

**ТОШКЕНТ АХБОРОТ ТЕХНОЛОГИЯЛАРИ УНИВЕРСИТЕТИ**  
**ХУЗУРИДАГИ ИЛМий ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ**  
**DSc.13/30.12.2019. Т.07.01 РАҚАМЛИ ИЛМий КЕНГАШ**

---

**ТОШКЕНТ АХБОРОТ ТЕХНОЛОГИЯЛАРИ УНИВЕРСИТЕТИ**

**РАХИМОВ ҚУВВАТАЛИ ОРТИКОВИЧ**

**УЧИШ АППАРАТЛАРИ КОНСТРУКЦИЯЛАРИНИНГ ВОРИСЛИ**  
**ДЕФОРМАЦИЯЛАНУВЧИ ЭЛЕМЕНТЛАРИНИ МАТЕМАТИК**  
**МОДЕЛЛАШТИРИШ**

05.01.07 – Математик моделлаштириш. Сонли усуллар ва дастурлар мажмуи

**ТЕХНИКА ФАНЛАР БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD)**  
**ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ**

**Тошкент – 2022**

**Техника фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD)  
диссертацияси автореферати мундарижаси**

**Оглавление автореферата диссертации  
доктора философии (PhD) по техническим наукам**

**Contents of dissertation abstract of doctor of  
philosophy (PhD) on technical sciences**

**Рахимов Қувватали Ортикович**

Учиш аппаратлари конструкцияларининг ворисли деформацияланувчи  
элементларини математик моделлаштириш . . . . . 3

**Рахимов Қувватали Ортикович**

Математическое моделирование наследственно-деформируемых  
элементов конструкций летательных аппаратов . . . . . 21

**Rahimov Kuvvatali Ortikovich**

Mathematical modeling of hereditary-deformable elements of aircraft  
structures . . . . . 39

**Эълон қилинган ишлар рўйхати**

Список опубликованных работ

List of published works . . . . . 43

**ТОШКЕНТ АХБОРОТ ТЕХНОЛОГИЯЛАРИ УНИВЕРСИТЕТИ**  
**ХУЗУРИДАГИ ИЛМИЙ ДАРАЖАЛАР БЕРУВЧИ**  
**DSc.13/30.12.2019.Т.07.01 РАҚАМЛИ ИЛМИЙ КЕНГАШ**

---

**ТОШКЕНТ АХБОРОТ ТЕХНОЛОГИЯЛАРИ УНИВЕРСИТЕТИ**

**РАХИМОВ ҚУВВАТАЛИ ОРТИКОВИЧ**

**УЧИШ АППАРАТЛАРИ КОНСТРУКЦИЯЛАРИНИНГ ВОРИСЛИ**  
**ДЕФОРМАЦИЯЛАНУВЧИ ЭЛЕМЕНТЛАРИНИ МАТЕМАТИК**  
**МОДЕЛЛАШТИРИШ**

05.01.07 – Математик моделлаштириш. Сонли усуллар ва дастурлар мажмуи

**ТЕХНИКА ФАНЛАР БЎЙИЧА ФАЛСАФА ДОКТОРИ (PhD)**  
**ДИССЕРТАЦИЯСИ АВТОРЕФЕРАТИ**

Тошкент – 2022

Техника фанлари бўйича фалсафа доктори (PhD) диссертацияси мавзуси Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамаси ҳузуридаги Олий аттестация комиссиясида В2020.4.PhD/T1102 рақам билан рўйхатга олинган.

Диссертация Тошкент ахборот технологиялари университетида бажарилган.

Диссертация автореферати уч тилда (ўзбек, рус, инглиз (резюме)) Илмий кенгаш веб-саҳифасида ([www.tuit.uz](http://www.tuit.uz)) ва «Ziyonet» Ахборот таълим порталида ([www.ziyonet.uz](http://www.ziyonet.uz)) жойлаштирилган.

**Илмий раҳбар:** Усмонов Ботир Шуқуриллаевич,  
техника фанлари номзоди, доцент

**Расмий оппонентлар:** Полатов Асхад Мухаммеджонович,  
физика-математика фанлари доктори, профессор

Анарова Шахзода Аманбаевна,  
техника фанлари доктори, доцент

**Етакчи ташкилот:** Тошкент давлат транспорт университети

Диссертация химояси Тошкент ахборот технологиялари университети ҳузуридаги DSc.13/30.12.2019.T.07.01 Илмий кенгашнинг 2022 йил «28» январ 6 соат 16<sup>00</sup> даги мажлисида бўлиб ўтади. (Манзил: 100202, Тошкент шаҳри, Амир Темур кўчаси, 108-уй. Тел.: (99871) 238-64-43, факс: (99871) 238-65-52, e-mail: [tuit@tuit.uz](mailto:tuit@tuit.uz) Тошкент ахборот технологиялари университети).

Диссертация билан Тошкент ахборот технологиялари университети Ахборот-ресурс марказида танишиш мумкин (239- рақам билан рўйхатга олинган.). (Манзил: 100202, Тошкент шаҳри, Амир Темур кўчаси, 108-ўй. Тел.: (99871) 238-65-44).

Диссертация автореферати 2022 йил «15» январ кuni тарқатилди.  
(2022 йил «7» январ даги 52- рақамли реестр баённомаси)

**Р.Х. Ҳамдамов**

Илмий даражалар берувчи илмий кенгаш раиси,  
техника фанлари доктори, профессор

**Ф.М. Нуралиев**

Илмий даражалар берувчи илмий кенгаш  
илмий котиби, техника фанлари доктори, доцент

**Ш.А. Садуллаева**

Илмий даражалар берувчи илмий кенгаш  
кошидаги илмий семинар раиси,  
физика-математика фанлари доктори, доцент



## **КИРИШ (фалсафа доктори (PhD) диссертациясининг аннотацияси)**

**Диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати.** Жаҳонда композит материаллардан ташкил топган конструкцияларнинг деформацияси, чидамлилиги, тебраниши ва динамик барқарорлиги каби қатор долзарб муаммолар мавжуд бўлиб, бу муаммоларни ўрганиш муҳим масалалардан бири ҳисобланади. Ушбу масалаларни ўрганиш аэрокосмик саноатнинг кўплаб муаммоларини, масалан, конструкцияларни ишлаб чиқиш ва лойиҳалаш вақтида объектнинг вазни, чидамлилиги ва ишончлилиги каби муаммоларни ҳал қилишга ёрдам беради. Жаҳонда, шу жумладан АҚШ, Япония, Италия, Хитой, Туркия, Ҳиндистон, Россия Федерацияси ва бошқа мамлакатларда, конструкция материалларининг деформацияланиши жараёнларини сонли ҳисоблаш учун математик моделлар, алгоритмлар ҳамда дастурий мажмуалар ишлаб чиқиш масалалари муҳим аҳамият касб этади.

Ҳозирги кунда жаҳонда учиш аппаратлари конструкцияларини лойиҳалашда ишлатиладиган материалларнинг бардошлилик хусусиятларини таққослаб баҳолаш учун моделлар яратишга ва алгоритмлар ишлаб чиқишга бўлган қизиқиш ортган. Шу сабабли ушбу йўналишнинг ривожланиши учун конструкцияларнинг уникаль элементларини самарали ҳисоблаш усуллари ва алгоритмларини талаб этилади. Композит материаллардан тайёрланган конструкцияларнинг деформацияланиши, чидамлилиги, тебраниши ва динамик барқарорлиги муаммоларига қизиқиш уларнинг конструкциядаги асосий юкланувчи элементлар эканлиги билан изоҳланиши мумкин. Тебраниш ва динамик барқарорликнинг чизиқли ва ночизиқли масалаларини ечишнинг самарали алгоритмларини ишлаб чиқиш ворисли деформацияланувчи материаллар механикасининг устувор йўналишларидан бирига айланди. Композит материалларни ифодалайдиган ўзгармаслар уларнинг қовушқоқ-эластик хоссалари билан боғлиқ.

Ҳозирги кунда Ўзбекистонда учиш аппаратлари конструкцияларида ишлатиладиган материалларнинг бардошлилиги ва самарадорлигини ошириш учун алоҳида эътибор қаратилмоқда ва бу борада кенг қамровли ишлар олиб борилмоқда. Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантиришнинг 2017-2021 йилларга мўлжалланган Ҳаракатлар стратегиясида «... йўл-транспорт, муҳандислик-коммуникация ва ижтимоий инфратузилмаларни ривожлантириш ҳамда модернизация қилишда ... замонавий ахборот-коммуникация технологияларини жорий этиш»<sup>1</sup> вазифалари белгилаб берилган. Шунга боғлиқ равишда, композит материаллардаги динамик ҳодисаларни тадқиқ қилиш ва саноатда қўлланиладиган материалларнинг қовушқоқ-эластик хоссаларини ўрганиш динамик масалаларни ҳисоблаш методларини ривожланишига ёрдам беради. Буларнинг ҳаммаси замонавий рақамли ва ахборот технологияларининг лойиҳалаш ишларига ва чекли сондаги эркинлик даражасига эга бўлган ворисли деформацияланувчи

---

<sup>1</sup> Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2017 йил 7 февралдаги № ПФ – 4947 – сонли «Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантириш бўйича Ҳаракатлар стратегияси тўғрисида»ги фармони

тизимларнинг классик флаттерининг чизикли ва чизиксиз масалаларини ечишнинг математик моделларини, самарали ҳисоблаш алгоритмларини ва ечиш усулларини ишлаб чиқишга кенг қўлланилишини талаб этади.

Ушбу диссертация доирасида олиб борилган тадқиқотлар Ўзбекистон Республикаси Президентининг 2017 йил 7 февралдаги ПФ-4947-сонли «Ўзбекистон Республикасини янада ривожлантириш бўйича Ҳаракатлар стратегияси тўғрисида»ги Фармонида ва 2021 йил 10 февралдаги ПҚ-4986-сон «Ахборот технологиялари ва коммуникацияларини янада ривожлантиришга инвестицияларни жалб қилиш чора-тадбирлари тўғрисида»ги қарорида, Вазирлар Маҳкамасининг 2012 йил 1 февралдаги 24-сон «Жойларда компьютерлаштириш ва ахборот-коммуникация технологияларини янада ривожлантириш учун шарт-шароитлар яратиш чора-тадбирлари тўғрисида»ги қарорида ва ушбу соҳада қабул қилинган бошқа меъёрий-ҳуқуқий ҳужжатларда кўрсатиб ўтилган вазифаларни бажаришга маяйян даражада хизмат қилади.

**Тадқиқотнинг республика фан ва технологиялари ривожланишининг устувор йўналишларига мослиги.** Ушбу тадқиқот республика фан ва технологиялари ривожланишининг IV. «Ахборотлаштириш ва ахборот-коммуникация технологияларини ривожлантириш» устувор йўналишига мос равишда бажарилган.

**Муаммонинг ўрганилганлик даражаси.** Жаҳонда учиш аппаратлари конструкциялари қовушқоқ-эластик элементларидаги динамик жараёнларини моделлаштириш муаммолари бўйича илмий-тадқиқот ишлари дунёнинг етакчи олимлари R.L. Bagley, E.Dowell, J. Edwards, G.L. Ghiringhelli, M.Terraneo, P. Guruswamy, J. Hassig, B.S. Shin, Y. Tang, W.Zhao, JunXu, E.П.Гроссман, P.M. Кристенсен, С.Д.Алгазин, А.Ильюшин, Б.Е.Победря, Ю.Н.Работнов, И.А. Биргер, Г.С.Писаренко, В.Л. Бидерман, Я.Г. Пановко ва бошқалар томонидан олиб борилган. Қовушқоқ-эластиклик назарияси асосида олинган ютуқлар охириги вақтларга тўғри келсада, чизикли тизимлар учун шакллантирилган назарияда Д.Максвелл, Т.Кельвин, В.Фойхт, Л.Больцман ва бошқа муаллифларнинг ҳиссалари катта.

Ўзбекистон Республикасида ҳам бу йўналишда илмий тадқиқот ишлари амалга оширилган. Бу ишларда қовушқоқ-эластиклик ворисли назариясининг интеграл ва интегро-дифференциал тенгламаларини ечишнинг замонавий усуллари ва қовушқоқ-эластик тизимларни моделлаштириш масалалари қаралган. Ушбу илмий йўналишда Ф.Б.Бадалов, Ҳ. Эшматов, Т. Бўриев, Т.Юлдашев, М. Юсупов, И.Сафаров, Б.Худаяров, А.Абдукаримов, У.Акбаров, Б.Усмонов ва уларнинг издошлари ўз ҳиссаларини қўшдилар ва қўшиб келмоқдалар.

Ушбу соҳадаги тадқиқотлар таҳлили ворисли-деформацияланадиган тизимлардаги жараёнларни моделлаштириш соҳасидаги муаммоларни ҳали етарлича ҳал қилинмаганлигини кўрсатди. Шунинг учун ҳам тузилмаларнинг деформацияланишининг чизикли ва ночизикли жараёнларини такомиллашган назария асосида моделлаштириш, ҳисоблаш усуллари ва алгоритм-

ларини ишлаб чиқиш ҳамда дастурий мажмуани яратиш зарурати туғилади. Компьютер технологияларининг жадал ривожланиши классик флаттер муаммосини ўрганиш бўйича анъанавий қарашларни қайта кўриб чиқишга, математик моделлаштиришга ва ҳисоблашнинг сонли усулларига янги қарашлар билан ёндашишга ундайди.

**Диссертация тадқиқотининг диссертация бажарилган олий таълим муассасасининг илмий-тадқиқот ишлари режалари билан боғлиқлиги.** Диссертация тадқиқоти илмий натижаларидан Бухоро муҳандислик-технология институтида Давлат илмий техника дастурлари доирасида бажарилган Ф-4-04 рақамли «Динамик юкланишлар таъсирида суюқлик оқувчи юпка ерости трубопроводларнинг эгри чизиқли соҳаларни динамик юкланишли деформация ҳолатини тадқиқот қилиш назариясини ривожлантириш ва усулларини ишлаб чиқиш» мавзусидаги фундаментал лойиҳада фойдаланилган (2012-2016).

**Тадқиқотнинг мақсади** иккита эркинлик даражасига эга бўлган ворисли-деформацияланадиган тизимлар классик флаттерининг чизиқли ва чизиқсиз муаммоларини ҳал қилиш учун математик моделлар ва сонли алгоритмларни ишлаб чиқишдан иборат.

**Тадқиқотнинг вазифалари:**

материалларнинг қовушқоқ-эластик хусусиятларини ҳисобга олган ҳолда ворисли-деформацияланадиган самолёт қанотининг эгилувчи-буралувчи флаттерининг муаммоларини ўрганиш учун математик модель, сонли ечиш усулларини ва алгоритминини ишлаб чиқиш;

қанот узунлиги бўйлаб экспериментал аниқланган эгилиши, буралиши бикирлиги ва массаси тақсимланган қанотнинг флаттер масаласини тадқиқ этиш ва ечиш учун сонли алгоритмларни ишлаб чиқиш;

иккита эркинлик даражасига эга бўлган ворисли-деформацияланувчи тизимлар классик флаттерининг чизиқли ва чизиқли бўлмаган масалаларини тадқиқ этиш;

ворисли-деформацияланувчи тизимлар флаттер тезлигига реологик ва геометрик параметрлар таъсирини баҳолаш, флаттернинг критик тезликларини аниқлаш ва таҳлил қилиш;

**Тадқиқотнинг объекти** тақсимланган параметрли ворисли-деформацияланувчи консоль қанотнинг эгилувчи-буралувчи флаттери ҳисобланади.

**Тадқиқотнинг предмети**ни чекли сондаги эркинлик даражасига эга бўлган ворисли-деформацияланувчи тизимларнинг чизиқли ва чизиқсиз классик флаттери масаласи, ҳисоблаш алгоритмлари ва компьютерда сонли ҳисоблашлар ўтказиш учун дастурий мажмуалар ташкил этади.

**Тадқиқотнинг усуллари.** Ворисли деформацияланувчи тизимларнинг деформация жараёнларини тадқиқ қилишда математик ва сонли моделлаштириш, алгоритмлаш, модулли ва тизимли, объектга йўналтирилган дастурлаш технологиялари, шунингдек сонли тажриба усуллари қўлланилди.

**Тадқиқотнинг илмий янгилиги** қуйидагилардан иборат:

материалларнинг қовушқоқ-эластик хоссаларини ҳисобга олган ҳолда

ворисли-деформацияланувчи тизимларнинг эгиловчи-буралувчи флаттер масалаларини тадқиқ қилиш учун математик моделлар, сонли ечиш усули, ҳисоблаш алгоритми ишлаб чиқилган;

тақсимланган параметрли ворисли деформацияланувчи қанотнинг эгилиб-буралишдаги флаттер масаласи учун дифференциал ва вариацион усулда хусусий ҳосилали интегро-дифференциал тенгламаларга асосланган математик модель ишлаб чиқилган;

иккита эркинлик даражасига эга бўлган ворисли-деформацияланувчи тизимлар классик флаттерининг чизикли ва чизикли бўлмаган масалаларини ҳал учун математик модель ва сонли ечиш алгоритмлари ишлаб чиқилган;

ворисли-деформацияланувчи тизимлар флаттер тезлигига реологик ва геометрик параметрлар таъсирини баҳолаш, флаттернинг критик тезликларини аниқлаш ва таҳлил қилиш учун дастурий мажмуа ишлаб чиқилган.

**Тадқиқотнинг амалий натижалари** қуйидагилардан иборат: ворисли-деформацияланувчи қанотнинг классик тебранишига доир чизикли ва чизикли бўлмаган масалалар ҳам марказлаштирилган, ҳам тақсимланган параметрларга эга бўлган ягона услубий позициядан ўрганиш имконияти кўрсатилган.

**Натижаларнинг ишончилиги** бошқа муаллифлар томонидан идеал эластик масала учун қўйилган бир қатор классик флаттер масалаларининг ечими билан таққослаш орқали таъминланади.

**Тадқиқот натижаларининг илмий ва амалий аҳамияти.** Самолётнинг ворисли-деформацияланувчи қаноти эгиловчи-буралувчи флаттерининг янги математик моделларини ишлаб чиқиш, шунингдек, флаттер масаласини ҳал қилиш учун ҳисоблаш алгоритмларини ишлаб чиқиш тадқиқот натижаларининг илмий аҳамиятини белгилайди.

Диссертация тадқиқотининг амалий аҳамияти самолётнинг ворисли-деформацияланувчи қаноти эгиловчи-буралувчи флаттерининг критик тезликларини ва реологик хусусиятларнинг оптимал қийматларини аниқлайдиган дастурий воситани ишлаб чиқиш билан изоҳланади.

**Тадқиқот натижаларининг жорий қилиниши.** Конструкциянинг турли хил физик ва реологик параметрларида флаттерни ўрганиш учун ишлаб чиқилган математик моделлар, ҳисоблаш алгоритмлари ва дастурий мажмуа асосида:

ворисли деформацияланувчи конструкцияларнинг эгиловчи-буралувчи флаттерининг математик модели асосида ишлаб чиқилган ҳисоблаш дастури «Тошкент механика заводи» АЖда жорий қилинган (Фуқаро авиацияси агентлигининг 2021 йил 20 октябрдаги 10-20/16-62-сонли сертификатлаштириш ва парвозлар хавфсизлигини назорат қилиш бошқармаси маълумотномаси). Натижада дастур композит материалли конструкциялари флаттерининг критик тезлигини аниқлашда, элементларнинг мустаҳкамлигини таҳлил қилиш ва башорат қилишда қўлланилган, ишлаб чиқилган программа ҳисоблаш жараёнини 1,5 мартага, ҳисоблаш аниқлиги ва лойиҳалаш самарадорлигини 10-15% га ошириш

имконини берган;

иккита эркинлик даражасига эга бўлган ворисли-деформацияланувчи тизимлар классик флаттери чизиқли масалаларининг математик модели асосида ишлаб чиқилган дастур «Қўқонэлектрнуржахон» МЧЖдаги лойиҳа-конструкторлик фаолиятида жорий қилинган (Ўзбекистон Республикаси Қурилиш вазирлиги хузуридаги «Шаҳарсозлик ҳужжатлари экспертизаси» ДУК нинг 2021 йил 14 октябрдаги 1337/01-06-сон маълумотномаси). Натижада ҳисоблаш дастурлари композит материаллардан тайёрланган тузилмаларнинг юкланишли-деформация ҳолатини аниқлашда, баҳолаш ва башорат қилишда фойдаланилиб, материалнинг ворисли-деформацияланадиган хусусиятларини ҳисобга олган ҳолда реал конструкциялар элементлари мустаҳкамлигининг критик деформация тезлигини 2,5 мартагача камайтириш ва конструкция бузилишининг критик вақтини 1,7 мартагача ошириш имконини берган.

**Тадқиқот натижалари апробацияси.** Мазкур тадқиқот натижалари 7 та халқаро ва 2 та республика илмий-амалий конференцияларда муҳокама қилинган.

**Тадқиқот натижаларининг эълон қилиниши.** Диссертация мавзуси бўйича жами 17 та илмий иш эълон қилинган. Шулардан Ўзбекистон Республикаси Олий аттестация комиссиясининг диссертациялар асосий илмий натижаларини чоп этишга тавсия этилган илмий нашрларда 5 та илмий мақола, шу жумладан, 2 та республика ва 3 та хорижий журналларда чоп этилган, шунингдек 3 та ЭҲМ учун яратилган дастурий воситаларига қайд қилиш гувоҳномалари олинган.

**Диссертациянинг тузилиши ва ҳажми.** Диссертация 114 бетдан иборат бўлиб, кириш, тўртта боб, хулоса, фойдаланилган адабиётлар рўйхати ва иловалардан ташкил топган.

## ДИССЕРТАЦИЯНИНГ АСОСИЙ МАЗМУНИ

**Кириш қисмида** диссертация мавзусининг долзарблиги ва зарурати асосланган, тадқиқотнинг Ўзбекистон Республикаси фан ва технологияларини ривожлантиришнинг устувор йўналишларига мувофиқлиги кўрсатилган. Тадқиқотнинг мақсад ва вазифалари белгиланган ҳамда тадқиқот объекти ва предмети тавсифланган, олинган натижаларнинг ишончлилиги келтирилган, уларнинг назарий ва амалий аҳамияти очиб берилган, тадқиқот натижаларини амалиётга жорий этилиши, нашр этилган ишлар ва диссертация тузилиши ҳақида маълумотлар келтирилган.

Диссертациянинг **«Муаммонинг ўрганилиш ҳолати таҳлили. Конструкцияларнинг ворисли-деформацияланадиган элементларни математик моделлаштириш»** деб номланган биринчи боби 3 параграфдан иборат.

Биринчи параграфда деформация жараёнларини ва конструкциянинг ворисли-деформацияланадиган элементларини математик моделлаштиришга доир манбалар таҳлили келтирилган. Иккинчи параграфда учувчи аппаратлар

қанотларида флаттер ҳодисаси ва унинг эгилувчи-буралувчи тебраниш шакли билан боғлиқлиги тўлиқ тавсифланган. Учинчи параграфда аэроқовушқоқ-эластиклик муаммоларини ҳал қилишнинг мавжуд усуллари ҳақида маълумотлар келтирилган ва ушбу йўналишдаги тадқиқотлар учун муҳим масалалар санаб ўтилган.

Диссертациянинг «Самолётнинг ворисли-деформацияланган қанотининг эгилувчи-буралувчи тебраниши масаласини тўғридан-тўғри ва вариацион кўйилишида математик моделни қуриш» деб номланган иккинчи боби самолётнинг ворисли-деформацияланган қанотининг эгилувчи-буралувчи тебраниши масаласини ўрганиш учун математик моделларни ишлаб чиқишга бағишланган.

Қовушқоқ-эластик материаллардан тебраниш келтириб чиқарадиган ва демпфер сифатида конструкцияларда, хусусан, учувчи аппарат конструкциясида фойдаланиш сўнгги йилларда долзарб мавзуга айланган. Бундай масалаларнинг математик кўйилиши интегро-дифференциал тенгламаларни ечишга келтирилади.

Одатда самолёт қаноти турли ҳароратларда реологик, ворисли-деформацияланадиган хусусиятлари билан ёрқин ажралиб турадиган композит материаллардан тайёрланади. Бу хусусиятларни қанотни лойиҳалашда ҳисобга олмаслик нотўғри натижаларга олиб келади. Шунинг учун ворисли-деформацияланадиган тизимларнинг классик флаттери масаласини тўғри математик моделлаштириш ва масалани ҳал қилишнинг самарали усуллари ишлаб чиқиш жуда долзарб ҳисобланади.

Ушбу параграфда реологик хоссалари Больцман-Вольтернинг ворислик назарияси билан тавсифланган композит материалдан ясалган узун ёйилган қанотнинг тебраниш муаммоси кўриб чиқилган. Самолётнинг ворисли-деформацияланган қанотини эгилувчи-буралувчи тебранишларини тавсифловчи тенгламалар системаси тақлиф этилган:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ EI(1-R^*) \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right] + m \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} - m\bar{\sigma} \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} &= 0, \\ -\frac{\partial}{\partial x} \left[ GI_d(1-R^*) \frac{\partial \theta}{\partial x} \right] - m\bar{\sigma} \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + I_m \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

уларнинг чегаравий ва бошланғич шартлари берилган:

$$\begin{aligned} W=0, W_x=0, \theta=0, \quad x=0 \text{ да,} \\ EIW_{xx}=0, [EIW_{xx}]_x=0, GI_d\theta_x=0, \quad x=\ell \text{ да,} \end{aligned} \quad (2)$$

$$W=W_0(x), W_t=\bar{W}_0(x), \theta=\theta_0(x), \theta_t=\bar{\theta}_0(x), \quad t=0 \text{ да.} \quad (3)$$

Бу ерда  $W$  – қанотнинг эгилиши;  $\theta$  – қанотнинг буралиши;  $m$  – қанотнинг чизиқли массаси;  $EI$  – эгилувчанликка қанот бикирлиги;  $GI_d$  – буралишга қанот бикирлиги;  $I_m$  – кўриб чиқилаётган кесимдаги бикирлик ўқиға нисбатан қанотнинг чизиқли масса инерция моменти;  $\bar{\sigma}$  – оғирлик маркази координатаси,  $R^*$  – Вольтернинг кучсиз-сингуляр интеграл оператори:

$$R^* f(t) = \int_0^t R(t-\xi) f(\xi) d\xi, \quad R(t-\xi) = \varepsilon e^{-\beta(t-\xi)} (t-\xi)^{\alpha-1}, \quad \varepsilon > 0, \beta > 0, 0 < \alpha < 1.$$

Ворисли-деформацияланадиган самолёт қанотининг эгилувчи-буралувчи тебранишлари масаласини ифодалайдиган (1) интегро-дифференциал тенгламалар системаси ва (2) чегаравий ҳамда (3) бошланғич шартлар билан биргаликда масаланинг тўғридан-тўғри математик модели ҳисобланади.

Масаланинг вариацион қўйилишида агар кинетик энергия ўрнига

$$T = \frac{1}{2} \int_0^{\ell} m W_t^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^{\ell} I_m \theta_t^2 dx - \int_0^{\ell} m \bar{\sigma} W_t \theta_t dx, \quad (4)$$

потенциал энергия ўрнига

$$\Pi_y = \frac{1}{2} \int_0^{\ell} EI W_{xx}^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^{\ell} GI_d \theta_x^2 dx \quad (5)$$

ва қовушқоқ-потенциал энергия ўрнига

$$\Pi_B = \int_0^{\ell} EI W_{xx} R^* W_{xx} dx + \int_0^{\ell} GI_d \theta_x R^* \theta_x dx \quad (6)$$

тенгликлар киритилса, у ҳолда Остроградский-Гамильтоннинг принципига мувофиқ, тўла энергия функционали минимумини аниқлаш масаласи қўйилганда қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$I = \int_{t_1}^{t_2} (\Pi_y - \Pi_B - T) dt = \int_{t_1}^{t_2} \int_0^{\ell} F(W_t, \theta_t, \theta_x, W_{xx}) dx dt, \quad (7)$$

бунда

$$F = \frac{1}{2} \left[ EI (W_{xx} - 2R^* W_{xx}) W_{xx} + GI_d (\theta_x - 2R^* \theta_x) \theta_x - (m W_t^2 + I_m \theta_t^2 - 2m \bar{\sigma} W_t \theta_t) \right].$$

(7) функционал минимуми, яъни

$$-\frac{d}{dt} \frac{\partial I}{\partial W_t} + \frac{d^2}{dx^2} \frac{\partial I}{\partial W_{xx}} = 0,$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial F}{\partial \theta_t} + \frac{d}{dx} \frac{\partial F}{\partial \theta_x} = 0,$$

система масаланинг тўғридан-тўғри қўйилишини тавсифлайди.

Шундай қилиб, чегаравий (2) ва бошланғич (3) шартларни қаноатлантирадиган (7) функционал минимумини топиш ворисли-деформацияланувчи самолёт қанотининг эгилувчи-буралувчи тебранишлари масаласининг вариацион математик моделини беради.

(5) тенгликда биринчи ҳадлар эгилувчанликни; иккинчи ҳадлар буралишнинг эластик потенциал энергиясини; (6) тенгликда эса мос равишда стерженнинг қовушқоқ потенциал энергиясини беради.

Аниқланган (7) тўлиқ энергия функционали ҳаво оқимидаги ворисли-деформацияланган қанотнинг тебранишларини ўрганишда ишлатилди.

Ушбу масалани ҳал қилиш учун Ритцнинг вариацион усули қўлланилди. Ушбу усул ёрдамида ворисли-деформацияланган самолёт қанотининг эгилювчи-буралувчи тебранишлари масаласининг дискрет модели курилди. Флаттерда тебранишларнинг шакллари аниқлаш учун бўшлиқда фақат буралувчи ва соф эгилювчан тебранишларнинг стандарт функцияларидан фойдаланилди.

Бобнинг учинчи параграфда кучсиз сингуляр интегро-дифференциал тенгламалар системасини сонли ечиш ва критик тезликларни аниқлаш усуллари берилган. Ушбу усул ёрдамида биринчи параграфда қўйилган масалага мос келадиган чизиқли рекуррент алгебраик тенгламалар системаси ҳосил қилинган:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^N \left[ \left( A_{kj} + PC_{kj} \frac{\Delta t}{2} \right) q_k(t_n) - \left( B_{kj} + PF_{kj} \frac{\Delta t}{2} \right) r_k(t_n) \right] &= \sum_{k=1}^N \left[ \left( A_{kj} + PC_{kj} t_n \right) q_k(0) - \right. \\ &- \left. \left( B_{kj} + PF_{kj} t_n \right) r_k(0) \right] + P \sum_{i=0}^{n-1} A_i \sum_{k=1}^N \left[ F_{kj} r_k(t_i) - C_{kj} q_k(t_i) \right] + \sum_{i=0}^{n-1} A_i (t_n - t_i) \times \\ &\times \sum_{k=1}^N \left[ P^2 \Gamma_{kj} r_k(t_i) - D_{kj} \left( q_k(t_i) - \frac{\varepsilon}{\alpha} \sum_{\ell=0}^i B_{\ell} e^{-\beta t_{\ell}} q_k(t_{i-\ell}) \right) \right], \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^N \left[ - \left( \bar{A}_{kj} - P \bar{C}_{kj} \frac{\Delta t}{2} \right) q_k(t_n) + \left( \bar{B}_{kj} - P \bar{F}_{kj} \frac{\Delta t}{2} \right) r_k(t_n) \right] &= \sum_{k=1}^N \left[ \left( -\bar{A}_{kj} + P C_{kj} t_n \right) q_k(0) + \right. \\ &+ \left. \left( \bar{B}_{kj} - P \bar{F}_{kj} t_n \right) r_k(0) \right] + P \sum_{i=0}^{n-1} \bar{A}_i \sum_{k=1}^N \left[ \bar{F}_{kj} r_k(t_i) - \bar{C}_{kj} q_k(t_i) \right] + \sum_{i=0}^{n-1} \bar{A}_i (t_n - t_i) \times \\ &\times \sum_{k=1}^N \left[ P^2 \bar{\Gamma}_{kj} r_k(t_i) - \bar{D}_{kj} \left( r_k(t_i) - \frac{\varepsilon}{\alpha} \sum_{\ell=0}^i B_{\ell} e^{-\beta t_{\ell}} r_k(t_{i-\ell}) \right) \right]. \end{aligned}$$

Бунда

$$\begin{aligned} A_{kj} &= \int_0^1 m f_k f_j dx, \quad B_{kj} = \int_0^1 m \sigma \phi_k f_j dx, \quad C_{kj} = \int_0^1 a_{13} b f_k f_j dx, \\ F_{kj} &= \int_0^1 a_{12} b^2 \left( \frac{3}{4} - \frac{x_0}{b} \right) \phi_k f_j dx, \quad \Gamma_{kj} = \int_0^1 a_{11} b \phi_k f_j dx, \quad D_{kj} = \int_0^1 \left[ EI \frac{d^2 f_k}{dx^2} \right]_{xx} f_j dx \end{aligned} \quad (10)$$

$$\bar{A}_{kj} = \int_0^1 m a_{12} f_k \phi_j dx, \quad \bar{B}_{kj} = \int_0^1 a_{13} I_m \phi_k \phi_j dx, \quad \bar{C}_{kj} = \int_0^1 \frac{a_{15} h_0}{b} f_k \phi_j dx,$$

$$\bar{F}_{kj} = \int_0^1 \frac{a_2 a_{15}}{\sigma_0} \phi_k \phi_j dx, \quad \bar{\Gamma}_{kj} = \int_0^1 a_{14} \phi_k \phi_j dx, \quad \bar{D}_{kj} = \int_0^1 \left[ GI_d \frac{d\phi}{dx} \right]_x \phi_j dx.$$

$$\bar{GI}_d = \frac{GI_d}{GI_d^{(0)}}, \quad \bar{m} = \frac{m}{m_0}, \quad \bar{\sigma} = \frac{\bar{\sigma}}{\sigma_0}, \quad \bar{I}_m = \frac{I_m}{I_m^{(0)}}, \quad \bar{x} = x\ell, \quad \bar{EI} = \frac{EI}{EI_0}, \quad \bar{t} = \frac{t}{t_0}, \quad \bar{t}_0 = \sqrt{\frac{m_0}{EI_0}} \ell^2, \quad u = \sigma_0 \theta,$$

$$P^2 = \frac{V^2 m_0 \sigma_0^2}{GI_d^0}, \quad \chi = \frac{G_0 I_d^{(0)}}{E_0 I_0} \left( \frac{\ell}{\sigma_0} \right)^2, \quad a_3 = \frac{I_m^{(0)}}{m_0 \sigma_0^2}, \quad \beta = \frac{1}{C_y}, \quad a_{11} = \frac{4\chi\ell}{\mu\sigma_0}, \quad a_{12} = \frac{4\sqrt{\chi}b_0}{\mu\sigma_0}, \quad a_{13} = \frac{4\sqrt{\chi}}{\mu},$$

$$a_{21} = \beta a_{11} \frac{b_0}{\sigma_0}, a_{22} = \beta a_{22} \frac{b_0}{\sigma_0}, a_{22} = \beta a_{12} \frac{b_0}{\sigma_0}, a_{23} = -\beta a_{13} \frac{b_0}{\sigma_0}.$$

(9) тенгламалар системасини (10) коэффициентлар аниқлагандан сўнг ечиш мумкин, бунинг учун тебраниш шакллари аниқлайдиган  $f_k$  ва  $\phi_k$  координата функцияларини билиш зарур.  $f_k, f''_k, \phi_k, \phi'_k$  ва бикирлик характеристикаларини (10) га қўйиб, ҳамда трапеция усули билан ЭХМда  $A_{kj}, B_{kj}, \dots$  коэффициентларини аниқлаб, (9) рекуррент тенгламалар системаси ҳосил қилинади. Шундан сўнг ушбу система Гаусс усули билан ечилади.

Диссертациянинг учинчи «Қовушқоқ-эластикликнинг баъзи бир масалаларини сонли ечиш ва таҳлил қилиш» боби қовушқоқ-эластикли осилиб турувчи қанот профилининг динамик турғунлиги ва чизиксиз тебранишлари, қаттиқ маҳкамланмаган узайтирилган пластинканинг динамик аэротурғунлиги масалалари ва узлуксиз бўйламага эга бўлган ворисли-деформацияланувчи қанот профили флаттерига гамма функциянинг таъсирини тадқиқ қилишга бағишланган.

Биринчи параграфда қовушқоқ-эластик осилиб турувчи қанот профилининг динамик турғунлиги ва чизиксиз тебранишлари тадқиқ қилинган. Ушбу масалани ечиш учун профил конструкцияси ҳаракатини ифодалайдиган математик модель ишлаб чиқилган бўлиб, у қуйидаги  $W|_{t=0}=W_0, \frac{\partial W}{\partial t}|_{t=0}=\bar{W}_0, U|_{t=0}=U_0, \frac{\partial U}{\partial t}|_{t=0}=\bar{U}_0$  бошланғич шартларга эга бўлган

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + \theta_1(1-R^*) \left[ (W - \gamma W^3) + \frac{\theta_2}{\theta_1} (U - \gamma_2 U^3) \right] &= 0, \\ \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + \left( \frac{b}{2} \right)^2 (1-R^*) \left[ (W - \gamma W^3) + \frac{\theta_2}{\theta_1} (U - \gamma_2 U^3) \right] &= 0. \end{aligned} \quad (11)$$

чизиксиз интегро-дифференциал тенгламалар системаси кўринишида ифодаланади.

Бу ерда  $\theta_1 = 1 + (b/2)^2; \theta_2 = \chi(b/2)^2; bh = u; \alpha = w; \bar{t} = \sqrt{(c_1/m)t}; \chi = c_2/(c_1 b^2); \gamma, \gamma_2$  – чизиксизлик параметрлари;  $c_i$  – инерция коэффициенти;  $c_{11} = m; c_{12} = c_{21} = -mb; c_{22} = m(r^2 + b^2); c_{11} = c_1$  ва  $c_{22} = c_2$ .

(11) тенгламалар системасини ечиш учун чизикли рекуррент алгебраик тенгламалар системасига асосланган, Ф.Бадалов томонидан ишлаб чиқилган интегро-дифференциал тенгламаларнинг кучсиз махсуслигини йўқотиш усулидан фойдаланамиз:

$$\begin{aligned} W_n = W_0 - \sum_{j=0}^{n-1} C_j (t_n - t_j) \left\{ \theta_1 (W_j - \gamma W_j^3) + \theta_2 (U_j - \gamma U_j^3) - \right. \\ \left. - \frac{\varepsilon}{\alpha} \sum_{k=0}^j B_k e^{-\beta t_k} \left( \theta_1 (W_{j-k} - \gamma W_{j-k}^3) + \theta_2 (U_{j-k} - \gamma U_{j-k}^3) \right) \right\}, \end{aligned}$$

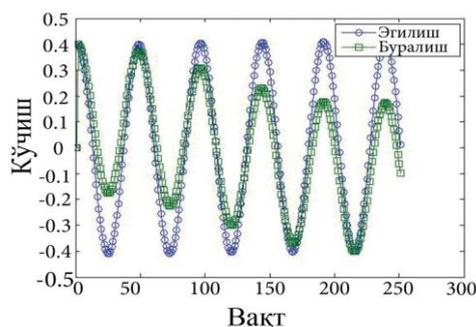
$$U_n = U_0 - (b/2)^2 \sum_{j=0}^{n-1} C_j (t_n - t_j) \left\{ \theta_1(W_j - \gamma W_j^3) + \chi(U_j - \gamma U_j^3) - \right. \\ \left. - \frac{\varepsilon}{\alpha} \sum_{k=0}^j B_k e^{-\beta t_k} \left( (W_{j-k} - \gamma W_{j-k}^3) + \chi(U_{j-k} - \gamma U_{j-k}^3) \right) \right\}, \quad (12)$$

бу ерда  $t_n = n\Delta t$ ,  $W(t_n) = W_n$ ,  $U(t_n) = U_n$ ,  $C_j = \Delta t$ ,  $j = 1, n-1$ ,  $C_0 = C_n = \frac{\Delta t}{2}$ ,

$$B_k = \frac{\Delta t^a}{2} \left[ (k+1)^a - (k-1)^a \right], \quad k = 1, j-1 \quad B_0 = \frac{\Delta t^a}{2}, \quad B_j = \frac{\Delta t^a}{2} \left[ j^a - (j-1)^a \right].$$

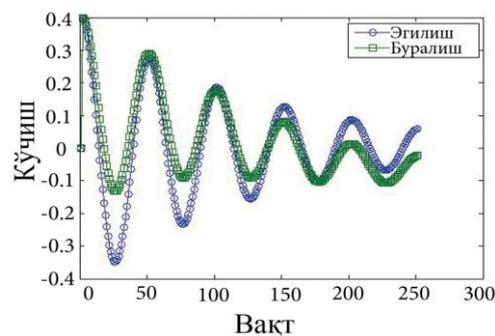
(12) чизикли рекуррент алгебраик тенгламалар кўринишидаги системани ечиш орқали  $i = \overline{1, N}$ ;  $n = 1, 2, \dots$  лар учун  $W, U$  функцияларнинг сонли қийматларини олиш мумкин.

Ушбу параграфда вариацион методнинг қовушқоқ-эластиклик масалаларига қадамма-қадам вақт бўйича интеграллаш усулини қўллаш мумкинлиги кўрсатиб берилган. Материалнинг кучланиш-деформацияланиш муносабати учун Абель типдаги кучсиз махсусликка эга бўлган ворисли қонунга бўйсунган релаксация ядросидан фойдаланилган.



**1-расм. Идеаль эластик қанот модели учун вақт шкаласи.**

$$\chi = 0.9; (r/b)^2 = 0.44; \varepsilon = 0.0; \\ \alpha = 0.0; \beta = 0.0; \Delta t = 0.1$$

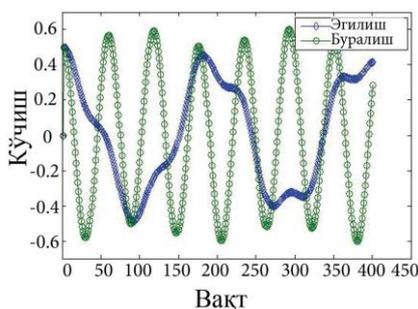


**2-расм. Идеаль қовушқоқ-эластик қанот модели учун вақт шкаласи.**

$$\chi = 0.9; (r/b)^2 = 0.44; \varepsilon = 0.2; \\ \alpha = 0.25; \beta = 0.05; \Delta t = 0.1$$

Ворисли деформацияланадиган осилиб турувчи қанот профили учун чизиксиз интегро-дифференциал тенгламаларни ечишнинг умумий жараёнлари шакллантирилган ва таҳлил қилинган.

Олинган натижалар асосида қовушқоқлик  $\varepsilon$  параметрини тебранишларнинг амплитудаси ва даврига таъсир кўрсатиши аниқланди. Параметрга қиймат берилганда тебраниш эгри чизиғи биқирлик эффектини кўрсатди. Бироқ қовушқоқлик  $\varepsilon$  параметрининг ортиб бориши билан иккала ҳолатда ҳам силжиш тезроқ камайди. Бошқа сўз билан айтганда, эркин тебранишларнинг қовушқоқлик параметри ортиб бориши билан тез сўниши аниқланди (1-4-расм).



**3-расм. Чизикли эластик Голланд қанот модели учун вақт шкаласи.**

$$\chi = 0.9; (r/b)^2 = 0.44; \varepsilon = 0.0; \\ \alpha = 0.0; \beta = 0.0; \Delta t = 0.1$$

Иккинчи параграфда классик флаттернинг кўпгина масалаларидан бири – қаттиқ маҳкамланмаган узайтирилган пластинканинг динамик аэротурғунлиги масаласи қаралган. Бу масалада горизонтал силжишлар мавжуд эмас ва иккита эркинлик даражаси мавжуд деб қаралган, яъни тизимнинг ҳолати иккита координата бўйича бурилиш бурчаги  $\varphi = \varphi(t)$  ва вертикал силжиш  $W = W(t)$  билан тавсифланади.

Пластинка узунлигини текисликка перпендикуляр йўналишда  $\ell$  билан, кўрсатилган йўналиш бўйича пластинка узунлиги бирлигига нисбатан маҳкамлагичнинг оний бикирлиги коэффицентларини  $c_1$  ва  $c_2$  орқали, пластинканинг ўртасига нисбатан юза бирлигига мос келадиган массани  $m$  орқали белгилаймиз.

Ушбу ҳолатда пластинканинг ўнг четидан маълум бир масофада қўйилган кўтарувчи кучларни қуйидагича кўринишда

$$Y = C_y^a b \ell \rho \left( V^2 \varphi - V \frac{\partial W}{\partial t} \right) / 2, \quad (13)$$

ёзиш мумкин; бу ерда  $\rho$  – ҳаво зичлиги;  $C_y^a$  – кўтарувчи кучларнинг аэродинамик коэффиценти;  $W(x, t)$  – деформацияланадиган қанотнинг эгилиши;  $\varphi(t)$  – бурилиш бурчаги;  $V$  – оқим тезлиги;  $\ell$  - пластинка узунлиги,  $b$  – пластинка кенглиги.

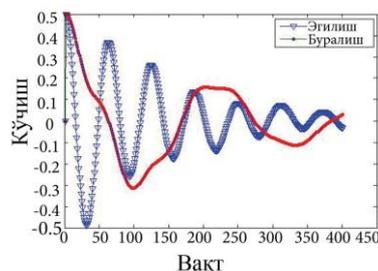
Агар ворисли-деформацияланувчи маҳкамлагичлар реакцияси бурилиш бурчаги ва пластинка четларига нисбатан чизиксиз боғлиқ, деб фараз қилсак, у ҳолда

$$R_1 = -\ell c_1 (1 - R^*) \left[ \left( W + \frac{b\varphi}{2} \right) - \gamma \left( W + \frac{b\varphi}{2} \right)^3 \right]; \quad R_2 = -\ell c_2 (1 - R^*) \left[ \left( W - \frac{b\varphi}{2} \right) - \gamma \left( W - \frac{b\varphi}{2} \right)^3 \right] \quad (14)$$

га эга бўламиз, бунда  $R^* f(t) = \int_0^t R(t - \xi) f(\xi) d\xi$  - ворислик ядроси бўлиб, Абель

типидаги кучсиз сингуляр махсусликка эга, яъни  $R(t) = \varepsilon e^{-\beta t} t^{\alpha-1}$ ,  $0 < \alpha < 1$ .

Юқоридагилардан фойдаланиб, ҳаракатнинг интегро-дифференциал тенгламаларини тузамиз ва баъзи ўзгарувчиларни



**4-расм. Чизикли қовушқоқ эластик Голланд қанот модели учун вақт шкаласи.**

$$\chi = 0.9; (r/b)^2 = 0.44; \varepsilon = 0.2; \\ \alpha = 0.25; \beta = 0.05; \Delta t = 0.1$$

$b\varphi = u$ ,  $\bar{t} = \sqrt{c_1 / (mb)}t$ ,  $V = \sqrt{2c_1 / C_y^\alpha} N$ ,  $\chi = \sqrt{C_y^\alpha \rho b / (2m)}$ ,  $a / b = \theta$   
каби белгилаб ва ўлчовсиз ўзгарувчиларга ўтиб,

$$b = b_0 \bar{b}, \quad u = b_0 \bar{u}, \quad W = b_0 \bar{W}, \quad b_0^2 \gamma = \bar{\gamma},$$

қуйидаги

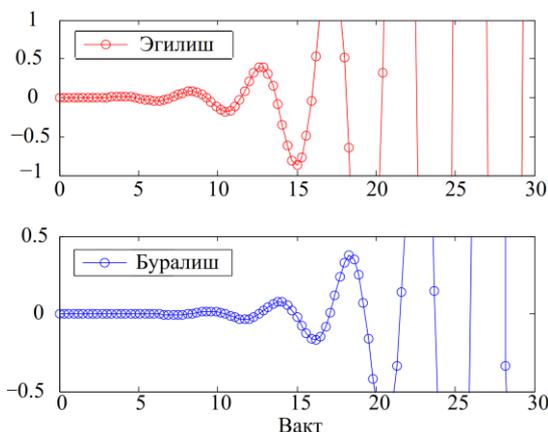
$$W|_{t=0} = W_0, \quad \frac{\partial W}{\partial t}|_{t=0} = \bar{W}_0, \quad u|_{t=0} = u_0, \quad \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = \bar{u}_0 \quad (15)$$

бошланғич шартлар билан

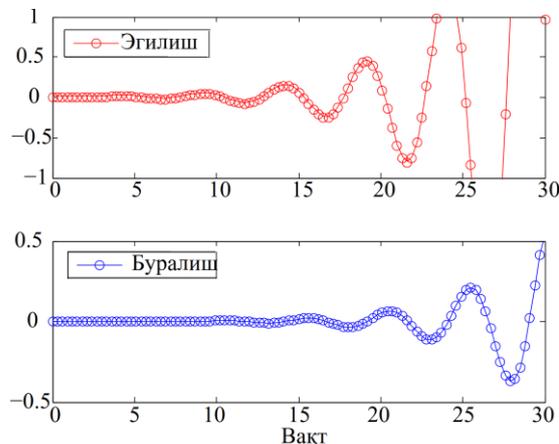
$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + (1 - R^*) \left[ \left( W + \frac{u}{2} \right) - \gamma \left( W + \frac{u}{2} \right)^3 \right] + \\ + \frac{c_2}{c_1} (1 - R) \left[ \left( W - \frac{u}{2} \right) - \gamma \left( W - \frac{u}{2} \right)^3 \right] - N^2 u + \chi N \frac{\partial W}{\partial t} = 0, \quad (16) \\ \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 6(1 - R^*) \left[ \left( W + \frac{u}{2} \right) - \gamma \left( W + \frac{u}{2} \right)^3 \right] + 6 \frac{c_2}{c_1} (1 - R) \times \left[ \left( W - \frac{u}{2} \right) - \gamma \left( W - \frac{u}{2} \right)^3 \right] + \\ + 6(1 - 2\theta)(N^2 u - \chi N \frac{\partial W}{\partial t}) = 0 \end{aligned}$$

чизиксиз интегро-дифференциал тенгламалар системасини оламиз.

Юқоридаги тенгламалар системасини ҳисоблаш алгоритми ёрдамида сонли ечиш учун математик таъминот ишлаб чиқилди. Ҳисоблашлар аэродинамик демпферни ҳисобга олган ва олмаган ҳолда чизикли ва чизиксиз идеаль эластик ҳамда чизикли ва чизиксиз идеаль қовушқоқ-эластик ҳолатлар учун амалга оширилди (5,6-расм).



**5-расм.** Аэродинамик демпферни ҳисобга олган ҳолда чизикли идеаль эластик ҳолат учун вақт бўйича функциянинг ўзгаришини тавсифловчи эгри чизик  $\varepsilon = 0.0$ ;  $\alpha = 0.25$ ;  $\beta = 0.05$ ;  $\gamma = 0$ ;  $\chi = 1.4$



**6-расм.** Аэродинамик демпферни ҳисобга олган ҳолда чизикли идеаль қовушқоқ-эластик ҳолат учун вақт бўйича функциянинг ўзгаришини тавсифловчи эгри чизик.  $\varepsilon = 0.1$ ;  $\alpha = 0.25$ ;  $\beta = 0.05$ ;  $\gamma = 0$ ;  $\chi = 1.4$

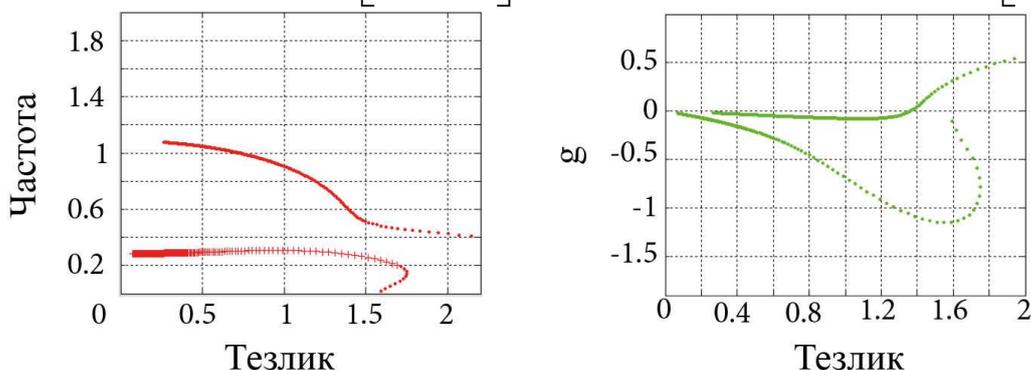
Олинган натижалардан идеаль эластик ҳолатда критик флаттер тезлигининг ошиб кетиши конструкциянинг дарҳол бузилишини аниқлаш мумкин, ҳолоқат фақат маълум бир муддатдан кейин содир бўлиши ва чарчаш тавсифига эга бўлиши аниқланди. Конструкциянинг кутиладиган хизмат қиладиган вақтини аниқлаш учун флаттер соҳасида материалнинг

чизиксиз ва ворисли-деформацияланувчи хоссаларини ҳисобга олган ҳолда тебранишларнинг амплитудасини аниқлаш зарур бўлади. Идеаль эластик яқинлашиш усуллари билан аниқланадиган критик тезлик реалъ конструкциялар учун чизикли, чизиксиз эластик масалалар учун критик тезликларнинг юқори чегараси билан аниқланади.

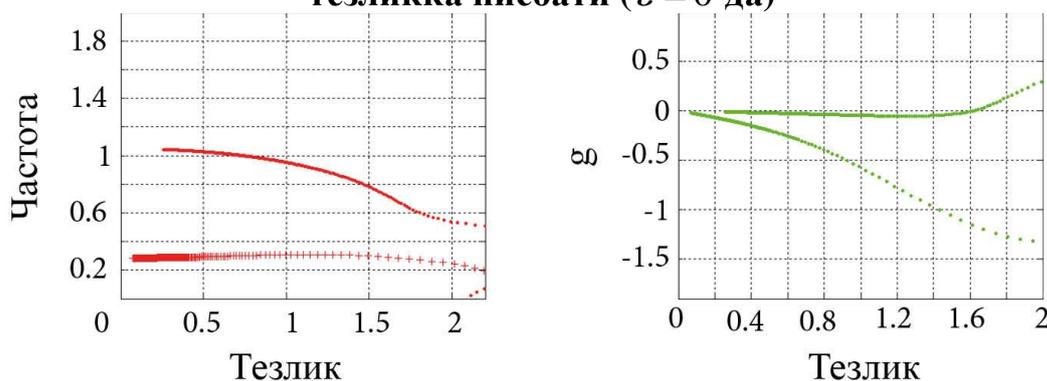
Ушбу бобнинг сўнгги параграфиди ўзгармас  $V$  тезликка эга ҳаво оқимиға жойлаштирилган ворисли деформацияланувчи узлуксиз бўйламали қанот профили тебраниши ўрганилган. Масала учун профил ҳаракатини тавсифлайдиган кучсиз сингулярликка эга бўлган интегро-дифференциал тенгламалар системаси тузилган бўлиб, бу тенгламалар системаси профилнинг газ оқимидаги динамик мувозанатини ифодалайди. Ушбу тизим иккита эркинлик даражасига эга деб қаралган.

Ушбу масалада ядро ўрниға гамма-функция орқали аниқланган муносабатлардан фойдаланилган:

$$R_c = \int_0^{\infty} \varepsilon e^{-\beta\xi} \xi^{\alpha-1} \cos \omega\xi d\xi = \varepsilon \frac{\Gamma[\alpha] \cos \alpha\theta}{[\beta^2 + \omega^2]^{\frac{\alpha}{2}}}; R_s = \int_0^{\infty} \varepsilon e^{-\beta\xi} \xi^{\alpha-1} \sin \omega\xi d\xi = \varepsilon \frac{\Gamma[\alpha] \sin \alpha\theta}{[\beta^2 + \omega^2]^{\frac{\alpha}{2}}}.$$



**7-расм. Частота ва  $g$  демпфер коэффициентининг тезликка нисбати ( $\varepsilon = 0$  да)**



**8-расм. Частота ва  $g$  демпфер коэффициентининг тезликка нисбати ( $\varepsilon = 1$  да)**

Олинган натижаларға (7- ва 8-расм) асосланиб, қуйидаги хулосалар қилинди:

агар гамма-функция флаттер тезлигига таъсир кўрсатмаса, у ҳолда тизим турғунликка эга бўлмайди;

агар ўзида ички кучни ва буралиш моментини сақлаб қолувчи гамма-функция эффеќти қўлланилса, унда бикирлик матрицаси ўзгаради, у ҳолда қовушқоқлик ортиб бориши билан тебранишлар частотаси камайиб боради. Шу билан бирга қовушқоқлик ортиши билан унга мос ҳолда флаттер тезлигининг ҳам ортиши аниқланди.

Диссертациянинг тўртинчи **«Ворисли-деформацияланувчи самолёт қанотининг эгилувчи-буралувчи тебраниши масалаларининг дастурий мажмуасини ишлаб чиқиш»** бобида олдинги бобларда ишлаб чиқилган учувчи аппаратлар конструкцияларининг ворисли-деформацияланадиган элементларининг эгилувчи-буралувчи тебранишлари масалаларини ҳисоблаш ва таҳлил қилишга мўлжалланган математик моделлар асосида компьютер ҳисоблаш тажрибаларини ўтказиш бўйича кўрсатмалар тўплами тавсифланади.

Амалий масалаларини ҳал қилишда керакли маълумотларини киритиш орқали ишлаб чиқилган ҳисоблаш алгоритмлари ёрдамида ҳисоб-китобларни олиб бориш имкони берувчи дастурлар мажмуи яратилган. Яратилган дастурий комплекс модулли тузилишга эга ва алоҳида модулларни кенгайтириш ҳамда алмаштириш имконини беради. Дастур мажмуаси ишини бошқаришда монитор дастури (Асосий меню) мавжуд. У фойдаланувчи сўрови асосида тегишли модулни ишга туширади.

Дастурий мажмуани ишлаб чиқишда қуйидаги босқичлар аниқлаб олинди:

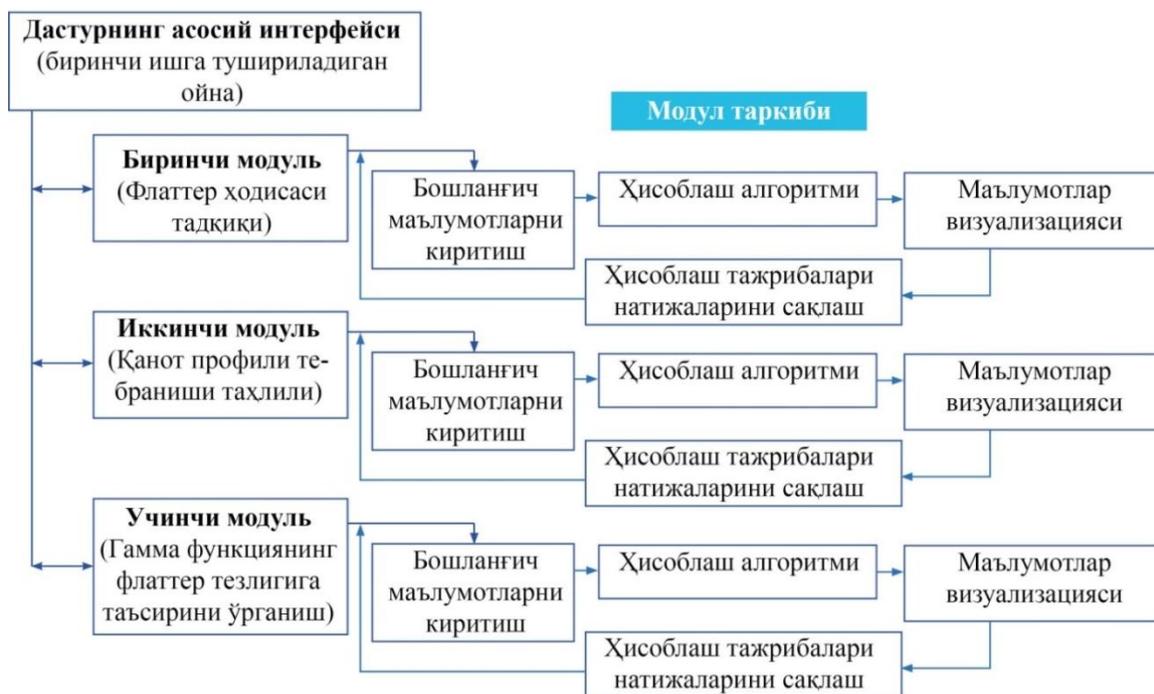
- ҳал қилиш усули ва стратегиясини танлаш (қўйилган вазифани ҳал қилиш учун дастурлаш воситасини аниқлаш);
- маълумотларни ички эълон қилиш шаклини танлаш (ички маълумотларнинг жисмоний ва мантиқий тузилишини аниқлаш);
- асосий алгоритмни ишлаб чиқиш (ушбу масаланинг математик модели учун алгоритм яратиш);
- Тестлар танлаш ва ўтказиш (синов учун дастлабки маълумотларни аниқлаш);
- чиқиш маълумотларини тақдим этиш шаклини танлаш (маълумотларни визуаллаштириш, олинган натижаларни файл сифатида сақлаш).

Ҳар бир ойнанинг кўринишини ифодалаш учун интерфейслар шаклининг макети ва дастлабки маълумотларни киритиш учун ўзгарувчилар рўйхати тузилди ҳамда ушбу ойнада кўрсатиладиган графиклар аниқланди.

Дастурий мажмуани ишлаб чиқишда дастур ишга туширилганда ишлатиладиган ўзгарувчилар рўйхати тузилди ва уларнинг ўзаро боғлиқлигини аниқланди. Шунингдек, қайта ишлаш ва сақлаш учун ушбу маълумотларнинг жисмоний тузилиши белгиланди. Ўзгарувчиларни эълон қилишда асосан ҳақиқий типдаги ўзгарувчилар ишлатилди. Матрицанинг элементлари ҳам ҳақиқий типдаги ўзгарувчилар сифатида эълон қилинади.

Олинган натижаларни тасвирлаш учун график кутубхоналардан фойдаланилди. Кўйилган масаланинг сонли ечимларини сақлаш учун \*.pdf, \*.jpg, \*.xlsx, \*.txt и \*.mat файл кенгайтмалари кўлланилди.

Дастурий мажмуа архитектураси куйидаги шаклда тузилган (9-расм):



9-расм. Дастурий комплекс архитектураси

Иккинчи параграфда иккинчи бобда аниқланган ворисли-деформацияланадиган конструкцияларнинг классик флаттери масалаларининг математик модели ва ҳисоблаш алгоритми асосида уни компьютерда реализация қилиш муаммолари кўриб чиқилган.

Ушбу бобнинг охириги параграфидида иккинчи ва учинчи модулни дастурлаш жараёни тасвирланган. Иккинчи ва учинчи модулни ишлаб чиқишда, ворисли-деформацияланадиган осмаларда қанот профилининг тебранишини таҳлил қилиш ва гамма-функциясининг флаттер тезлигига таъсирини ўрганишга мўлжалланган математик моделлардан фойдаланилди.

## ХУЛОСА

«Учиш аппаратлари конструкцияларининг ворисли-деформацияланувчи элементларини математик моделлаштириш» мавзусидаги диссертация ишида олиб борилган тадқиқот давомида куйидаги хулосалар шакллантирилди:

1. Иккита эркинлик даражасига эга бўлган ворисли деформацияланувчи тизимлар учун классик флаттернинг чизиқли ва чизиқсиз масалаларининг математик модели, ягона алгоритми ва тадқиқот услубиёти ишлаб чиқилди.

2. Таклиф этилган алгоритм MatLab дастурлаш тилида дастурий комплекс сифатида реализация қилинган. Ҳисоблаш тажрибаларига асосланиб хусусиятлар рўйхати тузилди, бу флаттернинг чизиқли ва чизиқсиз масалаларида критик тезликни аниқлаш имконини беради. Натижаларнинг

ишончилиги бошқа муаллифлар томонидан идеал эластик ҳолат учун аниқланган бир қатор классик флаттер масалаларининг ечимлари билан таққослаш орқали таъминланди.

3. Ишлаб чиқилган усул ёрдамида иккита эркинлик даражасига эга бўлган ворисли-деформацияланадиган конструкциялар классик флаттерининг бир қатор чизиқли бўлмаган масалалари, шунингдек, самолёт қанотининг эгилувчи-буралувчи тебранишлари тадқиқ қилинди. Классик флаттернинг критик тезлигига қанот турли профиллари, физик ночизиқлик, аэродинамик кучларнинг демпфер ҳадлари, реологик параметрларнинг таъсири ўрганилди.

4. Материалнинг ворисли-деформацияланадиган хусусиятларини ҳисобга олиш критик тезликни деярли 2,5 марта пасайишига ва флаттер критик вақтининг 1,7 мартага оширишига олиб келиши аниқланди.

5. Ҳисоблаш тажрибалари асосида  $\beta$  ворислилиқ ядроси параметри бошқа параметрларга нисбатан флаттер критик тезлигига сезилмас таъсир кўрсатиши аниқланди. Бундан эса релаксация ядроси материалнинг қовушқоқ-эластик хусусиятларини тўлиқ тавсифлай олмаслигидан далолат беради. Сингулярлик параметри  $\alpha$  нинг ёки қовушқоқлик параметри  $\varepsilon$  нинг флаттер критик тезлигига таъсир даражаси юқори эканлиги аниқланди.

6. Эркин эгилувчи-буралувчи тебранишларнинг сусайиш тезлиги қурилиш материалининг реологик параметрларига сезиларли даражада боғлиқ эканлиги аниқланди. Сингулярлик кўрсаткичининг камайиши тизимнинг ички энергияни ютиши коэффициентининг ошишига олиб келади ва шунинг учун ҳам амалиётда тизимнинг эркин тебранишлари маълум бир вақтдан сўнг йўқолиши кузатилади, бу эса авиация-космик техникада ишлатиладиган тебранадиған конструкция материалларининг демпфер хусусиятларини оптималлаштиришга янги имкониятлар беради.

7. Парвознинг кичик тезлигида мувозанат ҳолати яқинида хос сўнувчи тебранишлар содир бўлиши, парвоз тезлигининг ортиши билан тебраниш жараёни аста-секин ортиб борувчи амплитудалар мувозанат ҳолатидан бироз юқорида содир бўлиши аниқланди.

8. Идеал эластик ҳолатда флаттер критик тезлигини оширилиши билан кўчиш ва деформацияларнинг маълум вақтдан кейин ортиши аниқланди. Ҳаво оқимида куч факторларини максимал қиймати қанотнинг геометрик параметрларига, конструкцияларнинг ворисли деформацияланувчи материаллари хусусиятларига боғлиқлиги кўрсатилди.

**НАУЧНЫЙ СОВЕТ DSc.13/30.12.2019.Т.07.01 ПО ПРИСУЖДЕНИЮ  
УЧЕНЫХ СТЕПЕНЕЙ ПРИ ТАШКЕНТСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ  
ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ**

---

**ТАШКЕНТСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ  
ТЕХНОЛОГИЙ**

**РАХИМОВ КУВВАТАЛИ ОРТИКОВИЧ**

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАСЛЕДСТВЕННО-  
ДЕФОРМИРУЕМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ  
ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ**

05.01.07 – Математическое моделирование. Численные методы и комплексы программ

**АВТОРЕФЕРАТ ДИССЕРТАЦИИ  
ДОКТОРА ФИЛОСОФИИ (PhD) ПО ТЕХНИЧЕСКИМ НАУКАМ**

**Ташкент – 2022**

Тема диссертации доктора философии (PhD) по техническим наукам зарегистрирована в Высшей аттестационной комиссии при Кабинете Министров Республики Узбекистан за номером B2020.4.PhD/T1102.

Диссертация выполнена в Ташкентском университете информационных технологий.

Автореферат диссертации на трех языках (узбекский, русский, английский (резюме)) размещен на веб-странице научного совета ([www.tuit.uz](http://www.tuit.uz)) и на Информационно-образовательном портале «ZiyoNet» ([www.ziyo.net](http://www.ziyo.net)).

**Научный руководитель:** Усмонов Ботир Шукурллаевич,  
кандидат технических наук, доцент

**Официальные оппоненты:** Полатов Асхад Мухаммеджонович,  
доктор физико-математических наук, профессор

Анарова Шахзода Аманбаевна,  
доктор технических наук, доцент

**Ведущая организация:** Ташкентский государственный транспортный университет

Защита диссертации состоится «28» января 2022 г. в 16<sup>00</sup> часов на заседании научного совета DSc.13/30.12.2019.T.07.01 при Ташкентском университете информационных технологий. (Адрес: 100202, г. Ташкент, ул. Амира Темура, 108. Ташкентский университет информационных технологий. Тел.: (99871) 238-64-43; факс: (99871) 238-65-52; e-mail: [tuit@tuit.uz](mailto:tuit@tuit.uz)).

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-ресурсном центре Ташкентского университета информационных технологий (регистрационный номер № 239). (Адрес: 100202, г. Ташкент, ул. Амира Темура, 108. Тел.: (99871) 238-65-44).

Автореферат диссертации разослан «15» января 2022 года.  
(реестр протокола рассылки № 52 от «7» января 2022 года.)

**Р.Х. Хамдамов**  
Председатель научного совета по присуждению  
ученых степеней, доктор технических наук, профессор

**Ф.М. Нуралиев**  
Ученый секретарь научного совета по присуждению  
ученых степеней, доктор технических наук, доцент

**Ш.А. Садуллаева**  
Председатель научного семинара при научном совете  
по присуждению ученых степеней,  
доктор физико-математических наук, доцент



## **ВВЕДЕНИЕ (аннотация диссертации доктора философии (PhD))**

**Актуальность и востребованность темы диссертации.** В мире существует множество проблем, таких как деформация, долговечность, вибрация и динамическая устойчивость конструкций из композиционных материалов и изучение этих проблем является важной задачей. Изучение этих проблем в контексте композиционных материалов помогает решать многих проблем аэрокосмической промышленности, таких как вес, прочность и надежность объекта при разработке и проектировании. В мире, в том числе в США, Италии, Китае, Турции, Индии, Российской Федерации и других странах, особое внимание имеют задачи разработки математических моделей, вычислительных алгоритмов, а также прикладных программных комплексов для численного исследования колебательных процессов материала в конструкциях.

В настоящее время в мире повышен интерес к созданию моделей и разработки алгоритмов для сравнительной оценки прочностных характеристик материалов, используемых при проектировании конструкции летательных аппаратов. Поэтому развитие такого направления требуют эффективной методики расчетов и алгоритма при расчете уникальных элементов конструкции. Интерес к проблемам деформирования, долговечности, вибрационной и динамической устойчивости конструкций из композиционных материалов обусловлен тем, что они являются основными несущими элементами в конструкции и др. Высокий спрос на надежные элементы конструкции из современных композиционных материалов в машиностроении требует совершенствования математических и механических моделей вязкоупругих систем. Поэтому разработка эффективных алгоритмов для решения нелинейных задач вибрационной и динамической устойчивости стала одним из приоритетных направлений механики композиционных материалов. Многие константы композиционных материалов связаны с их вязкоупругими свойствами.

В настоящее время в Узбекистане уделяется особое внимание к повышению прочности и эффективности материалов, используемых в конструкциях летательных аппаратов, реализуются широкомасштабные мероприятия. В стратегии действий по дальнейшему развитию Республики Узбекистан на 2017-2021 годы определены задачи, в частности «... проектирование и модернизация дорожно-транспортных, инженерно-коммуникационных и социальной инфраструктуры, ... внедрение информационно-коммуникационных технологий»<sup>1</sup>. В связи с этим, исследование динамических процессов на композитных материалах и изучение вязкоупругих свойств используемых материалов на производстве помогает на развитию методики расчетов динамических задач. Все это требуют широкое применение современных цифровых и информационных технологий к деятельностью

---

<sup>1</sup>Указ Президента Республики Узбекистан “О стратегии действий по дальнейшему Развитию Республики Узбекистан” ПФ-4947 от 7 февраля 2017 года.

проектирования, разработки эффективных вычислительных алгоритмов, математических моделей и разработки эффективного метода решения линейных и нелинейных задач классического флаттера наследственно-деформируемых систем с конечными числами степеней свободы.

Исследования, проведенные в данной диссертации, в определенной степени служат выполнению задач, предусмотренных в Указе Президента Республики Узбекистан № УП-4947 от 7 февраля 2017 г. «О Стратегии действий по дальнейшему развитию Республики Узбекистан», Постановлении Президента Республики Узбекистан № ПП-4986 от 10 февраля 2021 года «О мерах по привлечению инвестиций в дальнейшее развитие информационных технологий и коммуникаций», Постановлении Кабинета Министров №24 от 1 февраля 2012 г. «О мерах по созданию условий для дальнейшего развития компьютеризации и информационно коммуникационных технологий на местах» и других нормативно-правовых документах, принятых в данной сфере.

**Соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий республики.** Данное исследование выполнено в соответствии с приоритетным направлением развития науки и технологий Республики Узбекистан IV. «Развитие информатизации и информационно-коммуникационных технологий».

**Степень изученности проблемы.** В мире проблемы по моделированию динамических процессов вязкоупругих элементов конструкций летательных аппаратов исследована такими выдающимися учеными, как R.L. Bagley, E.Dowell, J.Edwards, G.L. Ghiringhelli, M. Terraneo, P.Guruswamy, J. Nassig, B.S. Shin, Y. Tang, W.Zhao, JunXu, Е.П. Гроссман, Р.М. Кристенсен, С.Д.Алгазин, А.Ильюшин, Б.Е.Победря, Ю.Н.Работнов, И.А. Биргер, Г.С.Писаренко, В.Л. Бидерман, Я.Г. Пановко и др. Большинство достижений в теории вязкоупругости относится к последнему времени, но теории, сформулированные для линейных систем, связаны вкладами Д.Максвелла, Т.Кельвина и В.Фойхта, Л.Больцмана и других авторов.

В Республике Узбекистан тоже проведены научно-исследовательские работы по этому направлению. В этих работах рассмотрены современные методы решения интегральных и интегро-дифференциальных уравнений наследственной теории вязкоупругости и методика моделирования вязкоупругих систем. По этому научному направлению свою весомую долю добавили и добавляют работы Ф.Б.Бадалова, Х.Эшматова, Т.Буриева, Т.Юлдашева, И.Сафарова, М.Юсупова, Б.Худаярова, А.Абдукаримова, У.Акбарова, Б.Усмонова и их последователей.

Проведенный анализ научных работ, посвященных в этой области показывает, что задачи моделирования динамических процессов вязкоупругих стержневых и пластинчатых систем при воздействии внешних давлений до сих пор в достаточной степени не исследована. Следовательно, возникает вопрос необходимости моделирования нелинейных динамических процессов происходящих на конструкциях на основе теории вязкоупругости

и разработки методики расчетов, алгоритмов и программного комплекса. Бурное развитие вычислительной техники приводит к определенной переоценке традиционных взглядов на исследование задач классического флаттера, вызывая к жизни новые подходы математического моделирования и численные методы расчетов.

**Связь диссертационного исследования с планами научно-исследовательских работ научно-исследовательского учреждения, где выполнена диссертация.** Результаты диссертационного исследования использованы в рамках плана научно-исследовательских работ Бухарского инженерно-технологического института фундаментальном научном проекте Ф-4-04 на тему «Развитие теории и разработка методов исследования динамического напряженно-деформированного состояния криволинейных участков тонкостенных подземных трубопроводов с протекающей жидкостью при воздействии динамических нагрузок» (2012-2016).

**Целью исследования** является разработка математических моделей и численных алгоритмов для решения линейных и нелинейных задач классического флаттера наследственно-деформируемых систем с двумя степенями свободы.

**Задачи исследования:**

разработать математическую модель, методики решения и алгоритм для исследования задач изгибно-крутильного флаттера наследственно-деформируемого крыла самолета с учетом вязкоупругих свойств материалов;

разработка численных алгоритмов для решения задачи о флаттере, позволяющих произвести исследование по экспериментально определенным численным значениям изгибной, крутильной жесткости и массы по размаху крыла;

исследовать линейных и нелинейных задач классического флаттера наследственно-деформируемых систем с двумя степенями свободы;

оценка воздействия реологических и геометрических параметров на скорость флаттера наследственно-деформируемых систем, определение и анализ критических скоростей флаттера.

**Объектом исследования** является изгибно-крутильный флаттер наследственно-деформируемого консольного крыла с распределенными параметрами.

**Предмет исследования** составляют линейные и нелинейные задачи классического флаттера наследственно-деформируемых систем с конечным числом степеней свободы, вычислительные алгоритмы и программные комплексы для проведения численных расчетов на ЭВМ.

**Методы исследований.** При изучение процессов деформирования наследственно-деформируемых систем использованы методы математического и численного моделирования, алгоритмизации, технологии модульного и структурного, объектно-ориентированного программирования, а также вычислительного эксперимента.

**Научная новизна исследования** заключается в следующем:

разработаны математические модели, методики решения и алгоритм для исследования задач изгибно-крутильного флаттера наследственно-деформируемого крыла самолета с учетом вязкоупругих свойств материалов;

разработана математическая модель с помощью дифференциального и вариационного метода для задачи изгибно-крутильного флаттера наследственно-деформируемого крыла с распределенными параметрами на основе интегро-дифференциальных уравнений с частными производными;

разработана математическая модель и алгоритмы численного решения линейных и нелинейных задач классического флаттера наследственно-деформируемых систем с двумя степенями свободы;

разработана программный комплекс для оценки воздействия реологических и геометрических параметров на скорость флаттера наследственно-деформируемых систем и для анализа критических скоростей флаттера.

**Практические результаты исследования** заключаются в следующем: показана возможность исследования линейных и нелинейных задач классического флаттера наследственно-деформируемого крыла как сосредоточенными, так и распределенными параметрами с единой методологической позиции.

**Достоверность результатов** обеспечивается сравнением с решением ряда задачи классического флаттера, полученных другими авторами в идеально упругой постановке.

**Научная и практическая значимость результатов исследования.** Научная значимость результатов исследования заключается в разработке новых математических моделей изгибно-крутильного флаттера наследственно-деформируемого крыла самолета, а также в разработке численных алгоритмов для решения задачи о флаттере.

Практическая значимость диссертационного исследования нашла отражение в разработке программного комплекса, которого с помощью этой программы можно определить критических скоростей изгибно-крутильного флаттера наследственно-деформируемого крыла самолета и оптимальные значения реологических свойств материала.

**Внедрение результатов исследования.** На основе математических моделей, численных алгоритмов и программного комплекса для исследования флаттера при различных физических и реологических параметрах конструкций:

разработанная вычислительная программа на основе математической модели изгибно-крутильного флаттера наследственно-деформируемых конструкций внедрены в АО «Ташкентский механический завод» (Справка управления сертификации и надзора за безопасностью полетов при Агентство гражданской авиации от 20 октября 2021 года №10-20/16-62). В результате разработанная программа использована при определении критической скорости флаттера для конструкций из композитных материалов, при проведении анализа и прогноза прочности элементов, разработанная программа позволило сократить срок вычислительного процесса в 1,5 раз, повысить точность и эффективность проектных работ на 10-15%;

разработанная программа на основе математической модели линейных задач классического флаттера наследственно-деформируемых систем с двумя степенями свободы внедрена в проектно-конструкторской деятельности ООО «Кукон-электрнуржахон» (Справка ГУП «Shaharsozlik hujjatlari ekspertizasi» при Министерстве строительства Республики Узбекистан от 14 октября 2021 года №1337/01-06). В результате программы расчета, использована при определении напряженно-деформационного состояния конструкций из композитных материалов, оценке и прогнозе прочности элементов реальных конструкций с учетом наследственно-деформируемых свойств материала, позволила уменьшить критической скорости деформации до 2,5 раза и увеличить критического времени разрушения конструкций в 1,7 раза.

**Апробация результатов исследования.** Результаты данного исследования были обсуждены на 7 международных и 2 республиканских научно-практических конференциях.

**Опубликованность результатов исследования.** По теме диссертации опубликованы 17 научных работ. Из них 5 научных статей, 3 в зарубежных и 2 в республиканских журналах, рекомендованных Высшей аттестационной комиссией Республики Узбекистан для публикации основных научных результатов докторских диссертаций, а также получены 3 свидетельства об официальной регистрации программы для ЭВМ.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения, списка литературы и приложений. Объем диссертации составляет 114 страниц.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

**Во введении** обоснована актуальность и востребованность темы диссертации, показано соответствие исследования приоритетным направлениям развития науки и технологий Республики Узбекистан. Обозначены цель и задачи, описаны объект и предмет исследования, обоснована достоверность полученных результатов, раскрыта их теоретическая и практическая значимость, приведены сведения о внедрении результатов исследования на практике, опубликованных работах и структуре диссертации.

Первая глава диссертации «**Анализ состояния изученности проблемы. Математическое моделирование наследственно-деформируемых элементов конструкций**» состоит из трёх параграфов.

В первом параграфе приводятся обзор и анализ источников по математическому моделированию процессов деформирования и наследственно-деформируемых элементов конструкции. Во втором параграфе подробно описаны явление флаттера на крыльях летательных аппаратов и связанность флаттера с изгибно-крутильной формой колебания. В третьем параграфе приводится информация о существующих методиках решения

задач аэроупругости и обозначены важные проблемы для исследования в данном направлении.

Вторая глава диссертации «**Разработка математической модели в прямой и вариационной постановках задачи изгибно-крутильного колебания наследственно-деформируемого крыла самолета**» посвящена разработке математических моделей для исследования задачи изгибно-крутильного колебания наследственно-деформируемого крыла самолета.

Применение вязкоупругих материалов в качестве элементов, вызывающих вибрацию и демпферов, используемых в конструкциях, в частности, в конструкции летательного аппарата, является актуальной темой в последние годы. Математическая постановка таких задач сводится к решению интегро-дифференциальных уравнений.

Обычно крыло изготавливается из композитных материалов, которые, практически, при любых температурах обладают ярко выраженными реологическими, наследственно-деформируемыми свойствами. Не учет этих свойств при проектировании крыла приводит к неточному результату. Поэтому правильное математическое моделирование и разработка эффективной методики решения задачи классического флаттера наследственно-деформируемых систем являются весьма актуальными.

В первом параграфе рассматриваются задачи о колебании крыла большого размаха из композитного материала, реологические свойства которого описывается наследственной теорией Больцмана-Вольтера. Предложена математическая модель, описывающая изгибно-крутильного колебания наследственно-деформируемого крыла самолёта в виде систем интегро-дифференциальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ EI(1-R^*) \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right] + m \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} - m\bar{\sigma} \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = 0, \\ -\frac{\partial}{\partial x} \left[ GI_d(1-R^*) \frac{\partial \theta}{\partial x} \right] - m\bar{\sigma} \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + I_m \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = 0, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

с соответствующими граничными и начальными условиями:

$$\begin{aligned} W = 0, W_x = 0, \theta = 0 \quad \text{при } x = 0, \\ EI W_{xx} = 0, [EI W_{xx}]_x = 0, GI_d \theta_x = 0 \quad \text{при } x = \ell, \end{aligned} \quad (2)$$

$$W = W_0(x), W_t = \bar{W}_0(x), \theta = \theta_0(x), \theta_t = \bar{\theta}_0(x) \quad \text{при } t = 0. \quad (3)$$

Здесь  $W$  – прогиб крыла;  $\theta$  – кручение крыла;  $m$  – погонная масса крыла;  $EI$  – жесткость крыла на изгиб;  $GI_d$  – жесткость крыла на кручение;  $I_m$  – погонный массовый момент инерции крыла относительно оси жесткости в рассматриваемом сечении;  $\bar{\sigma}$  – координата центра тяжести;  $R^*$  – слабо-сингулярный интегральный оператор Вольтера:

$$R^* f(t) = \int_0^t R(t-\xi) f(\xi) d\xi, \quad R(t-\xi) = \varepsilon e^{-\beta(t-\xi)} (t-\xi)^{\alpha-1}, \quad \varepsilon > 0, \beta > 0, 0 < \alpha < 1.$$

Система интегро-дифференциальных уравнений (1) вместе с граничными (2) и начальными (3) условиями представляют математическую модель в прямой постановке задачи изгибно-крутильных колебаний наследственно-деформируемого крыла самолета.

Для разработки математической модели в вариационной постановке задачи, если ввести на рассмотрение вместо кинетической энергии

$$T = \frac{1}{2} \int_0^{\ell} m W_t^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^{\ell} I_m \theta_t^2 dx - \int_0^{\ell} m \bar{\sigma} W_t \theta_t dx, \quad (4)$$

потенциальной энергии

$$\Pi_y = \frac{1}{2} \int_0^{\ell} EI W_{xx}^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^{\ell} GI_d \theta_x^2 dx \quad (5)$$

и в место вязко-потенциальной энергии

$$\Pi_B = \int_0^{\ell} EI W_{xx} R^* W_{xx} dx + \int_0^{\ell} GI_d \theta_x R^* \theta_x dx, \quad (6)$$

то согласно принципу Остроградского-Гамильтона, функционал полной энергии, минимум которого эквивалентно прямой постановке задачи имеет вид

$$I = \int_{t_1}^{t_2} (\Pi_y - \Pi_B - T) dt = \int_{t_1}^{t_2} \int_0^{\ell} F(W_t, \theta_t, \theta_x, W_{xx}) dx dt, \quad (7)$$

где

$$F = \frac{1}{2} [EI(W_{xx} - 2R^* W_{xx})W_{xx} + GI_d(\theta_x - 2R^* \theta_x)\theta_x - (mW_t^2 + I_m \theta_t^2 - 2m\bar{\sigma} W_t \theta_t)].$$

Минимум функционала (7)

$$\begin{aligned} -\frac{d}{dt} \frac{\partial I}{\partial W_t} + \frac{d^2}{dx^2} \frac{\partial I}{\partial W_{xx}} &= 0, \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial F}{\partial \theta_t} + \frac{d}{dx} \frac{\partial F}{\partial \theta_x} &= 0, \end{aligned} \quad (8)$$

дает прямую постановку задачи.

Следовательно, нахождение минимума функционала (7), удовлетворяющего граничным (2) и начальным (3) условиям, дает математическую модель вариационной постановки задачи изгибно-крутильных колебаний наследственно-деформируемого крыла самолета.

В (5) первые члены дают упруго потенциальную энергию изгиба; а вторые – кручения; а в (6) соответственно – вязко потенциальную энергию стержня.

Найденный нами функционал полной энергии (7) использован при изучении колебаний наследственно-деформируемого крыла в потоке воздухе.

Для решения данной задачи применен вариационный метод Ритца. С помощью этого метода построена дискретная модель задачи изгибно-крутильных колебаний наследственно-деформируемого крыла самолета.

Чтобы определить форм колебаний при флаттере для чисто крутильных и чисто изгибных колебаний в пустоте использованы стандартные функции.

В третьем параграфе главы приведена методика численного решения системы слабо сингулярных интегро-дифференциальных уравнений и определения критических скоростей. По этому методике получена рекуррентная система линейных алгебраических уравнений, соответствующих поставленной задаче:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^N \left[ \left( A_{kj} + PC_{kj} \frac{\Delta t}{2} \right) q_k(t_n) - \left( B_{kj} + PF_{kj} \frac{\Delta t}{2} \right) r_k(t_n) \right] &= \sum_{k=1}^N \left[ \left( A_{kj} + PC_{kj} t_n \right) q_k(0) - \right. \\ &- \left. \left( B_{kj} + PF_{kj} t_n \right) r_k(0) \right] + P \sum_{i=0}^{n-1} A_i \sum_{k=1}^N \left[ F_{kj} r_k(t_i) - C_{kj} q_k(t_i) \right] + \sum_{i=0}^{n-1} A_i (t_n - t_i) \times \\ &\times \sum_{k=1}^N \left[ P^2 \Gamma_{kj} r_k(t_i) - D_{kj} \left( q_k(t_i) - \frac{\varepsilon}{\alpha} \sum_{\ell=0}^i B_{\ell} e^{-\beta t_{\ell}} q_k(t_{i-\ell}) \right) \right], \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^N \left[ - \left( \bar{A}_{kj} - P\bar{C}_{kj} \frac{\Delta t}{2} \right) q_k(t_n) + \left( \bar{B}_{kj} - P\bar{F}_{kj} \frac{\Delta t}{2} \right) r_k(t_n) \right] &= \sum_{k=1}^N \left[ \left( -\bar{A}_{kj} + PC_{kj} t_n \right) q_k(0) + \right. \\ &+ \left. \left( \bar{B}_{kj} - P\bar{F}_{kj} t_n \right) r_k(0) \right] + P \sum_{i=0}^{n-1} \bar{A}_i \sum_{k=1}^N \left[ \bar{F}_{kj} r_k(t_i) - \bar{C}_{kj} q_k(t_i) \right] + \sum_{i=0}^{n-1} \bar{A}_i (t_n - t_i) \times \\ &\times \sum_{k=1}^N \left[ P^2 \bar{\Gamma}_{kj} r_k(t_i) - \bar{D}_{kj} \left( r_k(t_i) - \frac{\varepsilon}{\alpha} \sum_{\ell=0}^i B_{\ell} e^{-\beta t_{\ell}} r_k(t_{i-\ell}) \right) \right]. \end{aligned}$$

Здесь

$$\begin{aligned} A_{kj} &= \int_0^1 m f_k f_j dx, \quad B_{kj} = \int_0^1 m \sigma \phi_k f_j dx, \quad C_{kj} = \int_0^1 a_{13} b f_k f_j dx, \\ F_{kj} &= \int_0^1 a_{12} b^2 \left( \frac{3}{4} - \frac{x_0}{b} \right) \phi_k f_j dx, \quad \Gamma_{kj} = \int_0^1 a_{11} b \phi_k f_j dx, \quad D_{kj} = \int_0^1 \left[ EI \frac{d^2 f_k}{dx^2} \right]_{xx} f_j dx \end{aligned} \quad (10)$$

$$\bar{A}_{kj} = \int_0^1 m a_{12} f_k \phi_j dx, \quad \bar{B}_{kj} = \int_0^1 a_{13} I_m \phi_k \phi_j dx, \quad \bar{C}_{kj} = \int_0^1 \frac{a_{15} h_0}{b} f_k \phi_j dx,$$

$$\bar{F}_{kj} = \int_0^1 \frac{a_2 a_{15}}{\sigma_0} \phi_k \phi_j dx, \quad \bar{\Gamma}_{kj} = \int_0^1 a_{14} \phi_k \phi_j dx, \quad \bar{D}_{kj} = \int_0^1 \left[ GI_d \frac{d\phi}{dx} \right]_x \phi_j dx.$$

$$\bar{GI}_d = \frac{GI_d}{GI_d^{(0)}}, \quad \bar{m} = \frac{m}{m_0}, \quad \bar{\sigma} = \frac{\bar{\sigma}}{\sigma_0}, \quad \bar{I}_m = \frac{I_m}{I_m^{(0)}}, \quad \bar{x} = x\ell, \quad \bar{EI} = \frac{EI}{EI_0}, \quad \bar{t} = \frac{t}{t_0}, \quad \bar{t}_0 = \sqrt{\frac{m_0}{EI_0}} \ell^2, \quad u = \sigma_0 \theta,$$

$$\begin{aligned} P^2 &= \frac{V^2 m_0 \sigma_0^2}{G_0 I_d^{(0)}}, \quad \chi = \frac{G_0 I_d^{(0)}}{E_0 I_0} \left( \frac{\ell}{\sigma_0} \right)^2, \quad a_3 = \frac{I_m^{(0)}}{m_0 \sigma_0^2}, \quad \beta = \frac{1}{C_y^a}, \quad a_{11} = \frac{4\chi\ell}{\mu\sigma_0}, \quad a_{12} = \frac{4\sqrt{\chi}b_0}{\mu\sigma_0}, \quad a_{13} = \frac{4\sqrt{\chi}}{\mu}, \\ a_{21} &= \beta a_{11} \frac{b_0}{\sigma_0}, \quad a_{22} = \beta a_{22} \frac{b_0}{\sigma_0}, \quad a_{23} = \beta a_{12} \frac{b_0}{\sigma_0}, \quad a_{23} = -\beta a_{13} \frac{b_0}{\sigma_0}. \end{aligned}$$

Систему (9) можно решить после вычисления коэффициентов (10) и для этого необходимо знать координатные функции  $f_k$  и  $\phi_k$ , дающие формы

колебаний. Подставляя  $f_k, f''_k, \phi_k, \phi'_k$  и характеристики жесткости в (10) и вычисляя на ЭВМ коэффициенты  $A_{kj}, B_{kj}, \dots$  методом трапеций образуется система (9). А дальше система решается методом Гаусса.

Третья глава диссертации «**Численное решение и анализ некоторых задач вязкоупругости**» посвящена исследованию нелинейных колебаний и динамической устойчивости профиля крыла с вязкоупругими подвесками, задачи динамической аэроустойчивости не упруго закрепленной удлиненной пластинки и влияния гамма-функции на скорость флаттера профиля наследственно-деформируемого крыла бесконечного размаха.

В первом параграфе исследованы нелинейные колебания и динамическая устойчивость крылового профиля с вязкоупругими подвесками. Для решения данной задачи разработана математическая модель, описывающая движение конструкции профиля с помощью систем нелинейных интегро-дифференциальных уравнений вида

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + \theta_1(1 - R^*) \left[ (W - \gamma W^3) + \frac{\theta_2}{\theta_1} (U - \gamma_2 U^3) \right] &= 0, \\ \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + \left( \frac{b}{2} \right)^2 (1 - R^*) \left[ (W - \gamma W^3) + \frac{\theta_2}{\theta_1} (U - \gamma_2 U^3) \right] &= 0. \end{aligned} \quad (11)$$

с начальными условиями  $W|_{t=0} = W_0, \quad \frac{\partial W}{\partial t}|_{t=0} = \bar{W}_0, \quad U|_{t=0} = U_0, \quad \frac{\partial U}{\partial t}|_{t=0} = \bar{U}_0$ .

Здесь  $\theta_1 = 1 + (b/2)^2$ ;  $\theta_2 = \chi(b/2)^2$ ;  $bh = u$ ;  $\alpha = w$ ;  $\bar{t} = \sqrt{(c_1/m)t}$ ;  $\chi = c_2 / (c_1 b^2)$ ;  $\gamma, \gamma_2$  – параметры нелинейности;  $c_i$  – коэффициент инерции;  $c_{11} = m$ ;  $c_{12} = c_{21} = -mb$ ;  $c_{22} = m(r^2 + b^2)$ ;  $c_{11} = c_1$  и  $c_{22} = c_2$ .

Для решения системы уравнений (11) используется метод устранения слабых особенностей интегро-дифференциальных уравнений, разработанный Ф.Бадаловым и основанный на линейной рекуррентной системе алгебраических уравнений:

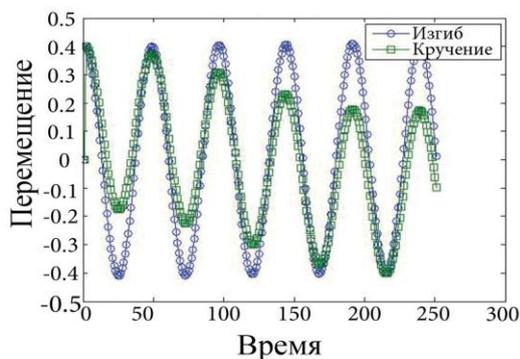
$$\begin{aligned} W_n &= W_0 - \sum_{j=0}^{n-1} C_j (t_n - t_j) \left\{ \theta_1 (W_j - \gamma W_j^3) + \theta_2 (U_j - \gamma U_j^3) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\varepsilon}{\alpha} \sum_{k=0}^j B_k e^{-\beta t_k} \left( \theta_1 (W_{j-k} - \gamma W_{j-k}^3) + \theta_2 (U_{j-k} - \gamma U_{j-k}^3) \right) \right\}, \\ U_n &= U_0 - (b/2)^2 \sum_{j=0}^{n-1} C_j (t_n - t_j) \left\{ \theta_1 (W_j - \gamma W_j^3) + \chi (U_j - \gamma U_j^3) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\varepsilon}{\alpha} \sum_{k=0}^j B_k e^{-\beta t_k} \left( (W_{j-k} - \gamma W_{j-k}^3) + \chi (U_{j-k} - \gamma U_{j-k}^3) \right) \right\}, \end{aligned} \quad (12)$$

где  $t_n = n\Delta t$ ,  $W(t_n) = W_n$ ,  $U(t_n) = U_n$ ,  $C_j = \Delta t$ ,  $j = 1, n-1$ ,  $C_0 = C_n = \frac{\Delta t}{2}$ ,

$$B_k = \frac{\Delta t^a}{2} \left[ (k+1)^a - (k-1)^a \right], \quad k = 1, j-1 \quad B_0 = \frac{\Delta t^a}{2}, \quad B_j = \frac{\Delta t^a}{2} \left[ j^a - (j-1)^a \right].$$

Решение системы в виде линейных рекуррентных алгебраических уравнений (12) позволяет получить численные значения функций  $W, U$  для  $i = \overline{1, N}; n = 1, 2, \dots$

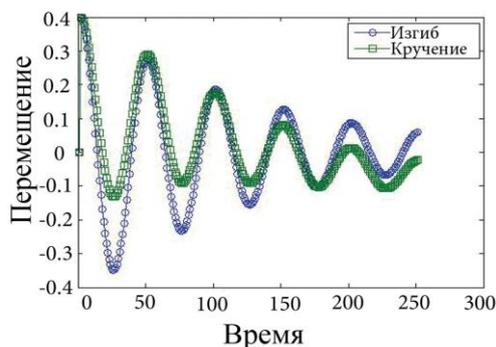
В этом параграфе продемонстрировано применение вариационного метода к вязкоупругим задачам при постепенном интегрировании во времени. Материальное соотношение (напряжение-деформация) использовалось в форме наследственного закона с ядром релаксации, представленным слабой особенностью типа Абеля.



**Рис. 1. Временная шкала идеальной модели упругого крыла.**

$$\chi = 0.9; (r/b)^2 = 0.44; \varepsilon = 0.0;$$

$$\alpha = 0.0; \beta = 0.0; \Delta t = 0.1$$

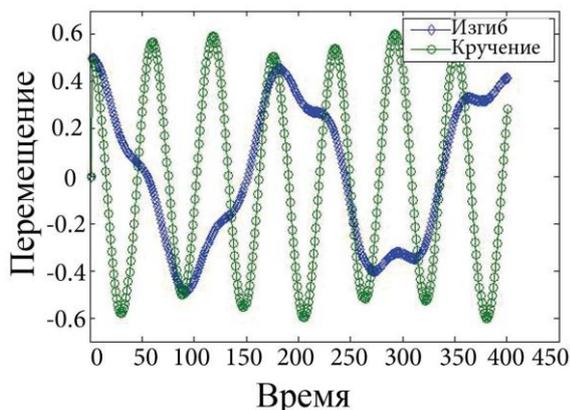


**Рис. 2. Временная шкала идеальной модели вязко-упругого крыла.**

$$\chi = 0.9; (r/b)^2 = 0.44; \varepsilon = 0.2;$$

$$\alpha = 0.25; \beta = 0.05; \Delta t = 0.1$$

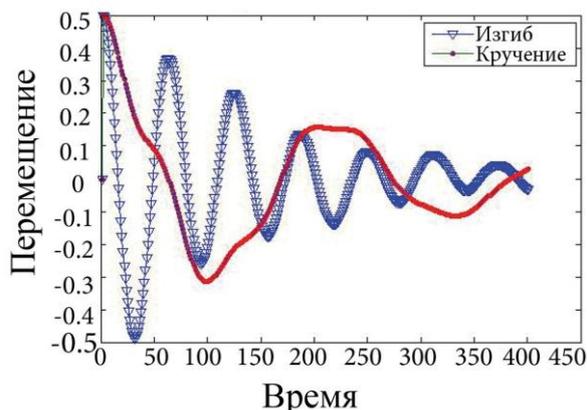
Сформулирована и проанализирована общая процедура решения нелинейных интегро-дифференциальных уравнений для профиля с наследственно-деформируемыми подвесами.



**Рис. 3. Временная шкала линейно упругой модели крыла Голанда.**

$$\chi = 0.9; (r/b)^2 = 0.44; \varepsilon = 0.0;$$

$$\alpha = 0.0; \beta = 0.0; \Delta t = 0.1$$



**Рис. 4. Временная шкала линейно вязко-упругой модели крыла Голанда.**

$$\chi = 0.9; (r/b)^2 = 0.44; \varepsilon = 0.2;$$

$$\alpha = 0.25; \beta = 0.05; \Delta t = 0.1$$

Полученные результаты показывают, что параметр вязкости  $\varepsilon$  влияет на амплитуду и период колебаний. При заданном параметре вибрационная кривая показывает эффект жесткости. Однако по мере увеличения параметра вязкости  $\varepsilon$  смещение в обоих случаях уменьшается быстрее. Другими

словами, свободные колебания с большим параметром вязкости демпфирует вибрацию быстрее (рис. 1-4).

В втором параграфе из множества задач классического флаттера рассматриваются задачи динамической аэроустойчивости не упруго закрепленной удлиненной пластинки. Предполагается что горизонтальные перемещения невозможны, и она имеет две степени свободы, т.е. положение системы характеризуется двумя координатами: углом поворота  $\varphi = \varphi(t)$  и вертикальным перемещением  $W = W(t)$ .

Размер пластинки в направлении, перпендикулярном плоскости, обозначен через  $l$ , коэффициенты мгновенной жесткости опора  $c_1$  и  $c_2$  будем относить к единице длины пластинки в указанном направлении. Обозначим через  $m$  массу, соответствующую единице площади срединной пластинки.

В этом предположении подъемные силы, приложенные на расстоянии от правого края пластинки, можно представить так

$$Y = C_y^a b l \rho \left( V^2 \varphi - V \frac{\partial W}{\partial t} \right) / 2, \quad (13)$$

где  $\rho$  – плотность воздуха;  $C_y^a$  – аэродинамический коэффициент подъемной силы;  $W(x, t)$  – прогиб деформируемого крыла;  $\varphi(t)$  – угол поворота,  $V$  – скорость потока;  $l$  – длина пластинки;  $b$  – ширина пластинки.

Если предположить, что реакция наследственно-деформируемых опор нелинейно зависит от угла поворота и перемещения краев пластинки, то имеем:

$$\begin{aligned} R_1 &= -l c_1 (1 - R^*) \left[ \left( W + \frac{b\varphi}{2} \right) - \gamma \left( W + \frac{b\varphi}{2} \right)^3 \right], \\ R_2 &= -l c_2 (1 - R^*) \left[ \left( W - \frac{b\varphi}{2} \right) - \gamma \left( W - \frac{b\varphi}{2} \right)^3 \right], \end{aligned} \quad (14)$$

где  $R^* f(t) = \int_0^t R(t - \xi) f(\xi) d\xi$  – ядро наследственности, имеющее слабо-сингулярную особенность типа Абеля, т.е.  $R(t) = \varepsilon e^{-\beta t} t^{\alpha-1}$ ,  $0 < \alpha < 1$ .

После этого составляя интегро-дифференциальные уравнения движения, а потом обозначая некоторые переменные

$$b\varphi = u, \quad \bar{t} = \sqrt{c_1 / (mb)} t, \quad V = \sqrt{2c_1 / C_y^a} N, \quad \chi = \sqrt{C_y^a \rho b / (2m)}, \quad a / b = \theta$$

и переходя к безразмерным переменным

$$b = b_0 \bar{b}, \quad u = b_0 \bar{u}, \quad W = b_0 \bar{W}, \quad b_0^2 \gamma = \bar{\gamma},$$

получим следующую систему нелинейных интегро-дифференциальных уравнений

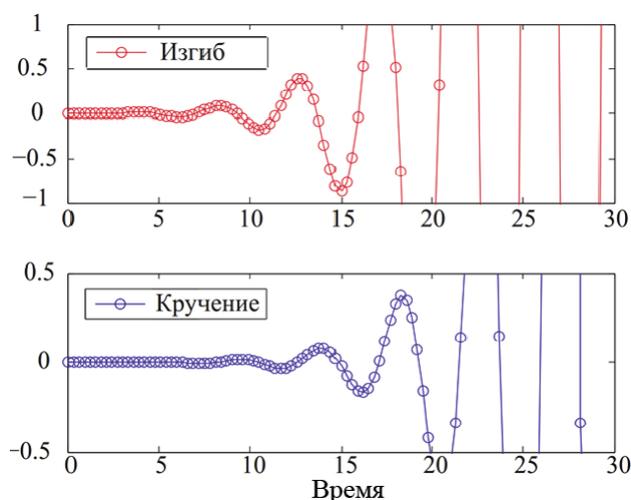
$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + (1 - R^*) \left[ \left( W + \frac{u}{2} \right) - \gamma \left( W + \frac{u}{2} \right)^3 \right] + \\ + \frac{c_2}{c_1} (1 - R) \left[ \left( W - \frac{u}{2} \right) - \gamma \left( W - \frac{u}{2} \right)^3 \right] - N^2 u + \chi N \frac{\partial W}{\partial t} = 0, \end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 6(1-R^*) \left[ \left( W + \frac{u}{2} \right) - \gamma \left( W + \frac{u}{2} \right)^3 \right] + 6 \frac{c_2}{c_1} (1-R^*) \times \left[ \left( W - \frac{u}{2} \right) - \gamma \left( W - \frac{u}{2} \right)^3 \right] + 6(1-2\theta)(N^2 u - \chi N \frac{\partial W}{\partial t}) = 0 \quad (15)$$

с начальных условиями

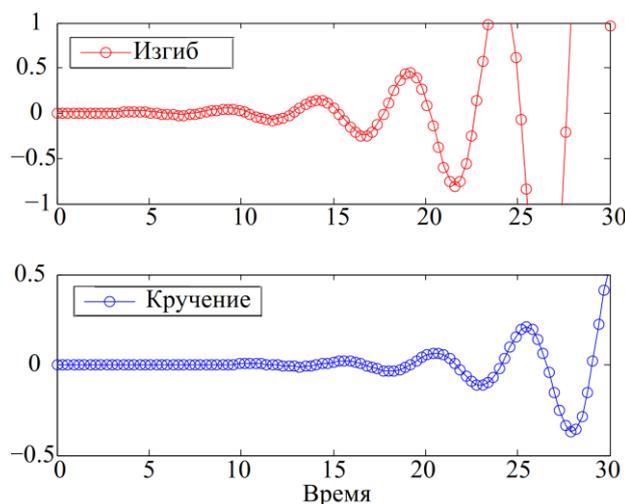
$$W|_{t=0} = W_0, \quad \frac{\partial W}{\partial t}|_{t=0} = \bar{W}_0, \quad u|_{t=0} = u_0, \quad \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = \bar{u}_0 \quad (16)$$

Для данного уравнения создано программное комплекс численной реализации алгоритмов расчета. Расчет произведен как в идеально-упругой линейной и нелинейной, так и в вязкоупругой линейной и нелинейной постановках с учетом и без учета аэродинамического демпфирования (рис. 5-6).



**Рис. 5. Кривая, характеризующие переходный процесс для функции по времени в идеально упругом линейном случае с учетом аэродинамического демпфирования.**

$$\varepsilon = 0.0; \alpha = 0.25; \beta = 0.05; \gamma = 0; \chi = 1.4$$



**Рис. 6. Кривая, характеризующие переходный процесс для функции по времени в идеально вязкоупругом линейном случае с учетом аэродинамического демпфирования.**

$$\varepsilon = 0.1; \alpha = 0.25; \beta = 0.05; \gamma = 0; \chi = 1.4$$

Из полученных нами результатов установлено, что превышение критической скорости флаттера в идеально-упругом случае не означает немедленного разрушения конструкции, разрушение наступает лишь спустя определенный период и носит усталостный характер. Для того, чтобы найти ожидаемый срок службы конструкции, необходимо определить амплитуду ее колебаний в области флаттера с учетом нелинейных и наследственно-деформируемых свойств материала конструкции. Критическая скорость, определяемая методами идеально-упругих приближений, как в линейной, так и в нелинейно-упругой постановках, оказывается лишь верхней границей критических скоростей для реальных конструкций.

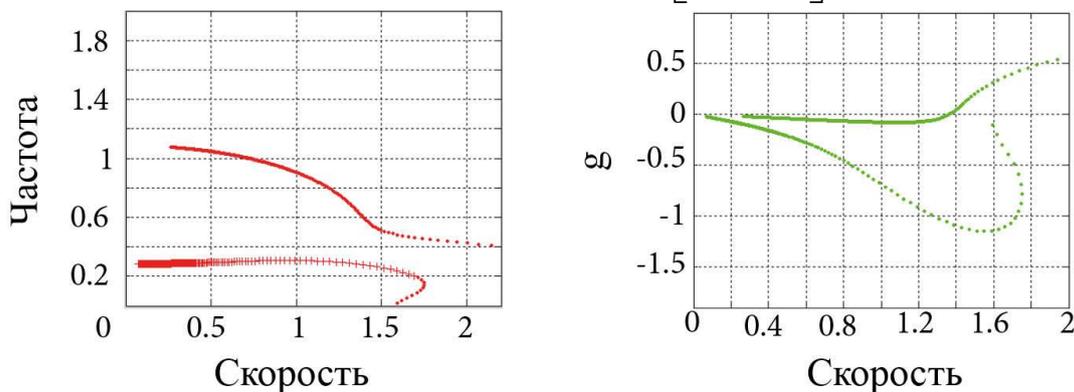
В последнем параграфе данной главы рассмотрены колебания профиля наследственно-деформируемого крыла бесконечного размаха, помещенного в

невозмущенный поток газа со скоростью  $V$ . Для этой задачи составлено уравнение движения профиля с системой совместных слабо-сингулярных интегро-дифференциальных уравнений, описывающих динамическое равновесие профиля в потоке газа. Эта система имеет двух степеней свободы.

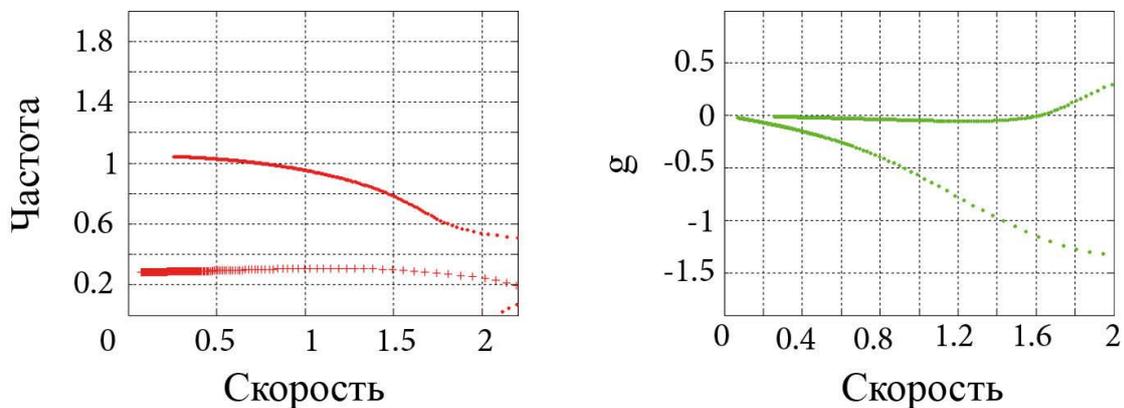
В данной задаче вместо ядро использовано соотношение определённое с учётом гамма-функций:

$$R_c = \int_0^{\infty} \varepsilon e^{-\beta\xi} \xi^{\alpha-1} \cos \omega\xi d\xi = \varepsilon \frac{\Gamma[\alpha] \cos \alpha\theta}{[\beta^2 + \omega^2]^{\frac{\alpha}{2}}};$$

$$R_s = \int_0^{\infty} \varepsilon e^{-\beta\xi} \xi^{\alpha-1} \sin \omega\xi d\xi = \varepsilon \frac{\Gamma[\alpha] \sin \alpha\theta}{[\beta^2 + \omega^2]^{\frac{\alpha}{2}}}.$$



**Рис. 7. Отношение частоты и коэффициента демпфирования  $g$  в зависимости от скорости (при  $\varepsilon = 0$ )**



**Рис. 8. Отношение частоты и коэффициента демпфирования  $g$  к скорости (при  $\varepsilon = 1$ )**

По полученным результатам (рис. 7-8) сделаны следующие выводы: если гамма-функция не влияет на скорость флаттера, то система проявляет в себе неустойчивость. Если используется эффект гамма-функция, сохраняющая внешнюю силу и крутящий момент, то жесткость матрицы будет изменена, тогда когда вязкость увеличивается, колебания частоты уменьшаются. Из расчетов определено, что скорость флаттера будет увеличиваться в соответствии с увеличением вязкости.

В четвертой главе диссертации «**Разработка программного комплекса задач изгибно-крутильного колебания наследственно-деформируемого крыла самолета**» описан набор инструкций по проведению компьютерных вычислительных экспериментов на основе математических моделей, предназначенных для вычисления и анализа полученных результатов задач изгибно-крутильных колебаний наследственно-деформируемых элементов конструкций летательных аппаратов, разработанных в предыдущих главах.

Для использования разработанных алгоритмов в практических расчетах создан комплекс программ, позволяющий решать задачи при задании необходимых данных. Созданный комплекс программ имеет модульную структуру и допускает возможность расширения и замены отдельных модулей. При управлении работой комплекса программ работает управляющая программа монитор (Главное меню). Она подключает к работе необходимый модуль при соответствующем запросе пользователя.

При разработке программного комплекса определены следующие этапы:

- выбор метода и стратегии решения (определение средства программирования для решения поставленной задачи);
- выбор представления внутренних данных (определение физической и логической структуры внутренних данных);
- разработка основного алгоритма (составление алгоритма для математической модели данной задачи);
- тестирование и подбор тестов (определение начальных данных для тестирования);
- выбор представления выходных данных (визуализация данных, сохранение полученных результатов в виде файла).

Для отображения внешнего вида каждого окна составлен макет формы интерфейсов, составлена перечень переменных для ввода начальных данных, определена отображаемые графики в этом окне.

При разработке программного комплекса составлен список используемых переменных и определена их взаимосвязь. А также определена физическая структура этих данных для обработки и для сохранения. При объявлении переменных, в основном использован тип вещественного числа. Элементы матрицы тоже объявлены как вещественные числа.

При отображении полученных результатов применены соответствующие библиотеки для графиков. Для сохранения численных решений поставленной задачи использованы расширения файлов \*.pdf, \*.jpg, \*.xlsx, \*.txt и \*.mat. И еще к программе добавлена функция распечатки полученных результатов.

Архитектура программы составлена в следующем виде (рис. 9)



**Рис. 9. Архитектура программного комплекса.**

Во втором параграфе рассмотрены проблемы реализации математической модели и численного алгоритма задачи классического флаттера наследственно-деформируемых систем, определенных во второй главе.

В последнем параграфе данной главы описан процесс программирования второго и третьего модулей. При разработке второго и третьего модулей использованы разработанные математические модели для анализа вибрации профиля крыла на наследственно-деформируемых подвесках и для исследования влияния гамма-функции на скорости флаттера.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе исследования, проведенного по диссертационной работе «Математическое моделирование наследственно-деформируемых элементов конструкций летательных аппаратов», сформулированы следующие выводы.

1. Созданы математическая модель, единый алгоритм и методика исследования линейных и нелинейных задач классического флаттера наследственно-деформируемых систем с двумя степенями свободы.

2. Предложенный алгоритм реализован в виде комплекса программ на языке программирования MatLab. С помощью этой программы определено комплекс характеристик, которые позволяют более точно определить критическую скорость флаттера как в линейной, так и в нелинейной постановке задач.

3. С помощью разработанного метода исследован ряд нелинейных задач классического флаттера наследственно-деформируемых систем с двумя

числами степеней свободы, а также собственные изгибно-крутильные колебания крыла самолёта. Исследовано влияние физической нелинейности, демпфирующих слагаемых аэродинамических сил, реологических параметров, различных профилей крыла на критическую скорость классического флаттера.

4. Определено, что учет вязкоупругих свойств материала позволяет 2.5-кратному уменьшению критической скорости механической системы, 1.7-кратному увеличению критического времени флаттера.

5. На основе вычислительного эксперимента установлено, что на критическую скорость флаттера параметр ядра наследственности  $\beta$  влияет незначительно чем другие параметры. Из этого следует, что используемое ядро релаксации для описания наследственно-деформируемого свойства материала полностью неспособна. Определено, что параметр сингулярности  $\alpha$  (или параметр вязкости  $\varepsilon$ ) существенно влияет на критической скорости флаттера.

6. Найдено, что скорость затухания свободных изгибно-крутильных колебаний существенным образом зависит от реологических параметров материала конструкции. Уменьшение параметра сингулярности приводит к увеличению коэффициента внутреннего поглощения энергии системы, и тем самым свободные колебания системы в практике будут исчезающими по истечении определенного промежутка времени, что дает новую возможность оптимизации демпфирующих свойств материала вибрирующих конструкций, используемых в авиакосмической технике.

7. Определено, что при малых скоростях полета происходят собственные затухающие колебания около положения равновесия, затем с увеличением скорости полета, колебательный процесс происходит чуть выше положения равновесия с медленно нарастающими амплитудами.

8. Установлено, что с увеличением критической скорости при упругом случае флаттера увеличение перемещений и деформаций наступает лишь спустя некоторого периода времени. Максимальное увеличение силовых факторов зависит от геометрических параметров крыла, наследственно-деформируемых свойств материала конструкций в паточке воздуха.

**SCIENTIFIC COUNCIL AWARDING SCIENTIFIC DEGREES  
DSc.13/30.12.2019.T.07.01 AT TASHKENT UNIVERSITY  
OF INFORMATION TECHNOLOGIES**

---

**TASHKENT UNIVERSITY OF INFORMATION TECHNOLOGIES**

**RAHIMOV KUVVATALI ORTIKOVICH**

**MATHEMATICAL MODELING OF HEREDITARY-DEFORMABLE  
ELEMENTS OF AIRCRAFT STRUCTURES**

05.01.07 – Mathematical modeling. Numerical methods and software complexes

**DISSERTATION ABSTRACT OF THE DOCTOR OF PHILOSOPHY (PhD)  
ON TECHNICAL SCIENCES**

**Tashkent – 2022**

The theme of doctor of philosophy (PhD) on technical sciences was registered at the Supreme Attestation Commission at the Cabinet of Ministers of the Republic of Uzbekistan under number B2020.4.PhD/T1102.

The dissertation has been prepared at Scientific and Innovation Center of Information and Communication Technologies at the Tashkent University of Information Technologies.

The abstract of the dissertation is posted in Three languages (Uzbek, Russian, English (resume)) on the website [www.tuit.uz](http://www.tuit.uz) and an the website of «ZiyoNet» Information and educational portal [www.ziynet.uz](http://www.ziynet.uz).

**Scientific adviser:** **Usmonov Botir Shukurillaevich,**  
Candidate of Technical Sciences, Docent

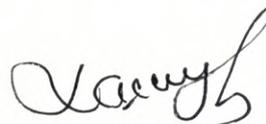
**Official opponents :** **Polatov Askhad Mukhamedzhanovich,**  
Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor  
**Anarova Shakhzoda Amanbaevna,**  
Doctor of Technical Sciences, Docent

**Leading organization:** **Tashkent State Transport University**

The defense will take place “28” January 2022 at 16<sup>00</sup> the meeting of Scientific council No. DSc.13/30.12.2019.T.07.01 at Tashkent University of Information Technologies (Address: 100202, Tashkent city, Amir Temur street, 108. Tel.: (+99871) 238-64-43, fax: (+99871) 238-65-52, e-mail: [tuit@tuit.uz](mailto:tuit@tuit.uz)).

The dissertation can be reviewed at the Information Resource Centre of the Tashkent University of Information Technologies (is registered under No 239 ). (Address: 100202, Tashkent city, Amir Temur street, 108. Tel.: (+99871) 238-64-43, fax: (+99871) 238-65-52).

Abstract of dissertation sent out on “15” January 2022 y.  
(mailing report No. 52 on “7” January 2022 y.).



**R. Kh. Khamdamov**  
Chairman of the scientific council  
awarding scientific degrees,  
Doctor of Technical Sciences, Professor

**F.M. Nuraliev**  
Scientific secretary of scientific council  
awarding scientific degrees,  
Doctor of Technical Sciences, Docent

**Sh.A.Sadullaeva**  
Chairman of the academic seminar under  
the scientific council awarding scientific  
degrees, Doctor of Physical and Mathematical  
Sciences, Docent



## INTRODUCTION (abstract of the PhD thesis)

**The aim of the research work** is to develop mathematical models and numerical algorithms for solving linear and nonlinear problems of classical flutter of inherently deformable systems with two degrees of freedom.

**The object of the research work** is the flexural-torsional flutter of a hereditarily deformable cantilever wing with distributed parameters.

**The scientific novelty of the research work** is as follows:

mathematical models, solution methods and an algorithm have been developed to study the problems of flexural-torsional flutter of a hereditarily deformable aircraft wing, taking into account the viscoelastic properties of materials;

a mathematical model has been developed using the differential and variational method for the problem of flexural-torsional flutter of a hereditarily deformable wing with distributed parameters based on integro-differential partial differential equations;

a mathematical model and algorithms for numerical solution of linear and nonlinear problems of classical flutter of inherently deformable systems with two degrees of freedom have been developed;

a software package has been developed to assess the impact of rheological and geometric parameters on the flutter velocity of hereditarily deformable systems and to analyze critical flutter velocities.

**Implementation of the research results.** Based on mathematical models, numerical algorithms and a software package for studying flutter at various physical and rheological parameters of structures:

the developed computational program based on the mathematical model of the bending-torsional flutter of hereditarily deformable structures was introduced at the Tashkent Mechanical Plant JSC (Certificate from the Department of Certification and Flight Safety Supervision under the Civil Aviation Agency dated October 20, 2021, No. 10-20 / 16-62) ... As a result, the developed program was used to determine the critical flutter speed for structures made of composite materials, when analyzing and predicting the strength of elements, the developed program made it possible to reduce the computational process by 1.5 times, to increase the accuracy and efficiency of design work by 10-15%;

the developed program based on the mathematical model of linear problems of the classical flutter of hereditary-deformable systems with two degrees of freedom was introduced in the design and development activities of Kukon-elektirnurzhakhon LLC (Help from the State Unitary Enterprise "Shaharsozlik hujjatlari ekspertizasi" under the Ministry of Construction of the Republic of Uzbekistan dated October 14, 2021 No. 1337 / 01-06). As a result of the calculation program, it was used in determining the stress-strain state of structures made of composite materials, assessing and predicting the strength of elements of real structures, taking into account the hereditary-deformable properties of the

material, made it possible to reduce the critical deformation rate by 2.5 times and increase the critical time of destruction of structures by 1.7 times.

**Structure and volume of the dissertation.** The dissertation consists of an introduction, four chapters, a conclusion, a list of references and appendices. The volume of the dissertation is 114 pages.

**ЭЪЛОН ҚИЛИНГАН ИШЛАР РЎЙХАТИ**  
**СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ**  
**LIST OF PUBLISHED WORKS**

**I бўлим (I часть; I part)**

1. Usmonov B., Rakhimov Q., Akhmedov A. Analysis of numerical solutions of a hereditary deformable system // International Journal of Mechanical and Production Engineering Research and Development. – 2018.– Vol. 8. – Issue 4. – P. 403-408. (№3; Scopus; IF=0.7)

2. Usmonov B., Rakhimov Q., Ahmedov A. The study of the influence of the gamma function on the flutter velocity // IEEE Int. Conf. on Information Science and Communications Technologies (ICISCT 2019). – Tashkent, 2019. – P. 1-4. (Олий аттестация комиссияси Раёсати қарори, №269/8-сон, 30.09.2019 й.).

3. Usmonov B., Rakhimov Q., Vibration analysis of airfoil on hereditary deformable suspensions // E3S Web of Conferences. – Tashkent. – 2019. – Vol. 97. – P. 1-8. (№3; Scopus; IF=0.6)

4. Усмонов Б., Рахимов К. Построение математической модели в прямой постановке задачи изгибно-крутильного колебания наследственно - деформируемого крыла самолета // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – 2020. – № 5 (29). – С. 108-119. (05.00.00; №23)

5. Усмонов Б.Ш., Рахимов К. О., Моделирование и анализ численных исследований задач линейных и нелинейных наследственно-деформируемых систем в среде Matlab // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – 2021. – №4(34). – С. 50-59. (05.00.00; №23)

**II бўлим (II часть; II part)**

6. Усмонов Б.Ш., Рахимов К.О., Ахмедов А.А., Математическое моделирование задачи о вибрации крыла с тремя степенями свободы // «Иқтисодийнинг реал тармоқларини инновацион ривожланишида ахборот коммуникация технологияларининг аҳамияти». Халқаро илмий-амалий ва маънавий-маърифий анжумани, 5-6 апрель 2018. – Тошкент, 2018. – С. 250-255.

7. Усмонов Б.Ш., Рахимов К.О., Ахмедов А.А. Физическая и аэродинамическая картина нагружения летящего самолета // Сборник материалов международной конференции «Перспективы интенсивного подхода к инновационному развитию». 10-11 июль, 2018 г. – Наманган, 2018. – С. 102-104.

8. Usmonov B. Sh., Rahimov Q., Ahmedov A., The study of the influence of the gamma function on the flutter velocity // «Modern problems of applied mathematics and information technologies- al- Khorezmiy 2018», September 13 – 15, 2018. – Tashkent, 2018. – P. 159-160.

9. Усмонов Б., Рахимов К., Постановка и методика решения задачи изгибно-элеронной вибрации крыла из наследственно - деформируемого материала // Роль информационно-коммуникационных технологий в инновационном развитии отраслей экономики, Республиканская научно-техническая конференция, 14-15 март 2019. –Ташкент, 2019. – С. 309-312.
10. Усмонов Б., Рахимов К., Математическая модель и численное представление задачи изгибно-крутильно-элеронного флаттера // Современные проблемы математики и информатики, Материалы республиканской научно-практической конференции, 22-23 мая 2019 года. – Фергана, 2019. – Том II. – С. 171-174.
11. Рахимов К., Построение математической модели в прямой постановке задачи изгибно-крутильного колебания наследственно - деформируемого крыла самолета, Современные проблемы дифференциальных уравнений и смежных разделов математики, 12-13 марта 2020 года. – Фергана, 2020. – С. 216-220.
12. Рахимов К.О., Назаров Х. Методы численных решений интегральных уравнений в среде MatLAB // Science, Research, Development #14, Technics and Technology, Monografia po konferencyjna. – London, 2019. – P. 44-47.
13. Усмонов Б., Рахимов К., Связанные изгибно-крутильные колебания нелинейно наследственно-деформируемых удлиненных пластин // EuroAsia 8th. International Congress on Applied Sciences, March 15-16, 2021. – Tashkent, 2021. – P. 230-232
14. Usmonov B., Rakhimov Q., Akhmedov A. The problem of takeoff and landing of a hereditarily deformable aircraft in a turbulent atmosphere // Construction Mechanics, Hydraulics & Water Resources Engineering, CONMECHYDRO 2021, 7 - 9 September 2021. – Tashkent, 2021. – P. 1-10.
15. Рахимов К. Программа для ЭВМ «Программа для исследования вибрации наследственно-деформируемых профилей самолетных крыльев» // Агентство по интеллектуальной собственности РУз. Свидетельство № DGU 08707. 03.08.2020.
16. Рахимов К. Программа для ЭВМ «Программа для исследования вибраций нелинейных наследственно-деформируемых систем» // Агентство по интеллектуальной собственности РУз. Свидетельство № DGU 08706. 03.08.2020.
17. Усмонов Б., Ахмедов А., Рахимов К. Программа для ЭВМ «Программа для изучения влияния воздушных потоков в простых моделях самолёта» // Агентство по интеллектуальной собственности РУз. Свидетельство № DGU 08434. 30.06.2020.

Автореферат «Муҳаммад ал-Хоразмий авлодлари» илмий журнали таҳририятида таҳрирдан ўтказилди ва ўзбек, рус тилларидаги матнларини мослиги текширилди.