty, \ (y_1, \ldots, y_{n-1}) \in R^{n-1} .$$

Справедлива оценка устойчивости.

Теорема 8. Пусть $\vec{F}(x) \in A_\rho(\Omega)$ на гиперплоскости $y_n = 0$ удовлетворяют граничному условию (23), а на S - условию

$$\left|\vec{F}(y)\right| \le \delta, \ y \in S, \ 0 < \delta < 1.$$

Тогда

$$\left|\vec{F}(x)\right| \le C_\rho(x, \lambda) \frac{2K^{1-\frac{x_3^2}{h^2}}}{h^{2(n+2)}} \delta^{\left(\frac{x_n}{h}\right)^2} \ln^{n+2}\left(\frac{K}{\delta}\right), x \in \Omega, \text{ где } C_\rho(x, \lambda) = C(k, \lambda \int_{\partial\Omega} r^{1-n}\, dS_y .$$

В третьей главе диссертации, названной **«Восстановление решений однородной системы уравнений Максвелла в трехмерной области по их значениям на куске границы»,** доказаны теоремы о регуляризации решения задачи Коши и приведены результаты по задачам восстановления решений однородной системы уравнений Максвелла в пространственной области по ее данным Коши на части границы.

В первом параграфе третьей главы как естественное обобщение интегральной формулы Коши в теории электромагнитного поля доказана интегральная формула Стрэттона-Чу для системы уравнений Максвелла

$$rot\vec{E} - i k\vec{H} = 0; \qquad rot\vec{H} + i k\vec{E} = 0, \tag{27}$$

в гармоническом режиме, где волновое число k задается выражением $k^2 = (\varepsilon + \frac{i\sigma}{\omega})\mu\omega^2$. Выберем знак величины k так, чтобы выполнялось условие $\mathrm{Im}k \ge 0$.

Пусть неограниченная область Ω лежит внутри слоя наименьшей ширины, определяемой неравенством $0 < y_3 < h, h = \frac{\pi}{\rho}, \rho > 0$, причем $\partial\Omega$

простирается до бесконечности. Будем предполагать, что для некоторого $b_0 > 0$ площадь удовлетворяет условию роста (3).

Обозначим через $M(\Omega)$ множество вектор-функций, удовлетворяющих уравнению (27) в области Ω и непрерывных в $\Omega \bigcup \partial\Omega = \overline{\Omega}$ и

$$M_\rho(\Omega) = \Big\{ \vec{E}(y), \vec{H}(y) \in M(\Omega) : \left|\vec{E}(y)\right| \le \exp\left[o(\exp\rho|y'|)\right], \left|\vec{H}(y)\right| \le \exp\left[o(\exp\rho|y'|)\right],$$
$$|y'|^2 = y_1^2 + y_2^2, y \to \infty \ \ y \in \Omega \Big\}.$$

Теорема 9. Пусть электромагнитные векторы $\vec{E}(y), \vec{H}(y) \in M_\rho(\Omega)$ удовлетворяют граничному условию роста

$$\left|\vec{E}(y)\right| \le C \exp\left[a \cos\rho_1 (y_3 - \frac{h}{2}) \exp \rho_1 |y'| \right],$$

$$\left|\vec{H}(y)\right| \le C \exp\left[a \cos\rho_1 (y_3 - \frac{h}{2}) \exp \rho_1 |y'| \right], \ y \in \partial\Omega, \ a \ge 0, \ \rho_1 > 0, \ C = const.$$

Если $\rho_1 < \rho$, то справедлива формула

$$\vec{E}(x) = -\int_{\partial\Omega} \left[\vec{n}(y), \vec{E}(y)\right] N(r, k) dS_y + \frac{1}{ik} \int_{\partial\Omega} \left[\vec{n}(y), \vec{H}(y)\right] M(r, k) dS_y, \ x \in \Omega,$$

$$\vec{H}(x) = -\int_{\partial\Omega} \left[\vec{n}(y), \vec{H}(y)\right] N(r, k) dS_y - \frac{1}{ik} \int_{\partial\Omega} \left[\vec{n}(y), \vec{E}(y)\right] M(r, k) dS_y, \ x \in \Omega..$$

Во втором параграфе третьей главы построен аналог примера Адамара, показывающий некорректность задачи Коши для однородной системы уравнений Максвелла (27), и построена матрица Карлемана.

Задача 4. Известны данные Коши решения системы (27) на поверхности S:

$$[\vec{n}(y), \vec{E}(y)] = \vec{f}(y), \ [\vec{n}(y), \vec{H}(y)] = \vec{g}(y), \ y \in S. \tag{28}$$

По заданным $\vec{f}(y)$ и $\vec{g}(y)$ на S вычислить $\vec{E}(x)$, $\vec{H}(x)$, $x \in \Omega$.

Задача 5. Пусть на S заданы функции $\vec{f}(y)$ и $\vec{g}(y)$. Указать условия на $\vec{f}(y)$ и $\vec{g}(y)$, необходимые и достаточные для того, чтобы существовало решение системы (27) класса $M(\Omega) \cap C(S)$, удовлетворяющее условию (28).

Лемма 1. Матрицы $M_\sigma(y,x;k)$, $N_\sigma(y,x;k)$, определенные формулами

$$M_\sigma(y,x;k) = \left\| M_{\sigma ij}(y,x;k) \right\|_{3\times3} = \left\| \frac{\partial^2 \Phi_\sigma(y,x;k)}{\partial x_i \partial x_j} + \delta_{ij} k^2 \Phi_\sigma(y,x;k) \right\|_{3\times3},$$

$$N_\sigma(y,x;k) = \begin{Vmatrix} 0 & \dfrac{\partial\Phi_\sigma(y,x;k)}{\partial x_3} & -\dfrac{\partial\Phi_\sigma(y,x;k)}{\partial x_2} \\ -\dfrac{\partial\Phi_\sigma(y,x;k)}{\partial x_3} & 0 & \dfrac{\partial\Phi_\sigma(y,x;k)}{\partial x_1} \\ \dfrac{\partial\Phi_\sigma(y,x;k)}{\partial x_2} & -\dfrac{\partial\Phi_\sigma(y,x;k)}{\partial x_1} & 0 \end{Vmatrix}, \tag{29}$$

являются матрицами Карлемана задачи (27), (28), т.е. представимы в виде

$$M_\sigma(y,x;k) = H(r;k) + G_{1\sigma}(y,x;k), \quad N_\sigma(y,x;k) = \overline{H}(r;k) + G_{2\sigma}(y,x;k),$$

где $G_{m\sigma}(y,x;k)=\left\|G_{ij\sigma}(y,x;k)\right\|_{3x3}$, $m=1,2$ - матрицы, определенные для всех значений y, x и по переменной y удовлетворяющие системе (27) во всем R^3.

В третьем параграфе третьей главы построена формула Карлемана для рассматриваемой системы и на ее основе получена регуляризация и найден критерий разрешимости задачи Коши в ограниченной пространственной области.

Теорема 10. Пусть $\vec{E}(y),\vec{H}(y)\in M(\Omega)$ и $\left[\vec{n}(y),\,\vec{E}(y)\right]=\vec{f}(y)$, $\left[\vec{n}(y),\,\vec{H}(y)\right]=\vec{g}(y)$, $y\in S$ где $\vec{f}(y),\,\vec{g}(y)$ - заданные функции класса $C(S)$. Тогда для любого $x\in\Omega$ справедливы формулы Карлемана:

$$\vec{E}(x)=\lim_{\sigma\to\infty}\vec{E}_\sigma(x)=\lim_{\sigma\to\infty}\int_S\left[-\vec{f}(y)N_\sigma(y-x;k)+\frac{1}{ik}\vec{g}(y)M_\sigma(y-x;k)\right]dS_y$$

$$\vec{H}(x)=\lim_{\sigma\to\infty}\vec{H}_\sigma(x)=\lim_{\sigma\to\infty}\int_S\left[-\vec{g}(y)N_\sigma(y-x;k)-\frac{1}{ik}\vec{f}(y)M_\sigma(y-x;k)\right]dS_y\,. \quad (30)$$

Теорема 11. Пусть $S\in C^2$, $\vec{f}(y),\vec{g}(y)\in C(S_0)\cap L(S)$, где S_0 - множество внутренних точек S (S - без края). Тогда для существования функции $\vec{E}(y),\vec{H}(y)\in M(\Omega)\cap C(S_0)$, такой, что

$$\left[\vec{n}(y),\,\vec{E}(y)\right]=\vec{f}(y),\ \left[\vec{n}(y),\,\vec{H}(y)\right]=\vec{g}(y),\ y\in S_0, \quad (31)$$

необходимо и достаточно, чтобы для каждого $x\in R^3$ с условием $0<x_3<2a$ сходился (равномерно при $\delta<x_3\le 2a-\delta,\ 0<\delta<a$) несобственный интеграл

$$\left|\int_1^\infty\vec{I}_m(\sigma,\,x)d\sigma\right|<\infty,\qquad m=1,2 \quad (32)$$

где $\vec{I}_m(\sigma,\,x)$ определяется формулой

$$\vec{I}_1(\sigma,\,x)\equiv\frac{d\vec{E}_\sigma}{d\sigma}(x)=\int_S\left[-\vec{f}(y)N_{1\sigma}(y-x;k)+\frac{1}{ik}\vec{g}(y)M_{1\sigma}(y-x;k)\right]dS_y\,,$$

$$\vec{I}_2(\sigma,\,x)\equiv\frac{d\vec{H}_\sigma}{d\sigma}(x)=\int_S\left[-\vec{g}(y)N_{1\sigma}(y-x;k)-\frac{1}{ik}\vec{f}(y)M_{1\sigma}(y-x;k)\right]dS_y\,,$$

здесь $N_{1\sigma}(y-x;k)=\dfrac{dN_\sigma}{d\sigma}(y-x;k)$, $M_{1\sigma}(y-x;k)=\dfrac{dM_\sigma}{d\sigma}(y-x;k)$,

$$F_\sigma(y-x;k)\equiv\frac{d\Phi_\sigma}{d\sigma}(y-x;k)=-\frac{1}{2\pi^2}\int_0^\infty \mathrm{Im}\left[e^{\sigma w_1^2-\sigma a^2}(w_1+a)\right]\frac{ch(ku)du}{\sqrt{u^2+\alpha^2}},\sigma>0,$$

$w_1=i\sqrt{u^2+\alpha^2}+y_3-x_3+a$.

Если условие (32) выполнено, то аналитическое продолжение осуществляется эквивалентными формулами (30) и

$$\vec{E}(x)=\int_1^\infty\vec{I}_1(\sigma,\,x)d\sigma+\vec{E}_2(x)+\int_S\left[-\vec{f}(y)H(r,k)+\frac{1}{ik}\vec{g}(y)\overline{H}(r,k)\right]dS_y\,,$$

$$\vec{H}(x)=\int_1^\infty\vec{I}_2(\sigma,\,x)d\sigma+\vec{H}_2(x)+\int_S\left[-\vec{g}(y)H(r,k)-\frac{1}{ik}\vec{f}(y)\overline{H}(r,k)\right]dS_y\,, \quad (33)$$

здесь электромагнитные векторы $\vec{E}_2(x)$, $\vec{H}_2(x)$ в R^3 определяются формулами $\vec{E}_2(x)=\int\limits_S\left[-\vec{f}(y)G_1(y-x,k)+\frac{1}{ik}\vec{g}(y)G_2(y-x,k)\right]dS_y$,

$$\vec{H}_2(x)=\int\limits_S\left[-\vec{g}(y)G_1(y-x,k)-\frac{1}{ik}\vec{f}(y)G_2(y-x,k)\right]dS_y .$$

В четвертом параграфе третьей главы рассматривается вопрос о возможности продолжения функций, заданных на части границы области типа конуса как решение однородной системы уравнений Максвелла. Решение этого вопроса получено в виде аналога 10,11-теоремы Фока-Куни для однородной системы уравнений Максвелла.

В пятом параграфе третьей главы регуляризованное решение задачи Коши строится в неограниченной области, лежащей внутри слоя.

Пусть однородная изотропная среда $\Omega\subset R^3$ есть неограниченная односвязная область, лежащая внутри слоя $0<y_3<h,\ h=\frac{\pi}{\rho},\ \rho>0,$ и ее граница состоит из плоскости $y_3=0$ и гладкой поверхности S, заданной уравнением $y_3=L(y_1,y_2)$ и удовлетворяющей условиям

$$0<L(y_1,y_2)\le h,\ \ |gradL(y_1,\ y_2)|\le const<\infty,\ \ (y_1,\ y_2)\in R^2 .$$

В формуле (33), (2) $K(w)=(w+2h)^{-1}\exp(\sigma w^2)$, $w=i\sqrt{s+u^2}+y_3-x_3$.

Теорема 12. Пусть $\vec{E}(x),\vec{H}(x)\in M_\rho(\Omega)$ на плоскости $y_3=0$ удовлетворяют граничному условию

$$\left|\left[\vec{n}(y),\ \vec{E}(y)\right]\right|\le K_1,\ \left|\left[\vec{n}(y),\ \vec{H}(y)\right]\right|\le K_2,\quad y\in T, \tag{34}$$

а на S - условию $\left|\left[\vec{n}(y),\ \vec{E}(y)\right]\right|+\left|\left[\vec{n}(y),\ \vec{H}(y)\right]\right|\le 2\delta,\ y\in S,\ 0<\delta<1.$

Тогда

$$\left|\vec{E}(x)\right|\le C_\rho(x,k)\frac{2K^{1-\frac{x_3^2}{h^2}}}{h^8}\delta^{\left(\frac{x_3}{h}\right)^2}\ln^4\left(\frac{K}{\delta}\right),\ \left|\vec{H}(x)\right|\le C_\rho(x,k)\frac{2K^{1-\frac{x_3^2}{h^2}}}{h^8}\delta^{\left(\frac{x_3}{h}\right)^2}\ln^4\left(\frac{K}{\delta}\right),\ x\in\Omega,$$

где $C_\rho(x,k)=C(k,\rho)\int\limits_{\partial\Omega}\left|r^{-2}+r^{-3}\right|dS_y.$

Следствие 5. Предельные равенства

$$\lim_{\sigma\to\infty}\vec{E}_\sigma(x)=E(x),\quad \lim_{\sigma\to\infty}\vec{H}_\sigma(x)=\vec{H}(x),$$

$$\lim_{\delta\to 0}\vec{E}_{\sigma\delta}(x)=\vec{E}(x),\ \lim_{\delta\to 0}\vec{H}_{\sigma\delta}(x)=\vec{H}(x)$$

выполняются равномерно на каждом компакте из Ω.

В четвертой главе диссертации, названной «**Задача Коши для обобщенной системы Коши-Римана, гармонические во времени уравнения Максвелла и Дирака с кватернионным параметром**», рассматривается задача Коши для обобщенной системы Коши-Римана с комплексно-кватернионным параметром и однозначная связь между α-гиперголоморфными функциями с гармонически зависящими от времени уравнениями Максвелла и Дирака.

В первом параграфе четвертой главы приведены необходимые сведения о действительных и комплексных кватернионах (= бикватернионах) для **обобщений системы Коши-Римана.**

Рассмотрим вектор $a=(a_0,a_1,a_2,a_3)\in R^4$, записав в виде $a=\sum_{k=0}^{3}a_k i_k$ введя сокращенно $\hat{a}=\sum_{k=1}^{3}a_k i_k$ получим $a=a_0 i_0+\hat{a}$ Пусть даны действительные кватернионы

$$\mathrm{H}(R)=\left\{a=a_0 i_0+a_1 i_1+a_2 i_2+a_3 i_3 \,\middle|\, a_k\in R, k=0,1,2,3\right\}$$

соответственно комплексные кватернионы (= бикватернионы) $H(C)$:

$$\mathrm{H}(C)=\left\{a=a_0 i_0+a_1 i_1+a_2 i_2+a_3 i_3 \,\middle|\, a_k\in C, k=0,1,2,3\right\}.$$

Будем рассматривать левые и правые операторы

$$D:=i_1\frac{\partial}{\partial x_1}+i_2\frac{\partial}{\partial x_2}+i_3\frac{\partial}{\partial x_3}=\sum_{k=1}^{3}i_k\frac{\partial}{\partial x_k} \quad \text{или} \quad \overline{D}:=\frac{\partial}{\partial x_1}i_1+\frac{\partial}{\partial x_2}i_2+\frac{\partial}{\partial x_3}i_3=\sum_{k=1}^{3}\frac{\partial}{\partial x_k}i_k,$$

обобщающий двумерный оператор Коши-Римана и получим следующие уравнение

$$DF=(-div\,\vec{F})i_0+grad\,F_0+rot\,\vec{F}=0\,. \qquad (35)$$

Определение 1. Функция

$$\rho(y,x)=-D\left(\frac{1}{4\pi}\cdot\frac{1}{r}\right)=-\overline{D}\left(\frac{1}{4\pi}\cdot\frac{1}{|y-x|}\right)=-\frac{1}{4\pi}\cdot\frac{y-x}{|y-x|^3}$$

называется фундаментальным решением дифференциального оператора D.

Задача 6. Известны данные Коши решения уравнений (41) на поверхности S:

$$F(y)\big|_S=f(y),\quad y\in S\,, \qquad (36)$$

$f=\sum_{i=0}^{3}f_i e_i$ - заданная непрерывная полная кватернионная функция. Требуется восстановить функцию $F(x)$ в Ω, исходя из заданной f, т. е. решить задачу аналитического продолжения решения системы Моисила-Теодеореско в пространст- венной области по ее значениям на гладком куске S границы.

Во втором параграфе четвертой главы рассматривается задача Коши для обобщенной системы Коши-Римана с кватернионным параметром.

Рассмотрим следующую обобщенную систему уравнений Коши-Римана

$$\alpha_0 F_0-div\vec{F}-<\vec{F},\vec{\alpha}>=0\,, \qquad (37)$$

$$grad\,F_0+rot\vec{F}+[\vec{F}\times\vec{\alpha}]+F_0\vec{\alpha}+\alpha_0\vec{F}=0, \qquad (38)$$

где $\vec{\alpha}=(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)$, $\alpha_k\in C$, $k=0,1,2,3$; $F_0(x),\vec{F}(x)=(F_1(x),F_2(x),F_3(x))$ - скалярная и, соответственно, векторная функции, $F_k(x)\in C$ (C- поле комплексных чисел), $x\in R^3$.

Уравнение $D_\alpha F = 0$ является эквивалентной записью системы (37)-(38), где оператор $D_\alpha F := (D + M^\alpha)F$, при этом $M^\alpha F := F\alpha$.

Теорема 13. (интегральная формула Коши). Пусть $F \in \ker \Omega_\alpha \bigcap C(\overline{\Omega})$, $\alpha \in Q$. Тогда

$$(K_\alpha F)(x) = F(x),\ x \in \Omega, \tag{39}$$

где

$$K_\alpha F = \begin{cases} P^+ K_\xi F + P^- K_\varsigma F \quad \alpha \notin \Re,\ \hat{\alpha}^2 \neq 0, \\ K_\alpha F + \dfrac{\partial}{\partial \alpha_0}\left[K_{\alpha_0} F\right] \cdot \hat{\alpha}, \quad \alpha \notin \Re,\ \hat{\alpha}^2 = 0, \\ P^+ K_{2\alpha_0} F + P^- K_0 F,\ \alpha \in \Re,\ \alpha_0 \neq 0, \\ K_0 F - V_0 F \cdot \alpha, \quad \alpha \in \Re,\ \alpha_0 = 0, \end{cases} \tag{40}$$

В третом и четвертом параграфе четвертой главы рассматривается задача Коши для системы уравнений Максвелла

$$M_H \begin{pmatrix} \vec{E} \\ \vec{H} \end{pmatrix} = 0, \tag{41}$$

здесь

$$M_H \begin{pmatrix} D & -iw\mu \\ -\sigma & D \end{pmatrix}$$

$$M_H : C^1(\Omega; H(C) \times H(C)) \to C(\Omega; H(C) \times H(C)), \tag{42}$$

Дирака в гармоническом режиме с кватернионным параметром

$$(D\psi)(x) := \left(iw\gamma_0 - \sum_{k=0}^{3} \gamma_k \frac{\partial}{\partial X_k} \right) \psi(x) = 0, \tag{43}$$

используя аналог оператора типа Коши

$$G_\alpha := B_\alpha^{-1} \begin{pmatrix} K_{-\alpha} & 0 \\ 0 & K_\alpha \end{pmatrix} B_\alpha = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{2}(K_{-\alpha} + K_\alpha) & \dfrac{\alpha}{2\sigma}(K_{-\alpha} - K_\alpha) \\ \dfrac{\sigma}{2\alpha}(K_{-\alpha} - K_\alpha) & \dfrac{1}{2}(K_{-\alpha} + K_\alpha) \end{pmatrix}. \tag{44}$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Диссертационная работа посвящена исследованию некорректных задач для обобщенной системы Моисила-Теодореско, обобщенной системы Коши-Римана в многомерном пространстве и с комплексно кватернионным параметром, однородной системы уравнений Максвелла и Дирака, гармонических электромагнитных и спинорных полей.

Основные результаты исследования состоят в следующем:

1. Доказана интегральная формула Коши для обобщенных голоморфного и потенциального векторов в бесконечной области типа слоя.

2. Доказана задача регуляризации для обобщенной системы Моисила-Теодореско в ограниченной и бесконечной областях.

3. Доказан критерий разрешимости решения задачи Коши для обобщенной системы уравнений Моисила-Теодореска.

4. Построены формула Карлемана и регуляризация решения задачи Коши для обобщенной системы Коши-Римана в многомерной области $(\boldsymbol{n} \geq 3)$ по их значениям на куске границы.

5. Построены формула Карлемана и регуляризация решения задачи Коши для однородной системы уравнений Максвелла. Найден аналог теоремы Фока-Куни для однородной системы уравнений Максвелла.

6. Решена граничная задача по заданным значениям на части границы для обобщенной системы уравнений Коши-Римана, гармонических электромагнитных и спинорных полей с комплексно кватернионным параметром.

SCIENTIFIC COUNCIL AWARDING OF THE SCINTIFIC DEGREES DSc.27.06.2017.FM.01.01 AT NATIONAL UNIVERSITY OF UZBEKISTAN, INSTITUTE OF MATHEMATICS

SAMARKAND STATE UNIVERSITY

SATTOROV ERMAMAT NORKULOVICH

CAUCHY PROBLEM FOR THE LINER ELLIPTIC SYSTEM OF THE FIRST ORDER

01.01.02 – Differential equations and mathematical physics
(Physical and mathematical sciences)

DISSERTATION ABSTRACT OF DOCTORAL DISSERTATION (DSc) ON PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

Tashkent – 2017

The theme of doctoral dissertation (DSc) was registered at the Supreme Attestation Commission at the Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan under number B2017. 2.DSc/FM57.

Dissertation has been prepared at Samarkand State University.

The abstract of the dissertation is posted in three languages (Uzbek, Russian and English (summary)) on the website http://fti-kengash.uz/ and an the website of «ZiyoNet» Information and educational portal http://www.ziyonet.uz/.

Scientific consultant:	**Yarmuhamedov Sharof** Doctor of physical and mathematical sciences, professor
Official opponents:	**Cherednichenko Viktor Grirorovich** Doctor of physical and mathematical siences, professor
	Taxirov Jozil Ostonovich doctor of physical and mthematical siences, professor
	Fayazov Kudratullo Sadridinovich doctor of physical and mathematical sciences, professor
Leading organization:	**Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences**

Defense will take place «___»________2017 at ___ at the meeting of Scientific Council number DSc.27.06.2017.FM.01.01 at National University of Uzbekistan. (Address: 100174, Uzbekistan, Tashkent city, Almazar area, University str.,4, Ph.: (99871) 227-12-24; fax: (99871) 246-53-21, 246-02-24, e-mail: nauka@nuu.uz).

Doctoral dissertation is possible to review in information-resource centre at National University of Uzbekistan (is registered № ___). (Address: 100174, Uzbekistan, Tashkent city, Almazar area, University str., 4, Ph.: (99871) 246-02-24).

Abstract of dissertation sent out on «__ _ » _________2017.
(Mailing report № ___ on «____» _ ______________ 2017).

A.S.Sadullaev
Chairman of Scientific Council on award of scientific degrees, D.F.M.S., academician

G.I.Botirov
Scientific secretary of Scientific Council on award of scientific degrees, C.F.M.S.

M.S.Salahitdinov
Chairman of Scientific Seminar under Scientific Council on award of scientific degrees, D.F.M.S. academician

INTRODUCTION (abstract of DSc thesis)

The urgency and relevance of the dissertation topic. Many scientific and applied studies (conducted at the world level), in many cases, are reduced to the study of ill-posed boundary-value problems for partial differential equations. The basis of the theory of ill-posed problems laid in the middle of the last century and they are associated with problems of great practical importance. The main object of applied investigations on conditional correctness and creation of solution of boundary-value problems of elliptical equations becomes very important in hydrodynamics, geophysics and electrodynamics. Since the study of ill-posed problems for elliptical equations on conditional correctness and the construction of an approximate solution, it is insufficient to develop a study of ill-posed problems for such equations is an actual problem.

The aim of the research work is to get the regularization in the bounded and unbounded domain, criteria for the decidability solution of the Cauchy problem for the linear elliptic system of the first order.

The tasks of research work:

to create formula of Cauchy for generalized potential and holomorphic vector, formula of Stratton-Chy for homogeneous systems of Maxwell equations;

to investigation of ill-posed Cauchy problem for the generalized Cauchy-Riemann equations, generalized Moisil -Theodoresco systems and generalized Cauchy-Riemann equations with complex quaternion parameter;

to construct the Carleman matrix, finding estimates of the conditional correctness and regularization of an approximate solution of the Cauchy problem for generalized system of Cauchy-Riemann equations system and generalized Moisil –Theodoresco equations system, generalized Cauchy-Riemann equations system with complex quaternion parameter;

to finding an analogue of theorem Fok-Kuni for the generalized systems of equation of Moisil -Theodoresco and Cauchy-Riemann;

to construct the Carleman formula for a homogeneous system of Maxwell's equations in a bounded and infinite domain with non-compact boundaries;

to founding analogue of Fock-Kuni theorem for a homogeneous system of Maxwell's equations.

The object of the research work is generalized systems of Moiseil-Teodoresco and the Cauchy-Riemann, homogeneous system of the time-harmonic Maxwell and Dirac equations.

Scientific novelty of the research work is as follows:

- the Cauchy integral formula is created, for generalized holomorphic and generalized potential vector, generalized system Cauchy-Riemann equations with quaternion parameter and integral formula Stratton-Chu for a homogeneous system of Maxwell equations in the unbounded domain with non-compact boundary are obtained;

- for the generalized Cauchy- Riemann equation systems in the bounded and unbounded domain and regularization of the solution of the Cauchy problem are solved and the criteria of decidability is found;

- for the generalized system of Moiseil-Theodoresco equations an analogue Carleman formula is obtained and criterion for the solvability of the Cauchy problem is proved;

- it solved the Cauchy problem for generalized Cauchy-Riemann equations in multidimensional bounded and unbounded domain. Found analogue Carleman formula with which built the regularization of the Cauchy problem and proved the solvability criterion;

- constructed Carleman formula and regularization of the Cauchy problem for the homogeneous system of Maxwell's equations. Found analogue of Fock-Kuni theorem for a homogeneous system of Maxwell's equations;

- it solved the regularization solution of Cauchy problem for generalized Cauchy-Riemann equations and homogeneous system of the time-harmonic Maxwell and Dirac equations with a complex quaternion parameter.

The outline of the thesis. In the dissertation work the conditional correctness is investigated and approximate solution constructed that is close to an exact solution of boundary value problems for partial differential equation of the generalized system Moisil-Theodoresco, generalized Cauchy-Riemann system, homogeneous system of Maxwell's equations are proved.

The main results of the study are:

The Cauchy integral formula for generalized holomorphic and generalized potential vector in the unbounded domain with non-compact boundary are obtained;

Proved of the problem regularization for the generalized Moiseil-Theodoresco system in a bounded and infinite domain;

Proved criteria for the decidability solution of the Cauchy problem for the generalized Moiseil-Theodoresco system;

Investigation of the solvability of the Cauchy problem for the generalized Cauchy-Riemann equations, homogeneous systems of the time-harmonic Maxwell and Dirac equations with complex quaternion parameter;

Finding an analogue of theorem Fok-Kuni for the generalized systems of equation of Cauchy-Riemann and Moisiel-Theodoresco;

Construction the Carleman formula for a homogeneous system of Maxwell's equations in a bounded and infinite domain with non-compact boundaries;

Founding analogue of Fock-Kuni theorem for a homogeneous system of Maxwell's equations.

ЭЪЛОН ҚИЛИНГАН ИШЛАР РЎЙХАТИ
СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ
LIST OF PUBLISHED WORKS

I бўлим (I часть; I part)

1. Сатторов Э.Н., Мардонов Дж. Задача Коши для системы уравнений Максвелла // Сибирский математический журнал – Новосибирск . -2003, - Т. 44. - №4. – С. 851-861. (№40. Research Gate. IF=0,334)

2. Сатторов Э.Н. Об аналитическом продолжении решения однородной системы уравнений Максвелла по значениям на куске границы // Узбекский математический журнал.–Ташкент, 2006. - № 1. – С. 81-92. (01.00.00;№6)

3. Сатторов Э. Об аналитическом продолжении обобщенно аналитические функции в пространственной области по его значениям на куске границы // Узбекский математический журнал.–Ташкент, 2007. - № 1. – С. 97-105. (01.00.00;№6)

4. Сатторов Э.Н. Регуляризация решения задачи Коши для обобщенной системы Моисил – Теодореско // Доклады АН РУз. –Ташкент, 2007. - № 4. – С. 12-16. (01.00.00;№7)

5. Сатторов Э.Н. Задача Коши для обобщенной системы Коши-Римана в пространстве// Доклады АН РУз. –Ташкент, 2007. -№ -3. – С.10-12. (01.00.00;№7)

6. Сатторов Э.Н. Регуляризация решения задачи Коши для обобщенной системы Моисил – Теодореско//Дифференциалъные уравнения. 2008. – Т. 44. - №8. – С. 1100 – 1110. (№11. Springer. IF=0,431)

7. Сатторов Э.Н. О продолжении решения однородной системы уравнений Максвелла // Изв. ВУЗ. Математика. – 2008. - № 8. -С. 78 – 83. (№40 Research Gate. IF=0,370)

8. Сатторов Э.Н. О продолжении решений обобщенной системы Коши-Римана заданных на части границы // Узбекский математический журнал.–Ташкент, 2008. - № 1. – С. 82-94. (01.00.00;№6)

9. Сатторов Э.Н. Регуляризация решения задачи Коши для обобщенной системы Моисил -Теодореско // Узбекский математический журнал – Ташкент, 2008. - № 4. – С. 21-26. (01.00.00;№6)

10. Сатторов Э.Н. О продолжении решения обобщенной системы Моисил – Теодореско //Доклады АН РУз. – 2008. - №5. – С. 14-18. (01.00.00; №7)

11. Сатторов Э.Н. О продолжении решений обобщенной системы Коши-Римана в пространстве // Мат. заметки.–2009. –Т. 85. –вып. 5. – С. 768-781. (№11. Springer. IF=0,334)

12. Сатторов Э.Н. Регуляризация решения задачи Коши для системы уравнений Максвелла в бесконечной области // Мат. заметки. – 2009. –Т. 86. –вып. 6. сентябр – С. 445-455. (№11. Springer. IF=0,334)

13. Сатторов Э.Н.Задача Коши для обобщенной системы Коши-Римана в пространстве // Изв. ВУЗ. Математика. – 2010. - № 5. -С. 32 – 40. (№40 Research Gate. IF=0,370)

14. Sattorov E.N., Makhmudov K.O. About extension of a solution for the homogeneous system of Maxwell equation // Uzbek Mathematical Journal. – Ташкент, 2010.-№3.–pp. 105-120. (01.00.00; №6)

15. Сатторов Э.Н. О восстановлении решений обобщенной системы Моисила-Теодореску в пространственной области по их значениям на куске границы // Изв. ВУЗ. Математика. – 2011. - № 1. -С. 72 – 84. (№40 Research Gate. IF=0,370).

16. Сатторов Э.Н. Эрмаматова М.Э. Задача Коши для обобщенной системы Коши-Римана в бесконечной области // Узбекский математический журнал. —Ташкент, 2014. -№ 1. – С. 78-89. (01.00.00; №6).

17. Сатторов Э.Н, Эрмаматова Зухро Э. Регуляризация решений задачи Коши для обобщенной системы уравнений Коши-Римана с кватерионным параметром//Доклады АН РУз. – 2014. - №3. – С. 13-18. (01.00.00; №7).

18.Сатторов Э.Н, Эрмаматова Фотима Э. Задача Коши для обобщенной системы Коши-Римана //Доклады АН РУз. —Ташкент, 2015. - №1. – С. 13-18. (01.00.00;№7).

II бўлим (IIчасть; IIpart)

19. Сатторов Э.Н., Мардонов Дж. Регуляризация решения задачи Коши для однородной системы уравнения Максвелла // Тез.докл. международной научной конференции по «Вырождающимся дифференциалъным уравнениям и уравнения смешенного типа». – Фергана, 1998. – С. 107-108.

20. Сатторов Э.Н., Мардонов Дж. О задаче Коши для системы Максвелла // Abstracts of international conference Ill-posid and non-classical problems physics and analysis. - Samarkand, 2000. – С. 77.

21. Сатторов Э.Н. О задаче Коши для однородной системы уравнений Максвелла в пространстве // Тез.докл. научн. Конференция «Современные проблемы алгоритмизации и программирования». – Ташкент, 2001, - С. 123-124.

22. Сатторов Э.Н. О задачи Коши для однародной системы уравнений Максвелла в пространстве // Тез.докл. Республиканской конференции «По методам математического модулирования в инженерных задачах компъютерной систем». – Ташкент, 2001, - С. 87-88.

23. Sattorov E. N., Mardonov Dj. About the Cauchy problem for the homogeneous system of Maxwell equations in three dimensional domain // International conference ill – Posed and inverse problems dedicated to prof. M.M. Lavrent’ev on the occasion of his 7Oth anniversary. -Novosibirsk, 2002. – pp. 146.

24. Сатторов Э.Н. Регуляризация решения задачи Коши для системы уравнений Максвелла в бесконечной области // Сб. науч. статьей. Международная научно- практическая конференция «Innovation - 2004». - Ташкент, 2004. – С. 235-236.

25. Сатторов Э.Н. Задача Коши для обобщенной системы Моисил – Теодореско // Сб. труды международной конференции «Современные

проблемы математической физики и информационных технологий». – Ташкент, 2005. – С. 84-87.

26. Сатторов Э.Н. Критерий разрешимости для решения однородной системы уравнений Максвелла // Тез.международной конференции «Лаврентьевские чтения по математике, механике и физике» – Новосибирск, 2005.-С. 103.

27. Сатторов Э.Н. Критерий разрешимости для решения однородной системы уравнений Максвелла // Тез.международной конференции «Функциональные пространства, теория приближений, нелинейный анализ» – Москва, 2005. – С. 79.

28. Сатторов Э.Н. Задача Коши для обобщенной системы Коши – Римана // Тез.международной конференции «Операторные алгебры и квантовая теория вероятностей», - Ташкент, 2005. – С. 174-178.

29. Сатторов Э.Н. О продолжении решений системы уравнений Максвелла// Сб. трудов республиканской конференции «Дифференциальные уравнения и ели приложения». – Самарканд, 2005. – С. 41-45.

30. Sattorov E.N. “About continuation of solution for the homogeneous system of Maxwell equation”. 5th International ISAAS Congress, - Sicily, Italy, 2005. – С.163.

31. СатторовЭ.Н. О продолжении обобщенно потенциального вектора // Тез.международной конференции «Тихонов и современная математика» посвященной 100-летию А.Н.Тихонова. – Москва, 2006, - С. 108.

32. Sattorov E.N. On problem of solution of the generalized Cauchy – Riemann system // “Математик физика ва унинг муҳим масалалари”, - Bonn, Germany, 2006.

33. Sattorov E.N. On continuation of a solution of the generalized system of Moisil– Teodoresco // Тез. Международной конференции «Дифференциальные уравнения и ее приложения». – Львов, 2006. – С.108.

34. Sattorov E.N. Regularization of a solution to the Cauchy problem for generalized Cauchy – Riemann system infinite domains // Abstracts of international conference «Математическая физика» Румения, 2006. –С.89.

35. Sattorov E.N. On the problem of solving the generalized Moisil – Teodoresco system // Тез. Международной конференции «Дифференциальные уравнения, теория функций и приложения». – Новосибирск, 2007. – С. 407.

36. Sattorov E.N. Regularization of a solution to the Cauchy problem for generalized Cauchy-Riemann system // International conference “Inverse and ill-Posed problems of Mathematical physics” – Novosibirsk, 2007. – P.103.

37. Sattorov E.N. Regularization of a solution to the Cauchy problem for the homogeneous system of Maxwell equation // International conference “Inverse and ill-Posed problems of Mathematical physics” – Novosibirsk, 2007. – P.32.

38. Сатторов Э.Н. О продолжении обобщенно голоморфного вектора // Материалы международной научно-технической конференции «Прикладная математика, механика жидкости, газа и плазмы». – Самарканд, 2007. – С. 88-90.

39. Сатторов Э.Н. О продолжении решений обобщенной системы Коши-Римана заданных на части границы // Материалы международной конференции «Новые направления в теории динамических систем и некорректных задач» - Самарканд, 2007. – С. 152-154.

40. О продолжении решений обобщенной системе уравнений Коши – Римана с кватернионным параметром // Тезисы международного конференции «Актуалъные вопросы комплексного анализа». – Ургенч, 2008, - С. 30-31.

41. Сатторов Э.Н., Махмудов К.О. О продолжении решения системы уравнения Максвелла // Тез.международного конференции «Актуальные вопросы комплексного анализа», - Ургенч, 2008. – С. 31-32.

42. Сатторов Э.Н., Махмудов К.О. О продолжении решения системы уравнения Максвелла // Международная конференция по математическим методам в Геофизике. – Новосибирск, 2008. – С. 69.

43. Сатторов Э.Н. Задача Коши для обобщенной системы Коши-Римана // Тезисы докладов молодёжная международная научная школа-конференция «Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач», - Новосибирск, 10-20 августа 2009 г. -С.82.

44. Сатторов Э.Н., Махмудов К.О. Критерий разрешимости задачи Коши для системы уравнений Максвелла // Тезисы докладов молодёжная международная научная школа-конференция «Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач», - Новосибирск, 10-20 августа 2009 г. -С.83.

45. Сатторов Э.Н. Задача Коши для обобщенной системы Коши-Римана // Тезисы докладов «Украинский математический конгресс - 2009» - Украина, 27-29 августа, 2009 г. С. 68.

46. Сатторов Э.Н., Махмудов К.О Критерий разрешимости задачи Коши для однородной системы уравнений Максвелла // ABSTRACTS of Plenary and Invited Lectures of International School and Conference on «Foliations, Dynamical Systems, Singularity Theory and Perverse Sheaves» 6-21 October 2009, Samarkand, Uzbekistan. – pp. 131-137.

47. Сатторов Э.Н., Регуляризация решения задачи Коши для обобщенной системы Коши-Римана в бесконечной области // Тезисы докладов научно-практического семинара «Некорректные и неклассические задачи математической физики и анализа», - Самарканд, 2012 г. –С.76-77.

48. Сатторов Э.Н. Задача Коши для однородной системы уравнений Максвелла в бесконечной области // Тезисы докладов республиканской научной конференции с участием зарубежных ученых «Неклассические уравнения математической физики и их приложения» Тошкент 23-25 октября, 2014 г. С.93-94.

Автореферат «Ўзбек математик журнали» таҳририятида таҳрирдан ўтказилди (23.11.2017 йил).

Босишга рухсат этилди: 30.11.2017 йил
Бичими 60x45 $^{1}/_{8}$, «Times New Roman»
гарнитурада рақамли босма усулида босилди.
Шартли босма табоғи 3,5. Адади: 100. Буюртма: № 351

Ўзбекистон Республикаси ИИВ Академияси,
100197, Тошкент, Интизор кўчаси, 68

«АКАДЕМИЯ НОШИРЛИК МАРКАЗИ»
Давлат унитар корхонасида чоп этилди.