O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O‘RTA VAZIRLIGI

TERMIZ DAVLAT UNIVERSITETI

O.Q.XATAMOV

IQTISODIY MASALALARNI YECHISHDA AMALIY DASTURLAR MAJMUASIDAN FOYDALANISH

Termiz-2021 y

O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI

OLIY VA O‘RTA MAXSUS TA’LIM VAZIRLIGI

TERMIZ DAVLAT UNIVERSITETI

O.Q.XATAMOV

IQTISODIY MASALALARNI YECHISHDA AMALIY DASTURLAR MAJMUASIDAN FOYDALANISH

(Uslubiy qo’llanma)

Termiz-2021 y.

Muallif: Termiz davlat universiteti Axborot texnologiyalari kafedrasi mudiri, iqtisod fanlari doktori, dotsent **O.Q.Xatamov**,

Taqrizchilar: Termiz davlat universiteti, Amaliy matematika kafedrasi mudiri, fizika-matematika fanlari doktori, dotsent **CH.B.Normurodov**, Matematika kafedrasi mudiri, fizika-matematika fanlari nomzodi, dotsent **I.N.Xayrullaev**

Mazkur uslubiy qo’llanma Termiz davlat universiteti Axborot texnologiyalar fakulteti Kengashining 2021 yil 27 noyabrdagi № 4- sonli qarori bilan nashr etishga tavsiya etilgan.

M U N D A R I J A

Kirish

Ishlab chiqarish, loyihalash, boshqaruvni bashorat qilish va shular kabi inson faoliyatining ko’pgina amaliy masalalari optimallashtirish masalalarini yechishga keltiriladi.

Iqtisodiyotga tegishli ko’pgina optimallashtirish masalalarining aksariyati chiziqli tenglamalar va tengsizliklar sistemasi orqali ifodalanadi. SHu sababli chiziqli dasturlash deb ataluvchi ana shunday masalalarni yechish katta amaliy ahamiyatga egadir.

Ushbu uslubiy qo’llanma oliy o’quv yurtlarining bakalaviriat bosqichidagi iqtisodiy ta’lim yo’nalishi talabalar uchun “Iqtisodiy matematika” va “Iqtisodiy-matematik usullar va modellar” hamda Amaliy matematika va informatika ta’lim yo’nalishi talabalari uchun “Jarayonlar tadqiqoti” fanidan tuzilgan namunaviy o’quv dasturi asosida yaratilgan. Har bir o’tilgan nazariy ma’ruza mavzusini talabalar tomonidan amaliy jihatdan mustahkamlash maqsadida, to’plamga kiritilgan masalalardan mavzular bo’yicha amaliy va tajriba mashg’ulotlarida foydalanish mumkin. Deyarli barcha masalalarda shu mashg’ulot mavzusiga oid qisqacha nazariy materiallar va tipik masalalarni **Tora** dasturida **ye**chish namunalari qadamma-qadam keltirilgan.

Taqdim etilayotgan uslubiy qo’llanmadan amaliy va tajriba mashg’ulot darslaridan tashqari mustaqil ta’lim jarayonlarida ham foydalanish mumkin.

1. TORA dasturi to'g'risida

Ma'lumki, iqtisodiy jarayonlarni kompyuter texnologiyalari asosida modellashtirish bir necha afzalliklarga ega:

- kompyuterga kiritilgan masalaning yechimini istalgan paytda olish mumkin;
- masalaning shartlarini o'zgartirib, turli xil variantdagi yechimlarni tahlil etish mumkin;
- hisob- kitob ishlariga ketadigan vaqt qisqaradi;
- hisoblashlardagi xatolikning oldi olinadi;
- natijalarni tezda chop etish imkoniyatining mavjudligi;
- kiritilgan ma'lumotlarni aniq tasavvur etish uchun yetarlicha grafik imkoniyatlarining mavjudligi va boshqalar.

Tora amaliy dasturlar majmuasi bilan ishlash uchun zarur bo'ladigan minimal texnik ta'minot:

- Windows 95/98, Windows NT4.0, Windows 2000, WindowsXP;
- Protsessor Pentium 233MGts va yuqori;
- 32 Mb tezkor xotira, Windows 2000 uchun 64 Mb tezkor xotira tavsiya etiladi.
-Windows XP uchun 128 Mb tezkor xotira;
- 256 yoki undan yuqori xil rangli VGA, SVGA kabi displeylar.

Tora dasturi uchun ekranni 800x600 yoki 1024x768 pikselga rostlash zarur. Imkon bo'lsa 1024x768 pikselga rostlash ma'qul.

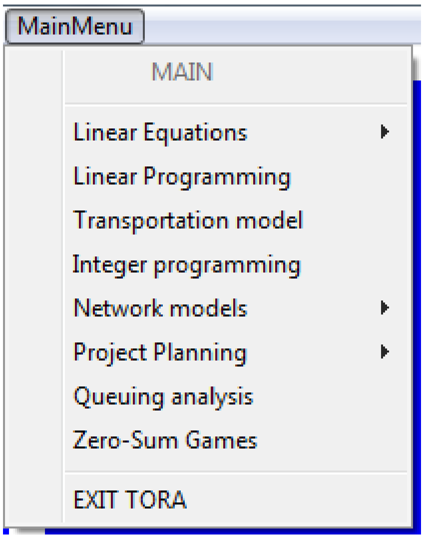
Disk avtomatik ishga tushurilgandan so'ng displey ekraniga quyidagilar dasturiy ta'minot chiqadi:

T/r	Dasturiy ta'minot	Kompakt diskdagi katalog nomi
1.	**Tora** optimallashtirish tizimi	ToraOptimizationSystem
2.	**Tora** ga ma'lumotlar kiritish-ga misollar	ToraFiles
3.	EXCEL fayl (shablon)lari	EXCELFiles
4.	Solver fayl(shablon)lari	SolverFiles
5.	LingoAmplFiles misollari	LingoAmplFiles

Torani o’rnatish uchun diskdan **Setup Tora** tugmachani bosish va ko’rsatmaga rioya qilish kerak. Tizim masalalarni hal etishni avtomatik yoki o’quv ish tartibida bajaradi. Agar avtomatik ish tartibi tanlanganda masalaning yakuniy yechimi standart shakldа ekranga chiqadi. Agar o’quv ish tartibi tanlansa, masalani yechish algoritmining har bir qadami o’quvchiga tushunarli bo’lishi uchun ketma-ket amalga oshiriladi. **ToraFiles** katalogi asosiy menyu bo’limlariga mos holda yechiladigan masalalar uchun boshlang’ich ma’lumotlarini o’z ichiga oladi.

Ma’lumki, chiziqli dasturlash, transport masalasi, butun sonli dasturlash kabi masalalarni yechishda bir necha iteratsiyalar orqali optimal yechim aniqlanadi. Bu operatsiyalarni tezda bajarishda **Tora**-(iqtisodiy hisob-kitoblar dasturi) dasturidan foydalanish maqsadga muvofiqdir.

Dastur **Provodnik** orqali ishga tushiriladi. Dastur ishga tushgandan so’ng ekranda quyidagicha ko’rinishdagi tanlash imkonini beradigan **ASOSIY MENYu** paydo bo’ladi.



Ushbu menyuda istalgan usulni tanlab, masalalarni yechish mumkin. Menyudagi biror dasturni ishga tushurish uchun dastur joylashgan qatorga kursorni o’rnatib **ENTER** klavishini bosish kifoya.

Menyudan ko’rinib turibdiki, ushbu dastur chiziqli tenglamalar sistemasini yechish, chiziqli dasturlash masalasi, transport masalasi, butun sonli programmalash masalasi, tarmoqli modellashtirish, loyihalarni rejalashtirish, ommaviy xizmat ko'rsatish masalalari, nol yig'indili o'yinlar kabi masalalarni hal etishga mo'ljallangan.

Agar biror dasturda bo'lsangiz, masalan, transport masalasida, **Main menu** tugmachasi yordamida asosiy menyuga chiqishingiz mumkin.

Agar biror dastur yordamida masala yechilgan bo'lsa, uni qog'ozga olish kerak bo'lganda, har bir ekranga joylashgan natijalarni alohida chop etish mumkin. Buning uchun **F8** klavishasidan foydalaniladi..

Tora dasturi bilan ishlashni yakunlash uchun **EXIT TORA** qatoriga kursorni o'rnatib, **Enter** klavishasini bosish talab etiladi.

Tora dasturidan birorta istalgan qatorni tanlab, masala yechish uchun sizga muloqot rejimidagi darchalar paydo bo'ladi va ma'lumotlarni qanday shaklda kiritish, masalani qanday qilib diskga saqlash, uni qaysi usul bilan tahrirlash, masalani yechish va boshqalar bo'yicha muloqot darchalaridan foydalanish mumkin.

Foydalanuvchiga qulay bo'lish uchun menyudagi har bir dasturning o'z ichki menyusi mavjuddir. Ushbu menyu orqali masalani yechish bilan bog'liq barcha amallarni bajarish mumkin.

2. CHiziqli tenglamalar sistemasini TORA dasturida yechish texnologiyasi.

Quyidagi tenglamalar sistemasi berilgan bo'lsin:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases} \qquad (1)$$

Bu sistemani matritsa ko'rinishida quyidagicha ifodalash mumkin:

$$AX = B \qquad (2)$$

bu yerda, $A = (a_{ij})$ – (1) sistemaning koeffitsientlaridan tuzilgan matritsa, $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ – vektor-satr, $B = (b_1, b_2, \dots, b_n)$ – ozod hadlardan tashkil topgan vektor-ustun. Bu sistema **n** ta noma'lumli **m** ta chiziqli tenglamalar sistemasi deyiladi. Agar **n=m** bo'lsa, **A** matritsa kvadrat matritsa bo'ladi. Ana shunday matritsaning determinanti $|A| \neq 0$ bo'lsa, A^{-1} matritsa – A matritsaga teskari matritsa mavjud bo'ladi. (2) sistemaning ikki tomonini A^{-1} – matritsaga ko'paytirib, berilgan sistemaning yechimi topiladi:

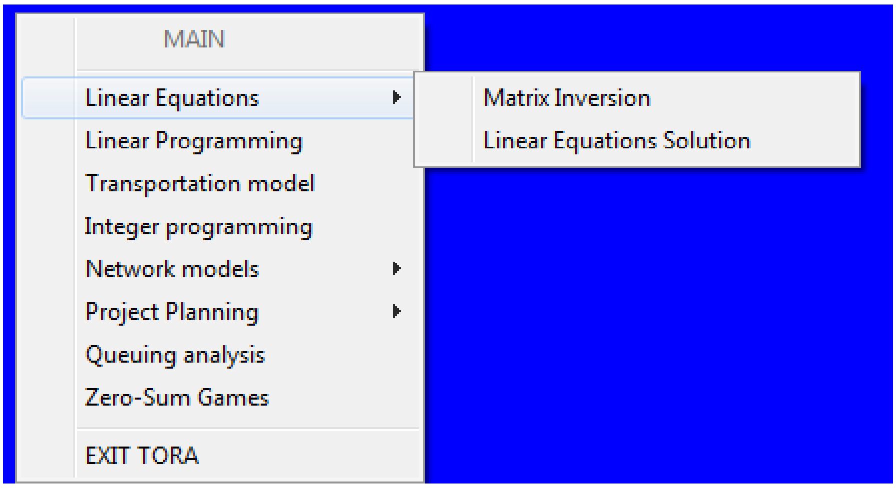
$$X = A^{-1}B \qquad (3)$$

Endi esa yuqorida qarab chiqilgan chiziqli algebraik tenglamalar sistemasini yechish usullaridan iqtisodiyotda foydalanish masalasiga to'xtalib o'taylik.

Ma'lumki, makroiqtisodiyot ko'p tarmoqli iqtisodiyotda faoliyat ko'rsatadi. Bu esa o'z navbatida tarmoqlararo balansni o'rnatishni talab etadi. Har bir tarmoq bir tomondan ishlab chiqaruvchi bo'lsa, ikkinchi tomondan boshqa tarmoqlar ishlab chiqargan mahsulotlarning iste'molchisi hisoblanadi. Bu esa turli ko'rinishdagi mahsulotlarni ishlab chiqarish va iste'mol qilish orqali tarmoqlararo aloqani hisob-kitob qilish masalasining paydo bo'lishiga olib keladi.

Dastlab ushbu muammo matematik model ko'rinishida amerikalik iqtisodchi V.Leont'ev ilmiy ishlarida keltirilgan. Bu model chiziqli algebraik tenglamalar sistemasini tahlil etishga asoslangan.

Dasturning asosiy menyusidagi (1-rasm) birinchi qator, ya'ni **linear equations** tanlansa,



1-rasm.

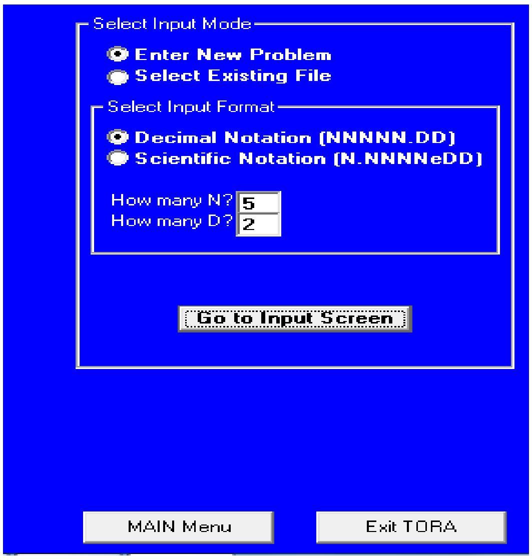
ushbu dastur yordamida berilgan matritsaga teskari matritsani topish va chiziqli tenglamalar sistemasini yechish masalalari hal qilinadi. Ushbu jarayonni aniq misolda ko'rib chiqamiz.

Misol. Ushbu matritsaga teskari matritsa topilsin:

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & -1 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Tora dasturi yordamida ushbu ish quyidagicha bajariladi:

Linear equations menyusidagi ichki menyudan **Matrix Inversion** qatori tanlanib, **Enter** tugmachasi bosilsa, ekranda quyidagi muloqot darchasi paydo bo'ladi (2-rasm):

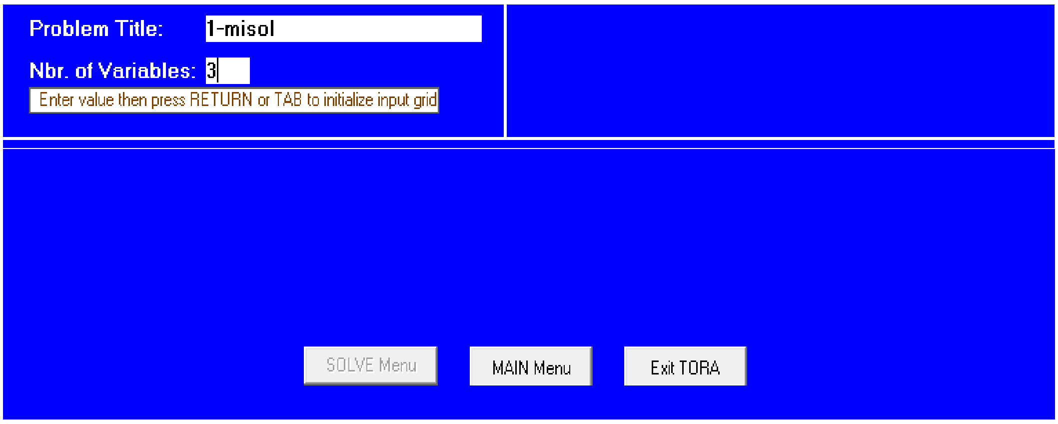


2-rasm

Agar yangi misol kiritmoqchi bo'lsak, **Enter New Problem** qatoriga, avval xotirada fayl sifatida saqlangan misolni yuklamoqchi bo'lsak, **Select Existing File** qatoriga belgi qo'yiladi.

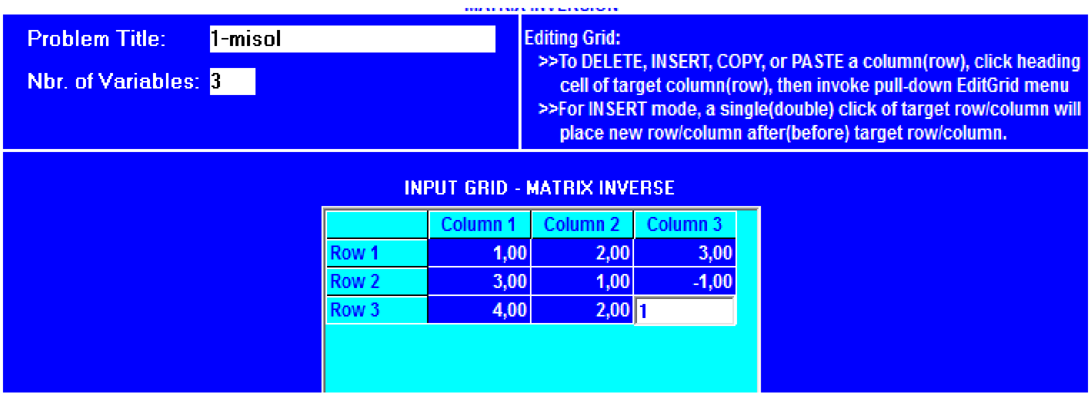
Keyingi qadamda esa sonli qiymatlarning formatlari tanlanadi. Matritsaning qiymatlarini o'nlik kasr ko'rinishida ifodalash uchun **Decimal Notation(NNNNN.DD)** qatoriga, eksponentsial ko'rinishda ifodalash uchun esa **Scientific Notation(N.NNNNeDD)** qatoriga belgi qo'yish kerak. Bu yerda **N** birinchi holda sonning butun qismini, **D** – kasr qismini ko'rsatsa, ikkinchi holda esa **N** lar sonning mantissadagi raqamlar sonini, **D** – daraja ko'rsatkichini ifodalaydi.

Masalani yechishga o'tish uchun **Go To Input Screen** tugmachasi bosiladi. Natijada navbatdagi muloqot darchasi hosil bo'ladi (3-rasm).



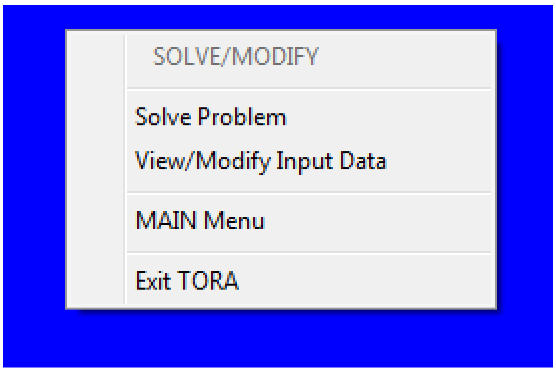
3-rasm

Ushbu darchadagi **Problem Title** satriga masala sarlavhasi, **Nbr. of Variables** satriga esa o’zgaruvchilar soni kiritilgandan so’ng, **Enter** bosilib, berilgan matritsa elementlari kiritiladi (4-rasm).



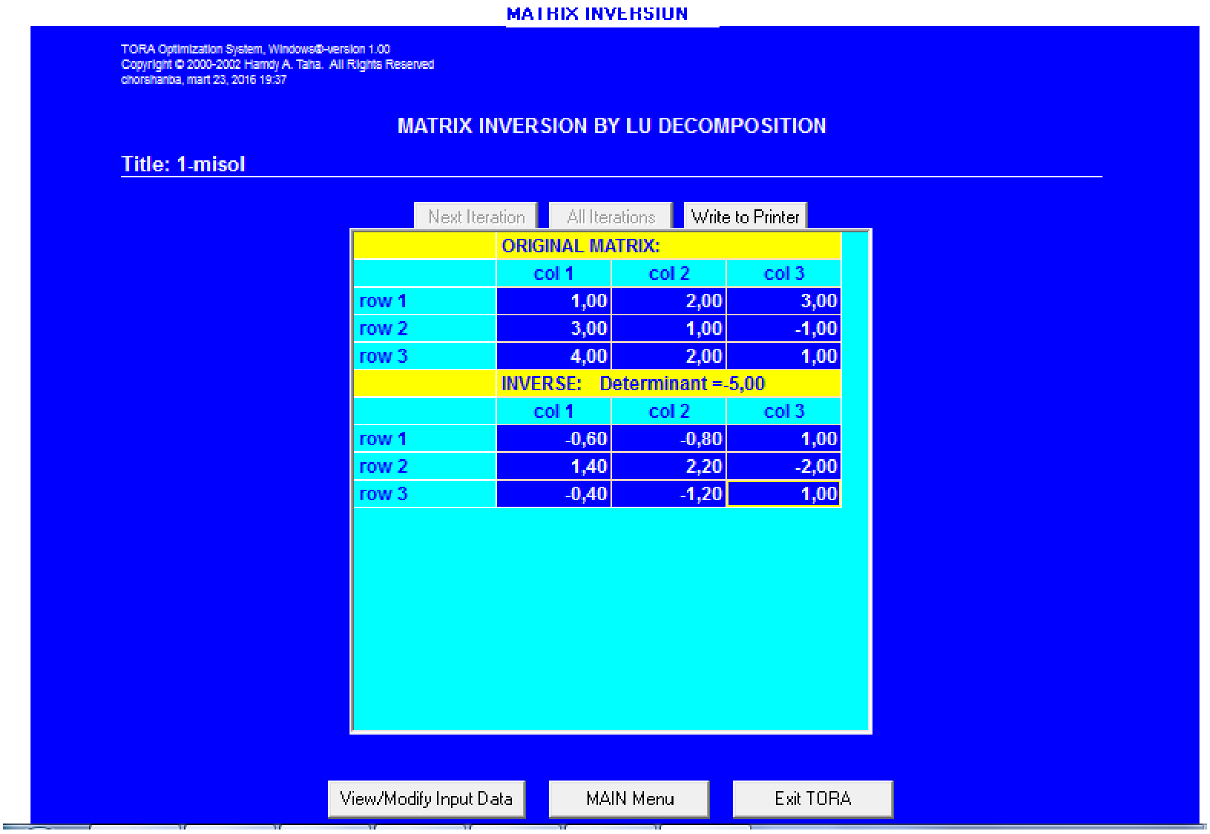
4-rasm

Ushbu matritsaning teskarisini topish uchun yuqoridagi darchaning pastki qismida joylashgan **Solve Menu** tugmachasi bosiladi. Bu vaqtda dastur foydalanuvchidan kiritilgan ma’lumotlarni saqlash yoki saqlamaslik haqida so’raydi. Javob berilgandan so’ng keyingi muloqot darchasi hosil bo’ladi (5-rasm).



5-rasm

Mazkur darchadan **Solve Problem** satri tanlanib, keyingi darchada teskari matritsa qiymatlarining formati tanlanib, **Go To Output Screen** tugmachasi bosilsa masalaning yechimi ekranda hosil bo'ladi (6-rasm).



6-rasm

SHu bilan masala to'liq yechildi. Agar yangi ma'lumotlar kiritilmoqchi bo'lsak, darcha pastida joylashgan **View/Modify Input Data** tugmachasi, asosiy menyuga qaytish uchun **Main Menu** tugmachasi va dasturdan chiqish uchun **Exit TORA** tugmachasi bosiladi.

Agar natijani qog'ozga chop qilmoqchi bo'lsak, darchaning yuqori qismida joylashgan **Write to Printer** tugmachasidan foydalaniladi.

Mustaqil ishlashga doir misollar.

Quyida berilgan matritsalarning teskari matritsasini **Tora** dasturi yordamida toping.

1. $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 4 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ **2.** $A = \begin{bmatrix} 12 & -3 & 21 \\ 4 & 2 & -5 \\ 1 & 7 & 2 \end{bmatrix}$

3. $A = \begin{bmatrix} 11 & -13 & 19 \\ 14 & 20 & -11 \\ 11 & 10 & 12 \end{bmatrix}$ **4.** $A = \begin{bmatrix} 21 & 43 & 21 \\ 7 & 12 & 8 \\ 13 & 5 & 14 \end{bmatrix}$

5. $A = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 15 \\ 5 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 6 \end{bmatrix}$ **6.** $A = \begin{bmatrix} 31 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & -1 \\ 0 & 3 & 2 \end{bmatrix}$

7. $A = \begin{bmatrix} 17 & 4 & 1 \\ 6 & 2 & -8 \\ 1 & 12 & 2 \end{bmatrix}$ **8.** $A = \begin{bmatrix} 9 & 7 & 1 \\ 14 & 12 & -11 \\ 17 & 5 & 2 \end{bmatrix}$

9. $A = \begin{bmatrix} 11 & 13 & 41 \\ 14 & 2 & -1 \\ 1 & 7 & 2 \end{bmatrix}$ **10.** $A = \begin{bmatrix} 1 & -7 & 1 \\ 4 & 8 & 81 \\ 1 & 9 & 2 \end{bmatrix}$

11. $A = \begin{bmatrix} 9 & -7 & 1 \\ 4 & 2 & -1 \\ 1 & 8 & 2 \end{bmatrix}$ 1**2.** $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 21 \\ 4 & 2 & -15 \\ 1 & 7 & 2 \end{bmatrix}$

13. $A = \begin{bmatrix} 6 & -12 & 1 \\ 1 & 21 & -3 \\ 5 & 10 & 2 \end{bmatrix}$ 1**4.** $A = \begin{bmatrix} 22 & 43 & 91 \\ 9 & 13 & 1 \\ 5 & 51 & -4 \end{bmatrix}$

15. $A = \begin{bmatrix} 14 & 9 & 15 \\ 5 & 7 & 4 \\ 3 & -1 & 6 \end{bmatrix}$ 1**6.** $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 7 \\ 1 & -2 & -1 \\ 3 & 6 & 2 \end{bmatrix}$

17. $A = \begin{bmatrix} 7 & 14 & 13 \\ 16 & 12 & -8 \\ 41 & 12 & 23 \end{bmatrix}$ 1**8.** $A = \begin{bmatrix} 19 & 17 & 11 \\ 14 & 12 & -11 \\ 11 & 15 & 20 \end{bmatrix}$

1**9.** $A = \begin{bmatrix} 13 & 15 & 71 \\ 14 & 2 & -21 \\ 51 & 7 & 23 \end{bmatrix}$ 2**0.** $A = \begin{bmatrix} 31 & -17 & 11 \\ 24 & 80 & 81 \\ 11 & 91 & 22 \end{bmatrix}$

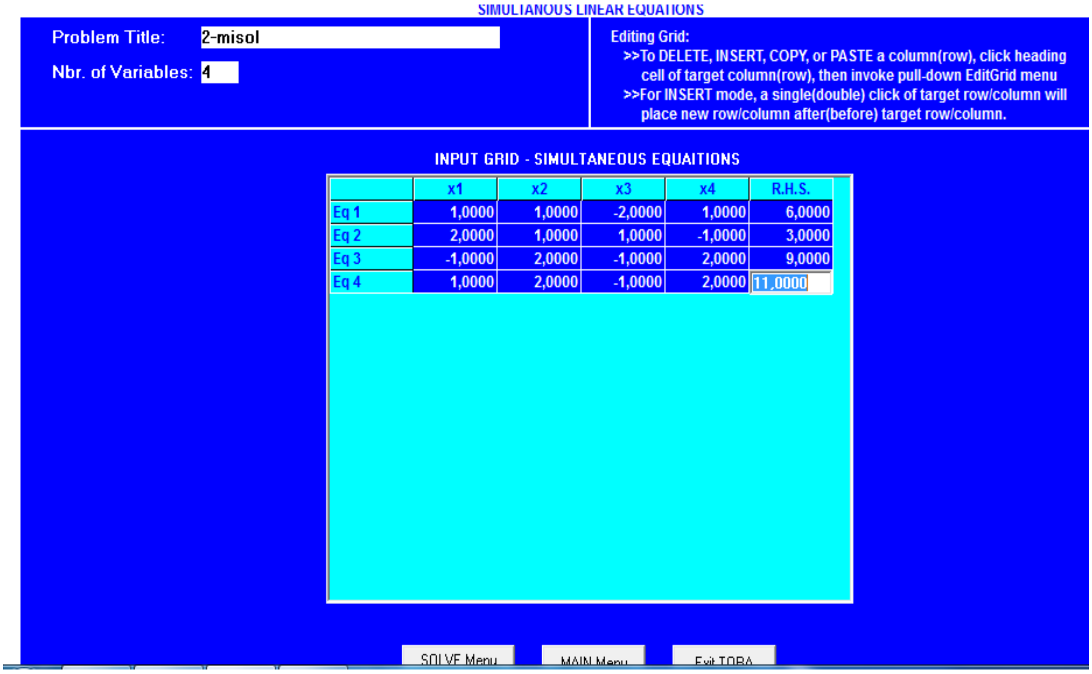
Misol. Quyidagi chiziqli tenglamalar sistemasining yechimlari topilsin.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 6 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 3 \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 9 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 11 \end{cases}$$

Tora dasturi yordamida ushbu misol quyidagicha yechiladi:

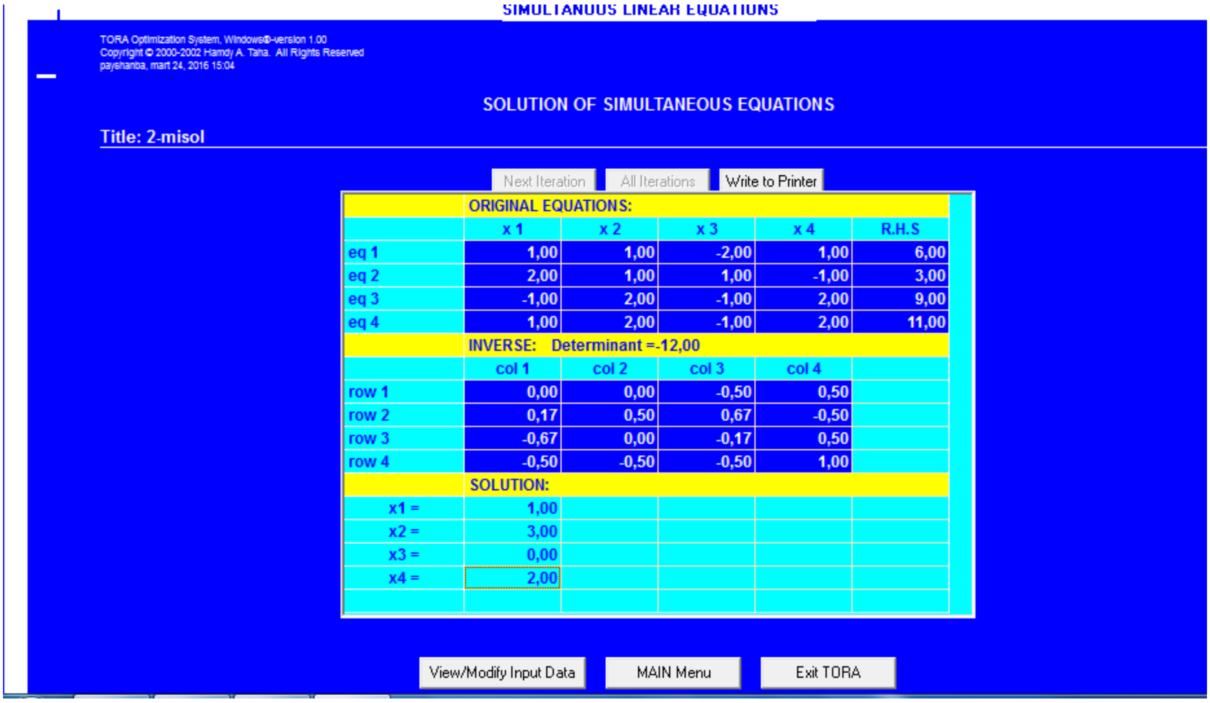
Linear Equations menyusidagi ichki menyudan **Linear Equations Solution** qatori tanlanib, **Enter** tugmachasi bosilsa, ekranda hosil bo’ladigan muloqot darchasi yordamida tenglamalar sistemasi koeffitsientlari formatlari kiritiladi va **Go**

To Input Screen tugmachasi bosilib, keyingi darchada tenglamalar sistemasining koeffitsientlari kiritiladi (7-rasm).



7-rasm

SHundan so’ng **Solve Menu** tugmachasini bosish orqali misolni yechishga o’tiladi. Birinchi misoldagi jarayonlar takrorlangandan so’ng tenglamalar sistemasining yechimi quyidagi darchada berilgandek hosil bo’ladi (8-rasm).



8-rasm

Mustaqil ishlashga doir misollar.

Quyida berilgan chiziqli algebraik tenglamalar sistemasining yechimlarini **Tora** dasturi yordamida toping.

1. $$\begin{cases} 3x_1+2x_2+\ x_3=5 \\ 2x_1+3x_2+\ x_3=1 \\ 2x_1+x_2+\ 3x_3=11 \end{cases}$$

2. $$\begin{cases} x_1+2x_2-\ x_3=6 \\ 2x_1+3x_2+5x_3=11 \\ 3x_1+5x_2+\ 4x_3=8 \end{cases}$$

3. $$\begin{cases} 4x_1-3x_2+\ 2x_3=9 \\ 2x_1+5x_2-3x_3=4 \\ 5x_1+6x_2+\ 2x_3=18 \end{cases}$$

4. $$\begin{cases} x_1+x_2-\ x_3=7 \\ 2x_1+8x_2+5x_3=15 \\ 3x_1+9x_2+\ 4x_3=10 \end{cases}$$

5. $$\begin{cases} 2x_1-x_2-\ x_3=4 \\ 3x_1+4x_2-2x_3=11 \\ 3x_1-2x_2+\ 4x_3=11 \end{cases}$$

6. $$\begin{cases} 4x_1+6x_2+3x_3=17 \\ 2x_1+6x_2+5x_3=12 \\ 3x_1+6x_2+\ 4x_3=9 \end{cases}$$

7. $$\begin{cases} x_1+x_2-\ x_3=1 \\ 8x_1+3x_2-6x_3=2 \\ -4x_1-x_2+\ 3x_3=-3 \end{cases}$$

8. $$\begin{cases} 2x_1-x_2+3x_3=3 \\ x_1+3x_2-2x_3=2 \\ 3x_1+2x_2+x_3=8 \end{cases}$$

9. $$\begin{cases} 7x_1-5x_2=31 \\ 4x_1+11x_3=-43 \\ 2x_1+3x_2+\ 4x_3=-20 \end{cases}$$

10. $$\begin{cases} 5x_1-x_2+3x_3=16 \\ -x_1+3x_2-2x_3=1 \\ 4x_1+2x_2+x_3=7 \end{cases}$$

11. $$\begin{cases} x_1-2x_2+\ 3x_3=6 \\ 2x_1+3x_2-4x_3=20 \\ 3x_1-2x_2-5\ \ 3x_3=6 \end{cases}$$

12. $$\begin{cases} x_1-9x_2+2x_3=5 \\ x_1+3x_2-8x_3=3 \\ x_1-35x_2-2x_3=7 \end{cases}$$

13. $$\begin{cases} x_1+x_2+3x_3=-1 \\ 2x_1-x_2+\ 2x_3=-4 \\ 4x_1+x_2+\ 4x_3=-2 \end{cases}$$

14. $$\begin{cases} 3x_1-3x_2-\ x_3=-6 \\ 3x_1+5x_2+4x_3=17 \\ 4x_1-2x_2+\ 3x_3=9 \end{cases}$$

15. $$\begin{cases} 3x_1+4x_2+\ 2x_3=8 \\ 2x_1-x_2-3x_3=-1 \\ x_1+5x_2+x_3=-7 \end{cases}$$

16. $$\begin{cases} 3x_1+x_2-\ x_3=4 \\ x_1-2x_2+2x_3=1 \\ 4x_1-5x_2+\ x_3=3 \end{cases}$$

17. $$\begin{cases} x_1-4x_2-2x_3=-7 \\ 3x_1+x_2-x_3=5 \\ -3x_1+5x_2+\ 6x_3=7 \end{cases}$$

18. $$\begin{cases} 3x_1+2x_2-x_3=4 \\ x_1-3x_2+2x_3=1 \\ 7x_1+x_3=6 \end{cases}$$

$$\mathbf{19}.\ \begin{cases} 7x_1 - 4x_2 + 3x_3 \ = -11 \\ 2x_1 - 5x_2 + \ 6x_3 \ = 24 \\ 5x_1 + 3x_2 + \ \ 4x_3 \ = -12 \end{cases} \qquad \mathbf{20}.\ \begin{cases} x_1 - 3x_2 - \ 4x_3 \ = -16 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 \ = 7 \\ 3x_1 - 2x_2 + \ 7x_3 \ = 13 \end{cases}$$

3.CHiziqli dasturlash masalasini TORA dasturida yechish texnologiyasi.

CHiziqli dasturlash-matematik modellashtirish usuli bo'lib, chegaralangan resurslardan foydalanishni optimallashtirish uchun ishlab chiqilgan. CHiziqli dasturlash iqtisodiyotning sanoat, qishloq xo'jaligi, transport kabi ko'pgina tarmoqlarida, sog'liqni saqlash tizimi, harbiy soha va hattoki ijtimoiy fanlarda ham keng qo'llaniladi. Ya'ni, ishlab chiqarish, loyihalash, boshqarishni bashorat qilish va shular kabi inson faoliyatining ko'plab amaliy masalalari optimallashtirish masalalarini yechishga keltiriladi.

Bunday masalalar jumlasiga masalan, quyidagilarni keltirish mumkin:

- mahsulotlar assortimenti, ya'ni ishlab chiqarishda, xom ashyoning chegaralanganligini hisobga olgan holda kerakli mahsulotlarni ishlab chiqarishni maksimal darajaga yetkazish;
- shtatlar jadvali, ya'ni shtat birliklarini shunday taqsimlash kerakki, eng yuqori yutuqlarga eng kam xarajat orqali erishish ta'minlansin;
- yuk tashishni rejalashtirish, ya'ni mahsulotlarni bir joydan ikkinchi joyga eng kam xarajat bilan yetkazib berish (transport masalasi);
- aralashma tayyorlash, ya'ni turli xil moddalardan eng kam sarf qilib, eng yuqori sifatli aralashma olish;
- chegaralangan resurslarni taqsimlash;
- murakkab tizimlarni loyihalash va hokazolar.

Umumiy holda optimallashtirish masalasi quyidagi uchta tarkibiy qismga ega bo'ladi:

- maqsad funktsiyasi (optimallashtirish mezoni);
- cheklanishlar;
- chegaraviy shartlar.

CHiziqli dasturlash masalasi (modeli) ko'pgina matematik programmalash masalalari kabi uchta asosiy elementdan tashkil topgan:

1.Aniqlanishi lozim bo'lgan o'zgaruvchilar.

2.Optimallashtirish lozim bo'lgan maqsad funktsiya.

3.O'zgaruvchilar qanoatlantirilishi zarur bo'lgan chegaraviy shartlar.

O'zgaruvchilarni aniqlash matematik modelni ishlab chiqishning birinchi qadami bo'lib, ular to'g'ri tanlangandan so'ng maqsad funktsiya va chegaraviy shartlarni tuzish unchalik murakkab ish emas.

CHegaraviy shartlar qidirilayotgan o'zgaruvchilar olishi mumkin bo'lgan qiymatlar chegarasini ko'rsatadi. CHeklanishlar qidirilayotgan o'zgaruvchilar o'rtasida mavjud bo'lgan bog'lanishlarni aniqlaydi. Maqsad funktsiyasi o'zining maksimum yoki minimum qiymatiga erishishiga izlanayotgan o'zgaruvchilarning ta'sirini bildiradi.

Izlanayotgan o'zgaruvchilarning berilgan chegaraviy shartlar va cheklanishlarni qanoatlantiruvchi qiymatlari qo'yilgan masalaning mumkin bo'lgan yechimlari deb ataladi. Optimallashtirishning asosiy maqsadi berilgan masalaning ko'p sondagi mumkin bo'lgan yechimlari ichidan bajarilishi zarur bo'lgan barcha shartlarni qanoatlantiruvchi eng yaxshisini topish hisoblanadi.

Optimallashtirish masalasining muhim xususiyatlaridan biri o'zgaruvchilar soni **n** va cheklanishlar soni **m** bilan aniqlanuvchi uning o'lchovidir. Agar **n< m** bo'lsa, qo'yilgan optimallashtirish masalasi yechimga ega bo'lmaydi. SHuning uchun ham optimallashtirish masalasining zaruriy talabi **n> m** shartni bajarilishidan iborat.

Qo'yilgan optimallashtirish masalasining mumkin bo'lgan yechimlari to'plami faqat bitta yechimdan iborat bo'lsa, **n= m** shart bajariladi (tenglamalar soni bilan noma'lumlar soni teng).

Iqtisodiyotga tegishli ko'plab optimallashtirish masalalari chiziqli tenglamalar va chiziqli tengsizliklar sistemasi orqali ifodalanadi. SHuning uchun ham ularni chiziqli dasturlash masalalari deb ataladi.

CHiziqli dasturlash - bu matematik dasturlash nazariyasining alohida bo'limi bo'lib, berilgan o'zgaruvchilarga qo'yilgan qo'shimcha chiziqli shartlar asosida, ko'p o'zgaruvchili chiziqli funktsiyaning ekstremumini topishga xizmat qiladi.

Matematikaning iqtisodiy masalalarni yechishga tadbiq etilishi bilan chiziqli dasturlash masalalarini yechish usullari jadal suratlar bilan rivojlana boshladi va universal (masalan, simpleks usuli) hamda maxsus usullar yaratildi. Universal usullar yordamida chiziqli dasturlashga doir ixtiyoriy masalani yechish mumkin. CHiziqli dasturlash masalasining asosiy xususiyati shundan iboratki, maqsad funktsiyasi o'zining ektremum qiymatiga mumkin bo'lgan yechimlarni o'z ichiga olgan sohaning (ko'pburchakning) chegara nuqtalarida erishadi.

CHiziqli dasturlash usulida hisoblash, matematik programmalashning boshqa usullari kabi qo'l mehnati talab etiladi va shu tufayli hisoblash texnikasini qo'llashni talab etidi.

3.1.CHiziqli dasturlash masalasining matematik qo'yilishi.

Matematik dasturlash masalasi deb, n o'lchovli E_n to'plamning qism to'plami **Q** da $(Q \in E_n)$ va E_n ga tegishli $x = x(x_1, x_2, ..., x_n)$ nuqtanlarning koordinatalari x_j lar $\left(j = \overline{1, n}\right)$ orqali berilgan cheklanishlar (tengliklar va tengsizliklar) asosida **n** ta o'zgaruvchiga bog'liq bo'lgan $f(x) = f(x_1, x_2, ..., x_n)$ funktsiyaning **minimum** (yoki **maksimum**) qiymatini topishga aytiladi. Bu yerda $f(x)$ maqsad funktsiyasi, **Q** esa mumkin bo'lgan yechimlar to'plami deb ataladi.

Matematik dasturlash masalasining eng sodda hollaridan biri chiziqli dasturlash masalasi hisoblanadi. CHiziqli dasturlash masalasi umumiy holda quyidagicha ta'riflanadi:

E_n to'plamga tegishli $x = x(x_1, x_2, ..., x_n)$ $(Q \in E_n)$ nuqtalar ichidan berilgan

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i, \qquad i = 1, 2, ..., k; \qquad (4)$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i, \qquad i = k+1, 2, ..., m; \qquad (5)$$

$$x_j \ge 0 \qquad j = 1, 2, ..., n; \qquad (6)$$

shartlarni (cheklanishlarni) qanoatlantiruvchi shunday nuqtalar topilsinki, bu nuqtalarda **n** ta argumentga bog'liq bo'lgan, chiziqli funktsiya

$$f(x) = (x_1, x_2, ..., x_n) = \sum_{j=1}^{n} c_j \cdot x_j \qquad (7)$$

o'zining maksimum (minimum) qiymatiga ega bo'lsin va bu qiymat topilsin ($f(x)$-maqsad funktsiyasi deb ataladi).

Agar chiziqli dasturlash masalasida (5) ko'rinishdagi, ya'ni tengsizlik ko'rinishdagi cheklanishlar qatnashmasa (**k=m** bo'lgan hol), u kanonik ko'rinishdagi chiziqli dasturlash masalasi deb ataladi. Bu holda maqsad funktsiyasini $(x_1, x_2, ..., x_n)$ o'zgaruvchilardan ixtiyoriy birining funktsiyasi ko'rinishda ifodalash mumkin.

3.2.CHiziqli dasturlash masalasini grafik usulda yechish.

Agar chiziqli dasturlash masalasi ikkita o'zgaruvchiga bog'liq bo'lib, (4) ko'rinishda berilgan tenglik shaklidagi cheklanishlar qatnashmasa, bunday masalalarni grafik usulda yechish va tahlil qilish mumkin. Bunday masalalar amaliyot kam uchraydi. Ammo, chiziqli dasturlash masalasining yechimini grafik usulda aniqlash g'oyasi chiziqli dasturlash masalasini yechishning umumiy usulini (simpleks usuli) tuzish uchun asos bo'ladi.

CHiziqli dasturlash masalasini yechish ikki bosqichdan tashkil topadi.

1.Modelning barcha cheklanishlarini qanoatlantiruvchi mumkin bo'lgan yechimlar sohasini tuzish.

2. Mumkin bo'lgan yechimlar sohasi nuqtalari ichidan optimal yechimni topish.

Quyidagi masalani qaraylik:

$$f(x) = c_1 x_1 + c_2 x_2 \to \min \qquad (8)$$

$$a_{i1}\cdot x_1 + a_{i2}\cdot x_2 \le b_i, \qquad i = 1,2,...,m \qquad (9)$$

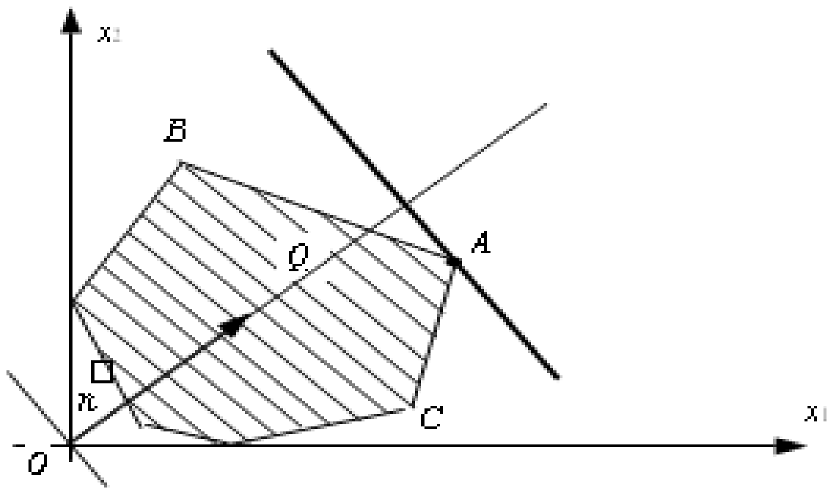
$$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0 \qquad (10)$$

(x_1, x_2) tekislikda (9) ko'rinishda berilgan ixtiyoriy tengsizlik, $a_{i1}\cdot x_1 + a_{i2}\cdot x_2 = b_i$ to'g'ri chiziqdan bir tomonda yotgan yarim tekislikni ifodalaydi. Bu yarim tekislikni aniqlash uchun shu tekislikda yotgan ixtiyoriy nuqtaning koordinatasini (6) tengsizlikka qo'yib uni bajarilishini tekshirish kifoya.

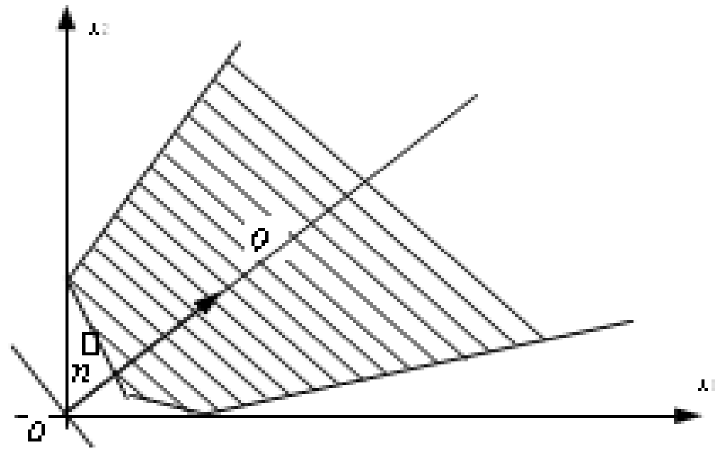
SHunday qilib, qo'yilgan (8) – (10) masalaning mumkin bo'lgan to'plami **Q** birinchi chorakda $\left(x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0\right)$ joylashgan va yarim tekisliklarning kesishishidan hosil bo'lgan ko'pburchakdan iborat bo'ladi.

Bu yerda quyidagi uchta holdan biri bo'lishi mumkin:

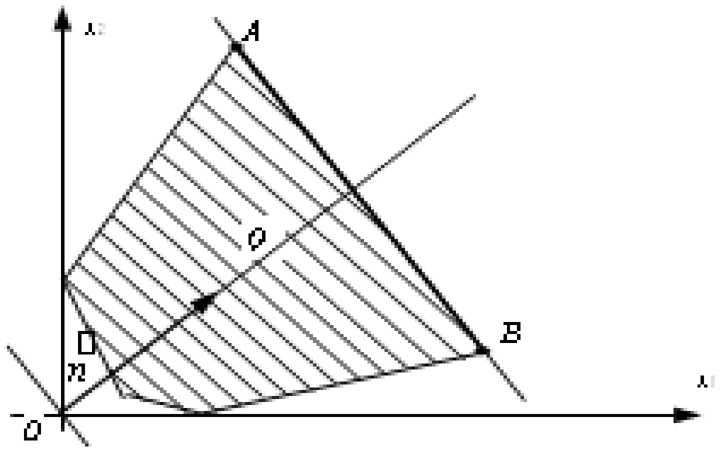
- bo'sh to'plam (masala yechimga ega emas);
- qabariq ko'pburchak (masala yechimi ko'pburchakning burchak nuqtasida joylashgan hol, 9-rasm);
- chegaralanmagan ko'pburchak (masala yechimga ega emas, 10-rasm).
- qabariq ko'pburchak(masala cheksiz ko'p yechimga ega, 11-rasm)



9-rasm



10-rasm



11-rasm

Yuqorida berilgan (8)-(10) masalani yechish uchun (8) tenglik bilan berilgan maqsad funktsiyasi $f(x)$ning parallel to'g'ri chiziqlardan iborat bo'lgan sath chiziqlari oilasini hosil qilamiz:

$$c_i \cdot x_1 + c_2 \cdot x_2 = c \qquad (c = const) \qquad (11)$$

U holda quyidagi antigradient (vektor):

$$-f'(x) = (-c_1, -c_2) = \vec{e} \qquad (12)$$

(11) tenglama bilan berilgan to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'ladi va $f'(x)$ funktsiyaning kamayish yo'nalishini ko'rsatadi.

Agar (11) tenglama bilan berilgan ixtiyoriy to'g'ri chiziqni *БI* to'plam bilan hech bo'lmaganda bitta umumiy nuqtaga ega bo'ladigan holatga kelguncha $\vec{e}$

vektor yo'nalishi bo'yicha parallel ko'chirsak, u holda bu to'g'ri chiziq o'zining oxirgi holatida **Q** ga tegishli shunday nuqtadan o'tadiki, bu nuqtada maqsad funktsiyasi $f(x)$ o'zining eng kichik qiymatiga ega bo'ladi.

Quyidagi berilgan misollar orqali grafik usul bilan yaqindan tanishamiz.

Misol. Berilgan chiziqli dasturlash masalasini grafik usulni qo'llab yeching.

$$z = 5x_1 + 2x_2 \to \max,$$

$$\begin{cases} 10x_1 + 5x_2 \le 180 \\ 7x_1 + 7x_2 \le 140 \\ 5x_1 + 10x_2 \le 150 \\ x_1 \ge 6, \quad x_1 \ge 4, \end{cases}$$

Echish.

$$x_2 = 36 - 2x_1$$

$$x_2 = 20 - x_1$$

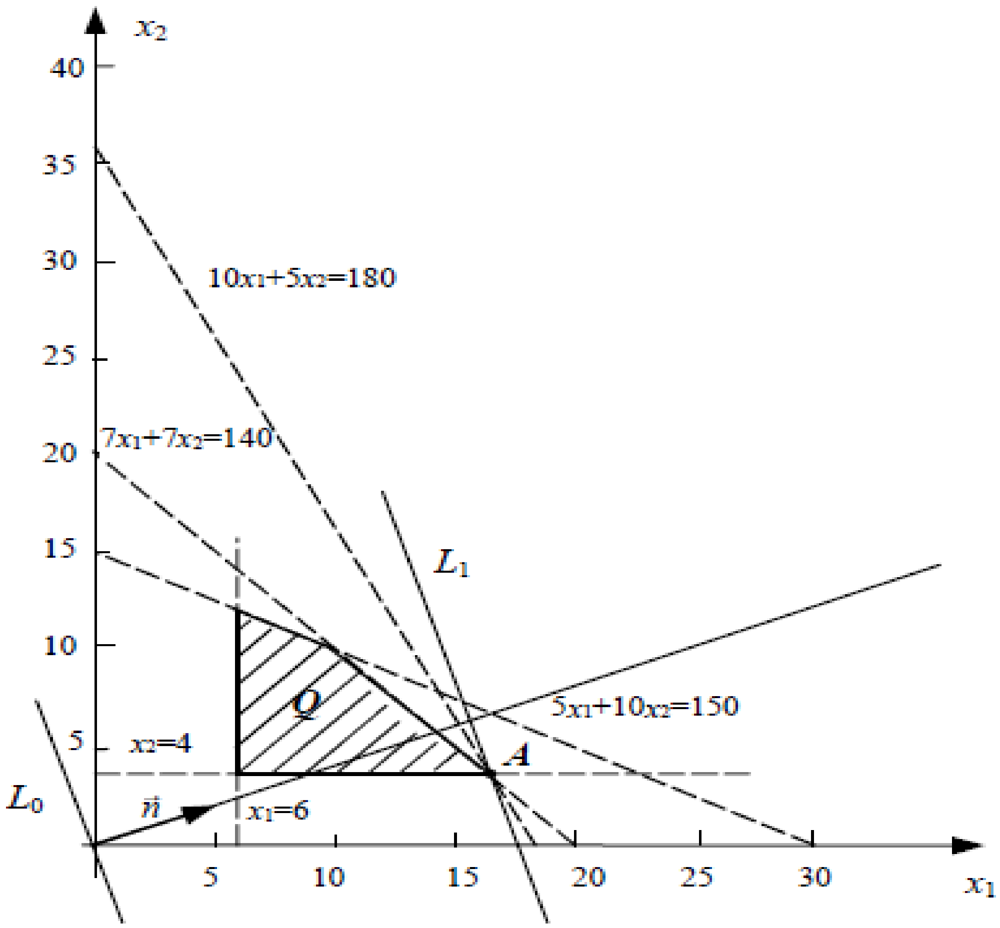
$$x_2 = 15 - 0.5x_1$$

$$x_1 = 6, \; x_2 = 4,$$

to'g'ri chiziqlar grafigini yasab, (x_1, x_2)tekislikda **Q** to'plamni (ABCDE ko'p-burchakni), berilgan maqsad funktsiyasidan esa

$$5x_1 - 2x_2 = c$$

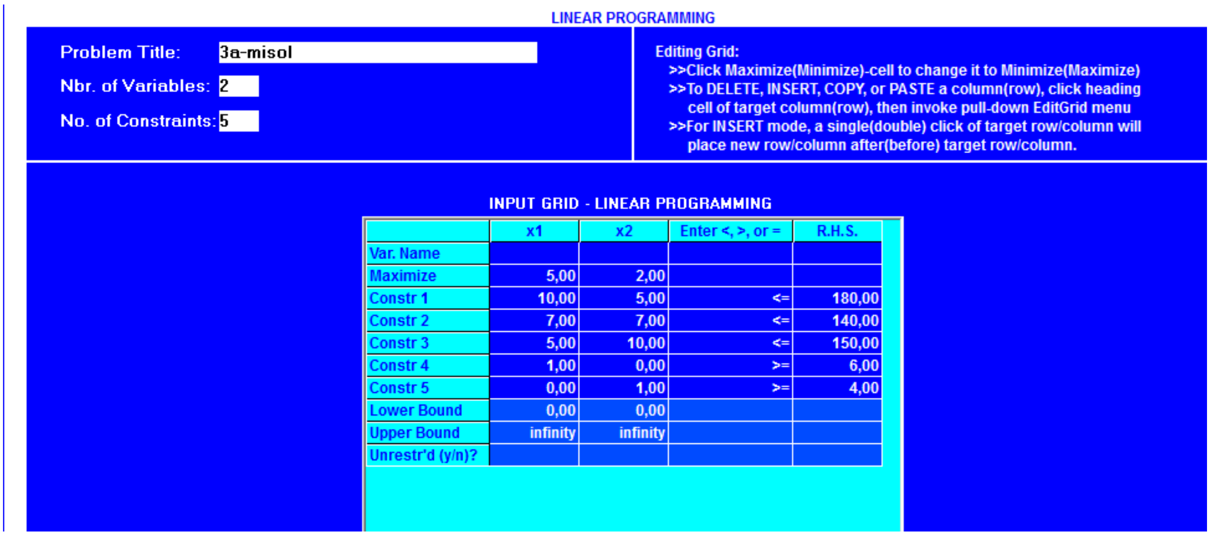
to'g'ri chiziq tenglamasini va c=-10 da sath chiziqlardan biri $5x_1 - 2x_2 = -10$ yoki $5x_1 - 2x_2 = 10$ ni hosil qilamiz. Berilgan masalani mumkin bo'lgan yechimlari yotgan to'plamning geometrik tasviri hosil bo'ladi (12-rasm).



12-rasm.

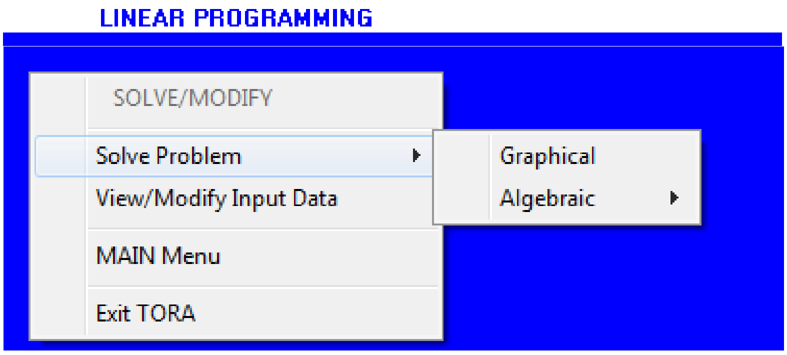
Yuqorida ko’rib o’tganimizdek, **Tora** dasturi muloqot oynalari orqali foydalanuvchiga masalani yechish jarayonini osonlashtirib boradi. Har bir masalani **Tora** dasturi orqali yechishda, avvalo, uning iqtisodiy-matematik modelini tuzish lozim. Ushbu tuzilgan iqtisodiy-matematik modelning sonli axborotlari **Tora** dasturidagi istalgan masalani yechishga asos bo’ladi.

Qarab chiqilgan chiziqli dasturlash masalasini grafik usulda yechish uchun quyidagi muloqot oynasiga masalaning berilishini kiritish zarur (13-rasm).



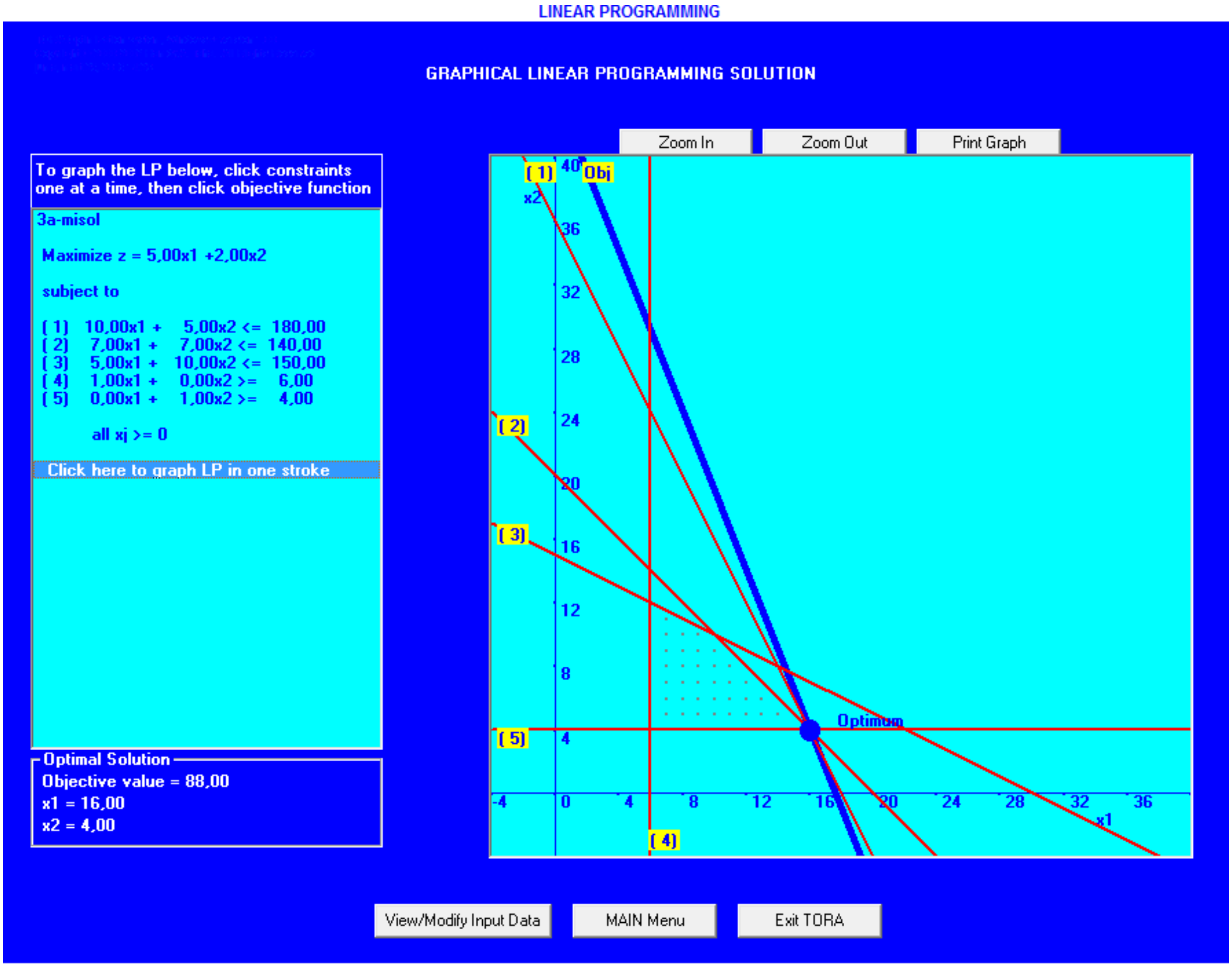
13-rasm.

Ma’lumotlar kiritilib bo’lingandan so’ng masalani yechish uchun quyidagi darchadan **Solve Problem** quyi menyusidan **Graphical** satri tanlanadi (14-rasm).



14-rasm.

Navbatdagi qadamda 2-rasmdagi keltirilgan muloqot oynasidagi savollarga javob berib, masalani yechishga o’tish uchun **Go To Input Screen** tugmachasi bosilishi talab etiladi. Natijada 15-rasmda tasvirlangan muloqot oynasi paydo bo’ladi. Grafikni ekranga chiqarish uchun ushbu muloqot oynasida joylashgan **Click here to graph LP in one stroke** tugmachasini bosish talab etiladi.



Hosil bo'lgan yuqoridagi grafikni qog'ozga chiqarish uchun muloqot oynasining yuqori o'ng burchagida joylashgan **Print Graph** tugmachasi bosiladi.

Mustaqil ishlashga doir misollar.

Quyida berilgan chiziqli dasturlash masalasini **Tora** dasturi yordamida grafik usulda yechilsin.

1.
$$f(x) = 2x_1 + 3x_2 \to \max$$
$$x_1 + 2x_2 \le 1,$$
$$2x_1 + x_2 \le 1,$$
$$x_1, x_2 \ge 0.$$

2.
$$f(x) = x_1 + x_2 \to \max$$
$$x_1 + 2x_2 \le 8,$$
$$-2x_1 + x_2 \le 4,$$
$$x_1 + 3x_2 \ge 9,$$
$$x_1, x_2 \ge 0.$$

3.
$$f(x) = -5x_1 + 5x_2 \to \min,$$
$$-x_1 - x_2 \le 4,$$
$$x_1 - 2x_2 \le 2,$$
$$x_1 + x_2 \le 15$$
$$x_1, x_2 \ge 0.$$

4.
$$f(x) = -x_1 - 3x_2 \to \min,$$
$$2x_1 + x_2 \le 2,$$
$$x_1 - x_2 \ge 0,$$
$$x_1 - x_2 \le 1,$$
$$x_1, x_2 \ge 0.$$

5.
$$f(x) = -2x_1 - x_2 \to \min,$$
$$2x_1 + x_2 \ge 1.$$
$$3x_1 - x_2 \ge -1,$$
$$x_1 - 4x_2 \le 2,$$
$$x_1, x_2 \ge 0.$$

6.
$$f(x) = -x_1 - x_2 \to \min,$$
$$x_1 \le 3,$$
$$x_2 \le 2,$$
$$x_1 + x_2 \le 1,$$
$$x_1, x_2 \ge 0.$$

7.
$$f(x) = -x_1 - 4x_2 \to \min,$$
$$x_1 \le 2,$$
$$x_1 + 2x_2 \ge 2,$$
$$x_2 \le 2,$$
$$x_1 + x_2 \le 3.$$
$$x_1, x_2 \ge 0.$$

8.
$$f(x) = -x_1 - x_2 \to \min,$$
$$x_1 + x_2 \ge 1,$$
$$x_1 - x_2 \ge -1,$$
$$x_1 - x_2 \le 1,$$
$$x_1 \le 2,$$
$$x_2 \le 2,$$
$$x_1, x_2 \ge 0.$$

9.
$$\begin{aligned} f(x) = -2x_1 - x_2 &\to \min, \\ x_1 + 2x_2 &\ge 2, \\ 2x_1 - x_2 &\ge 0, \\ x_1 - 2x_2 &\le 0, \\ x_1 - x_2 &\ge -1, \\ x_{1,} \quad x_2 &\ge 0. \end{aligned}$$

10.
$$\begin{aligned} f(x) = -x_1 - x_2 &\to \min, \\ 2x_2 &\ge 1, \\ x_1 + x_2 &\le 3, \\ x_1 &\le 2, \\ x_2 &\le 2, \\ 2x_{1,} + x_2 &\ge 2. \\ x_{1,} \quad x_2 &\ge 0. \end{aligned}$$

11.
$$\begin{aligned} f(x) = -x_1 + 3x_2 &\to \max, \\ 2x_1 - 3x_2 &\ge 1 \\ x_1 - x_2 &\le 3, \\ x_1 + x_2 &\ge 15, \\ x_1 &\ge 0{,}1 = 1{,}2 \end{aligned}$$

12.
$$\begin{aligned} f(x) = 2x_1 + 3x_2 &\to \max, \\ x_1 + 3x_2 &\le 18, \\ 2x_1 + x_2 &\le 16, \\ x_2 &\le 5, \\ x_1 &\le 7, \\ x_j &\ge 0,\ j = 1,.2. \end{aligned}$$

13.
$$\begin{aligned} f(x) = x_1 + x_2 &\to \max. \\ 3x_1 + 5x_2 &\le 15, \\ -x_1 + x_2 &\le 2, \\ 10x_1 + 7x_2 &\le 35, \\ x_j &\ge 0,\ \ j = 1{,}2. \\ . \end{aligned}$$

14.
$$\begin{aligned} f(x) = x_1 - 10x_2 &\to \min, \\ 3x_1 + x_2 &\le 12, \\ -8x_1 + 3x_2 &\le 24, \\ x_j &\ge 0,\ \ j = 1{,}2. \\ . \end{aligned}$$

15.
$$\begin{aligned} f(x) = -x_1 - 3x_2 &\to \min, \\ x_1 + 2x_2 &\le 4, \\ 2x_1 + x_2 &\le 4, \\ -2x_1 + 3x_2 &\le 9, \\ 6x_2 + 9x_3 &\le 36, \\ .\ x_j &\ge 0, \quad j = 1,.2. \end{aligned}$$

16.
$$\begin{aligned} f(x) = -3x_1 + 2x_2 &\to \min, \\ 3x_1 - 2x_2 &\ge 2, \\ x_1 + x_2 &\le 3, \\ 4x_1 + 5x_2 &\le 10 \\ , \\ x_j &\ge 0,\ j = 1,.2. \end{aligned}$$

17.
$$\begin{aligned} f(x) = -13x_1 + 7x_2 &\to \max \\ 2x_1 + x_2 &\le 5, \\ 3x_1 - x_2 &\ge 3, \\ x_1 \le 10, \quad x_2 &\ge 2 \\ x_j &\ge 0,\ j = 1,.2. \end{aligned}$$

18.
$$\begin{aligned} f(x) = 5x_1 + 4x_2 &\to \max, \\ 2x_1 + 5x_2 &\le 20, \\ 8x_1 + 5x_2 &\le 40, \\ 5x_1 + 6x_2 &\ge 30 \qquad , \\ x_j &\ge 0,\ j = 1,.2. \end{aligned}$$

19.
$$\begin{gathered} f(x) = -3x_1 - 2x_2 \to \min, \\ x_1 + 2x_2 \le 7, \\ 2x_1 + x_2 \le 8, \\ x_2 \le 3 \quad , \\ x_j \ge 0,\ j = 1,.2. \end{gathered}$$

20.
$$\begin{gathered} f(x) = x_1 + 2x_2 \to \max, \\ x_1 + x_2 \ge 1, \\ -2x_1 + x_2 \le 1, \\ x_1 - 2x_2 \le 0 \quad , \\ x_j \ge 0,\ j = 1,.2. \end{gathered}$$

20.
$$\begin{gathered} f(x) = x_1 + 2x_2 \to \max, \\ 2x_1 + 4x_2 \le 14, \\ 4x_1 + 2x_2 \le 16, \\ x_2 \le 4 \quad , \\ x_j \ge 0,\ j = 1,.2. \end{gathered}$$

22.
$$\begin{gathered} f(x) = -2x_1 - x_2 \to \min, \\ 2x_1 + 3x_2 \le 6, \\ 2x_1 + x_2 \le 8, \\ x_2 \le 5 \quad , \\ x_j \ge 0,\ j = 1,.2. \end{gathered}$$

23.
$$\begin{gathered} f(x) = 2x_1 + x_2 \to \max, \\ x_1 + 3x_2 \le 9, \\ x_1 + 2x_2 \le 8, \\ x_1 \le 15 \quad , \\ x_j \ge 0,\ j = 1,.2. \end{gathered}$$

24.
$$\begin{gathered} f(x) = 5x_1 + 2x_2 \to \max, \\ 10x_1 + 5x_2 \le 18, \\ 7x_1 + 2x_2 \le 14, \\ 5x_1 + 10x_2 \le 15 \quad , \\ x_j \ge 0,\ j = 1,.2. \end{gathered}$$

25.
$$\begin{gathered} f(x) = 2x_1 + 3x_2 \to \max, \\ x_1 + 9x_2 \le 7, \\ x_1 + 10x_2 \le 3, \\ 30x_1 + 2x_2 \le 14, \\ x_j \ge 0,\ j = 1,.2. \end{gathered}$$

3.3. CHiziqli dasturlash masalasini simpleks usulida yechishni TORA dasturida amalga oshirish.

CHiziqli dasturlash masalasini simpleks usulida yechishda dastlab, u qandaydir bazis o’zgaruvchiga nisbatan kanonik ko’rinishga keltirilishi lozim. Masalani yechish qadamlari simpleks jadval ko’rinishda ifodalanib, davom ettirish qulay. Bir tayanch yechimdan ikkinchisiga o’tish bazisga erkli o’zgaruvchilardan birini kiritish orqali amalga oshiriladi. Bunda bizis o’zgaruvchining biri erkli o’zgaruvchiga aylanadi, ya’ni $x_j \leftrightarrow x_p$. Bir bazisdan ikkinchisiga o’tish Jordan-Gauss usuli yordamida amalga oshiriladi. Bunda simpleks jadvaldagi hisoblashlar quyidagicha amalga oshiriladi:

1. Hal qiluvchi element teskarisiga almashtiriladi $d_{ip} \to 1/d_{ip}$
2. Hal qiluvchi **L** satr elementlari hal qiluvchi element dip ga bo'linadi.
3. Hal qiluvchi ustun **R** elementlari, (hal qiluvchi elementdan tashqarisi) $-d_{ip}$ ga bo'linadi.
4. Simpleks-jadvalning hal qiluvchi satr va ustunlarga kirmagan elementlari to'rt burchak qoidasiga ko'ra qayta hisoblanadi.

Simpleks usuli ikki bosqichdan iborat.

Birinchi bosqichda chegaraviy shartlar tizimi uchun tayanch yechim topiladi yoki chegaraviy shartlar tizimi birgalikda emasligi (mumkin bo'lgan yechimlar to'plami- bo'sh) tekshiriladi.

Ikkinchi bosqichda maqsad funktsiyaning chegaralanmaganligi isbotlanadi yoki optimal yechim topiladi.

Simpleks usuli algoritmi:

1.1. Chiziqli dasturlash masalasining umumiy ko'rinishda shakllantiriladi;

1.2. .CHiziqli dasturlash masalasiga sun'iy bazislar kiritilib, kanonik ko'rinishga keltiriladi va simpleks-jadval tuziladi;

1.3. .Agar o'zgarmaslar ustunida manfiy element bo'lmasa, u holda 1.4-bandga o'tiladi, aks holda manfiy element topiladi. **Agar manfiy o'zgarmas bo'lgan satrda manfiy element bo'lmasa, u holda yechim yo'q.** Agar manfiy element bo'lsa, unga mos ustun hal qiluvchi ustun hisoblanadi. Ushbu ustun elementlar ichidan (o'zgarmaslar ishorasi bilan bir hil bo'lganlaridan) hal qiluvchi element topiladi. Ular ichidan o'zgarmasni ustunning mos elementiga nisbatining eng kichigi olinadi. Undan so'ng simpleks jadval mazkur hal qiluvchi elementga nisbatan qayta hisob kitob qilinadi. Agar qayta hisoblashdan yoki absolyut qiymati bo'yicha kamaymasa, bu hol tayanch yechimning yo'qligi ko'rsatadi;

1.4. O'zgarmaslar ustunida barcha hadlar nomanfiy bo'lsa, tayanch yechim topilgan hisoblanadi va ikkinchi bosqichga o'tamiz.

2.1. **Maqsad funktsiyaning chegaralanmaganlik alomati**

Agar simpleks jadvalning **Z** satrda (maqsad funktsiya koeffitsentlaridan tashkil topgan) musbat element bo'lsa va unga mos keluvchi ustunda musbat elementlar yo'q bo'lsa, u holda maqsad funktsiya chegaralanmagan bo'ladi.

Echimning optimallik alomati.

Agar **Z** satrdagi erkli o'zgaruvchilarga tegishli barcha koeffitsientlar musbat bo'lmasa, ushbu tayanch yechim optimal hisoblanadi.

Agar tayanch yechimning optimallik alomati yoki maqsad funktsiyaning chegaralanmaganlik alomatlari bajarilmasa, **Z** satrdan qandaydir musbat element topiladi va unga mos kelgan ustun hal qiluvchi bo'ladi, ya'ni bazisga X_r erkin o'zgaruvchi kiritiladi. Hal qiluvchi ustun elementlar ichidan (mos o'zgarmaslar bilan bir hil ishoralari ichidan) $d_{ip} = \min\left(\frac{b_i}{d_{ip}}\right)$ shartini qanoatlantiruvchisini hal qiluvchi element deb qabul qilamiz. SHundan so'ng simpleks jadvalda d_{ip} xal qiluvchi elementiga nisbatan qayta hisoblash amalga oshiriladi.

2.2. Agar optimallik alomati yoki maqsad funktsiyaning chegaralanmaganlik alomati bajarilsa- algoritim tugaydi.

Tajribalar shuni ko'rsatadiki, chiziqli dasturlash masalasini simpleks usulda yechishda 1,5 *m* tadan 3 *m* tagacha (bu yerda *m*-chegaraviy shartlar tizimidagi o'zgaruvchi soni) simpleks jadvalni qayta hisoblashlar bajariladi.

Endi chiziqli dasturlash masalasini umumiy holda, ya'ni simpleks usulida yechish bosqichlarini qarab chiqamiz.

Misol. Faraz qilaylik berilgan masalaning qiymatlarga ega bo'lgan iqtisodiy matematik modeli (13), (14), va (15) ifodalar bilan berilgan bo'lsin.

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + 6x_3 \geq 62 \\ 6x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 30 \\ 4x_1 + 6x_2 + 4x_3 \geq 44 \end{cases} \qquad (13)$$

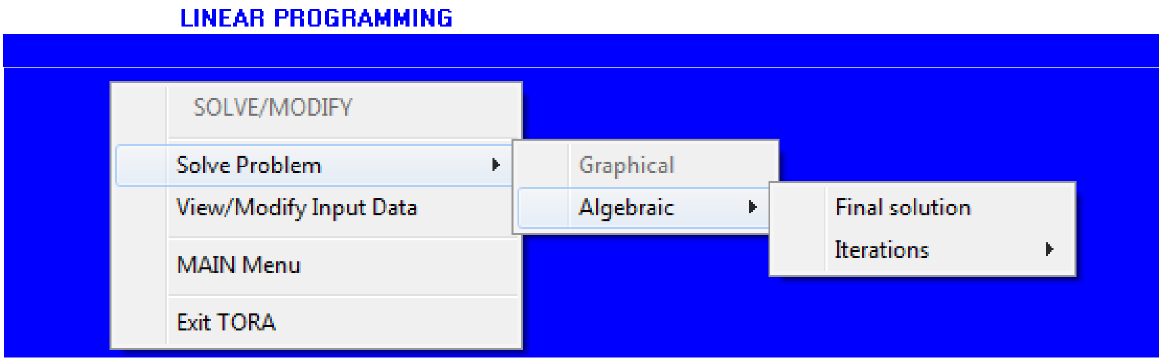
$$x_j \geq 0, \quad j = 1,2,3. \qquad (14)$$

$$F(x) = 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 \to min \qquad (15)$$

Qarab chiqilgan chiziqli dasturlash masalasini simpleks usulda yechish uchun quyidagi muloqot oynasiga yuqorida keltirilgan masalaning berilganlarini kiritamiz (16-rasm).

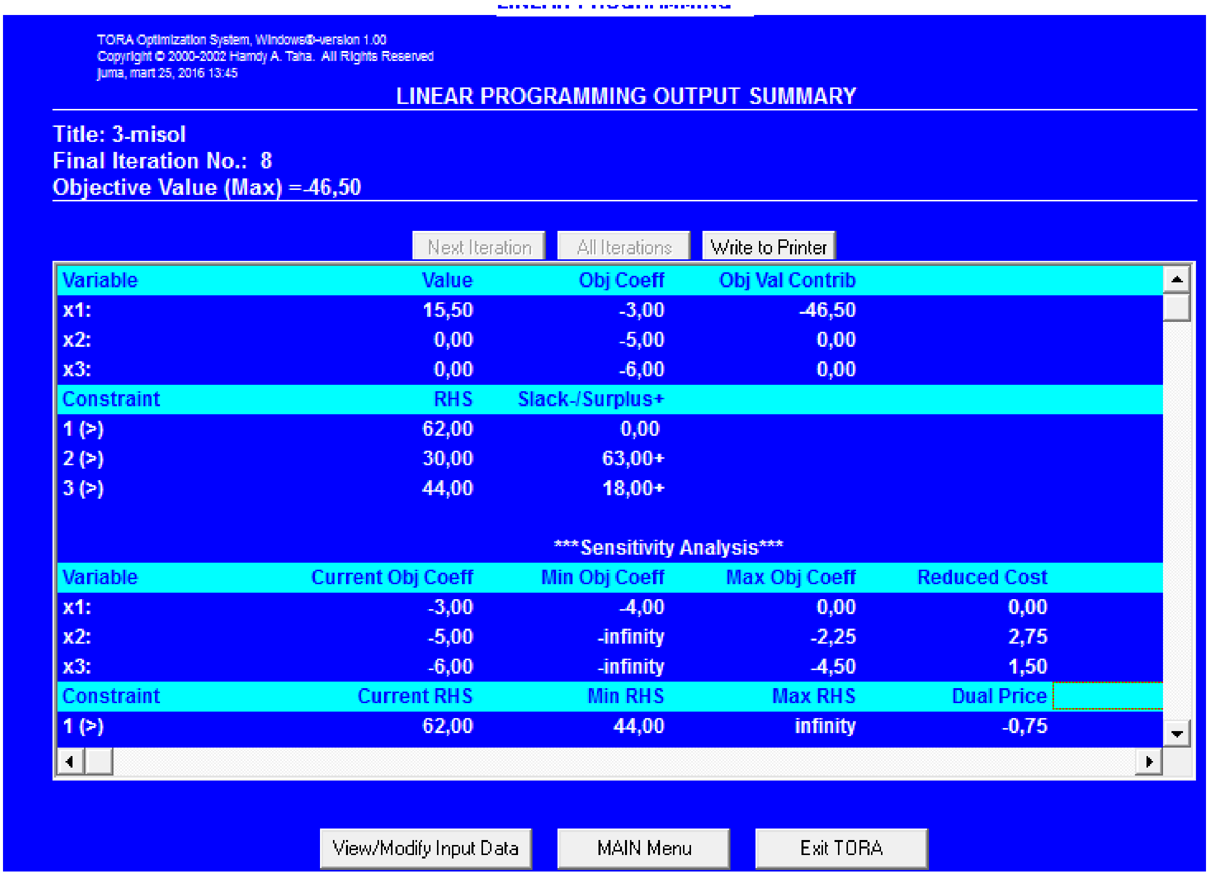
16-rasm.

Ma’lumotlar kiritilib bo’lingandan so’ng, masalani yechish uchun quyidagi darchadan **Solve Problem** quyi menyusidan **Algebraic** satri va undan so’ng, agar yakuniy natijani olmoqchi bo’lsak, **Final Solution** quyi satrini, agar iteratsiya qadamlaridagi natijani ko’rmoqchi bo’lsak, **Iteration** quyi satri tanlanishi kerak (17 -rasm).



17-rasm.

Navbatdagi qadamda 2-rasmdagi keltirilgan muloqot oynasidagi savollarga javob berilib, masalani yechishga o’tish uchun **Go To Input Screen** tugmachasi bosilishi talab etiladi. Yakuniy natija quyida keltirilgan muloqot oynasida hosil bo’ladi (18-rasm).



TORA Optimization System, Windows®-version 1.00
Copyright © 2000-2002 Hamdy A. Taha. All Rights Reserved
Juma, mart 25, 2016 13:45

LINEAR PROGRAMMING OUTPUT SUMMARY

Title: 3-misol
Final Iteration No.: 8
Objective Value (Max) =-46,50

Next Iteration | All Iterations | Write to Printer

Variable	Value	Obj Coeff	Obj Val Contrib
x1:	15,50	-3,00	-46,50
x2:	0,00	-5,00	0,00
x3:	0,00	-6,00	0,00

Constraint	RHS	Slack-/Surplus+
1 (>)	62,00	0,00
2 (>)	30,00	63,00+
3 (>)	44,00	18,00+

Sensitivity Analysis

Variable	Current Obj Coeff	Min Obj Coeff	Max Obj Coeff	Reduced Cost
x1:	-3,00	-4,00	0,00	0,00
x2:	-5,00	-infinity	-2,25	2,75
x3:	-6,00	-infinity	-4,50	1,50

Constraint	Current RHS	Min RHS	Max RHS	Dual Price
1 (>)	62,00	44,00	infinity	-0,75

View/Modify Input Data | MAIN Menu | Exit TORA

18-rasm.

Natijani bosmaga chiqarish uchun muloqot oynasining yuqori o'ng burchagida joylashgan **Write to Printer** tugmachasi bosish kifoya.

Mustaqil ishlashga doir misollar.

Quyida berilgan chiziqli dasturlash masalalari **Tora** dasturi yordamida simpleks usulida yechilsin.

1. $f(x) = -5x_1 + 4x_2 - x_3 - 3x_4 - 5x_5 \to min$

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_4 + x_5 = 5 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 2x_4 + x_5 = 6 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 9 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = 1, \dots, 5; \quad x^{(0)} = (0, 0, 1, 2, 1).$$

2. $f(x) = -x_1 - x_2 - x_3 - x_4 + 4x_5 \to min$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 - 6x_5 = 7 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 3x_4 - 7x_5 = 10 \\ -3x_1 + x_2 + x_3 - 7x_4 + x_5 = 1 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = 1, \dots, 5; \quad x^{(0)} = (1, 2, 2, 0, 0).$$

3. $f(x) = 2x_1 + x_2 + x_3 + 7x_4 - 2x_5 \to min$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 - x_5 = 7 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - 7x_4 + x_5 = 6 \end{cases}$$

$x_j \geq 0, j = 1, \dots, 5; \quad x^{(0)} = (2, 1, 2, 0, 0).$

4. $f(x) = x_1 - 3x_2 - 3x_3 + 6x_4 + 3x_5 \to min$

$$\begin{cases} -2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 1 \\ -8x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 - 4x_5 = 1 \\ -x_1 - 4x_2 + 2x_3 - 3x_4 + 3x_5 = 1 \end{cases}$$

$x_j \geq 0, j = 1, \dots, 5; \quad x^{(0)} = (0, 1, 1, 0, 1).$

5. $f(x) = -2x_1 + x_2 + 4x_3 - x_4 - x_5 \to min$

$$\begin{cases} x_2 + 2x_4 - x_5 = 1 \\ x_1 - x_4 - x_5 = 1 \\ 2x_2 + x_3 + 2x_5 = 4 \end{cases}$$

$x_j \geq 0, j = 1, \dots, 5; \quad x^{(0)} = (1, 1, 2, 0, 0).$

6. $f(x) = x_1 - x_2 - x_3 - x_4 - 3x_5 \to min$

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + x_4 + x_5 = 3 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 - 2x_5 = 1 \\ -3x_1 + 2x_3 - x_4 + 2x_5 = 1 \end{cases}$$

$x_j \geq 0, j = 1, \dots, 5; \quad x^{(0)} = (0, 1, 1, 1, 0).$

7. $f(x) = -3x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 2x_4 - x_5 \to min$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ -x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_2 + x_3 + x_5 = 2 \end{cases}$$

$x_j \geq 0, j = 1, \dots, 5;$

8. $f(x) = -x_1 - 4x_4 \to min$

$$\begin{cases} -x_1 - 2x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = 13 \\ -2x_1 + 2x_2 + 4x_4 + x_5 = 5 \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + 2x_5 = 5 \end{cases}$$

$x_j \geq 0, j = 1, \dots, 5;$

9. $f(x) = -34x_1 + x_2 + 3x_3 - 3x_4 \to min$

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 9 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 6 \end{cases}$$

$x_j \geq 0, j = 1, \ldots, 4;$

$$\mathbf{10.} f(x) = -x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 \to min$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ -3x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 6 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 2 \end{cases}$$

$x_j \geq 0, j = 1, \ldots, 4;$

$$\mathbf{11.} f(x) = -3x_1 + x_3 - 2x_4 \to min$$

$$\begin{cases} 15x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + x_5 = 4 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 = 3 \\ x_3 + 5x_4 + 2x_5 = 7 \end{cases}$$

$x_j \geq 0, j = 1, \ldots, 5;$

$$\mathbf{12.} f(x) = -x_2 \to min$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 1 \\ -x_1 + x_2 \geq -1 \\ 2x_1 - x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$x_j \geq 0, j = 1, 2;$

$$\mathbf{13.} f(x) = 3x_1 - 2x_2 + x_3 \to min$$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 7 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 1 \end{cases}$$

$x_j \geq 0, j = 1, \ldots, 3;$

$$\mathbf{14.} f(x) = -2x_1 + x_2 - x_3 + x_5 \to min$$

$$\begin{cases} -2x_2 + x_4 + x_5 = -3 \\ x_3 - 2x_4 = 2 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_4 \leq 5 \\ x_1 + x_2 \geq -3 \end{cases}$$

$x_j \geq 0, j = 1, \ldots, 5;$

$$\mathbf{15.} f(x) = -8x_1 - 2x_2 + 5x_3 - 15x_4 \to min$$

$$\begin{cases} -x_1 + 3x_2 + x_3 + 10x_4 \leq 25 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + 5x_4 \leq 10 \\ 10x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 5x_4 \leq 26 \end{cases}$$

$x_j \geq 0, j = 1, \ldots, 4;$

16. $f(x) = x_1 - 4x_2 - x_3 + x_4 + x_5 \rightarrow min$

$$\begin{cases} -x_1 + 3x_2 - 4x_3 + x_4 + 2x_5 = 9 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - 4x_4 - 4x_5 = -3 \\ -2x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 + 3x_5 = 4 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = 1, \dots, 5;$$

17. $f(x) = x_1 - x_2 + x_3 - x_4 - x_5 \rightarrow min$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_4 + x_5 = 4 \\ x_1 - x_2 + 7x_3 - 2x_5 = 5 \\ -x_1 + 2x_3 - 3x_4 + 2x_5 = 7 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = 1, \dots, 5;$$

18. $f(x) = -x_1 - 4x_4 + x_5 \rightarrow min$

$$\begin{cases} -x_1 - 2x_2 + 2x_3 + x_4 - x_5 = 3 \\ -2x_1 + 2x_2 + 4x_4 + x_5 = 7 \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + 2x_5 = 9 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = 1, \dots, 5;$$

19. $f(x) = 2x_1 + 3x_3 - 7x_4 \rightarrow min$

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + x_5 = 7 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 = 6 \\ x_3 - 5x_4 + 2x_5 = 5 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = 1, \dots, 5;$$

20. $f(x) = -2x_1 + 4x_2 - 7x_3 + x_5 \rightarrow min$

$$\begin{cases} -3x_2 + x_4 - x_5 = -3 \\ 7x_3 - 2x_4 = 2 \\ 4x_1 + 3x_2 - x_4 \leq 5 \\ x_1 + x_2 \geq -3 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = 1, \dots, 5;$$

4.Transport masalasini TORA dasturida yechish texnologiyasi.

Transport masalasi-chiziqli dasturlashning alohida xususiyatli masalasi bo’lib, bir jinsli yuk tashishning eng tejamli rejasini tuzish masalasidir. Bu masala xususiyligiga qaramay qo’llanish sohasi juda kengdir.

Masalaning qo’yilishi: $A_1, A_2, ..., A_m$ ishlab chiqarish korxonalarda mos ravishda $a_1, a_2, ..., a_m$ miqdorda bir jinsli mahsulotlar ishlab chiqarilgan bo’lib, ushbu mahsulotlarni ehtiyoji mos ravishda $b_1, b_2, ..., b_n$ bo’lgan $B_1, B_2, ..., B_n$ iste’molchilarga tarqatish kerak. $A_i\,(i=\overline{1,m})$ korxonadan $B_j\,(j=\overline{1,n})$ iste’molchigacha bir birlik mahsulotni tashish xarajati c_{ij} ma’lum bo’lsa, tashishning shunday rejasini tuzish kerakki, transport xarajati eng kam bo’lsin.

Masalaning matematik modeli:

$x_{ij} - A_i$ ishlab chiqaruvchidan B_j iste’molchiga yetkazib beriladigan mahsulot miqdori.

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + ... + x_{1n} = a_1 \\ x_{21} + x_{22} + ... + x_{2n} = a_2 \\ ... \;\; ... \;\; ... \;\; .... \; ... \\ x_{m1} + x_{m2} + ... + x_{mn} = a_m \end{cases} \qquad (16) \qquad \begin{cases} x_{11} + x_{21} + ... + x_{m1} = b_1 \\ x_{12} + x_{22} + ... + x_{m2} = b_2 \\ ... \;\; ... \;\; ... \;\; ... \;\; ... \;\; ... \\ x_{1n} + x_{2n} + ... + x_{mn} = b_n \end{cases} \qquad (17)$$

Maqsad funktsiya $F = c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + ... + c_{mn}x_{mn} \rightarrow \min$ (18)

Masalaning jadval ko’rinishi

B_j / Ai	B_1	B_2	…..	B_n	Zahira
A_1	s11 x_{11}	s12 x12	…..	c1n x_{1n}	a_1
A_2	s21 x_{21}	s22 x_{22}	…..	c2n x_{2n}	a_2
…..	…..	…..	…..	…..	…..
A_m	c_{m1} x_{m1}	c_{m2} x_{m2}	…..	c_{mn} x_{mn}	a_m
Ehtiyoj	b_1	b_2		b_n	$\sum a_i = \sum b_j$

Yuqoridagi tenglamalar sistemasidagi bog’liqsiz tenglamalar soni $m+n-1$ ga teng, chunki a_j va b_j o’rtasida $\sum a_j = \sum b_j$ bog’lanish mavjud. Demak transport masalasining mumkin bo’lgan yechimlari $m+n-1$ ta musbat qiymatli tashishlarini o’z ichiga oladi, qolgan tashishlar 0 ga teng. 0 dan farqli kataklar band kataklar bo’lib, ular bazis o’zgaruvchilarga mos keladi. Qolgan kataklar bo’sh kataklar deyiladi. Dastlabki tayanch yechimni topishning bir necha usullari mavjud. Jumladan, “SHimoliy-g’arb burchak” usuli, eng kam xarajatlar usuli va Fogel usuli. Quyida ushbu usullar bilan tanishib chiqamiz.

4.1. SHimoliy-g’arb burchak usulining algoritmi.

Eng avval dastlabki berilganlar jadvalining shimoliy-g’arb burchagida joylashgan x_{11} noma’lumning qiymatini aniqlaymiz:

$$x_{11} = \min(a_1; b_1). \qquad (19)$$

Bu yerda ikkita holat bo’lishi mumkin:

1) $a_1 \le b_1$ bo’lsa, $x_{11} = a_1$ va $x_{1j} = 0$ ($j = \overline{2,n}$); $b^1{}_1 = b_1 - a_1$;

2) $a_1 \ge b_1$ bo’lsa, $x_{11} = b_1$ va $a_1^1 = a_1 - b_1$.

Agar birinchi hol bajarilsa, birinchi qadamdan so’ng masalaning yechimlaridan tashkil topgan matritsa qo’yidagi ko’rinishda bo’ladi:

$$\begin{bmatrix} x_{11} = a_1 & 0 & 0.....0 & 0 \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} ... x_{2n} & a_2 \\ ... & ... & ... & ...... \\ x_{m1} & x_{m2} & x_{m3} ....x_{mn} & a_m \\ b_1 - a_1 & b_2 & b_3 \ ..... \ b_n & f \end{bmatrix}$$

Endi ikkinchi qatordagi birinchi elementni topamiz.

Bu yerda ham ikkita holat bo’lishi mumkin:

1. Agar $a_2 \ge b_1 - a_1$ bo’lsa, $x_{21} = b_1 - a_1$ va $x_{j1} = 0, j = \overline{3,m}$
$a_2^1 = a_2 - (b_1 - a_1)$

2. Agar $a_2 \le b_1 - a_1$ bo’lsa $x_{21} = a_2$, va $b^1{}_1 = b_1 - a_1 - a_2$.

Agar bu yerda ham birinchi hol bajarilsa, u holda ikkinchi qadamdan so’ng yangi matritsa quyidagi ko’rinishda bo’ladi:

$$\begin{bmatrix} x_{11}=a_1 & 0 & 0 & \dots 0 & 0 \\ x_{21}=b_1-a_1 & x_{22} & x_{23} & \dots 0 & a_2^1=a_2-(b_1-a_1) \\ 0 & x_{32} & x_{33} & \dots x_{3n} & a_3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & x_{m2} & x_{m3} & \dots\ x_{mn} & a_m \\ b^1{}_1=b_1-a_2 & b_2 & b_3 & \dots\ b_n & f \end{bmatrix}$$

Bu jarayon qadam-baqadam barcha a_i *ва* b_j lar nolga aylanguncha davom ettiriladi. Ma'lumki, har bir x_{ij} ning qiymati a_i *ва* b_i larning turli kombinatsiyalarini ayirish yoki qo'shish yordamida topiladi. SHundan keyin maqsad funktsiya yordamida transport xarajatlari hisoblanadi.

4.2.Eng kam xarajatlar usulining algoritmi

1. Transport masalasi xarajatlaridan tashkil topgan tarif matritsasi belgilab olinadi:

$$T = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{m1} & c_{m2} & \dots & c_{mn} \end{bmatrix} \qquad (20)$$

2. T matritsaning eng kichik elementini topamiz:

$$\min\{c_{ij}\}=k. \qquad (21)$$

Faraz qilaylik, bu element $C_{i_1j_1}=k.$ bo'lsin. U holda $x_{i1j1}=\min(a_{i1};b_{j1})$.

Berilganlarga asosan quyidagi ikkita holat bo'lishi mumkin:

1. $a_{i_1}\le b_{j_1}$
2. $a_{i_1}>b_{j_1}$

Birinchi holda i_1 satrning barcha elementlari $x_{i_1j}=0(j\ne j_1)$ bo'ladi, bunday holda i_1 satr elementlarini o'chiramiz.

Ikkinchi holda j_1 ustunning barcha elementlari $x_{ij_1}=0(i\ne i_1)$ va bu holda barcha i_1 ustun elementlari o'chiriladi. Ustun va satr i_1 ustun elementlarini o'chirish natijasida hosil bo'lgan yangi matritsaning ustun va satrlari soni **T** matritsaga nisbatan bittaga kamayadi. Ikkinchi qadamda yuqoridagi jarayon yangi matritsa uchun yana bajariladi. SHunday qilib, qo'yilgan masalaning boshlang'ich optimal planini topish uchun minimal xarajatlar usulida $n+m-1$ ta qadamni bajarish kerak.

4.3. Transport masalasining tayanch yechimini Fogel usuli yordamida topish.

Ushbu usul eng kam xarajatlar usulining variatsiyasi bo'lib, umumiy holda eng yaxshi boshlang'ich yechimni topadi. Mazkur usulning algoritmi quyidagicha:

1-qadam. Qat'iy musbat taklif (talab) ga mos keluvchi har bir satr (ustun) uchun ushbu satr (ustun) da qiymati bo'yicha eng kichik xarajatni undan keyingisidan chegirib tashlash yo'li bilan jarima hisoblanadi.

2-qadam. Eng katta jarimaga ega bo'lgan satr yoki ustun ajratib olinadi. Ajratib olingan satr yoki ustundan eng kam xarjatga mos keluvchi o'zgaruvchiga cheklanishlarni qanoatlantiruvchi eng katta qiymat o'zlashtiriladi. So'ngra o'zgaruvchi o'zlashtirgan qiymatga mos ravishda qolgan qondirilmagan talab va realizatsiya qilinmagan taklif tahrirlanadi. Bajarilgan cheklanishlarga mos satr yoki ustun jadvaldan o'chiriladi. Agar bir vaqtning o'zida talab va takliflar bo'yicha cheklanishlar bajarilsa, satr yoki ustunning biri o'chiriladi va qolgan satr (ustun) ga nol taklif (talab) yoziladi.

3-qadam.

a) Agar nol talab yoki nol taklifli faqat bitta satr yoki faqat bitta ustun o'chirilmagan bo'lsa, hisoblash ishlari to'xtatiladi.

b) Agar musbat taklif (talab) li faqat bitta satr (ustun) o'chirilmagan bo'lsa, ushbu satr (ustun) da eng kam xarajatlar usuli bilan bazis o'zgaruvchilar topiladi va hisoblash to'xtatiladi.

v) Agar barcha o'chirilmagan satr va ustunlarga nol hajmli taklif va talablar mos kelsa, eng kam xarajatlar usuli bilan nol bazis o'zgaruvchilar topiladi va hisoblash to'xtatiladi.

g) Boshqa barcha hollarda birinchi qadamga qaytiladi.

Fogel usulini qo'llashni quyidagi misol yordamida qarab chiqamiz.

	B_1	B_2	B_3	B_4	Taklif	Satrlar uchun jarima
A_1	10	2	20	11	15	10-2=8
A_2	12	7	9	20	25	9-7=2
A_3	4 5	14	16	18	10	14-4=10
Talab	5	15	15	15	50	
Ustunlar uchun jarima	10-4=6	7-2=5	16-9=7	18-11=7		

Yuqoridagi jadvaldagi uchinchi satr eng katta jarima (=10) ga ega bo'lib, eng kam xarajat (3,1) katakda joylashgan. SHu tufayli x_{31} o'zgaruvchiga 5 qiymatini o'zlashtiramiz. Bu holatda birinchi ustun cheklanishi to'liq bajariladi va uni jadvaldan o'chiramiz. Hisoblangan jarimalarning yangi jadvali quyida keltirilgan.

	B_1	B_2	B_3	B_4	Taklif	Satrlar uchun jarima
A_1	10	2	20	11	15	11-2=9
A_2	12	7	9	20	25	9-7=2
A_3	4 5	14	16	18	10	16-14=2
Talab	0	15	15	15	50	
Ustunlar uchun jarima	-	7-2=5	16-9=7	18-11=7		

Endi birinchi satr eng katta jarima (=9) ga ega. SHuning uchun birinchi satrdagi eng kam xarajatga mos keluvchi 15 qiymatni x_{12} o'zgaruvchiga o'zlashtiramiz. Bu holda birinchi satr va ikkinchi ustunlar uchun cheklanishlar bir vaqtda bajariladi.

Birinchi satrga mos nolga teng bo'lgan taklifni qo'yib, ikkinchi ustunni jadvaldan o'chiramiz.

Ushbu jarayonni davom ettirib, keyingi qadamda ikkinchi satr eng katta jarimaga (20-9=11) ega bo'ladi. SHu sabali x_{23} o'zgaruvchiga 15 qiymatni o'zlashtiramiz. Natijada uchinchi ustun o'chiriladi, ikkinchi satrda esa hajmi 10 birlikka teng bo'lgan realizatsiya qilinmagan takliflar qoladi. Faqatgina hajmi 15 birlikka teng bo'lgan musbat qanoatlantirilmagan talabli to'rtinchi ustungina o'chirilmay qoldi. Mazkur ustunga eng kam xarajatlar usulini qo'llab, ketma-ket ravishda $x_{14}=0$, $x_{34}=5$ va $x_{24}=10$ larni hosil qilamiz. Bu yerda maqsad funktsiyaning qiymati

$$Z=15x2+0x11+15x9+10x20+5x4+5x18=475 \text{ p.b.}$$

Ayrim holatlarda ushbu usul bilan topilgan boshlang'ich tayanch yechimlarga mos maqsad funktsiyaning qiymati eng kam xarajatlar usuli bilan topilgan boshlang'ich tayanch yechimlarga mos maqsad funktsiyaning qiymat bilan bir xil bo'lishi mumkin. Ammo, odatda Fogel usuli transport masalasiga eng yaxshi boshlang'ich tayanch yechim beradi.

4.4.Transport masalasini potentsiallar usuli bilan yechish.

Faraz qilaylik, transport masalasi quyidagi jadval ko’rinishida berilgan bo’lsin:

Ishlab chiqarish korxonalari	Korxonalarda ishlab chiqarilgan mahsulotlar (tonna)	Iste’molchilar va ularning talabi			
		B_1	B_2	...	B_n
		b_1	b_2	...	b_n
A_1	a_1	s11 x_{11}	s12 x12	...	c1n x_{1n}
A_2	a_2	s21 x_{21}	s22 x_{22}	...	c2n x_{2n}
…	…	…..	…..	…	…..
A_m	a_m	c_{m1} x_{m1}	c_{m2} x_{m2}	…	c_{mn} x_{mn}

Bu jadval “SHimoliy – g’arb burchak” usulidan foydalangandan keyin boshlang’ich tayanch reja bo’lsin, x_{ij} - taqsimlangan yuklar (zaxiralar) c_{ij}' - yuklar bo’lmagan, ya’ni to’ldirilmagan kataklar, c_{ij} lar esa to’ldirilgan kataklar bo’lsin.

Boshlang’ich tayanch reja asosan transport xarajatlari quyidagicha bo’ladi.

$$f = c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + c_{13}x_{13} + ... + c_{2n}x_{2n} + ... + c_{m3}x_{m3} + ... + c_{mn}x_{mn}. \qquad (22)$$

Jadvalga $A_{1,}\ A_2,.....A_m$ korxonalarga, mos ravishda $u_1,\ u_2,...,u_m$ shartli potentsiallar kiritamiz, $B_1,\ B_2,\ \ ,B_n$ iste’molchilarga, mos ravishda, $v_1,\ v_{2,}....v_n$ – shartli potentsiallar kiritamiz. Demak, A_i korxonaning potentsiali u_i miqdor, B_j ist’molchining potentsiali v_j miqdor $(i = \overline{1,m};\ \ j = \overline{1,n})$ Natijada quyidagi jadval hosil bo’ladi:

2-jadval

Korxona-lar	Korxonalarda ishlab chiqarilgan mahsulotlar (tonna)	Iste’molchilar va ularning talabi					
		B_1	B_2	B_3	...	B_n	u_i Potentsial
		B_1	B_2	B_3	...	B_n	
A_1	a_1	c_{11} x_{11}	c_{12} x_{12}	c_{13} x_{13}	...	c_{1n} x_{1n}	u_1
A_2	a_2	c_{21} x_{21}	c_{22} x_{22}	c_{23} x_{23}	...	c_{2n} x_{2n}	u_2
A_1	a_3	c_{31} x_{31}	c_{32} x_{32}	c_{33} x_{33}	...	c_{3n} x_{3n}	u_3
...	…	…	…	…	…	…	…

A_m	a_m	c_{m1} x_{m1}	c_{m2} x_{m2}	c_{m3} x_{m3}	$\cdots$	c_{mn} x_{mn}	u_m
v_j	Potentsial	v_1	v_2	v_3	$\cdots$	v_n	

u_i va v_j sonlarini shunday tanlab olish kerakki, ularning yig'indisi to'ldirilgan katakdagi tarif c_{ij} ga teng bo'lsin. U holda yuqoridagi jadvalga asosan quyidagi $u_i + v_j$ larga nisbatan chiziqli tenglamalar sistemasi hosil bo'ladi:

$$\left.\begin{array}{ll} u_1 + v_1 = c_{11}, & u_3 + v_2 = c_{32} \\ u_1 + v_1 = c_{12}, & u_3 + v_3 = c_{33} \\ u_1 + v_1 = c_{13}, & \\ u_2 + v_3 = c_{23} & \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ u_2 + v_3 = c_{23}, & u_m + v_n = c_{mn} \end{array}\right\}$$

Bu sistemada noma'lumlar soni $n+m$ ta. SHuning uchun ulardan ixtiyoriy birontasini ixtiyoriy qiymatga tenglashtirib (masalan 0 ga) olib, qolgan u_i va v_j larni birin-ketin topamiz. Endi bo'sh kataklar uchun jadvalga asoslanib, yuqoridagi kabi chiziqli tenglamalar sistemasini tuzib olamiz:

$$\left.\begin{array}{l} u_1 + v_3 = c'_{13} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ u_1 + v_n = c'_{1n} \\ u_2 + v_1 = c'_{21}, \\ u_2 + v_2 = c'_{22} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ u_m + v_1 = c'_{m1} \\ u_m + v_2 = c'_{m2} \end{array}\right\}$$

Bu yerda c'_{ij} lar bilvosita tariflar deyiladi.

u_i va v_j larning qiymatlarini qo'yib, bilvosita tariflar c'_{ij} ni hisoblab chiqamiz.

Agar birinchi rejada quyidagi hamma ayirmalar $c'_{ij} - c_{ij} \le 0$ bo'lsa, u holda bu rejaga optimal reja bo'ladi.

Agar ayirmaning birortasi $c'_{ij} - c_{ij} > 0$ bo'lsa, u holda optimal yechim hali topilmagan bo'ladi. Demak, birinchi rejani yaxshilash kerak.

Buning uchun $\max\{(c'_{ij} - c_{ij}) > 0\}$ topib olamiz va shu zanjirni taqsimot usuli bilan o'zgartiramiz (yaxshilaymiz). Natijada yangi reja hosil bo'ladi. Hosil bo'lgan reja uchun transport xarajatlarini hisoblab chiqamiz.

Ikkinchi rejaga ham potentsiallar usulini qo'llaymiz. Potentsiallar usulini qo'llash jarayoni barcha $c'_{ij} - c_{ij} \le 0$ bo'lguncha davom ettiriladi.

SHunday qilib, potentsiallar usuli yordamida boshlang'ich tayanch rejadan boshlab, optimal yechimga yaqinroq bo'lgan yangi tayanch rejaga o'tamiz va chekli sondagi iteratsiyalardan so'ng masalaning optimal yechimini topamiz. Potentsiallar usulining algoritimi quyidagilardan iborat:

1. SHimoliy-g'arb burchak yoki eng kam xarajatlar usulini qo'llab, boshlang'ich tayanch reja (birinchi bazisli yechim) topiladi.
2. Ishlab chiqaruvchilar va istemolchilarning potentsiallari hisoblanadi (u_i *ва* v_j lar).
3. c'_{ij} bilvosita tariflar topiladi.
4. Hamma c'_{ij} - c_{ij} ayirmalar hisoblanadi. 1) agar $c'_{ij} - c_{ij} \le 0$ bo'lsa tuzilgan reja optimal reja bo'ladi va bu rejaga asosan transport xarajatlari hisoblanadi ; 2) agar $c'_{ij} - c_{ij} > 0$ bo'lsa, u holda bularning ichidan $\max\{(c'_{ij} - c_{ij}) > 0\}$ni topib olib, bu zanjirni yaxshilaymiz Ya'ni yangi bazisli o'zgaruvchi x_{kj} ni kiritamiz, yangi tayanch reja tuzamiz.

SHimoliy-g'arb burchak usuli

Aj \ Bj	B1	B2	B3	B4	Zahira
A1	2 30	4 10	6	8	40
A2	3	2 25	2 25	1	50
A3	5	4	7 15	4 45	60
Ehtiyoj	30	35	40	45	150=150

$F = 2\cdot 30 + 4\cdot 10 + 2\cdot 25 + 2\cdot 25 + 7\cdot 15 + 4\cdot 45 = 485$

Eng kam xarajatlar usuli

Aj \ Bj	B_1	B_2	B_3	B_4	Zahira
A_1	2 30	4	6 10	8	40
A_2	3 .	2	2 5	1 45	50
A_3	5	4 35	7 25	4	60
Ehtiyoj	30	35	40	45	150=150

$F = 2\cdot 30 + 6\cdot 10 + 2\cdot 5 + 1\cdot 45 + 4\cdot 35 + 7\cdot 25 = 490$ pul birligi

1-jadval

A_i \ B_j	B_1	B_2	B_3	B_4	Zahira	u_i
A_1	2 30	4 10	6	8	40	0
A_1	3	2 25 -	2 25 +	1	50	-2
A_2	5	$\boxed{4}$ +	7 - 15	4 45	60	3
Ehtiyoj	30	35	40	45	150=150	
v_j	2	4	4	1		

2-jadval

B_j / A_i	B_1	B_2	B_3	B_4	Zahira	u_i
A_1	2 30	4 10	6	8	40	0
A_2	3	2 10 -	2 40	1 +	50	-2
A_3	5	4 15 +	7	4 45 -	60	0
Ehtiyoj	30	35	40	45	150=150	
v_j	2	4	4	4		

3-jadval

B_j / A_i	B_1	B_2	B_3	B_4	Zahira	u_i
A_1	2 30	4 10	6	8	40	0
A_2	3	2	2 40	1 10	50	-3
A_3	5	4 25	7	4 35	60	0
Ehtiyoj	30	35	40	45	150=150	
v_j	2	4	5	4		

1. $\begin{cases} u_1 + v_1 = 2, \\ u_1 + v_2 = 4, \\ u_2 + v_2 = 2, \\ u_2 + v_3 = 2, \\ u_3 + v_3 = 7, \\ u_3 + v_4 = 4. \end{cases}$

$u_1 = 0 \quad v_1 = 2; \; v_2 = 4; \; u_2 = -2; \; v_3 = 4; \quad u_3 = 3; \quad v_4 = 1$

$$c'_{13} = 4 + 0 = 4; \qquad c'_{24} = 1 - 2 = -1;$$
$$c'_{14} = 1 + 0 = 1; \qquad c'_{31} = 2 + 3 = 5;$$
$$c'_{21} = 2 - 2 = 0; \qquad c'_{32} = 4 + 3 = 7.$$

$$\gamma_{ij} = c_{ij} - c'_{ij}:$$
$$\gamma_{13} = 6 - 4 = 2; \qquad \gamma_{24} = 1 - (-1) = 2;$$
$$\gamma_{14} = 8 - 1 = 7; \qquad \gamma_{31} = 5 - 5 = 0;$$
$$Y_{21} = 3 - 0 = 3; \qquad \gamma_{32} = 4 - 7 = -3 \prec 0.$$

2.
$$\gamma_{13} = 6 - (4 + 0) = 2; \qquad \gamma_{24} = 1 - (-2 + 4) = -1 \prec 0;$$
$$\gamma_{14} = 8 - (4 + 0) = 4; \qquad \gamma_{31} = 5 - (2 + 0) = 3;$$
$$\gamma_{21} = 3 - (2 - 2) = 3; \qquad \gamma_{33} = 7 - (4 + 0) = 3.$$

3.
$$\gamma_{13} = 6 - (5 + 0) = 1; \qquad \gamma_{22} = 2 - (4 - 3) = 1;$$
$$\gamma_{14} = 8 - (4 + 0) = 4; \qquad \gamma_{31} = 5 - (2 + 0) = 3;$$
$$\gamma_{21} = 3 - (2 - 3) = 4; \qquad \gamma_{33} = 7 - (5 + 0) = 2.$$

$$X^* = \begin{bmatrix} 30 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 40 & 10 \\ 0 & 25 & 0 & 35 \end{bmatrix}$$

$Z_{min} = 30 \cdot 2 + 10 \cdot 4 + 40 \cdot 2 + 10 \cdot 1 + 25 \cdot 4 + 35 \cdot 4 = 430$

4.5.Transport masalasini yechish algoritmi.

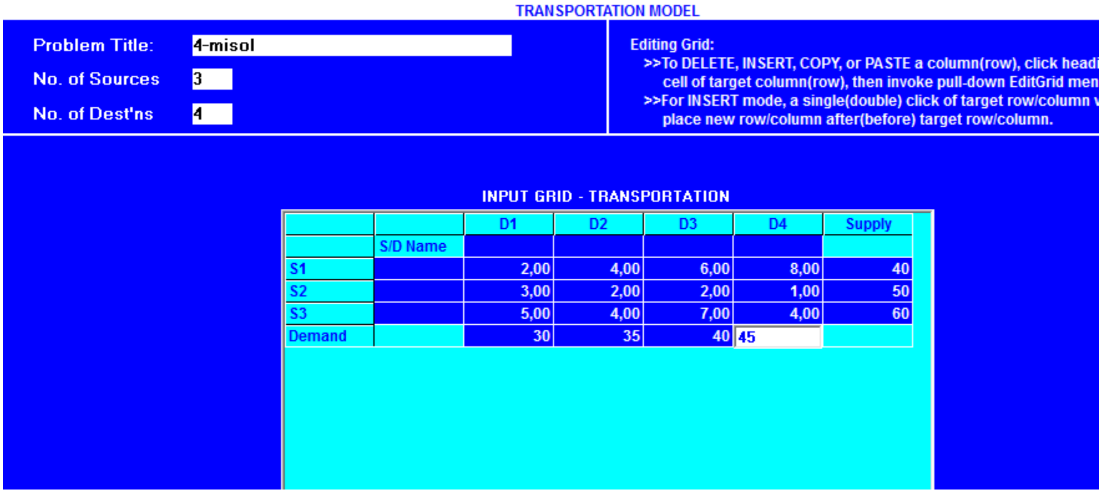
1. Yuqorida qarab chiqilgan usullarning biri yordamida tayanch reja topiladi. Band kataliklar soni (**m+n-1**) ta bo'lishi kerak.
2. Band kataliklar uchun u_i va v_j potsentsiallar aniqlanadi. Band kataklar soni (m+n-1) ta, o'zgaruvchilar soni (m+n) ta bo'lgani uchun bitta o'zgaruvchini, masalan, u_1 ga nol qiymat berilib, qolgan u_i va v_j lar topiladi.
3. Har bir bo'sh katak uchun c'_{ij} bilvosita tarif aniqlanadi va tariflar $\gamma_{ij} = c_{ij} - c'_{ij}$ formula orqali baholanadi.
4. Agar barcha $\gamma_{ij} \geq 0$ bo'lsa, tashish reja optimal hisoblanadi.
5. Agar $\gamma_{ij} \prec 0$ bo'lsa, ulardan eng kichigi olinib, ushbu katak uchun tsikl (zanjir) tuzamiz va "-" belgi turgan kataklardagi eng kam yukni tsikl bo'yicha siljitamiz.
6. Yangi hosil bo'lgan mumkin bo'lgan yechimni optimallikka tekshiramiz.
7. Bu jarayon optimal yechim topilguncha davom etadi.

Tora dasturi yordamida transport masalasini yechish bosqichlarini ko'rib chiqamiz. Transport masalasini kiritishdan avval, uni qaysi ko'rinishda kiritish zarurligini bilish kerak. Quyidagi transport masalasini yechishni qarab chiqaylik:

Faraz qilaylik, $A_{1,} A_2, A_3$ ishlab chiqarish korxonalari mos ravishda a_1=40; a_2=50; a_3=60 birlikda mahsulot ishlab chiqarilgan bo'lib, ushbu mahsulotlarga B_1, B_2, B_3, B_4 korxonalarda mos ravishda b_1=30; b_2=35; b_3=40; b_4 =45 birlik miqdorda ehtiyoj mavjud. Bir birlik mahsulotni ishlab chiqaruvchi korxonadan iste'molchi korxonaga yetkazib berish xarajati S matritsa ko'rinishida berilgan. Tashishning eng kichik xarajatli grafigini toping.

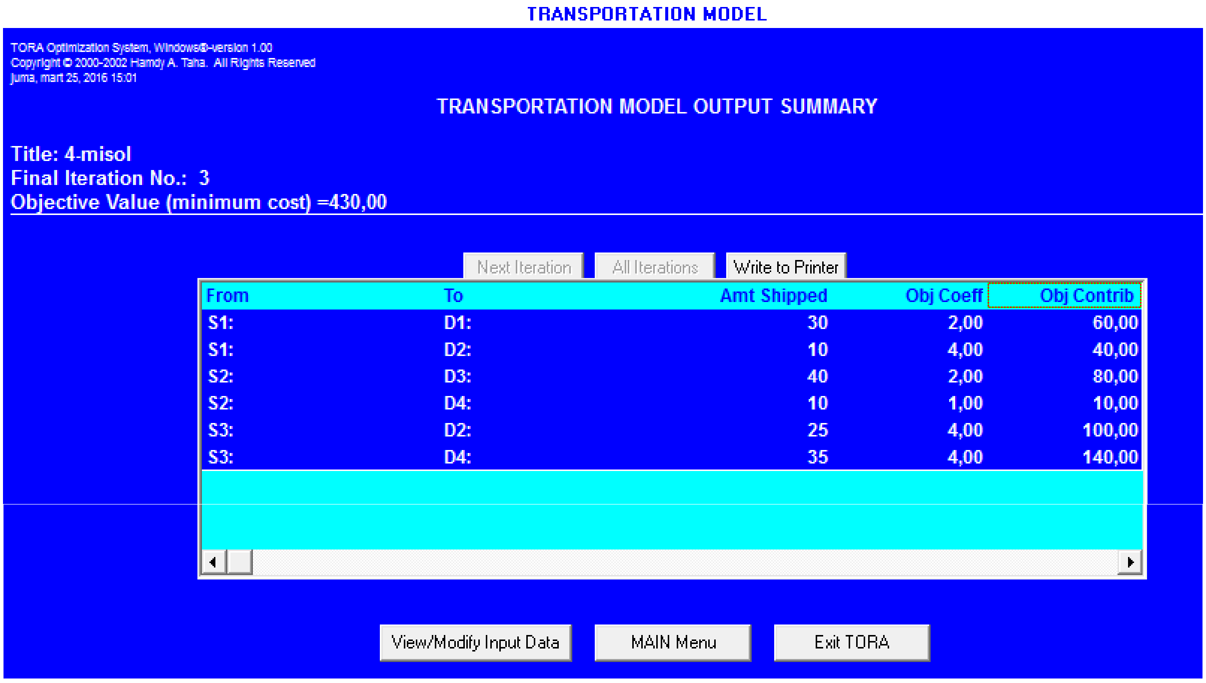
$$S=\begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 & 8 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \\ 5 & 4 & 7 & 4 \end{pmatrix}$$

Tora dasturi ishga tushirilgandan so'ng, asosiy menyudan (1-rasm) **Transportation model** qatorini tanlab, yuqoridagi masalaning berilganlarini kiritsak, quyidagi ko'rinishda transport masalasining jadvali paydo bo'ladi (19-rasm).



19-rasm.

Masala yechilsa, natija quyidagi ko'rinishdagi muloqot oynasida hosil bo'ladi (20-rasm).



20-rasm.

Masala yechimiga e'tibor qaratsak, quyidagi manzarani ko'rishimiz mumkin. A_1 ishlab chiqarish korxonasidan B_1 va B_2 iste'molchi korxonalarga mos ravishda 30 va 10 birlik, A_2 ishlab chiqarish korxonasidan B_3 va B_4 iste'molchi korxonalarga mos ravishda 40 va 10 birlik, A_3 ishlab chiqarish korxonasidan B_2 va B_4 iste'molchi korxonalarga mos ravishda 25 va 35 birlik yuk tashishning optimal grafigi hosil bo'ladi. Bunda umumiy eng kam xarajat 430 pul birligini tashkil etadi.

Mustaqil ishlashga doir misollar.

Quyida berilgan transport masalalarining yechimi **Tora** dasturi yordamida topilsin.

1. $a_1=60$; $a_2=120$; $a_3=120$; $b_1=70$; $b_2=90$; $b_3=100$; $b_4=40$

$$S=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 6 \\ 5 & 7 & 6 & 2 \\ 4 & 2 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

2. $a_1=50$; $a_2=80$; $a_3=120$; $b_1=40$; $b_2=60$; $b_3=80$; $b_4=70$

$$S=\begin{pmatrix} 4 & 8 & 6 & 3 \\ 5 & 6 & 7 & 4 \\ 8 & 7 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

3. $a_1=30$; $a_2=70$; $a_3=100$; $b_1=40$; $b_2=50$; $b_3=70$; $b_4=40$

$$S=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 5 \\ 4 & 2 & 4 & 3 \\ 3 & 5 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

4. $a_1=40$; $a_2=70$; $a_3=90$; $b_1=30$; $b_2=50$; $b_3=65$; $b_4=55$

$$S=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 4 \\ 2 & 5 & 5 & 6 \\ 4 & 2 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

5. $a_1=45$; $a_2=65$; $a_3=90$; $b_1=35$; $b_2=45$; $b_3=70$; $b_4=50$

$$S=\begin{pmatrix} 4 & 5 & 9 & 7 \\ 3 & 2 & 5 & 7 \\ 5 & 10 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

6. $a_1=75$; $a_2=50$; $a_3=80$; $b_1=30$; $b_2=70$; $b_3=70$; $b_4=35$.

$$S=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 3 \\ 5 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

7. $a_1=50$; $a_2=40$; $a_3=80$; $b_1=20$; $b_2=50$; $b_3=60$; $b_4=40$

$$S=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 4 & 4 \end{pmatrix}$$

8. $a_1=100$; $a_2=150$; $a_3=75$; $b_1=125$; $b_2=60$; $b_3=40$; $b_4=100$

$$S=\begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

9. $a_1=60$; $a_2=180$; $a_3=60$; $b_1=100$; $b_2=70$; $b_3=60$; $b_4=70$.

$$S=\begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

10. $a_1=90$; $a_2=110$; $a_3=150$; $b_1=100$; $b_2=120$; $b_3=90$; $b_4=40$.

$$S=.\begin{pmatrix} 3 & 7 & 5 & 8 \\ 6 & 4 & 3 & 5 \\ 8 & 3 & 4 & 7 \end{pmatrix}$$

11. $a_1=70$; $a_2=130$; $a_3=150$; $b_1=80$; $b_2=140$; $b_3=90$; $b_4=40$

$$S=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 6 \\ 5 & 8 & 6 & 3 \\ 3 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

12. $a_1=150$; $a_2=80$; $a_3=120$; $b_1=90$; $b_2=80$; $b_3=90$; $b_4=90$

$$S=\begin{pmatrix} 3 & 7 & 6 & 3 \\ 4 & 6 & 5 & 4 \\ 6 & 7 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

13. a_1 =130; a_2 =100; a_3 =150; b_1 =70; b_2 =90; b_3 =100; b_4 =120

$$S=\begin{pmatrix} 5 & 3 & 2 & 4 \\ 4 & 7 & 4 & 3 \\ 3 & 5 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

14. a_1 =240; a_2 =170; a_3 =95; b_1 =130; b_2 =150; b_3 =165; b_4 =60

$$S=\begin{pmatrix} 3 & 3 & 4 & 4 \\ 4 & 8 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

15. a_1 =80; a_2 =90; a_3 =120; b_1 =65; b_2 =75; b_3 =80; b_4 =70

$$S=\begin{pmatrix} 4 & 5 & 9 & 7 \\ 3 & 2 & 5 & 7 \\ 5 & 10 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

16. a_1 =175; a_2 =250; a_3 =180; b_1 =130; b_2 =170; b_3 =170; b_4 =135.

$$S=\begin{pmatrix} 3 & 3 & 4 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 3 \\ 4 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

17. a_1 =50; a_2 =60; a_3 =90; b_1 =30; b_2 =65; b_3 =65; b_4 =40

$$S=\begin{pmatrix} 6 & 3 & 4 & 8 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

18. a_1 =80; a_2 =160; a_3 =175; b_1 =125; b_2 =150; b_3 =40; b_4 =100

$$S=\begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

19. a_1 =560; a_2 =480; a_3 =260; b_1 =400; b_2 =370; b_3 =260; b_4 =270.

$$S=\begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

20. a_1 =290; a_2 =410; a_3 =350; b_1 =300; b_2 =220; b_3 =290; b_4 =240.

$$S=.\begin{pmatrix} 5 & 7 & 5 & 3 \\ 4 & 2 & 3 & 5 \\ 7 & 3 & 4 & 7 \end{pmatrix}$$

5. Butun sonli dasturlash masalasini TORA dasturida yechish.

O’zgaruvchilariga butun bo’lishlik sharti qo’yilgan chiziqli dasturlash masalalari katta ahamiyatga egadir. Odatda bunday masalalar butun sonli dasturlash masalalari deb ataladi. Butun sonli dasturlash masalalariga kommivoyajer haqidagi masala, kapital qo’yilmalarni taqsimlash masalasi, transport vositalarni yuklash, optimal jadval tuzish, optimal bichish, transport vositalarini marshrutlarga optimal taqsimlash, bo’linmaydigan mahsulot ishlab chiqaruvchi korxonalarning ishini optimal rejalashtirish va hakozalar misol bo’la oladi. Butun sonli programmalash masalasini umumiy holda quyidagi ko’rinishda ifodalash mumkin.

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_{j,} \quad (i = \overline{1,m}) \qquad (23)$$

$$x_j \geq 0 \quad \text{va butun} \quad j = \overline{1,n} \qquad (24)$$

$$Y_{\min} = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \qquad (25)$$

yoki vektor formada

$$AX = B \qquad (26)$$

$$X \geq 0 \text{ butun} \qquad (27)$$

$$Y_{vin} = Cx \qquad (28)$$

Butun sonli dasturlash masalalaridagi noma’lumlarning hammasi yoki ularning ayrim qismi butun bo’lishligi talab qilinganligiga ko’ra butun sonli dasturlash masalasi to’la butun sonli dasturlash yoki qisman butun sonli dasturlash deb ataladi. Agar butun sonli dasturlashdagi noma’lumlarning nol’ yoki birga teng bo’lishligi talab qilingan bo’lsa, bunday masala “Bul dasturlash masalasi” deb ataladi.

Noma’lumlarga butun bo’lishlik sharti qo’yilganligi sababli chiziqli dasturlash masalalarini yechish usullarini butun sonli dasturlash masalalarini yechish uchun qo’llab bo’lmaydi.

Butun sonli dasturlash masalalarini yechish uchun ularning hususiyatlarini nazarga oluvchi usullar yaratilgan bo’lib, ular orasida amerikalik olim R.Gomori yaratgan usul optimal butun sonli yechimni beruvchi eng aniq usul hisoblanadi. Gomori usuli yordamida to’la butun sonli hamda qisman butun sonli masalalarni yechish mumkin.

5.1. Butun sonli dasturlash mavzusiga doir masala.

Berilgan iqtisodiy masalaning matematik modeli tuzilsin va optimal yechim topilsin.

Masala. Tikuv fabrikasida 4 xil kiyim tayyorlash uchun 3 xil gazmol ishlatiladi. Har bir kiyimning bir donasini tayyorlash uchun zarur bo’lgan gazmolning bahosi hamda fabrikadagi gazmollar zahirasi haqidagi ma’lumotlar quyida jadvalda keltirilgan.

Qaysi kiyimdan qanchadan tayyorlanganda sarf qilingan gazmollarning miqdori ularning zahirasidan oshmaydi, hamda korxonaning ishlab chiqargan kiyimlarining umumiy pul qiymati eng katta bo’ladi.

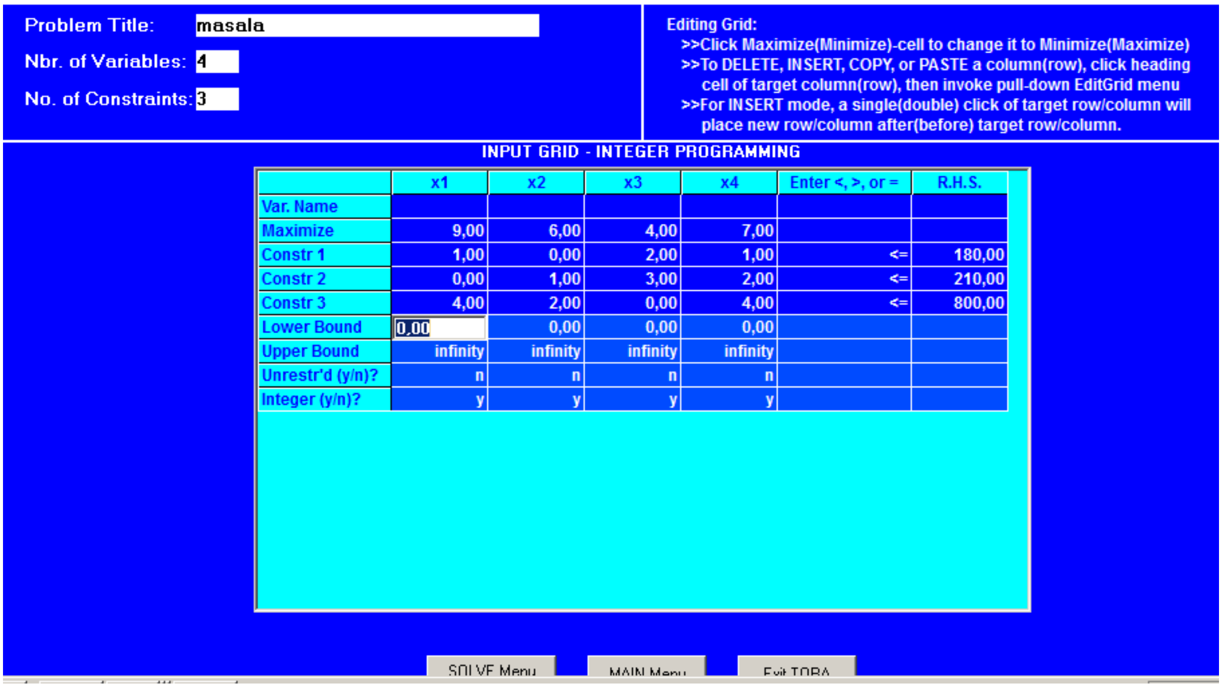
Gazmol artikuli	1 dona kiyim uchun sarf qilinadigan gazmol miqdori				Fabrikadagi gazmollar zahirasi
	1	2	3	4	
I	1	-	2	1	180
II	-	1	3	2	210
III	4	2	-	4	800
Kiyimlar bahosi, ming so’m	9	6	4	7	

Masalaning matematik modeli

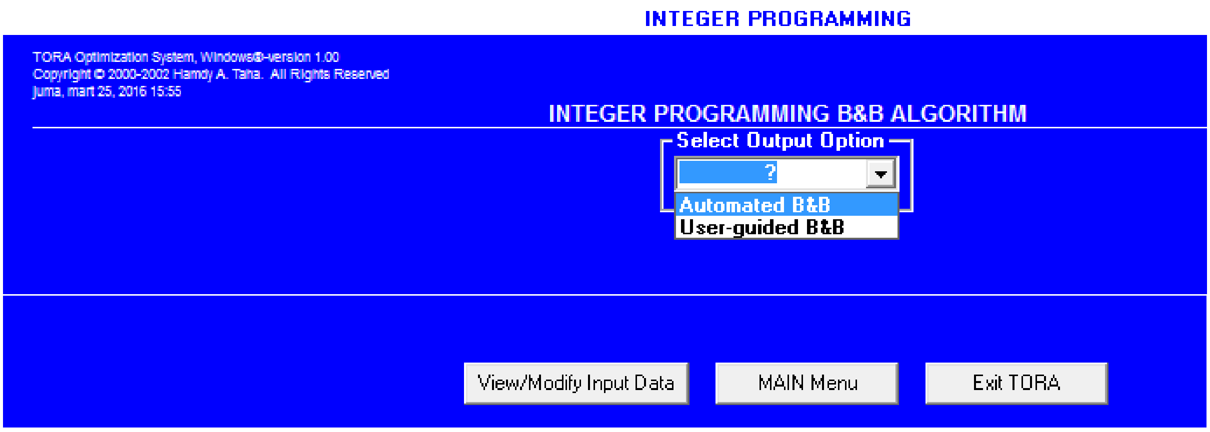
$$\begin{cases} x_1 + 2x_3 + x_4 \le 180 \\ x_2 + 3x_3 + 2x_4 \le 210 \\ 4x_1 + 2x_3 - 4x_4 \le 800 \end{cases}$$

$$x_j \ge 0 \ \text{va butun}, \quad j = 1,2,3,4$$

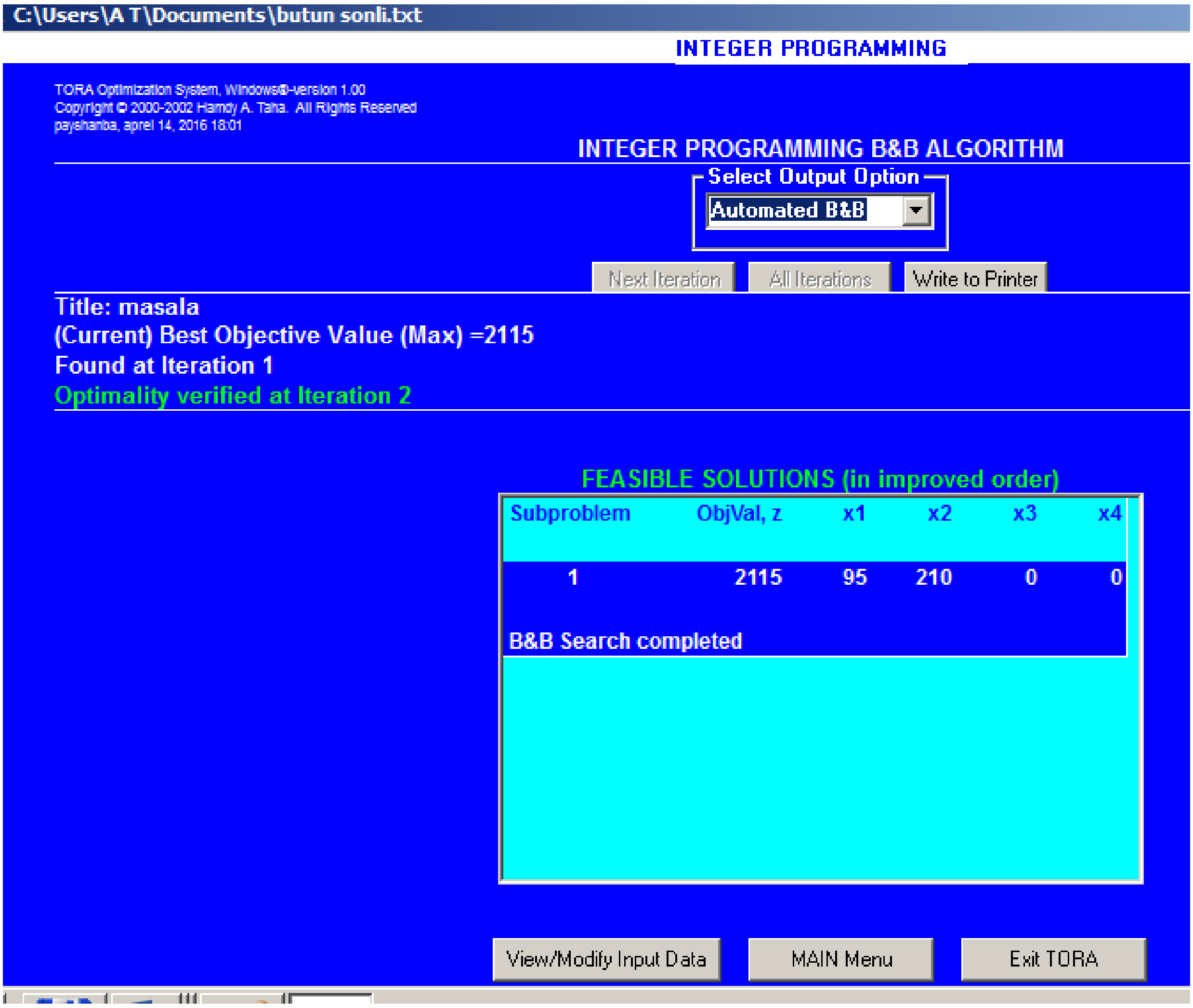
$$Y = 9x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 7x_4 \to \max$$



21-rasm



22-rasm.



23-rasm.

Ushbu masalani hal etishda tarmoq va chegaralar usulidan foydalanilgan. Tarmoq va chegaralar usulidan nafaqat chiziqli butun sonli va qisman butun sonli dasturlash masalalarini yechishda, balki diskret optimallashtirish masalalari (masalan, kommivoyarjer masalasi) ni yechishda ham foydalanish mumkin. Ushbu usulning g'oyasi mumkin bo'lgan yechimlar to'plamini quyi to'plamlarga ajratish (tarmoqlanish qoidasi) va maqsad funktsiya qiymatlarini mazkur quyi to'plamlarda hisoblash hamda optimal nuqtani o'z ichiga olmagan quyi to'plamni inobatga olmay nazardan chiqarib tashlashga asoslangandir.

Bugungi tarmoq va chegaralar usuli algoritmi amaliy tadqiqotlarda uchrovchi butun sonli dasturlash masalasini yechishning bir muncha ishonchli vositasidir.

Yuqoridagi masalaning yechimini iqtisodiy tahlil qiladigan bo'lsak, jadval (23-rasm) dan ko'rinib turibdiki, korxonaga birinchi (95 dona) va ikkinchi (210 dona) xildagi kiyimlarni ishlab chiqarganda eng katta foydaga (2115 ming so'm) erishadi. Korxonaga uchinchi va to'rtinchi xil kiyimlarni ishlab chiqish samarasizdir.

Mustaqil ishlashga doir misollar.

Quyida berilgan butun sonli dasturlash masalasining yechimlarini **Tora** dasturi yordamida toping.

1. $f(x) = -x_1 + x_4 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} -2x_1 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 - 2x_4 = 2 \\ x_1 + x_3 + 3x_4 = 3 \\ x_j \geq 0, \\ x_j \in Z, j = 1, \dots 4 \end{cases}$$

2. $f(x) = -x_1 + x_4 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} -2x_1 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 - 2x_4 = 2 \\ x_1 + x_3 + 3x_4 = 3 \\ x_j \geq 0, \\ x_j \in Z, \quad j = 1, \dots 4 \end{cases}$$

3. $f(x) = -2x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 3x_4 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_4 = 3 \\ x_2 + x_3 - 2x_4 = 5 \\ 3x_2 + x_4 + x_5 = 4 \\ x_j \geq 0, \\ x_j \in Z, \quad j = 1, \dots 5 \end{cases}$$

4. $f(x) = -x_1 + x_2 - x_3 + x_4 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_3 + x_4 = 8 \\ x_1 + x_2 - x_4 = 4 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 = 6 \\ x_j \geq 0, \\ x_j \in Z, \quad j = 1, \dots 4 \end{cases}$$

5. $f(x) = -x_1 - x_2 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_3 + x_4 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_4 = 9 \\ x_j \geq 0, \\ x_j \in Z, \ j = 1, \dots 4 \end{cases}$$

6. $f(x) = x_1 + 2x_2 + x_5 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 5 \\ x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 2 \\ x_3 - x_4 + x_5 = 1 \\ x_j \geq 0, \\ x_j \in Z, \quad j = 1, \dots 5 \end{cases}$$

7. $f(x) = -4x_1 - 3x_2 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 8 \\ 4x_1 + x_2 + x_4 = 10 \\ x_j \geq 0, \\ x_j \in Z, \quad j = 1, \dots 4 \end{cases}$$

8. $f(x) = -x_1 - x_2 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 6 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_4 = 9 \\ x_j \geq 0, \\ x_j \in Z, \quad j = 1, \dots 4 \end{cases}$$

9. $f(x) = -x_3 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} -6x_2 + 5x_3 + x_5 = 6 \\ 7x_2 - 4x_3 + x_4 = 4 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 9 \\ x_j \geq 0, \\ x_j \in Z, j = 1, \dots 5 \end{cases}$$

10. $f(x) = 3x_1 + 2x_2 + x_3 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 \geq 10 \\ 2x_1 + 4x_3 \geq 4 \\ 2x_2 + x_3 \geq 7 \\ x_j \geq 0, \\ x_j \in Z, j = 1, 2, 3. \end{cases}$$

11. $f(x) = -2x_1 - x_2 - x_3 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 16 \\ x_1 + x_2 \le 7 \\ 3x_1 + 2x_3 \ge 18 \\ x_j \ge 0, \\ x_j \in Z, j = 1,2,3. \end{cases}$$

12. $f(x) = -4x_1 - 3x_2 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 \le 44 \\ x_1 \le 22 \\ x_2 \le 18 \\ x_j \ge 0, \\ x_j \in Z, \quad j = 1,2. \end{cases}$$

13. $f(x) = x_1 + 2x_2 + x_3 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} \frac{1}{3}x_1 + \frac{1}{3}x_2 + \frac{2}{3}x_3 \ge 1 \\ 2x_1 + x_2 \ge 1 \\ \frac{1}{2}x_1 + \frac{3}{4}x_3 \ge 1 \\ x_j \ge 0, \\ x_j \in Z, \quad j = 1,2,3. \end{cases}$$

14. $f(x) = x_1 - 10x_2 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 \le 12 \\ -8x_1 + 3x_2 \le 24 \\ x_j \ge 0, \\ x_2 \in Z,. \end{cases}$$

15. $f(x) = -x_1 - x_2 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \le 4 \\ 2x_1 + x_2 \le 4 \\ x_j \ge 0, \\ x_1 \in Z. \end{cases}$$

16. $f(x) = -x_1 - 4x_2 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} x_1 + x_3 = 7/2 \\ x_1 + x_2 + x_4 = 7 \\ -x_1 + x_2 + x_5 = 2 \\ x_j \geq 0, \\ x_1 \in Z. \end{cases}$$

17. $f(x) = -10x_1 + 5x_2 + 7x_3 - 3x_4 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} -x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 3x_4 = 3/2 \\ x_1 + x_2 + 7x_3 + 2x_4 = 7/2 \\ 2x_1 + 2x_2 + 8x_3 + x_4 = 4 \\ x_j \geq 0, \\ x_j \in Z, \quad j = 1,2. \end{cases}$$

18. $f(x) = 2x_1 - x_2 - 2x_3 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 15 \\ x_1 + x_2 \leq 9 \\ 3x_1 + 2x_3 \geq 15 \\ x_j \geq 0, \\ x_j \in Z, j = 1,2,3. \end{cases}$$

19. $f(x) = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 18 \\ 4x_1 + x_2 + x_4 = 15 \\ x_j \geq 0, \\ x_j \in Z, \quad j = 1, \dots 4 \end{cases}$$

20. $f(x) = x_1 - x_2 - x_3 + x_4 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_1 + x_2 - x_4 = 4 \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 5 \\ x_j \geq 0, \\ x_j \in Z, \quad j = 1, \dots 4 \end{cases}$$

6.Tarmoqli modellashtirish

Tarmoqli modellar sanoat korxonalari, qurilish, ilmiy-tekshirish va loyiha institutlarida keng miqyosda ishlatiladi. Ushbu tizimdan murakkab qurilish ishlarining muddatli grafigini tuzish, yirik mahsulotlarni ishlab chiqarish, zamonaviy agregatlarni loyihalash, ilmiy ishlanmalarni amalga oshirish, burg'alash quduqlarini tutashtiruvchi gaz va neftь quvurlarini loyihalash, mavjud yo'l tarmog'i bilan tutashgan ikki aholi punkti orasidagi eng qisqa yo'lni topish kabi qator masalalarda foydalaniladi.

Yuqorida keltirilgan masalalarni (shunga o'xshash boshqa masalalarni ham) hal etishda turli tarmoqli optimallashtirish algoritmlar ishlatiladi.

TORA dasturi yordamida tarmoqli modellar yechimini topishda minimal to'xtash daraxti, eng qisqa yo'lni topish, eng katta oqimni topish kabi algoritmlaridan foydalaniladi.

6.1.Minimal to'xtash daraxti algoritmi

Minimal to'xtash daraxti algoritmi tarmoq tugunlarini eng qisqa yo'llar bilan tushuntirishni ko'zda tutadi. Mazkur algoritm zarur bo'ladigan tipik masala sifatida qishloq joylarda aholi punktlarini tutashtiruvchi qattiq qoplamali yo'l tarmog'ini loyihalashtirish masalasini qarash mumkin. Yo'l tizimining birmuncha tejamli loyihasi yo'lning umumiy uzunligini minimallashtirish bo'lib, uning uchun talab qilinadigan natijaga minimal to'xtash algoritmi bilan erishish mumkin. Quyida mazkur algoritm bilan tanishamiz. N={1,2…,n}- orqali tarmoq tugunlari to'plamini va quyidagi belgilashlar kiritamiz.

C_k - algortmning k- qadami bajarilganidan so'ng algoritm bilan tutashtirilgan tugunlar to'plami,

$\overline{C}_k$ - algortmning k- qadami bajarilganidan so'ng C_k to'plam tugunlari bilan tutashtirilmagan tugunlar to'plami.

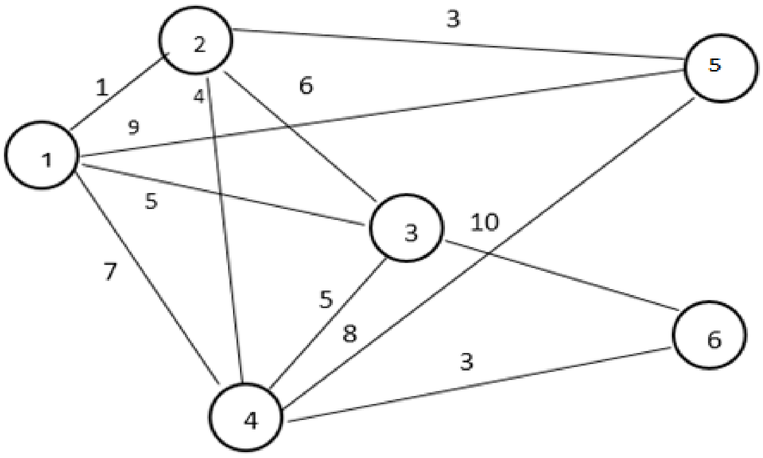
<u>0-qadam</u>. Dastlab $C_0 = \varnothing$ va $\overline{C_0} = N$ deb faraz qilamiz.

<u>1-qadam</u>. C_0 to'plamdan ixtiyoriy i tugunni olamiz va $C_1 = \{i\}$ ni aniqlaymiz, u holda $\overline{C_1} = N - \{i\}$ bo'ladi. Endi k=2 qabul qilamiz.

k-asosiy qadam. C_{k-1} to'plamdagi qandaydir tugun bilan eng qisqa yoy bilan to'plashgan $\overline{C}_{k-1}$ to'plamdagi j* ni tanlaymiz. j* tugun C_{k-1} to'plamga qo'shiladi va $\overline{C}_{k-1}$ to'plamdan chiqib ketadi. SHunday qilib, $C_k = C_{k-1} + \{j^*\}$, $\overline{C}_k = \overline{C}_{k-1} - \{j^*\}$ to'plamlarni hosil qilamiz.

Agar $\overline{C}_k$ to'plam bo'sh bo'lsa, algoritm o'z ishini tugatadi. Aks holda k=k+1 qiymatni qabul qiladi va oxirgi qadam takrorlanadi.

Masala. Kabelli televidenie kompaniyasi o'z tarmog'iga yangi beshta hududni qo'shmoqchi bo'lsin. Telemarkaz va hududlar o'rtasidagi masofa va rejalashtirilayotgan tarmoq quyidagi sxemada berilgan (rasm). Eng tejamli kabelli tarmoqni tuzish talab etilsin.



24 –rasm.

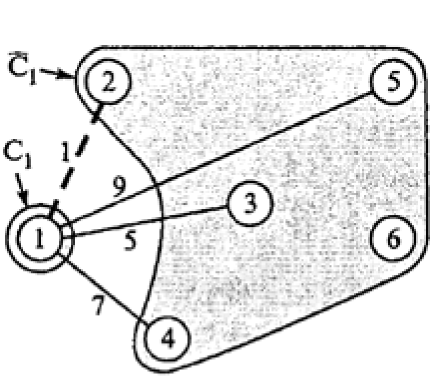
Ishni minimal to’xtash daraxti algoritmini tuzishdan boshlaymiz. Boshlang’ich tugun sifatida (telemarkaz sifatida) 1-nchi tugunni olamiz (ixtiyoriy tugunni olish mumkin.)

U holda $C_1 = \{1\}$ va $\overline{C_1} = \{2, 3\ 4, 5, 6\}$.

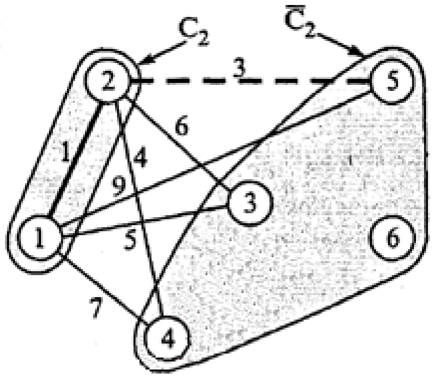
Algoritmning bajarilish ketma-ketligi quyidagi 25-rasmda berilgan. Bu yerda ingichka chiziqlar bilan C_k va $\overline{C_k}$ to’plamlarga tegishli tugunlarni tutashtiruvchi tomonlar ko’rsatilgan bo’lib, ularning ichidan eng qisqa bo’lgan tomonni topish talab etiladi. Mazkur tomon uzuq chiziqlar bilan ko’rsatilgan. Yo’g’on chiziq bilan C_k to’plam tugunlarini tutashtiruvchi tomon (dastavval uzuq chiziqlar bilan) tasvirlangan.

Misol uchun algoritmning birinchi qadamida (1,2) tomon $\overline{C_1}$ to’plam 1-tugun bilan tutashuvchi tugunlari ichida eng qisqa masofaga ega (6- tugunni 1- tugun bilan bevosita tutashtiruvchi yoy yo’q). SHuning uchun j*= 2 va $C_2 = \{1,2\}, \overline{C_2} = \{3\ 4, 5, 6\}$.

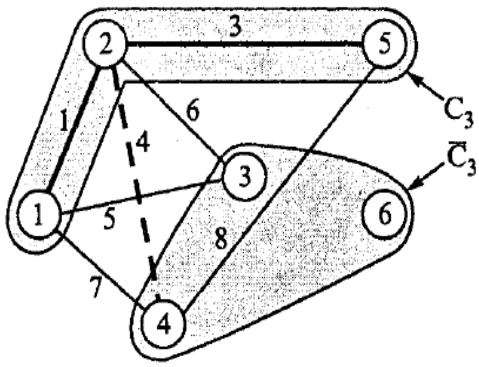
Minimal to’xtash daraxti algoritmi bo’yicha masala yechim 6-qadamda topiladi. Ushbu tarmoqni qurish uchun eng qisqa kabelь uzunligi 1+3+4+3+5=16 m.b. ga teng.



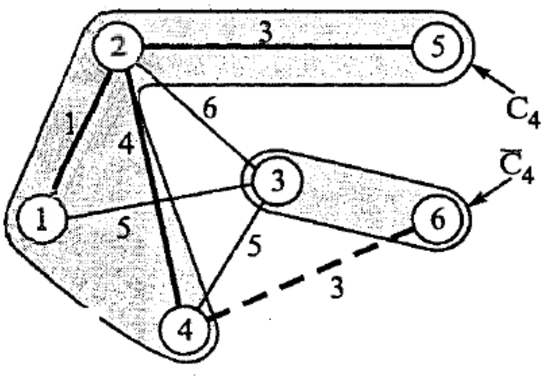
1-qadam



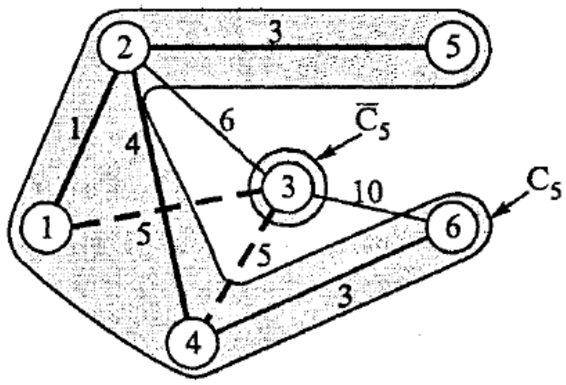
2-qadam



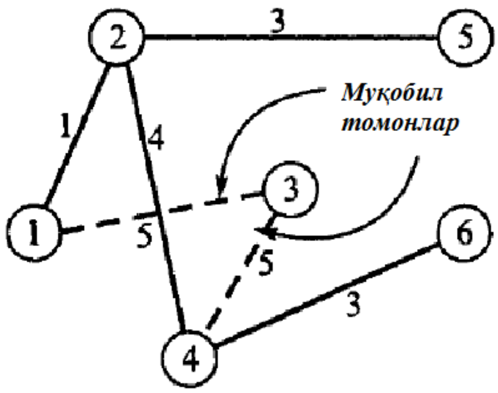
3-qadam



4-qadam



5-qadam



6-qadam(Minimal to'xtash joyi)

25-rasm.

Endi mazkur masalani **TORA** dasturi yordamida ishlash jarayoni bilan tanishaylik. Buning uchun dastur ishga tushurilgach, asosiy menyuning tarmoqli modellar(**Network models**) bo'limidan minimal to'xtash daraxti algoritmi(**Minimal Spanning Tree** bandi) tanlanishi lozim va masalaning berilishi jadvalga quyidagicha kiritiladi(26-rasm) .

INPUT GRID - MINIMAL SPANNING TREE

☑ Check here if network is symmetrical

		N1	N2	N3	N4	N5	N6
	Node Name	1-hudud	2-hudud	3-hudud	4-hudud	5-hudud	6-hudud
N1	1-hudud		1,00	5,00	7,00	9,00	infinity
N2	2-hudud	1,00		6,00	4,00	3,00	infinity
N3	3-hudud	5,00	6,00		5,00	infinity	10,00
N4	4-hudud	7,00	4,00	5,00		8,00	3,00
N5	5-hudud	9,00	3,00	infinity	8,00		infinity
N6	6-hudud	infinity	infinity	10,00	3,00	infinity	

26-rasm.

26-rasmga e’tibor bersak, birinchi hudud bilan ikkinchi hudud orasida masofa 1 m.b. bo’lib, ushbu qiymat jadvalning birinchi satr bilan ikkinchi ustun kesishgan katakka joylashtirilgan. Qolgan masofalar ham shu tariqa joylashtiriladi va masalaning yechimini topishga o’tiladi. Buning uchun kiritilgan jadvalning pastki qismida joylashgan masalani yechish menyusidan foydalaniladi (**SOLVE Menu→Solve problem→ Minimal Spanning Tree** buyruqlari). Natijani tahlil etsak, birinchi hudud bilan qolgan besh hududni bog’lovchi eng qisqa masofa 16 m.b.ga teng va bunda ikkinchi hudud bilan birinchi hududni, beshinchi hudud bilan ikkinchi hududni, to’rtinchi hudud bilan ikkinchi hududni, oltinchi hudud bilan to’rtinchi hududni, uchinchi hudud bilan to’rtinchi hududni bog’lash zarurligi ko’rsatilgan(27-rasm).

Starting Node: N1

Updated minimal tree length = 16,00

0. Start at node N1
1. Connect N2 [2-hudud] to N1 [1-hudud]: Length = 1,00
2. Connect N5 [5-hudud] to N2 [2-hudud]: Length = 3,00
3. Connect N4 [4-hudud] to N2 [2-hudud]: Length = 4,00
4. Connect N6 [6-hudud] to N4 [4-hudud]: Length = 3,00
5. Connect N3 [3-hudud] to N4 [4-hudud]: Length = 5,00

27-rasm.

6.2.Qisqa yo’lni izlash algoritmi

Tarmoqda qisqa yo’lni izlashning ikki algoritmi bilan tanishamiz. Ulardan biri tsiklga (takrorlanuvchi) ega tarmoq uchun, ikkinchisi tsiklga ega bo’lmagan tarmoq uchun.

1. Deykstra algoritmi
2. Floyd algoritmi

Deykstra algoritmi berilgan boshlang’ich tugun bilan tarmoqning istalgan tuguni o’rtasidagi qisqa yo’lni izlash uchun ishlab chiqilgan. Floyd algoritmi birmuncha umumiy bo’lib, u yordamida bir vaqtning o’zida tarmoqning istalgan ikki tuguni orasidagi eng qisqa yo’lni topish mumkin.

Deykstra algoritmi. Ushbu algoritm bajarilishi jarayonida *i*-tugundan j-tugunga o'tishda tomonga nishon qo'shish protsedurasidan foydalaniladi. U_i orqali boshlang'ich 1-tugundan i-tugungacha bo'lgan eng qisqa yo'lni belgilaymiz. d_{ij} – orqali (i, j) tomon uzunligi belgilaymiz. U holda j- tugun uchun $\lfloor U_j, i \rfloor$ nishonni quyidagicha aniqlaymiz.

$$\lfloor U_j, i \rfloor = \lfloor U_i + d_{ij}, i \rfloor, \ d_{ij} \ge 0$$

Tugunlar nishoni Deykstra algortmida ikki tipda: vaqtinchalik va doimiy bo'ladi. Agar berilgan tugungacha bo'lgan birmuncha qisqa yo'l topilsa, vaqtinchalik nishon boshqa bir vaqtinchalik nishon bilan almashtiriladi.

Boshlang'ich tugundan berilgan tuguncha boshqa eng qisqa yo'l qolmaganiga ishonch hosil qilingandan so'ng, vaqtinchalik nishon maqomi doimiyga almashtiriladi.

Algoritmning hisoblash sxemasi quyidagicha.

0-qadam. Boshlang'ich tugun (1-tugun)ga [0,-] nishon quyiladi. i=1 deb qabul qilinadi.

i-qadam.

a) i-tugundan bevosita borish mumkin bo'lgan va vaqtinchalik nishonga ega bo'lmagan barcha j tugunlar uchun $\lfloor U_i + d_{ij}, i \rfloor$ vaqtinchalik nishon hisoblanadi.

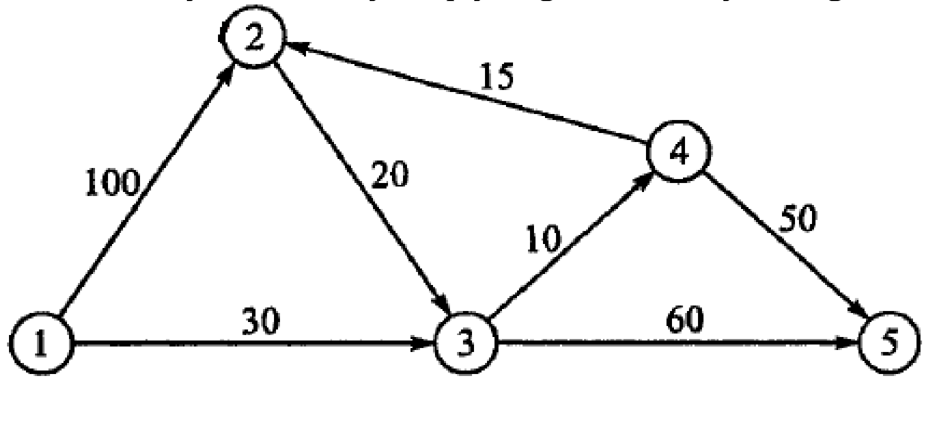
Agar j-tugun boshqa bir k-tugundan olgan $\lfloor U_j, k \rfloor$ nishonga ega bo'lsa va $U_i + d_{ij} < U_j$ bo'lsa, u holda $\lfloor U_j, k \rfloor$ nishon $\lfloor U_i + d_{ij}, i \rfloor$ nishonga almashtiriladi.

v) agar barcha tugunlar doimiy nishonga ega bo'lsa, hisoblash jarayoni to'xtatiladi. Aks holda barcha vaqtinchalik nishonlar ichidan eng qisqa (agar bunday nishonlar bir qancha bo'lsa tanlov ixtiyoriy) U_r masofaga ega $[U_r, s]$ nishon olinadi va i=r deb qilinadi hamda i-nchi qadamni takrorlanadi.

Masala. Beshta aholi punktidan tashkil topgan transport tarmog'i berilgan bo'lib, ular orasidagi masofalar (kilometrlarda) tutashtiruvchi yoy yonida keltirilgan(28- rasm). Birinchi aholi punkti (1-tugun)dan qolgan barcha to'rt aholi punkitiga boriladigan eng qisqa masofa topilishi talab etilsin.

0-qadam. 1-tugunga [0,-] doimiy nishon qo'yamiz.

1-qadam. 1-tugundan 2-va 3- tugunga borish mumkin. Ushbu tugunlar uchun nishonlarni hisoblaymiz va natijani quyidagi nishonlar jadvaliga kiritamiz.



28-rasm.

Tugun	Nishon	Nishon maqomi
1	**[0,-]**	**Doimiy**
2	[0+100,1]=[100,1]	Vaqtinchalik
3	[0+30,1]=[30,1]	← Vaqtinchalik

2- va 3- tugunlar ichida eng qisqa masofasini 3-tugun ega $(U_3 = 30)$. $1 \to 3$ yo'l. SHu sababli 3-tugun nishon maqomini "doimiy"ga o'zgartiramiz.

2-qadam. 3-tugun (doimiy nishonga ega)dan 4- va 5- tugunlarga borish mumkin. Natijada quyidagi tugunlar ro'yxatini hosil qilamiz.

Tugun	Nishon	Nishon maqomi
1	**[0,-]**	**Doimiy**
2	[100,1]	Vaqtinchalik
3	**[30,1]**	**Doimiy**
4	[30+10,3]=[40,3]	←Vaqtinchalik
5	[30+60,3]=[90,3]	Vaqtinchalik

[40,3] nishonning maqomi vaqtinchalikdan "doimiy" likka o'zgartiriladi $(U_r = 40)$

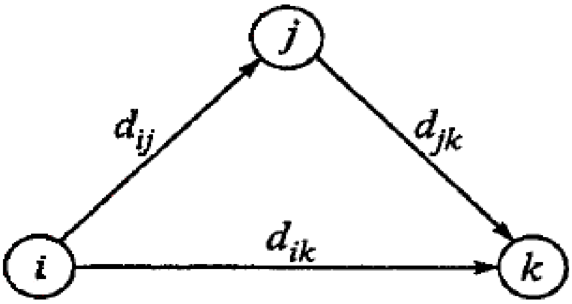
3-qadam. 4-tugundan 2- va 5- tugunga borish mumkin. Hisoblash natijasida quyidagi ro'yxatni xosil qilamiz.

Tugun	Nishon	Nishon maqomi
1	**[0,-]**	**Doimiy**
2	[40+15,1]= [55,4]	←Vaqtinchalik
3	**[30,1]**	**Doimiy**
4	**[40,3]**	**Doimiy**
5	[90,3] yoki [40+50,4] [90,4]	Vaqtinchalik

Ikkinchi qadamda hosil bo'lgan [100,1] vaqtinchalik nishon [55,4]ga o'zgartiriladi. Bu degani, ushbu tugunga birmuncha qisqa yo'l (4-tugundan o'tuvchi) topilganini anglatadi. Uchinchi qadamda 5-tugun ikki bir xil masofali qiymatga ega bo'lgan (U_5=90) nishonlar hosil bo'ladi.

4-qadam. 2-tugundan faqat 3-tugun orqali o'tish mumkin, ammo u doimiy nishonga ega va uni o'zgartirib bo'lmaydi. SHu sababli ushbu qadamda ham oldingi qadamlardek ro'yxat hosil bo'ladi, ammo bitta o'zgarish bilan, ya'ni 2-tugun nishon doimiy maqomni oladi. Vaqtinchalik nishon faqat 5-tugunda qoladi, chunki undan boshqa tugunlarga borib bo'lmaydi, shu bilan hisoblash jarayoni tugaydi.

Floyd algoritmi. Mazkur algoritm Deykstra algortmiga qaralganda birmuncha umumiy bo'lib, tarmoqning ixtiyoriy ikki tuguni orasidagi eng qisqa yo'lni topadi. Ushbu algoritmda tarmoq **n** satr va **n** ustunli kvadrat matritsa ko'rinishida ifodalanadi. Agar (i,j) yoy mavjud bo'lsa, (i,j) chekli qiymatga ega bo'lgan i-tugun bilan j-tugun orasidagi masofa $d_{ij,}$ ga va aks holda cheksizga teng. Floyd usulining asosiy g'oyasi quyidagicha. Faraz qilaylik **i-**, **j-** va **k-** tugunlar va ular orasidagi masofa berilgan bo'lsin. Agar $d_{ij} + d_{jk} < d_{ik}$ shart bajarilsa, $i \to k$ yo'lni $i \to j \to k$ ga almashtirish maqsadga muvofiq.



Bunday almashtirishlar (keyinchalik shartli ravishda uchburchakli operator deb ataymiz) Floyd algoritmida tizimli ravishda amalga oshiriladi.

Algoritm quyidagi sxemaga ega.

0-qadam. Masofalarning boshlang'ich matritsasi D_0 va tugunlar ketma-ketligi S_0ni aniqlanadi. Ikkala matritsaning dioganal elementlari hisoblash jarayonida ishtirok etmasligini ko'rsatuvchi "—" belgi bilan belgilanadi. $k=1$deb qabul qilinadi.

k-asosiy qadam. k - satr va k - ustunni yetakchi satr va yetakchi ustun sifatida belgilaymiz. D_{k-1}matritsaning barcha d_{ij} elementlariga uchburchak operatorni qo'llash imkoniyatlarini qarab chiqamiz.

$D_0 =$

	1	2	...	j	...	n
1	—	d_{12}	...	d_{1j}	...	d_{1n}
2	d_{21}	—	...	d_{2j}	...	d_{2n}
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
i	d_{i1}	d_{i2}	...	d_{ij}	...	d_{in}
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
n	d_{n1}	d_{n2}	...	d_{nj}	...	—

$S_0 =$

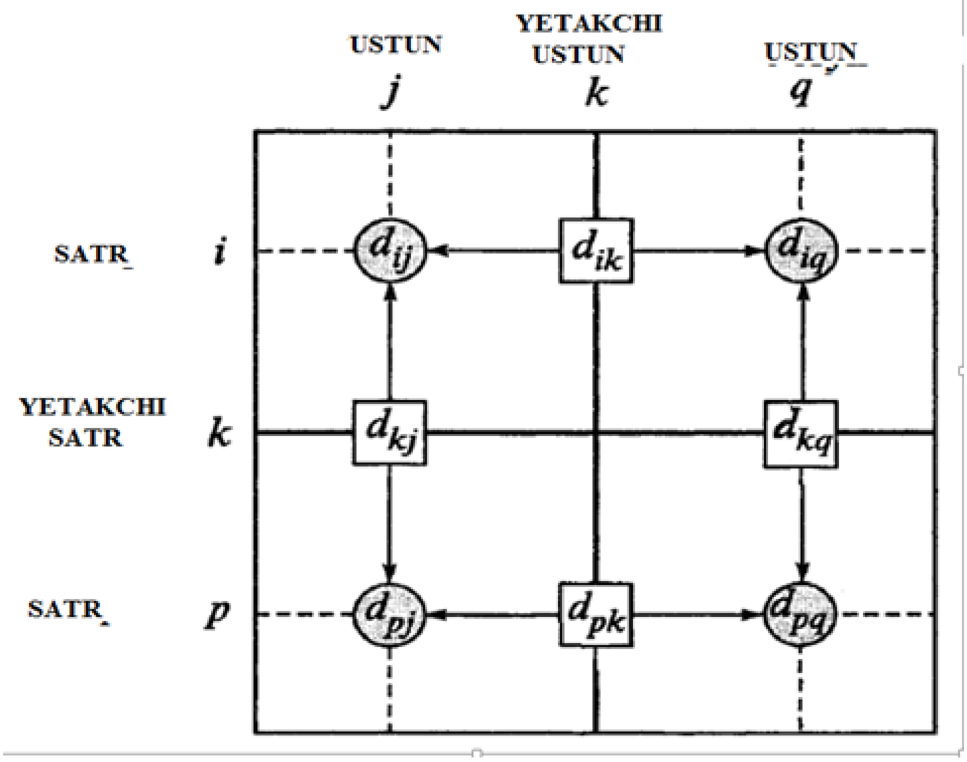
	1	2	...	j	...	n
1	—	2	...	j	...	n
2	1	—	...	j	...	n
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
i	1	2	...	j	...	n
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
n	1	2	...	j	...	—

Agar $d_{ik} + d_{kj} < d_{ij}$ $(i \neq k, j \neq k)$ va $(i \neq j)$ shart bajarilsa quyidagilar bajariladi.

a) D_k matritsani D_{k-1} matritsaning d_{ij} elementini $d_{ik} + d_{kj}$ yig'indi bilan almashtirish natijasida hosil qilamiz.

b) S_k matritsani esa S_{k-1} matritsadagi s_{ij} elementni k ga almashtirish natijasida hosil qilamiz. $k = k + 1$ deb olamiz va k- qadamni takrorlaymiz.

Algortmning k-qadamidagi faoliyatimizni tushuntirish uchun D_{k-1} matritsani quyidagi rasmda ko'rsatilgandek tasvirlaymiz.



Ushbu rasmda k -satr va k -ustunlar yetakchi bo'lsin. i- satr 1 dan to $k-1$ nomergacha bo'lgan, r esa $k+1$dan to n nomergacha bo'lgan ixtiyoriy satrlar bo'lsin. Xuddi shuningdek, j-ustun 1 dan to $k-1$ gacha bo'lgan, *g* esa $k+1$ dan to *n* gacha bo'lgan ixtiyoriy ustun. Uchburchakli operator quyidagicha ishlaydi.

Agar yetakchi satr va ustun elementlar yig'indisi (kvadratiklarda ko'rsatilgan) ular kesishmasida turgan (doiraga olingan) elementdan kichik bo'lsa, masofalar yetakchi elementlar bilan tasvirlangan masofalar yig'indisi bilan almashtiriladi.

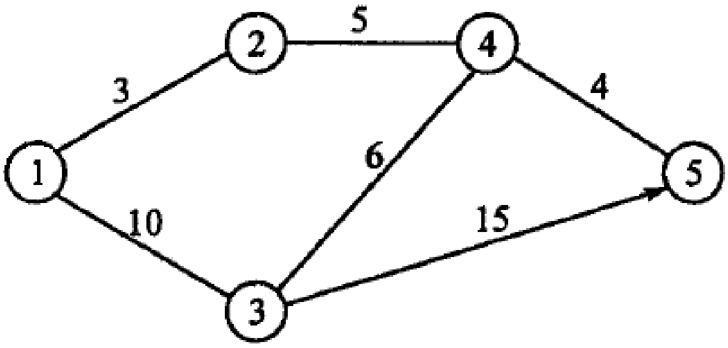
Algoritmning *n* qadami bajarilgandan so'ng D_n va S_n matritsalar bo'yicha *i* va *j* tugunlar orasidagi eng qisqa yo'lni topish quyidagi qoida bo'yicha amalga oshiriladi.

1. *i* va *j* tugunlar orasidagi masofa D_n matritsada d_{ij} ga teng.

2. i tugundan j tugungacha bo'lgan yo'lda oraliq tugunlar S_n matritsa bo'yicha topiladi. Faraz qilaylik $s_{ij} = k$, u holda $i \rightarrow k \rightarrow j$ yo'lga ega bo'lamiz. Agar keyinchalik $s_{ik} = k$ va $s_{kj} = j$ bo'lsa, u holda butun yo'l aniqlangan deb hisoblaymiz,

chunki barcha oraliq tugunlar topilgan bo’ladi. Aks holda yuqoridagi protsedura i-tugundan k-tugungacha va k-tugundan j-tugungacha bo’lgan yo’llar uchun takrorlanadi.

Masala. Yuqoridagi algoritmlardan foydalanib, **TORA** dasturi yordamida quyidagi beshta aholi punktini bog’lovchi eng qisqa yo’l topish masalasini ko’rib chiqaymiz(29-rasm).



29-rasm.

TORA dasturi ishga tushurilgach, asosiy menyudan tarmoqli modellar(**Network models**) bo’limidan eng qisqa yo’l(**Shortest Route**) bandi tanlangandan so’ng, aholi punktlari orasidagi masofalar jadvalga quyidagicha joylashtiriladi(30-rasm).

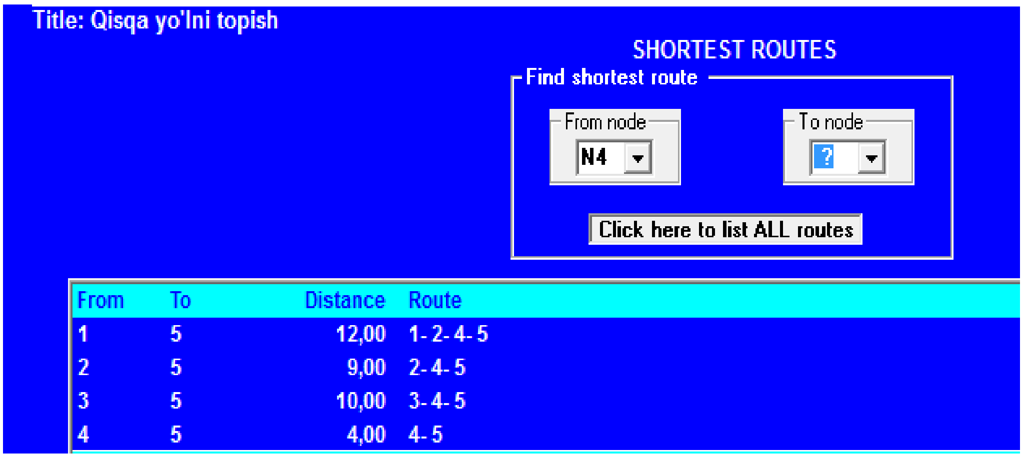
INPUT GRID - SHORTEST ROUTE

Check here if network is symmetrical

		N1	N2	N3	N4	N5
	Node Name	A пункт	B пункт	C пункт	D пункт	E пункт
N1	A пункт		3,00	10,00	infinity	infinity
N2	B пункт	infinity		infinity	5,00	infinity
N3	C пункт	infinity	infinity		6,00	15,00
N4	D пункт	infinity	infinity	infinity		4,00
N5	E пункт	infinity	infinity	infinity	infinity	

30-rasm.

30-rasmga e’tibor bersak, birinchi(A) aholi punkti bilan ikkinchi(B) aholi punkti orasida masofa 3 m.b. bo’lib, ushbu qiymat jadvalning birinchi satr bilan ikkinchi ustun kesishgan katakka joylashtirilgan. Qolgan masofalar ham shu tariqa joylashtiriladi va masalaning yechimini topishga o’tiladi. Buning uchun kiritilgan jadvalning pastki qismida joylashgan masalani yechish menyusidan foydalaniladi (**SOLVE Menu→Solve problem→Shortest routes** buyruqlari). Natijani tahlil etsak, A (1) aholi punktidan E (5) aholi punktigacha eng qisqa masofa 12 m.b. bo’lib, mazkur yo’l A→B→D→E(1→2→4→5) aholi punktlari orqali o’tadi(31-rasm). SHu bilan birga yechimda B, C, D (2,3,4) aholi punktlaridan to E(5) aholi punktigacha bo’lgan eng qisqa masofalar ham ko’rsatilgan(31-rasm).



31-rasm.

Agar masalani yechishda **SOLVE Menu→Solve problem→Iterations** bo'yruqlari tanlansa, dastur masalani yechishda qaysi algoritmdan (**Dijkstra's algorithm** yoki **Floyd's algorithm**) foydalanish lozimligini so'raydi. Algoritmlarning biri tanlasa, berilgan masalani yechish jarayoni ketma-ketligi(iteratsiyalari)ni ham ko'rish imkoniyati hosil bo'ladi.

6.3.Maksimal oqimni topish algoritmi.

Ushbu algoritm g'oyasi manbadan to quyilish joyigacha bo'lgan musbat oqimli o'tish yo'lini topishdir. $(\overline{C}_{ij},\overline{C}_{ji})$ (boshlang'ich) o'tkazish qobiliyatli (i,j) qirrani qaraylik. Algoritm bajarilish jarayonida ushbu o'tkazish qobiliyatlarining bir qismi mazkur qirradan o'tuvchi oqim tomonidan "olinadi" va natijada har bir qirra qoldiq o'tkazish qobiliyatiga ega bo'ladi. (c_{ij},c_{ji}) - yozuvni qoldiq o'tkazish qobiliyatini tasvirlash uchun ishlatamiz.

Ta'rif. Barcha qirralari qoldiq o'tkazish qobiliyatiga ega bo'lgan tarmoq qoldiq tarmoq deyiladi.

i tugundan oqim oluvchi ixtiyoriy j tugun uchun $[a_j,i]$ nishon aniqlaymiz. Bu yerda $a_j - j$ tugundan i tugunga oquvchi oqim miqdori.

Algoritmning ishlash sxemasi quyidagicha:

<u>1-qadam</u> . Barcha (i,j) qirralar uchun dastlabki o'tkazish qobiliyatiga teng qoldiq o'tkazish qobiliyatini joylashtiramiz, ya'ni $(c_{ij},c_{ji})=(\overline{C}_{ij},\overline{C}_{ji})$. $a_1=\infty$ deb olib 1-tugunni $[\infty,-1]$nishon bilan belgilaymiz. i=1 deb qabul qilamiz va 2-qadamga o'tamiz.

<u>2-qadam</u> . S_i to'plam_i- tugundan musbat qoldiq o'tkazish qobiliyati qirra bo'yicha o'tishi mumkin bo'lgan j-tugunlar to'plami sifatida aniqlanadi. (ya'ni, $c_{ij}>0$ barcha $j\in S_i$). Agar $S_i=\varnothing$ bo'lsa 3-qadam bajariladi, aks holda 4-qadamga o'tiladi.

<u>3-qadam.</u> S_i to'plamdan $c_{ik} = \max\limits_{j \in S_i} \{c_{ij}\}$ shartni qanoatlantiruvchi k-tugun topiladi. $a_k = C_{ik}$ deb olinadi va k tugunga $[a_k, i]$nishon qo'yiladi. Agar oxirgi nishon bilan quyilish tuguni belgilangay bo'lsa(ya'ni, k=n), o'tish yo'li topilgan bo'ladi va 5-qadamga o'tiladi. Aks holda i=k deb olib, 2-qadamga qaytiladi.

<u>4-qadam</u> (ortga qaytish). Agar i=1 bo'lib, o'tishning imkoni yo'q bo'lsa, 6-qadamga o'tiladi. Agar $i \neq 1$nishon qo'yilgan bevosita i tugundan avvalgi r tugun topsak, i tugun r tugun bilan o'zaro bog'langan tugunlar to'plamidan chiqarib tashlanadi. i= r deb qabul qilinadi va 2- qadamga qaytiladi.

<u>5-qadam</u> (qoldiq tarmoqni topish). $N_p = \{1, k_1, k_2, ..., n\}$ to'plam orqali manba tugun (1-tugun)dan to quyilish tugun (n-tugun)gacha bo'lgan yo'l o'tgan tugunlar to'plamni belgilaymiz. U holda ushbu yo'ldan o'tuvchi maksimal oqim quyidagicha hisoblanadi:

$$f_p = \min\{a_1, a_{k1}, a_{k2}, ..., a_n\}$$

O'tish yo'lini tashkil etuvchi qirralarning qoldiq o'tkazish qobiliyatlari f_p qiymatga oqim yo'nalishi bo'yicha kamayadi va shuncha miqdorga qarama-qarshi yo'nalish bo'yicha ko'payadi. SHunday qilib o'tish yo'liga kiruvchi (i,j) qirra uchun joriy qoldiq qiymatlar (c_{ij}, c_{ji}) quyidagicha o'zgaradi.

a) $(c_{ij} - f_p, c_{ji} + f_p)$ agar oqim i tugundan j tugunga qarab borayotgan bo'lsa.

b) $(c_{ij} + f_p, c_{ji} - f_p)$ agar oqim j tugundan i tugunga qarab borayotgan bo'lsa

Keyinchalik 4-qadamda chetlashtirilgan barcha tugunlar tiklanadi. i=1 deb qabul qilinadi va yangi o'tish yo'lini izlash uchun 2-qadamga qaytiladi.

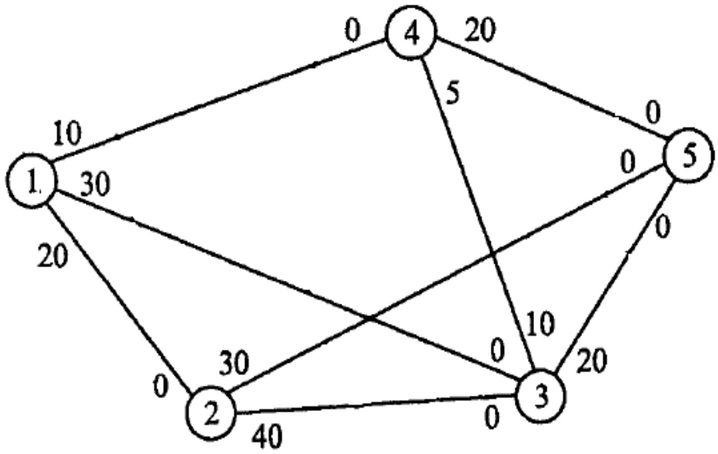
<u>6-qadam.</u> Yechish

a) topilgan **m** o'tish yo'llarida maksimal oqim quyidagi formula bo'yicha hisoblanadi

$$F = f_1 + f_2 + ... + f_m$$

b) (i,j) qirraning o'tkazish qobiliyatlarini boshlang'ich $(\overline{C}_{ij}, \overline{C}_{ji})$ va yakuniy (oxirgi) (c_{ij}, c_{ji}) qiymatlariga ega bo'lgan holda ushbu qirradan o'tuvchi optimal oqimni quyidagicha hisoblash mumkin. $(\alpha, \beta) = (\overline{C}_{ij} - c_{ij}, \overline{C}_{ji} - c_{ji})$ deb qabul qilib, agarα >0 bo'lsa, (i,j) qirra orqali o'tuvchi oqim αga teng. Agar $\beta > 0$, bo'lsa, u holda oqim βga teng (bir vaqtning o'zida $\alpha > 0$ va $\beta > 0$ holatda bo'lishi mumkin emas).

Masala. Quyidagi 32– rasmda ko'rsatilgan tarmoq uchun maksimal oqim hisoblanishi talab etilsin.



32-rasm.

<u>1-iteratsiya</u>

Barcha qirralarning qoldiq o'tkazish qobiliyati(c_{ij}, c_{ji})ni boshlang'ich o'tkazish qobiliyati$(\overline{C}_{ij}, \overline{C}_{ji})$ga teng deb olamiz.

1-qadam. $a_1 = \infty$ qiymat berib, 1-tugunni $[\infty, -]$ nishon bilan belgilaymiz va $i = 1$ deb qabul qilamiz.

2-qadam. $S_1 = [2,3,4] \quad (\neq \varnothing)$.

3-qadam. $k = 3$, chunki $c_{13} = \max\{c_{12}, c_{13}, c_{14}\} = \max\{20,30,10\} = 30$. $a_3 = c_{13} = 30$ qiymat beramiz va 3-tugunni $[30,1]$ nishon bilan belgilaymiz hamda $i = 3$deb 2-qadamga qaytamiz.

2-qadam. $S_2 = [4,5]$.

3-qadam. $k = 5$va . $a_5 = c_{35} = \max\{10,20\} = 20$. 5-tugunni $[20,3]$ nishon bilan belgilaymiz. O'tish yo'liga ega bo'lamiz va 5-qadamga o'tamiz.

5-qadam. O'tish yo'lini 1-tugundan boshlab to 5-tugungacha qo'yilgan nishonlar bo'yicha topamiz: $(5) \to [20,3] \to (3) \to [30,1] \to (1)$. SHunday qilib $N_1 = \{1,3,5\}$ va $f_1 = \min\{a_1, a_3, a_5\} = \{\infty,30,20\} = 20$. N_1yo'l bo'ylab qoldiq o'tkazish qobiliyatini quyidagicha topamiz:

$$(c_{13}, c_{31}) = (30 - 20, 0 + 20) = (10, 20),$$

$$(c_{35}, c_{53}) = (20 - 20, 0 + 20) = (0, 20).$$

<u>2-iteratsiya</u>

1-qadam. $a_1 = \infty$ qiymat berib, 1-tugunni $[\infty, -]$ nishon bilan belgilaymiz va $i = 1$deb qabul qilamiz.

2-qadam. $S_1 = [2,3,4]$.

3-qadam. $k = 2$, chunki $a_2 = c_{12} = \max\{20,10,10\} = 20$ va 2-tugunni $[20,1]$ nishon bilan belgilaymiz hamda $i = 2$ deb –qadamga qaytamiz.

4-qadam. $S_2 = [3,5]$

5-qadam. $k=3$ va $a_3=c_{23}=40$. 3-tugunni $[40,2]$ nishon bilan belgilaymiz. $i=3$ deb olib 2-qadamga qaytamiz.

2-kadam. $S_3=[4]$. ($c_{35}=0$ bo'lganligi uchun 5-tugun S_3 ga qiritilmagan)

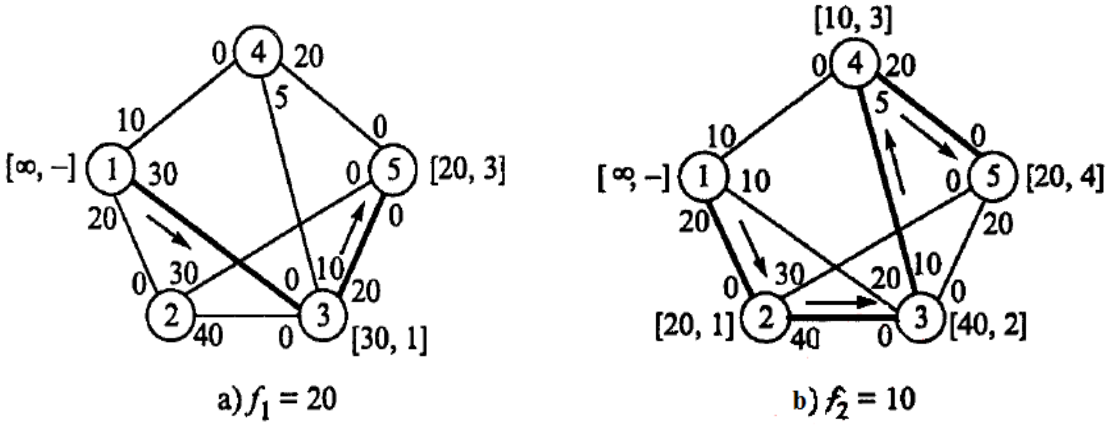
3-qadam. $k=4$ va $a_4=c_{34}=10$ qiymat berib, 4-tugunni $[10,3]$ nishon bilan belgilaymiz. $i=4$ deb olib, 2-qadamga qaytamiz.

2-qadam. $S_4=[5]$. (1- va 3- tugunlarga nishon qo'yilganligi uchun S_4 ga qiritilmagan).

3-kadam. $k=5$ va $a_5=c_{45}=20$. 5-tugunni $[20,4]$ nishon bilan belgilaymiz. O'tish yo'liga ega bo'lamiz. 5-qadamga o'tamiz.

5-qadam. $N_2=\{1,2,3,4,5\}$ va $f_2=\min\{\infty,20,40,10,20\}=10$. N_2 yo'l bo'ylab qoldiq o'tkazish qobiliyatini hisoblaymiz.

$$(c_{12},c_{21})=(20-10,0+10)=(10,10),$$
$$(c_{23},c_{32})=(40-10,0+10)=(30,10),$$
$$(c_{34},c_{43})=(10-10,5+10)=(0,15),$$
$$(c_{45},c_{54})=(20-10,0+10)=(10,10).$$



33-rasm.

<u>3-iteratsiya</u>

1-qadam. $a_1=\infty$ qiymat berib, 1-tugunni $[\infty,-]$ nishon bilan belgilaymiz va $i=1$ deb qabul qilamiz.

2-qadam. $S_1=[2,3,4]$.

3-qadam. $k=2$, $a_2=c_{12}=\max\{10,10,10\}=10$ deb olib, 2-tugunga $[10,1]$ nishon qo'yamiz va $i=2$ qiymat berib 2-qadamga o'tamiz.

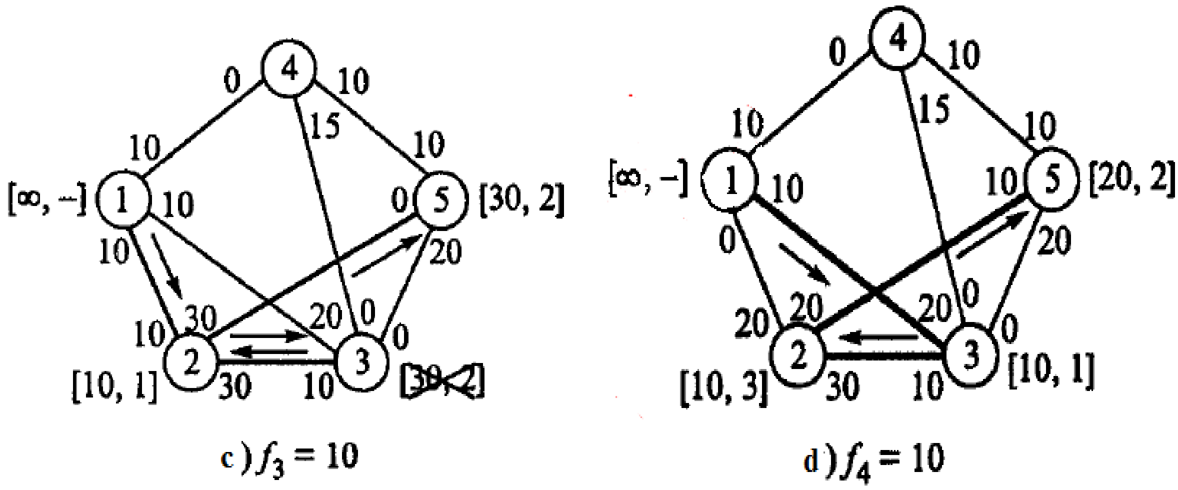
2-qadam. $S_2=[3,5]$.

3-qadam. $k=3$ va $a_3=c_{23}=30$. 3-tugunni $[30,2]$ nishon bilan belgilaymiz va $i=3$ deb olib 2-qadamga qaytamiz.

2-kadam. $S_3=\varnothing$ (chunki $c_{34}=c_{35}=0$). 4-qadamga o'tamiz.

4-kadam. 3-tugun $[30,2]$ nishoni oldingi uzel raqami $r=2$ ni ko'rsatadi. Ushbu iteratsiyada 3-tugun keyinchalik e'tiborga olmaymiz va uning nishonini chizib tashlaymiz. $i=r=2$ deb olib, 2-qadamga qaytamiz.

2-kadam. $S_4=[5]$ (sababi 3-tugun mumkin bo'lgan o'tish yo'lidan chetlashtirilgan).



34-rasm.

3-kadam. $k=5$ va $a_5=c_{25}=30$. 5-tugunga $[30,2]$ nishonnni qo'yamiz. O'tish yo'liga ega bo'ldik. 5-qadamga o'tamiz.

5-qadam. $N_3=\{1,2,5\}$ va $f_3=\min\{\infty,10,30\}=10$. N_3 o'tish yo'li bo'ylab qoldiq o'tkazish qobiliyatini quyidagicha hisoblaymiz.

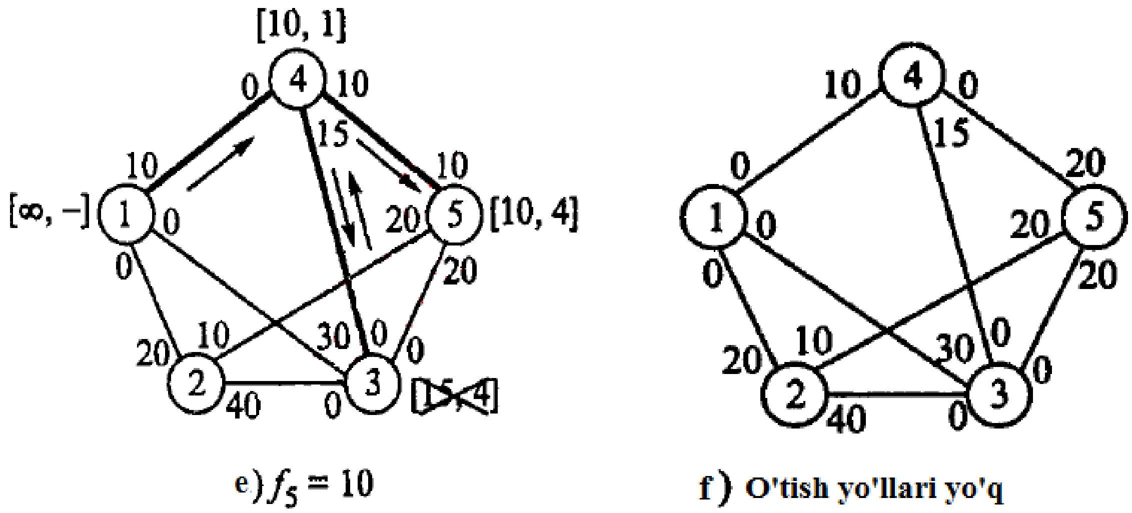
$$(c_{12},c_{21})=(10-10,10+10)=(0,20)$$
$$(c_{25},c_{25})=(30-10,0+10)=(20,10)$$

4-iteratsiya

Ushbu iteratsiyada $N_4=\{1,3,2,5\}$ yo'lga ega bo'lamiz va bunda $f_4=10$.

5- iteratsiya

Mazkur iteratsiyada esa $N_5=\{1,4,5\}$ yo'lga ega bo'lamiz va bunda $f_5=10$.



35-rasm.

Tarmoqning maksimal oqimi esa quyidagiga teng.

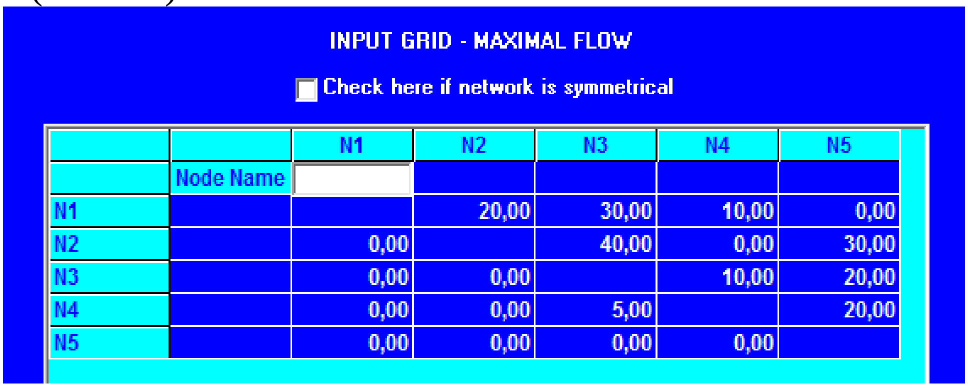
$$F = f_1 + f_2 + ... + f_5 = 20 + 10 + 10 + 10 + 10 = 60 \text{ birlik.}$$

Hisoblash natijalarini quyidagi jadvalga joylashtirmiz.

Qirra	$\overline{C}_{ij}, \overline{C}_{ji} - (c_{ij}, c_{ji})_6$	Oqim qiymati	Yo'nalish
$(1,2)$	$(20,0) - (0,20) = (20,-20)$	20	$1 \to 2$
$(1,3)$	$(30,0) - (0,30) = (30,-30)$	30	$1 \to 3$
$(1,4)$	$(10,0) - (0,10) = (10,-10)$	10	$1 \to 4$
$(2,3)$	$(40,0) - (40,0) = (0,\ 0)$	0	----
$(2,5)$	$(30,0) - (10,20) = (20,-20)$	20	$2 \to 5$
$(3,4)$	$(10,5) - (0,15) = (10,-10)$	10	$3 \to 4$
$(3,5)$	$(20,0) - (0,20) = (20,-20)$	20	$3 \to 5$
$(4,5)$	$(20,0) - (0,20) = (20,-20)$	20	$4 \to 5$

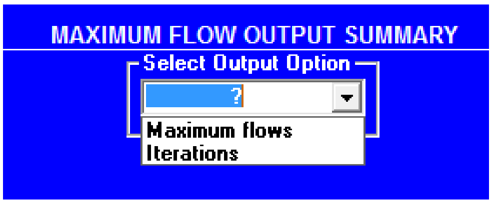
Endi ushbu masalani **TORA** dasturi yordamida ishlab ko'ramiz.

Buning uchun dastur ishga tushurilgach, asosiy menyudagi tarmoqli modellar(**Network models**) bo'limidan maksimal oqim(**Maximal Flow**) bandi tanlanganadi va tugunlarning o'tkazish qobiliyati jadvalga quyidagicha joylashtiriladi(36-rasm).



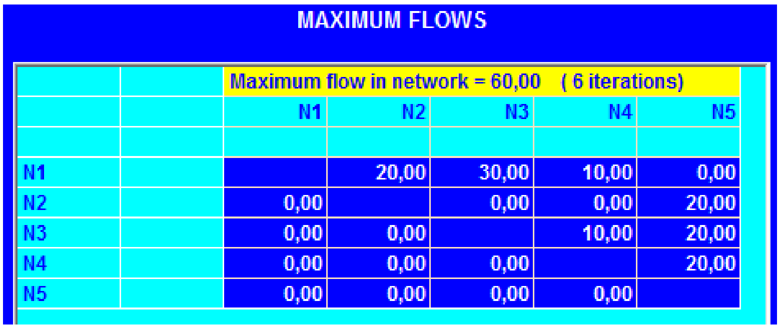
36-rasm.

Jadvalga e'tibor bersak, birinchi tugundan ikkinchi tugunga o'tishda qirraning o'tkazish qobiliyati 20 birlik bo'lib, ushbu qiymat jadvalning birinchi satr bilan ikkinchi ustun kesishgan katakka joylashtirilgan. Ammo ikkinchi tugundan birinchi tugunga qaytish yo'q bo'lganligi uchun jadvalning ikkinchi satri bilan birinchi ustuni kesishish katagiga 0 birlik qo'yilgan. To'rtinchi tugundan uchinchi tugunga qaytish bo'lganligi uchun to'rtinchi satr bilan uchinchi ustun kesishish katagiga 5 birlik o'tkazish qobiliyati qo'yilgan. Qolgan o'tkazish qobiliyatlar ham shu tariqa jadvalga kiritiladi. Masalani yechishda **SOLVE Menu→Solve** problem bo'yruqlaridan foydalaniladi. Ushbu buyruqlar yordamida natijani olishda dastur oxirgi natijani yoki iteratsiya jarayonini ko'rsatishni so'raydi(37-rasm).



37-rasm.

Agar **Maximum flows** bandi tanlansa dastur oxirgi natijani ekranga chiqaradi(38-rasm).



MAXIMUM FLOWS

		Maximum flow in network = 60,00	(6 iterations)			
		N1	N2	N3	N4	N5
N1			20,00	30,00	10,00	0,00
N2		0,00		0,00	0,00	20,00
N3		0,00	0,00		10,00	20,00
N4		0,00	0,00	0,00		20,00
N5		0,00	0,00	0,00	0,00	

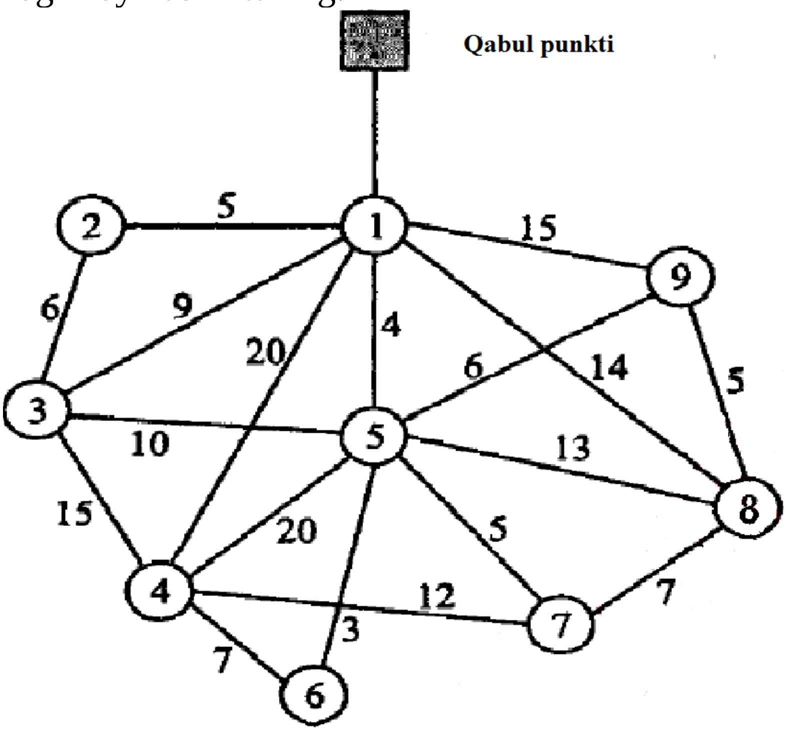
38-rasm.

Jadvaldan ko'rinib turibdiki, tarmoq oqimini maksimal hajmi 60 birlikni tashkil etadi. Ushbu natijaga 6-iteratsiyadan keyin erishilgan.

Agar **Iterations** bandi tanlansa, berilgan masalani yechish jarayoni iteratsiyalarini ham ko'rish imkoniyati hosil bo'ladi

Mustaqil ishlashga doir misollar.

1. Quyidagi sxemada A tuman hududida joylashgan fermer xo'jaliklari va paxta qabul qilish punktini bog'lovchi yo'l tarmog'i berilgan. Dastur yordamida paxta qabul qilish punkti va fermerlarning barchasini bir-biri bilan birlashtiruvchi eng qisqa yo'l tarmog'i loyihasini tuzing.

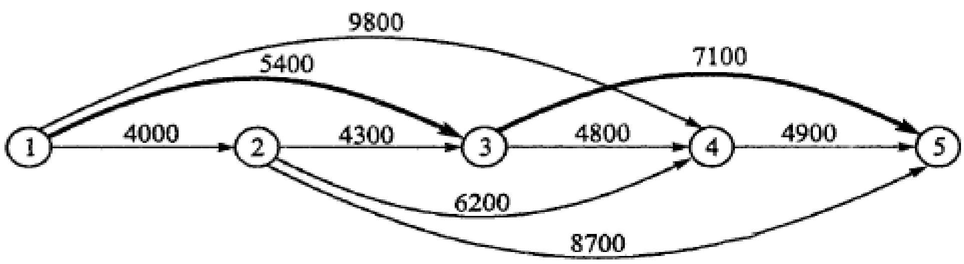


2. Televizorlarni ijaraga beruvchi kompaniya o'z parkini yangilash rejasini 2017-2021 yillar uchun ishlab chiqyapti. Har bir televizor bir yildan kam bo'lmagan va uch yildan ko'p bo'lmagan muddatda ishlashi lozim.

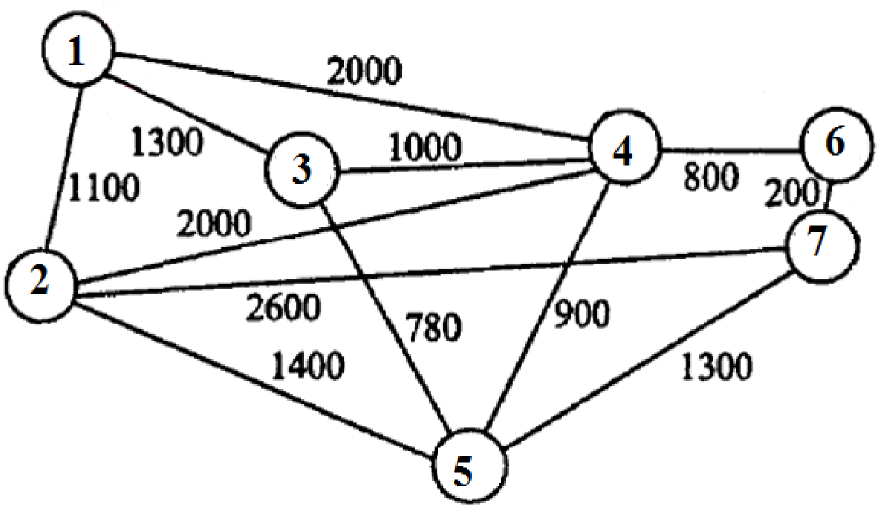
Quyidagi jadvalda televizorni almashtirish qiymati sotib olingan yili va foydalanish muddatiga bog'liq holda berilgan.

Sotib olingan yili	Foydalanish muddatiga bog'liq holda almashtirish qiymati, p.b		
	1	**2**	**3**
2017	4000	5400	9800
2018	4300	6200	8700
2019	4800	7100	
2020	4900		
2021			

Masalani beshta tugunli tarmoqli model sifatida tasvirlash mumkin(-rasm). Kompaniya optimal (kam xarajatli)ish faoliyatini eng qisqa yo'lni topish algoritmi yordamida **TORA** dasturidan foydalanib toping.

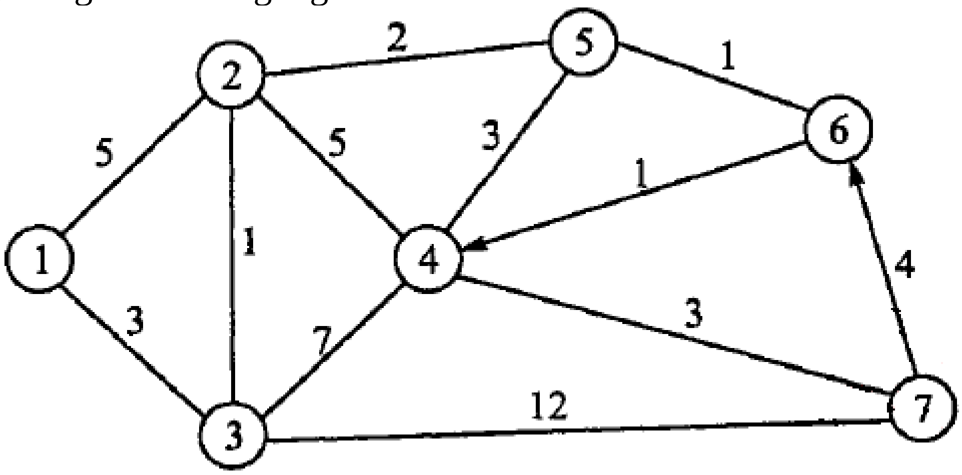


3.Minimal to'xtash daraxti algoritmi yordamida **TORA** dasturidan foydalanib quyidagi sxemada ko'rsatilgan aholi punktlarining barchasini o'zaro bog'lovchi eng qisqa yo'lni toping.

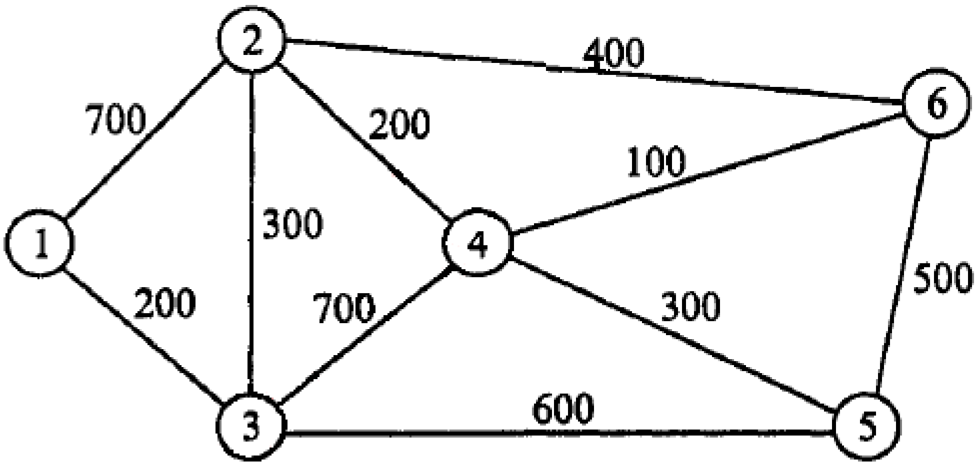


4. Quyidagi sxemaga **TORA** foydalanib Floyd algoritmini qo'llang. qo'llang. (7,6) va (6,4) qirralarning mo'ljallanganligi e'tiborga olib, quyidagi juft tugunlar orasidagi eng qisqa yo'lni toping.

a) 1-tugundan 7-tugungacha.
b) 2-tugundan 7-tugungacha.
v) 3-tugundan 7-tugungacha.
g) 3-tugundan 6-tugungacha.

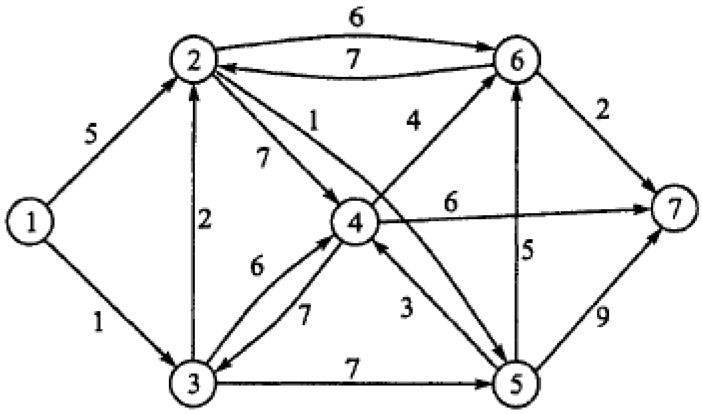


5.Telefon kompaniyasi quyidagi sxemada ko'rsatilgan bir-biridan ma'lum uzoqlikda(ular orasidagi masofa kilometrlarda berilgan) joylashgan tumanlarga xizmat ko'rsatadi. Kompaniyaning ikki ixtiyoriy tumanlar o'rtasida ma'lumotni jo'natishining eng samarali marshrutini toping.

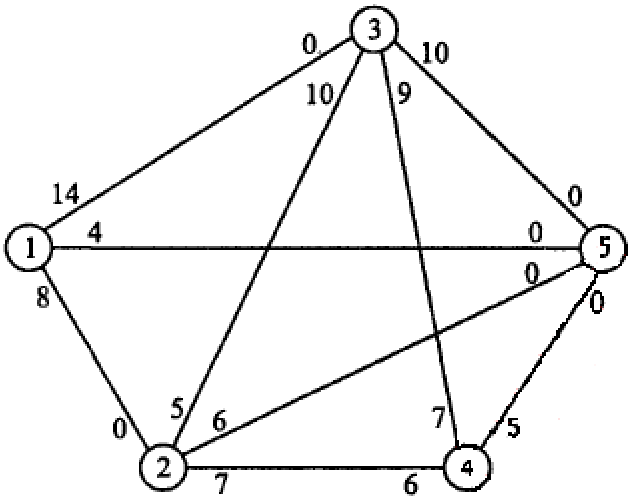


6. Quyidagi sxemada 8 ta shaharni birlashtiruvchi transport tarmog'i va ular orasidagi masofa kilometrlarda berilgan. Quyidagi shaharlar orasidagi eng qisqa yo'llarni **TORA** dasturidan foydalanib toping.
a) 1-shahardan 8-shahargacha.
b) 1-shahardan 6-shahargacha.
v) 3-shahardan 8-shahargacha.
g) 1-shahardan 7-shahargacha.

7. Quyidagi sxemada tasvirlangan tarmoqning birinchi tugunidan to qolgan barcha tugunlarigacha bo'lgan eng qisqa yo'lni **TORA** dasturi yordamida toping



8. Quyidagi sxemada berilgan tarmoqning maksimal oqimi va har bir qirradan o’tuvchi oqimlar hajmini **TORA** dasturi yordamida aniqlang.

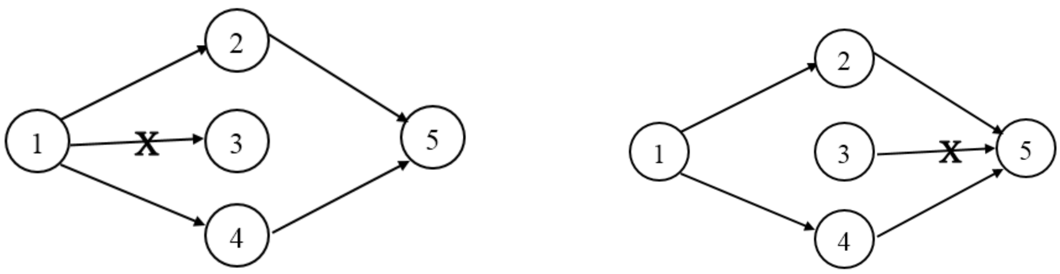


7.Loyihalarni rejalashtirish.

Bugungi kunda loyihalarni rejalashtirishning bir qancha usullari mavjud. Ko’pincha dastlab ishlar ro’yxati tuziladi, har bir ishning davomiyligi baholanadi va ularning bajarilish ketma-ketligi o’rnatiladi, ya’ni, loyihaga kiruvchi ixtiyoriy ishning boshlanishi uchun qaysi ishlar tugallanishi zarurligini aniqlanishi lozim va shu asosda uning tarmoqli grafi tuziladi.

Tarmoqli graflarni tuzishda quyidagi qoidalarga amal qilish zarur

1. Tarmoqli grafda “boshi berk” holat bo’lmasligi kerak(39-rasm).



39-rasm.

2. Tarmoqli graflarda hech bo'lmasa bitta oldingi ish mavjud bo'lmagan (boshlang'ich hodisa mustasno) hodisa bo'lmasligi kerak.
3. Tarmoqli graflarni tuzishda ikki qo'shni hodisa ikki yoki undan ko'p ishlar bilan bog'lanishiga yo'l qo'ymaslik lozim. CHunki ularni tasvirlashda parallel bajariluvchi ishlar ko'rinishida bo'lishi mumkin. Bu esa xatolikka olib keladi. Xatolikdan qochish uchun qo'shimcha hodisa kiritish va uni keyingisiga bog'liqlik holda yoki yolg'ondakam ish bilan bog'lash tavsiya etiladi.
4. Tarmoqda sirtmoqlar (yopiq konturlar) bo'lmasligi lozim.
5. Tarmoqli grafda ortiqcha mantiqiy aloqa va hodisalarga yo'l qo'yilmaydi. Tarmoqli grafning tasvirlanish shakli oddiy bo'lishi, kesishuvchi ishlar soni umuman bo'lmasligi yoki juda kam bo'lishligi zarur.
6. Tarmoqli grafni tuzishda qo'yilgan maqsadga erishish uchun bajariladigan ishlarning texnologik ketma-ketligiga qat'iy amal qilinishi lozim.
7. Tarmoqli graf hodisalarini raqamlashda arab raqamlaridan foydalaniladi.
8. Tarmoqli grafning har qanday ishi o'z shifrga ega bo'lib, uning birinchisi mazkur ish chiqayotgan hodisa raqami, ikkinchisi –kiriladigan ish raqami.

Yuqoridagi qoidalarga mos holda tuzilgan grafikka loyiha bajarilishining tarmoqli modeli deyiladi.

Tarmoqli grafikning asosiy parametrlari bo'lib butun bir loyihani bajarishning davomiyligi, hodisalar tugallanish vaqtlari, ayrim ishlarni bajarish muddati va ularning vaqt zahiralari hisoblanadi.

Ta'rif. Har bir ishning yakuniy hodisasi keyingi ishning boshlang'ich hodisasi bilan ustma-ust tushadigan tarmoqning ixtiyoriy ketma-ketligiga yo'l deyiladi. Yo'l uzunligi deganda (i,j_1), $(j_1\ j_2)$, (j_2, j_3),…,(j_k, j) i da j gacha bo'lgan barcha ishlar bajarilishi davomiyligi tushuniladi, ya'ni, $t_{ij1} + t_{j1,j2} + \ldots t_{jk,j}$.

Ta'rif. Boshlang'ich qirrasi boshlang'ich hodisa bilan, yakuniy qirrasi – tugallovchi hodisa bilan ustma-ust tushuvchi yo'l to'liq yo'l deyiladi.

Ta'rif. Eng katta davomiylikka ega bo'lgan to'liq yo'l **kritik yo'l** deyiladi. Tarmoqda bunday yo'llar bir nechta bo'lishi mumkin. Kritik yo'lga tegishli ish va hodisalar ham kritik deyiladi.

Kritik yo'lga tegishli ishlarning davomiyliklari yig'indisi barcha ishlar kompleksini bajarishning kritik vaqti t_{kr} ga teng.

Tarmoqli grafikda kritik yo'l qoida bo'yicha ikkilangan yoki yo'g'on chiziq bilan ajratiladi .

Asosiy vaqt parametrlar hisobi mos formulalar bilan hisoblanadi. Hisoblash usullari ko'p, Quyida biz dinamik dasturlash usulidan foydalanamiz.

j hodisa tugallanishining **erta muddati** t_p (j) deb bu hodisadan oldingi barcha ishlar tugallanishining eng erta vaqt momentiga aytiladi. Vaqt hisobi boshlang'ich hodisa boshlanish momentidan boshlab olib boriladi. Hisoblash oson bo'lishi uchun birlamchi hodisa tugallanish vaqtini 0 ga teng deb olamiz(ya'ni $t_p(1)=0$).

Ixtiyoriy keyingi (j-nchi) hodisaning erta muddati oldingi yo’llarning eng uzoq davomiyligi orqali topiladi. SHundan kelib chiqib, hodisalar tugallanishining erta muddatini aniqlash uchun quyidagi rekurrent formuladan foydalanamiz:

$$t_p(j) = \max_{(i,j)\in u_j^+} \{ t_p(i) + t_{ij} \} \qquad (j = \overline{2,n})$$

i hodisa tugallanishining **kech muddati** t_p (i) deb shunday eng kech vaqt momentiga aytiladiki, undan keyin qolgan hodisalarning barchasi tugallanishi uchun zaruriy vaqtga teng muddat qoladi. Ushbu vaqtni topishda quyidagi formuladan foydalaniladi:

$$t_n(i) = \min_{(i,j)\in u_j^-} \{ t_n(j) - t_{ij} \} \qquad (i = \overline{1,n-1})$$

(i,j) jarayon **kritik** bo’lishi uchun quyidagi uch shart bajarilishi shart:

1. $t_p(i) = t_n(i).$
2. $t_p(j) = t_n(j).$
3. $t_p(j) - t_p(i) = t_p(j) - t_p(i) = t_{ij}.$

Agar ushbu shart bajarilmasa yo’l **kritik emas** deyiladi.

Masala.

Ish	Undan oldingi ishlar	Davomiyligi
a_1	-	2
a_2	-	4
a_3	a_1	3
a_4	a_1 ,a_2	2
a_5	a_4	5
a_6	a_4	7
a_7	a_3 , a_5	3

Yuqoridagi masalada

$t_p(1) = 0; \quad t_p(2) = t_p(1) + t_{12} = 0 + 2 = 2;$

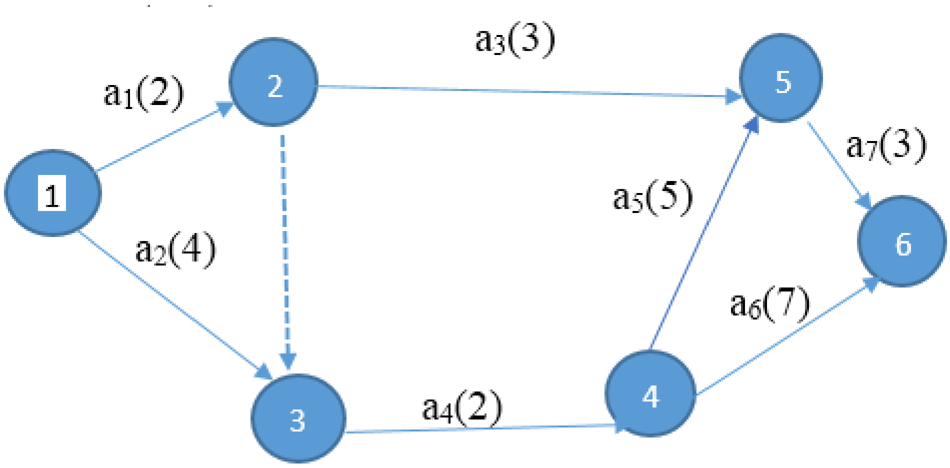
$t_p(3) = \max\{t_p(1) + t_{13}; \ t_p(2) + t_{23}\} = \max\{0 + 4; \ 2 + 0\} = 4;$

$t_p(4) = t_p(3) + t_{34} = 4 + 2 = 6;$

$t_p(5) = \max\{t_p(2) + t_{25}; \ t_p(4) + t_{45}\} = \max\{2 + 3; \ 6 + 5\} = 11;$

$t_p(6) = \max\{t_p(4) + t_{46}; \ t_p(5) + t_{56}\} = \max\{6 + 7; \ 11 + 3\} = 14;$

Kritik yo’l davomiyligi yuqoridagi masalada 14 kunni tashkil etadi. $L_{\kappa p} = (1 \to 3 \to 4 \to 5 \to 6)$



40-rasm.

Endi ushbu masalani **TORA** dasturi yordamida ishlab ko’ramiz.

Dastur ishga tushurilgach, asosiy menyudan loyihani rejalashtirish(Project Planning) bo’limidan kritik yo’l usuli(CPM-Critical Path Method) bandi tanlangandan so’ng, ishning boshlanishva tugallanish hodisalari raqamlari(masalan, 1 va 2), belgilashi(a1) hamda ularning davomiyligi(2.00) jadvalga quyidagicha joylashtiriladi(41-rasm) va masalani yechishga o’tiladi.

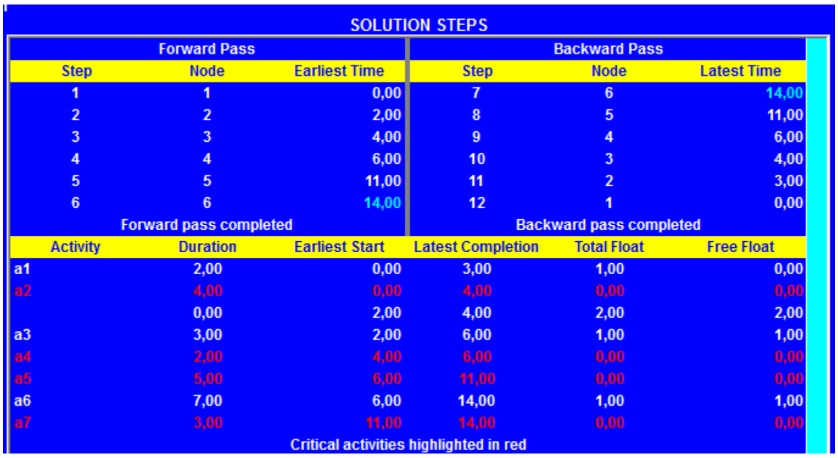
INPUT GRID - CPM (CRITICAL PATH METHOD)

Row	From Node	To Node	Activity Symbol	Duration
1	1	2	a1	2,00
2	1	3	a2	4,00
3	2	3		0,00
4	2	4	a3	3,00
5	3	4	a4	2,00
6	4	5	a5	5,00
7	4	6	a6	7,00
8	5	6	a7	3,00

41-rasm.

Masalani yechishda dastur foydalanuvchidan yechimning grafik tasvirlanishi**(CPM-Bar Chart)** hamda hisoblanish**(CPM-Calculations)** jarayonini chiqarishni so’raydi. Agar **CPM-Bar Chart** bandi tanlansa, ishlarning bajarilish grafigi tuziladi(-rasm), agar **CPM-Calculations** bandi tanlansa, kritik yo’lni topishning hisoblash qadamlari oldga o’tish va ortga qaytish usulida qo’rsatiladi (42 -,43-rasmlar).

42-rasm.



SOLUTION STEPS

Forward Pass			Backward Pass		
Step	Node	Earliest Time	Step	Node	Latest Time
1	1	0,00	7	6	14,00
2	2	2,00	8	5	11,00
3	3	4,00	9	4	6,00
4	4	6,00	10	3	4,00
5	5	11,00	11	2	3,00
6	6	14,00	12	1	0,00
Forward pass completed			Backward pass completed		

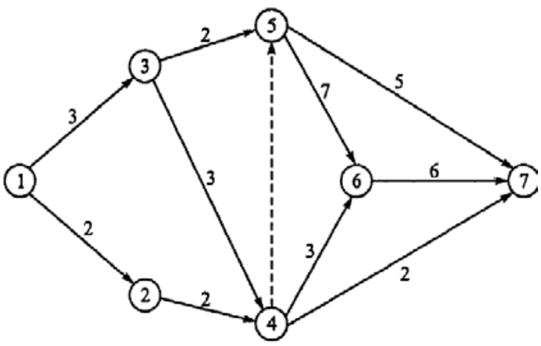
Activity	Duration	Earliest Start	Latest Completion	Total Float	Free Float
a1	2,00	0,00	3,00	1,00	0,00
a2	4,00	0,00	4,00	0,00	0,00
	0,00	2,00	4,00	2,00	2,00
a3	3,00	2,00	6,00	1,00	1,00
a4	2,00	4,00	6,00	0,00	0,00
a5	5,00	6,00	11,00	0,00	0,00
a6	7,00	6,00	14,00	1,00	1,00
a7	3,00	11,00	14,00	0,00	0,00

Critical activities highlighted in red

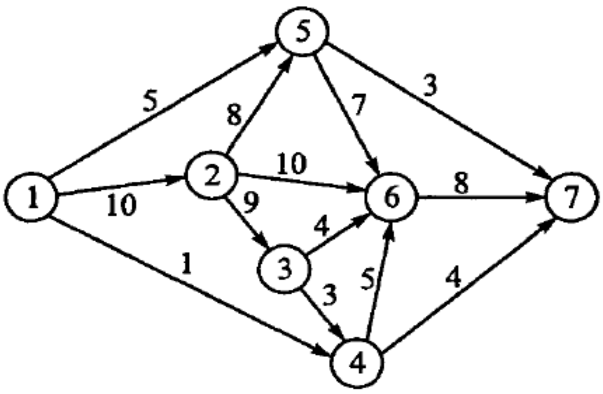
43-rasm.

Mustaqil ishlash uchun masalalar.

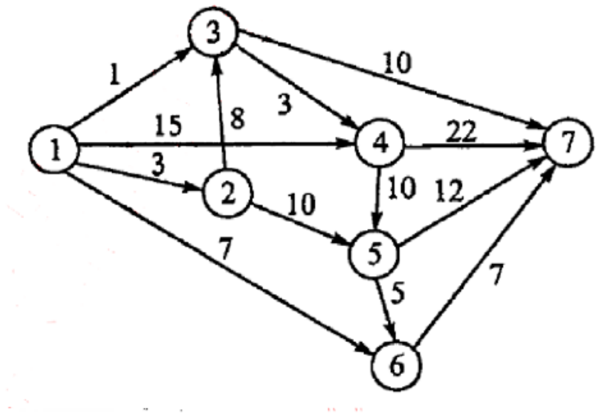
Quyida sxemalar(a,b,c,d)da berilgan tarmoqli loyihalarning kritik yo'lini **TORA** dasturi yordamida toping.

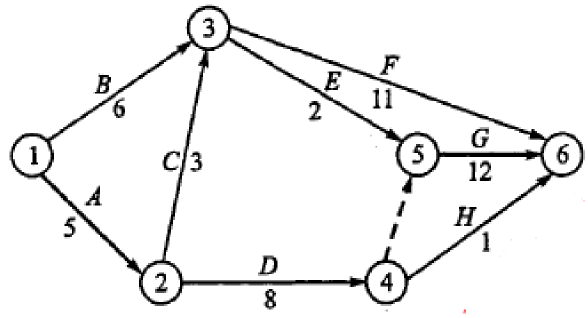


a)



b)





c) d)

8. Ommaviy xizmat ko’rsatish nazariyasi asoslari

Ommaviy xizmat ko’rsatish tizimi(OXKT)ni tahlil etish maqsadi - xizmat ko’rsatish navbatida buyurtmaning o’rtacha kutib qolish vaqti yoki xizmat ko’rsatuvchi tizimning bo’sh qolish vaqti ko’rsatkichlarni miqdoriy baholash. Birinchi holatda tizim “mijoz” nuqtai nazaridan baholansa, ikkinchi holatda tizim yuklanganlik nuqtai nazaridan baholanadi.

Misollar:

- katta do’konlar kassalaridagi xaridorlar navbati;
- aeroportda samolyotlar guruhining uchishga ruxsat berilishini kutishi;
- korxona ta’mirlash sexidagi ta’mirlanishga navbat kutayotgan stanok va mexanizmlar to’plami;
- boshqarish tizimida hujjatlarni qayta ishlash;
- aholiga tibbiy xizmat ko’rsatish;
- transport xizmati ko’rsatish va hakozalar.

Ommaviy xizmat ko’rsatish jarayonining asosiy o’ziga xos tomoni uning tasodifiyligidir. Tasodifiylikning yuzaga kelishiga sabab ikki tomon: xizmat ko’rsatiluvchi va xizmat ko’rsatuvchi tomonlarning o’zaro faoliyatidagi eng kamida bittasi faoliyatidagi tasodifiylik. CHunki ular quyidagi ikki tipdagi tasodifiy holatlarni hosil qiladi.

- xizmat ko’rsatishga buyurtma(talab)larning kelib tushishi;
- navbatdagi buyurtmaga xizmat ko’rsatishning tugallanishi.

Ommaviy xizmat ko’rsatish tizimi tasnifi.

Har qanday OXKT ma’lum bir sondagi xizmat ko’rsatish birliklari (stanoklar, priborlar, kompьyuterlar, stantsiyalar, mashinalar va hakoza) ega bo’lib, ular xizmat ko’rsatish kanallari deyiladi. Xizmat ko’rsatish kanallari soni bo’yicha:

- bir kanalli OXKT;
- ko’p kanalli OXKT **.**

OXKT asosiy sinflari:

- kutishsiz (rad etishli) OXKT;
- kutishli (navbatli) OXKT.

Kutishsiz OXKT da kanallarning barchasi band bo'lgan vaqtda buyurtma rad javobini olib, OXKT ni tark etadi va keyingi xizmat ko'rsatish jarayonida ishtirok etmaydi. Kutishsiz OXKT ga misol sifatida telefon tarmog'ini olish mumkin.

Kutishli OXKT da buyurtma barcha kanallar band bo'lganda ham OXKT ni tark etmaydi va xizmat ko'rsatilishi uchun navbatda turadi.

Kutishli OXKT navbatning tashkil etilganligiga nisbatan ko'rinishlari:

- chegaralangan kutish uzunligidagi OXKT;
- chegaralanmagan kutish uzunligidagi OXKT;
- chegaralangan vaqtli kutishga ega OXKT va hakozo.

Xizmat ko'rsatish tartibiga nisbatan:

- "birinchi keldi –birinchi xizmat ko'rsatildi" (FIFO –first input-fist output);
- "oxirida keldi - birinchi xizmat ko'rsatildi"(LIFO-last input-first output);
- ustunlik bo'yicha xizmat ko'rsatish;
- buyurtmaning navbatda turish vaqti chegaralangan bo'lishi.

OXKTning ish jarayoni bo'yicha tasnifi:

OXKT ish jarayoni tasodifiy xarakterda bo'lganligi uchun ushbu jarayon tasodifiy jarayon deyiladi. Umuman olganda OXKT ish jarayoni bo'yicha tasodifiy, diskret holatli, uzluksiz vaqtli OXKT larga bo'linadi.

1-ta'rif. Tasodifiy jarayon deganda qandaydir tizimning vaqt bo'yicha o'zgarishining extimollik qonuniyatlariga mos holda yuz berishga aytiladi.

2-ta'rif. Agarda OXKT ish jarayonining mumkin bo'lgan S_1, S_2,..., S_n ,... holatlarini oldindan aniqlash imkoni bo'lib, uning bir holatdan ikkinchisiga o'tishi bir zumda amalga oshsa, bunday jarayon diskret holatli jarayon deyiladi.

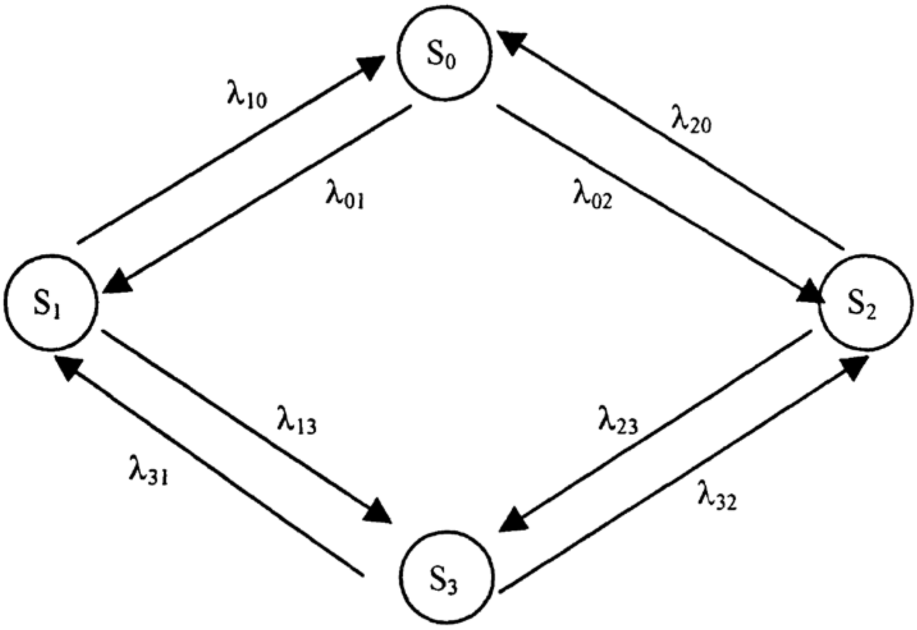
3- ta'rif. Agarda tizimning bir holatdan ikkinchisiga o'tish momenti oldindan belgilanmay, tasodifiy xarakterda bo'lsa bunday jarayonlar uzluksiz vaqtli jarayonlar deyiladi.

4- ta'rif: Agarda vaqtning ixtiyoriy $\mathbf{t_o}$ momentida jarayonning ehtimolli xarakteristikalari kelgusida tizimning ushbu holatga qachon va qanday qilib kelganiga emas, balki faqat tizimning $\mathbf{t_o}$ momentdagi holatigagina bog'liq bo'lsa, bunday tasodifiy jarayon Markov jarayoni (natijasiz tasodifiy jarayon) deyiladi.

Misol. **S** tizim sifatida avtomobil spidometr(tezlik va o'tilgan yo'lni ko'rsatuvchi asbob)ini olsak. Tizimning **t** vaqt momentidagi holati, ushbu vaqt momentida qancha kilometr yo'l bosganligi bilan xarakterlanadi. Faraz qilaylik $\mathbf{t_o}$ vaqt momentida spidometr $\mathbf{S_o}$ km ni ko'rsatsin. $\mathbf{t > t_o}$ vaqtda spidometr shu yoki boshqa $\mathbf{S_1}$ kilometrni ko'rsatish ehtimolligi faqatgina $\mathbf{S_o}$ ga bog'liq bo'lib, $\mathbf{t_o}$ gacha spidometr qanchani ko'rsatganligiga bog'liq emas .

Diskret holatli tasodifiy jarayonlarni tahlil etishda holatlar grafidan foydalaniladi.

Misol: Quyidagi tasodifiy jarayonning holatlar grafini chizing. **S** qurilma ikki uzeldan iborat bo'lib, vaqtning tasodifiy momentida ishdan chiqishi mumkin va bir zumda davomiyligi oldindan noma'lum bo'lgan tasodifiy vaqt mobaynida ta'mirlanadi. Ushbu masalani yechish uchun mumkin bo'lgan holatlarini ko'rib chiqaylik. $\mathbf{S_o}$-ikkala uzel ham soz; $\mathbf{S_1}$ –birinchi uzel ta'mirlanmoqda, ikkinchi uzel soz; **S**$_2$ –birinchi uzel soz, ikkinchi uzel ta'mirlanmoqda; **S**$_3$ –ikkala uzel ham ta'mirlanmoqda. Holatlar grafi quyidagicha(44-rasm):



44-rasm.

Buyurtma(talab)larning OXKT tizimiga tushish jarayoni ehtimolli jarayondir. U tasodifiy vaqt oralig'ida tizimga kiruvchi bir jinsli yoki bir jinsli bo'lmagan holatlar oqimini tasvirlaydi.

Oqim vaqt birligida OXKT ga kiruvchi holatlarning o'rtacha soni yoki holatlar hosil bo'lish chastotasi λ - intensivlik bilan xarakterlanadi.

1-ta'rif. Agarda teng vaqtlar oralig'ida oqimning holatlari birining izidan ikkinchisi yuz bersa, holatlar oqimi regulyar (bir zaylda) deyiladi,

Misol: Yig'uv sexi konveyeri bir xil tezlikda harakatlanayotganda konveyerdagi uskunalar oqimi.

2-ta'rif. Holatlar oqimining ehtimolli xarakteristikalari vaqtga bog'liq bo'lmasa, bunday oqimga statsionar oqim deyiladi. Statsionar oqimining intensivligi $\lambda(t) = \lambda$ o'zgarmas miqdordir.

Misol. SHahar prospektida avtomobillar oqimi sutka davomida statsionar bo'lmaydi. Ammo qandaydir vaqt oralig'ida, masalan, tig'iz soatda (chas pik) avtomobillar oqimi statsionar bo'lishi mumkin. Ammo vaqt birligi davomida avtomobillar soni bir-biridan farq qilsa ham, ularning o'rtacha soni vaqtga bog'liqsiz holda o'zgarmas bo'lishi mumkin.

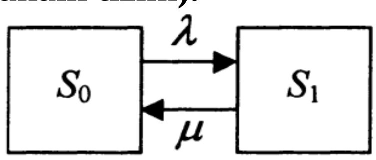
3-ta'rif. Agar bir-biri bilan kesishmaydigan τ_1 va τ_2 vaqtlar oraliqlarining birida tizimga kiruvchi buyurtma(talab)lar soni ikkinchi oraliqda tizimga kiruvchi buyurtmalar soniga bog'liqsiz bo'lsa, bunday oqimlarga oqibatsiz oqimlar deyiladi.

Masalan, metroga kirayotgan yo'lovchilar oqimi oqibatsiz oqim bo'ladi. Do'kondagi xaridorlar oqimi esa oqibatli.

4- ta'rif. Agar holatlar oqimga guruh emas, balki yakka kirsa, bunday oqimni ordinar oqim deyiladi. Stantsiyaga kiruvchi poezdlar oqimi ordinar, ammo vagonlar oqimi ordinar emas. Ordinar oqim uchun **dt** vaqt intervalida holatning yuz berish ehtimolligi **dt** ga proportsional va λ **dt** ga teng.

5- ta'rif. Holatlar oqimi bir vaqtning o'zida statsionar, ordinar va oqibatsiz bo'lsa, bunday oqimga sodda oqim deyiladi.

Kutishsiz OXKT(bir kanalli tizim).



45-rasm.

bu yerda, S_0 - kanal bo'sh; S_1 - kanal band; λ - buyurtmalar oqimining intensivligi; μ - xizmat ko'rsatish oqimining intensivligi.

Tizimning holatlarda bo'lishining chegaraviy ehtimolligi:

$$p_0 = \frac{\mu}{\lambda+\mu};\ p_1 = \frac{\lambda}{\lambda+\mu}.$$

Tizimning xizmat ko'rsatish qobiliyati:

$$Q = \frac{\mu}{\mu+\lambda},$$

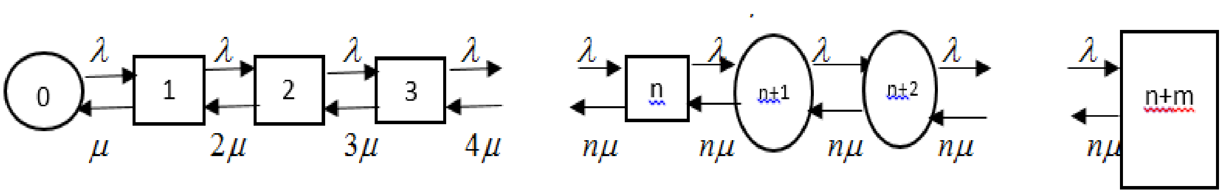
Tizimning absolyut xizmat ko'rsatish qobiliyati:

$$A = \frac{\lambda\mu}{\lambda+\mu};$$

Tizimning rad etish ehtimolligi:

$$p_{rad} = \frac{\lambda}{\lambda+\mu};$$

Faraz qilaylik. OXKTda xizmat ko'rsatish kanallari soni **n** ta, kutish uchun **m** ta, chekli yoki cheksiz joy bo'lsin. U holda tizim buyurtmalar tushishiga qarab 0 dan $R = n + m$ tagacha holatda bo'lishi mumkin (46-rasm).



46-rasm.

T/r	OXKT parametrlari		OXKT tipi
	n	m	
1.	1	0	Bir kanalli, navbatsiz
2.	n>1	0	Ko'p kanalli, navbatsiz

3.	1	$1 < m < \infty$	Bir kanalli, chekli navbatli
4.	n>1	$1 < m < \infty$	Ko‘p kanalli, chekli navbatli
5.	1	$m = \infty$	Bir kanalli, cheksiz navbatli
6.	n>1	$m = \infty$	Ko‘p kanalli, cheksiz navbatli

Mumkin bo’lgan **m** uzunlikdagi kutish joyli **n** kanalli OXKTni qarasak, tizimning bo’sh qolishlik ehtimolligi quyidagi formula bilan hisoblanadi.

$$p_0 = \left[\sum_{i=0}^{n} \frac{\rho^i}{i!} + \frac{\rho^{n+1}}{nn!} \cdot \frac{1 - \left(\frac{\rho}{n}\right)^m}{1 - \frac{\rho}{n}} \right]^{-1}$$

Agar navbat uzunligi chegaralanmagan bo’lsa, mazkur ehtimollik quyidagi formula bilan hisoblanadi.

$$p_{0(m=\infty)} = \left[\sum_{i=0}^{n} \frac{\rho^i}{i!} + \frac{\rho^{n+1}}{n!(n-\rho)} \right]^{-1}$$

Mazkur formula OXKTda statsionarlik tartib mavjud bo’lganda, ya’ni $\frac{\rho}{n} \prec 1$ shart bajarilsagina to’g’ri bo’ladi. Qolgan ehtimolliklar quyidagi formulalar yordamida topiladi.

$$p_i = p_0 \frac{\rho^i}{i!}, \qquad i = \overline{1, n}$$

$$p_n = p_0 \frac{\rho^n}{n!},$$

$$p_{n+k} = p_n \left(\frac{\rho}{n}\right)^k, \qquad k = \overline{1, m}$$

yoki

$$p_{n+k} = p_{n+k-1} \frac{\rho}{n}, \qquad k = \overline{1, m}$$

Ushbu munosabatlardan foydalangan holda OXKTning quyidagi asosiy ko’rsatkichlari topiladi.

1. Tizimdagi navbatning o’rtacha uzunligi

$$L_q = \sum_{k=1}^{m} k p_{m+k} = p_n \sum_{k=1}^{m} k \left(\frac{\rho}{n}\right)^k$$

yoki

$$L_q = p_0 \frac{\rho^{n+1}}{nn!\left(1-\frac{\rho}{n}\right)^2}\left[1-\left(\frac{\rho}{n}\right)^m\left(1+m-\frac{m\rho}{n}\right)\right].$$

Agar OXKT **n** kanalli chegaralanmagan navbatli bo'lsa, ushbu ko'rsatkich

$$L_{q(m=\infty)} = p_0 \frac{\rho^{n+1}}{n!n\left(1-\frac{\rho}{n}\right)^2}$$

ga teng.

2. Agar tizim $R = n + m$ holatda bo'lsa, ya'ni xizmat ko'rsatayotgan kanallar ham, chegaralangan navbatda turish joylari **m** ham band bo'lsa, kelgan buyurtma qaytib ketadi va unga xizmat ko'rsatilmaydi. Bunday holat bo'lishlik ehtimolligi

$$p_{otk} = p_R = p_{n+m} = p_0 \frac{\rho^n}{n!}\left(\frac{\rho}{n}\right)^m$$

$$p_{obsl} = 1 - p_{otk}\cdot$$

formulalar bilan topiladi.

3.Tizimning absolyut o'tkazuvchanligi

$$A = p_{obsl}\lambda\cdot$$

Bu yerda **A** qiymat vaqt birligida tizim xizmat ko'rsatadigan buyurtmalarning o'rtacha sonini ko'rsatadi.

4. Buyurtmalarga xizmat ko'rsatish bilan band bo'lgan kanallar soni

$$\bar{n} = \frac{A}{\mu}\cdot$$

5. Tizimda mavjud bo'lgan buyurtmalarning o'rtacha soni

$$L_s = L_q + \bar{n}.$$

6.Buyurtmaning tizimda bo'lishligi vaqti

$$W_s = \frac{L_s}{A}.$$

7.Buyurtmaning navbatda bo'lishligining o'rtacha vaqti

$$W_q = \frac{L_q}{A}.$$

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu}.$$

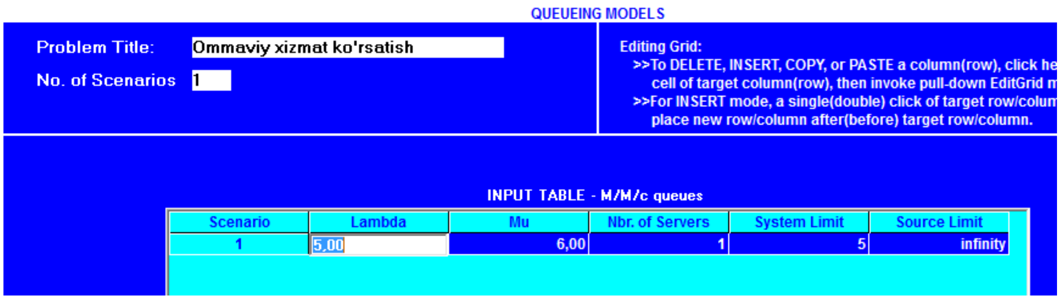
8.Bitta buyurtmaga xizmat ko'rsatishning o'rtacha vaqti

$$t_{obsl} = \frac{1}{\mu}.$$

$$W_s = W_q + t_{obsl}.$$

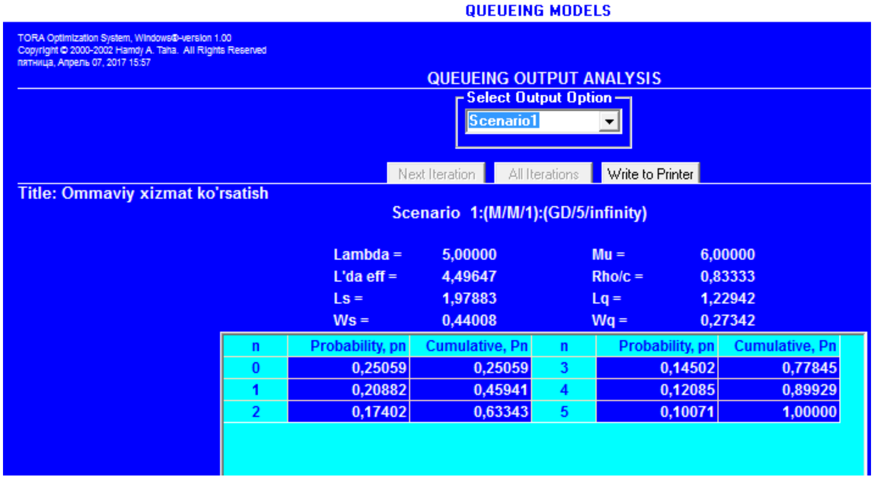
Masala. Avtomobillarni avtomatik yuvish tizimida bitta yuvish boksi bo'lib, unga mashinalar Puasson taqsimotiga mos ravishda soatiga o'rtacha 6 ta mashina keladi va bitta avtomobilь yuvish vaqti eksponentsial taqsimotga bo'ysunuvchi tasodifiy miqdor bo'lib, o'rtacha 12 minutni tashkil etadi. Avtomatik yuvish maydonchasi yaqinida joylashgan avtomobillar to'xtash joyi sig'imi 4 ta avtomobilga mo'ljallangan. Barcha joylar band bo'lgandan so'ng kelgan avtomobilь boshqa avtoyuvish shaxobchasini izlashi lozim. Avtoyuvish tizimi egasi navbatda turuvchi avtomobilga mo'ljallab qurilgan to'xtash joyining chegaralanganligi mijozlar yo'qotilishiga ta'sirini baholashi lozim.

Endi mazkur masalani **TORA** dasturi yordamida ishlash jarayoni bilan tanishaylik. Buning uchun dastur ishga tushurilgach, asosiy menyuning ommaviy xizmat ko'rsatish tizimi(**Queuing analysis**) bo'limi tanlanishi lozim va masalaning berilishi jadvalga quyidagicha kiritiladi. Jadvalga xizmat ko'rsatish kanallar soni(misolda bu 1 ga teng), buyurtmalar oqimining intensivligi (λ=5), xizmat ko'rsatish oqimining intensivligi (μ=6), xizmat ko'rsatish kanali soni, tizim chegarasi($R = n + m$=5), manba chegarasi(cheksiz -∞) joylashtiriladi(47-rasm).



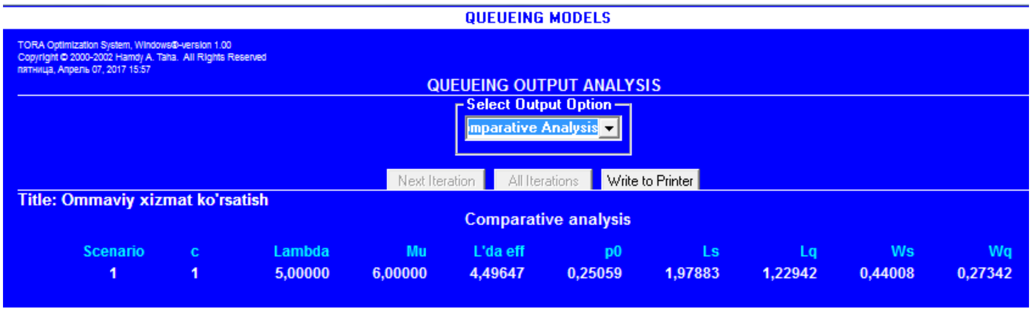
47-rasm.

So'ngra masalaning yechimini topishga o'tiladi. Buning uchun kiritilgan jadvalning pastki qismida joylashgan masalani yechish menyusidan foydalaniladi (**SOLVE Menu→Solve problem** buyruqlari).



48-rasm.

Natijani tahlil etsak, Tizim sig'imi N=5 bo'lganda yo'qotilgan mijozlar ulushi p_5=0,10071 bo'lib, bir sutkada $(\lambda \cdot p_5)\times 24 = 5\times 0{,}10071\times 24 = 12{,}0852$ ta mijoz yo'qotiladi (48-rasm). Navbatda turgan avtomobillarning o'rtacha soni L_q=1,22942 ni, tizimda mavjud bo'lgan avtomobillarning o'rtacha soni L_s=1,97883 ni, avtomobilning avtoyuvishda bo'lishlik vaqti W_s=0,44008 (taxminan 26 minut) ni va avtomobillarning navbatda bo'lishlik vaqti W_q=0,27342(taxminan16 minut)ni tashkil etadi. Agar masalani yechishda qiyosiy tahlil (Comparative Analysis) bandi tanlansa, natija quyida keltirilgan jadvaldadek hosil bo'ladi(49- rasm).



49-rasm.

Mustaqil ishlashga doir masalalar.

1-masala. A mintaqada har 12 minutda bir nafar chaqaloq tug'ildi. Tug'ilishlar orasidagi vaqt eksponentsial taqsimot qonuniga bo'ysunadi. Quyidagilarni topish talab etilsin.

a) bir yilda tug'iladigan chaqaloqlarning o'rtacha soni;

b) kun davomida bir nafar ham chaqaloq tug'ilmaslik ehtimolligi;

s) agar oxirgi ikki soat davomida 40 ta tug'ilganlik to'g'risidagi guvohnoma berilganligi ma'lum bo'lsa, uchinchi soatning oxiriga borib 50 ta tug'ilganlik to'g'risidagi guvohnoma berish ehtimolligi.

2-masala. Avtomobillarni avtomatik yuvish tizimida bitta yuvish boksi bo'lib, unga mashinalar Puasson taqsimotiga mos ravishda soatiga o'rtacha 5 ta mashina keladi va avtomatik yuvish maydonchasi yaqinida joylashgan avtomobillar to'xtash joyida navbatga turadi. Avtomobillarni yuvish vaqti matematik qo'tilmasi 15 minutga bo'lgan eksponentsial taqsimotga bo'ysunuvchi tasodifiy miqdordir. To'xtash joyiga sig'magan avtomobillar yuvish maydonchasi oldidagi ko'chada navbat kutishadi. Bu esa xizmat ko'rsatish tizimi hajmi chegaralanmaganligini anglatib, avtoyuvish tizimi egasi nechta avtomobilga mo'ljallab to'xtash joyi qurishi lozim?

3-masala. Akmal oliy o'quv yurti talabasi bo'lib, oilasi kam ta'minlangan bo'lgani uchun o'qishdan bo'sh vaqtlarida pul topish maqsadida tasodifiy ishlarni bajarishga majbur bo'ladi. Ishga buyurtma tushish ketma-ketligi orasidagi vaqt oralig'i eksponentsial taqsimot qonuniyatiga bo'ysunuvchi tasodifiy miqdor bo'lib, o'rtacha 4 kunni, ishni bajarish vaqti ham mazkur qonuniyatga bo'ysunuvchi tasodifiy miqdor bo'lib, o'rtacha 3 kunni tashkil etadi. Quyidagi ko'rsatkichlar aniqlansin.

a) Akmalning ishsiz qolish ehtimolligi;

b) agar Akmal har bir bajargan ishi uchun o'rtacha 20 ming so'm ish haqi olsa, uning o'rtacha oylik maoshi.

4-masala. Mikrokredit bankka bitta bankomat o'rnatilgan bo'lib, u mijozlarga naqd pul berish uchun xizmat qiladi. Naqd pul olish uchun mijozlar Puasson taqsimotiga mos holda 1 soat mobaynida o'rtacha 10 nafardan kelishadi. Bitta mijozga xizmat ko'rsatish vaqti eksponentsial qonuniyat bo'yicha taqsimlanib, o'rtacha 3 minutni tashkil etadi. Bankomat oldiga kutuvchilar uchun uchta stul qo'yilgan. Ortiqcha kelgan mijozlar bankdan tashqarida kutishadi. Quyidagi parametrlar topilsin.

a) bankomatning bo'sh qolish ehtimolligi;

b) xizmat ko'rsatishni kutayotgan mijozlarning o'rtacha soni;

v) xizmat ko'rsatilayotgan mijozlarning o'rtacha soni.

9. O`yinlar nazariyasi elementlari.

Matematikaning konfliktli (mojaroli) holatlarini, ya`ni qatnashuvchilarning (o`ynovchilarning) manfaatlari qarama-qarshi yoki bir-biriga mos kelmaydigan holatlarni o`rganuvchi bo`limi – «o`yinlar nazariyasi» deb ataladi. O`yinlar nazariyasi – konfliktli holatda qatnashayotgan har bir «o`ynovchi»ga eng katta yutuqqa (yoki eng kichik yutqazishga) erishish uchun qilinadigan harakatlarning eng yaxshisini (optimalini) aniqlashga, yo`llanma berishga imkon beruvchi matematik nazariyadir.

Ko`pgina iqtisodiy jarayonlarga ham o`yinlar nazariyasi nuqtai-nazaridan qarash mumkin. Masalan, o`yin ishtirokchilari – bir xil turdagi mahsulot ishlab chiqaruvchi korxonalar, ta`minotchilar va iste`molchilar bo`lib, o`yining yutug`i – ishlab chiqarish fondlarining samaradorligi, daromad mablag`lari, mahsulotning bahosi yoki tannarxi bo`lishi mumkin.

Shuni ta'kidlash lozimki, o`yinlar nazariyasining usullari va xulosalari ko`p marta takrorlanadigan konfliktli holatlarga nisbatan ishlatiladi.

Amalda, konfliktli holatlarni matematik usullar yordamida tadqiq etishda, muhim bo`lmagan faktlarni tashlab yuborib, holatlarning sodda modeli tuziladi. Bunday model o`yin deb ataladi. O`yinda konfliktli holat ma`lum qoida asosida rivojlanadi. O`yinning mohiyati shundaki, har bir ishtirokchi (o`ynovchi) o`ziga eng yaxshi natijani beruvchi yechimni tanlashga harakat qiladi.

O`yinda ikkita yoki undan ko`p ishtirokchilarning manfaatlari to`qnashishi mumkin. Shunga muvofiq, u ikki o`ynovchili va ko`p o`ynovchili bo`lishi mumkin.

Yutuqlarning xarakteriga ko`ra o`yinlar nol yig'indili va 0 yig'indili bo`lmagan o`yinlarga bo`linadi. Nol yig'indili o`yinda o`ynovchilarning umumiy kapitali o`zgarmaydi, faqat o`yin davomida qayta taqsimlanadi va shu sababli yutuqlar yig`indisi nolga teng bo`ladi, ya`ni

$$\nu_1+\nu_2+\ldots+\nu_n=0$$

bu yerda ν_j j o`ynovchining yutug`i.

Nol yiq'indili bo`lmagan o`yinlarda o`ynovchilarning yutuqlari yig`indisi noldan farqli. Masalan, lotoreya o`yinida, o`ynovchilar qo`ygan badalning bir qismi lotoreya tashkilotlariga beriladi. Shuning uchun

$$\nu_1+\nu_2+\ldots+\nu_n<0$$

bo`ladi.

Biz bu yerda amaliy ahamiyati katta bo`lgan o`yinlar – juft o`yinlarni qarash bilan cheklanamiz. O`yin ishtirokchilarini *A* va *B* orqali belgilaymiz.

O`yinchining strategiyasi deb, o`yinchining mumkin bo`lgan har qanday holatda tanlaydigan rejasiga aytiladi.

Strategiyaning soniga qarab, o`yinlar chekli yoki cheksiz o`yinlarga bo`linadi.

Optimal strategiya deb, berilgan o`ynovchiga, o`yin bir necha marta takrorlanganda eng katta mumkin bo`lgan o`rtacha yutuqni ta`minlovchi strategiyaga aytiladi.

Aytaylik, *A* o`yinchi *m* ta $A_1, A_2, \ldots, A_m$ strategiyalarga, *B* o`yinchi esa *n* ta $B_1, B_2, \ldots, B_n$ strategiyalarga ega deylik. Agar *A* o`yinchi $A_i$ strategiyani tanlasa va *B* o`yinchi B_j strategiyani tanlasin, u holda *A* o`yinchining $\left(A_i, B_j\right)$ juftlikka mos keluvchi yutug`ini a_{ij} orqali belgilaymiz.

Matritsa satrlarini A_i strategiyalarga, ustunlarini B_j strategiyalarga mos

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

keltirib $A-$o`yinlar matritsasini hosil qilamiz. Bu matritsa to`lov matritsasi yoki yutuq matritsasi deb ataladi.

O`yinlar matritsasining mohiyatini tushuntirib berish uchun quyidagi misolni ko`ramiz.

Ikki o`yinchining har biri 1 yoki 2 sonlardan birini tanlaydi va raqib qaysi sonni tanlaganini topishga harakat qiladi. Agar o`yinchilardan ikkalasi ham raqibining tanlagan sonini topsa yoki adashsa o`yin durang bo`ladi. Agar faqat bitta o`yinchi raqib tanlagan sonni topsa, u holda yutuq tanlangan ikki sonning yig`indisidan iborat bo`ladi.

(s, t) sonlar juftligini o`yinchining strategiyasi deb ataymiz. Bu yerda $s-$ o`yinchi tanlagan son; $t-$o`yinchining nazarida raqib tanlagan son. Shunday qilib har bir o`yinchining 4 ta strategiyasi mavjud: $(1,1)$, $(1,2)$, $(2,1)$, $(2,2)$. Bu o`yin haqidagi barcha ma`lumotlarni quyidagi matritsaga joylashtirish mumkin:

		II			
		(1, 1)	(1, 2)	(2, 1)	(2, 2)
I	(1, 1)	0	2	-3	0
	(1, 2)	-2	0	0	3
	(2, 1)	3	0	0	-4
	(2, 2)	0	-3	4	0

Matrisa elementlari I o`yinchining yutiqlarini bildiradi. Masalan, agar I o`yinchi (2, 2) strategiyani tanlaganda II o`yinchi (2, 1) strategiyani tanlasa, u holda I o`yinchining yutig`i 4 birlikka teng bo`ladi. Agar I (1, 2) strategiyani tanlaganda II o`yinchi (1, 1) strategiyani tanlasa, u holda I o`yinchining yutig`i -2 birlikka teng bo`ladi.

O`yinning mohiyati quyidagicha: $A$ o`yinchi quyidagicha fikr yuritishi kerak: agar A_{i_1} strategiyani tanlasa, u holda B o`yinchini B_{j_1} strategiyasini shinday tanlashi mumkinki, natijada

$$a_{i_1 j_1} = \min_{1 \le j \le n} a_{i_1 j}$$

munosabat bajarilib qoladi.

Umuman olganda B o`yinchi $B_{j_1}$ strategiyasini $A$ o`yinchining strategiyasini bilmagan holda tanlaydi.

Shu sababli A_{i_1} strategiya shunday tanlanishi kerakki, natijada $a_{i_1 j_1} = \min\limits_{1 \le j \le n} a_{i_1 j}$ qiymat mumkin qadar katta bo`lishi kerak, ya`ni

$$a_{i_1 j_1} = \max_{1 \le i \le m} \min_{1 \le j \le n} a_{ij}$$

Bizning misolimizda

$$\min_{1 \le j \le 4} a_{ij} = \{-3, -2, -4, -3\}.$$

U hloda

$$a_{i_1 j_1} = \max_{1 \le i \le 4} \min_{1 \le j \le 4} a_{ij} = \max_{1 \le i \le 4} a_{ij_1} = \max\{-3, -2, -4, -3\} = -2.$$

Demak, $i_1 = 2$; $j_1 = 1$; $a_{i_1 j_1} = -2$. I o`yinchi (1, 2) stratrgiyani tanlasa, u holda u -2 birlikdan ko`p yutqazmaydi.

Agar xuddi shunday fikrlashni II o`yinchiga nisbatan yuritsak, u holda

$$a_{i_2 j_2} = \min_{1 \le j \le n} \max_{1 \le i \le m} a_{ij} = 2.$$

Demak, II o`yinchining yutqazishu 2 birlikdan oshmaydi.

Xulosa qilib aytganda, agar I o`yinchi $i_1 = 2$ strategiyani, II o`yinchi $j_2 = 2$

strategiyani tanlasa o`yin durang bo`ladi, chunki $a_{22}=0$.

Ammo A o`yin matritsasi ikki o`yinchiga ham ma`lum bolib, I o`yinchi faqat o`zi uchun emas, balki II o`yinchi uchun ham o`ylashi mumkin va aksincha. Natijada strategiya tanlash cheksiz davom etishi mumkun.

Bu savolga javob berish uchun quyidagi o`yin matritsasini ko`ramiz:

$$A=\begin{pmatrix} 2 & -3 & 8 & 0 \\ 6 & 4 & 5 & 5 \\ 7 & 2 & -3 & 6 \\ -10 & -3 & 1 & 7 \end{pmatrix}.$$

Bu yerda

$$a_{i_1 j_1}=\max_{1\le i\le 4}\min_{1\le j\le 4} a_{ij}=\max\{-3,\, 4,\, -3,\, -10\}=4,$$

ya`ni $i_1=2,\ j_1=2$;

$$a_{i_2 j_2}=\min_{1\le j\le 4}\max_{1\le i\le 4} a_{ij}=\max\{7,\, 4,\, 8,\, 7\}=4,$$

ya`ni $i_2=2,\ j_2=2$.

Shuday qilib $i=2,\ j=2$ juftlik ikki o`yinchi uchun ham optimal strategiya.

Birinchi misolda har bir o`yinchi kamida -2 birlikda yutiq mavjud, ammo ular ko`proq yutiq olishga umid qilishadi.

Ikkinchi misolda esa ikki o`yinchi ham qanoatlantiradigan eng optimal strategiya topilgan.

Bu ikki holatni farqlash uchun, umumiy holda, ba`zi tushunchalar kiritamiz.

1-ta`rif.

$$\alpha=\max_{1\le i\le m}\min_{1\le j\le n} a_{ij}$$

son o`yinning quyi qiymati,

$$\beta=\min_{1\le j\le n}\max_{1\le i\le m} a_{ij}$$

son o`yinning yuqori qiymati deb ataladi.

1-teorema. $\alpha\le\beta$.

**2-ta`rif.** Agar $\alpha=\beta=V$ bo`lsa, u holda o`iyn egar nuqtaga ega deyiladi.

$V-$o`yinning bahosi deb ataladi.

3-ta`rif. Agar

$$\alpha=\min_{1\le j\le n} a_{i_0 j}=\max_{1\le i\le m}\min_{1\le j\le n} a_{ij}$$

bo`lsa, u holda $A$ o`yinchinning i_0 strategiyasi maksimin deb ataladi.

4-ta`rif. Agar

$$\beta=\max_{1\le i\le m} a_{ij_0}=\min_{1\le j\le n}\max_{1\le i\le m} a_{ij}$$

bo`lsa, u holda $B$ o`yinchinning j_0 strategiyasi minimaks deb ataladi.

Bu ikki strategiya kafolatlovchi strategiyalar deb ataladi.

2-teorema. Agar kafolatlovlovchi strategiyalarning ixtiyoriy $(i_0,\ j_0)$ juftliklari uchun

$$a_{ij_0}\le a_{i_0 j_0}\le a_{i_0 j}$$

tengsizlik bajarilgandagina matritsali o`yin egar nuqtaga ega bo`ladi.

Demak, agar to`lov matritsasi egar nuqtaga ega bo`lsa, u holda o`yinning yechimi ma`lum va har bir o`yinchi o`zining optimal strategiyasini qo`llaydi. Egar nuqtaga ega bo`lmagan matritsali o`yinlarda $\alpha < \beta$ bo`ladi. Minimaks strategiyalarni qo`llash har bir o`ynovchiga α dan oshmaydigan yutuqni va β dan kam bo`lmagan yutqazishni beradi. Bunday hollarda o`yinchilar bitta emas, balki bir nechta strategiyalarni qo`llaydilar. Strategiyani tanlash tasodifan amalga oshiriladi.

Tasodifiy tanlash yo`li bilan aniqlangan strategiyalar aralash strategiya deb ataladi.

$m \times n$ tartibli matritsali o`yinda, $A-$o`yinchining strategiyasi $X(x_1, x_2, ..., x_m)$ vektor orqali aniqlanadi. Bunda A o`yinchi o`zining A_i sof strategiyasini x_i ehtimollik bilan qo`llaydi, deb hisoblanadi. $X(x_1, x_2, ..., x_m)$ vektor komponentlari uchun

$$x_i \geq 0, \qquad \sum_{i=1}^{m} x_i = 1$$

shart bajariladi.

Xuddi shuningdek, B o`yinchi uchun $Y = (y_1, y_2, ..., y_n)$ vektor aniqlanadi:

$$y_j \geq 0, \qquad \sum_{i=1}^{n} y_i = 1$$

x_i va y_j ehtimolliklari noldan farqli bo`lgan strategiyalar aktiv strategiyalar deb ataladi.

A o`yinchining aralash strategiyalarni qo`llagandagi yutug`i sifatida yutuqlarning matematik kutilishi olinadi, ya`ni

$$V = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_i y_j$$

3-teorema. Aralash strategiyalarda har bir chekli matritsali o`yin egar nuqtaga ega.

A o`yinchi tomonidan $X(x_1, x_2, ..., x_m)$ optimal strategiyaning qo`llanishi, unga B o`yinchining har qanday harakatida ham o`yinning bahosi V dan kam bo`lmagan yutuqni ta`minlash kerak. Shuning uchun quyidagi munosabat bajarilishi kerak:

$$\sum_{i=1}^{m} x_i^* a_{ij} \geq V, \qquad j = \overline{1, n} \qquad (1)$$

Xuddi shunga o`hshash, $B$ o`ynovchi uchun $Y^* = (y_1^*, y_2^*, ..., y_n^*)$ optimal strategiyasi, A o`ynovchining har qanday strategiyasida $V$ dan oshmaydigan yutqazishni ta`minlashi zarur, ya`ni

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} y_j^* \leq V, \qquad i = \overline{1, m} \qquad (2)$$

munosabat bajarilishi kerak.

Eng sodda matritsali o`yinda yutuqlar matritsasi

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

bo`lib, matritsa egar nuqtaga ega bo`lmasa, $X = (x_1, x_2)$ va $Y = (y_1, y_2)$ aralash strategiyalarni va V – o`yinning bahosini topish uchun

$$x_1 = \frac{a_{22} - a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}}; \qquad x_2 = \frac{a_{11} - a_{12}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}};$$

$$y_1 = \frac{a_{22} - a_{12}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}}; \qquad y_2 = \frac{a_{11} - a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}};$$

$$V = \frac{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}}.$$

formulalardan foydalaniladi.

Matritsali o`yinni chiziqli programmalashtirish masalasiga keltirish. $m \times n$ tartibli matritsa bilan berilgan quyidagi o`yinni qaraymiz:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Matritsa egar nuqtaga ega emas, deb hisoblaylik va shuning uchun o`yinning yechimini $X = (x_1, x_2, ..., x_m)$, $Y = (y_1, y_2, ..., y_n)$ – aralash strategiyalar shaklida izlaymiz. $A$ – o`yinchining optimal strategiyasida (1.1) munosabat va B - o`yinchining optimal strategiyasida (1.2) munosabat bajariladi. Shuning uchun, quyidagi chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi ($A$ – o`ynovchining) optimal strategiyasini topish masalasini qo`yish mumkin.

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{21}x_2 + ... + a_{m1}x_m \geq V, \\ a_{12}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{m2}x_m \geq V, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots, \\ a_{1n}x_1 + a_{2n}x_2 + ... + a_{mn}x_m \geq V, \end{cases} \qquad (3)$$

O`yinning bahosi bo`lgan V kattalik noma`lum, lekin doim $V > 0$ deb hisoblash mumkin. Bunga, agar $A$ matritsa elementlariga bir xil musbat son qo`shish sharti bilan erishish mumkin. (3) sistemani hamma cheklamalarini V ga bo`lib, quyidagi sistemani

$$\begin{cases} a_{11}t_1 + a_{21}t_2 + ... + a_{m1}t_m \geq 1, \\ a_{12}t_1 + a_{22}t_2 + ... + a_{m2}t_m \geq 1, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots, \\ a_{1n}t_1 + a_{2n}t_2 + ... + a_{mn}t_m \geq 1, \end{cases} \qquad (4)$$

hosil qilamiz.

Bunda $t_1 = x_1 / V,\ t_2 = x_2 / V, ..., t_m = x_m / V$.

$x_1 + x_2 + ... + x_m = 1$ shartdan

$$t_1 + t_2 + ... + t_m = 1/V \quad (5)$$

tenglik kelib chiqadi.

O`yining yechimi $V$ ning qiymatini maksimallashtirish kerak. Demak, $Z = t_1 + t_2 + ... + t_m$ funksiya minimal qiymat olishi kerak. Shunday qilib, quyidagi chiziqli programmalashtirish masalasi hosil bo`ladi:

$$\begin{cases} a_{11}t_1 + a_{21}t_2 + ... + a_{m1}t_m \geq 1, \\ a_{12}t_1 + a_{22}t_2 + ... + a_{m2}t_m \geq 1, \\ ...., \\ a_{1n}t_1 + a_{2n}t_2 + ... + a_{mn}t_m \geq 1, \end{cases}$$

$$t_1 \geq 0, t_2 \geq 0, ..., t_m \geq 0, \quad (6)$$

$$Z = t_1 + t_2 + ... + t_m \to \min.$$

Bu masalani yechib, t_i qiymatlarni va $1/V$ kattalik topiladi, hamda undan foydalanib $x_i = Vt_i$ qiymatlar topiladi. B o`ynovchining optimal strategiyasini topish uchun quyidagi shartlarni yozib olamiz:

$$\begin{cases} a_{11}y_1 + a_{12}y_2 + ... + a_{1n}y_n \leq V, \\ a_{21}y_1 + a_{22}y_2 + ... + a_{2n}y_n \leq V, \\ ...., \\ a_{m1}y_1 + a_{m2}y_2 + ... + a_{mn}y_n \leq V, \end{cases} \quad (7)$$

yoki tengsizliklarni V ga bo`lib,

$$\begin{cases} a_{11}u_1 + a_{12}u_2 + ... + a_{1n}u_n \leq 1, \\ a_{21}u_1 + a_{22}u_2 + ... + a_{2n}u_n \leq 1, \\ ...., \\ a_{m1}u_1 + a_{m2}u_2 + ... + a_{mn}u_n \leq 1, \end{cases} \quad (8)$$

sistemani hosil qilamiz. $u_1, u_2, ..., u_n$ – noma`lumni shunday olish kerakki, bunda (8) shart bajarilib,

$$W = u_1 + u_2 + ... + u_n = 1/V$$

funksiya maksimum qiymatga erishsin. Shunday qilib, matritsali o`yinning yechimini topish simmetrik bo`lgan ikkilangan ikkita chiziqli programmalashtirish masalasiga keltiriladi. Bu ikkilangan masalalardan birini yechib, ikkinchisining yechimini undan foydalanib hosil qilish mumkin.

1-misol. Quyidagi matritsa bilan berilgan o`yinning yechimini toping.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 4 & 2 \\ 3 & 4 & 6 & 5 \\ 2 & 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Yechish. O`yinning optimal strategiyasini topish uchun quyidagi ChPMni hosil qilamiz.

$$\begin{cases} 4t_1 + 3t_2 + 2t_3 \geq 1, \\ 3t_1 + 4t_2 + 5t_3 \geq 1, \\ 4t_1 + 6t_2 + t_3 \geq 1, \\ 2t_1 + 5t_2 + 3t_3 \geq 1, \end{cases}$$

$$t_1 \geq 0, t_2 \geq 0, t_3 \geq 0,$$

$$Z = t_1 + t_2 + t_3 \to \min.$$

B o`ynovchining optimal strategiyasini topishning ikkilangan masalasi quyidagicha bo`ladi:

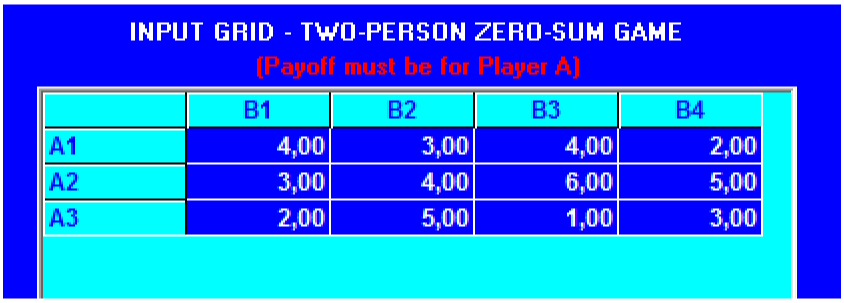
$$\begin{cases} 4u_1 + 3u_2 + 4u_3 + 2u_4 \leq 1, \\ 3u_1 + 4u_2 + 6u_3 + 5u_4 \leq 1, \\ 2u_1 + 5u_2 + u_3 + 3u_4 \leq 1, \end{cases}$$

$$u_i \geq 0, \qquad (i = \overline{1,4})$$

$$W = u_1 + u_2 + u_3 + u_4 \to \max.$$

Bu ikkilangan masala yechimi $U = \left(\frac{3}{14}, 0, 0, \frac{1}{14}\right)$, $W_{\max} = \frac{1}{V} = \frac{2}{7}$ bo`ladi. Demak $V = \frac{7}{2}$, $Y = \left(\frac{3}{4}, 0, 0, \frac{1}{4}\right)$. Dastlabki (6) masalaning yechimi $T = \left(\frac{1}{7}, \frac{1}{7}, 0\right)$ va $X = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0\right)$ bo`ladi.

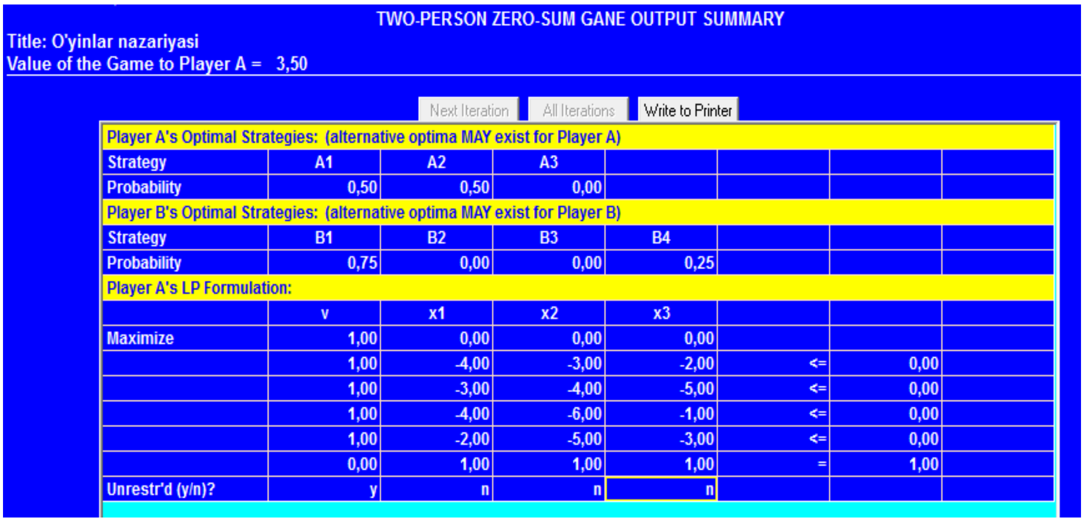
Endi ushbu misolni **TORA** dasturidan foydalanib ishlaymiz. Dastur ishga tushurilgach, asosiy menyudan nol yig'indili o'yinlar(**Zero-Sum Games**) bo'limi tanlanadi, misolning titul varag'i hamda A va B o'ynovchilarning strategiyalari soni hamda to'lov matritsasi jadvalga joylashtiriladi(50-rasm). Yuqoridagi misolda A o'ynovchi 3 ta, B o'ynovchi esa 4 ta strategiyalarga ega. To'lov matritsasi kiritilgandan so'ng, masalaning yechimini topishga o'tiladi.


INPUT GRID - TWO-PERSON ZERO-SUM GAME
(Payoff must be for Player A)

	B1	B2	B3	B4
A1	4,00	3,00	4,00	2,00
A2	3,00	4,00	6,00	5,00
A3	2,00	5,00	1,00	3,00

50-rasm.

Misoldagi ishtirokchilarning to'lov matritsasi **3x4** o'lchamda bo'lganligi uchun uni grafik tasvirda yechishning imkoni yo'q. Ushbu misolning yechimi quyida keltirilgan 51-rasmda berilgan. Yechimni tahlil etsak, yuqoridagi qo'lda topilgan yechimlar to'g'ri ekanligiga guvoh bo'lamiz.



TWO-PERSON ZERO-SUM GANE OUTPUT SUMMARY

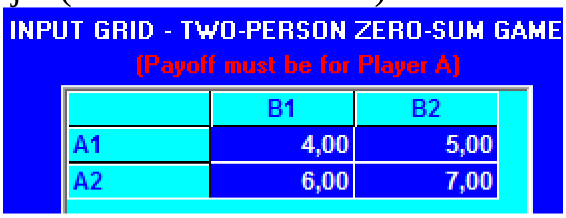
Title: O'yinlar nazariyasi
Value of the Game to Player A = 3,50

Next Iteration | All Iterations | Write to Printer

Player A's Optimal Strategies: (alternative optima MAY exist for Player A)							
Strategy	A1	A2	A3				
Probability	0,50	0,50	0,00				
Player B's Optimal Strategies: (alternative optima MAY exist for Player B)							
Strategy	B1	B2	B3	B4			
Probability	0,75	0,00	0,00	0,25			
Player A's LP Formulation:							
	v	x1	x2	x3			
Maximize	1,00	0,00	0,00	0,00			
	1,00	-4,00	-3,00	-2,00	<=	0,00	
	1,00	-3,00	-4,00	-5,00	<=	0,00	
	1,00	-4,00	-6,00	-1,00	<=	0,00	
	1,00	-2,00	-5,00	-3,00	<=	0,00	
	0,00	1,00	1,00	1,00	=	1,00	
Unrestr'd (y/n)?	y	n	n	n			

51-rasm.

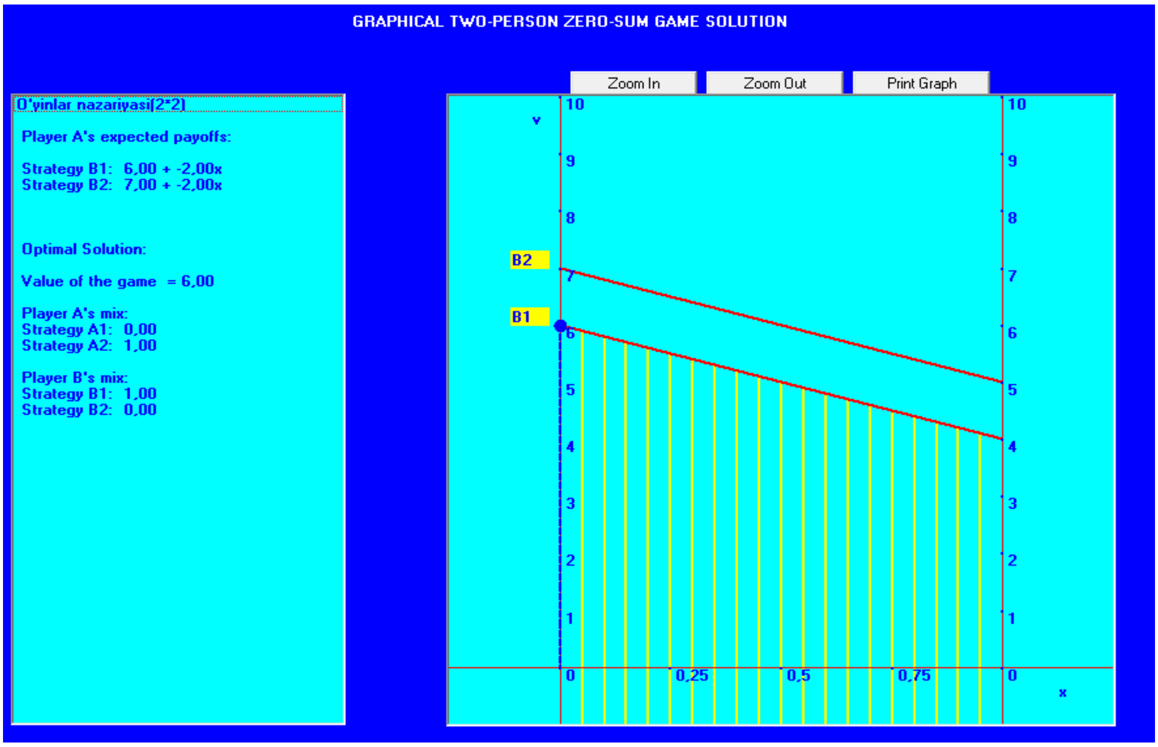
Dastur yordamida **2x2** o’lchamdagi o’yinlar yechimini grafik usulda tasvirlash imkoniyati mavjud(52- va 53 - rasmlar).



INPUT GRID - TWO-PERSON ZERO-SUM GAME
(Payoff must be for Player A)

	B1	B2
A1	4,00	5,00
A2	6,00	7,00

52-rasm.



53-rasm.

Misollar yechimini qog’ozga chiqarishda **Write to Printer** va **Print Graph** buyruqlaridan foydalaniladi.

Mustaqil yechish uchun masalalar

I. Quyidagi matritsali o`yinlarni minimax va maxmin usullari bilan yeching.

1. $A=\begin{pmatrix}6 & 2 & 5\\ 4 & 3 & 7\\ 5 & 5 & 6\end{pmatrix}$ **2.** $A=\begin{pmatrix}8 & 4 & 3 & 7\\ 7 & 6 & 8 & 9\\ 8 & 2 & 4 & 6\\ 6 & 3 & 2 & 5\end{pmatrix}$

3. $A=\begin{pmatrix}3 & 2 & 3\\ 6 & 2 & 7\\ 5 & 1 & 4\end{pmatrix}$ **4.** $A=\begin{pmatrix}3 & 7 & 6\\ 2 & 3 & 1\\ 3 & 7 & 4\end{pmatrix}$

5. $A=\begin{pmatrix}5 & 6 & 8\\ 9 & 7 & 8\\ 7 & 6 & 6\end{pmatrix}$ **6.** $A=\begin{pmatrix}4 & 7 & 9 & 5\\ 3 & 4 & 1 & 5\\ 3 & 5 & 3 & 6\end{pmatrix}$

7. $A=\begin{pmatrix}15 & 24 & 22\\ 21 & 23 & 23\\ 20 & 21 & 24\end{pmatrix}$ **8.** $A=\begin{pmatrix}8 & 4 & 7\\ 6 & 5 & 9\\ 7 & 7 & 8\end{pmatrix}$

9. $A=\begin{pmatrix}5 & 8 & 4\\ 6 & 0 & 2\\ 5 & 5 & 2\end{pmatrix}$ **10.** $A=\begin{pmatrix}3 & 5 & 4\\ 8 & 6 & 9\\ 2 & 5 & 6\end{pmatrix}$

II. Quyidagi maritsali o`yinlarni chiziqli programmalashtirish usullari bilan yeching:

11. $A=\begin{pmatrix}2 & 3 & 1 & 2\\ 3 & 5 & 2 & 3\\ 1 & 2 & 4 & 1\end{pmatrix}$ **12.** $A=\begin{pmatrix}4 & -2 & 0\\ 0 & 1 & 2\\ -3 & 3 & -1\end{pmatrix}$

13. $A=\begin{pmatrix}3 & 4 & 5\\ 7 & 6 & 4\end{pmatrix}$ **14.** $A=\begin{pmatrix}4 & 7\\ 9 & 3\\ 5 & 9\\ 6 & 9\end{pmatrix}$

$$\mathbf{15}.\ A=\begin{pmatrix}8&4&7\\6&5&9\\7&7&8\end{pmatrix}\qquad \mathbf{16}.\ A=\begin{pmatrix}7&6&7&5\\6&7&9&8\\5&8&4&6\end{pmatrix}$$

$$\mathbf{17}.\ A=\begin{pmatrix}1&4&6\\7&2&0\\5&3&2\end{pmatrix}\qquad \mathbf{18}.\ A=\begin{pmatrix}3&5&0&3\\1&3&3&6\\6&3&3&-1\\3&0&7&3\end{pmatrix}$$

19. $$A=\begin{pmatrix}4&5&-5\\-5&4&7\\4&5&6\end{pmatrix}$$

Foydalanilgan adabiyotlar.

1. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах/ И.Л. Акулич.-М.: Высш.шк., 1986.-319 с.
2. Давыдов Э.Г. Исследование операций: Учеб. Пособие для студентов вузов/ Э.Г. Давыдов. - М.: Высш.шк., 1990.-383 с.
3. Кузнецов Ю.Н. Математическое программирование/ Ю.Н. Кузнецов, В.И. Кузубов, А.Б. Волощенко. - М.: Высш.шк., 1980.
4. Таха, Хемди, А. Введение в исследование операций. 6-е издание. Пер. с анг. – М.: Издательский дом “Вильямс”, 2001.- 912 с.
5. Кулян В.Р. Математическое програмирование (с элементами информационных технологий): Учеб. Пособие для студентов нематематических специалъностей вузов / В.Р. Кулян, Е.А. Юникова, А.Б.Жилъцов.-К.: МАУП, 2000- 124 с.
6. Вуколов Э.А., Ефимов А.В., Земсков В.Н. и др. Сборник задач по математики для втузов Ч.4. Методы оптимизации. Уравнения в частных производных. Интегралъные уравнения: Учеб. пособ. / Вуколов Э.А., Ефимов А.В., Земсков В.Н. и др.; Под ред. А.В Ефимова.-2-е изд., перераб.- М: Наука. Гл.ред. физ.-мат лит.., 1990.-304 с.
7. А.В. Кузнецов, Я.Н. Жихар и др. Экономико-математические методы и модели: Учеб. пособие / Н.И. Холод, А.В. Кузнецов, Я.Н. Жихар и др.; Под общ. Ред. А.В. Кузнецова. –Мн.: БГЭУ, 1999.-413с.
8. Афанасъев М.Ю., Суворов Б.П. Исследование операций в конкретных ситуациях. – М.: Экономический факультет, ТЭИС, 1999. -87 с.
9. Mo’minov SH.R. Matematik modellar va usullar. T.: “ Turon-Iqbol” nashriyoti 2006.- 272 b.

10. Косоруков О.А., Мищенко А.В. Исследование операций: Учебник / Косоруков О.А., Мищенко А.В. // Под общ. ред. д.е.н., проф. Н.П. Тихомирова. – М.: Издательство «Экзамен», 2003.-448 с.

TERMIZ DAVLAT UNIVERSITETI

O.Q.XATAMOV

IQTISODIY MASALALARNI YeCHISHDA AMALIY DASTURLAR MAJMUASIDAN FOYDALANISH

(Uslubiy qo'llanma)

Muharrir: **O.A.Abdug'aniyev**

Texnik muharrir: **G'.SH.Namozov**

Terishga __ __ _______ yilda berildi

Bosishga __ __ _______ yilda ruxsat berildi.

SHartli bosma tabog'i **6** b.t